



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2013년02월13일
(11) 등록번호 10-1232707
(24) 등록일자 2013년02월06일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
H03M 7/30 (2006.01)

(21) 출원번호 10-2012-0012344

(22) 출원일자 2012년02월07일

심사청구일자 2012년02월07일

(56) 선행기술조사문헌

KR101000786 B1

논문: 전자공학회논문지

논문: 2011년도 한국방송공학회 하계 학술대회

논문: IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY

(73) 특허권자

고려대학교 산학협력단

서울 성북구 안암동5가 1

(72) 발명자

심병효

서울특별시 용산구 원효로4가 강변삼삼아파트
103-1002

권석범

서울특별시 성북구 종암동 83-20 301호

왕 지엔

서울시 성북구 안암동 5가 104-29 136-075 대한민국

(74) 대리인

송경근

전체 청구항 수 : 총 5 항

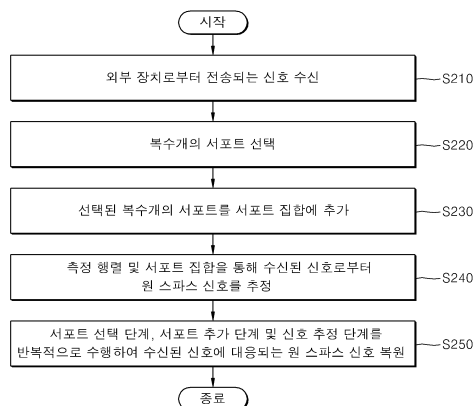
심사관 : 장석환

(54) 발명의 명칭 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법

(57) 요약

압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법이 개시된다. 본 발명은, 각 반복(iteration) 과정에서 복수 개의 서포트(support)를 선택하는 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘을 이용하여 수신된 신호로부터 원 신호를 복원한다. 본 발명에 따르면, 신호 복원 동작 수행 시 복수 개의 서포트(support)를 선택함으로써 신호 복원 성능을 향상시킬 수 있다.

대표도 - 도2



특허청구의 범위

청구항 1

외부 장치로부터 전송되는 신호를 수신하는 신호 수신부; 및

신호 복원에 이용되는 측정 행렬(sensing matrix)의 열(column)의 인덱스를 나타내는 서포트(support)를 복수 개 선택하여 서포트 집합에 추가하며, 상기 측정 행렬 및 상기 서포트 집합을 통해 상기 신호 수신부를 통해 수신된 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 추정하며, 서포트의 선택, 서포트의 추가 및 신호 추정을 반복적으로 수행하여 상기 신호 수신부를 통해 수신된 신호에 대응되는 상기 원 스파스 신호를 복원하는 신호 복원부;를 포함하는 것을 특징으로 하는 신호 복원 장치.

청구항 2

제 1항에 있어서,

상기 신호 복원부는 상기 신호 수신부를 통해 수신된 신호에서 상기 추정된 원 스파스 신호를 차감한 결과를 나타내는 잔차(residual)와 상기 측정 행렬의 열 벡터들의 상관치(correlation) 중 크기가 큰 순서대로 상기 복수 개의 서포트를 선택하는 것을 특징으로 하는 신호 복원 장치.

청구항 3

외부 장치로부터 전송되는 신호를 수신하는 단계;

신호 복원에 이용되는 측정 행렬의 열의 인덱스를 나타내는 서포트를 복수 개 선택하는 단계;

상기 선택된 복수 개의 서포트를 서포트 집합에 추가하는 단계;

상기 측정 행렬 및 상기 서포트 집합을 통해 상기 수신된 신호로부터 원 스파스 신호를 추정하는 단계; 및

상기 서포트 선택 단계, 상기 서포트 추가 단계 및 상기 신호 추정 단계를 반복적으로 수행하여 상기 수신된 신호에 대응되는 상기 원 스파스 신호를 복원하는 단계;를 포함하는 것을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

청구항 4

제 3항에 있어서,

상기 서포트 선택 단계에서 상기 수신된 신호에서 상기 추정된 원 스파스 신호를 차감한 결과를 나타내는 잔차와 상기 측정 행렬의 열 벡터들의 상관치 중 크기가 큰 순서대로 상기 복수 개의 서포트를 선택하는 것을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

청구항 5

제 3항 또는 제 4항에 기재된 신호 복원 방법을 컴퓨터에서 실행시키기 위한 프로그램을 기록한 컴퓨터로 읽을 수 있는 기록 매체.

명세서

기술 분야

[0001]

본 발명은 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법에 관한 것으로, 더욱 상세하게는 각 반복(iteration) 과정에서 복수 개의 서포트(support)를 선택하는 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘을 이용하여 원 신호를 복원하는 장치 및 방법에 관한 것이다.

배경 기술

[0002]

나이퀴스트 샘플링(Nyquist sampling) 방법은 현재 대부분의 디지털 장치에서 아날로그 신호를 획득하는 데 사용된다. 이 방법에 의하면 아날로그 신호를 완벽히 복원하기 위해서는 해당 아날로그 신호 주파수 대역폭의 두 배이 이상의 주파수로 샘플링을 하여야 한다. 이 방법은 간결하고 명확하지만, 신호를 완전히 무결하게 복원하

기 위한 충분 조건(sufficient condition)이므로 신호의 특성을 반영하지 못한다.

- [0003] 최근 고화질 영상 처리나 고속 통신 시스템 등에서 확인할 수 있듯이 샘플링하여야 하는 데이터양이 급격히 늘어남에 따라 나이퀴스트 샘플링(Nyquist sampling) 방법의 효율성에 대한 문제점이 지적되고 있다. 이에 따라, 신호를 복원하는 다른 방법에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 신호 복원의 다른 방법의 하나로 압축 센싱(compressive sensing) 방법이 있다. 압축 센싱(compressive sensing) 방법은 복원하고자 하는 신호 벡터에서 0의 개수가 많은 경우 나이퀴스트 샘플링(Nyquist sampling) 방법보다 높은 압축률로 원 신호를 완벽하게 복원할 수 있다. 이와 같은 압축 센싱 방법을 이용한 신호 복원에 대한 활발한 연구가 진행되고 있다.

선행기술문헌

특허문헌

- [0004] (특허문헌 0001) KR 10-0788706 (삼성전자 주식회사, 충북대학교 산학협력단) 2007. 12. 18. 특허문헌 1은 광대역 음성 신호의 부호화/복호화 방법으로서, 특허문헌 1에는 Damping 요소를 첨가한 매칭 퍼슈잇(matching pursuit) 정현파 모델을 이용하여 광대역 음성을 부호화/복호화하는 내용이 개시되어 있다.
- (특허문헌 0002) KR 10-2011-0097304 (충북대학교 산학협력단) 2011. 8. 31. 특허문헌 2는 심음 분석 방법으로서, 특허문헌 2에는 정상 심음의 구성요소 중 적어도 하나의 심음을 매칭 퍼슈잇(matching pursuit) 방식으로 분해하고 이를 특정 주파수 대역으로 재합성하며 재합성된 정보를 이용하여 심음의 정상여부를 판단하는 내용이 개시되어 있다.

발명의 내용

해결하려는 과제

- [0005] 본 발명이 이루고자 하는 기술적 과제는, 각 반복(iteration) 과정에서 복수 개의 서포트(support)를 선택하는 직교 매칭 퍼슈잇(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘을 이용하여 원 신호를 복원하는 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법을 제공하는 데 있다.
- [0006] 본 발명이 이루고자 하는 다른 기술적 과제는, 각 반복(iteration) 과정에서 복수 개의 서포트(support)를 선택하는 직교 매칭 퍼슈잇(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘을 이용하여 원 신호를 복원하는 방법을 컴퓨터에서 실행시키기 위한 프로그램을 기록한 컴퓨터로 읽을 수 있는 매체를 제공하는 데 있다.

과제의 해결 수단

- [0007] 상기의 기술적 과제를 달성하기 위한 본 발명에 따른 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치는, 외부 장치로부터 전송되는 신호를 수신하는 신호 수신부; 및 신호 복원에 이용되는 측정 행렬(sensing matrix)의 열(column)의 인덱스를 나타내는 서포트(support)를 복수 개 선택하여 서포트 집합에 추가하며, 상기 측정 행렬 및 상기 서포트 집합을 통해 상기 신호 수신부를 통해 수신된 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 추정하며, 서포트의 선택, 서포트의 추가 및 신호 추정을 반복적으로 수행하여 상기 신호 수신부를 통해 수신된 신호에 대응되는 상기 원 스파스 신호를 복원하는 신호 복원부;를 포함한다.
- [0008] 상기의 기술적 과제를 달성하기 위한 본 발명에 따른 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 방법은, 외부 장치로부터 전송되는 신호를 수신하는 단계; 신호 복원에 이용되는 측정 행렬의 열의 인덱스를 나타내는 서포트를 복수 개 선택하는 단계; 상기 선택된 복수 개의 서포트를 서포트 집합에 추가하는 단계; 상기 측정 행렬 및 상기 서포트 집합을 통해 상기 수신된 신호로부터 원 스파스 신호를 추정하는 단계; 및 상기 서포트 선택 단계, 상기 서포트 추가 단계 및 상기 신호 추정 단계를 반복적으로 수행하여 상기 수신된 신호에 대응되는 상기 원 스파스 신호를 복원하는 단계;를 포함한다.
- [0009] 상기의 기술적 과제를 달성하기 위한 본 발명에 따른 컴퓨터로 읽을 수 있는 매체는 상기한 방법 중 어느 하나를 컴퓨터에서 실행시키기 위한 프로그램을 기록한다.

발명의 효과

- [0010] 본 발명에 따른 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법에 의하면, 신호 복원 동작 수행 시 복수

개의 서포트(support)를 선택함으로써 신호 복원 성능을 향상시키길 수 있다.

도면의 간단한 설명

[0011] 도 1은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 장치를 설명하기 위한 블록도,
 도 2는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 방법을 설명하기 위한 흐름도, 그리고,
 도 3 및 도 4는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 기법의 성능을 설명하기 위한 그래프이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

[0012] 이하에서 첨부한 도면을 참조하여 본 발명에 따른 압축 센싱 알고리즘을 이용한 신호 복원 장치 및 방법(이하 '신호 복원 장치 및 방법'이라 함)의 바람직한 실시예에 대해 상세하게 설명한다.

[0013] 도 1은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 장치를 설명하기 위한 블록도이다.

[0014] 도 1을 참조하면, 신호 복원 장치(100)는 외부로부터 수신한 신호로부터 수신한 신호에 대응된 원 스파스(sparse) 신호를 복원한다. 이를 위해, 신호 복원 장치(100)는 신호 수신부(110) 및 신호 복원부(130)를 구비한다.

[0015] 신호 수신부(110)는 외부 장치(도시하지 않음)로부터 전송되는 무선 신호를 수신한다. 여기서, 외부 장치가 전송하는 신호 x 는 0이 아닌 원소가 K 개 있는 K -스파스(K -sparse)한 신호 벡터로 이루어진다.

[0016] 신호 복원부(130)는 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘을 이용하여 신호 수신부(110)를 통해 수신한 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 복원한다. 즉, 신호 복원부(130)는 서포트(support) 선택 과정, 서포트(support) 집합 갱신 과정 및 원 신호 추정 과정을 반복적으로 수행하여 신호 수신부(110)를 통해 수신한 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 복원한다.

[0017] 보다 자세하게 살펴보면, 신호 복원부(130)는 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix)의 열(column) 벡터들의 상관치(correlation)의 절대값 중 크기가 큰 순서대로 복수 개의 서포트(support)를 선택한다. 여기서, 서포트(support)는 측정 행렬(sensing matrix)의 열(column) 중에서 K -스파스한 신호 벡터의 0이 아닌 원소와 곱해지는 열의 인덱스를 말한다. 그리고, 잔차(residual)는 관측 신호에서 선택된 서포트(support)로 이루어진 공간에 투사(projection)된 신호를 차감한 결과를 말한다. 신호 복원부(130)는 선택된 복수 개의 서포트(support)를 서포트(support) 집합에 추가한다. 신호 복원부(130)는 측정 행렬(sensing matrix) 및 서포트(support) 집합을 통해 신호 수신부(110)를 통해 수신한 신호로부터 원 신호를 추정한다. 신호 복원부(130)는 이와 같은 동작을 반복적으로 수행하면서 신호 수신부(110)를 통해 수신한 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 복원한다.

[0018] 이하, 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 과정에서 이용되는 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘에 대해 보다 자세하게 설명한다.

[0019] 1. 압축 센싱 방법

[0020] 압축 센싱(compressive sensing) 방법에 의하면, 스파스(sparse) 신호 $x \in R^n$ 와 관측 신호 $y \in R^m$ 는 측정 행렬(sensing matrix) $\Phi \in R^{m \times n}$ 을 매개로 하여 다음의 [수학식 1]과 같은 관계를 가진다.

수학식 1

$$y = \Phi x$$

[0022] 이와 같이, 압축 센싱(compressive sensing) 방법은 $m \ll n$ 인 측정 행렬(sensing matrix) Φ 와 관측 신호

y 로부터 크기가 n 인 스파스(sparse) 신호 벡터 x 를 복원하는 것이다. 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column) 중에서 신호 벡터의 0아닌 원소와 곱해지는 열의 인덱스를 서포트(support)라 한다. 예컨대, x 벡터가 $[1 \ 0 \ 2 \ 0]$ 인 경우 서포트(support) 집합은 $\{1, 3\}$ 이 된다. 서포트(support)를 구하면, 서포트(support)만으로 이루어진 부분 행렬을 이용하여 원 신호 벡터를 구함으로써 [수학식 1]의 해를 구할 수 있다.

[0023] 2. 본 발명에 따른 직교 매칭 퍼스uits 알고리즘

[0024] 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 K -스파스한(신호 벡터 중 K 개의 0아닌 원소가 있는) 신호 벡터를 오류없이 완벽하게 복원할 수 있다. 이때, 측정 행렬(sensing matrix) Φ 는

$\delta_{K+1} < \frac{1}{3\sqrt{K}}$ 를 만족하여야 한다. 여기서, δ_K 는 주어진 K -스파스 신호에 대해서 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 직교성 정도를 나타내는 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP)을 말하며, 다음의 [수학식 2]를 만족하는 가장 작은 상수를 말한다.

수학식 2

$$1 - \delta < \frac{\|\Phi x\|_2}{\|x\|_2} < 1 + \delta$$

[0025]

[0026] 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 그리디(greedy) 알고리즘의 하나로 매 반복(iteration) 과정마다 복수 개의 서포트(support)들을 선택하여 추가하는 동시에 잔차(residual)를 줄여가며 스파스(sparse) 신호 x 를 복원한다.

[0027] 즉, 직교 매칭 퍼스uits 알고리즘은 각 반복(iteration) 과정에서 정합 필터링(matched filtering) 후 획득된 상관치(correlation) 중 크기가 큰 순서대로 선택된 복수 개의 원소의 인덱스를 복수 개의 서포트(support)로 지정한다. 이후, 선택된 서포트(support)들의 부분 공간(subspace)만으로 최소 자승(least squares) 해를 구하여 스파스(sparse) 신호 x 의 추정치를 획득한다. 또한, 선택된 서포트(support)로 이루어지는 공간에 투사(projection)된 신호를 관측 신호로부터 뺀 후 잔차(residual)를 생성한다.

[0028] 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 다음의 [표 1]에서 확인할 수 있듯이 확인(identify) 과정에서 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column) 벡터들의 상관치(correlation)의 절대값 중 크기가 큰 N 개의 서포트(support)를 선택한다.

표 1

[0029]

입력 :	Φ, y, K
출력 :	$\hat{x}$

```

initialize
     $r_0 = y$  및  $T_0 = \Phi$ 

For
     $k \leq \min(K, m/N) \ \& \ \| r_{k-1} \| > \epsilon$ 

    (identify)
    for  $i=1, 2, \dots, N$ 
         $t_i^k = \operatorname{argmax}_{j: j \notin \{t_1^{k-1}, t_2^{k-1}, \dots, t_N^{k-1}\}} | \langle r_{k-1}, \phi_j \rangle |$ 

    (augment)
     $\Lambda^k = \Lambda^{k-1} \cup \{t_1^k, t_2^k, \dots, t_N^k\}$ 

    (estimate)
     $\hat{x} = \operatorname{argmin}_{x: x(\Lambda^k) = \Lambda^k} \| y - \Phi x \|^2$ 

    (update)
     $r_k = y - \Phi \hat{x}$ 
     $k = k + 1$ 

end

```

[0030] 여기서, Φ 는 측정 행렬(sensing matrix)을 나타내고, y 는 수신된 관측 신호를 나타내며, $\hat{x}$ 는 복원된 원스파스(sparse) 신호를 나타내고, r 은 잔차(residual)를 나타내며, t 는 선택된 서포트(support)를 나타내고, Λ 는 서포트 집합을 나타낸다.

[0031] 이와 같이, 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 각 반복(iteration) 과정마다 다수의 서포트(support)를 선택함으로써 더 많은 참 서포트(true support)들을 선택할 수 있어, 반복 횟수를 줄이는 동시에 수행 시간을 단축시킬 수 있다.

[0032] 3. 본 발명에 따른 직교 매칭 퍼스uits 알고리즘의 충분 조건

[0033] 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘이 모든 서포트(support)의 원소를 찾기 위해서는 각 반복 과정마다 N 개의 서포트(support) 중 적어도 하나 이상의 참 서포트(true support)를 포함해야 한다. 즉, 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 각각의 열(column)의 상관치(correlation)로 이루어지는 원소 중 실제 참 서포트(true support)가 최소 N 번째에는 속해야 함을 의미한다.

[0034] 이를 표현하기 위해 S-서포트(S-support) 집합에 대해 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column)들과 관측

신호 $\mathbf{y}$ 와의 상관치(correlation) 중 N 번째로 큰 절대값 $C_S^{(N)}$ 을 다음의 [수학식 3]과 같이 정의한다.

수학식 3

$$C_S^{(N)} = |\langle \Phi_S, \mathbf{y} \rangle|$$

[0035]

T 및 W 가 각각 참 서포트(true support) 집합 및 거짓 서포트(wrong support) 집합이라고 가정하면, [수학식 3]을 이용하면 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column)들과 관측 신호 $\mathbf{y}$ 와의 상관치(correlation)에서 가장 큰 N 개의 값 중 $C_T^{(1)}$ 이 포함되어야 한다. 예컨대, $C_W^{(1)} > C_W^{(2)} > \dots > C_T^{(1)} > \dots > C_W^{(N-1)}$ 인 경우이다. 이와 같은 다양한 경우들은 다음의 [수학식 4]와 같은 조건으로 표현할 수 있다.

수학식 4

$$C_T^{(1)} > C_W^{(N)}$$

[0037]

직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘이 K -스파스한 신호 복원을 하기 위한 충분 조건을 구하기 위해서는 다음의 두 가지 조건을 고려해야 한다. 첫 번째 조건은 초기 반복(initial iteration)에서 관측 신호 $\mathbf{y}$ 와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column)들 간의 상관치(correlation)에서 [수학식 4]를 만족시키는 조건이다. 두 번째 조건은 일반적인 k ($k > 1$) 번째 반복 과정(initial iteration)에서 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 의 열(column)들 간의 상관치(correlation)로부터 얻어지는 [수학식 4]의 조건이다.

[0039]

직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘의 충분 조건을 분석하기에 앞서 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘에 사용되는 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP)의 성질 두 가지를 살펴본다.

[0040]

[성질 1] 측정 행렬(sensing matrix) Φ 가 $K_1 < K_2$ 인 두 실수에 대해 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 조건을 만족하면, 다음의 [수학식 5]와 같은 관계가 성립한다.

수학식 5

$$\delta_{K_1} < \delta_{K_2}$$

[0041]

[성질 2] 교집합이 공집합인(disjoint) 관계에 있는 T 집합 및 W 집합에 대해 $\delta_{|S|+|T|} < 1$ 인

[0042]

경우, 다음의 [수학식 6]과 같은 부등식이 성립한다.

수학식 6

$$\| \Phi_S' \Phi_T u \| \leq \delta_{|S|+|T|} \| u \|_2$$

가. 초기 반복(initial iteration) 과정

초기 반복(initial iteration) 과정의 경우, 관측 신호 y 와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 와의 상관 관계에서 [수학식 4]는 측정 행렬(sensing matrix) Φ 가 다음의 [조건 1]을 만족할 때 성립된다.

[조건 1] 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 K -스파스한 신호 복원을 위해 첫 번째 반복(iteration)에서 N 개의 서포트(support)들을 선택한 경우, 측정 행렬(sensing matrix) Φ 가 다음의 [수학식 7]과 같은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 조건에 만족될 때 선택된 서포트(support)들은 하나 이상의 참 서포트(true support)가 포함됨을 보장한다.

수학식 7

$$\delta_{N+K} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + \sqrt{N}}$$

[수학식 7]을 증명하기 위해 [수학식 4]의 좌변 $C_T^{(1)} = |\langle \Phi_T y \rangle|_\infty$ 는 L^∞ 과 L_2 의 잘 알려진 부등식과 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP)의 성질을 이용하여 다음의 [수학식 8]과 같이 정리된다.

수학식 8

$$C_T^{(1)} \geq \frac{\| x \|_2}{\sqrt{K}} (1 - \delta_K)$$

$$C_W^{(N)} = |\langle \Phi_W y \rangle|^{(N)}$$

[수학식 4]의 우변 $C_W^{(N)}$ 은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP)의 성질을 이용하여 다음의 [수학식 9]와 같이 정리된다.

수학식 9

$$\delta_{K+N} \frac{\| \mathbf{x} \|_2}{\sqrt{N}} \geq C_W^{(N)}$$

[0051]

[0052] [수학식 8]의 우변과 [수학식 9]의 좌변이 다음의 [수학식 10]과 같은 관계가 성립되면 [수학식 4]가 성립함을 알 수 있다.

수학식 10

$$\frac{\| \mathbf{x} \|_2}{\sqrt{K}} (1 - \delta_K) \geq \delta_{K+N} \frac{\| \mathbf{x} \|_2}{\sqrt{N}}$$

[0053]

[0054] [수학식 10]을 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP)의 성질을 이용하여 풀면 위의 [조건 1]을 만족함을 알 수 있다.

[0055] 나. k 번째 반복(iteration) 과정

[0056] k 번째 반복(iteration) 과정의 경우, 첫 번째 반복(initial iteration) 과정에서 사용된 관측 신호 $\mathbf{y}$ 대신 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix) Φ 와의 상관 관계를 이용하여 [수학식 4]가 성립되는 조건을 찾는다.

[0057] k 번째 반복(iteration) 과정의 충분 조건을 찾기 위해 [수학식 3]에서 관측 신호로 사용된 $\mathbf{y}$ 를 k 번째 잔차(residual) $\mathbf{r}_k$ 로 대체하여 k 번째 반복(iteration) 과정에서는 다음의 [수학식 11]과 같은 정의를 사용한다.

수학식 11

$$C_S^{(N)} = |\langle \Phi_S, \mathbf{r}_k \rangle|$$

[0058]

[0059] [수학식 11]의 정의를 사용하여 k 번째 반복(iteration) 과정에서 측정 행렬(sensing matrix) Φ 가 다음의 [조건 2]와 같은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 조건을 만족할 때 [수학식 4]가 성립된다.

[0060] [조건 2] 직교 매칭 퍼suit(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘은 K -스파스한 신호 복원을 위해 각 반복(iteration)에서 N 개의 서포트(support)들을 선택한 경우, 측정 행렬(sensing matrix) Φ 가 다음의 [수학식 12]와 같은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 조건에 만족될 때 완벽한 신호 복원을 보장한다.

수학식 12

$$\delta_{NK} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + 2\sqrt{N}}$$

[0061]

[0062] [수학식 12]를 증명하기 위해 Λ^k 는 k 번째 반복(iteration) 과정 이전에 선택된 서포트(support)들의 집합이라고 정의하고, 이미 선택된 참 서포트(true support)들의 개수를 l 이라고 정의한다. k 번째 반복(iteration) 과정에서는 k 이전의 반복(iteration) 과정들마다 최소 하나의 참 서포트(true support)가 선택되기 때문에 l 은 최소 k 보다 크게 되어 다음의 [수학식 13]과 같은 관계가 성립한다.

수학식 13

$$l = |T \cap \Lambda^k| \geq k$$

[0063]

[0064] [수학식 4]의 좌변 $C_T^{(1)} = |\langle \Phi_T r_k \rangle|_\infty$ 은 놈(norm) 부등식을 이용하여 k 번째 잔차(residual) 크기의 제곱 $\|r_k\|_2^2$ 과 다음의 [수학식 14]와 같은 관계를 가진다.

수학식 14

$$\|r_k\|_2^2 \leq \sqrt{K-l} \|X_{T-\Lambda^k}\|_2 C_T^{(1)}$$

[0065]

[0066] 여기서, $\|r_k\|_2^2$ 는 $r_k = P_{\Lambda^k}^\perp y$ 에서 다음의 [수학식 15]로 정리된다.

수학식 15

$$\|r_k\|_2^2 = \|\Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k}\|_2^2 - \|P_{\Lambda^k} \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k}\|_2^2$$

[0067]

[0068] [수학식 15]에서 첫 번째 항은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질을 이용하여 다음의 [수학식 16]과 같은 부등식으로 정리되고, 두 번째 항은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질을 이용하여 다음의 [수학식 17]과 같은 부등식으로 정리된다.

수학식 16

$$\| \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2^2 \geq (1 - \delta_{K-l}) \| x_{T-\Lambda^k} \|_2^2$$

수학식 17

$$\| P_{\Lambda^k} \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2^2 \leq \frac{\delta_{Nk+K-l}^2 (1 + \delta_{Nk})}{(1 - \delta_{Nk})^2} \| x_{T-\Lambda^k} \|_2^2$$

$$\| r_k \|_2^2 \text{ 을 기준으로 [수학식 14] 내지 [수학식 17]을 정리하면 다음의 [수학식 18]과 같다.}$$

수학식 18

$$C_T^{(1)} \geq \left(1 - \delta_{N-l} - \frac{1 + \delta_{Nk}}{(1 - \delta_{Nk})^2} \delta_{Nk+K-l}^2 \right) \frac{\| x_{T-\Lambda^k} \|_2}{\sqrt{K-l}}$$

$$C_W^{(N)} = |\langle \Phi_W r_k \rangle|^{(N)}$$

[수학식 4]의 우변 $C_W^{(N)}$ 은 놈(norm) 부등식을 이용하면 다음의 [수학식 19]와 같은 관계를 가진다.

수학식 19

$$\| \Phi_W^T r_k \|_2 \geq \sqrt{N} C_W^{(N)}$$

$$\text{여기서, } \| \Phi_W^T r_k \|_2 \text{ 는 다음의 [수학식 20]과 같은 상계(upper bound)를 가진다.}$$

수학식 20

$$\| \Phi_W^T r_k \|_2 \leq \| \Phi_W^T \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2 + \| \Phi_W^T P_{\Lambda^k} \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2$$

[수학식 20]의 첫 번째 항은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질을 이용하여 다음의 [수학식 21]과 같은 부등식으로 정리되고, 두 번째 항은 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질을 이용하여 다음의 [수학식 22]와 같은 부등식으로 정리된다.

수학식 21

[0078]

$$\| \Phi_W^T \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2 \leq \delta_{N+K-l} \| x_{T-\Lambda^k} \|_2$$

수학식 22

[0079]

$$\| \Phi_W^T P_{\Lambda^k} \Phi_{T-\Lambda^k} x_{T-\Lambda^k} \|_2 \leq \frac{\delta_{N+Nk} \delta_{Nk+K-l}}{1 - \delta_{Nk}} \| x_{T-\Lambda^k} \|_2^2$$

[0080]

$\| \Phi_W^T r_k \|_2$ 를 기준으로 [수학식 19] 내지 [수학식 22]를 정리하면 다음의 [수학식 23]과 같다.

수학식 23

[0081]

$$C_W^{(N)} \leq \left(\delta_{N+K-l} + \frac{\delta_{N+Nk} \delta_{Nk+K-l}}{1 - \delta_{Nk}} \right) \frac{\| x_{T-\Lambda^k} \|_2}{\sqrt{N}}$$

[0082]

[수학식 18]과 [수학식 23]의 우변들을 이용하여 다음의 [수학식 24]와 같은 관계가 성립한 경우 [수학식 4]가 성립함을 알 수 있다.

수학식 24

[0083]

$$\begin{aligned} & \left(1 - \delta_{N-l} - \frac{1 + \delta_{Nk}}{(1 - \delta_{Nk})^2} \delta_{Nk+K-l}^2 \right) \frac{\| x_{T-\Lambda^k} \|_2}{\sqrt{K-l}} \\ & \geq \left(\delta_{N+K-l} + \frac{\delta_{N+Nk} \delta_{Nk+K-l}}{1 - \delta_{Nk}} \right) \frac{\| x_{T-\Lambda^k} \|_2}{\sqrt{N}} \end{aligned}$$

[0084]

[수학식 24]의 간결한 표현을 위해, 제한 합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질인 [성질

1]을 이용하면, $N-l < NK$, $Nk+K-l < NK$, $Nk < NK$ 및

$N+Nk < NK$ 는 각각 $\delta_{N-l} < \delta_{NK}$, $\delta_{Nk+K-l} < \delta_{NK}$ 및

$\delta_{Nk} < \delta_{NK}$ 와 같은 부등식이 성립한다. 이러한 부등식들을 이용하여 [수학식 23]을 정리하면 다음의 [수학식 25]와 같다.

수학식 25

$$\delta_{NK} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K-l} + 2\sqrt{N}}$$

식 $l > 1$ 에 의해 위의 [조건 2]는 [수학식 25]의 충분 조건이 된다.

다. 전체 반복(iteration) 과정

직교 매칭 퍼스(orthogonal matching pursuit : OMP) 알고리즘이 완벽한 신호 복원을 하려면 앞서 설명한 첫 번째 반복(iteration) 과정과 k 번째 반복(iteration) 과정의 경우를 모두 만족하여야 한다.

N 과 K 가 1보다 큰 경우, $\frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + \sqrt{N}} > \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + 2\sqrt{N}}$ 이고 $NK > N+K$ 이므로, 제한

합동 변환 특성(restricted isometry property : RIP) 성질인 [성질 1]에 의해 $\delta_{NK} > \delta_{N+K}$ 가

성립한다. 이에 따라, k 번째 반복(iteration) 과정의 조건 $\delta_{NK} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + 2\sqrt{N}}$ 이 성립하면

첫 번째 반복(iteration) 과정의 조건 $\delta_{N+K} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + \sqrt{N}}$ 은 성립하게 되므로, 전체 반복

(iteration) 과정의 충분 조건은 $\delta_{NK} < \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{K} + 2\sqrt{N}}$ 이다.

도 2는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 방법을 설명하기 위한 흐름도이다.

신호 복원 장치(100)는 외부 장치로부터 전송되는 신호를 수신한다(S210). 이후, 신호 복원 장치(100)는 복수 개의 서포트(support)를 선택하고(S220), 선택된 복수 개의 서포트(support)를 서포트(support) 집합에 추가하며(S230), 측정 행렬(sensing matrix) 및 서포트(support) 집합을 통해 수신된 신호로부터 원 스파스(sparse) 신호를 추정한다(S240). 이때, 신호 복원 장치(100)는 수신된 신호에서 추정된 원 스파스(sparse) 신호를 차감한 결과를 나타내는 잔차(residual)와 측정 행렬(sensing matrix)의 열(column) 벡터들의 상관치(correlation) 중 크기가 큰 순서대로 복수 개의 서포트(support)를 선택한다.

신호 복원 장치(100)는 서포트 선택 단계(S220), 서포트 추가 단계(S230) 및 신호 추정 단계(S240)를 반복적으로 수행하여 수신된 신호에 대응되는 원 스파스(sparse) 신호를 복원한다(S250).

도 3 및 도 4는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원 기법의 성능을 설명하기 위한 그래프이다.

본 발명에 따른 신호 복원 기법의 성능을 시험하기 위해, 신호 복원율(frequency of reconstruction)과 복잡도를 L_1 -최소화 기법, 종래의 직교 매칭 퍼스(orthogonal matching pursuit : OMP) 기법, 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스(stage-wise OMP : StOMP) 기법 및 압축 센싱 매칭 퍼스(compressive sampling matching pursuit : CoSaMP) 기법과 비교 실험한다.

- [0095] 측정 행렬(sensing matrix) Φ 는 128x256의 크기를 가지며 각 항들은 가우스 분포를 가진다. 잡음이 없는 환경에서 1000개의 행렬을 사용하고 스파스(sparse) 신호는 0이 아닌 원소를 K 개 가지는 가우스 분포 값으로 구성한다. 본 발명에 따른 신호 복원 과정에서 선택되는 서포트(support)의 크기 N 은 5와 10으로 한다. 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법은 거짓 알람 레이트(false alarm rate : FAR)을 쓰레스홀드(threshold) 방법으로 이용한다.
- [0096] 도 3은 신호 복원율을 실험한 결과를 나타내는 그래프이다. 여기서, 가로 축은 스파시티(sparsity)를 나타내고, 세로 축은 완벽 신호 복원율(frequency of exact reconstruction)을 나타낸다.
- [0097] 또한, 선 ①은 N 이 5인 본 발명에 따른 신호 복원 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내고, 선 ②는 N 이 10인 본 발명에 따른 신호 복원 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내며, 선 ③은 종래의 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내고, 선 ④는 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내며, 선 ⑤는 압축 센싱 매칭 퍼스uits(compressive sampling matching pursuit : CoSaMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내고, 선 ⑥은 L_1 -최소화 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타낸다.
- [0098] 도 3을 참조하면, 종래의 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 기법(선 ③)은 크기가 128인 신호에 대해 스파시티(sparsity)가 약 20(0이 아닌 원소가 약 20개)인 경우까지는 완벽한 복원이 되나, 스파시티(sparsity)가 20을 넘어가면서 복원율이 감소함을 알 수 있다. 또한, 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법(선 ④)은 크기가 128인 신호에 대해 스파시티(sparsity)가 약 33인 경우까지는 완벽한 복원이 가능하고, 압축 센싱 매칭 퍼스uits(compressive sampling matching pursuit : CoSaMP) 기법(선 ⑤)은 크기가 128인 신호에 대해 스파시티(sparsity)가 약 27인 경우까지는 완벽한 복원이 가능함을 알 수 있다.
- [0099] 이에 반면, 본 발명에 따른 신호 복원 기법(선 ① 및 선 ②)은 크기가 128인 신호에 대해 스파시티(sparsity)가 약 39인 경우까지는 완벽한 복원이 가능함을 알 수 있다. 이와 같이, 본 발명은 덜 스파스(sparse)한, 즉 0이 아닌 원소가 많은 경우에도 신호 복원 성능이 높은 것을 확인할 수 있다.
- [0100] 다음으로, 복잡도를 실험하기 위해 각 신호 복원 방법이 종료될 때까지 수행된 반복 횟수의 평균을 측정한다.
- [0101] 도 4는 복잡도를 실험한 결과를 나타내는 그래프이다. 여기서, 가로 축은 스파시티(sparsity)를 나타내고, 세로 축은 평균 반복 횟수를 나타낸다.
- [0102] 또한, 선 ①은 N 이 5인 본 발명에 따른 신호 복원 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내고, 선 ②는 N 이 10인 본 발명에 따른 신호 복원 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내며, 선 ③은 종래의 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내고, 선 ④는 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타내며, 선 ⑤는 압축 센싱 매칭 퍼스uits(compressive sampling matching pursuit : CoSaMP) 기법에 따른 신호 복원의 시험 결과를 나타낸다.
- [0103] 도 4를 참조하면, 본 발명에 따른 신호 복원 기법(선 ① 및 선 ②)은 종래의 직교 매칭 퍼스uits(orthogonal matching pursuit : OMP) 기법(선 ③)에 비해 약 4분의 1의 반복 횟수가 소요됨을 확인할 수 있다. 또한, 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법(선 ④)은 스파시티(sparsity)가 약 40인 경우까지는 본 발명에 따른 신호 복원 기법(선 ① 및 선 ②)과 비슷한 반복 횟수를 가지지만, 스파시티(sparsity)가 약 40보다 큰 경우에는 반복 횟수가 급격히 증가됨을 확인할 수 있다. 특히, 스테이지와이즈 직교 매칭 퍼스uits(stagewise OMP : StOMP) 기법(선 ④)은 스파시티(sparsity)가 50을 넘어가는 경우 발산하는 경향을 보임을 알 수 있다.
- [0104] 또한, 본 발명에 따른 신호 복원 기법(선 ① 및 선 ②)은 각 반복(iteration) 과정에서 선택되는 N 의 크기가 클수록 반복 횟수가 적어짐을 확인할 수 있다. 이와 같이 나타나는 이유는 각 반복(iteration) 과정에서 선택

되는 N 의 크기가 커질수록 참 서포트(true support)들이 많이 포함되기 때문이다.

[0105] 본 발명은 또한 컴퓨터로 읽을 수 있는 기록 매체에 컴퓨터가 읽을 수 있는 코드로서 구현하는 것이 가능하다. 컴퓨터가 읽을 수 있는 기록 매체는 컴퓨터 장치에 의하여 읽혀질 수 있는 데이터가 저장되는 모든 종류의 기록 장치를 포함한다. 컴퓨터가 읽을 수 있는 기록 매체의 예로는 롬(ROM), 램(RAM), CD-ROM, 자기 테이프, 플로피 디스크, 광 데이터 저장장치 등이 있으며, 또한 캐리어 웨이브(인터넷을 통한 전송)의 형태로 구현되는 것도 포함한다. 또한, 컴퓨터가 읽을 수 있는 기록 매체는 유무선 통신망으로 연결된 컴퓨터 장치에 분산되어 분산 방식으로 컴퓨터가 읽을 수 있는 코드가 저장되고 실행될 수 있다.

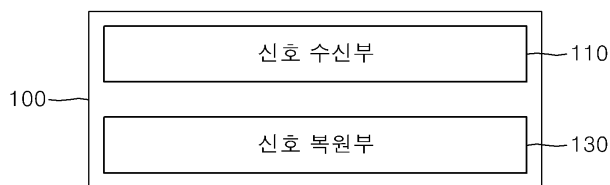
[0106] 이상에서 본 발명의 바람직한 실시예에 대하여 상세하게 설명하였지만 본 발명은 상술한 특정의 바람직한 실시예에 한정되지 아니하며, 다음의 청구범위에서 청구하는 본 발명의 요지를 벗어남이 없이 당해 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자라면 누구든지 다양한 변형 실시가 가능한 것은 물론이고, 그와 같은 변경은 청구범위 기재의 범위 내에 있게 된다.

부호의 설명

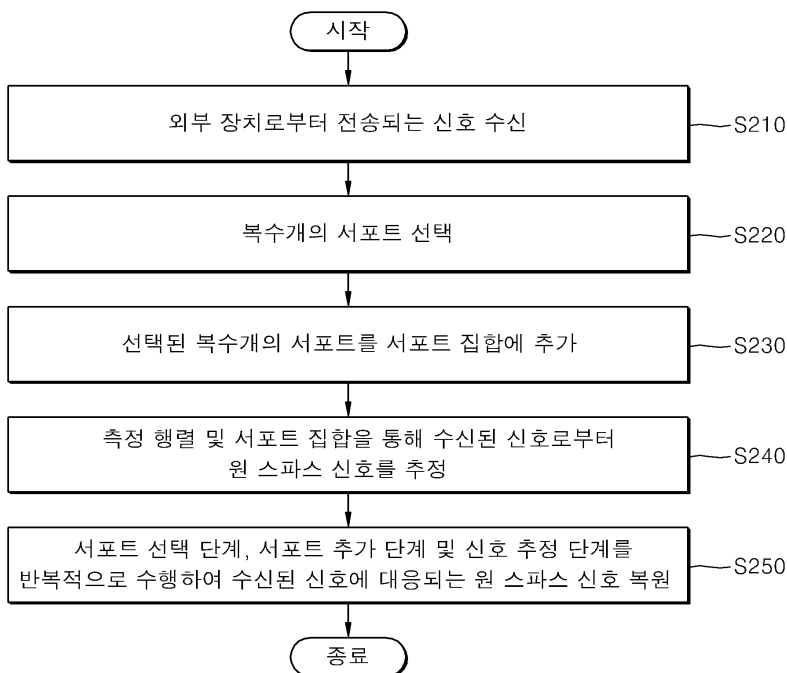
[0107] 100: 신호 복원 장치, 110: 신호 수신부,
130: 신호 복원부

도면

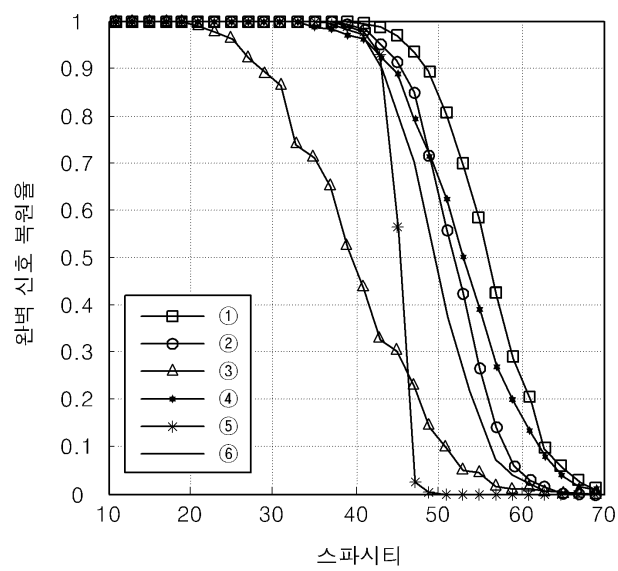
도면1



도면2



도면3



도면4

