(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2025-0104113
(43) 공개일자 2025년07월08일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
*G06N 10/60* (2022.01) *G06N 10/20* (2022.01)
*G06N 10/40* (2022.01) *B82Y 10/00* (2017.01)
(52) CPC특허분류
*G06N 10/60* (2025.05)
*G06N 10/20* (2025.05)
(21) 출원번호 10-2023-0196169
(22) 출원일자 2023년12월29일
심사청구일자 2023년12월29일

(71) 출원인
**고려대학교 산학협력단**
서울특별시 성북구 안암로 145, 고려대학교 (안암동5가)
(72) 발명자
**허준**
서울특별시 강남구 광평로10길 6, 206동 103호(일원동, 한솔마을아파트)
**서영진**
서울특별시 성북구 종암로6길 34, 4층 (종암동)
(74) 대리인
**이대호, 박건홍**

전체 청구항 수 : 총 12 항

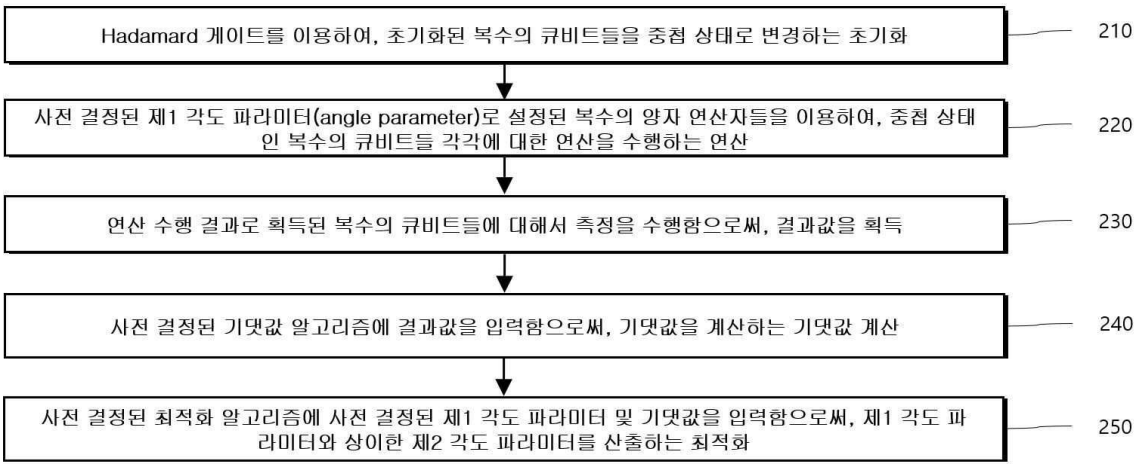
(54) 발명의 명칭 **개선된 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법 및 장치**

## (57) 요 약

본 개시의 일 실시예에 따라, 양자 컴퓨팅 장치의 프로세서에 의해 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법으로서, Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계; 사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태

(뒷면에 계속)

*대 표 도* - 도2



인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-; 연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계; 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계; 및 사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계;를 포함할 수 있다.

(52) CPC특허분류
*G06N 10/40* (2025.05)
*B82Y 10/00* (2013.01)

이 발명을 지원한 국가연구개발사업
과제고유번호 1711196351
과제번호 00242396
부처명 과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명 한국연구재단
연구사업명 STEAM연구
연구과제명 가입자 광통신망 적용을 위한 양자암호 기반 도청방지 기술
기 여 율 50/100
과제수행기관명 고려대학교산학협력단
연구기간 2023.04.01 ~ 2027.12.31
이 발명을 지원한 국가연구개발사업
과제고유번호 1711193089
과제번호 2021-0-01810-003
부처명 과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명 정보통신기획평가원
연구사업명 정보통신방송혁신인재양성
연구과제명 양자세계를 연결하는 초신뢰 양자인터넷 요소 기술 개발
기 여 율 25/100
과제수행기관명 고려대학교산학협력단
연구기간 2021.07.01 ~ 2028.12.31
이 발명을 지원한 국가연구개발사업
과제고유번호 1711195702
과제번호 00225385
부처명 과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명 정보통신기획평가원
연구사업명 SW컴퓨팅산업원천기술개발
연구과제명 NISQ 환경에서 저부하, 고효율 양자 오류 경감 기술 개발 및 응용
기 여 율 25/100
과제수행기관명 서울시립대학교산학협력단
연구기간 2023.04.01 ~ 2026.12.31

# 명 세 서

## 청구범위

### 청구항 1

양자 컴퓨팅 장치의 프로세서에 의해 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법으로서,

Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계;

사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-;

연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계;

사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계; 및

사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계;

를 포함하는,

방법.

### 청구항 2

제 1 항에 있어서,

상기 초기화된 복수의 큐비트들의 개수는 상기 해결하고자 하는 문제의 데이터 크기(data size)에 대응되는,

방법.

### 청구항 3

제 1 항에 있어서,

상기 연산 단계는,

상기 문제의 코스트 함수를 상기 복수의 양자 연산자들로 변형하고, 그리고 상기 복수의 양자 연산자들에 사전 결정된 제1-1 각도 파라미터를 추가함으로써, 상기 복수의 양자 연산자들을 연산하는 문제 해밀토니안(Problem Hamiltonian) 연산 단계;

사전 결정된 제1-2 각도 파라미터를 이용하여, 상기 문제 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 상기 초기화된 복수의 큐비트들의 개수만큼 반복 수행하는 믹싱 해밀토니안(Mixing Hamiltonian) 연산 단계;

사전 결정된 제1-3 각도 파라미터를 이용하여, 사전 결정된 특정 연산자에 대해서 양자 연산을 수행하는 재귀 해밀토니안(Recursion Hamiltonian) 연산 단계; 및

사전 결정된 제1-4 각도 파라미터를 이용하여, 상기 재귀 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 수행하는 재귀 믹싱 해밀토니안(Recursion Mixing Hamiltonian) 연산 단계;

를 포함하는,

방법.

**청구항 4**

제 3 항에 있어서,

상기 재귀 해밀토니안 연산 단계 및 상기 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 단계를 사전 결정된 횟수만큼 반복 수행하는 단계;

를 더 포함하는,

방법.

**청구항 5**

제 1 항에 있어서,

상기 측정 단계 이후, 사전 결정된 반복 횟수만큼 상기 초기화 단계, 상기 연산 단계 및 상기 측정 단계를 반복함으로써, 복수의 결과값들을 획득하는 단계;

를 더 포함하고,

상기 기댓값 계산 단계는,

상기 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 복수의 결과값들을 입력함으로써, 상기 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계;

를 포함하는,

방법.

**청구항 6**

제 1 항에 있어서,

사전 결정된 기댓값 알고리즘은,

양자 상태에 대한 각도 파라미터의 기댓값을 산출하는,

방법.

**청구항 7**

제 1 항에 있어서,

사전 결정된 최적화 알고리즘은,

상기 문제의 코스트 함수의 기댓값을 최대화하는 각도를 산출하는,

방법.

**청구항 8**

제 1 항에 있어서,

사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘을 이용하여, 상기 문제에 사전 할당된 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 하나의 양자 연산자 인덱스를 결정하는 단계;

를 더 포함하는,

방법.

**청구항 9**

제 8 항에 있어서,

상기 사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘은,

상기 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 최종 코스트(cost) 기댓값의 증가량이 가장 큰 양자 연산자 인덱스를 선택하는,

방법.

**청구항 10**

제 1 항에 있어서,

상기 최적화 단계 이후, 최적화의 완료 여부를 판단하는 사전 결정된 기준에 기초하여 최적화의 완료 여부를 결정하는 단계; 및

상기 최적화가 완료되지 않은 것으로 결정된 경우, 상기 제1 각도 파라미터 대신 상기 제2 각도 파라미터를 이용하여, 상기 초기화 단계, 상기 연산 단계, 상기 측정 단계, 상기 기댓값 계산 단계 및 상기 최적화 단계를 반복 수행하는 단계;

를 더 포함하는,

방법.

**청구항 11**

컴퓨터 판독가능 저장 매체에 저장된 컴퓨터 프로그램으로서, 상기 컴퓨터 프로그램은 양자 컴퓨팅 장치의 프로세서로 하여금 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법을 수행하도록 하며, 상기 방법은:

Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계;

사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-;

연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계;

사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계; 및

사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계;

를 포함하는,

컴퓨터 판독가능 저장 매체에 저장된 컴퓨터 프로그램.

**청구항 12**

양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 양자 컴퓨팅 장치에 있어서,

프로세서; 및

메모리;

를 포함하고,

상기 프로세서는:

Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 동작;

사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 동작 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-;

연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 동작;

사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 동작; 및

사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 동작;

을 수행하는,

양자 컴퓨팅 장치.

## 발명의 설명

### 기 술 분 야

[0001] 본 개시는 양자 근사 최적화 기술에 관한 것으로, 보다 구체적으로, 개선된 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법 및 장치에 관한 것이다.

### 배 경 기 술

[0002] 양자 컴퓨팅 장치는 양자 얽힘(quantum entanglement), 양자 중첩(quantum superposition) 등의 양자역학과 관련된 현상을 이용하여 데이터를 처리하는 컴퓨팅 장치일 수 있다. 양자 얽힘은 둘 이상의 상태가 양자적으로 서로 연결되어 있어, 각각의 상태로 따로 다룰 수 없는 상태를 의미할 수 있다. 양자 중첩은 양자 상태를 측정하기 전에 측정에 의한 여려 결과 상태가 확률적으로 동시에 존재하는 것을 의미할 수 있다. 양자 컴퓨팅 장치는 양자역학과 관련된 현상을 이용하여 데이터를 처리하기 위한 정보의 기본 단위로 큐비트(qubit)를 사용할 수 있다.

[0003] 큐비트는 양자 중첩 상태를 이용하여 여러 비트에 대응되는 값을 동시에 표현이 가능할 수 있다. 예를 들어, 큐비트는 '20%의 확률로 0, 80%의 확률로 1'과 같이 각각의 값들을 확률로 표현할 수 있다. 큐비트는 관측될 때 양자 중첩 상태가 풀리면서 하나의 상태로 결정될 수 있다.

[0004] 양자 알고리즘은 양자 컴퓨팅을 수행하는 방법을 일컬으며, 구체적인 양자 회로 구성 방법을 포함할 수 있다.

[0005] 양자 알고리즘 중 근사 최적화 솔루션을 찾아내는 알고리즘으로 E. Farhi 등이 처음 제안한 Quantum Approximate Optimization Algorithm(이하 "QAOA"라 칭하겠다.)이 있다.

[0006] QAOA는 양자 상태의 양자적 특성과 고전 컴퓨팅에서의 최적화 알고리즘을 통해 근사 최적화 솔루션을 찾아낼 수 있다. QAOA는 양자 회로 구성 방식이 간단하여 이점을 갖는 방법이다.

[0007] QAOA가 갖는 간단한 양자 회로 구성 이점은 Noisy Intermediate-Scale Quantum(이하 “NISQ"라 칭하겠다.) 시대의 양자 컴퓨터 연산에서 중요한 부분일 수 있다. NISQ 시대는 양자 컴퓨터가 완전한 발전을 이루지 못하여, noise를 온전히 수정하지 못하고 연산할 수 있는 큐비트의 수가 한정적인 양자 컴퓨터를 사용하는 시대를 의미할 수 있다.

[0008] QAOA는 양자 회로의 깊이가 작은 양자 알고리즘이지만, 높은 성능의 결과를 얻기 위해선 QAOA의 반복 단계에서 반복 횟수를 증가시켜야 하므로, 효율이 떨어질 수 있다. 따라서, 이를 해결하기 위한 연구가 지속되고 있다.

### 선행기술문헌

## 특허문헌

[0009] (특허문헌 0001) 미국 공개특허 17/916873(2023.07.06. 공개)

## 발명의 내용

### 해결하려는 과제

[0010] 본 개시는 전술한 배경기술에 대응하여 안출된 것으로, 개선된 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법 및 장치를 제공하고자 한다.

[0011] 본 개시의 기술적 과제들은 이상에서 언급한 기술적 과제로 제한되지 않으며, 언급되지 않은 또 다른 기술적 과제들은 아래의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

### 과제의 해결 수단

[0012] 전술한 바와 같은 과제를 해결하기 위한 본 개시의 일 실시예에 따라, 양자 컴퓨팅 장치의 프로세서에 의해 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법으로서, Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계; 사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-; 연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계; 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계; 및 사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계;를 포함할 수 있다.

[0013] 대안적으로, 상기 초기화된 복수의 큐비트들의 개수는 상기 해결하고자 하는 문제의 데이터 크기(data size)에 대응될 수 있다.

[0014] 대안적으로, 상기 연산 단계는, 상기 문제의 코스트 함수를 상기 복수의 양자 연산자들로 변형하고, 그리고 상기 복수의 양자 연산자들에 사전 결정된 제1-1 각도 파라미터를 추가함으로써, 상기 복수의 양자 연산자들을 연산하는 문제 해밀토니안(Problem Hamiltonian) 연산 단계; 사전 결정된 제1-2 각도 파라미터를 이용하여, 상기 문제 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 상기 초기화된 복수의 큐비트들의 개수만큼 반복 수행하는 믹싱 해밀토니안(Mixing Hamiltonian) 연산 단계; 사전 결정된 제1-3 각도 파라미터를 이용하여, 사전 결정된 특정 연산자에 대해서 양자 연산을 수행하는 재귀 해밀토니안(Recursion Hamiltonian) 연산 단계; 및 사전 결정된 제1-4 각도 파라미터를 이용하여, 상기 재귀 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 수행하는 재귀 믹싱 해밀토니안(Recursion Mixing Hamiltonian) 연산 단계;를 포함할 수 있다.

[0015] 대안적으로, 재귀 해밀토니안 연산 단계 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 단계를 사전 결정된 횟수만큼 반복 수행하는 단계;를 더 포함할 수 있다.

[0016] 대안적으로, 상기 측정 단계 이후, 사전 결정된 반복 횟수만큼 상기 초기화 단계, 상기 연산 단계 및 상기 측정 단계를 반복함으로써, 복수의 결과값들을 획득하는 단계;를 더 포함하고, 상기 기댓값 계산 단계는, 상기 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 복수의 결과값들을 입력함으로써, 상기 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계;를 포함할 수 있다.

[0017] 대안적으로, 사전 결정된 기댓값 알고리즘은, 양자 상태에 대한 각도 파라미터의 기댓값을 산출할 수 있다.

[0018] 대안적으로, 사전 결정된 최적화 알고리즘은, 상기 문제의 코스트 함수의 기댓값을 최대화하는 각도를 산출할 수 있다.

[0019] 대안적으로, 사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘을 이용하여, 상기 문제에 사전 할당된 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 하나의 양자 연산자 인덱스를 결정하는 단계;를 더 포함할 수 있다.

[0020] 대안적으로, 상기 사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘은, 상기 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 최종 코스트(cost) 기댓값의 증가량이 가장 큰 양자 연산자 인덱스를 선택할 수 있다.

[0021] 대안적으로, 상기 최적화 단계 이후, 최적화의 완료 여부를 판단하는 사전 결정된 기준에 기초하여 최적화의 완료 여부를 결정하는 단계; 및 상기 최적화가 완료되지 않은 것으로 결정된 경우, 상기 제1 각도 파라미터 대신 상기 제2 각도 파라미터를 이용하여, 상기 초기화 단계, 상기 연산 단계, 상기 측정 단계, 상기 기댓값 계산 단계 및 상기 최적화 단계를 반복 수행하는 단계;를 더 포함할 수 있다.

[0022] 전술한 바와 같은 과제를 해결하기 위한 본 개시의 일 실시예에 따른 컴퓨터 판독가능 저장 매체에 저장된 컴퓨터 프로그램으로서, 상기 컴퓨터 프로그램은 양자 컴퓨팅 장치의 프로세서로 하여금 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법을 수행하도록 하며, 상기 방법은: Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계; 사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-; 연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계; 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계; 및 사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계;를 포함할 수 있다.

[0023] 전술한 바와 같은 과제를 해결하기 위한 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 양자 컴퓨팅 장치에 있어서, 프로세서; 및 메모리;를 포함하고, 상기 프로세서는: Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 동작; 사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 동작 -상기 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응됨-; 연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 동작; 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 상기 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 동작; 및 사전 결정된 최적화 알고리즘에 상기 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 상기 기댓값을 입력함으로써, 상기 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 동작;을 수행할 수 있다.

## *발명의 효과*

[0024] 본 개시는 QAOA의 반복 단계에서 적용되는 문제 해밀토니안(Problem Hamiltonian)과 믹싱 해밀토니안(Mixing Hamiltonian)을 변형함으로써, 종래의 QAOA의 반복 단계에서 적용되는 문제 해밀토니안과 믹싱 해밀토니안보다 연산 수가 적어 회로의 깊이가 작아지는 효과가 있다.

[0025] 본 개시는 연산 수와 회로의 깊이를 작게 하는 효과와 더불어, QAOA의 높은 단계와 비슷한 성능을 갖는 효과를 가질 수 있다.

[0026] 본 개시는 NISQ 시대에 더 적합한 양자 알고리즘을 사용할 수 있다.

[0027] 본 개시에서 얻을 수 있는 효과는 이상에서 언급한 효과로 제한되지 않으며, 언급하지 않은 또 다른 효과들은 아래의 기재로부터 본 개시가 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

## *도면의 간단한 설명*

[0028] 다양한 양상들이 이제 도면들을 참조로 기재되며, 여기서 유사한 참조 번호들은 총괄적으로 유사한 구성요소들을 지칭하는데 이용된다. 이하의 실시예에서, 설명 목적을 위해, 다수의 특정 세부사항들이 하나 이상의 양상들의 총체적 이해를 제공하기 위해 제시된다. 그러나, 그러한 양상(들)이 이러한 구체적인 세부사항들 없이 실시될 수 있음은 명백할 것이다.

도 1은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 양자 컴퓨팅 장치의 블록 구성도이다.

도 2는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법을 나타낸 도면이다.

도 3은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 초기화 단계를 설명하기 위한 도면이다.

도 4는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 연산 단계를 설명하기 위한 도면이다.

도 5는 4개의 노드, 5개의 엣지를 갖는 그래프를 나타낸 도면이다.

도 6은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 도 5의 그래프에 대한 1레벨 QAOA 양자 회로를 나타낸 도면이다.

도 7은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 도 5의 그래프에 대해서 Problem Hamiltonian, Mixing Hamiltonian 연산을 수행하고 특정 엣지 (1,2)와 (2,4)를 선택하여 추가 연산을 수행한 회로도를 나타낸 도면이다.

도 8은 랜덤 그래프에 대해 기존 1, 2-level QAOA 기법과 본 개시의 일 실시예에 따른 컴퓨팅 장치에 의해 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 기법을 시뮬레이션한 결과 그래프이다.

도 9는 본 개시의 내용의 실시예들이 구현될 수 있는 예시적인 컴퓨팅 환경에 대한 일반적인 개략도이다.

## *발명을 실시하기 위한 구체적인 내용*

[0029] 다양한 실시예들이 이제 도면을 참조하여 설명된다. 본 명세서에서, 다양한 설명들이 본 개시의 이해를 제공하기 위해서 제시된다. 그러나, 이러한 실시예들은 이러한 구체적인 설명 없이도 실행될 수 있음이 명백하다.

[0030] 본 명세서에서 사용되는 용어 "컴포넌트", "모듈", "시스템" 등은 컴퓨터-관련 엔티티, 하드웨어, 펌웨어, 소프트웨어, 소프트웨어 및 하드웨어의 조합, 또는 소프트웨어의 실행을 지칭한다. 예를 들어, 컴포넌트는 프로세서 상에서 실행되는 처리과정(procedure), 프로세서, 객체, 실행 스레드, 프로그램, 및/또는 컴퓨터일 수 있지만, 이들로 제한되는 것은 아니다. 예를 들어, 컴퓨팅 장치에서 실행되는 애플리케이션 및 컴퓨팅 장치 모두 컴포넌트일 수 있다. 하나 이상의 컴포넌트는 프로세서 및/또는 실행 스레드 내에 상주할 수 있다. 일 컴포넌트는 하나의 컴퓨터 내에 로컬화 될 수 있다. 일 컴포넌트는 2개 이상의 컴퓨터들 사이에 분배될 수 있다. 또한, 이러한 컴포넌트들은 그 내부에 저장된 다양한 데이터 구조들을 갖는 다양한 컴퓨터 판독가능한 매체로부터 실행할 수 있다. 컴포넌트들은 예를 들어 하나 이상의 데이터 패킷들을 갖는 신호(예를 들면, 로컬 시스템, 분산 시스템에서 다른 컴포넌트와 상호작용하는 하나의 컴포넌트로부터의 데이터 및/또는 신호를 통해 다른 시스템과 인터넷과 같은 네트워크를 통해 전송되는 데이터)에 따라 로컬 및/또는 원격 처리들을 통해 통신할 수 있다.

[0031] 더불어, 용어 "또는"은 배타적 "또는"이 아니라 내포적 "또는"을 의미하는 것으로 의도된다. 즉, 달리 특정되지 않거나 문맥상 명확하지 않은 경우에, "X는 A 또는 B를 이용한다"는 자연적인 내포적 치환 중 하나를 의미하는 것으로 의도된다. 즉, X가 A를 이용하거나; X가 B를 이용하거나; 또는 X가 A 및 B 모두를 이용하는 경우, "X는 A 또는 B를 이용한다"가 이들 경우들 어느 것으로도 적용될 수 있다. 또한, 본 명세서에 사용된 "및/또는"이라는 용어는 열거된 관련 아이템들 중 하나 이상의 아이템의 가능한 모든 조합을 지칭하고 포함하는 것으로 이해되어야 한다.

[0032] 또한, "포함한다" 및/또는 "포함하는"이라는 용어는, 해당 특징 및/또는 구성요소가 존재함을 의미하는 것으로 이해되어야 한다. 다만, "포함한다" 및/또는 "포함하는"이라는 용어는, 하나 이상의 다른 특징, 구성요소 및/또는 이들의 그룹의 존재 또는 추가를 배제하지 않는 것으로 이해되어야 한다. 또한, 달리 특정되지 않거나 단수 형태를 지시하는 것으로 문맥상 명확하지 않은 경우에, 본 명세서와 청구범위에서 단수는 일반적으로 "하나 또는 그 이상"을 의미하는 것으로 해석되어야 한다.

[0033] 그리고, "A 또는 B 중 적어도 하나"이라는 용어는, "A만을 포함하는 경우", "B 만을 포함하는 경우", "A와 B의 구성으로 조합된 경우"를 의미하는 것으로 해석되어야 한다.

[0034] 당업자들은 추가적으로 여기서 개시된 실시예들과 관련되어 설명된 다양한 예시적 논리적 블록들, 구성들, 모듈들, 회로들, 수단들, 로직들, 및 알고리즘 단계들이 전자 하드웨어, 컴퓨터 소프트웨어, 또는 양쪽 모두의 조합들로 구현될 수 있음을 인식해야 한다. 하드웨어 및 소프트웨어의 상호교환성을 명백하게 예시하기 위해, 다양한 예시적 컴포넌트들, 블록들, 구성들, 수단들, 로직들, 모듈들, 회로들, 및 단계들은 그들의 기능성 측면에서 일반적으로 위에서 설명되었다. 그러한 기능성이 하드웨어로 또는 소프트웨어로서 구현되는지 여부는 전반적인 시스템에 부과된 특정 어플리케이션(application) 및 설계 제한들에 달려 있다. 숙련된 기술자들은 각각의 특정 어플리케이션들을 위해 다양한 방법들로 설명된 기능성을 구현할 수 있다. 다만, 그러한 구현의 결정들이 본 개시내용의 영역을 벗어나게 하는 것으로 해석되어서는 안 된다.

[0035] 제시된 실시예들에 대한 설명은 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자가 본 발명을 이용하거나 또는 실시할 수 있도록 제공된다. 이러한 실시예들에 대한 다양한 변형들은 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 명백할 것이다. 여기에 정의된 일반적인 원리들은 본 개시의 범위를 벗어남이 없이 다른 실시예들에 적용될 수 있다. 그리하여, 본 발명은 여기에 제시된 실시예 들로 한정되는 것이 아니다. 본 발명은 여기에 제시된 원리들 및 신규한 특징들과 일관되는 최광의의 범위에서 해석되어야 할 것이다.

[0036] 본 개시에서 제 1, 제 2, 또는 제 3 과 같이 제 N으로 표현되는 용어들은 적어도 하나의 엔티티들을 구분하기 위해 사용된다. 예를 들어, 제 1 과 제 2로 표현된 엔티티들은 서로 동일하거나 또는 상이할 수 있다.

[0037] 그리고, 본 개시에서 "A, B 등"과 같이 "~ 등"이라는 용어는, "A만을 포함하는 경우", "B 만을 포함하는 경우", "A와 B의 구성으로 조합된 경우"를 의미하는 것으로 해석되어야 한다.

[0039] 도 1은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 양자 컴퓨팅 장치의 블록 구성도이다.

[0040] 도 1에 도시된 양자 컴퓨팅 장치의 구성은 간략화 하여 나타낸 예시일 뿐이다. 본 개시의 일 실시예에서 양자 컴퓨팅 장치는 논리적 연산을 제공하기 위한 다른 구성들이 포함될 수 있고, 개시된 구성들 중 일부만이 양자 컴퓨팅 장치를 구성할 수도 있다.

[0041] 도 1을 참조하면, 양자 컴퓨팅 장치(100)는 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 할 수 있다. 일 실시예에서, 양자 컴퓨팅 장치(100)는 큐비트를 이용하는 장치일 수 있다. 다른 일 실시예에서, 양자 컴퓨팅 장치(100)는 큐비트 뿐만 아니라 비트를 처리하는 고전 컴퓨팅 장치를 포함할 수 있다. 따라서, 양자 컴퓨팅 장치(100)는 큐비트를 처리하는 양자 컴퓨터와 비트를 처리하는 고전 컴퓨터를 모두 포함하는 장치로, 큐비트와 비트 둘 다 처리가 가능한 장치일 수 있다.

[0042] 양자 컴퓨팅 장치(100)는 프로세서(110), 메모리(130), 네트워크부(150)를 포함할 수 있다. 프로세서(110)는 하나 이상의 코어로 구성될 수 있으며, 컴퓨팅 장치의 중앙 처리 장치(CPU: central processing unit), 범용 그래픽 처리 장치 (GPGPU: general purpose graphics processing unit), 텐서 처리 장치(TPU: tensor processing unit) 등의 데이터 분석, 양자 처리를 위한 프로세서를 포함할 수 있다. 프로세서(110)는 통상적으로 양자 컴퓨팅 장치(100)의 전반적인 동작을 제어할 수 있다. 예를 들어, 프로세서(110)는 양자 컴퓨팅 장치(100)에 포함된 구성요소들을 통해 입력 또는 출력되는 신호, 데이터 정보 등을 처리할 수 있다. 다른 예를 들어, 프로세서(110)는 메모리(130)에 저장된 컴퓨터 프로그램을 판독하여 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 처리를 수행할 수 있다. 프로세서(110)는 양자 중첩의 지수적인 정보 표현, 양자 얽힘을 이용한 병렬 연산과 같은 양자 역학적인 물리현상을 활용하여 계산을 수행할 수 있다.

[0043] 본 개시의 몇몇 실시예에 따르면, 메모리(130)는 프로세서(110)가 생성하거나 결정한 임의의 형태의 정보 및 네트워크부(150)가 수신한 임의의 형태의 정보를 저장할 수 있다.

[0044] 본 개시의 몇몇 실시예에 따르면, 메모리(130)는 플래시 메모리 타입(flash memory type), 하드디스크 타입(hard disk type), 멀티미디어 카드 마이크로 타입(multimedia card micro type), 카드 타입의 메모리(예를 들어 SD 또는 XD 메모리 등), 램(Random Access Memory, RAM), SRAM(Static Random Access Memory), 롬(ReadOnly Memory, ROM), EEPROM(Electrically Erasable Programmable Read-Only Memory), PROM(Programmable Read-Only Memory), 자기 메모리, 자기 디스크, 광디스크 중 적어도 하나의 타입의 저장매체를 포함할 수 있다. 양자 컴퓨팅 장치(100)는 인터넷(internet) 상에서 상기 메모리(130)의 저장 기능을 수행하는 웹 스토리지(web storage)와 관련되어 동작할 수도 있다. 전술한 메모리에 대한 기재는 예시일 뿐, 본 개시는 이에 제한되지 않는다. 본 개시의 몇몇 실시예에 따른 네트워크부(150)는 임의의 형태의 데이터 및 신호 등을 송수신할 수 있는 임의의 유무선 통신 네트워크를 포함할 수 있다. 본 명세서에서 설명된 기술들은 위에서 언급된 네트워크들뿐만 아니라, 다른 네트워크들에서도 사용될 수 있다.

[0046] 도 2는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는 양자 근사 최적화 알고리즘을 구현하기 위한 방법을 나타낸 도면이다.

[0047] 도 2에 도시되는 단계들은 예시적인 단계들이다. 따라서, 본 개시 내용의 사상 범위를 벗어나지 않는 한도에서

도 2의 단계들 중 일부가 생략되거나 추가적인 단계들이 존재할 수 있다는 점 또한 당업자에게 명백할 것이다.

[0048] 또한, 도 2에 기재된 구성들(예를 들어, 양자 컴퓨팅 장치(100) 등)에 관한 구체적인 내용은 앞서 도 1을 통해 설명한 내용으로 대체될 수 있다.

[0049] 추가적인 실시예에서, 도 2에서 도시되는 단계들 중 일부는 양자 컴퓨팅 장치(100)에서 수행되고 다른 일부는 양자 컴퓨팅 장치(100)와 상이한 별도의 고전 컴퓨팅 장치에서 수행되는 방식과 같이 도 2에서의 단계들은 복수의 엔티티들에 의해 구현될 수도 있다.

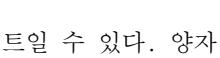
[0050] 본 개시에서 양자 회로는 적어도 하나의 큐비트, 적어도 하나의 큐비트에 작용하는 적어도 하나의 양자 게이트 및/또는 측정(measurement)을 포함할 수 있다.

[0051] 본 개시에서 큐비트(예를 들어, 물리적 큐비트, 논리적 큐비트 등)는 양자역학과 관련된 현상을 이용하여 데이터를 처리하기 위한 정보의 기본 단위일 수 있다. 큐비트는 양자 중첩 상태를 이용하여 여러 비트에 대응되는 값을 동시에 표현할 수 있다. 예를 들어, 큐비트는 '20%의 확률로 0, 80%의 확률로 1'과 같이 각각의 값들을 확률로 표현할 수 있다. 큐비트는 측정(관측)될 때 양자 중첩(얽힘) 상태가 풀리면서 하나의 상태로 결정될 수 있다. 예를 들어, 큐비트는 $|0\rangle$ 또는 $|1\rangle$의 상태를 나타내는 기저 상태에서 시작하여, 양자 게이트에 의해 상태가 변화될 수 있다. 그리고, 큐비트는 측정(관측)될 때 $|0\rangle$ 또는 $|1\rangle$의 상태로 결정될 수 있다. 큐비트는 2차원 벡터로 표현될 수 있다.

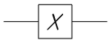
[0052] 본 개시에서 양자 컴퓨팅 장치(100)는 다양한 방법(예를 들어, 양자 게이트를 사용 등)을 이용하여 큐비트를 초기화 하거나 또는 큐비트를 특정 상태로 준비시킬 수 있다.

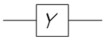
[0053] 본 개시에서 적어도 하나의 양자 게이트는 양자 컴퓨터에서 큐비트에 적용되는 연산을 나타내는 요소일 수 있다. 적어도 하나의 양자 게이트는 큐비트의 양자 상태를 변환할 수 있다.

[0054] 적어도 하나의 양자 게이트는 복소수 벡터들에 대한 행렬 곱셈을 통해 연산이 이루어질 수 있다. 적어도 하나의 양자 게이트는 Hadamard 게이트, Pauli 게이트, Phase shift 게이트(예를 들어, S 게이트, T 게이트 등), CNOT 게이트 등을 포함할 수 있다.

[0055] Hadamard 게이트는 $|0\rangle$ 또는 $|1\rangle$의 상태를 띄고 있는 큐비트의 상태를 $|0\rangle$과 $|1\rangle$이 동시에 존재하는 중첩 상태로 만들어주는 게이트일 수 있다. 양자 회로에서 Hadamard 게이트의 논리 기호는 일 수 있다. Hadamard 게이트의 행렬식은 $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$일 수 있다. Hadamard 연산(H)은 X 기저(basis)를 Z 기저로 바꿔주는 연산일 수 있다. 또한, Hadamard 연산(H)은 Z 기저(basis)를 X 기저로 바꿔주는 연산일 수 있다.

[0056] Pauli 게이트는 Pauli-X 게이트, Pauli-Y 게이트, Pauli-Z 게이트를 포함할 수 있다.

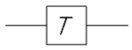
[0057] Pauli-X 게이트는 큐비트의 상태를 X축을 중심으로 회전시키는 게이트일 수 있다. Pauli-X 게이트는 큐비트의 상태를 반전시키는 연산을 수행할 수 있다. Pauli-X 게이트는 NOT 게이트에 대응될 수 있다. 양자 회로에서 Pauli-X 게이트의 논리 기호는 일 수 있다. Pauli-X 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$일 수 있다.

[0058] Pauli-Y 게이트는 큐비트의 상태를 Y축을 중심으로 회전시키는 게이트일 수 있다. Pauli-Y 게이트는 큐비트의 상태를 반전하고, 복소수 계수에 음의 부호를 부여하는 연산을 수행할 수 있다. 양자 회로에서 Pauli-Y 게이트의 논리 기호는  일 수 있다. Pauli-Y 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}$일 수 있다. $i$는 허수 단위일 수 있다.

[0059] Pauli-Z 게이트는 큐비트의 상태를 Z축을 중심으로 회전시키는 게이트일 수 있다. Pauli-Z 게이트는 큐비트의 상태에 대해 상태의 부호를 변경하는 연산을 수행할 수 있다. 양자 회로에서 Pauli-Z 게이트의 논리 기호는 일 수 있다. Pauli-Z 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$일 수 있다.

[0060] Phase shift 게이트는 큐비트의 위상(phase)을 변경해주는 게이트일 수 있다. Phase shift 게이트는 S 게이트, T 게이트 등을 포함할 수 있다.

[0061] S 게이트는 큐비트에 90도의 위상 변화를 주는 연산을 수행하는 게이트일 수 있다. 양자 회로에서 S 게이트의 논리 기호는  일 수 있다. S 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & i\end{bmatrix}$일 수 있다. i는 허수 단위일 수 있다.

[0062] T 게이트는 큐비트에 45도의 위상 변화를 주는 연산을 수행하는 게이트일 수 있다. 양자 회로에서 T 게이트의 논리 기호는  일 수 있다. T 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & e^{i\pi/4}\end{bmatrix}$일 수 있다. i는 허수 단위일 수 있다. $e^{i\pi/4}$는 오일러의 공식(Euler's formula)에 따라 계산되는 복소수로, 복소수 평면 상에서 45도 각도에 해당하는 복소수일 수 있다.

[0063] CNOT 게이트는 2개의 큐비트를 얽힘 상태로 만드는 게이트일 수 있다.

[0064] CNOT 게이트는 첫 번째 큐비트(제어 큐비트(control qubit))가 $|1\rangle$인 경우, 두 번째 큐비트(타겟 큐비트(target qubit))에 NOT 게이트 연산을 수행하는 게이트일 수 있다. 양자 회로에서 CNOT 게이트의 논리 기호는  일 수 있다. ●는 제어 큐비트, ⊕는 타겟 큐비트일 수 있다. CNOT 게이트의 행렬식은 $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$일 수 있다.

[0065] 측정은 큐비트의 상태를 기저 상태 중 하나로 분리하고, 분리된 상태를 통해 측정 결과를 획득하는 과정일 수 있다. 예를 들어, 프로세서(110)는 양자 회로에서 X 또는 Z 기저 상태에서 큐비트의 상태에 대한 측정을 수행함으로써, $|0\rangle$ 또는 $|1\rangle$의 상태를 획득할 수 있다. 프로세서(110)는 측정된 큐비트의 상태가 $|0\rangle$의 상태인 경우, 고전 비트로 해당 상태를 0으로 결정할 수 있다. 프로세서(110)는 측정된 큐비트의 상태가 $|1\rangle$의 상태인 경우, 고전 비트로 해당 상태를 1로 결정할 수 있다. 양자 회로에서 측정의 기호는  일 수 있다.

[0066] 본 개시에서 Quantum Approximate Optimization Algorithm(QAOA)과 관련된 구체적인 방법론들, 정의에 대해서는 논문(Farhi, E., Goldstone, J., Gutmann, S., "A Quantum Approximate Optimization Algorithm,"arXiv:1411.4028, (2014))에 기재되어 있으며, 상기 논문은 본 특허 출원에 참조로 통합된다.

[0067] 본 개시에서 MAX-CUT 문제는 그래프가 주어졌을 때 엣지를 컷(cut)하는 최대 개수의 경우를 찾아내는 문제일 수 있다. 즉, 그래프에 존재하는 노드를 두 그룹으로 나누었을 때 서로 다른 그룹에 있는 엣지(edge)로 연결된 노드의 경우의 수가 최대가 되도록 하는 그룹의 경우를 찾는 문제일 수 있다.

[0068] 본 개시의 일 실시예에 따르면, 양자 컴퓨팅 장치(100)의 프로세서(110)는 Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화 단계(210)를 수행할 수 있다.

[0069] 초기화된 복수의 큐비트들의 개수는 해결하고자 하는 문제의 데이터 크기(data size)에 대응될 수 있다.

[0070] 일 실시예에서, 프로세서(110)는 사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산 단계(220)를 수행할 수 있다.

[0071] 복수의 양자 연산자들은 해결하고자 하는 문제의 코스트 함수(cost function)에 대응될 수 있다.

[0072] 일 실시예에서, 프로세서(110)는 MAX-CUT 문제에서 고려하면, 그래프의 노드 수 만큼 큐비트를 생성하고, 두 그룹으로 나누었을 때 모든 노드의 경우의 수를 고려한만큼 양자 상태를 중첩할 수 있다. 즉, 노드의 수가 n이면, n 큐비트의 $|0\rangle$ 를 준비할 수 있다. 그룹을 A, B 두 그룹으로 나누었을 때 A그룹에 포함되면 노드는 0의 값을 갖고 B그룹에 포함되면 노드는 1의 값을 갖는 식으로 문제의 경우의 수를 표현할 수 있다. A, B그룹으로 나누어지는 n개 노드의 모든 경우의 수를 표현하기 위해선 $|0\rangle$의 양자 상태를 Hadamard 게이트를 활용하여 표현할 수 있다. 큐비트에 Hadamard 게이트를 연산하면 $|0\rangle$의 양자 상태가 총 $2^n$개의 양자 상태로 중첩되어 문제의 모든 경우의 수를 표현할 수 있다.

[0073] 프로세서(110)는 문제 해밀토니안(Problem Hamiltonian) 연산 단계를 수행할 수 있다. 문제 해밀토니안 연산 단계는 문제의 코스트 함수를 복수의 양자 연산자들로 변형하고, 그리고 복수의 양자 연산자들에 사전 결정된 제

1-1 각도 파라미터를 추가함으로써, 복수의 양자 연산자들을 연산하는 단계일 수 있다.

[0074] 일 실시예에서, MAX-CUT 문제에서는 MAX-CUT 코스트 함수를 반영하기 위해 $R_{zz}$ 연산자가 사용될 수 있다.

[0075] 일 실시예에서, 문제 해밀토니안은 문제의 코스트 함수(목적 함수(objective function))를 연산자(operator)의 형태로 변환시킨 것일 수 있다. 프로세서(110)는 문제 해밀토니안으로 코스트 값을 양자 상태의 위상(phase) 및 진폭(amplitude)에 대응시킬 수 있다.

[0076] 코스트 함수(Cost function)는 문제에 따라 다르게 정의되며, 최대 또는 최저 코스트를 갖는 데이터(data)를 해당 문제의 솔루션으로 정의할 수 있다. 용어 설명의 편의를 위해 본 개시에서의 코스트 함수는 최대 코스트를 갖는 데이터를 찾는 것으로 정의할 수 있다.

[0077] 프로세서(110)는 믹싱 해밀토니안(Mixing Hamiltonian) 연산 단계를 수행할 수 있다. 믹싱 해밀토니안 연산 단계는 사전 결정된 제1-2 각도 파라미터를 이용하여, 문제 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 초기화된 복수의 큐비트들의 개수만큼 반복 수행하는 단계일 수 있다. $R_x$ 연산자는 각도 파라미터를 포함할 수 있다.

[0078] 믹싱 해밀토니안은 Z축으로 측정하는 양자 컴퓨터의 특성상 위상(phase) 값은 얻어낼 수 없는 문제를 해결하는 역할을 할 수 있다. 프로세서(110)는 믹싱 해밀토니안을 이용하여, 문제 해밀토니안에 의해 변환된 양자 상태에서 코스트를 양자 상태의 확률 값에 반영한 양자 상태를 얻을 수 있다.

[0079] QAOA에서 사용되는 문제 해밀토니안과 믹싱 해밀토니안을 실제 양자 회로에서 적용할 때, 각도 파라미터(angle parameter)가 고려될 수 있다.

[0080] 프로세서(110)는 재귀 해밀토니안(Recursion Hamiltonian) 연산 단계를 수행할 수 있다. 재귀 해밀토니안 연산 단계는 사전 결정된 제1-3 각도 파라미터를 이용하여, 사전 결정된 특정 연산자에 대해서 양자 연산을 수행하는 단계일 수 있다.

[0081] 프로세서(110)는 재귀 믹싱 해밀토니안(Recursion Mixing Hamiltonian) 연산 단계를 수행할 수 있다. 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 단계는 사전 결정된 제1-4 각도 파라미터를 이용하여, 재귀 해밀토니안 연산 단계에서 연산 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 X축을 기준으로 회전시키는 $R_x$ 연산자(operator)에 대한 연산을 수행하는 단계일 수 있다.

[0082] 프로세서(110)는 재귀 해밀토니안 연산 단계 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 단계를 사전 결정된 횟수(예를 들어, 1회, 2회 등)만큼 반복 수행할 수 있다.

[0083] 프로세서(110)는 연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득하는 측정 단계(230)를 수행할 수 있다.

[0084] 프로세서(110)는 측정 단계(230) 이후, 사전 결정된 반복 횟수만큼 초기화 단계(210), 연산 단계(220) 및 측정 단계(230)를 반복함으로써, 복수의 결과값들을 획득할 수 있다.

[0085] 프로세서(110)는 사전 결정된 기댓값 알고리즘(예를 들어, 수학식)에 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계(240)를 수행할 수 있다. 사전 결정된 기댓값 알고리즘은 양자 상태에 대한 각도 파라미터의 기댓값을 산출하는 알고리즘일 수 있다.

[0086] 일 실시예에서, 프로세서(110)는 사전 결정된 기댓값 알고리즘에 복수의 결과값들을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산 단계를 수행할 수 있다.

[0087] 프로세서(110)는 사전 결정된 최적화 알고리즘에 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 기댓값을 입력함으로써, 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화 단계(250)를 수행할 수 있다.

[0088] 사전 결정된 최적화 알고리즘(예를 들어, 수학식 등)은 문제의 코스트 함수의 기댓값을 최대화하는 각도를 산출하는 알고리즘일 수 있다. 사전 결정된 최적화 알고리즘은 기울기 기반의 최적화 알고리즘을 포함할 수 있다. 다만, 사전 결정된 최적화 알고리즘의 종류는 이에 한정되지 않는다.

[0089] 프로세서(110)는 사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘(예를 들어, 수학식 등)을 이용하여, 문제에 사전 할당된 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 하나의 양자 연산자 인덱스를 결정할 수 있다.

[0090] 사전 결정된 양자 연산자 인덱스 알고리즘은 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 최종 코스트(cost) 기댓값의

증가량이 가장 큰 양자 연산자 인덱스를 선택하는 알고리즘일 수 있다.

[0091] 기댓값의 증가량(기댓값의 차이)은 아래의 수학식 1과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 1*

[0092] $$\Delta C = \langle C' \rangle - \langle C \rangle = \langle \psi | U^{\dagger}(H_R, \varepsilon) U^{\dagger}(H_{M'}, \delta) H_P U(H_{M'}, \delta) U(H_R, \varepsilon) | \psi \rangle - \langle \psi | H_P | \psi \rangle$$

[0093] 여기서, $|\psi\rangle$는 재귀 해밀토니안 연산 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산을 수행하기 이전의 양자 상태이고, $H_p$는 문제 해밀토니안을 의미하며, $U(H_R,\epsilon)$는 재귀 해밀토니안을 양자 연산하는 유니터리 연산자(unitary operator)를 의미하고, $U(H_{M'},\delta)$는 재귀 믹싱 해밀토니안을 양자 연산하는 유니터리 연산자를 의미할 수 있다. 프로세서(110)는 특정 양자 연산자 선택 과정(문제에 사전 할당된 복수의 양자 연산자 인덱스들 중에서 하나의 양자 연산자 인덱스를 결정하는 과정)에서 사용되는 유니터리 연산자, 해밀토니안은 초기 풀고자 하는 문제, 조건식에 따라 다르게 설정할 수 있다. 프로세서(110)는 $H_P$에서 1개의 항을 선택하여 $H_R$로 설정할 수 있으며, 그때 설정된 $H_R$에 의해 연산되는 큐비트 인덱스에 따라 $H_{M'}$을 설정할 수 있다.

[0094] 프로세서(110)는 최적화 단계(250) 이후, 최적화의 완료 여부를 판단하는 사전 결정된 기준에 기초하여 최적화의 완료 여부를 결정할 수 있다. 사전 결정된 기준은 예를 들어, 제2 각도 파라미터가 사전 결정된 임계치 미만인 경우, 최적화가 완료되지 않은 것으로 결정할 수 있다. 다만, 사전 결정된 기준은 이에 한정되지 않으며, 다양한 방식을 포함할 수 있다.

[0095] 프로세서(110)는 최적화가 완료되지 않은 것으로 결정된 경우, 제1 각도 파라미터 대신 제2 각도 파라미터를 이용하여, 초기화 단계, 연산 단계, 측정 단계, 기댓값 계산 단계 및 최적화 단계를 반복 수행할 수 있다.

[0097] 도 3은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 초기화 단계를 설명하기 위한 도면이다.

[0098] 도 3을 참조하면, 프로세서(110)는 풀고자 하는 문제의 전체 데이터(data)의 크기 $2^n$을 바탕으로, n개의 $|0\rangle$을 준비할 수 있다.

[0099] 프로세서(110)는 n개의 $|0\rangle$에 Hadamard 게이트 H를 연산하여 중첩된 양자 상태 $|s\rangle$를 준비할 수 있다. $|0\rangle$에 Hadamard 게이트 연산과 중첩된 양자 상태 $|s\rangle$는 아래의 수학식 2과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 2*

[0100] $$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad |s\rangle = H^{\otimes n}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{z=0}^{n-1}|z\rangle$$

[0102] 도 4는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 연산 단계를 설명하기 위한 도면이다.

[0103] 도 4를 참조하면, 프로세서(110)는 연산 단계(400)에서 풀고자 하는 문제의 조건식, 사전 결정된 각도 파라미터(예를 들어, 제1 각도 파라미터 등), 초기화 단계에서 생성한 양자 상태 $|s\rangle$를 입력으로 고려할 수 있다. MAX-CUT 문제에서 문제의 조건은 그래프 상태(노드와 엣지 연결상태)를 의미할 수 있다.

[0104] 프로세서(110)는 초기화 단계에서 생성한 양자 상태에 문제 해밀토니안 연산(410), 믹싱 해밀토니안 연산(420), 재귀 해밀토니안 연산(430) 및 재귀 믹싱 해밀토니안(440)을 순차적으로 수행할 수 있다.

[0105] 프로세서(110)는 연산 단계(400)에서 연산 반복 조건인 $(\vec{q},p)$의 동작 횟수에 대한 연산을 반복(450, No)할 수 있다. $\vec{q}=(q_1,q_2,\cdots,q_p)$는 재귀 해밀토니안 연산 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산의 반복 횟수를 의미할 수 있다. 도 4에서 k는 j 레벨(level)에서 재귀 해밀토니안 연산 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산이 반복 수행된 횟수일 수 있다.

[0106] 프로세서(110)는 k가 $q_j$와 같아지는 시점(450, Yes)에 재귀 해밀토니안 연산 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산의 수행 반복을 종료할 수 있다.

[0107] 프로세서(110)는 문제 해밀토니안 연산(410), 믹싱 해밀토니안 연산(420), 재귀 해밀토니안 연산(430) 및 재귀 믹싱 해밀토니안(440)을 반복할 수 있다(460, No). p는 연산 단계(400)에서 진행되는 연산의 전체 반복 횟수를 의미할 수 있다. 도 4에서 j는 전체 p 레벨 연산이 수행되는 동안, 전체 연산이 반복 수행된 횟수일 수 있다.

[0108] 프로세서(110)는 j와 p가 같아지는 시점(460, Yes)에 연산 단계(400)를 종료하고, 최종 연산된 양자 상태 $|\psi\rangle$를 최종 출력할 수 있다. 최종 연산된 양자 상태 $|\psi\rangle$는 아래의 수학식 3과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 3*

[0109] $$|\psi\rangle = U_{p,\vec{q}}(\beta,\gamma,\delta,\varepsilon)\,|s\rangle = \prod_{j=p}^{1}\left[\prod_{k=q_j}^{1} e^{-i\delta_{kj}H_{RM}(k,j)}e^{-i\varepsilon_{kj}H_R(k,j)}\right]e^{-i\beta_j H_M}e^{-i\gamma_j H_P}$$

[0110] 수학식 3에서 $\beta,\gamma,\delta,\varepsilon$는 각도 파라미터를 의미하고, $H_P,H_M,H_R,H_{RM}$는 각각 문제 해밀토니안, 믹싱 해밀토니안, 재귀 해밀토니안, 재귀 믹싱 해밀토니안을 의미할 수 있다. 모든 해밀토니안은 풀고자 하는 문제에 따라 다르며, 재귀 해밀토니안과 재귀 믹싱 해밀토니안은 최적화 결과에 따라 다를 수 있다. MAX-CUT 문제에서 문제 해밀토니안은 아래의 수학식 4와 같이 정의될 수 있다.

*수학식 4*

[0111] $$H_P = \sum_{(u,v)\in E}\frac{1}{2}(I - Z_u Z_v)$$

[0112] 수학식 4에서 E는 연결된 엣지 세트(set), I는 항등 연산자(identity operator), Z는 파울리 Z 연산자(pauli Z operator)를 의미할 수 있다.

[0113] 일 실시예에서, 재귀 해밀토니안은 QAOA의 최종 결과 값을 바탕으로 기댓값을 계산하여 구체화할 수 있다. 프로세서(110)는 문제 해밀토니안의 특정 연산자를 추가 연산했을 때 예상되는 기댓값을 최대로 높일 수 있는 연산자를 선택할 수 있다. 프로세서(110)는 선택된 연산자에 대해서만 재귀 해밀토니안 연산(430)을 구성할 수 있다. 프로세서(110)는 재귀 해밀토니안 연산(430)이 수행되는 특정 큐비트에 대해 재귀 믹싱 해밀토니안을 구성할 수 있다.

[0114] MAX-CUT 문제에 대해 재귀 해밀토니안을 구하는 방식을 설명하면 다음과 같다. 먼저, 문제 해밀토니안 연산과 믹싱 해밀토니안 연산을 수행한 양자 상태를 $|\psi\rangle$라 하면, 특정 엣지 $(u,v)$에 대한 연산을 추가했을 때 얻을 수 있는 기댓값의 차이는 아래의 수학식 5와 같이 정의될 수 있다.

*수학식 5*

[0115]
$$\Delta C = \langle C' \rangle - \langle C \rangle = \sin^2 2\delta \langle \psi | Z_u Z_v | \psi \rangle + \sin 4\delta \left( \sin\varepsilon \langle \psi | X_u | \psi \rangle - \cos\varepsilon \langle \psi | Y_u Z_v | \psi \rangle \right)$$
$$+ \sin^2\delta \left( \sum_{w_u \in V_u \setminus v} \langle \psi | Z_u Z_{w_u} | \psi \rangle + \sum_{w_v \in V_v \setminus u} \langle \psi | Z_{w_v} Z_v | \psi \rangle \right)$$
$$+ \frac{1}{2} \sin 2\delta \left\{ \sin\varepsilon \left( \sum_{w_u \in V_u \setminus v} \langle \psi | X_u Z_{w_u} Z_v | \psi \rangle + \sum_{w_v \in V_v \setminus u} \langle \psi | Z_u Z_{w_v} X_v | \psi \rangle \right) \right.$$
$$\left. - \cos\varepsilon \left( \sum_{w_u \in V_u \setminus v} \langle \psi | Y_u Z_{w_u} | \psi \rangle + \sum_{w_v \in V_v \setminus u} \langle \psi | Z_{w_v} Y_v | \psi \rangle \right) \right\}$$

[0116] 수학식 5에서 V는 노드 세트(set)이고, $V_u$는 노드 u에 인접한 노드들의 세트이며, Y는 파울리 Y 연산자이고, X는 파울리 X 연산자, Z는 파울리 Z 연산자일 수 있다. 기댓값의 차이 $\Delta C$ 가 가장 큰 엣지 $(u,v)$를 선택함으로써, 재귀 해밀토니안은 아래의 수학식 6과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 6*

[0117]
$$H_R = \frac{1}{2}(I - Z_u Z_v)$$

[0118] 수학식 6에서 $H_R$은 재귀 해밀토니안, I는 항등 연산자, Z는 파울리 Z 연산자일 수 있다.

[0119] 특정 엣지 $(u,v)$를 바탕으로 재귀 믹싱 해밀토니안은 아래의 수학식 7과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 7*

[0120]
$$H_{RM} = X_u + X_v$$

[0121] 수학식 7에서 $H_{RM}$은 재귀 해밀토니안, $X_u$는 u에 대한 파울리 X 연산자, $X_v$는 v에 대한 파울리 X 연산자일 수 있다.

[0122] 프로세서(110)는 재귀 해밀토니안과 재귀 믹싱 해밀토니안을 이용하여 기댓값 차이 계산을 반복함으로써, 다른 특정 엣지를 계속 추가할 수 있다.

[0124] 도 5는 4개의 노드, 5개의 엣지를 갖는 그래프를 나타낸 도면이다. 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘을 적용할 수 있는 예시 문제 중 MAX-CUT 문제를 도 5의 그래프(500)에 대해 풀 수 있다.

[0125] 도 6은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 도 5의 그래프에 대한 1레벨 QAOA 양자 회로(600)를 나타낸 도면이다.

[0126] 도 6을 참조하면, 프로세서(110)는 초기에 양자 상태 $|0\rangle$를 준비하고 Hadamard 게이트 연산을 할 수 있다. 양자 상태를 벡터(vector) 형태로 표현하면, $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$로 표현할 수 있다. Hadamard 게이트는 메트릭스(matrix) 형태로 표현하면, $H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$로 표현할 수 있다. 즉, $|0\rangle$에 Hadamard 게이트를 연산하면,

$H|0\rangle = |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ 로 표현할 수 있다.

[0127] 프로세서(110)는 $|+\rangle$ 양자 상태에 그래프의 엣지 상태에 맞는 유니터리 연산자(unitary operator)를 연산한다. 프로세서(110)는 MAX-CUT 문제에서 문제 해밀토니안의 유니터리 연산자를 ZZ 연산자로 연산할 수 있으며, 도 5의 그래프를 참조하면 엣지 $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,4)$, $(1,3)$, $(2,4)$가 존재하고, 해당 엣지들에 대해 도 6에서 유니터리 연산자에 대한 연산을 진행할 수 있다. ZZ 연산자는 엣지들에 대해 연산을 진행하며, 해당 엣지에 포함된 노드 두 개를 조인트 Z 연산(joint Z operation)을 통해 수행한다. 이때 사용되는 각도 파라미터를 $\gamma$ 로 설정할 수 있다.

[0128] 프로세서(110)는 믹싱 해밀토니안의 유니터리 연산자에 대한 연산을 진행할 수 있다. 프로세서(110)는 믹싱 해밀토니안의 유니터리 연산자에 대한 연산을 X 연산자로 연산할 수 있으며, 모든 큐비트에 X 연산자에 대한 연산을 수행할 수 있다. 이때 사용되는 각도 파라미터는 $\beta$ 로 설정할 수 있다.

[0129] 최종적으로 프로세서(110)는 1 레벨 QAOA의 양자 회로의 끝단에서 양자 상태 측정을 통해 얻은 결과값으로 기댓값을 계산하여 최적화 과정을 수행할 수 있다.

[0130] 본 개시에서 p레벨 QAOA는 문제 해밀토니안 연산이 적용된 횟수가 p인 양자 회로 연산으로 정의할 수 있다. 즉, 1레벨 QAOA는 반복 단계가 0단계임을 의미하고 문제 해밀토니안 연산은 전체 1회 수행된 것을 의미할 수 있다.

[0132] 도 7은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 컴퓨팅 장치에서 수행되는, 도 5의 그래프에 대해서 문제 해밀토니안, 믹싱 해밀토니안 연산을 수행하고 특정 엣지 (1,2)와 (2,4)를 선택하여 추가 연산을 수행한 회로도(700)를 나타낸 도면이다.

[0133] 프로세서(110)는 특정 양자 연산자 선택 과정을 통해 $\Delta C$ 를 최대화하는 엣지를 선택할 수 있다. 도 7의 회로에선 임의로 특정 엣지 (1,2)와 (2,4)를 가정하여 연산을 진행한 것을 나타내었다.

[0134] 도 7의 회로도는 다음과 같은 과정을 통해 설계된다. 먼저, 프로세서(110)는 양자 상태 초기화 이후 문제 해밀토니안 및 믹싱 해밀토니안 연산 $(\beta,\gamma)$ 을 1회 하고 양자 상태를 측정하여 얻은 결과값을 바탕으로 각도 파라미터 $(\beta,\gamma)$ 를 최적화할 수 있다.

[0135] 프로세서(110)는 최적화 과정에서 양자 상태 초기화 과정과 연산, 측정 과정을 반복적으로 동작할 수 있다. 프로세서(110)는 최적화된 $(\beta^*,\gamma^*)$ 를 바탕으로 특정 양자 연산자 선택 과정을 진행할 수 있다. 특정 양자 연산자 선택 과정으로 초기에 특정 엣지 $(1,2)$가 선택되고 특정 양자 연산자 인덱스 set $\{(1,2)$을 생성하여 새롭게 양자 상태 초기화 과정을 진행할 수 있다. 초기화 된 양자 상태에 문제 해밀토니안 및 믹싱 해밀토니안 연산 $(\beta^*,\gamma^*)$ 을 1회 하고 특정 엣지 $(1,2)$에 대한 재귀 해밀토니안 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 $(\delta_{11},\varepsilon_{11})$을 1회 하고 양자 상태를 측정하여 얻은 결과값을 바탕으로 각도 파라미터 $(\beta,\gamma,\delta_{11},\varepsilon_{11})$ 를 최적화할 수 있다. 앞서 언급한 것과 마찬가지로 프로세서(110)는 최적화 과정에서 양자 상태 초기화 과정과 연산, 측정 과정을 반복할 수 있다. 프로세서(110)는 최적화된 $(\beta^*,\gamma^*,\delta_{11}{}^*,\varepsilon_{11}{}^*)$ 를 바탕으로 특정 양자 연산자 선택 과정을 진행한다. 프로세서(110)는 특정 양자 연산자 선택 과정으로 특정 엣지 $(2,4)$를 선택하고, 특정 양자 연산자 인덱스 set $\{(1,2),(2,4)$을 생성하여 양자 상태 초기화 과정을 진행할 수 있다. 도 7은 초기화 된 양자 상태에 문제 해밀토니안 및 믹싱 해밀토니안 연산 $(\beta,\gamma)$ 을 1회 하고 특정 엣지 $(1,2)$에 대한 재귀 해밀토니안 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 $(\delta_{11},\varepsilon_{11})$을 1회 하고, 특정 엣지 $(2,4)$에 대한 재귀 해밀토니안 및 재귀 믹싱 해밀토니안 연산 $(\delta_{21},\varepsilon_{21})$을 1회 한 회로도일 수 있다.

[0137] 도 8은 랜덤 그래프에 대해 기존 1, 2-level QAOA 기법과 본 개시의 일 실시예에 따른 컴퓨팅 장치에 의해 수행되는, 양자 근사 최적화 알고리즘을 기법을 시뮬레이션한 결과 그래프이다.

[0138] 모든 그래프는 IBM qiskit 프로그램을 사용하여 시뮬레이션 진행하였고, 50개의 서로 다른 랜덤 그래프 모델을 생성하여 시뮬레이션 하였다.

[0139] 도 8(a)은 랜덤 그래프 모델에서 노드가 10개일 때, 엣지의 개수가 20개, 30개 40개를 각각 시뮬레이션한 결과 그래프이다. 가로축은 노드와 엣지의 개수를 의미하고, 세로축은 approximation ratio로 알고리즘의 성능을 의미하는 값이다. Approximation ratio는 아래의 수학식 8과 같이 정의될 수 있다.

*수학식 8*

[0140] $$R = \frac{\langle C \rangle}{C_{\max}}$$

[0141] 여기서 $C_{\max}$는 기댓값이 가질 수 있는 최대의 값으로, 그래프가 정해지면 결정되는 값일 수 있다. 도 8(a)에서 제안 방법이 1, 2-level QAOA 기법보다 높은 성능을 가진다. 제안 방법(본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘)은 2-level QAOA보다 매우 낮은 양자회로 복잡도를 갖고 있기 때문에 2-level과 비슷하거나 높은 성능은 복잡도 측면에서 큰 이득이다.

[0142] 도 8(b), 도 8(c), 도 8(d)는 각각 노드의 개수를 15, 20, 25개로 하였을 때 랜덤 그래프를 시뮬레이션한 결과이다. 노드의 개수가 15개, 20개인 두 번째, 세 번째 그림은 엣지를 20개, 30개, 40개, 60개로 나누어 시뮬레이션 하였다. 노드의 개수가 25개인 네 번째 그림의 경우 엣지를 30개, 40개, 60개, 80개로 나누어 시뮬레이션 하였다. 최종적으로 제안 방법(본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘)은 낮은 복잡도를 갖고 높은 성능을 낼 수 있는 방법임을 확인하였다.

[0143] 아래의 표 1 은 도 8의 시뮬레이션에 대해 제안 방법(본 개시의 일 실시예에 따른 양자 근사 최적화 알고리즘)의 양자 회로 복잡도를 계산한 값이다.

*표 1*

[0144]

| Nodes \ Edges | 20 | 30 | 40 | 60 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 1.06 | 1.083 | 1.044 | - | - |
| 15 | 1.042 | 1.088 | 1.045 | 1.107 | - |
| 20 | 1.042 | 1.104 | 1.045 | 1.035 | - |
| 25 | - | 1.127 | 1.152 | 1.107 | 1.092 |

[0145] 표 1에서 초기화 과정에서 발생하는 양자 회로 복잡도를 제외하고, 연산 단계에서 발생하는 1-level QAOA의 연산 복잡도를 1로 가정하여 계산하였다. 즉, 노드의 개수가 10이고 엣지의 개수가 20인 그래프의 경우 제안 기법은 1.06의 연산 복잡도를 가지며, 이는 1-level QAOA보다 6% 복잡한 그래프이다. 여기서 2-level QAOA는 2의 연산 복잡도를 갖는다.

[0147] 도 9는 본 개시의 내용의 실시예들이 구현될 수 있는 예시적인 컴퓨팅 환경에 대한 일반적인 개략도이다.

[0148] 본 개시가 일반적으로 컴퓨팅 장치에 의해 구현될 수 있는 것으로 전술되었지만, 당업자라면 본 개시가 적어도 하나의 컴퓨터 상에서 실행될 수 있는 컴퓨터 실행가능 명령어 또는 기타 프로그램 모듈들과 결합되어 또는 하드웨어와 소프트웨어의 조합으로써 구현될 수 있다는 것을 잘 알 것이다.

[0149] 일반적으로, 프로그램 모듈은 특정의 태스크를 수행하거나 특정의 추상 데이터 유형을 구현하는 루틴, 프로그램, 컴포넌트, 데이터 구조, 기타 등등을 포함한다. 또한, 당업자라면 본 개시의 방법이 단일-프로세서

또는 멀티프로세서 컴퓨터 시스템, 미니컴퓨터, 메인프레임 컴퓨터는 물론 퍼스널 컴퓨터, 핸드헬드(handheld) 컴퓨팅 장치, 마이크로프로세서-기반 또는 프로그램가능 가전 제품, 기타 등등(이들 각각은 적어도 하나의 연관된 장치와 연결되어 동작할 수 있음)을 비롯한 다른 컴퓨터 시스템 구성으로 실시될 수 있다는 것을 잘 알 것이다.

[0150] 본 개시의 설명된 실시예들은 또한 어떤 태스크들이 통신 네트워크를 통해 연결되어 있는 원격 처리 장치들에 의해 수행되는 분산 컴퓨팅 환경에서 실시될 수 있다. 분산 컴퓨팅 환경에서, 프로그램 모듈은 로컬 및 원격 메모리 저장 장치 둘 다에 위치할 수 있다.

[0151] 컴퓨터는 통상적으로 다양한 컴퓨터 판독가능 매체를 포함한다. 컴퓨터에 의해 액세스 가능한 매체는 그 어떤 것이든지 컴퓨터 판독가능 매체가 될 수 있고, 이러한 컴퓨터 판독가능 매체는 휘발성 및 비휘발성 매체, 일시적(transitory) 및 비일시적(non-transitory) 매체, 이동식 및 비-이동식 매체를 포함한다. 제한이 아닌 예로서, 컴퓨터 판독가능 매체는 컴퓨터 판독가능 저장 매체 및 컴퓨터 판독가능 전송 매체를 포함할 수 있다. 컴퓨터 판독가능 저장 매체는 컴퓨터 판독가능 명령어, 데이터 구조, 프로그램 모듈 또는 기타 데이터와 같은 정보를 저장하는 임의의 방법 또는 기술로 구현되는 휘발성 및 비휘발성 매체, 일시적 및 비-일시적 매체, 이동식 및 비이동식 매체를 포함한다. 컴퓨터 판독가능 저장 매체는 RAM, ROM, EEPROM, 플래시 메모리 또는 기타 메모리 기술, CD-ROM, DVD(digital video disk) 또는 기타 광 디스크 저장 장치, 자기 카세트, 자기 테이프, 자기 디스크 저장 장치 또는 기타 자기 저장 장치, 또는 컴퓨터에 의해 액세스될 수 있고 원하는 정보를 저장하는 데 사용될 수 있는 임의의 기타 매체를 포함하지만, 이에 한정되지 않는다.

[0152] 컴퓨터 판독가능 전송 매체는 통상적으로 반송파(carrier wave) 또는 기타 전송 메커니즘(transport mechanism)과 같은 피변조 데이터 신호(modulated data signal)에 컴퓨터 판독가능 명령어, 데이터 구조, 프로그램 모듈 또는 기타 데이터 등을 구현하고 모든 정보 전달 매체를 포함한다. 피변조 데이터 신호라는 용어는 신호 내에 정보를 인코딩하도록 그 신호의 특성들 중 적어도 하나를 설정 또는 변경시킨 신호를 의미한다. 제한이 아닌 예로서, 컴퓨터 판독가능 전송 매체는 유선 네트워크 또는 직접 배선 접속(direct-wired connection)과 같은 유선 매체, 그리고 음향, RF, 적외선, 기타 무선 매체와 같은 무선 매체를 포함한다. 상술된 매체들 중 임의의 것의 조합도 역시 컴퓨터 판독가능 전송 매체의 범위 안에 포함되는 것으로 한다.

[0153] 컴퓨터(1102)를 포함하는 본 개시의 여러가지 측면들을 구현하는 예시적인 환경이 나타내어져 있으며, 컴퓨터(1102)는 처리 장치(1104), 시스템 메모리(1106) 및 시스템 버스(1108)를 포함한다. 시스템 버스(1108)는 시스템 메모리(1106)(이에 한정되지 않음)를 비롯한 시스템 컴포넌트들을 처리 장치(1104)에 연결시킨다. 처리 장치(1104)는 다양한 상용 프로세서들 중 임의의 프로세서일 수 있다. 듀얼 프로세서 및 기타 멀티프로세서 아키텍처도 역시 처리 장치(1104)로서 이용될 수 있다.

[0154] 시스템 버스(1108)는 메모리 버스, 주변장치 버스, 및 다양한 상용 버스 아키텍처 중 임의의 것을 사용하는 로컬 버스에 추가적으로 상호 연결될 수 있는 몇 가지 유형의 버스 구조 중 임의의 것일 수 있다. 시스템 메모리(1106)는 판독 전용 메모리(ROM)(1110) 및 랜덤 액세스 메모리(RAM)(1112)를 포함한다. 기본 입/출력 시스템(BIOS)은 ROM, EPROM, EEPROM 등의 비휘발성 메모리(1110)에 저장되며, 이 BIOS는 시동 중과 같은 때에 컴퓨터(1102) 내의 구성요소들 간에 정보를 전송하는 일을 돕는 기본적인 루틴을 포함한다. RAM(1112)은 또한 데이터를 캐싱하기 위한 정적 RAM 등의 고속 RAM을 포함할 수 있다.

[0155] 컴퓨터(1102)는 또한 내장형 하드 디스크 드라이브(HDD)(1114)(예를 들어, EIDE, SATA)-이 내장형 하드 디스크 드라이브(1114)는 또한 적당한 섀시(도시 생략) 내에서 외장형 용도로 구성될 수 있음-, 자기 플로피 디스크 드라이브(FDD)(1116)(예를 들어, 이동식 디스켓(1118)으로부터 판독을 하거나 그에 기록을 하기 위한 것임), 및 광 디스크 드라이브(1120)(예를 들어, CD-ROM 디스크(1122)를 판독하거나 DVD 등의 기타 고용량 광 매체로부터 판독을 하거나 그에 기록을 하기 위한 것임)를 포함한다. 하드 디스크 드라이브(1114), 자기 디스크 드라이브(1116) 및 광 디스크 드라이브(1120)는 각각 하드 디스크 드라이브 인터페이스(1124), 자기 디스크 드라이브 인터페이스(1126) 및 광 드라이브 인터페이스(1128)에 의해 시스템 버스(1108)에 연결될 수 있다. 외장형 드라이브 구현을 위한 인터페이스(1124)는 USB(Universal Serial Bus) 및 IEEE 1394 인터페이스 기술 중 적어도 하나 또는 그 둘 다를 포함한다.

[0156] 이들 드라이브 및 그와 연관된 컴퓨터 판독가능 매체는 데이터, 데이터 구조, 컴퓨터 실행가능 명령어, 기타 등등의 비휘발성 저장을 제공한다. 컴퓨터(1102)의 경우, 드라이브 및 매체는 임의의 데이터를 적당한 디지털 형식으로 저장하는 것에 대응한다. 상기에서의 컴퓨터 판독가능 매체에 대한 설명이 HDD, 이동식 자기 디스크, 및 CD 또는 DVD 등의 이동식 광 매체를 언급하고 있지만, 당업자라면 집 드라이브(zip drive), 자기 카세트, 플래

쉬 메모리 카드, 카트리지, 기타 등등의 컴퓨터에 의해 판독가능한 다른 유형의 매체도 역시 예시적인 운영 환경에서 사용될 수 있으며 또 임의의 이러한 매체가 본 개시의 방법들을 수행하기 위한 컴퓨터 실행가능 명령어를 포함할 수 있다는 것을 잘 알 것이다.

[0157] 운영 체제(1130), 적어도 하나의 애플리케이션 프로그램(1132), 기타 프로그램 모듈(1134) 및 프로그램 데이터(1136)를 비롯한 다수의 프로그램 모듈이 드라이브 및 RAM(1112)에 저장될 수 있다. 운영 체제, 애플리케이션, 모듈 또는 데이터의 전부 또는 그 일부분이 또한 RAM(1112)에 캐싱될 수 있다. 본 개시가 여러가지 상업적으로 이용가능한 운영 체제 또는 운영 체제들의 조합에서 구현될 수 있다는 것을 잘 알 것이다.

[0158] 사용자는 적어도 하나의 유선/무선 입력 장치, 예를 들어, 키보드(1138) 및 마우스(1140) 등의 포인팅 장치를 통해 컴퓨터(1102)에 명령 및 정보를 입력할 수 있다. 기타 입력 장치(도시 생략)로는 마이크, IR 리모콘, 조이스틱, 게임 패드, 스타일러스 펜, 터치 스크린, 기타 등등이 있을 수 있다. 이들 및 기타 입력 장치가 종종 시스템 버스(1108)에 연결되어 있는 입력 장치 인터페이스(1142)를 통해 처리 장치(1104)에 연결되지만, 병렬 포트, IEEE 1394 직렬 포트, 게임 포트, USB 포트, IR 인터페이스, 기타 등등의 기타 인터페이스에 의해 연결될 수 있다.

[0159] 모니터(1144) 또는 다른 유형의 디스플레이 장치도 역시 비디오 어댑터(1146) 등의 인터페이스를 통해 시스템 버스(1108)에 연결된다. 모니터(1144)에 부가하여, 컴퓨터는 일반적으로 스피커, 프린터, 기타 등등의 기타 주변 출력 장치(도시 생략)를 포함한다.

[0160] 컴퓨터(1102)는 유선 또는 무선 통신을 통한 원격 컴퓨터(들)(1148) 등의 적어도 하나의 원격 컴퓨터로의 논리적 연결을 사용하여 네트워크화된 환경에서 동작할 수 있다. 원격 컴퓨터(들)(1148)는 워크스테이션, 컴퓨팅 디바이스 컴퓨터, 라우터, 퍼스널 컴퓨터, 휴대용 컴퓨터, 마이크로프로세서-기반 오락 기기, 피어 장치 또는 기타 통상의 네트워크 노드일 수 있으며, 일반적으로 컴퓨터(1102)에 대해 기술된 구성요소들 중 다수 또는 그 전부를 포함하지만, 간략함을 위해, 메모리 저장 장치(1150)만이 도시되어 있다. 도시되어 있는 논리적 연결은 근거리 통신망(LAN)(1152) 또는 더 큰 네트워크, 예를 들어, 원거리 통신망(WAN)(1154)에의 유선/무선 연결을 포함한다. 이러한 LAN 및 WAN 네트워킹 환경은 사무실 및 회사에서 일반적인 것이며, 인트라넷 등의 전사적 컴퓨터 네트워크(enterprise-wide computer network)를 용이하게 해주며, 이들 모두는 전세계 컴퓨터 네트워크, 예를 들어, 인터넷에 연결될 수 있다.

[0161] LAN 네트워킹 환경에서 사용될 때, 컴퓨터(1102)는 유선 또는 무선 통신 네트워크 인터페이스 또는 어댑터(1156)를 통해 로컬 네트워크(1152)에 연결된다. 어댑터(1156)는 LAN(1152)에의 유선 또는 무선 통신을 용이하게 해줄 수 있으며, 이 LAN(1152)은 또한 무선 어댑터(1156)와 통신하기 위해 그에 설치되어 있는 무선 액세스 포인트를 포함하고 있다. WAN 네트워킹 환경에서 사용될 때, 컴퓨터(1102)는 모뎀(1158)을 포함할 수 있거나, WAN(1154) 상의 통신 컴퓨팅 디바이스에 연결되거나, 또는 인터넷을 통하는 등, WAN(1154)을 통해 통신을 설정하는 기타 수단을 갖는다. 내장형 또는 외장형 및 유선 또는 무선 장치일 수 있는 모뎀(1158)은 직렬 포트 인터페이스(1142)를 통해 시스템 버스(1108)에 연결된다. 네트워크화된 환경에서, 컴퓨터(1102)에 대해 설명된 프로그램 모듈들 또는 그의 일부분이 원격 메모리/저장 장치(1150)에 저장될 수 있다. 도시된 네트워크 연결이 예시적인 것이며 컴퓨터들 사이에 통신 링크를 설정하는 기타 수단이 사용될 수 있다는 것을 잘 알 것이다.

[0162] 컴퓨터(1102)는 무선 통신으로 배치되어 동작하는 임의의 무선 장치 또는 개체, 예를 들어, 프린터, 스캐너, 데스크톱 또는 휴대용 컴퓨터, PDA(portable data assistant), 통신 위성, 무선 검출가능 태그와 연관된 임의의 장비 또는 장소, 및 전화와 통신을 하는 동작을 한다. 이것은 적어도 Wi-Fi 및 블루투스 무선 기술을 포함한다. 따라서, 통신은 종래의 네트워크에서와 같이 미리 정의된 구조이거나 단순하게 적어도 3개의 장치 사이의 애드혹 통신(ad hoc communication)일 수 있다.

[0163] Wi-Fi(Wireless Fidelity)는 유선 없이도 인터넷 등으로의 연결을 가능하게 해준다. Wi-Fi는 이러한 장치, 예를 들어, 컴퓨터가 실내에서 및 실외에서, 즉 기지국의 통화권 내의 아무 곳에서나 데이터를 전송 및 수신할 수 있게 해주는 셀 전화와 같은 무선 기술이다. Wi-Fi 네트워크는 안전하고 신뢰성 있으며 고속인 무선 연결을 제공하기 위해 IEEE 802.11(a, b, g, 기타)이라고 하는 무선 기술을 사용한다. 컴퓨터를 서로에, 인터넷에 및 유선 네트워크(IEEE 802.3 또는 이더넷을 사용함)에 연결시키기 위해 Wi-Fi가 사용될 수 있다. Wi-Fi 네트워크는 비인가 2.4 및 5GHz 무선 대역에서, 예를 들어, 11Mbps(802.11a) 또는 54 Mbps(802.11b) 데이터 레이트로 동작하거나, 양 대역(듀얼 대역)을 포함하는 제품에서 동작할 수 있다.

[0164] 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자는 정보 및 신호들이 임의의 다양한 상이한 기술들 및 기법들을

이용하여 표현될 수 있다는 것을 이해할 것이다. 예를 들어, 위의 설명에서 참조될 수 있는 데이터, 지시들, 명령들, 정보, 신호들, 값들, 심볼들 및 칩들은 전압들, 전류들, 전자기파들, 자기장들 또는 입자들, 광학장들 또는 입자들, 또는 이들의 임의의 결합에 의해 표현될 수 있다.

[0165] 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자는 여기에 개시된 실시예들과 관련하여 설명된 다양한 예시적인 논리 블록들, 모듈들, 프로세서들, 수단들, 회로들 및 알고리즘 단계들이 전자 하드웨어, (편의를 위해, 여기에서 소프트웨어로 지칭되는) 다양한 형태들의 프로그램 또는 설계 코드 또는 이들 모두의 결합에 의해 구현될 수 있다는 것을 이해할 것이다. 하드웨어 및 소프트웨어의 이러한 상호 호환성을 명확하게 설명하기 위해, 다양한 예시적인 컴포넌트들, 블록들, 모듈들, 회로들 및 단계들이 이들의 기능과 관련하여 위에서 일반적으로 설명되었다. 이러한 기능이 하드웨어 또는 소프트웨어로서 구현되는지 여부는 특정한 애플리케이션 및 전체 시스템에 대하여 부과되는 설계 제약들에 따라 좌우된다. 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자는 각각의 특정한 애플리케이션에 대하여 다양한 방식들로 설명된 기능을 구현할 수 있으나, 이러한 구현 결정들은 본 개시의 범위를 벗어나는 것으로 해석되어서는 안 될 것이다.

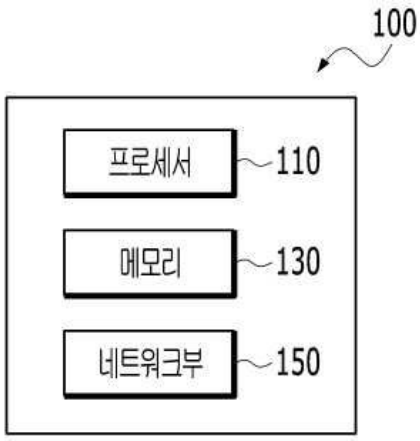
[0166] 여기서 제시된 다양한 실시예들은 방법, 장치, 또는 표준 프로그래밍 또는 엔지니어링 기술을 사용한 제조 물품(article)으로 구현될 수 있다. 용어 제조 물품은 임의의 컴퓨터-판독가능 저장장치로부터 액세스 가능한 컴퓨터 프로그램, 캐리어, 또는 매체(media)를 포함한다. 예를 들어, 컴퓨터-판독가능 저장매체는 자기 저장 장치(예를 들면, 하드 디스크, 플로피 디스크, 자기 스트립, 등), 광학 디스크(예를 들면, CD, DVD, 등), 스마트 카드, 및 플래쉬 메모리 장치(예를 들면, EEPROM, 카드, 스틱, 키 드라이브, 등)를 포함하지만, 이들로 제한되는 것은 아니다. 또한, 여기서 제시되는 다양한 저장 매체는 정보를 저장하기 위한 적어도 하나의 장치 또는 다른 기계-판독가능한 매체를 포함한다.

[0167] 제시된 프로세스들에 있는 단계들의 특정한 순서 또는 계층 구조는 예시적인 접근들의 일례임을 이해하도록 한다. 설계 우선순위들에 기반하여, 본 개시의 범위 내에서 프로세스들에 있는 단계들의 특정한 순서 또는 계층 구조가 재배열될 수 있다는 것을 이해하도록 한다. 첨부된 방법 청구항들은 샘플 순서로 다양한 단계들의 엘리먼트들을 제공하지만 제시된 특정한 순서 또는 계층 구조에 한정되는 것을 의미하지는 않는다.

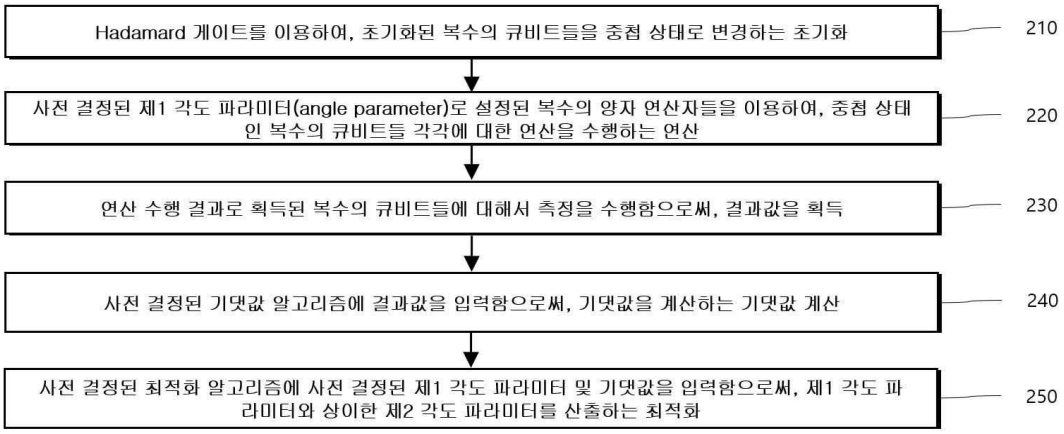
[0168] 제시된 실시예들에 대한 설명은 임의의 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자가 본 개시를 이용하거나 또는 실시할 수 있도록 제공된다. 이러한 실시예들에 대한 다양한 변형들은 본 개시의 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 명백할 것이며, 여기에 정의된 일반적인 원리들은 본 개시의 범위를 벗어남이 없이 다른 실시예들에 적용될 수 있다. 그리하여, 본 개시는 여기에 제시된 실시예들로 한정되는 것이 아니라, 여기에 제시된 원리들 및 신규한 특징들과 일관되는 최광의의 범위에서 해석되어야 할 것이다.

## 도면

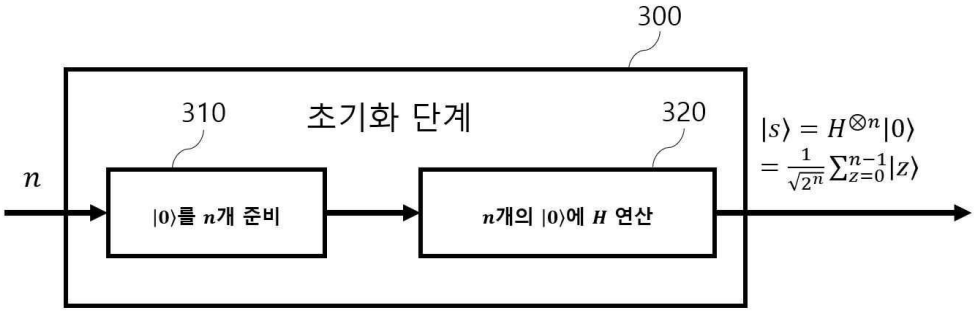
### 도면1



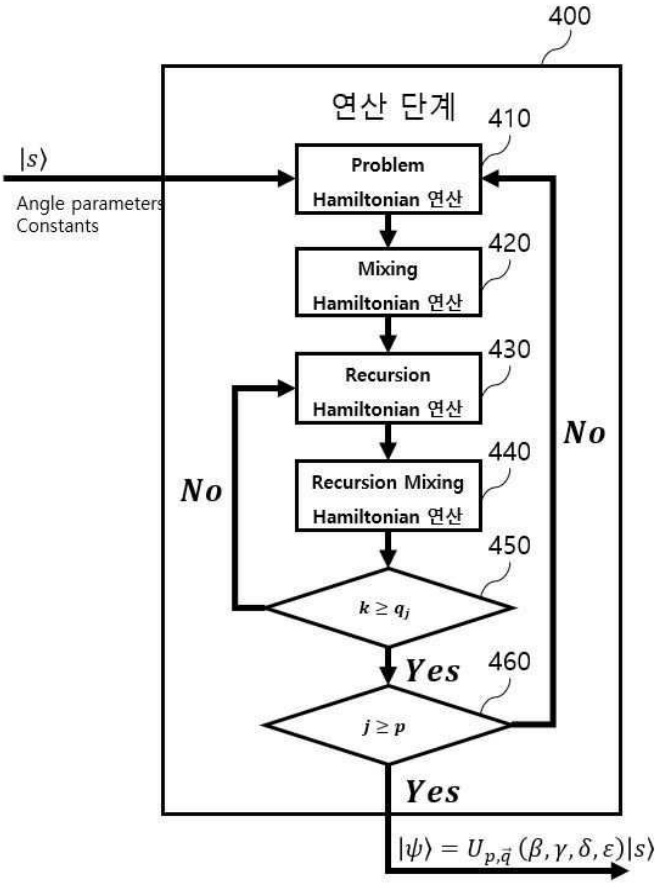
도면2


Hadamard 게이트를 이용하여, 초기화된 복수의 큐비트들을 중첩 상태로 변경하는 초기화
210
사전 결정된 제1 각도 파라미터(angle parameter)로 설정된 복수의 양자 연산자들을 이용하여, 중첩 상태인 복수의 큐비트들 각각에 대한 연산을 수행하는 연산
220
연산 수행 결과로 획득된 복수의 큐비트들에 대해서 측정을 수행함으로써, 결과값을 획득
230
사전 결정된 기댓값 알고리즘에 결과값을 입력함으로써, 기댓값을 계산하는 기댓값 계산
240
사전 결정된 최적화 알고리즘에 사전 결정된 제1 각도 파라미터 및 기댓값을 입력함으로써, 제1 각도 파라미터와 상이한 제2 각도 파라미터를 산출하는 최적화
250

도면3

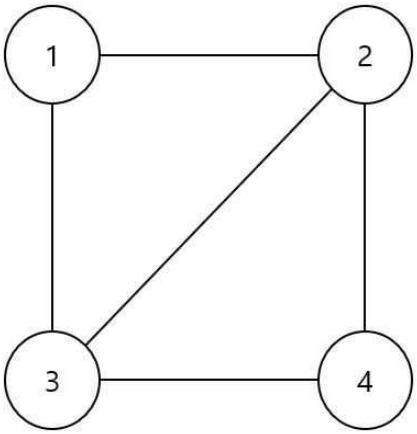

300
310
초기화 단계
320
$n$
$|0\rangle$를 $n$개 준비
$n$개의 $|0\rangle$에 $H$ 연산
$|s\rangle = H^{\otimes n}|0\rangle$
$= \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{z=0}^{n-1}|z\rangle$

도면4


400
연산 단계
410
$|s\rangle$
Angle parameters
Constants
Problem
Hamiltonian 연산
420
Mixing
Hamiltonian 연산
430
Recursion
Hamiltonian 연산
440
Recursion Mixing
Hamiltonian 연산
450
$k \geq q_j$
No
Yes
460
$j \geq p$
No
Yes
$|\psi\rangle = U_{p,\vec{q}}(\beta, \gamma, \delta, \varepsilon)|s\rangle$

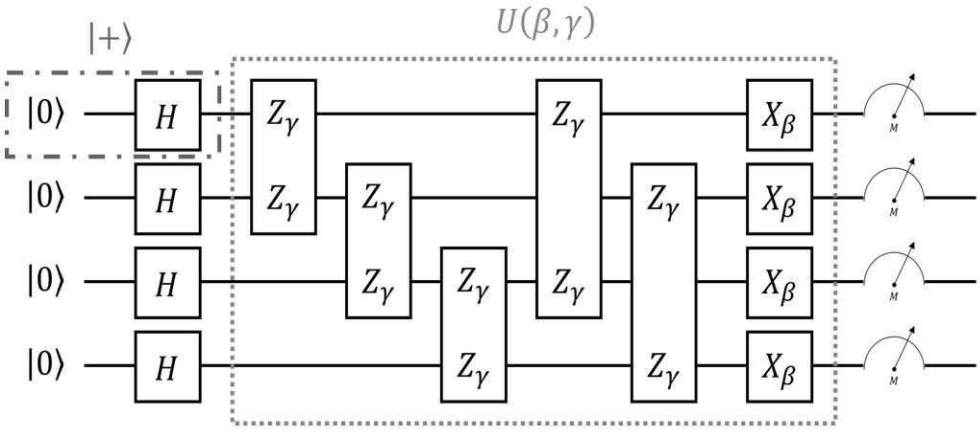
도면5

**500**


1
2
3
4

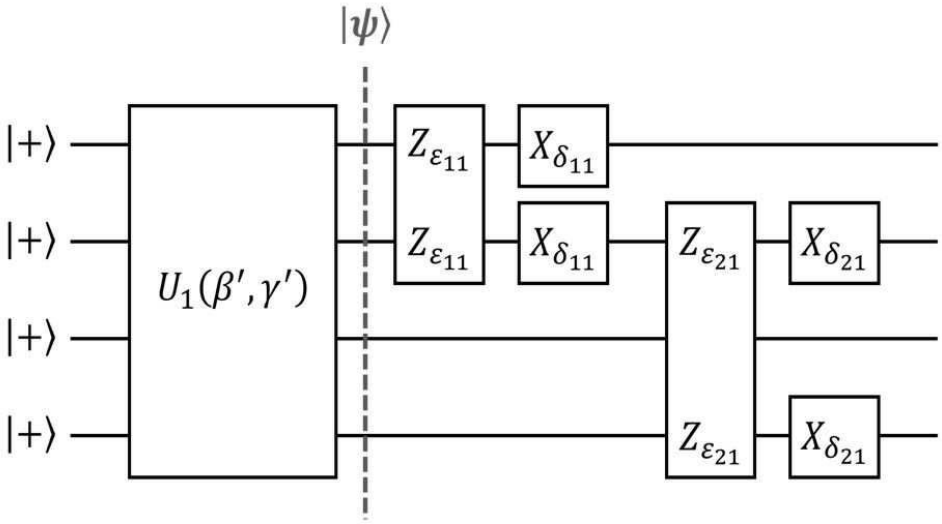
도면6

**600**

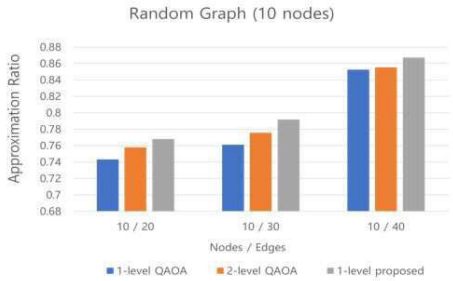



도면7

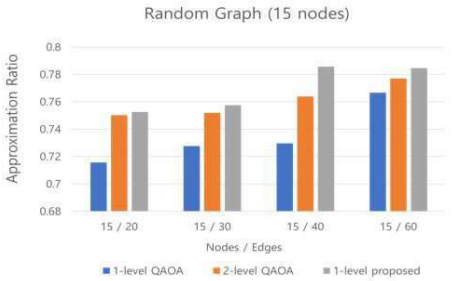
**700**



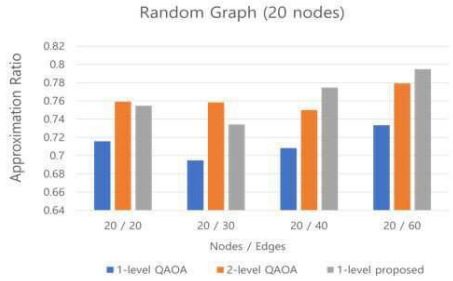
도면8


Random Graph (10 nodes)
Approximation Ratio
0.88
0.86
0.84
0.82
0.8
0.78
0.76
0.74
0.72
0.7
0.68
10 / 20
10 / 30
10 / 40
Nodes / Edges
1-level QAOA
2-level QAOA
1-level proposed

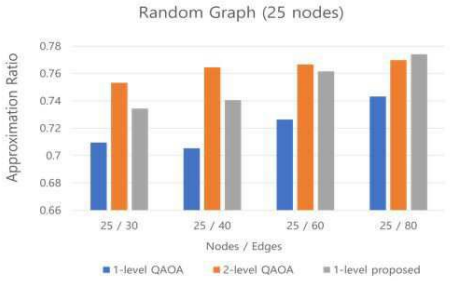
(a)


Random Graph (15 nodes)
Approximation Ratio
0.8
0.78
0.76
0.74
0.72
0.7
0.68
15 / 20
15 / 30
15 / 40
15 / 60
Nodes / Edges
1-level QAOA
2-level QAOA
1-level proposed

(b)

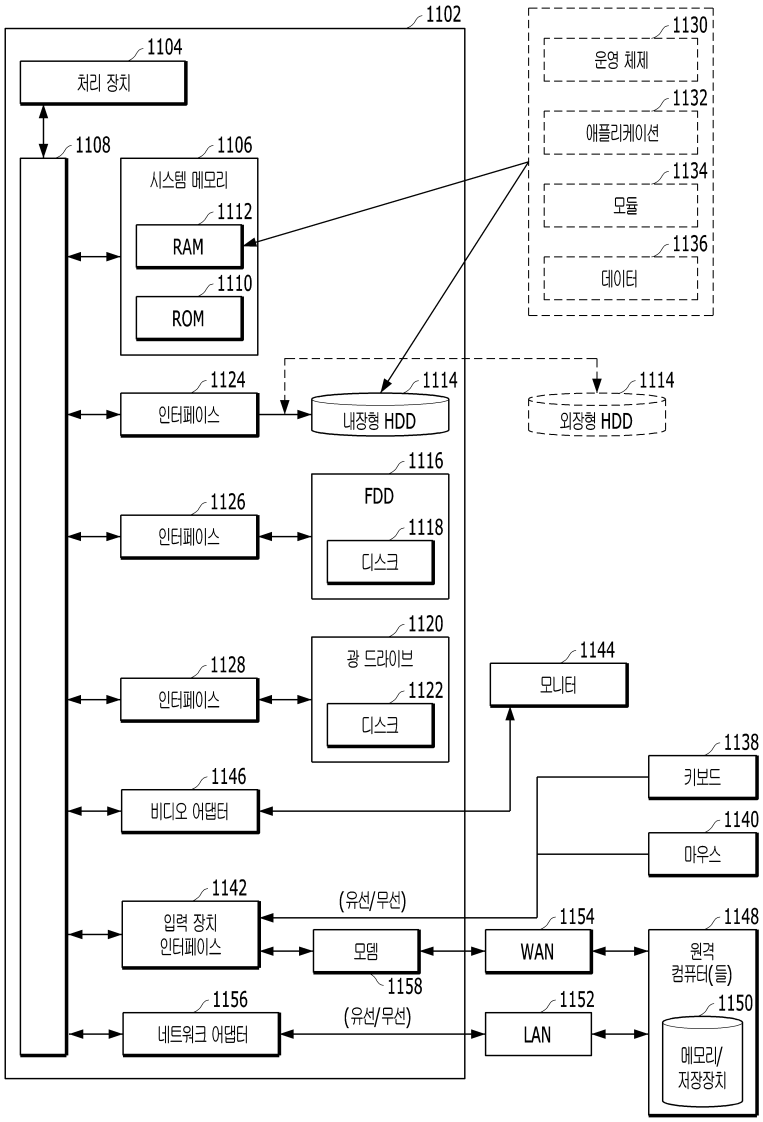

Random Graph (20 nodes)
Approximation Ratio
0.82
0.8
0.78
0.76
0.74
0.72
0.7
0.68
0.66
0.64
20 / 20
20 / 30
20 / 40
20 / 60
Nodes / Edges
1-level QAOA
2-level QAOA
1-level proposed

(c)


Random Graph (25 nodes)
Approximation Ratio
0.78
0.76
0.74
0.72
0.7
0.68
0.66
25 / 30
25 / 40
25 / 60
25 / 80
Nodes / Edges
1-level QAOA
2-level QAOA
1-level proposed

(d)

도면9


1102
1104
처리 장치
1108
1106
시스템 메모리
1112
RAM
1110
ROM
1130
운영 체제
1132
애플리케이션
1134
모듈
1136
데이터
1124
인터페이스
1114
내장형 HDD
1114
외장형 HDD
1116
FDD
1126
인터페이스
1118
디스크
1120
광 드라이브
1128
인터페이스
1122
디스크
1144
모니터
1138
키보드
1146
비디오 어댑터
1140
마우스
1142
입력 장치 인터페이스
(유선/무선)
1154
WAN
1148
원격 컴퓨터(들)
모뎀
1158
1156
네트워크 어댑터
(유선/무선)
1152
LAN
1150
메모리/ 저장장치