

[19] 中华人民共和国国家知识产权局

[51] Int. Cl.
G06G 7/48 (2006.01)



[12] 发明专利申请公布说明书

[21] 申请号 200680053964.6

[43] 公开日 2009 年 7 月 29 日

[11] 公开号 CN 101496028A

[22] 申请日 2006.7.21

[21] 申请号 200680053964.6

[30] 优先权

[32] 2006. 2. 3 [33] US [31] 11/346,299

[86] 国际申请 PCT/US2006/028162 2006.7.21

[87] 国际公布 WO2007/092037 英 2007.8.16

[85] 进入国家阶段日期 2008.9.23

[71] 申请人 辉达公司

地址 美国加利福尼亚州

[72] 发明人 马蒂亚斯·米勒 - 菲舍尔

布鲁诺·海德尔贝格尔

马蒂亚斯·特施纳 马库斯·格罗斯

[74] 专利代理机构 北京律盟知识产权代理有限责任公司
代理人 王允方

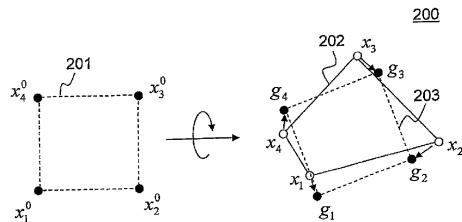
权利要求书 2 页 说明书 9 页 附图 4 页

[54] 发明名称

使用几何推动式模型模拟可变形物体的方法

[57] 摘要

一种模拟可变形物体的方法，其包括通过定义实际形状及目标形状且将所述目标形状中的点拉向所述目标形状中的对应点来建立所述物体的可变形弹性的模型。



1、一种建立可变形物体的模型的方法，所述方法包括：

通过将已变形形状拉向经定义目标形状来建立所述物体的可变形弹性的模型。

2、如权利要求1所述的方法，其进一步包括：

使用扩展形状匹配技术来定义所述目标形状。

3、如权利要求2所述的方法，其进一步包括：

定义所述已变形形状及原始形状中的点的相对位置；及

通过计算所述原始形状中的点的所述相对位置与所述已变形形状中的点的相对位置之间的变换来定义所述目标形状。

4、如权利要求3所述的方法，其进一步包括：

在计算所述变换之前，将变形状态应用于所述原始形状的所述点的所述相对位置。

5、如权利要求4所述的方法，其进一步包括：

使用单位矩阵初始化所述变形状态；及

基于未经旋转参考帧中的所述原始形状的变形更新所述变形状态。

6、如权利要求2所述的方法，其中使用所述扩展形状匹配技术来定义所述目标形状包括：

旋转及平移原始形状以定义所述目标形状。

7、如权利要求6所述的方法，其进一步包括：

定义用于旋转及平移所述原始形状的旋转矩阵及平移向量，以使所述目标形状与所述已变形形状之间的加权最小平方差最小化。

8、如权利要求7所述的方法，其进一步包括：

通过对线性变换矩阵执行极分解来定义所述旋转矩阵；及，

通过计算所述已变形形状及所述原始形状的相应质心来定义所述平移向量。

9、如权利要求1所述的方法，其进一步包括：

根据线性或二次模式改变所述可变形弹性。

10、如权利要求9所述的方法，其中根据所述线性模式改变所述可变形弹性包括：

将线性变换应用于原始形状以定义所述目标形状。

11、如权利要求9所述的方法，其中根据所述二次模式改变所述可变形弹性包括：

将二次变换应用于原始形状以定义所述目标形状。

12、如权利要求1所述的方法，其进一步包括：

将所述已变形形状定义为多个群集。

13、如权利要求 12 所述的方法，其中通过将所述已变形形状拉向所述经定义目标形状来建立所述物体的可变形弹性的模型包括：

将所述群集的每一者中的数据点拉向所述目标形状内的对应群集中的数据点。

14、一种模拟可变形物体的方法，所述方法包括：

定义已变形形状中的多个点的位置及速度；及，

根据目标形状中的点的所述位置更新所述位置及速度。

15、如权利要求 14 所述的方法，其中更新所述位置及速度包括：

基于时间 t 时点的速度及时间 t 时目标点的位置与所述点的位置之间的差定义时间 t+h 时所述已变形形状中的所述点的速度；及，

基于时间 t 时所述点的位置及时间 t+h 时所述点的所述速度定义时间 t+h 时所述点的位置。

16、一种在模拟中描述物体变形的方法，所述方法包括：

定义与所述物体变形相关联的与已变形形状中的点与目标形状中的点之间的距离成比例的弹性力；

使用显式积分法求解朝向平衡的所述物体变形；及

通过在逐点基础上匹配原始形状与所述已变形形状且接着将对应于所述已变形形状的点拉向所述目标形状中的对应点，求解所述显式积分法。

17、如权利要求 16 所述的方法，其中在逐点基础上匹配所述原始形状与所述已变形形状包括：

选择所述原始形状中的一组点 x_i^0 及所述已变形形状中对应的一组点 x_i ；

求出旋转矩阵 R 及平移向量 t 及 t_0 以最小化：

对 $(w_i(R(x_i^0 - t_0) + t - x_i)^2)$ 的所有 “i” 的求和，其中 w_i 是每一点的权重。

18、如权利要求 17 所述的方法，其进一步包括：

对于每一点 x_i^0 ，将所述目标形状中的对应点 g_i 的位置定义为 $g_i = R(x_i^0 - x_{cm}^0) + x_{cm}$ ，其中 x_{cm}^0 是所述原始形状的质心且 x_{cm} 是所述已变形形状的质心。

19、如权利要求 17 所述的方法，其进一步包括：

对于每一点 x_i^0 ，将所述目标形状中的对应点 g_i 的位置定义为

$$g_i = (\beta \frac{A}{\sqrt[3]{\det(A)}} + (1-\beta)R)(x_i^0 - x_{cm}^0) + x_{cm}$$
，其中 x_{cm}^0 是所述原始形状的质心， x_{cm} 是所述已变形形状的质心， A 是线性变换矩阵且 β 是控制参数。

20、如权利要求 17 所述的方法，其进一步包括：

对于每一点 x_i^0 ，将所述目标形状中的对应点 g_i 的位置定义为 $g_i = \tilde{A}\tilde{q}_i$ ，其中 \tilde{A} 是二次变换矩阵且 \tilde{q}_i 是含有线性、二次及混合项的向量。

使用几何推动式模型模拟可变形物体的方法

相关申请交叉参考案

本申请案主张于2005年5月9日申请的第60/678,815号美国临时申请案的权益。

技术领域

本发明的实施例通常涉及模拟可变形物体的方法。更明确地说，本发明的实施例涉及使用几何推动式基础模型模拟可变形物体的方法。

背景技术

对日用物体（例如，衣服、塑料、弹性材料及关节）的逼真计算机模拟因其中在真实生活中所述物体趋向变形的复杂方式而极难产生。通常，所述“可变形物体”的模拟必须考虑复杂的几何特征及所述物体的材料性质。

一种用于模拟可变形物体的常见技术首先创建一物体的虚拟模型（例如，网格或点云）且接着向虚拟模型的离散点施加模拟的物理力，例如，张力、摩擦力、重力、压力等。所述虚拟模型已用于表示在不同条件下的各种材料。例如，研究者已开发出针对衣服、塑料、橡胶等的虚拟模型。另外，研究者还开发出模拟所述物体的复杂、唯一行为（例如，破裂及溶化）的虚拟模型。

一些模拟可变形物体的更常见方法涉及有限差分法、质量弹簧系统、边界元法、有限元法及隐式表面及无网格微粒系统。

尽管已开发出许多用于模拟可变形物体的方法，但是所述方法极少被并入到像计算机游戏那样的应用程序中。例如，少数流行游戏并入有具有简单几何形状的衣服模型；然而，通常，运行于个人计算机(PC)或游戏控制台上的多数应用程序往往仅建立刚性体或物体的模型。实际上，多个刚性物体有时经组合以模仿可变形物体的移动，但真实的可变形物体模拟极少。

可变形物体模拟极少用于例如计算机游戏的应用程序的一个原因是稳定模拟的效率通常太低而无法满足应用程序的实时需求。例如，常规模拟方法通常依赖于隐式数值积分以更新虚拟模型中的离散点的位置。隐式数值积分技术可提供稳定模拟，但其对于实时处理大且复杂的物理模型在计算上太昂贵。其它物理建模方法依赖于显式数值积分，所述物理建模方法更有效但无法保证稳定的模拟。

此处术语“稳定性”是指以合理方式对过程输入中的小偏差响应的过程的趋势。例如，隐式数值积分技术随着各种输入参数（例如，所模拟点的质量、积分的时间

步等等) 的变化而产生准确的模拟 相反地, 显式数值积分技术可通过简单地改变积分的时间步、所模拟点的质量或所模拟物体的刚度来产生其中系统的总能量错误地增加的模拟。因此, 显式数值积分技术可产生与现实极不相符的模拟结果。

已开发出各种方法来改进稳定模拟技术的效率。例如, 已开发出具有大时间步及多重求解模型的稳健积分法。另外, 还开发出折中准确度与效率的模型分析方法。此外, 还开发出并入有预算算的状态空间动态及预算算的脉冲响应功能的方法来改进模拟的效率。最后, 还引入了从实体原(例如, 球体、圆柱体、圆锥体或超二次曲面(super quadrics))的整体几何变形导出的动态模型来改进稳定模拟技术的效率。

图1是图解说明其中使用显式数值积分的可变形物体模拟引起的不稳定性的一种方式的图示。在图1中, 建立简单的一维可变形物体的模型作为质量弹簧系统。类似于许多以物理方式推动的可变形物体模拟, 质量弹簧系统依赖于牛顿第二运动定律。根据牛顿第二运动定律, 由净力产生的物体的加速度与净力在所述净力方向上的量值成正比、与所述物体的质量成反比。在可变形物体中, 在任何一点处, 所述净力的至少一部分是由所述点从平衡位置的位移产生。点从其平衡位置的位移产生势能(即, “变形能”), 导致所述点被拉向平衡位置。

参照图1A, 质量弹簧系统100包括: 具有静止长度 l_0 的弹簧101、都具有质量“m”的两个点质量102及103。在初始时间“t”时, 点质量102固定在原点处且点质量103位于 $x(t)$ 处。在初始时间“t”时, 点质量103上的力的量由弹簧方程 $f=-k(x(t)-l_0)$, 其中“k”是弹簧101的弹簧常数或“刚度”。概念上, 弹簧方程指示点质量103被拉向平衡位置, 其中 $x=l_0$ 。

点质量103的位置是在时间步“h”后通过经修改的欧拉积分法来更新。根据经修改的欧拉积分法, 使用以下方程(1)及(2)计算在时间“ $t+h$ ”时点质量103的速度“v”及位置“x”:

$$v(t+h) = v(t) + h \frac{-k(x(t) - l_0)}{m} \quad (1)$$

$$x(t+h) = x(t) + hv(t+h) \quad (2)$$

方程(1)使用显式欧拉步骤且方程(2)使用隐式欧拉步骤。

方程(1)及(2)可表示为系统矩阵“M”乘以状态向量 $[v(t), x(t)]^T$, 即,
 $\begin{bmatrix} v(t+h) \\ x(t+h) \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} v(t) \\ x(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} kl_0h^2 \\ kl_0h \end{bmatrix}$, 其中系统矩阵“E”由以下方程(3)定义:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{kh}{m} \\ h & 1 - \frac{h^2 k}{m} \end{bmatrix} \quad (3)$$

系统矩阵“E”具有由以下方程(4)及(5)表示的本征值 e_0 及 e_1 :

$$e_0 = 1 - \frac{1}{2m}(h^2 k - \sqrt{-4mh^2 k + h^4 k^2}) \quad (4)$$

$$e_1 = 1 - \frac{1}{2m}(h^2 k + \sqrt{-4mh^2 k + h^4 k^2}). \quad (5)$$

由于系统矩阵“E”表示离散系统，因此系统矩阵“E”的谱半径（即，本征值 e_0 及 e_1 的最大量值）必须不能大于一(1)，以确保离散系统的稳定性。本征值 e_0 的量值收敛到 1，在 $h^2 k \rightarrow \infty$ 的情况下， $|e_0| < 1$ 。然而， e_1 的量值仅小于 1，其中时间步“h”

小于 $2\sqrt{\frac{m}{k}}$ 。在时间步“h”大于 $2\sqrt{\frac{m}{k}}$ 的情况下，系统不稳定。因此，涉及方程(1)及(2)的积分法仅是有条件稳定的。

为进一步图解说明由系统举证“E”表示的离散系统的不稳定性，图 1B 显式执行以 $v(t)=0$ 开始的积分步骤的结果。所述积分步骤将点质量 103 移动距离 $\Delta x = -\frac{h^2 k}{m}(x(t) - l_0)$ 。在时间步“h”或刚度“k”太小或质量“m”太小的情况下，点质量 103 超过平衡位置 l_0 的距离大于 $x(t)$ 与 l_0 之间的距离。换句话说， $|x(t+h) - l_0| > |x(t) - l_0|$ 。因此，系统 100 的势能在时间步“h”之后增加。由于系统 100 在时间“t”时具有 0 动能，因此所述系统的总能量(即，动能加势能)在时间步“h”之后错误地增加。

通常，可如下陈述显式积分法的稳定性问题：弹性力是弹性能的负梯度。如此，弹性力指向平衡位置。显式法可在计算点的位移时不准确地比例缩放弹性力，导致所述点超过平衡位置，从而使得弹性力增加系统的变形及能量而不是保存或降低变形能量，而后者是稳定性所需的。

解决超过问题的一种方式是限制点的位移，以使所述点决不超过其相应的平衡位置。例如，在图 1 的一维弹簧实例中，可限制点质量 103 的移动不通过平衡位置 $x=l_0$ 。此方法的一个问题是对于许多类型的物理模型，定义所有点的平衡位置并不容易。例如，难以定义实体有限元或几何复杂网格中的平衡位置。

发明内容

根据本发明的一个实施例，一种建立可变形物体的模型的方法包括通过将已变形形状拉向经定义目标形状来建立所述物体的可变形弹性的模型。

根据本发明的另一实施例，一种模拟可变形物体的方法包括：定义已变形形状中的多个点的位置及速度；及根据目标形状中的点的所述位置更新所述位置及速度。

根据本发明的又一实施例，一种在模拟中描述物体变形的方法包括：定义与所述物体变形相关联且与已变形形状中的点与目标形状中的点之间的距离成比例的弹性力；使用显式积分法求解朝向平衡的所述物体变形；及通过在逐点基础上匹配原始形状与所述已变形形状且接着将对应于所述已变形形状的点拉向所述目标形状中的对应点，来求解所述显式积分法。

附图说明

以下将针对附图中所图解说明的数个实施例来描述本发明。在所有图式中，相同的参考编号指示相同的实例性元件、组件及步骤。图式中：

图 1A 及 1B 是用于模拟可变形物体的常规一维质量弹簧系统的图示；

图 2 是根据本发明的一个实施例图解说明模拟二维可变形物体的图示；及，

图 3 是根据本发明的实施例图解说明模拟可变形物体的方法的流程图。

具体实施方式

本发明的实施例提供建立可变形物体模型及模拟可变形物体的各种方法。所述方法可容易地应用于各种与计算机相关的应用程序，例如，科学可视化、计算机图形、计算机动画片及视频游戏，这仅是几个举例。

本发明的选定实施例特别适合于需要高水平计算效率的应用程序。例如，本发明的一些实施例能够仅使用计算机数据处理带宽的一小部分来对具有复杂几何形状及/或材料性质的可变形物体执行实时模拟。

视频游戏是一种需要高水平计算效率的应用程序。例如，最新视频游戏往往并入有各种逼真效果，例如，与特征及物体的环境实时互动的特征及物体，就像由物理定律管控的那样。所述特征及物体通常是由可变形物体形成，例如，所述可变形物体包含衣服、可弯曲或可伸展材料等等。

根据本发明的实施例的可变形物体模拟通常是通过在包含至少一个微处理器及存储器的计算平台上运行软件应用程序来执行。术语“运行”在此处描述其中与计算平台相关联的硬件资源在软件资源的导引（直接或间接地）下执行操作的任何过程。

为模拟可变形物体，软件应用程序接收定义可变形物体的配置的几何数据及物理数据以及作用在所述物体上的任何外部力。可变形物体的“配置”概括地定义为对物体本身的所有物理属性的说明，包含例如构成所述物体的离散元（例如，点、表面等）的位置及质量、所述离散元的任何连接性及移动等等。

软件应用程序通过基于物体的内部力及作用在物体上的外部力来更新物体的配置来模拟可变形物体，所述内部力例如是弹性张力、构成物体的离散元的移动；所述外部力例如是重力、压力、或者因与其它物体碰撞而受到的摩擦力或冲击力。

计算平台通常包括一个或一个以上中央处理单元(CPU)及一个或一个以上存储器。所述一个或一个以上存储器存储软件应用程序并将其加载到一个或一个以上CPU 中以供执行。

可变形物体模拟还可使用多于一个软件应用程序来执行。例如，可由以两个执行线程运行于单个 CPU 上、运行于两个不同的处理器核心上或运行于两个不同的 CPU 上的两个软件应用程序来执行模拟。在模拟由两个软件应用程序执行的情况下，

所述应用程序中的一者通常包括定义几何及物理数据的主应用程序，且另一应用程序通常包括与主应用程序并行运行且更新几何及物理数据的物理应用程序。

例如，2003年11月19日申请的序号为10/715,459及10/715,440、2004年4月2日申请的序号为10/815,721、2004年5月6日申请的序号为10/839,155、2004年11月8日申请的序号为10/982,791及2004年11月16日申请的序号为10/988,588的美国专利申请案中揭示了能够执行此模拟的各种计算平台。所述共同受让、共同待决专利申请案的标的物以引用的方式并入本文中。

在此说明中，概括地，术语“可变形物体”是指能够表示包括可以变化的空间关系布置的元的物体的任何数据集。例如，可变形物体包括网格、表面或一组点。通常，可变形物体进一步包括与物体趋向变形的方式相关的参数。例如，可变形物体可包括其元的每一者的目标状态及规定每一元如何容易地接近其目标状态的刚度参数。

图2是根据本发明的一个实施例图解说明建立可变形物体的模型及模拟可变形物体的方法的图示。出于简单解释的目的，针对二维(2D)物体描述图2的方法。然而，所述方法可容易地应用于以更高(例如，3D)或更低(例如，1D)维表达的物体。

参照图2，通过对应于可变形物体200的已变形状态的“实际形状”202及对应于可变形物体200的非变形状态的“目标形状”203来建立可变形物体200的模型。实际形状202包括四个“实际点” x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 ，且目标形状203包括对应于相应的四个实际点 x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 的四个“目标点” g_1 、 g_2 、 g_3 及 g_4 。实际点 x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 由相应的质量“ m_1 ”、“ m_2 ”、“ m_3 ”及“ m_4 ”来表征。

通过使包括四个“原始点” x_1^0 、 x_2^0 、 x_3^0 及 x_4^0 的“原始形状”201与实际形状202中的对应实际点 x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 匹配来定义目标形状203。换句话说，目标形状203是原始形状201的匹配版本。术语“匹配”在此处是指应用于原始形状201以使目标形状203将逼近实际形状202的变换过程。如将解释，此变换可包括例如线性变换、更高次(例如，二次)变换或其某一组合。一旦定义了目标形状203，那么通过将实际点 x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 拉向对应的目标点 g_1 、 g_2 、 g_3 及 g_4 来建立可变形物体200中的可变形弹性，如图2中的箭头所指示。

在此书面说明中，记号 x_i^0 、 x_i 及 g_i 用于指代点且还指代所述点的位置。例如，实际点 x_i 的位置可简单地标记为 x_i 。

一种使原始形状201与实际形状202匹配的方式是旋转及平移原始形状201。可通过使目标形状203中的点与实际形状202中的对应点之间的某一距离最小化来确定旋转及平移的量。例如，所述平移及旋转可经挑选以使目标形状203与实际形状202中的对应点之间的加权最小平方距离最小化。通常，先验地定义原始形状201与实际形状202中的点之间的对应，例如，在首次定义原始形状201及实际形状202时。

在图 2 中, 以类似下标来标记对应点。例如, 原始点 x_i^0 对应于实际及目标点 x_i 及 g_i 。因此, 可通过求出旋转矩阵 R 及平移向量 t_0 及 t 以使以下方程(5)最小化来计算目标形状 203 的配置:

$$\sum_i w_i (R(x_i^0 - t_0) + t - x_i)^2 \quad (5)$$

在方程(5)中, w_i 表示与原始及实际点 x_i^0 及 x_i 相关联的数学权重。通常, 指派给每一点的权重是所述点的质量。因此, 为简化此书面说明, 在整个说明中用质量 “ m_i ” 替代权重 w_i 。

在可变形物体 200 中的每一点的数学权重 w_i 是在所述点的质量 “ m_i ” 的情况下, 平移向量 t_0 及 t 定义为由以下方程(6)及(7)定义的原始形状 201 及实际形状 202 的相应质心 x_{cm}^0 及 x_{cm} :

$$t_0 = x_{cm}^0 = \frac{\sum_i m_i x_i^0}{\sum_i m_i} \quad (6)$$

$$t = x_{cm} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \quad (7)$$

为计算旋转矩阵 R , 将原始形状 201 及实际形状 202 中的点的相对位置 q_i 及 p_i 定义为 $q_i = x_i^0 - x_{cm}^0$ 及 $p_i = x_i - x_{cm}$ 。接着计算使以下方程(8)最小化的线性变换矩阵“A”:

$$\sum_i m_i (A q_i - p_i)^2 \quad (8)$$

通过相对于 “A” 对方程(8)求导且将导数设定为 0 来计算使方程 (8) 最小化的线性变换矩阵 “A”。通过以下方程(9)计算所得线性变换矩阵 “A” :

$$A = (\sum_i m_i p_i q_i^T) (\sum_i m_i q_i q_i^T)^{-1} = A_{pq} A_{qq} \quad (9)$$

方程(9)定义第一矩阵 A_{qq} 及第二矩阵 A_{pq} 。第一矩阵 A_{qq} 是对称的, 且因此其含有缩放分量, 但不含有旋转分量。相反地, 第二矩阵 A_{pq} 含有对称分量及旋转分量两者。第二矩阵 A_{pq} 的旋转分量是旋转矩阵 R 且第二矩阵 A_{pq} 的对称分量是对称矩阵 S。可通过经由极分解来分解第二矩阵 A_{pq} 以求出旋转矩阵 R 及对称矩阵 S, 由 $A_{pq} = RS$ 表示。在极分解中, 将对称矩阵 S 计算为 $S = \sqrt{A_{pq}^T A_{pq}}$ 且将旋转矩阵 R 计算为 $R = A_{pq} S^{-1}$ 。一旦定义了旋转矩阵 R, 便通过以下方程(10)计算目标点 g_1 、 g_2 、 g_3 及 g_4 的位置:

$$g_i = R(x_i^0 - x_{cm}^0) + x_{cm} \quad (10)$$

然后, 在计算目标点 g_1 、 g_2 、 g_3 及 g_4 的位置时, 通过根据以下方程(11)及(12)的积分来更新实际点 x_1 、 x_2 、 x_3 及 x_4 的位置:

$$v_i(t+h) = v_i(t) + \alpha \frac{g_i(t) - x_i(t)}{h} + h f_{ext_i}(t) / m_i \quad (11)$$

$$x_i(t+h) = x_i(t) + h v_i(t+h) \quad (12)$$

在方程(11)及(12)中, 项 α 表示可变形物体 200 的 “刚度”。项 α 介于 0 到 1 的范围内, 其中 α 的值=1 指示可变形物体 200 是刚性的, 且 α 值=0 指示可变形物体 200

是高可变的。项 $f_{ext_i}(t)$ 表示在时间 t 时作用在实际形状 202 的点“ i ”上的净外部力。

为图解说明 α 对实际形状 202 的影响，假设 $\alpha=1$ ，初始速度 $v(t)=0$ 且净外部力 $f_{ext_i}(t)=0$ 。在所述条件下，方程(11)估算为 $v_i(t+h)=\alpha \frac{g_i(t)-x_i(t)}{h}$ ，且方程(12)变为 $x_i(t+h)=x_i(t)+g_i(t)-x_i(t)=g_i(t)$ 。换句话说，如果可变形物体 200 是刚性的，可变形形状 202 往往会极快地接近目标形状 203 的配置。在 $\alpha<1$ 的情况下，可变形形状 202 仍接近目标形状 203 的配置，然而，其接近的速度如此缓慢。

将方程(11)及(12)应用于图 1 中所示的质量弹簧系统 100，根据以下方程(13)更新点质量 103 的速度及位置：

$$\begin{bmatrix} v(t+h) \\ x(t+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha/h \\ h & 1-\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ x(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha l_0/h \\ \alpha l_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

在方程(13)中，项 $\begin{bmatrix} 1 & -\alpha/h \\ h & 1-\alpha \end{bmatrix}$ 表示类似于方程(3)中的系统矩阵“E”的系统矩阵。

然而，与系统矩阵“E”的本征值不同，项 $\begin{bmatrix} 1 & -\alpha/h \\ h & 1-\alpha \end{bmatrix}$ 的本征值的量值始终为一(1)，

无论 α 及时间步 h 的相应值如何。明确地说，项 $\begin{bmatrix} 1 & -\alpha/h \\ h & 1-\alpha \end{bmatrix}$ 的本征值定义为 $(1-\alpha/2) \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha}/2$ 。由于项 $\begin{bmatrix} 1 & -\alpha/h \\ h & 1-\alpha \end{bmatrix}$ 的本征值始终等于 1，因此使用方程(11)及(12)的质量弹簧系统 100 的模拟是无条件稳定的。此外，使用方程(11)及(12)的模拟不会将阻尼引入到质量弹簧系统 100 中。

对不具有外部力的可变形物体的三维模拟也是无条件稳定的且在方程(11)及(12)下无阻尼。此外，只要施加到可变形物体的外部力相对于位置是不变的，例如，例如重力的力，或外部力是瞬间施加的，例如碰撞响应力，所述模拟也将是无条件稳定的。

图 3 是根据本发明的实施例图解说明模拟可变形物体的方法的流程图。在随后说明中，实例性方法步骤由括号 (XXX) 标记。

参照图 3，所述方法包括定义对应于可变形物体(301)的已变形状态的实际形状；定义对应于可变形物体(302)的非变形状态的目标形状；及通过将每一点拉向目标形状(303)中的对应点来更新实际形状中的所述点的位置。

实际形状中的实际点的位置通常由软件应用程序中的事件定义，例如，对实际形状的配置的初始化及随后的更新。同时，可以各种不同的方式计算目标形状中的目标点的位置。

根据本发明的一个实施例，通过定义包括原始点的原始形状且使用平移向量及旋转矩阵（例如，如方程(10)所描述）旋转及平移所述原始形状以匹配实际形状来计算目标形状中的目标点 g_i 的位置。

平移向量通常从原始及实际形状的相应质心计算，如方程(6)及(7)所描述，且旋转矩阵通常通过对根据方程(9)计算的线性变换矩阵的极分解来计算。

通常，在执行模拟的任何时间步之前，计算方程(10)中的质心 x_{cm}^0 及方程(8)及(9)中的相对位置 q_i 。接着，在模拟的每一时间步，汇集第二矩阵 $A_{pq} = \sum_i m_i p_i q_i^T$ 。在所模拟的可变形物体是三维的情况下，第二矩阵 A_{pq} 是 3×3 矩阵。

通过将对称矩阵 S 计算为 $S = \sqrt{A_{pq}^T A_{pq}}$ 且将旋转矩阵 R 计算为 $R = A_{pq} S^{-1}$ ，将第二矩阵 A_{pq} 分解成旋转矩阵“R”及对称矩阵“S”。通过使用 5-10 次雅各比旋转对角化对称矩阵 $A_{pq}^T A_{pq}$ 来计算项 S^{-1} ，即， $(\sqrt{A_{pq}^T A_{pq}})^{-1}$ ，其中每一雅各比旋转的计算复杂度是恒定的。

根据本发明的另一实施例，通过根据以下方程(14)使用旋转矩阵“R”及线性变换矩阵“A”的线性变换来计算目标点 g_i 的位置：

$$g_i = (\beta \frac{A}{\sqrt[3]{\det(A)}} + (1-\beta)R)(x_i^0 - x_{cm}^0) + x_{cm} \quad (14)$$

在方程(14)中，项 β 是用于控制目标点 g_i 的位置的控制参数。将线性变换矩阵“A”除以 $\sqrt[3]{\det(A)}$ 以确保方程(14)保持目标形状相对于原始形状的体积。通常，通过在执行任何模拟时间步之前形成第一矩阵 A_{qq} 且接着使用每一时间步形成第二矩阵 A_{pq} 来构造线性变换矩阵“A”。

使用方程(14)而不是方程(10)来计算目标点 g_i 的位置的一个优点是方程(14)可产生更靠近实际点 x_i 的位置的目标点 g_i 。因此，方程(14)更擅长于模拟较高变形及/或较少刚性的物体。

计算目标点 g_i 的另一方式是对原始点执行二次变换。例如，可通过由以下方程(15)定义的二次变换来计算目标点 g_i ：

$$g_i = [AQM]\tilde{q}_i \quad (15)$$

在方程(15)中， $g_i \in R^3$ ，且 $\tilde{q} = [q_x, q_y, q_z, q_x^2, q_y^2, q_z^2, q_x q_y, q_y q_z, q_z q_x]^T \in R^9$ 。 $A \in R^{3 \times 3}$ 含有线性项 q_x 、 q_y 、 q_z 的系数， $Q \in R^{3 \times 3}$ 含有纯二次项 q_x^2 、 q_y^2 、 q_z^2 的系数，且 $M \in R^{3 \times 3}$ 含有混合项 $q_x q_y$ 、 $q_y q_z$ 、 $q_z q_x$ 的系数。二次变换矩阵 $\tilde{A} = [AQM] \in R^{3 \times 9}$ 优先地使方程 $\sum_i m_i (\tilde{A} \tilde{q}_i - p_i)^2$ ，最小化且通过以下方程(16)计算：

$$\tilde{A} = \left(\sum_i m_i p_i \tilde{q}_i^T \right) \left(\sum_i m_i \tilde{q}_i \tilde{q}_i^T \right)^{-1} = \tilde{A}_{pq} \tilde{A}_{qq} \quad (16)$$

可在模拟开始之前计算方程(16)中的对称矩阵 $\tilde{A}_{qq} \in R^{9 \times 9}$ 及向量 \tilde{q}_i 。同样，可将控制参数 β 与二次变换矩阵 \tilde{A} 一起用来进一步控制目标点的位置。例如，可通过方程 $g_i = [\beta \tilde{A} + (1-\beta) \tilde{R}] \tilde{q}_i$ ，(其中 $\tilde{R} \in R^{3 \times 9} = [R \ 0 \ 0]$) 替代使用方程(15)来产生目标点。

计算目标点 g_i 的再一方式是将实际点 x_i 划分成重叠群集且接着计算每一群集的单独变换矩阵。例如，体积网格表示的实际点 x_i 划分成若干群集，其中每一群集包括相邻于体积网格（例如，四面体）的共同元的点。另一选择是，可将网格有规律地划分成重叠的立体区域，且接着可由每一立体区域中的所有点形成群集。

在每一时间步，使对应于每一群集的原始点与实际点匹配以产生目标点 $g_i^c(t)$ ，其中“ i ”表示每一点的指数且“ c ”表示特定群集。使用目标点 $g_i^c(t)$ 替代目标点 $g_i(t)$ ，方程(11)变为以下方程(17)：

$$v_i(t+h) = v_i(t) + \alpha \frac{g_i^c(t) - x_i(t)}{h} + h f_{ext_i}(t) / m_i \quad (17)$$

方程(11)及(17)中速度更新的一个普遍问题是系统的行为高度依赖时间步“ h ”。解决所述问题的一种方式是设定 $\alpha=h/\tau$, 其中 $\tau \leq h$ 是时间常数。

当计算变换矩阵以定义目标点 g_i 的位置时, 并不需要考虑实际形状或原始形状的所有点。例如, 在可变形物体包括大量点的情况下, 可使用一子组的实际点及对应的原始点来产生变换矩阵。接着可使用变换矩阵来变换所有的点以产生目标点。

还可使用关于图 3 所述的方法来模拟塑性可变形物体。通常, 通过表示物体的变形状态 S^P 来模拟塑性可变形物体。变形状态 S^P 使用单位矩阵 “ I ” 来初始化且接着使用模拟的每一时间步来更新。

基于对方程(9)的第二矩阵 A_{pq} 的极分解导出的对称矩阵 S 来更新变形状态 S^P 。对称矩阵 S 表示原始形状在未旋转参考帧中的变形。因此, 在变形量(即, 距离) $\|S-I\|_2$ 超出阈值 c_{yield} 的情况下, 根据以下方程(18)更新状态矩阵 S^P :

$$S^P \leftarrow [I + hc_{creep}(S - I)]S^P \quad (18)$$

在方程(18)中使用时间步 “ h ” 及参数 c_{creep} 来控制可变形物体的塑性。通过测试 $\|S^P - I\|_2$ 是否超出阈值 c_{max} 来限界塑性。在 $\|S^P - I\|_2 > c_{max}$ 的情况下, 通过以下方程(19)设定状态矩阵:

$$S^P \leftarrow I + c_{max}(S^P - I) / \|S^P - I\|_2 \quad (19)$$

通过用以下方程(20)取代方程(8)中的 $q_i = x_i^0 - x_{cm}^0$ 的定义来将状态矩阵 S^P 并入到可变形物体的模拟中:

$$q_i = S^P(x_i^0 - x_{cm}^0) \quad (20)$$

为确保在整个模拟过程中保持可变形物体的体积, 每当更新状态矩阵 S^P 时将其除以 $\sqrt[3]{\det(S^P)}$ 。应注意每当更新 S^P 时, 还必须更新第一及第二矩阵 A_{qq} 及 A_{pq} 。

前述优选实例性实施例均为教示实例。所属领域的技术人员将了解, 可在形式及细节上对所述实例性实施例作出各种改变, 而此并不背离由以下权利要求书所定义的本发明的范围。

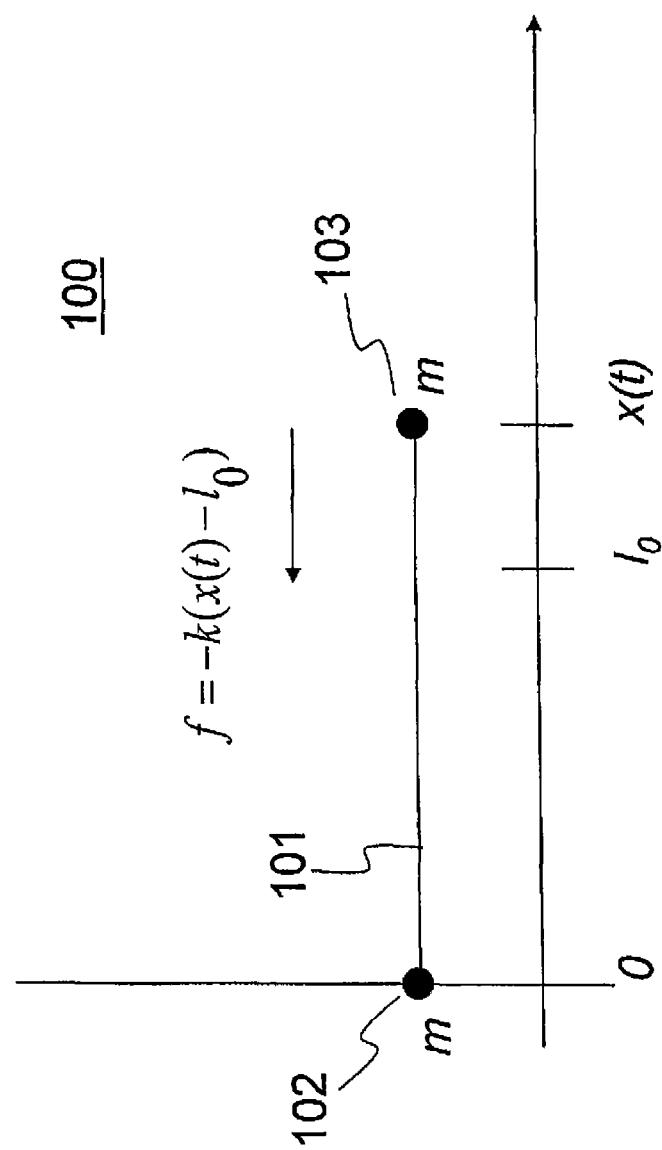
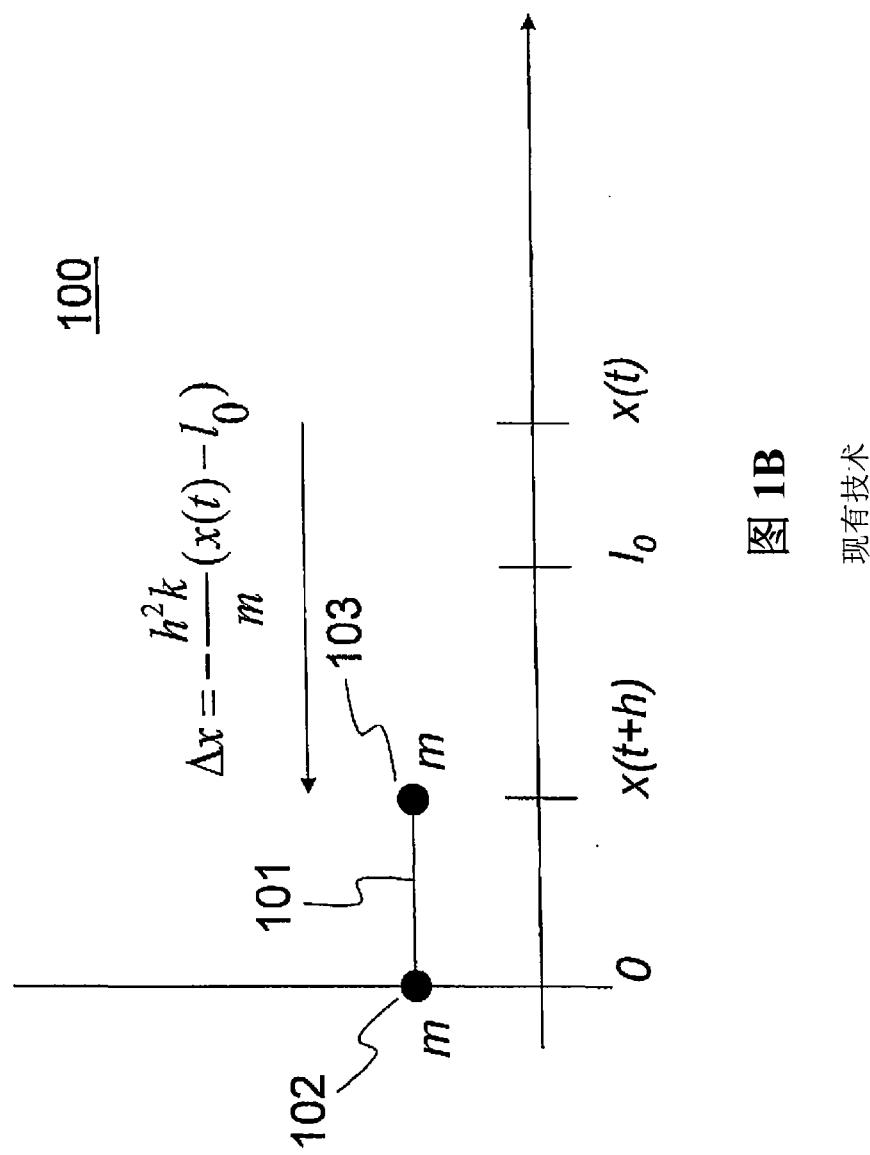


图 1A

现有技术



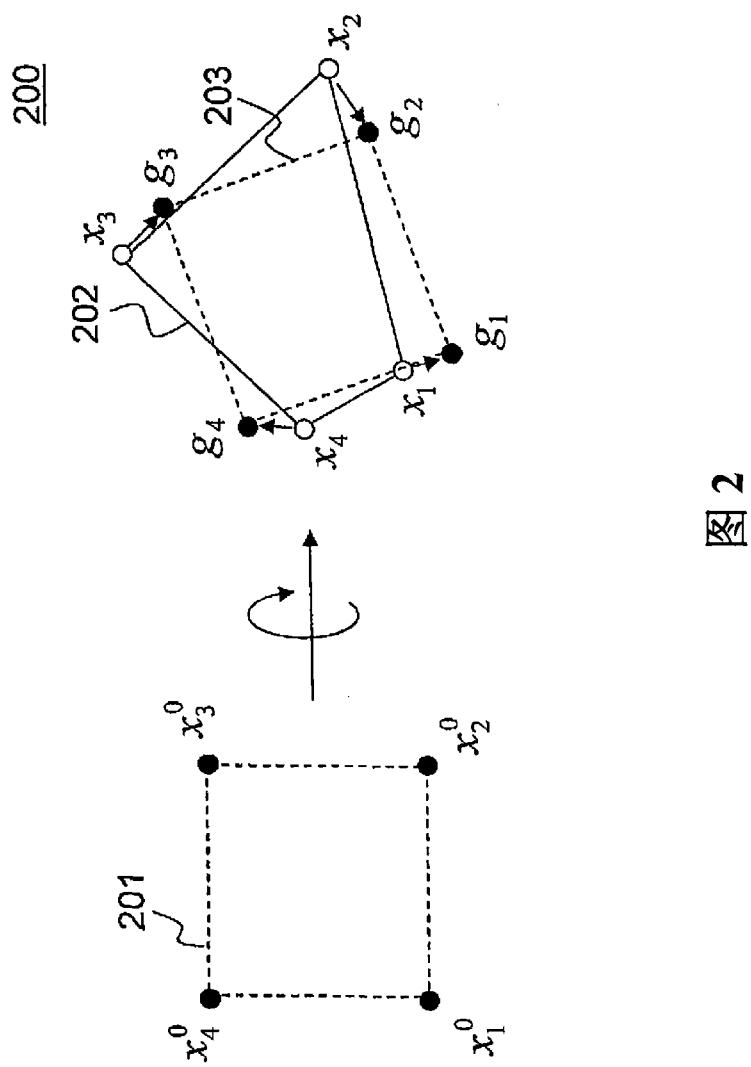


图 2

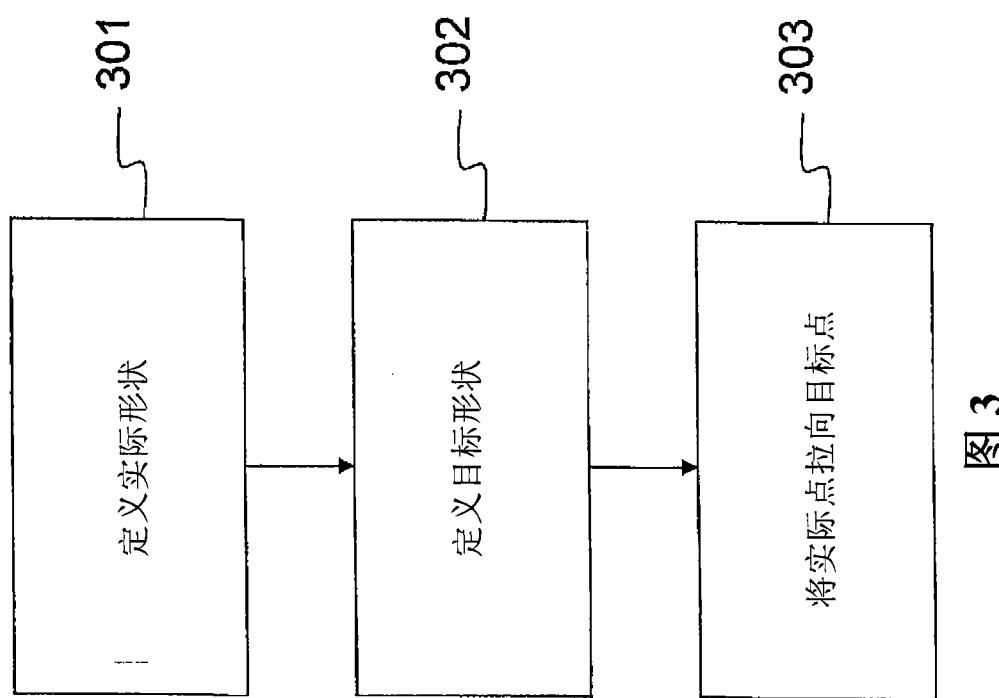


图 3