

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 930 096**

51 Int. Cl.:

E04G 21/04 (2006.01)

B25J 9/16 (2006.01)

G05D 3/12 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **04.03.2020** **E 20160946 (8)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **17.08.2022** **EP 3705664**

54 Título: **Control de brazo articulado de una bomba de hormigón**

30 Prioridad:

07.03.2019 DE 102019105871

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

07.12.2022

73 Titular/es:

LIEBHERR-MISCHTECHNIK GMBH (100.0%)

Im Elchgrund 12

88427 Bad Schussenried, DE

72 Inventor/es:

WANNER, JULIAN y

SAWODNY, PROF. DR.-ING. DR. H. C. OLIVER

74 Agente/Representante:

CARVAJAL Y URQUIJO, Isabel

ES 2 930 096 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Control de brazo articulado de una bomba de hormigón

5 La presente invención se refiere a un control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio que puede girar alrededor de un eje vertical, y al menos dos segmentos que pueden pivotar mediante articulaciones alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical y los segmentos pueden pivotar a través de actuadores alrededor de los ejes horizontales, en donde preferentemente están previstos sensores para determinar el ángulo de giro del soporte giratorio y para determinar el ángulo de articulación de las articulaciones. En particular, la bomba de hormigón es una autobomba de hormigón.

15 Las bombas de hormigón con pluma de distribución representan el estándar universal para la introducción y distribución efectivas de hormigón en la obra. Desde el camión-hormigonera, a través de la bomba de émbolo doble el hormigón recorre el tubo de transporte en la pluma de distribución y a través de la manguera terminal en la punta de pluma se introduce en la construcción. El usuario controla la bomba de hormigón con un control remoto y garantiza el posicionamiento aproximado de la punta de pluma. La pluma poliarticulada hace posible a este respecto un posicionamiento rápido y efectivo en zonas de difícil acceso. El operario que maneja la manguera terminal conduce el hormigón para el posicionamiento preciso a través de la manguera flexible hacia el punto de hormigonado final.

20 El control de la pluma de distribución por parte del usuario es una tarea compleja, que requiere la coordinación de varios grados de libertad de rotación en el espacio tridimensional. A este respecto han de tenerse en cuenta adicionalmente restricciones por parte del sistema y del entorno de la obra. Mediante el control axial individual existe un riesgo alto de un movimiento incontrolado de la manguera terminal y con ello el riesgo del personal de la obra.

25 En el marco de la presente invención, por lo tanto, se utiliza un control de brazo articulado para el control de los actuadores, que comprende un control de geometría, que a partir de valores de entrada a un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio y/o de las articulaciones. El control de geometría, por consiguiente, asiste al usuario en el posicionamiento de la manguera terminal y reduce la complejidad del control axial individual.

30 El documento EP0686224B2 describe un control TCP para una autobomba de hormigón. El control comprende el pivotado hacia adelante y hacia atrás a la misma altura y la elevación y descenso a la misma distancia radial con una palanca de mando en cada caso. Además, se tiene en cuenta la flexión estática de la pluma y se facilita un equipo para evitar colisiones para suelos y techos. Las señales de medición de sensores de distancia en los segmentos pueden procesarse opcionalmente en el control. Los distintos medios de funcionamiento hacen posible la utilización de sistemas de coordenadas TCP variables, así como el control de un eje original.

35 El documento EP1337727B1 amplía el alcance funcional del control TCP. Una articulación seleccionada puede desplazarse a este respecto manteniendo la posición y movimiento de la punta de pluma. La posición del manipulador varía, por consiguiente, sin influir en el TCP. El ángulo de una articulación o la inclinación de un segmento puede mantenerse constante además en coordenadas relativas o absolutas para el movimiento adicional del TCP. Una función adicional es la restricción de la velocidad y aceleración de los actuadores.

40 Los documentos DE19503895A1 y EP0715673B2 describen conceptos de control TCP especialmente para el operario que maneja la manguera. La pluma de distribución se mueve, a este respecto, a través de equipos de control en la manguera o segmento terminal y se mantiene constante con respecto a un plano de referencia en el espacio de tareas. Las patentes se han extinguido.

El documento WO2015/109975A1 describe un control TCP con un circuito regulador adicional en el espacio de tareas. En el caso de que el TCP se desvíe de la trayectoria planificada, este regulador se activa para la corrección del error.

45 El documento WO2015/109976A1 comprende un control TCP basado en la optimización que minimiza el movimiento articulado necesario. Las restricciones de articulación se implementan posteriormente a través de consultas de verificación.

50 El documento WO2017/174714A1 propone una estimación de la flexión estática basada en señales de medición. Para ello, el ángulo de articulación del manipulador con codificadores giratorios y la inclinación del último segmento con un sensor angular geodésico. Partiendo de un manipulador rígido se determinan ángulos de corrección para los ángulos de articulación a partir de las señales de medición.

El documento WO 2013/007121 A1 representa un procedimiento para el cálculo de la posición de la punta de pluma de un manipulador flexible. A este respecto se determina un acortamiento de longitud de los segmentos debido a la deformación estática para cada segmento y basándose en esto se mejora el cálculo de posición del manipulador.

55 El documento WO2017/174714A1 está dirigido a un diseño optimizado para mejorar el rendimiento del sistema hidráulico. El documento WO 2013/007039 A1 comprende, asimismo, un método para aumentar el rendimiento de manipuladores

hidráulicos. El documento WO 2015/101088 A1 describe un control TCP basado en la optimización con restricciones de articulación. Basándose en la solución óptima se determina el caudal de aceite necesario de los actuadores y adapta la velocidad de articulación a través de un factor proporcional al caudal disponible.

5 El documento EP 2 813 643 B1 propone un sistema para monitorizar la estabilidad para autobombas de hormigón. El centro de gravedad global del manipulador se calcula, a este respecto, a partir de señales de medición.

10 En el documento de K. L. Knierim y O. Sawodny, "Tool-Center-Point control of the KAI manipulator using constrained QP optimization", Mechatronics 30 (2015), pág. 85-93, así como en el documento de K. L. Knierim, *Der KAI-Manipulator Modellierung, Identifikation und Regulierung eines hydraulisch aktuierten Großraummanipulators zur Räumung von Sprengfallen*, disertación en el Instituto de dinámica de sistemas en Stuttgart, 2015 se resuelve un problema de optimización cuadrática para el control de un manipulador hidráulico.

Angelika Höfer en *Steuerung der Konfiguration eines redundanten Manipulators*, Braunschweig, Vieweg, 1992, isbn: 978-3-528-06516-4 describe el control de un manipulador redundante. Richard Colbaugh, Homayoun Seraji y KL Glass. en "Obstacle avoidance for redundant robots using configuration control". En el documento: Journal of Field Robotics 6.6 (1989), pág. 721-744 describe un equipo para evitar colisiones en robots redundantes.

15 El documento DE102016125145 A1 describe un equipo de control para una bomba de hormigón que traslada la pluma de manera autónoma desde una posición inicial a una posición objetivo predeterminada.

20 Wildan Lalo, en *Ein Beitrag zur Entwicklung von Assistenzsystemen für serielle und parallele Roboter am Beispiel von Autobetonpumpen und seilbasierten Regalbediengeräten*, 01.01.2014, disertación en la Universidad de Duisburg-Essen, describe un algoritmo de control para el brazo de pluma de una bomba de hormigón. La optimización se realiza en este sentido mediante un modelo de cuerpo rígido del brazo de pluma. La solución hallada de este modo se corrige posteriormente con la flexión estática debido al peso propio del brazo de pluma

25 Mathias Näther et al. *Beton 3D-Druck Machbarkeitsuntersuchungen zur kontinuierlichen und schalungsfreien Bauverfahren durch 3D-Formung von Frischbeton*, 31.12.2017, Universidad Técnica de Dresde describe un algoritmo de control para el brazo de pluma de una bomba de hormigón en el que la solución de la cinemática inversa para un manipulador rígido se realiza de manera analítica.

El objetivo de la presente invención es poner a disposición un control de brazo articulado mejorado de una bomba de hormigón.

Este objetivo se resuelve mediante los controles de brazo articulado de acuerdo con las reivindicaciones independientes.

Son objeto de las reivindicaciones dependientes diseños preferidos de la presente invención.

30 La presente invención comprende en un primer aspecto de acuerdo con la reivindicación 1 un control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio que puede girar alrededor de un eje vertical y al menos dos segmentos que pueden pivotar mediante articulaciones alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical y los segmentos pueden pivotar a través de actuadores alrededor de los ejes horizontales, en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores y comprende un control de geometría, que a partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio y/o de las articulaciones. De acuerdo con la invención está previsto a este respecto que el control de geometría determine la trayectoria mediante la solución de un problema de optimización, en donde en el problema de optimización se considera una deformación del brazo articulado debido a su peso propio.

40 La determinación de la trayectoria mediante la solución de un problema de optimización permite poner a disposición un control de geometría capaz de funcionar en tiempo real que pueda ejecutarse en el mecanismo de mando de la bomba de hormigón y cumpla con los estrictos requisitos asociados a esto en la potencia de cálculo necesaria del algoritmo. Al minimizarse la deformación del brazo articulado debido a su peso propio ya en el marco del problema de optimización a pesar de ello en este sentido se produce un posicionamiento exacto del TCP. De acuerdo con la invención, el problema de optimización como función objetivo minimiza una desviación entre el movimiento TCP teórico y un movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado, en donde el modelo físico del brazo articulado considera una deformación del brazo articulado debido a su peso propio.

50 En un diseño posible de la presente invención, el modelo físico del brazo articulado reproduce la flexibilidad al menos de un segmento mediante modelado de una deformación distribuida del segmento.

55 En un segundo aspecto de acuerdo con la reivindicación 3 la presente invención comprende un control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio que puede girar alrededor de un eje vertical y al menos dos segmentos que pueden pivotar mediante articulaciones alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical y los segmentos pueden pivotar a través de actuadores alrededor de ejes horizontales, en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores y comprende un control de geometría que a

partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio y/o de las articulaciones. A este respecto, está previsto que el control de geometría se realice empleando un modelo físico del brazo articulado que reproduce la flexibilidad al menos de un segmento mediante modelado de una deformación distribuida del segmento.

De acuerdo con la presente invención el modelo físico es un modelo de cuerpo rígido con articulaciones actuadas. A este respecto, el modelo de cuerpo rígido comprende articulaciones virtuales dentro de los segmentos que describen la deformación distribuida de los segmentos. Las secciones parciales de los segmentos que están unidas entre sí mediante una articulación virtual, sin embargo, se contemplan de nuevo como cuerpos rígidos.

A diferencia de en el estado de la técnica, por lo tanto, el ángulo de articulación de la articulación no se provee simplemente de un término de corrección, y el segmento en sí se contempla además como cuerpo rígido, sino que se utiliza un modelo que describe una deformación distribuida por el segmento.

Diseños preferidos tanto del primer como del segundo aspecto se describen a continuación. En un diseño posible del primer aspecto de la presente invención la deformación distribuida se aproxima mediante discretización.

En un diseño posible del primer aspecto de la presente invención se utiliza un modelo que describe la flexibilidad de al menos un segmento mediante al menos una articulación virtual dispuesto dentro de este segmento.

En un diseño posible de la presente invención está previsto que el modelo físico describa la deformación estática del brazo articulado. Por lo tanto, las vibraciones quedan desatendidas en el marco del control de geometría. Sin embargo, el control de brazo articulado puede presentar una amortiguación de vibraciones que está conectada aguas abajo del control de geometría.

Preferentemente, el modelo describe varios y de manera más preferente todos los segmentos del brazo articulado, y reproduce con ello simultáneamente la posición del brazo articulado.

Preferentemente se considera al menos la deformación del segmento dispuesto directamente en el soporte giratorio mediante una articulación virtual correspondiente dado que la flexión de este segmento tiene la mayor influencia en la posición de la punta de pluma del brazo articulado. Como alternativa o adicionalmente, puede tenerse en cuenta la deformación del último segmento que forma la punta de pluma. Este habitualmente es el menos estable y, por lo tanto, el más flexible. Sin embargo, la articulación virtual puede estar prevista también en otro segmento.

Preferentemente la deformación de varios y de manera más preferente de todos los segmentos se describe mediante al menos una articulación virtual dispuesta dentro del segmento respectivo.

En un diseño posible de la presente invención, a cada articulación virtual se asocia un elemento de resorte. Preferentemente, la constante de elasticidad se selecciona de modo que la articulación virtual describe la magnitud de la flexión del segmento real.

En un diseño posible de la presente invención dentro del segmento están previstas menos de 10, de manera más preferente menos de 5, de manera más preferente menos de 3, y en una configuración posible exactamente una articulación virtual. Esto reduce la complejidad del modelo.

Dado que únicamente se considera la flexión del brazo articulado en la vertical, las articulaciones virtuales presentan un eje de giro horizontal.

En un diseño posible de la presente invención el control de geometría y/o el modelo físico considera elasticidades del chasis de vehículo, de los apoyos y/o de la suspensión de vehículo. También estas elasticidades influyen en la posición de la punta de pluma de modo que su consideración contribuye a un posicionamiento aún más exacto.

En un diseño posible de la presente invención está previsto que el modelo físico del brazo articulado tenga en cuenta una deformación del brazo articulado debido al peso del hormigón transportado.

En un diseño posible de la presente invención el control de brazo articulado presenta una función para determinar el estado del transporte de hormigón a partir de valores de medición y/o de control cuyos valores iniciales entran en el modelo físico del brazo articulado.

La presente invención comprende en un tercer aspecto de acuerdo con la reivindicación 8 un control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio que puede girar alrededor de un eje vertical y al menos dos segmentos que pueden pivotar mediante articulaciones alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical y los segmentos pueden pivotar a través de actuadores alrededor de ejes horizontales, en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores y comprende un control de geometría, que a partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio y/o de las articulaciones.

De acuerdo con la invención está previsto que el control de brazo articulado comprenda una función para determinar el estado del transporte de hormigón a partir de valores de medición y/o de control y el control de geometría tengan en cuenta una deformación del brazo articulado debido al peso del hormigón transportados.

5 De acuerdo con la invención se determina, por lo tanto, el estado del transporte de hormigón y se considera su influencia en la deformación del brazo articulado por el control de geometría. Dado que el peso del hormigón que se encuentra en la tubería de elevación guiada a lo largo del brazo articulado tiene una influencia considerable en la deformación del brazo articulado se aumenta por ello la exactitud del movimiento TCP alcanzado.

10 En un diseño posible de la presente invención la función para la determinación del estado del transporte de hormigón se utiliza simultáneamente mediante una amortiguación de vibraciones que mediante el transporte de hormigón amortigua vibraciones inducidas del brazo articulado.

En un diseño posible de la presente invención, la función para la determinación del estado del transporte de hormigón se basa en un modelo físico del transporte de hormigón.

En un diseño posible de la presente invención, la función calcula el estado del transporte de hormigón a partir de valores de medición de la posición y/o del estado de vibración de la pluma de distribución.

15 En un diseño posible de la presente invención, la función determina el estado del transporte de hormigón a partir de señales de mando y/o parámetros de funcionamiento de la bomba elevadora y/o del transporte de hormigón.

20 En un diseño posible de la presente invención la función para determinar el estado del transporte de hormigón determina la presión de hormigón a la entrada de la tubería de elevación basándose en parámetros de funcionamiento de la bomba elevadora. En particular, la función para determinar el estado del transporte de hormigón determina la presión de hormigón a la entrada de la tubería de elevación basándose en la presión hidráulica de los cilindros elevadores y la relación de superficie de émbolo de la bomba elevadora.

25 Preferentemente, la función para determinar el estado del transporte de hormigón determina el nivel de llenado de la tubería de elevación basándose en la presión de hormigón a la entrada de la tubería de elevación.

30 La presente invención comprende también todas las posibles combinaciones de los tres aspectos anteriormente descritos siempre y cuando estos no vayan más allá del ámbito de protección de la invención que está definido solo mediante las reivindicaciones adjuntas.

Los diseños preferidos que perfeccionan todos los aspectos de la presente invención se describen a continuación.

35 En un diseño posible de la presente invención están previstos sensores para determinar el ángulo de giro del soporte giratorio y para determinar el ángulo de articulación de las articulaciones. Estos pueden medir directa o indirectamente el ángulo de giro o ángulo de articulación. Los ángulos de giro o de articulación determinados por los sensores entran en el control de geometría.

40 Un sistema de sensores adicional no es necesario en general. El control de geometría en una configuración posible se realiza, por lo tanto, solo basándose en el ángulo de giro del soporte giratorio y el ángulo de articulación de las articulaciones. Si en cuanto a otros diseños posibles de la presente invención se describe un sistema de sensores adicional, sus señales de salida, adicionalmente a las de los sensores para determinar el ángulo de giro del soporte giratorio y para determinar el ángulo de articulación de las articulaciones pueden entrar en el control de geometría.

En la presente invención el control de geometría determina la trayectoria al resolver un problema de optimización, en donde el problema de optimización como función objetivo minimiza una desviación entre el movimiento TCP teórico y un movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado.

45 En un diseño posible de la presente invención las restricciones del sistema hidráulico y/o del espacio de trabajo como condición secundaria entran en la optimización. Esto garantiza que la trayectoria tome en consideración las restricciones del sistema hidráulico y/o del espacio de trabajo y a pesar de ello se seleccione de manera óptima.

En un diseño posible de la presente invención el caudal máximo disponible y/o la potencia del suministro del sistema hidráulico máxima disponible entran como condición secundaria en la optimización.

50 En un diseño posible de la presente invención el control de geometría comprende una función para evitar colisiones del brazo articulado con contornos de interferencia, en donde las restricciones del espacio de trabajo formadas por los contornos de interferencia entran en la optimización como condición secundaria. También, en este caso, la consideración de los contornos de interferencia ya tiene ventajas considerables en el marco del problema de optimización frente a una consideración que es solo posterior.

En un diseño posible de la presente invención la función para evitar colisiones del brazo articulado con contornos de interferencia limita una velocidad de arranque del brazo articulado hacia un contorno de interferencia a un valor que hace posible un frenado antes de alcanzar el contorno de interferencia. Esto asegura que se evita con seguridad una colisión.

5 En un diseño posible de la presente invención la función para evitar colisiones permite un desplazamiento paralelo a un contorno de interferencia a toda velocidad. Por lo tanto, cerca de un contorno de interferencia, en general, no se reduce la velocidad de desplazamiento, sino solo los porcentajes de velocidad de desplazamiento mediante los cuales se reduciría la distancia del brazo articulado con respecto al contorno de interferencia. Esto hace posible, por ejemplo, un desplazamiento del brazo articulado a lo largo de un borde de edificio con alta velocidad.

10 En un diseño posible de la presente invención el control de geometría comprende una función de estabilidad que determina la posición del centro de gravedad de la bomba de hormigón, en donde el requisito de que el centro de gravedad de la bomba de hormigón se encuentre en un área segura, entra como condición secundaria en la optimización. Por ello, ya en el marco de la generación de la trayectoria se toma en consideración la estabilidad de la bomba de hormigón. Preferentemente, adicionalmente está prevista una segunda función de estabilidad independiente del control de geometría.

15 En un diseño posible de la presente invención, el control de brazo articulado comprende un módulo de planificación de trayectoria para la realización automática de un movimiento del brazo articulado y/o del TCP, en donde un valor teórico generado mediante el módulo de planificación de trayectoria como entrada entra en el control de geometría.

En un posible diseño de la presente invención está previsto que el módulo de planificación de trayectoria describa restricciones del espacio de trabajo de manera simplificada con respecto al problema de optimización o no las considere.

20 En un posible diseño de la presente invención un valor teórico del movimiento TCP generado mediante el módulo de planificación de trayectoria entra del mismo modo como entrada en el control de geometría que una señal de palanca de mano.

25 En un posible diseño de la presente invención el problema de optimización minimiza la desviación entre el movimiento TCP teórico y el movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado como primera función objetivo y una desviación de una configuración del brazo articulado de una configuración teórica como segunda función objetivo. Por ello, ya en el marco del problema de optimización se implementa un control de configuración.

En un diseño posible de la presente invención, el control de geometría comprende un solucionador numérico que resuelve de nuevo el problema de optimización en cada etapa de tiempo. Esto permite la implementación en el controlador.

30 En un diseño posible de la presente invención, el problema de optimización está formulado como problema de optimización cuadrática.

Preferentemente, en el problema de optimización se ponderan con más intensidad velocidades en perpendicular a una dirección de la velocidad TCP teórica que las velocidades en la dirección de la velocidad TCP teórica. Esto logra que la trayectoria sigue la dirección de la velocidad TCP teórica y, si fuera necesario, reduce antes el valor de la velocidad.

35 En un diseño posible de la presente invención, el movimiento TCP teórico se introduce en el control de geometría mediante las especificaciones de un usuario, que se realizan preferentemente a través de palancas de mano, y/o mediante una trayectoria especificada de la punta de pluma, que preferentemente se genera automáticamente.

El TCP (*Tool Central Point*, punto central de la herramienta) puede estar dispuesto en función de la aplicación en diferentes puntos a lo largo del brazo articulado. Por ejemplo, la punta de pluma puede seleccionarse como TCP.

40 El control de brazo articulado comprende preferentemente un microprocesador y una memoria en la que está almacenado un software de control que en una realización implementa, mediante el microprocesador, la estructura anteriormente descrita y/o el modo de funcionamiento anteriormente descrito del control de brazo articulado de acuerdo con la invención. El control de brazo articulado presenta, por lo demás, una o varias entradas a través de las cuales está conectado con sensores, en particular, los sensores anteriormente descritos, y/o controla una o varias salidas a través de las cuales
45 controla los actuadores anteriormente descritos.

Un software de control de un control de brazo articulado, como se ha descrito anteriormente no forma parte de la invención en sí. El software de control puede estar almacenado en una memoria y/o representar un producto de programa informático.

50 La presente invención comprende por lo demás una bomba de hormigón, en particular, autobomba de hormigón, con un brazo articulado a lo largo del cual se conduce una tubería de elevación para el hormigón, y con un control de brazo articulado, como se ha descrito anteriormente. La presente invención comprende por lo demás un procedimiento para el mando de una bomba de hormigón, en donde se utiliza un control de brazo articulado, como se ha descrito anteriormente. En particular, el procedimiento se realiza de modo tal como se ha descrito anteriormente.

La presente invención se describe ahora con más detalle mediante ejemplos de realización y dibujos.

A este respecto, muestran:

Fig. 1: un ejemplo de realización de una bomba de hormigón de acuerdo con la invención,

Fig. 2: una representación esquemática de un modo de funcionamiento para un control semiautomático,

Fig. 3: una representación esquemática de un modo de funcionamiento para un control totalmente automático,

5 Fig. 4: la estructura esquemática de un ejemplo de realización de un control de brazo articulado de acuerdo con la invención con amortiguación de vibraciones.

Fig. 5: el brazo articulado de un manipulador de cinco miembros en una vista lateral,

Fig. 6: el brazo articulado de un manipulador de cinco miembros en una vista en planta desde arriba,

10 Fig. 7: la estructura esquemática de un ejemplo de realización de un control de geometría que se utiliza de acuerdo con la invención,

Fig. 8: una representación de un sistema de coordenadas de efector final para ponderar velocidades teóricas oblicuas,

Fig. 9: diagramas que muestran un control de geometría con y sin ponderación TCP,

Fig. 10: diagramas que muestran un control de geometría sin compensación de deformación,

Fig. 11: diagramas que muestran un control de geometría con compensación de deformación,

15 Fig. 12: configuraciones teóricas posibles del manipulador,

Fig. 13: una representación esquemática de un ejemplo de realización de un sistema de evitación de obstáculos,

Fig. 14: una representación general de segmento y obstáculo,

Fig. 15: una representación del brazo articulado con restricciones de pared,

Fig. 16: una representación esquemática de los centros de masas de un brazo articulado,

20 Fig. 17: una representación esquemática de las coordenadas relativas utilizadas en este ejemplo de realización para la evitación de colisiones propias,

Fig. 18: una representación esquemática de restricciones de obstáculos,

Fig. 19: un diagrama que muestra un control de geometría con y sin ponderación,

Fig. 20: un diagrama que muestra la velocidad TCP en la dirección del eje y,

25 Fig. 21: una representación esquemática de un regulador axial con realimentación de velocidad,

Fig. 22: una representación esquemática de un regulador axial con realimentación de posición y de velocidad,

Fig. 23: una representación esquemática de la distancia más corta de punto a recta,

Fig. 24: una representación esquemática de la distancia más corta de punto a segmento, en donde la distancia más corta es un vértice, en el caso de que el punto de proyección no se encuentre dentro del segmento.

30 En la figura. 1 se muestran los elementos relevantes de un ejemplo de realización de una autobomba de hormigón de acuerdo con la invención. Esta presenta un chasis con un tren de rodaje con varios ejes con neumáticos mediante los cuales la autobomba de hormigón puede desplazarse en la calle.

En el chasis están previstos cilindros de apoyo 9 y 10 delanteros y traseros que están dispuestos en puntales 10 y 12 desplegados y/o telescópicos. Por lo demás, se representa una caja de transferencia 11.

35 El chasis soporta detrás un grupo de bombas 1 y a través de un soporte de pluma 2 un brazo articulado a lo largo del cual se conduce una tubería de elevación no representada.

El brazo articulado que también se denomina pluma o pluma de distribución, consta de un soporte giratorio 3 y cuatro segmentos 4 a 7 (es posible un número discrecional de segmentos), que están acoplados mediante articulaciones A E. La articulación A sobre el vehículo hace posible el giro del soporte giratorio 3 alrededor del eje vertical, las articulaciones B a E hacen posible el pivotado de los segmentos 4 a 7 alrededor de ejes basculantes horizontales. El sistema de actuadores de la bomba de hormigón consta de cilindros hidráulicos 14 a 17 en las articulaciones respectivas B a E y un motor hidráulico para la articulación giratoria A del soporte giratorio. Los cilindros de sistema hidráulico 14 a 17 permiten el movimiento de la pluma de distribución en el plano vertical. El motor hidráulico gira toda la pluma alrededor del eje

vertical. La punta de pluma 22 es la punta de la pluma de distribución. Esta puede seleccionarse como TCP del control de geometría.

En la pluma de distribución está instalada una tubería de elevación que transporta hormigón hacia la punta de pluma 22. Desde allí el hormigón se conduce a través de una sección de manguera 8 hacia un usuario. La presión de elevación necesaria se genera, a este respecto, mediante una bomba de émbolo doble de la unidad de bomba 1.

El control de brazo articulado se clasifica en el ejemplo de realización en los subsistemas representados en la figura 4: control de geometría, control previo, regulación y aportación de una magnitud perturbadora.

El control de geometría sirve para generar la trayectoria de movimiento para la pluma de distribución, que en el presente caso también se denomina trayectoria. La trayectoria de movimiento es una función de tiempo para posición, velocidad, aceleración y/o sacudida de los ejes de articulación de la pluma de distribución. En el control previo se adapta a la dinámica del sistema y en la regulación se especifica como valor teórico. El control previo sirve para permitir un desplazamiento rápido de la pluma de distribución sin excitar las frecuencias propias. La regulación comprende una regulación para amortiguar las vibraciones propias del brazo articulado y una regulación de posición. A este está conectado aguas abajo un regulador axial no representado que sirve para convertir la velocidad angular teórica de la articulación a la velocidad de actor real. La aportación de una magnitud perturbadora sirve para la reducción de vibraciones inducidas debido al transporte de hormigón en la pluma de distribución.

La presente invención se refiere principalmente a la estructura y al modo de funcionamiento del control de geometría. Los subsistemas control previo, regulación y aportación de una magnitud perturbadora pueden estar diseñados del modo que se conoce por las solicitudes DE 10 2018 109 088 A1, DE 10 2018 109 057 A1 y DE 10 2018 109 098 A1. En variantes alternativas posibles, sin embargo, puede recurrirse también a otros diseños de uno o varios de estos subsistemas y/o renunciarse a uno o a varios de estos subsistemas.

1 Introducción

Las bombas de hormigón con pluma de distribución representan el estándar universal para la introducción y distribución efectivas de hormigón en la obra. Desde el camión-hormigonera, a través de la bomba de émbolo doble el hormigón recorre el tubo de transporte en la pluma de distribución y a través de la manguera terminal en la punta de pluma se introduce en la obra. El usuario controla la bomba de hormigón con un control remoto y asegura el posicionamiento aproximado de la punta de pluma. La pluma poliarticulada hace posible, a este respecto, un posicionamiento rápido y efectivo en zonas de difícil acceso. El operario que maneja la manguera terminal conduce el hormigón para el posicionamiento preciso a través de la manguera flexible hacia el punto de hormigonado final. El control de la pluma de distribución por parte del usuario es una tarea compleja que requiere la coordinación de varios grados de libertad de rotación en el espacio de trabajo tridimensional. A este respecto, han de tenerse en cuenta adicionalmente restricciones por parte del sistema y del entorno de la obra. Mediante el control axial individual existe un riesgo alto de un movimiento incontrolado de la manguera terminal y, con ello, se ponen en peligro al personal de la obra.

El objetivo del control de geometría es asistir al usuario en el posicionamiento de la manguera terminal y reducir la complejidad del control axial individual. Mediante un algoritmo de planificación de trayectoria presente, dado el caso, son posibles además movimientos autónomos como, por ejemplo, el despliegue y el pliegue de la pluma de distribución. El control de geometría puede comprender para este fin los modos de funcionamiento control semiautomático y totalmente automático del manipulador.

En el funcionamiento semiautomático el usuario indica la velocidad y dirección de la punta de pluma, o la velocidad de las articulaciones. El control de geometría sincroniza el movimiento de las articulaciones de modo que la punta de pluma toma el trayecto deseado y se respetan las restricciones del sistema y del entorno (ver figura 2). Las especificaciones de velocidad se especifican por parte del usuario con una palanca de mano. El algoritmo calcula las trayectorias de movimiento al solucionar un problema de optimización utilizando la cinemática hacia adelante diferencial. Con ello pueden evitarse los problemas como la redundancia de posiciones de pluma, así como singularidades en la resolución y adicionalmente se toman en consideración las restricciones condicionadas por el sistema y el entorno. Por consiguiente, el usuario puede especificar, por ejemplo, un movimiento horizontal constante de la manguera terminal con una desviación de palanca de mano. Si en este movimiento un segmento se acerca demasiado a un obstáculo, por ejemplo, un techo, entonces, manteniendo la velocidad de la punta de pluma se modifica la configuración del manipulador y el obstáculo se evita.

El funcionamiento totalmente automático se diferencia del semiautomático en el sentido de que la planificación del movimiento se realiza sin ninguna especificación de usuario. Un módulo de planificación de trayectoria superior coordina la ejecución autónoma de tareas (ver figura 3). El curso de posición deseado se especifica, basándose en la tarea o mediante una trayectoria almacenada y se calcula el movimiento articulado necesario. A este respecto, se respetan asimismo restricciones del sistema y del entorno. El modo de funcionamiento se utiliza, por ejemplo, para el pliegue y el despliegue automáticos de la pluma de distribución.

El control de geometría puede integrarse como se muestra en la figura 4, en la amortiguación de vibraciones de la autobomba de hormigón. Las trayectorias de movimientos del control de geometría son funciones de tiempo para la posición y la velocidad de los ejes de articulación de la pluma de distribución. En el control previo se adaptan a la dinámica

del sistema y en la regulación se especifican como valor teórico. Las magnitudes de ajuste calculadas a partir de esto se transforman en un movimiento mediante el sistema hidráulico de la bomba de hormigón. La regulación garantiza, a este respecto, que se corrijan desviaciones de los valores teóricos.

1.1 Finalidad

- 5 El objetivo de la presente invención es facilitar un control de palanca de mano en coordenadas TCP para la pluma de distribución de una autobomba de hormigón. La definición exacta del TCP dependerá, a este respecto, de la tarea seleccionada. El control debe tener en cuenta, además, propiedades específicas de cada sistema y/o condiciones del entorno. Entre estas figuran preferentemente restricciones cinemáticas en el plano de la posición, velocidad y aceleración, así como las propiedades de los actuadores hidráulicos. La deformación estática del manipulador es preferentemente una magnitud de influencia adicional. Las condiciones del entorno son obstáculos como, por ejemplo, techos, paredes y edificios en la zona de influencia del manipulador. La pluma de distribución debe evitar además una colisión propia y cumplir con los requisitos de estabilidad. La posición del manipulador se fija mediante un control de configuración. Con ello son posibles la especificación de configuraciones definidas y cambio de configuración durante el funcionamiento. El control debe presentar además un modo de funcionamiento para movimientos autónomos. Esto comprende especialmente el despliegue y el pliegue automáticos del manipulador. El control de geometría debe ser capaz además de funcionar en tiempo real y debe poder ejecutarse en el mecanismo de mando del vehículo. Con ello se presentan estrictos requisitos en la potencia de cálculo del algoritmo.

En función de las restricciones de cálculo se selecciona un procedimiento QP local en el plano de velocidad.

2 Modelado cinemático

- 20 La relación entre la pose del manipulador $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ en el espacio de tareas dependiendo de las coordenadas generalizadas $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ en el espacio de configuración del manipulador es

$$\mathbf{x} = \mathbf{k}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

- 25 en donde $\mathbf{k}(\cdot)$ representa la cinemática hacia adelante, es decir, la relación cinemática entre espacio de tarea y de configuración (ver figura 5-6). El sistema de coordenadas inercial (I) define el espacio de tareas del manipulador. La pose $\mathbf{x}$ se describe con respecto a (I) y se compone, en general, de la posición de un punto y de la orientación del segmento correspondiente. Sin embargo, en función de la descripción de la tarea el sistema de coordenadas (I) puede modificarse y con ello la definición de $\mathbf{x}$ y la dimensión m . La dimensión n es igual al número de las articulaciones independientes y corresponde a los grados de libertad del sistema. Para manipuladores redundantes se aplica $m < n$.

- 30 El manipulador se modela como un sistema de cuerpo rígido con los ángulos de articulación actuados $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^6$ o como un sistema elástico con los ángulos de articulación virtuales adicionales $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^5$. Las articulaciones virtuales reproducen, a este respecto, la elasticidad del manipulador. Los ángulos se agrupan arrojando

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

en donde $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{11}$.

El resultado de derivar $\mathbf{x}$ en función del tiempo es la cinemática hacia adelante diferencial

- 35
$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^x(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

en donde $\mathbf{J}^x(\mathbf{q})$ representa la matriz de Jacobi del punto $\mathbf{x}$. Dado que $\mathbf{x}$ describe un punto discrecional en el manipulador, la matriz de Jacobi está asociada de manera unívoca a este punto. El punto puede representar, por ejemplo, la punta del manipulador $\mathbf{x}_{\text{tcp}}$ con la matriz de Jacobi $\mathbf{J}^{\text{tcp}}(\mathbf{q})$ correspondiente. Se conocen algoritmos eficientes para el cálculo de la matriz de Jacobi para manipuladores.

- 40 La tasa de variación de la pose en general es

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

representando $\dot{\mathbf{p}}$ la velocidad de traslación del punto y $\boldsymbol{\omega}$ la velocidad angular del segmento correspondiente. La matriz de Jacobi de la ecuación (3) se divide, por consiguiente, en una parte de traslación y una de rotación

$$\mathbf{J}^x = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v^x \\ \mathbf{J}_\omega^x \end{bmatrix}. \quad (5)$$

La cinemática en la ecuación (3) puede descomponerse además en una parte rígida y una elástica

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}_\theta^x(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}_\delta^x(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\delta}}. \quad (6)$$

Las matrices de Jacobi $\mathbf{J}_\theta^x(\mathbf{q})$ y $\mathbf{J}_\delta^x(\mathbf{q})$ describen la influencia de las velocidades de articulación $\boldsymbol{\theta}$ y $\boldsymbol{\delta}$ actuada y elástica en la velocidad $\mathbf{v}$. Dependen en cada caso de $\mathbf{q}$, es decir, de las coordenadas actuadas y las elásticas.

La hipótesis habitual para el cálculo de la cinemática inversa es un sistema de cuerpo rígido completamente actuado, es decir, $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}$. El resultado de esta hipótesis es la ecuación (6) arrojando

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}_\theta^x(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (7)$$

en donde la matriz de Jacobi depende solo de los ángulos de articulación $\boldsymbol{\theta}$ actuados. La tarea del control de geometría consiste en calcular para una velocidad teórica $\tilde{\mathbf{v}}$ dada la velocidad de articulación $\boldsymbol{\theta}$ correspondiente. En términos de fórmula, esto significa la inversión de la reproducción lineal en la ecuación (7).

Para una matriz de Jacobi cuadrada con rango pleno (7) puede resolverse de manera exacta

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{J}_\theta^x(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \tilde{\mathbf{v}}, \quad (8)$$

en donde $\tilde{\mathbf{v}}$ representa la velocidad teórica deseada en el espacio de tareas.

Para manipuladores redundantes o en el área de posiciones de brazo singulares no es posible una inversión directa. En estos casos existen infinitas soluciones para $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ o no se permite una inversión. En el entorno de una singularidad la matriz de Jacobi inversa puede ser muy sensible además. Es decir, un movimiento del TCP en direcciones determinadas requiere velocidades de articulación muy altas. Para la implementación en un sistema real con velocidades de actor limitadas esto lleva a problemas.

Los problemas de la inversión directa pueden evitarse mediante la tarea de la solución exacta. A este respecto, se permite un error $\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{J}^x \dot{\boldsymbol{\theta}}$ y en cuanto a un problema de optimización cuadrática se minimiza. Este planteamiento se conoce también por la expresión en inglés *Damped Least Squares* (procedimiento de mínimos cuadrados amortiguados).

Basándose en este método, a continuación, se plantea un problema de optimización cuadrática para resolver la cinemática inversa en la ecuación (6). Además de la velocidad teórica $\tilde{\mathbf{v}}$, se tienen en cuenta también configuraciones teóricas y restricciones en el espacio configuración y de tareas.

3 Estructura del control de geometría

La punta central del control de geometría es la solución de un problema de optimización cuadrática para la inversión de la cinemática con restricciones. El problema de optimización se resuelve nuevamente en cada etapa de tiempo.

3.1 Problema de optimización

Un problema de optimización (QP) general cuadrático convexo viene dado por

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x} + \mathbf{g}^T \mathbf{x} \quad (9)$$

$$\text{Con la condición de que } \mathbf{C} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad (10)$$

, en donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ representa la variable de optimización, $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz de ponderación definida positiva, $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^n$ la parte lineal de la función objetivo, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ la matriz de las restricciones secundarias de inecuación lineales y $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^p$ el desplazamiento constante de las restricciones.

Partiendo de la ecuación (6), la cinemática diferencial hacia delante de las articulaciones actuadas se define en general como

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (11)$$

en donde la matriz de Jacobi $\mathbf{J}$ depende de $\mathbf{q}$ y con ello de las coordenadas actuadas, así como las elásticas. Esto presupone que se conozcan las deformaciones $\boldsymbol{\delta}$ elásticas de la posición de manipulador actual. En función de la tarea, esta hipótesis general puede simplificarse al no tener en cuenta las deformaciones $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}$ en la cinemática en la ecuación (7). En la estructura del problema de optimización no aparece, a este respecto, ninguna modificación.

El problema de optimización cuadrática para el cálculo de las velocidades teóricas $\dot{\theta}$ para el manipulador reza

$$\min_{\dot{\theta}} f_1(\dot{\theta}) + f_2(\dot{\theta}) + f_3(\dot{\theta}), \quad (12)$$

$$f_1(\dot{\theta}) = \|\dot{v} - J^l(q)\dot{\theta}\|_{W_{\dot{v}}}, \quad (13)$$

$$f_2(\dot{\theta}) = \|\dot{\theta} - J_{\omega}^k(q)\dot{\theta}\|_{W_{\dot{\theta}}}, \quad (14)$$

$$f_3(\dot{\theta}) = \|\dot{\theta}\|_{W_{\theta}} \quad (15)$$

con las restricciones

$$\underline{\dot{\theta}} \leq \dot{\theta} \leq \bar{\dot{\theta}}, \quad (16)$$

$$\underline{v} \leq J_a(q)\dot{\theta} \leq \bar{v}, \quad (17)$$

$$C_h(\theta)\dot{\theta} \leq \bar{Q}_h. \quad (18)$$

La ecuación (12) es la función objetivo de la optimización. Consta de los objetivos individuales f_1 a f_3 .

La función f_1 es el objetivo primario de la optimización. La velocidad $\dot{\theta}$ se selecciona a este respecto de modo que la velocidad teórica $\dot{v}$ se alcanza con error mínimo. El manipulador sigue, por consiguiente, la velocidad teórica deseada en el espacio de tareas $\mathcal{I}$. La definición del espacio de tareas $\mathcal{I}$ depende de los modos de funcionamiento del control. Se representan, a continuación, en la sección 4.1. La matriz definida positivamente $W_{\dot{v}} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ pondera las entradas del objetivo primario. Con ello puede influirse en el tipo del movimiento (véase sección 4.2).

La función f_2 es el objetivo secundario de la optimización. Con ello mediante la especificación de las velocidades teóricas $\dot{\theta}$ se influye en la configuración o la pose del manipulador. La matriz $\dot{\theta} - J_{\omega}^k$ está definida como matriz de Jacobi de rotación según la ecuación (5). La matriz definida positivamente $W_{\dot{\theta}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pondera las diferencias de la función objetivo. Las velocidades teóricas $\dot{\theta}$ están definidas con respecto al sistema de coordenadas (k) . En función de la tarea pueden especificarse, por consiguiente, velocidades relativas o absolutas. El control de configuración se tratará en la sección 5.1.

La función f_3 pondera las velocidades de articulación $\dot{\theta}$ y delimita su valor. Esto es especialmente necesario en el entorno de singularidades para evitar altas velocidades. La función f_3 representa, por consiguiente, un término de amortiguación del problema de optimización cuya influencia se fija a través de la matriz ponderación $W_{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. El planteamiento vuelve al procedimiento de mínimos cuadrados amortiguados. Desde el punto de vista numérico se mejora a este respecto la estabilidad del planteamiento del problema.

Como puede verse desde la función objetivo (12), se presenta una optimización bajo varios objetivos. En el caso normal a través de la redundancia del manipulador pueden cumplirse todos los objetivos. Si el número de los objetivos es superior a los grados de libertad redundantes entonces, a pesar de ello, puede encontrarse una solución de compromiso óptima en el sentido de Pareto. Esta solución minimiza el error de todos los requisitos en el sentido de los mínimos cuadrados. Los grados de libertad redundantes disponibles dependen del número de las restricciones activas y varían durante el funcionamiento.

La condición secundaria (16) representa restricciones de componente del problema de optimización. Estas son restricciones directas en la variable de optimización $\dot{\theta}$. Mediante las restricciones de componente se limita la posición, la velocidad y la aceleración de las articulaciones en el espacio de configuración. Se explican en la sección 6. La condición secundaria (17) describe die restricciones en el espacio de tareas. Así se integran, por ejemplo, obstáculos y paredes en el planteamiento del problema. La matriz de Jacobi $J_a \in \mathbb{R}^{p \times n}$ se compone, a este respecto, de las matrices de Jacobi de puntos individuales del manipulador en diferentes sistemas de coordenadas. El número de las condiciones secundarias p depende a este respecto de las restricciones en el espacio de tareas (véase la descripción en la sección 7).

La condición secundaria (18) tiene en cuenta las restricciones del sistema hidráulico. A este respecto surge una restricción de norma L1 ponderada que puede integrarse con diferentes procedimientos en el problema de optimización. La dimensión de la matriz C_h depende a este respecto de la selección del procedimiento.

La función objetivo (12) en la fórmula (9) reza (ver anexo 9.1)

$$W = J^T W_{\dot{v}} J + W_{\dot{\theta}} + W_{\theta}, \quad g = -(\dot{v}^T W_{\dot{v}} J + \dot{\theta}^T W_{\dot{\theta}})^T. \quad (19)$$

Para resolver el problema de optimización cuadrática (12)-(18) hay disponibles una pluralidad de algoritmos de optimización numéricos eficientes que son adecuados también para sistemas embebidos y que se denominan solucionadores numéricos.

3.2 Algoritmo

5 El QP (12)-(18) se resuelve nuevamente en cada momento discreto (ver figura 7). Para ello, en la etapa de tiempo actual t_k el QP se genera a partir de las informaciones de la palanca de mano, del control de configuración, las restricciones, la posición actual $\theta(t_k) = \theta_k$ y eventualmente mediante la planificación de trayectoria. Un solucionador numérico calcula la velocidad teórica $\dot{\theta}_{k+1}$ óptima cumpliendo con todas las restricciones. A partir de la velocidad teórica se calcula una posición teórica mediante integración. Las magnitudes θ_{k+1} , $\dot{\theta}_{k+1}$ son los valores teóricos para la siguiente regulación axial que
10 convierte los valores especificados en un movimiento en el sistema real.

En el momento siguiente $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ con la etapa de tiempo Δt se resuelve nuevamente el problema de optimización, en donde todos los parámetros pueden reiniciarse. A este respecto se tiene en cuenta la nueva posición real θ_{k+1} del manipulador de la etapa de integración anterior y la señal de palanca de mano actual.

15 La estructura fundamental del algoritmo se resume por la expresión en inglés “Resolved Motion Rate Control” (control de movimiento por velocidad resuelta). Mediante el planteamiento local se mantienen reducidos los requisitos de cálculo con respecto a un cálculo global. El algoritmo puede reaccionar además de manera flexible a las condiciones modificadas del entorno o modos de funcionamiento debido a la estructura iterativa.

Una optimización global no es posible a este respecto. En la función como control TCP, sin embargo, esto es de importancia secundaria, dado que el usuario especifica la trayectoria mediante una velocidad teórica. Mediante el control de configuración se generan, además, trayectos cíclicos que descartan una derivación de configuración.
20

La integración se lleva a cabo numéricamente. A este respecto es suficiente un procedimiento de Euler explícito sencillo

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \dot{\theta}_k \Delta t. \quad (20)$$

4 Movimiento TCP

4.1 Espacios de tareas

25 La tarea o el modo de operación deseado del manipulador define el espacio de tareas y con ello la velocidad teórica $\dot{\tilde{v}}$ y la matriz de Jacobi $\mathbf{J}$ en el objetivo individual primario f_1 (12).

Los modos de operación del control de geometría son el control de ángulo de articulación, el control de coordenadas de cilindro, el control de velocidad 3D y el control totalmente automático. En función del tipo de control cambia el significado de las señales de palanca de mano. Los tipos de control pueden cambiarse durante el funcionamiento.

30 El control de ángulo de articulación representa el control de un solo eje original en el que las velocidades de las articulaciones se especifican individualmente. La velocidad teórica y matriz de Jacobi es

$$\text{articulación} \dot{\tilde{v}} = [\dot{\theta}_0 \quad \dots \quad \dot{\theta}_6]^T, \quad \mathbf{J}^{\text{articulación}} = \mathbf{I}, \quad (21)$$

en donde $\mathbf{I}$ representa la matriz identidad. A diferencia del control de un solo eje tradicional pueden tenerse en cuenta, en este sentido, restricciones en el espacio de articulación y de tareas como, por ejemplo, velocidades de articulación
35 máximas u obstáculos.

El control de coordenadas de cilindro es un control TCP en el que la velocidad se fija a través de un sistema de coordenadas de cilindro en el espacio de tareas

$$\text{cil} \dot{\tilde{v}} = [\dot{\theta}_0 \quad \text{cil} \dot{\tilde{v}}_x \quad \text{cil} \dot{\tilde{v}}_y]^T, \quad \mathbf{J}^{\text{cil}} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ 0 & & \mathbf{J}^{\text{tcp}} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

40 La velocidad teórica $\mathbf{v}_{\text{cyl}}$ se compone a este respecto de las coordenadas de la velocidad TCP en el espacio de tareas $\text{cyl} \dot{\tilde{v}}_x$, $\text{cyl} \dot{\tilde{v}}_y$ y de la velocidad de articulación alrededor del eje vertical $\dot{\theta}_0$. La matriz de Jacobi $\mathbf{J}^{\text{tcp}}$ comprende solo la cinemática del manipulador planar, dado que θ_0 se controla directamente. Con el control de coordenadas de cilindro pueden llevarse a cabo movimientos TCP con altura constante o distancia radial constante respecto al soporte de pluma.

El control de velocidad 3D hace posible especificar una velocidad TCP espacial en el espacio de tareas

$$\text{3d} \dot{\tilde{v}} = [\text{tcp} \dot{\tilde{v}}_x \quad \text{tcp} \dot{\tilde{v}}_y \quad \text{tcp} \dot{\tilde{v}}_z]^T, \quad \mathbf{J}^{\text{3d}} = \mathbf{J}^{\text{tcp}}, \quad (23)$$

45 en donde $\text{3d} \dot{\tilde{v}}$ contiene las coordenadas espaciales de la velocidad TCP en el espacio de tareas y $\mathbf{J}^{\text{tcp}}$ tiene en cuenta la cinemática espacial del manipulador. Con este control pueden ejecutarse movimientos rectos del TCP en la dirección del

eje z_i (ver figura 5-6). La ejecución de un movimiento de este tipo requiere el mando simultáneo de todas las articulaciones del manipulador y representa el movimiento con la mayor complejidad.

El control totalmente automático no contiene más especificaciones de velocidad del usuario, sino especificaciones de posición con un módulo de planificación de trayectoria superior. La ventaja de esta intercalación de planificación de trayectoria y control de geometría es que solo debe especificarse el movimiento fundamental. El control de geometría asume la planificación de trayectoria propiamente dicha, en donde se tienen en cuenta las restricciones del sistema y del entorno. Esto ahorra la planificación compleja de una trayectoria permitida en el espacio de tareas. La desventaja de este planteamiento es que pueden aparecer mínimos locales en la solución. El manipulador, en este caso, no puede finalizar su movimiento y se detiene teniendo en cuenta todas las restricciones. Los tipos de control están vinculados con un control de configuración con el que pueden especificarse las poses deseadas del manipulador durante el movimiento. Esto concierne también a la modificación o detención de la inclinación de segmentos individuales manteniendo el movimiento TCP.

4.2 Ponderación TCP

El movimiento TCP se fija especificando una velocidad teórica en la función objetivo (13). En la sección 4.1 se exponen para ello varios modos de operación del manipulador. Además, del tipo de control existen también requisitos adicionales en el curso del movimiento TCP. El efector final debe seguir con la mayor exactitud posible la velocidad teórica, siendo la dirección de la velocidad teórica más importante que el valor.

Este requisito es esencial dado que el manipulador debido a restricciones físicas no puede alcanzar determinadas velocidades teóricas. Las restricciones son a este respecto, por ejemplo, la velocidad finita de los actuadores o los obstáculos en el entorno. En este caso en el problema de optimización se permite un error para el valor teórico para cumplir con las restricciones. El manipulador o mantiene constante el valor de la velocidad y se desvía de la dirección especificada, o el valor de la velocidad se reduce y se mantiene la dirección. En cuanto a la manejabilidad, el último comportamiento es deseable dado que el manipulador se mueve con la máxima velocidad posible en la dirección especificada. Debido al término de error cuadrático en la función objetivo el algoritmo de optimización tiende a conservar el valor de la velocidad y desplazarse en la dirección. Este comportamiento puede modificarse mediante una selección adecuada de la matriz de ponderación $\mathbf{W}_{\tilde{\mathbf{v}}}$ en la ecuación (13).

Mediante la ponderación de diferencias de velocidad individuales se reduce el error entre valores teóricos y reales en direcciones determinadas. Para el movimiento horizontal del TCP, por consiguiente, por ejemplo, puede ponderarse de manera más intensa la velocidad en la dirección vertical para impedir una desviación en esta dirección. Este planteamiento funciona, sin embargo, solo para movimientos en dirección vertical y horizontal. Para velocidades teóricas oblicuas no se presenta ninguna dirección definida en la matriz de ponderación.

Para la ponderación de direcciones oblicuas la velocidad teórica TCP- $\tilde{\mathbf{v}}$ se define en un sistema de coordenadas de efector final especial (e)

$${}^e\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}\mathbf{e}_1, \quad (24)$$

en donde $\tilde{\mathbf{v}}$ representa el valor de la velocidad teórica y $\mathbf{e}_1$ el primer vector unitario. El sistema de coordenadas de efector final (e) está girado formando un ángulo α con respecto al sistema de coordenadas inercial de modo que el eje x_e en la dirección de la velocidad teórica muestra (véase

Fig. 8). Esta está fijada, por consiguiente, mediante una coordenada individual. Para tener en cuenta ${}^e\tilde{\mathbf{v}}$ en la función objetivo (13) se expresa la velocidad real del efector final con respecto a (e). Con la matriz de Jacobi en el sistema inercial J resulta

$${}^e\tilde{\mathbf{v}}^{\text{tcp}} = {}^e\mathbf{R}_1\tilde{\mathbf{v}}^{\text{tcp}} = {}^e\mathbf{R}_1\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (25)$$

en donde ${}^e\mathbf{R}_1$ representa la matriz de compensación entre sistema de coordenadas inercial y de efector final (e).

Con este planteamiento las entradas de la matriz $\mathbf{W}_{\tilde{\mathbf{v}}}$, ponderan las velocidades en la dirección (e). Dado que la velocidad teórica en la ecuación (24) siempre indica en la dirección del primer vector de base x_e , por consiguiente, pueden ponderarse fácilmente direcciones ortogonales. Una ponderación superior de estas entradas lleva también a que la componente de velocidad en la dirección del valor teórico se plantee como primera. Esto produce el efecto deseado: la reducción del valor de la velocidad teórica al obtener la dirección. La figura 9 muestra la función del control de geometría con y sin matriz de ponderación para el TCP.

4.3 Compensación de la deformación estática

La hipótesis de un sistema de cuerpo rígido completamente actuado en la realidad lleva a errores en el control de geometría. Debido a la elasticidad de los segmentos bajo el peso propio se produce una flexión estática del manipulador. La fig. 5 muestra el manipulador rígido y elástico bajo peso propio con valores angulares $\boldsymbol{\theta}$ iguales. Aunque las articulaciones elásticas solo presentan pequeños valores δ_i , entre el modelo rígido y el elástico puede verse una

desviación clara en la posición de la punta de pluma. Mediante la cinemática serial del manipulador se suman las flexiones elásticas hasta la punta de la pluma. Por si fuera poco, la flexión depende de la posición del manipulador. Por consiguiente, no es posible una compensación con ayuda de un factor de corrección constante. La figura 10 muestra el mismo control de geometría en un manipulador rígido y elástico. La dependencia de posición de la flexión estática puede distinguirse claramente a este respecto.

Se conoce la corrección de la deformación mediante una realimentación adicional en el espacio de tareas. La compensación de deformación basada en la realimentación tiene la desventaja de que las velocidades teóricas pueden corregirse solo posteriormente. Esto lleva a que se infringen restricciones posteriormente. El resultado son movimientos del manipulador impredecibles con un peligro de colisión elevado. El planteamiento presentado a continuación para la compensación de deformación tiene en cuenta las deformaciones en el plano de velocidad y puede emplearse, por consiguiente, directamente en el problema de optimización. Con esto se suprime la corrección posterior de las velocidades teóricas.

Para tener en cuenta la flexión estática en el control de geometría se propone, por lo tanto, a continuación, un planteamiento estático basado en modelos. El modelo mecánico de la pluma de distribución consta, a este respecto, de cuerpos de modelo rígidos y elasticidades discretas. Dado que la flexión estática aparece solo en el plano vertical del manipulador es suficiente una observación plana.

El sistema planar, mecánico de cuerpos de modelo rígidos y grados de libertad de elasticidad discretos δ viene dado por

$$\mathbf{H}(\theta, \delta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \mathbf{c}(\theta, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}) + \mathbf{g}(\theta, \delta) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}\dot{\delta} + \mathbf{K}\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}(\theta) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

en donde $\mathbf{H}$ designa la matriz de masa, $\mathbf{C}$ las fuerzas de Coriolis y centrífugas, $\mathbf{g}$ las fuerzas de gravitación, $\boldsymbol{\tau}$ las fuerzas generalizadas y $\mathbf{K}$ y $\mathbf{D}$ las matrices de rigidez y de amortiguación. El modelo reproduce mediante las coordenadas elásticas δ las elasticidades de brazo de los segmentos.

El procedimiento propuesto se aplica no solo para la consideración discreta de las elasticidades, sino también para modelados de múltiples cuerpos flexibles generales. Mediante planteamientos de discretización correspondientes como, por ejemplo, el planteamiento de Ritz, el método de los elementos finitos, entre otros, puede generarse un modelo dimensional finito de la pluma de distribución y llevarse a la formulación (26).

En la observación estática $\dot{\theta} = \dot{\delta} = \dot{\delta} = \dot{\delta} = 0$ la ecuación (26) se simplifica arrojando

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\theta(\theta, \delta) \\ \mathbf{g}_\delta(\theta, \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

en donde el término de gravitación $\mathbf{g}$ se divide en partes rígidas y elásticas $\mathbf{g}_\theta$, $\mathbf{g}_\delta$.

Para la hipótesis de pequeñas deformaciones en cada segmento, la dependencia de δ en el término de gravitación puede no tenerse en cuenta $\mathbf{g}_\delta = \mathbf{g}_\delta(\theta)$.

Para las coordenadas elásticas δ , por consiguiente, resulta la relación

$$\delta = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{g}_\delta(\theta). \quad (28)$$

Esta puede utilizarse para determinar de manera aproximativa la desviación estática dependiendo de la pose de manipulador. La derivación de la ecuación (28) según el tiempo lleva a

$$\dot{\delta} = \frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{g}_\delta = \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}_\delta}{\partial \theta} \dot{\theta} = \mathbf{J}_{\delta\theta}(\theta) \dot{\theta}. \quad (29)$$

La ecuación (29) a través de la matriz de Jacobi ponderada $\mathbf{J}_{\delta\theta} = \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}_\delta}{\partial \theta}$ establece una relación lineal entre la tasa de variación de las coordenadas elásticas $\dot{\delta}$ y la tasa de variación de las coordenadas activas $\dot{\theta}$ en caso de una observación estática.

La influencia de fuerzas adicionales en la pluma de distribución se tiene en cuenta de manera análoga al proceso anterior. Las fuerzas se añaden como fuerzas y momentos aplicados para el modelado. Resulta

$$\mathbf{Q}_i(\theta, \delta) = (\mathbf{J}_i^e(\theta, \delta))^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}^e \\ \mathbf{M}^e \end{bmatrix}_i, \quad (30)$$

en donde Q_i representa las fuerzas generalizadas, $f_i^e M_i^e$ las fuerzas y momentos aplicados y J_i^e la matriz de Jacobi correspondiente del cuerpo i . Las fuerzas Q_i de todos los cuerpos se agrupan en un vector Q y forman el término de gravitación adaptado

$$\tilde{g}(\theta, \delta) = g(\theta, \delta) + Q(\theta, \delta), \quad (31)$$

5 con g de la ecuación (26). Con las ecuaciones (27)-(29) y el término de gravitación (31) adaptado resulta nuevamente la relación entre las coordenadas elásticas δ y θ . La utilización de la ecuación (29) en (6) lleva a

$$\dot{x} = (J_\theta^x + J_\delta^x J_{\delta\theta}) \dot{\theta} := J_d^x(\theta, \delta) \dot{\theta}, \quad (32)$$

10 en donde la nueva matriz de Jacobi J_d tiene en cuenta la influencia de la flexión estática en el plano de velocidad. La matriz de Jacobi depende de las coordenadas de articulación activas θ , así como las flexiones estáticas δ . Las flexiones estáticas pueden calcularse a este respecto mediante la ecuación (28).

La matriz de Jacobi J_d corregida sustituye la matriz de Jacobi original en el problema de optimización (12)-(18). La ventaja es que la deformación estática ya se tiene en cuenta en la optimización. Por ello, se suprime la corrección posterior y con ello la infracción potencial de restricciones. Además, el problema mantiene la estructura sencilla de la figura 7.

15 La figura 11 muestra la función del control de geometría con y sin compensación de deformación. La compensación impide a este respecto el descenso de la punta de pluma debido a la flexión elástica y hace posible un curso de movimiento rectilíneo. En la bomba de hormigón el transporte de hormigón actúa como fuerza adicional sobre la pluma de distribución. El peso de hormigón en el tubo de transporte aumenta la deformación en los segmentos y, por consiguiente, debe tenerse en cuenta en la compensación de deformación. Las fuerzas de masa se calculan a través del volumen del tubo transportador y el grosor del hormigón y se tiene en cuenta con la ecuación (30) en el modelo. El grosor de hormigón resulta a este respecto o en el tiempo de recorrido a través de las magnitudes medidas del transporte de hormigón o se recurre a una densidad media almacenada. El nivel de llenado del tubo de transportes puede variar en función del estado de funcionamiento de la bomba y de la posición de la pluma. La razón para ello es que una parte del hormigón durante la parada de la bomba o una frecuencia baja de bombeo fluye debido a la gravedad y, por consiguiente, el nivel de llenado en la zona delantera de la pluma de distribución baja. Este efecto puede tenerse en cuenta asimismo dependiendo de la posición de la pluma y del estado de funcionamiento de la bomba. Mediante la estructura iterativa del control de geometría se compensan sin dificultad a este respecto también relaciones de masa que varían intensamente en el tiempo.

Además de en la flexión de la pluma de distribución, las elasticidades del chasis de vehículo, el apoyo y la suspensión de vehículo influyen también en la posición del TCP. Dado que la pluma de distribución está conectada fijamente con el vehículo el momento de carga se transmite a través del chasis de vehículo al apoyo. Los momentos introducidos dependen, a este respecto, de la posición de la pluma. En función del ángulo y longitud del apoyo se produce una deformación en la base y, por consiguiente, una desviación del movimiento TCP. La suspensión de vehículo es otro factor de influencia dado que el vehículo en la práctica no se eleva completamente. Por ello, los neumáticos permanecen en contacto con el suelo e impiden la vibración del vehículo alrededor del eje vertical. Las elasticidades de la base pueden registrarse asimismo en el modelado y tenerse en cuenta en la compensación de deformación. La descripción plana se amplía a este respecto a un modelo espacial para poder representar la rigidez variable del apoyo en el giro alrededor del eje vertical. Para una estructura de modelo sencilla la base se compone de cuerpos rígidos con elementos de amortiguador con muelles discretos. Los elementos de amortiguador con muelles forman a este respecto la elasticidad de chasis de vehículo, del apoyo y de la suspensión de vehículo. La distribución espacial de la elasticidad puede mejorarse adicionalmente mediante el uso de articulaciones elásticas, virtuales.

40 5 Configuración

5.1 Control de configuración

Mediante la redundancia del manipulador existen para una posición TCP un número infinito de posibles posiciones de manipulador. Estos grados de libertad pueden utilizarse para fijar una posición específica del manipulador. Con los así llamados movimientos internos se modifica la posición del manipulador sin mover la posición del TCP. En términos matemáticos, estos movimientos representan vectores de velocidad en el espacio cero en la matriz de Jacobi de efector final.

Un planteamiento muy extendido para el uso de la redundancia es la solución de la cinemática inversa a través de la pseudoinversa en combinación con la solución homogénea. La solución homogénea permite movimientos internos sin influir en la posición del TCP. Sin embargo, el planteamiento proporciona, sin embargo, soluciones inadmisibles en el área de singularidades y, por lo tanto, debe asegurarse especialmente.

En cambio, el ejemplo de realización de la presente invención para la mejora de la robustez frente a singularidades utiliza un procedimiento de mínimos cuadrados amortiguados. Además, el control de configuración se integra como tarea adicional en la función objetivo del problema de optimización. La configuración se controla minimizando el error cuadrático y, por consiguiente, es independiente del número de los grados de libertad. La prioridad del control de configuración con

respecto al movimiento teórico TCP se fija a través de ponderaciones en la función objetivo. A este respecto, el movimiento teórico se define como tarea primaria y el control de configuración como tarea secundaria.

En el trabajo presente, el control de configuración se tiene en cuenta al minimizar un error de valor teórico-real en la función objetivo. Además de la velocidad teórica TCP como tarea primaria se define el control de configuración como tarea secundaria define. La prioridad de las tareas se controla mediante matrices de ponderación.

La ventaja del control de configuración es la repetibilidad de movimientos. Una curva cerrada en el espacio de tareas genera con ello también una curva cerrada en el espacio de configuración. Es decir, el manipulador en la repetición del movimiento adopta también nuevamente las mismas posiciones. Esto es especialmente necesario en movimientos de desviación a través de obstáculos, dado que si no, el manipulador pierde la posición original. Mediante el planteamiento basado en la optimización se utilizan además los grados de libertad redundantes del manipulador para cumplir simultáneamente con las especificaciones de configuración y velocidad teórica. Si los grados de libertad no son suficientes, entonces la configuración se plantea a favor de la velocidad teórica TCP. Esto es especialmente relevante en el entorno de obstáculos o en posiciones singulares. El control de configuración mejora con ello la facilidad en el manejo y seguridad del manipulador. Se ofrecen al usuario además un número de configuraciones predefinidas que se mantienen consistentes y repetibles por el espacio de trabajo. En caso necesario, la configuración puede cambiarse sin interrupción del movimiento TCP. El control de configuración realiza en este caso el cambio de configuración durante el movimiento y cumpliendo con las restricciones. Mediante las configuraciones consistentes además pueden detectarse con más rapidez desviaciones de los valores teóricos. Esto mejora la detección de errores del manipulador.

La configuración se introduce mediante especificación de las velocidades de articulación $\dot{\theta}$ en la función objetivo (14)

$$f_2(\dot{\theta}) = \|\dot{\theta} - J_{\omega}^k(q)\dot{\theta}\|_{W_{\dot{\theta}}}.$$

La velocidad teórica ${}^k\dot{\theta}$ y la matriz de Jacobi J_{ω}^k de rotación depende a este respecto del sistema de coordenadas (k) seleccionado.

Dado que la configuración teórica representa una posición, esta debe transformarse en el plano de la velocidad. Para ello se emplea la función

$${}^k\dot{\theta} = K({}^k\tilde{\theta} - {}^k\theta) \quad (33)$$

, en donde ${}^k\tilde{\theta}$ representa el ángulo teórico y ${}^k\theta$ el ángulo del manipulador en el sistema de coordenadas (k) y K una matriz de refuerzo definida positivamente. La ecuación (33) es un regulador tipo P que a través de la magnitud de ajuste ${}^k\tilde{\theta}$ acerca el ángulo actual ${}^k\theta$ al ángulo teórico ${}^k\tilde{\theta}$. La matriz de refuerzo K pondera a este respecto el término de diferencia. Para limitar las velocidades ${}^k\dot{\theta}$ se introduce además una saturación (no representada). Mantiene constante la velocidad teórica a partir de una diferencia máxima/mínima.

Resulta el mismo planteamiento (33) como alternativa a través de la optimización de una función objetivo adicional del ángulo teórico. La velocidad teórica se proyecta a este respecto al espacio cero de la matriz de Jacobi y lleva a movimientos internos del manipulador. A diferencia de en este procedimiento, en el presente trabajo se tiene en cuenta la velocidad teórica de la ecuación (33) directamente en la función objetivo. Esto incluye las restricciones del problema de optimización.

El ángulo teórico y velocidades angulares teóricas ${}^k\tilde{\theta}$, ${}^k\dot{\theta}$ pueden indicarse en diferentes sistemas de coordenadas (k). De manera correspondiente también la matriz de Jacobi J_{ω}^k debe adaptarse en la función objetivo (14). Para especificar ángulos relativos se aplica

$$J_{\omega}^{\text{rel}} = I. \quad (34)$$

Para ángulos teóricos absolutos resulta

$$J_{\omega}^{\text{abs}} = \begin{bmatrix} J_{\omega}^1 \\ \vdots \\ J_{\omega}^n \end{bmatrix}, \quad (35)$$

en donde $J_{\omega}^i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ representa la matriz de Jacobi de la rotación para la articulación del manipulador planar de orden i respecto al sistema de coordenadas inercial. Para el manipulador planar esto resulta en una matriz de unos en forma triangular inferior.

Mediante la consideración en la función objetivo, el control de configuración es independiente del número de los grados de libertad del manipulador. Si los grados de libertad redundantes debido a restricciones activas son menores que el

número de las tareas, entonces se calcula una solución óptima en el sentido del error cuadrático mínimo. Esto significa que la prioridad de valor teórico TCP y control de configuración deben fijarse mediante las ponderaciones. Una ponderación superior del valor teórico TCP significa una preferencia en situaciones críticas. La configuración se plantea entonces a favor del movimiento TCP para maximizar, por ejemplo, el alcance o sortear un obstáculo. Para seleccionar el ángulo teórico $^k\theta$ se proponen ángulos constantes para fijar la pose. La posición objetivo es, a este respecto, una posición extrema que solo sirve para la definición fundamental de la posición. La ponderación se selecciona a este respecto tan reducida que la posición no se regula completamente. En su lugar, la optimización pretende siempre un compromiso con la velocidad teórica TCP. Mediante este proceso se produce una configuración definida del manipulador para todas las posiciones TCP. El método tiene la ventaja de que pueden definirse configuraciones teóricas de manera relativamente sencilla.

Tabla 1: ángulo teórico para distintas configuraciones teóricas.

abs $\tilde{\theta}$ (grad.)	1	2	3	4	5
Arco	90	90	90	-90	-90
Pliegue en M	90	90	-90	90	-90
Segundo segmento perpendicular	90	0	-90	90	-90
Último segmento perpendicular	90	90	90	-90	0

En la tabla 1 están enumerados ángulos teóricos $^k\theta$ para las configuraciones en la figura 12. Para el plegado en arco, por ejemplo, los ángulos teóricos están definidos de modo que los primeros tres segmentos indican en perpendicular hacia arriba y los tres últimos en perpendicular hacia abajo. Mediante una ponderación reducida, en conexión con el objetivo primario se produce el plegado en arco en la figura 12.

Mediante la ponderación de ángulos individuales es posible además mover articulaciones definidas preferentemente. Esto lleva a que la inclinación del segmento correspondiente se mueve o se mantiene constante con respecto a los otros preferentemente. Para el plegado en arco así, por ejemplo, el ángulo teórico del primer segmento puede mantenerse cerca de la perpendicular, mientras que las otras articulaciones ejecutan el movimiento teórico del TCP.

Además de las configuraciones especificadas en la figura 12, además es posible para el usuario en cualquier momento modificar la posición de segmentos individuales o definir una configuración propia. Un escenario es, por ejemplo, mantener un segmento en un ángulo definido. El control de configuración obtiene esta configuración el mayor tiempo posible y la abandona solo en situación crítica como, por ejemplo, en un obstáculo. Si la configuración de uno o varios segmentos debe mantenerse bajo cualquier circunstancia, entonces una restricción en el espacio de configuración (véase sección 6) es más adecuada. Con ello la especificación se cumple sin falta. La configuración en situación crítica, sin embargo, ya no cede.

La especificación de ángulos teóricos constantes tiene la desventaja de que la posición exacta solo se produce mediante la optimización. Con ello, la configuración no está fijada exactamente desde el principio. Una alternativa es especificar el ángulo teórico dependiendo de la posición. Para ello se crea una relación unívoca entre posición TCP y configuración teórica y en cada etapa de tiempo se calcula un nuevo ángulo teórico $^k\theta$.

Además de la especificación de la configuración de un manipulador, el control de configuración puede emplearse para la optimización de objetivos secundarios adicionales. Los ejemplos son la optimización de los momentos de accionamiento, de los momentos de accionamiento con fuerzas de contacto, de la sensibilidad de efector final, de la habilidad, de la energía cinética y de la seguridad de funcionamiento.

5.2 Plegado y desplegado totalmente automáticos

El control de configuración de la sección anterior permite la regulación de la configuración mientras que se especifica una velocidad teórica para el TCP. Esto requiere una especificación continua de la velocidad TCP por parte del usuario. Para un movimiento totalmente automático se suprime el usuario. En su lugar, un módulo de planificación de trayectoria superior coordina el desarrollo de movimientos. A este respecto se especifica un recorrido almacenado que divide el movimiento en desplazamientos de punto a punto.

A través de la ecuación (33) pueden llevarse a cabo fácilmente desplazamientos punto a punto en el espacio de configuración. Este planteamiento puede aplicarse de manera análoga al espacio de tareas. El módulo de planificación de trayectoria coordina el proceso de movimiento y al alcanzar un entorno definido cambia al siguiente valor teórico. Esto lleva a un movimiento fluido del manipulador y evita la parada en los puntos intermedios.

La aplicación típica del funcionamiento autónomo es el plegado y desplegado automáticos. A este respecto, el manipulador se desplaza desde la posición de transporte plegada automáticamente a una configuración de trabajo o desde una configuración de trabajo discrecional a la posición de transporte.

Mediante el planteamiento en la ecuación (33) además de la especificación de las configuraciones teóricas pueden controlarse también los requisitos de espacio del manipulador. Esto es una ventaja con respecto a la planificación de trayectoria propiamente dicha en el plano del espacio de configuración y de tareas. Además, ya mediante el control de geometría se tienen en cuenta restricciones, como por ejemplo, la aceleración de los actuadores, el paso del sistema hidráulico u obstáculos en el espacio de tareas.

Como en todos los planteamientos de optimización locales en el funcionamiento totalmente automático debido a mínimos locales puede producirse una interrupción del movimiento. En este caso, el manipulador se detiene sin infringir las restricciones especificadas. Esto se aplica asimismo para valores teóricos no permitidos y restricciones. En cuanto a la aplicación, este punto no representa, sin embargo, ninguna restricción grande dado que el usuario puede intervenir en cualquier momento y puede eliminar configuraciones críticas.

El proceso de desplegado y plegado se realiza mediante la especificación de configuraciones teóricas combinadas con una velocidad TCP ligeramente ponderada. Para la evitación de colisiones de los segmentos con el vehículo, al comienzo del proceso de despliegue es necesaria una sucesión de movimientos individuales de las articulaciones. Tan pronto como esté presente el espacio correspondiente se realiza un movimiento combinado hacia la configuración objetivo. La ponderación ligera de la velocidad TCP impide, a este respecto, movimientos bruscos del TCP en el espacio de trabajo. No necesita esperarse al proceso de despliegue completamente. En su lugar, puede comenzarse con el control tan pronto como el TCP quede libre. El control de configuración de sección 5.1 asume entonces el ajuste de la posición deseada durante el funcionamiento.

Todas las restricciones se cumplen durante el proceso de despliegue. Entonces el algoritmo garantiza que, en el caso de una restricción de pared (véase sección 7.1), ningún punto de segmento supere el límite máximo y a pesar de ello el manipulador alcance la posición final. Es importante en este sentido que el movimiento deseado sea compatible con las restricciones seleccionadas. Es decir, el proceso de despliegue debe ser posible físicamente. El manipulador, por lo demás, se mueve solo hasta el límite de restricción.

El proceso de plegado discurre de manera análoga al despliegue en orden inverso. Este puede iniciarse, a este respecto, en una posición inicial discrecional. Además de una configuración final, se especifica además una velocidad TCP ligeramente ponderada en la dirección de la pose final. Esto facilita el proceso de plegado y reduce el espacio de trabajo necesario del TCP. Si el TCP ya se encuentra en la posición deseada, entonces, debido a la ponderación reducida puede realizar sin problemas movimientos de desviación en la dirección contraria.

La especificación simultánea de configuraciones teóricas y velocidades TCP mejora la manejabilidad del despliegue y plegue automáticos. Así es posible la especificación sencilla de posiciones teóricas en el plano de configuración mientras que la posición TCP se controla en el espacio de tareas.

6 Restricciones en el espacio de configuración

6.1 Restricciones de componente

Las restricciones de componente (16) del problema de optimización permiten restricciones de las velocidades de articulación θ . Para tener en cuenta las restricciones de posición o de aceleración estas deben convertirse en planos de velocidad. Las articulaciones con cilindros hidráulicos presentan además un engranaje acoplado para transformar el movimiento de traslación del cilindro en un movimiento de rotación.

Para las restricciones de posición se calcula la velocidad máxima permitida que permite la parada en el caso de una aceleración de frenado constante, máxima permitida en la restricción de posición.

Para una aceleración constante de frenado $\underline{a} < 0$

$$\underline{a} = \underline{a} \quad (36)$$

resulta al integrar la velocidad durante el proceso de frenado

$$v = at + v_0 \quad (37)$$

y al volver a integrar la posición

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + d_0 \quad (38)$$

o el trayecto recorrido

$$d - d_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad (39)$$

en el proceso de frenado. El tiempo para detenerse de una velocidad inicial v_0 con aceleración de frenado $\underline{a}$ constante asciende con la ecuación (37)

$$0 = \underline{a}t_B + v_0, \quad (40)$$

$$t_B = -\frac{v_0}{\underline{a}}. \quad (41)$$

- 5 La utilización de la ecuación (41) en (39) lleva a la velocidad inicial v_0 permitida para detenerse en un recorrido de frenado dado d d_0 con una aceleración de frenado constante

$$v_0 = \sqrt{-2\underline{a}(d - d_0)}. \quad (42)$$

La relación entre plano de articulación y de cilindro viene dada para un cilindro mediante las ecuaciones. (105) y (104)

$$d = f_d(\theta) \quad (43)$$

$$10 \quad \dot{\theta} = k_\omega(\theta)v. \quad (44)$$

La restricción de posición superior con la posición máxima permitida $\bar{d}$ y la aceleración de frenado máxima $\underline{a} < 0$ está fijada mediante

$$\dot{\theta}_\theta(\theta) = \begin{cases} k_\omega(\theta)\sqrt{-2\underline{a}(\bar{d} - d)} & d \leq \bar{d}, \\ 0 & d > \bar{d} \end{cases} \quad (45)$$

, en donde la posición real d se calcula mediante la ecuación (43).

- 15 Si la posición actual d se sitúa dentro de la restricción de posición el valor $\sqrt{2\underline{a}(\bar{d} - d)}$ determina la velocidad permitida. A este respecto, esta velocidad se selecciona de modo que en un proceso de frenado con la aceleración $\underline{a}$ se logra una detención según la distancia $\bar{d}$ d . Cuando se ha superado la posición máxima, la velocidad máxima se pone a cero. Con ello ya no es posible un movimiento en dirección positiva.

- 20 La restricción de posición inferior se produce de manera análoga con la posición mínima permitida $\underline{d}$ y la aceleración de frenado $\bar{a} > 0$ mínima

$$\underline{\theta}_\theta(\theta) = \begin{cases} -k_\omega(\theta)\sqrt{-2\bar{a}(\underline{d} - d)} & d \geq \underline{d}, \\ 0 & d < \underline{d}. \end{cases} \quad (46)$$

Toda la condición secundaria reza, por consiguiente,

$$\dot{\theta}_\theta(\theta) \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}_\theta(\theta). \quad (47)$$

Las restricciones de velocidad son

$$25 \quad \dot{\theta}_\theta(\theta) \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}_\theta(\theta), \quad (48)$$

en donde

$$\dot{\theta}_\theta(\theta) = k_\omega(\theta)\underline{v}, \quad (49)$$

$$\dot{\bar{\theta}}_\theta(\theta) = k_\omega(\theta)\bar{v}. \quad (50)$$

- 30 Las magnitudes $\underline{v}$, $\bar{v}$ son la velocidad de cilindro mínima o máxima permitidas. Las restricciones de aceleración resultan de los cocientes de diferencias

$$\underline{a} \leq \frac{v - v_{old}}{\Delta t} \leq \bar{a}, \quad (51)$$

en donde $\underline{a}$, $\bar{a}$ representa la aceleración máxima o mínima, v_{old} la velocidad de la etapa de tiempo previa y Δt el incremento.

La adaptación de la restricción (51) a la fórmula (16) y transformación a velocidades de articulación lleva a

$$\dot{\underline{\theta}}_{\ddot{\theta}}(\theta) \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}_{\ddot{\theta}}(\theta), \quad (52)$$

con

$$\dot{\underline{\theta}}_{\ddot{\theta}}(\theta) = k_{\omega}(\theta)(\underline{a}\Delta t + v_{\text{old}}), \quad (53)$$

$$\dot{\bar{\theta}}_{\ddot{\theta}}(\theta) = k_{\omega}(\theta)(\bar{a}\Delta t + v_{\text{old}}). \quad (54)$$

Las restricciones (47), (48) y (52) actúan todos en planos de velocidad. Por lo tanto, se agrupan para dar lugar a una restricción de velocidad (sin argumentos)

$$\underline{\dot{\theta}} \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}, \quad (55)$$

con

$$\dot{\underline{\theta}} = \min \left\{ \dot{\underline{\theta}}_{\theta}, \dot{\underline{\theta}}_{\dot{\theta}}, \dot{\underline{\theta}}_{\ddot{\theta}} \right\}, \quad (56)$$

$$\dot{\bar{\theta}} = \max \left\{ \dot{\bar{\theta}}_{\theta}, \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\theta}}, \dot{\bar{\theta}}_{\ddot{\theta}} \right\} \quad (57)$$

Para garantizar la consistencia de las restricciones (55), los límites de la restricción de posición (47) deben seleccionarse menores o iguales a los de las restricciones de aceleración (52). En el caso de un frenado condicionado por la posición, se permiten con ello las aceleraciones necesarias. En la simulación se ha mostrado que debido a imprecisiones numéricas pueden producirse inconsistencias. En una restricción de posición (47) activa debe garantizarse, por lo tanto, que la restricción de aceleración (52) permita la aceleración necesaria.

La restricción (55) se fija en las articulaciones $\theta \in \mathbb{R}^5$ del manipulador con cilindros de accionamiento y lleva a una condición secundaria de inecuación de la fórmula (16).

Para el giro alrededor del eje vertical pueden aplicarse las mismas restricciones puramente en el plano de articulación. A este respecto se suprime la conversión de la posición articulada a una posición de cilindro y el recálculo de la velocidad de cilindro permitida en una velocidad de articulación. En su lugar, las magnitudes se emplean directamente en el plano de articulación.

De manera análoga al eje vertical, las restricciones en el plano de articulación pueden emplearse también para otras articulaciones. En este sentido, sin embargo, no se tiene en cuenta la cinemática del engranaje acoplado y el potencial del actor de cilindro no se agota por completo.

6.2 Limitación del paso del sistema hidráulico

El rendimiento del control TCP depende intensamente de la capacidad productiva del sistema hidráulico. En el caso normal el sistema hidráulico de la autobomba de hormigón se diseña de modo que, como máximo, pueden desplazarse tres actuadores simultáneamente con máxima velocidad. Con ello, el caudal necesario del sistema hidráulico y, por consiguiente, el consumo de energía y el tamaño de bomba pueden mantenerse reducidos. Como oposición está el control de geometría basado en la optimización que para un movimiento TCP continuo controla simultáneamente, por lo general, todos los actuadores disponibles. Esto especialmente en el entorno de las singularidades lleva a que para el movimiento requerido no esté disponible suficiente caudal. El resultado es un control erróneo del manipulador, en donde condicionado en términos físicos el actor sometido a menor carga recibe el mayor porcentaje del caudal. La restricción de velocidad de las articulaciones (48) no puede impedirse un suministro insuficiente dado que solo se limita el caudal de los actuadores individuales y no la suma de todos los caudales.

A continuación, la restricción de paso para el problema de optimización local se deriva de la sección 3.1 del sistema autobomba de hormigón.

El paso global de un sistema hidráulico asciende a

$$Q_h = \sum_i Q_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (58)$$

en donde Q_i representa el paso de los consumidores individuales y n el número de las articulaciones activas. La autobomba de hormigón presenta un hidromotor para el giro alrededor del eje vertical y cinco cilindros diferenciales para el movimiento en el plano vertical.

El paso de un motor hidráulico es

$$Q_{hm} = \frac{rV_n}{2\pi\eta_{hm}}|\dot{\theta}_0|, \quad (59)$$

en donde r representa la relación de transmisión del engranaje, V_n el volumen nominal y η_{hm} el rendimiento.

El paso de un cilindro hidráulico depende de la sección transversal de émbolo y de la velocidad de cilindro

$$Q_i = A_{zi}|v_i|, \quad (60)$$

en donde A_{zi} es la sección transversal de émbolo v_{zi} la velocidad de cilindro.

La superficie de émbolo de los cilindros se diferencia además en el lado del émbolo y en el del vástago. Esto lleva a que la sección transversal de émbolo dependa del signo de la velocidad de cilindro

$$A_{zi}(v_i) = \begin{cases} A_{zki}, & \text{si } v_i \geq 0, \\ A_{zsi}, & \text{si } v_i < 0, \end{cases} \quad (61)$$

10 en donde A_{zki} , A_{zsi} representa la superficie del cilindro en el lado del émbolo y del vástago. Mediante una estimación conservadora puede evitarse la diferenciación de las superficies de émbolo. En este caso se toma la superficie menor en el lado del vástago para ambas direcciones de velocidad

$$A_{zi} = A_{si}. \quad (62)$$

15 La velocidad de articulación dependiendo de la velocidad de cilindro se calcula a través de la cinemática de articulación (104)

$$\dot{\theta}_i = k_{\omega i}(\theta_i)v_i. \quad (63)$$

El caudal total resulta de la utilización de las ecuaciones (59), (60) y (63) en (58)

$$Q_h = k_{h0}|\dot{\theta}_0| + \sum_{i=1}^n k_{hi}|\dot{\theta}_i| \quad (64)$$

con

$$k_{h0} = \frac{rV_n}{2\pi\eta_{hm}}, \quad (65)$$

$$k_{hi} = \frac{A_{zi}}{k_{\omega i}(\theta_i)}. \quad (66)$$

La restricción de paso es, por consiguiente,

$$k_{h0}|\dot{\theta}_0| + \sum_{i=1}^n k_{hi}|\dot{\theta}_i| \leq \bar{Q}_h(n_m), \quad (67)$$

25 en donde Q_h representa el caudal máximo del sistema hidráulico y n_m la velocidad de giro del accionamiento de bomba. El caudal disponible en el caso de la autobomba de hormigón depende de la velocidad de giro del accionamiento secundario y del volumen de desplazamiento variable de la bomba de cilindrada variable de émbolo axial. El usuario especifica a través del mando a distancia la velocidad de giro del accionamiento secundario. El volumen de desplazamiento variable se ajusta a través de discos oscilantes mediante el sistema de detección de carga (*load-sensing*).
30 El sistema de detección de carga garantiza que se presente un caudal independiente de la carga y, por consiguiente, la velocidad puede ajustarse independientemente de la carga. La dinámica del sistema de detección de carga se supone lo suficientemente rápida de modo que su influencia puede no tenerse en cuenta. Las oscilaciones menores en la velocidad de accionamiento se compensan además mediante la regulación axial subordinada al control de geometría. El caudal máximo solo depende de la velocidad de giro del accionamiento de bomba con la condición de que no aparezca ningún suministro insuficiente

$$\bar{Q}_h = f_{hydr}(n_m). \quad (68)$$

Mediante el algoritmo iterativo del control TCP (véase sección 3.2), la dependencia de la velocidad de giro se tiene en cuenta nuevamente en cada etapa de tiempo.

6.3 Restricciones de norma L1

La restricción (67) representa una norma L1 ponderada de la fórmula

$$a_1|x_1| + a_2|x_2| + \dots + a_n|x_n| \leq b \quad (69)$$

y debe contemplarse aparte en el problema de optimización.

La restricción (69) no puede diferenciarse continuamente y, por consiguiente, no puede tenerse en cuenta directamente en el problema de optimización.

Dado que el problema de optimización en el presente caso presenta solo un número reducido de variables de optimización, ($\theta \in \mathbb{R}^6$) la restricción de norma L1 (69) con métodos relativamente sencillos puede convertirse en una cantidad de restricciones lineales. Para ello se presentan, a continuación, dos posibles procedimientos.

El primer procedimiento se basa en la resolución simple de los valores en la ecuación (69). Esto resulta en una restricción lineal para cada combinación posible de signos de la variable de optimización. Así, por ejemplo, la transformación de las restricciones de norma L1 con tres variables de optimización lleva a las condiciones secundarias lineales

$$\begin{aligned} &+a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \leq b, \\ &-a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \leq b, \\ &+a_1x_1 - a_2x_2 + a_3x_3 \leq b, \\ &+a_1x_1 + a_2x_2 - a_3x_3 \leq b, \\ &-a_1x_1 - a_2x_2 + a_3x_3 \leq b, \\ &-a_1x_1 + a_2x_2 - a_3x_3 \leq b, \\ &+a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 \leq b, \\ &-a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 \leq b. \end{aligned}$$

Una solución óptima con estas condiciones secundarias cumple, por consiguiente, también la condición (69). El procedimiento se conoce por la expresión condiciones de signos secuenciales. La transformación lleva a 2^n restricciones lineales adicionales. En el caso del control de geometría esto significa $2^6 = 64$ condiciones secundarias adicionales.

La resolución secuencial de la norma L1, dependiendo de la dimensión de la variable de optimización, lleva a un número de condiciones secundarias exponencialmente creciente. En el caso de tareas de optimización mayores surge por ello una formulación de problemas ineficaz. Otra posibilidad es la norma L1 mediante la introducción de variables de optimización adicionales.

Para este fin además de las variables de optimización $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ se introduce el mismo número de variables auxiliares $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^n$ y se plantea un problema de optimización ampliado con las variables $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \mathbf{s}^T]^T$ y las condiciones adicionales

$$a_1s_1 + a_2s_2 + \dots + a_ns_n \leq b, \quad (70)$$

$$-\mathbf{s} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{s}, \quad (71)$$

con las componentes s_i de $\mathbf{s}$. Las variables auxiliares se minimizan mediante un término de regularización adicional $\|\mathbf{x}\|_{w_s}$ en la función objetivo. El proceso duplica el número de las variables de optimización, sin embargo, el número de las condiciones secundarias está limitado a $2n + 1$ condiciones secundarias. A este respecto, cabe tener en cuenta que las condiciones en la ecuación (71) $2n$ forman restricciones en el problema de optimización. Para el control de geometría de la autobomba de hormigón resultan, por consiguiente, 6 variables de optimización adicionales y 7 condiciones secundarias adicionales.

La ventaja del procedimiento presentado consiste en que no aparecen condiciones secundarias degenerativas.

Las restricciones procedentes de las condiciones de signos secuenciales o del problema de optimización ampliado dan como resultado agrupado la fórmula (18)

$$C_h(\theta)\dot{\theta} \leq \bar{Q}_h, \quad (72)$$

resultando las dimensiones de acuerdo con el método seleccionado.

Las realizaciones anteriores muestran que la integración de la norma L1 en el problema de optimización significa una complejidad de cálculo elevada. Los estudios simulativos con el control de geometría han mostrado que entre ambos procedimientos solo existe una diferencia de rendimiento reducida. Así, la condición de signos secuenciales es aproximadamente 1,1 veces más rápida que el método de las variables auxiliares.

6.3.1 Observaciones

En lugar del paso puede limitarse igualmente la potencia del sistema hidráulico. Para ello, además del paso total debe presentarse también la presión de aceite. La potencia hidráulica se define por

$$L_h = pQ_h, \quad (73)$$

en donde p la presión hidráulica y Q_{hydr} representa el caudal total de todos los actuadores. Además de la restricción de paso total (67) puede limitarse también el paso de los actuadores adicionales

$$\underline{Q}_{h,i} \leq k_{hi}\dot{\theta}_i \leq \bar{Q}_{h,i}, \quad i = 0, \dots, 5, \quad (74)$$

en donde $\underline{Q}_{h,i}$, $\bar{Q}_{h,i}$ define el caudal mínimo y máximo permitidos para el actor i . El sistema hidráulico de la bomba de hormigón emplea un sistema de detección de carga. Por consiguiente, el caudal de un actor es proporcional a su velocidad. La restricción de paso individual por actor es, por consiguiente, otra forma de la restricción de velocidad (110).

7 Restricciones en el espacio de tareas

Las condiciones (17) permiten la integración de restricciones en el espacio de tareas. Esto, en cuanto a un sistema de coordenadas fijado al vehículo, puede mantener la velocidad de un punto discrecional en el manipulador dentro de valores definidos. Así, por ejemplo, una pared virtual representa una restricción en el espacio de tareas que el manipulador no debe traspasar.

Como en las restricciones, en el espacio de configuración deben convertirse las restricciones de la posición y aceleración en requisitos correspondientes en el plano de velocidad. Las velocidades permitidas así calculadas están definidas en el espacio de tareas. Las variables de optimización se transforman a través de la matriz de Jacobi en el espacio de tareas y se comparan con las velocidades permitidas en una dirección definida.

En el ejemplo de realización de la presente invención, las condiciones de inecuación generales se utilizan en el espacio de tareas para la evitación de colisiones. El procedimiento está motivado por una velocidad de arranque limitada que permite una interpretación física de las restricciones.

El objetivo de la evitación de colisiones es evitar el choque de un punto discrecional en el manipulador con un obstáculo. La velocidad del punto crítico debe limitarse a este respecto de modo que el manipulador o el segmento en cualquier momento con una aceleración de frenado definida se paren delante del obstáculo. Las velocidades que no se indican en la dirección del obstáculo no experimentan ninguna restricción. El planteamiento está definido por restricciones de inecuación generales en el espacio de tareas. Estas se tienen en cuenta en el problema de optimización mediante condiciones secundarias.

Las restricciones de inecuación presentan una serie de ventajas. Así la restricción solo está activa cuando se presenta un curso de colisión. El algoritmo de optimización asegura a este respecto una administración eficiente de restricciones activas e inactivas. En el caso de un curso de colisión se utilizan los grados de libertad redundantes del manipulador para evitar el choque con el obstáculo sin influir en la especificación de velocidad del usuario. Si el número de las restricciones supera los grados de libertad redundantes, entonces se calcula una solución óptima en el sentido del error mínimo cuadrático cumpliendo con las restricciones. Las restricciones se cumplen a este respecto sin falta. En situaciones críticas esto significa renunciar a las especificaciones de usuario para cumplir con las restricciones. El manipulador puede pararse completamente para no colisionar con el obstáculo. Esto es una ventaja con respecto a procedimientos con evitación de colisiones en la función objetivo. Las restricciones de inecuaciones hacen posible además el desplazamiento a lo largo del borde de un obstáculo. Dado que solo está limitada la velocidad de arranque contra el obstáculo es posible sin restricciones el movimiento a lo largo del borde mediante una velocidad ortogonal.

Para la evitación de colisión se adoptan las siguientes hipótesis. El manipulador se construye a partir de secciones de líneas rectas. La extensión finita de los segmentos reales se tiene en cuenta mediante una distancia de seguridad adicional alrededor del obstáculo. Mediante la cinemática de la bomba de hormigón los obstáculos angulares en el espacio de tareas pueden reconducirse siempre a polígonos planares en el plano vertical del manipulador. Por este motivo, la evitación de colisiones solo se representa para un manipulador planar en un espacio de tareas bidimensional. Esto puede solucionar muchos planteamientos de problemas prácticos como, por ejemplo, techos virtuales. Los obstáculos planares se suponen como polígonos estacionarios y se encuentran siempre en el plano de manipulador vertical. Un polígono se

compone de varios segmentos que están conectados entre sí en los puntos terminales e incluyen una cantidad convexa. El algoritmo de la evitación de colisiones se divide en las siguientes etapas (ver figura 13):

1. Cálculo de la distancia de todos los segmentos con respecto a todos los obstáculos,
2. Determinación de los puntos críticos entre manipulador y obstáculo,
3. Cálculo de las velocidades de arranque: velocidad de los puntos críticos del manipulador en la dirección del obstáculo,
4. Consideración de los límites de espacio de tareas en el problema de optimización.

Los puntos críticos en manipulador y obstáculo se obtienen mediante la proyección doble (ver figura 14). La proyección doble calcula en la primera etapa los puntos de manipulador críticos σ'_{jk} , que presentan la distancia más corta con respecto a los puntos de vértice del obstáculo j (para el cálculo de la distancia más corta de punto a segmento ver anexo 9.5). De la cantidad de los puntos se seleccionan los puntos críticos σ'_{jk} con la distancia más corta $d(\sigma_{jk}, \sigma'_{jk})$. Con los puntos en la segunda etapa se calculan los puntos de obstáculo críticos σ''_{jk} . Son los puntos en los bordes del obstáculo que presentan la distancia más corta con respecto a los puntos de manipulador críticos σ'_{jk} . De la cantidad de los puntos se seleccionan nuevamente los puntos críticos σ''_{jk} con la distancia más corta $d_{ck}(\sigma'_{jk}, \sigma''_{jk})$. Por consiguiente, resultan parejas de puntos críticos de segmento y borde de obstáculo con las distancias correspondientes d_{ck} .

En la figura. 14 se muestra el resultado de la proyección doble para un obstáculo rectangular j , un segmento i y $k = 2$ puntos críticos. En la primera etapa resultan los puntos críticos σ'_{j1} y σ'_{j2} . En la segunda etapa se proyectan de vuelta a los bordes del obstáculo y resultan los críticos puntos de obstáculo σ''_{j1} y $\sigma''_{j2} = \sigma_{j2}$. Para el último punto, a este respecto, resulta de nuevo la esquina de obstáculo original σ_{j2} . Las ventajas de la proyección doble se explican en la sección más abajo.

La velocidad de un punto de manipulador crítico en el espacio de tareas se calcula con el vector

$$p_{ik} = \sigma''_{jk} - r_i \quad (75)$$

y la matriz de Jacobi correspondiente arrojando

$$v_{cik} = J_{ik}(q)\theta. \quad (76)$$

Desde la velocidad v_{cik} se calcula la parte en la dirección del punto crítico σ''_{jk} la velocidad de arranque v_{aik} . Para ello, v_{cik} se proyecta al vector unitario de σ'_{jk} hacia σ''_{jk} (compárese Fig. 14)

$$v_{aik} = e_{ik} \cdot v_{ik} = J_{aik}\theta, \quad (77)$$

$$e_{ik} = \frac{\sigma''_{jk} - \sigma'_{jk}}{\|\sigma''_{jk} - \sigma'_{jk}\|}, \quad (78)$$

en donde $v_{aik} \in \mathbb{R}$ y $J_{aik} = e_{ik} \cdot J_{ik} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$.

La velocidad de arranque representa la velocidad de los puntos de manipulador críticos en la dirección de los obstáculos. Se limita, por consiguiente, mediante

$$v_{aik} \leq \bar{v}_{ik}(d_{ck}) \quad (79)$$

, en donde la velocidad máxima permitida v_{ik} depende de la distancia d_{ck} . La utilización de la ecuación (77) en (79) proporciona una restricción de inecuación lineal, escalar en el espacio de tareas

$$J_{aik}\theta \leq \bar{v}_{ik}(d_{ck}). \quad (80)$$

La proyección doble tiene la ventaja de que las restricciones de velocidad en una esquina de obstáculo se transforman en una restricción en el borde de obstáculo. En

la figura 14 la dirección $\sigma_{j1} - \sigma'_{j2}$ hacia la esquina de obstáculo se transforma en la dirección $\sigma'_{j1} - \sigma''_{j2}$. Esto hace posible un desplazamiento ilimitado del segmento en paralelo al borde de obstáculo. Esto es especialmente relevante cuando el segmento continúa con el desplazamiento paralelo por delante de la esquina σ_{j1} . El área de obstáculos se abandona, a

este respecto, sin restricción de la velocidad. Si la dirección hacia una esquina de obstáculo no puede transformarse debido a la geometría, entonces mediante la proyección doble resulta de nuevo la dirección original. Esto puede verse en la figura 14 para o_{j2} .

5 La velocidad $v_{ik}(d_{ck})$ máxima permitida se calcula de manera análoga a la sección 6. En lugar de en el plano de cilindro, las velocidades están definidas en el espacio de tareas dependiendo de la distancia d_{ck} . Con ello pueden realizarse restricciones de posición, de velocidad y de aceleración en el espacio de tareas.

Las restricciones de posición en el espacio de tareas están definidas de manera análoga a la ecuación (45) mediante la velocidad máxima permitida

$$\bar{v}_p(d) = \begin{cases} \sqrt{-2\bar{a}(d - d_{\max})} & d \leq d_{\max}, \\ 0 & d > d_{\max}, \end{cases} \quad (81)$$

10 en donde $\bar{a}$ representa la aceleración de frenado máxima, d la distancia respecto al obstáculo y $d_{\max}$ la distancia de seguridad con respecto al obstáculo en el espacio de tareas.

La distancia de seguridad $d_{\max}$ resulta de la forma de segmento. Además, pueden tenerse en cuenta incertidumbres en la posición y el espacio necesario de vibraciones residuales transitorias del manipulador.

15 La aceleración de frenado máxima permitida $\bar{a}$ debe ajustarse menor o igual a la aceleración de frenado posible en términos físicos. Mediante la cinemática no lineal no es posible, a este respecto, una transformación de las aceleraciones del espacio de configuración al espacio de tareas, dado que, a este respecto, no se garantiza ningún proceso de frenado consistente.

20 Además de las restricciones de posición pueden implementarse restricciones de velocidad y de aceleración de manera análoga a la sección 6 para puntos de manipulador discretos. La matriz de Jacobi debe adaptarse, a este respecto, al punto respectivo. La restricción de velocidad puede utilizarse, por ejemplo, para cumplir con la velocidad TCP máxima legalmente establecida.

Varias restricciones de inecuación de la fórmula (80) se convierten en una condición de inecuación

$$\mathbf{J}_a \boldsymbol{\theta} \leq \bar{\mathbf{v}} \quad (82)$$

25 con $\mathbf{J}_a \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y $\bar{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^p$ La matriz de Jacobi $\mathbf{J}$ resulta a este respecto mediante capas de los vectores fila $\mathbf{J}_{aik}$ de la ecuación (77).

A continuación, se tratarán las restricciones especiales en el espacio de tareas. Entre estas figuran restricciones de pared para tener en cuenta paredes virtuales, restricciones de estabilidad y obstáculos generales.

7.1 Restricciones de pared

30 Las restricciones de pared son una forma particular de las restricciones de posición descritas en la sección anterior. Mediante su forma especial resultan simplificaciones esenciales en el algoritmo de la evitación de colisiones de la sección 7.

35 Las paredes se representan mediante rectas en el espacio de tareas (ver figura 15). Una recta es una línea larga recta e infinita. La cantidad interna de todas las rectas define a este respecto una cantidad convexa. Esto se aplica también cuando, por ejemplo, en una recta la cantidad no está cerrada. El manipulador se encuentra dentro de esta cantidad convexa y en una dirección discrecional o es ilimitado o está limitado por una recta E_j^O .

40 Mediante el espacio interno convexo para la evitación de colisiones es suficiente comprobar si hay colisiones solo en los puntos de articulación $\mathbf{r}_i$, $i = 1, 5$ (compárese la figura 15). Esto suprime la proyección doble descrita en la sección anterior para la determinación de la distancia. En su lugar es suficiente una proyección sencilla (ver anexo 9.4) de los puntos de manipulador $\mathbf{r}_i$ en todas las rectas E_j^O . De la cantidad de todos los puntos de proyección se seleccionan por articulación $m_k = 2$ puntos de obstáculo críticos $\mathbf{r}'_{ik}$ $k = 1, \dots, m_k$ con la distancia más corta $d_{ck}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_{ik})$. En la figura 15, por ejemplo, para el TCP $\mathbf{r}_5$ resultan los críticos puntos de obstáculo $\mathbf{r}'_{51}$ y $\mathbf{r}'_{52}$ en las rectas E_3^O y E_2^O .

Con los vectores unitarios

$$\mathbf{e}_{ik} = \frac{\mathbf{r}'_{jk} - \mathbf{r}_{jk}}{\|\mathbf{r}'_{jk} - \mathbf{r}_{jk}\|} \quad (83)$$

, las condiciones de inecuación son análogas a la sección 7

$$\mathbf{J}_{aw}\boldsymbol{\theta} \leq \bar{\mathbf{v}}_w, \quad (84)$$

en donde $\mathbf{J}_{aw} \in \mathbb{R}^{m_w \times n}$ $\bar{\mathbf{v}}_w \in \mathbb{R}^{m_w}$ La dimensión de las condiciones secundarias m_w está determinada a este respecto por el número de los puntos de articulación $n = 5$ y el número de condiciones por punto de articulación $m_k = 2$

$$m_w = n \cdot m_k = 10. \quad (85)$$

5 La selección de $m_k = 2$ restricciones por punto de articulación asegura que se realice un proceso de frenado consistente con una aceleración $\bar{a}$ definida. En caso contrario, en la aproximación de vértices n se producen cambios bruscos en las restricciones de pared que tienen como consecuencia un salto en el curso de la velocidad del manipulador.

10 El número y la orientación de las rectas es discrecional. Así pueden tenerse en cuenta un simple techo o espacios internos de formas complejas. El número de las rectas es independiente, a este respecto, del número m_k de las condiciones secundarias en el problema de optimización. La complejidad de la determinación de la distancia aumenta, sin embargo, dado que para determinar los puntos críticos deben comprobarse todas las rectas.

7.2 Restricciones de estabilidad

15 Además de la restricción espacial de puntos discrecionales, igualmente es posible delimitar puntos virtuales del manipulador. Un caso así representa la restricción de estabilidad. A este respecto, se limita el centro de gravedad total virtual del manipulador en la dirección x del sistema de coordenadas fijado al vehículo para obtener la estabilidad del vehículo (ver figura 16).

La restricción de posición del centro de gravedad total es una forma especial de la restricción de pared de la sección 7.1. Dado que la restricción solo está activa en la dirección del eje $\mathbf{x}_0$ del sistema de coordenadas inercial se simplifica la determinación de la distancia.

20 La posición del centro de gravedad total para un sistema de varios cuerpos se calcula arrojando

$$\mathbf{p}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{p}_{si}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (86)$$

en donde $\mathbf{p}_{si}$ es la posición del centro de gravedad individual, m_i la masa de los cuerpos individuales y $M = \sum_i m_i$ la masa total de todos los cuerpos. Las posiciones están definidas con respecto a un sistema de coordenadas común.

25 La velocidad del centro de gravedad total $\mathbf{v}_s$ en el espacio de tareas se calcula a través de la velocidad del centro de gravedad de masa individual $\mathbf{v}_{si}$ de los segmentos. La velocidad de un centro de gravedad de masa individual discrecional con la posición $\mathbf{p}_{si}$ en el sistema de coordenadas global (i) arroja

$$\mathbf{v}_{si} = \mathbf{v}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{p}_{si} = [\mathbf{I} - \mathbf{p}_{si}] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix}, \quad (87)$$

30 en donde $(*)$ representa el operador de movimiento de caballo antisimétrico, $\mathbf{v}_i$, $\boldsymbol{\omega}_i$ la velocidad de traslación y de rotación de la articulación anterior y $\mathbf{I}$ la matriz identidad. Con la matriz de Jacobi de la traslación y rotación del segmento respectivo i resulta

$$\mathbf{v}_{si} = \underbrace{[\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{c}}]}_{\mathbf{J}_s^i(\mathbf{q})} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v^i(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_\omega^i(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}. \quad (88)$$

La posición y velocidad del centro de gravedad de masa del manipulador completo resulta como suma ponderada de los centros de gravedad individuales de los cuerpos. La derivada de tiempo de la ecuación (86) lleva a

$$\mathbf{v}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{v}_{si}. \quad (89)$$

35 La utilización de la ecuación (88) en (89) arroja

$$\mathbf{v}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \underbrace{\mathbf{J}_s^i(\mathbf{q})}_{\mathbf{J}_s(\mathbf{q})} \dot{\mathbf{q}}. \quad (90)$$

Con la ecuación (90) la velocidad del centro de gravedad total se calcula a partir de las matrices de Jacobi de las articulaciones i .

La restricción de la velocidad del centro de gravedad en la dirección x_1 lleva a

$$\underline{v}(d_c) \leq v_{s1} \leq \bar{v}(d_c), \quad (91)$$

en donde v_{s1} representan la primera componente de $\mathbf{v}_s$ en la dirección x_1 , y $\underline{v}$, $\bar{v}$ las velocidades mínima y máxima permitidas. Las velocidades permitidas se calculan con la ecuación (81) o (45) dependiendo de la distancia d_c del límite del intervalo permitido de la estabilidad. En el intervalo permitido de la estabilidad queda garantizada la seguridad ante vuelcos del vehículo. El límite de la estabilidad depende a este respecto de la longitud de apoyo.

La utilización de la ecuación (90) in (91) y una transformación correspondiente proporciona la restricción de inecuación para el problema de optimización en la fórmula (82)

$$\mathbf{J}_{as}\boldsymbol{\theta} \leq \bar{\mathbf{v}}_s, \quad (92)$$

en donde $\mathbf{J}_{as} \in \mathbb{R}^{2 \times n}$ y $\bar{\mathbf{v}}_s \in \mathbb{R}^2$. De manera análoga a la primera componente en v_{s1} se emplea la primera fila de la matriz de Jacobi $\mathbf{J}_s$.

7.3 Restricciones de colisiones propias

La colisión propia es el choque de los segmentos entre sí. El riesgo de colisiones propias aumenta con el número de los grados de libertad redundantes. La cinemática de articulación del manipulador determina a este respecto en las poses en las que existe el peligro de colisión propia. Con las restricciones en el espacio de configuración en la sección 6 se evitan colisiones entre segmentos adyacentes mediante restricciones de posición. Sin embargo, esto no concierne a la colisión de segmentos más alejados.

Para impedir el choque de un punto del manipulador con un segmento deben limitarse la posición o velocidad relativas.

Para ello, a continuación, se deriva la velocidad de un punto de articulación con respecto a un sistema de coordenadas de segmento local.

El vector de posición de un punto de articulación $\mathbf{r}_i$ con respecto a un punto discrecional en el segmento k en el sistema de coordenadas local (k) viene dado por

$${}^k\mathbf{p}_{ik} = {}^k\mathbf{k}_{ik}(\boldsymbol{\theta}) \quad (93)$$

. La figura 17 muestra el vector de posición ${}^1\mathbf{p}_{16}$ del punto de articulación $\mathbf{r}_6$ con respecto a un punto en el segmento 1 en el sistema de coordenadas local del segmento 1. La derivación de la ecuación (93) según el tiempo lleva a

$${}^k\mathbf{v}_{ik} = \underbrace{\frac{\partial {}^k\mathbf{k}_{ik}}{\partial \boldsymbol{\theta}}}_{{}^k\mathbf{J}_{ik}} \boldsymbol{\theta}, \quad (94)$$

en donde ${}^k\mathbf{J}_{ik}$ está expresado con respecto al sistema de coordenadas de segmento (k) local.

Para evitar una colisión propia del manipulador, es suficiente con limitar velocidad de arranque de los puntos de articulación $\mathbf{r}_i$ con respecto a los segmentos predecesores. Dado que el cuerpo predecesor directo ya está protegido mediante las restricciones de componente, la restricción de colisión comienza en el penúltimo cuerpo predecesor. En la tabla 2 están enumerados los segmentos predecesores críticos para los puntos de articulación de la bomba de hormigón. Las colisiones de puntos de articulación con los cuerpos subsiguientes en la práctica pueden no tenerse en cuenta, dado que el movimiento del punto de articulación en el caso normal también desplaza los cuerpos subsiguientes. Por lo tanto, no se contemplan.

Tabla 2: Segmentos predecesores críticos para colisión propia.

Puntos de articulación	Segmentos predecesores críticos	Número
$\mathbf{r}_5$	E_3^S, E_2^S, E_1^S	3
$\mathbf{r}_4$	E_2^S, E_1^S	2
$\mathbf{r}_3$	E_1^S	1

Para la determinación de distancia se realizan proyecciones del punto de articulación $\mathbf{r}_i$ hacia los tramos de segmento seleccionados E_j^S (para la proyección de punto al segmento ver anexo 9.5). De la cantidad de todos los puntos de

proyección por cada punto de articulación $m_k = 2$ se seleccionan puntos críticos $\mathbf{r}'_{ik}$ $k = 1, m_k$ con la distancia más corta $d_{ck}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_{ik})$. En el caso de que se presente solo un segmento predecesor, se aplica $m_k = 1$. Con el vector unitario

$${}^k\mathbf{e}_k = [0 \ 1]^T \quad (95)$$

en el sistema de coordenadas local resulta la restricción e inecuación escalar

$${}^k\mathbf{e}_k \cdot {}^k\mathbf{J}_{ik}\boldsymbol{\theta} \leq \bar{v}(d_{ck}). \quad (96)$$

Mediante la ecuación (96), las velocidades de arranque se limitan de manera ortogonal respecto al segmento. La velocidad $\bar{v}(d_{ck})$ permitida resulta de manera análoga a la ecuación (81).

Las restricciones de inecuación (96) se agrupan arrojando

$$\mathbf{J}_{az} \leq \bar{\mathbf{v}}_z \quad (97)$$

, en donde $\mathbf{J}_{az} \in \mathbb{R}^{m_z \times n}$ $\bar{\mathbf{v}}_z \in \mathbb{R}^{m_z}$ El número de las restricciones para la bomba de hormigón con la tabla 2 arroja

$$m_z = 3 \cdot m_k - 1 = 5, \quad (98)$$

en donde para r_3 solo se presenta una restricción.

Las coordenadas relativas tienen la ventaja de que el movimiento de los segmentos predecesores no se limita. Es decir, los predecesores pueden moverse libremente dado que solo se limita la velocidad relativa de los segmentos entre sí.

7.4 Restricciones de obstáculo

Las restricciones de obstáculo en el espacio de tareas representan la forma más general de las restricciones de inecuación y de manera análoga a la sección 7 se integran en el problema de optimización.

La comprobación de colisiones se realiza por obstáculo para cada segmento, en donde se tienen en cuenta $m_k = 2$ puntos críticos. Este número de puntos es necesario para garantizar un proceso de frenado consistente sin saltos de velocidad.

Las restricciones se llevan a la fórmula (82) y arrojan

$$\mathbf{J}_{ao}\boldsymbol{\theta} \leq \bar{\mathbf{v}}_o, \quad (99)$$

en donde $\mathbf{J}_{ao} \in \mathbb{R}^{m_o \times n}$ $\bar{\mathbf{v}}_o \in \mathbb{R}^{m_o}$ Para la autobomba de hormigón con el número de los obstáculos n_o , $n = 5$ y $m_k = 2$ se calcula

$$m_o = n_o \cdot n \cdot m_k = n_o \cdot 10. \quad (100)$$

El número de esquinas permitidas de los obstáculos poligonales es ilimitado. No obstante, también la potencia de cálculo de la comprobación de colisiones aumenta en un número mayor. El número de los obstáculos es asimismo ilimitado. Como puede verse de la ecuación (100), sin embargo, con n_o mayor también aumenta el número de las condiciones secundarias en el problema de optimización.

En la figura 18 se muestran los dos puntos críticos del último segmento con un obstáculo rectangular.

Las restricciones comprenden entre otros el último segmento y el TCP del manipulador. Con ello se descartan colisiones mediante un control inadecuado. En el entorno de los obstáculos la velocidad teórica TCP y la velocidad de arranque limitada entran en conflicto. Mediante la formulación como condición secundaria la velocidad de arranque domina la especificación teórica. La ponderación de la velocidad teórica determina a este respecto el comportamiento del TCP. Según la sección 4.2 la ponderación se selecciona de modo que la dirección es más importante que el valor. Para una ponderación alta el algoritmo, por lo tanto, intenta mantener sin falta la dirección. Si el TCP pasa cerca de una esquina de obstáculo entonces esto significa una reducción intensa de la velocidad manteniendo simultáneamente la dirección. En una ponderación reducida más bien se obtiene el valor de la velocidad. El TCP realiza, por consiguiente, un movimiento de desviación (ver figura 19, 20).

Las restricciones de obstáculo hacen posible el rodeo, así como el desplazamiento horizontal bajo un obstáculo. Los segmentos pueden ejecutar un movimiento deslizante a este respecto en las esquinas del obstáculo. Esto aumenta la eficiencia del movimiento en el entorno de obstáculos. El desplazamiento horizontal bajo un obstáculo demuestra además la necesidad del control de configuración. El manipulador en el trayecto hacia un obstáculo realiza un movimiento de desviación. Esto modifica la configuración del manipulador. Al abandonar la zona de obstáculos esta configuración se mantiene. Por tanto, la ejecución de movimientos cíclicos tiene como consecuencia que la configuración esté sometida a

una deriva indefinida. El control de configuración establece de nuevo la configuración adicional fuera de la zona de obstáculos e impide, por consiguiente, este comportamiento.

7.5 Detección de obstáculos

5 Antes de que los obstáculos entren como restricciones en el control de geometría deben detectarse con un método adecuado y transformarse en un formato digital. A continuación, se muestran varios métodos para la detección de obstáculos.

10 Una posibilidad para la detección de obstáculos es el empleo de una tecnología de sensores de distancia en la pluma de distribución o en su entorno. En principio, para esta tarea es adecuado cualquier tipo de tecnología de sensores de distancia (ópticos, mecánicos, electromagnéticos, acústicos), siempre que se cumplan los requisitos del control de geometría. En función del tipo de obstáculo, a este respecto es necesario determinar la distancia entre puntos fijos o variables en el segmento y el obstáculo. A modo de ejemplo cabe mencionar a este respecto los sensores Lidar, de radar, láser, Karma con reconocimiento de objetos, ultrasonido y palpadores de tope. En función del tipo debe seleccionarse adecuadamente a este respecto el posicionamiento, el número y la orientación.

15 Además de la detección directa de los obstáculos reales también es posible una reproducción virtual. A este respecto, el obstáculo se construye virtualmente antes o durante el funcionamiento del control y se emplea en lugar de la tecnología de sensores para el cálculo de la distancia. Una opción es la entrada de los obstáculos a través de una interfaz de usuario (gráfica). Los obstáculos sencillos como, por ejemplo, paredes y ortoedros pueden reproducirse con ello mediante pocos parámetros. Un escenario sencillo es, por ejemplo, entrada de una altura de techo constante que se le presenta al usuario a partir de los datos nominales del edificio. Los obstáculos pueden fijarse también durante el funcionamiento mediante aprendizaje ("teach-in"). En el "teach in" el usuario se acerca a las posiciones máximas y mínimas en el obstáculo y guarda la posición de la pluma o puntos determinados en los segmentos como restricciones en el control de geometría. Con ello pueden determinarse fácilmente distancias desconocidas y durante el funcionamiento.

20 Otra opción es la lectura de los obstáculos a partir de una reproducción digital del edificio o de la obra. El método adquiere especial importancia en cuanto a la interconexión creciente en la planificación, la estructura y la gestión de obras de construcción, también llamado en inglés *Building Information Modeling* (en español: modelado de información de construcción). El usuario determina a este respecto la posición de la bomba de hormigón (por ejemplo, a través de GPS) y descarga un plan virtual del entorno de la obra y del edificio de una base de datos central. En este se fijan obstáculos relevantes y se transfieren al control de geometría para el cálculo de las distancias.

8 Reguladores axiales

30 El control de geometría calcula posiciones y velocidades $\hat{\theta}(t)$, $\dot{\hat{\theta}}(t)$, que entran como valores teóricos en los reguladores axiales. Los reguladores axiales son circuitos de regulación descentralizados, subordinados en el plano de la configuración. Aseguran que las especificaciones de valores teóricos se conviertan en un movimiento. Por consiguiente, la dinámica del sistema hidráulico, así como las incertidumbres en el modelado del sistema hidráulico pueden compensarse.

35 Los reguladores axiales son componentes importantes del control de geometría. Ya las pequeñas desviaciones entre valores teóricos y reales del control de geometría llevan a desviaciones en el movimiento del manipulador. Esto es especialmente visible dado que, en general, se pretende un movimiento lineal del TCP por una superficie recta. Las desviaciones respecto a la superficie pueden percibirse, por consiguiente, fácilmente. Para un movimiento preciso del TCP, el regulador axial por tanto debe transformar los valores teóricos con mínimo error.

40 Se proponen dos reguladores axialmente para la serie de valores teóricos: la realimentación de velocidad, así como la realimentación de posición y de velocidad.

45 El regulador axial con realimentación de velocidad se representa en la figura 21. El control de geometría recibe como posición θ la señal de medición del sistema real. La velocidad $\dot{\theta}$ es el único valor teórico para el regulador axial que junto con la velocidad real calcula la señal de mando para los actuadores de la bomba de hormigón. La posición teórica del control de geometría no se emplea. Dado que la posición real medida se emplea en el control de geometría es una parte del circuito regulador. Esto tiene la ventaja de que los cálculos del control de geometría en el caso de grandes desviaciones entre valores teóricos y reales siempre se basan en la posición real. Dado que el control de geometría actúa en el plano de velocidad, sin embargo, no tiene lugar ninguna corrección de la desviación. La posición real se emplea para el cálculo de la siguiente etapa de tiempo, sin corregir los errores de lo anterior.

50 El regulador axial con realimentación de posición en la figura 22 elimina esta desventaja. El control de geometría es, en este caso, una generación de trayectoria propiamente dicha para el cálculo de los valores $\hat{\theta}(t)$, $\dot{\hat{\theta}}(t)$. Estos sirven como valores teóricos para los reguladores axiales. Además de la realimentación de velocidad, la regulación axial contiene adicionalmente un bucle de regulación de posición. Con ello se corrigen desviaciones en el plano de posición y el manipulador retorna a la trayectoria teórica. Dado que el control de geometría, independientemente de la posición real del manipulador, especifica una trayectoria, el regulador axial debe protegerse contra grandes errores de regulación.

La posición de la pluma de distribución puede determinarse, entre otros, mediante mediciones de longitud d_i en los cilindros hidráulicos i . Debido al engranaje acoplado en las articulaciones resulta una relación no lineal entre la longitud d_i y el ángulo de articulación θ_i correspondiente (véase la ecuación (103))

$$\theta_i = f_{\theta,i}(d_i). \quad (101)$$

- 5 Para el cálculo de la velocidad de articulación $\dot{d}_i$ se deduce la posición d_i con un filtro adecuado. La relación respecto a la velocidad de articulación $\dot{\theta}_i$ resulta mediante la derivada de tiempo de la ecuación (101)

$$\dot{\theta}_i = k_{\omega,i}(\theta_i)\dot{d}_i, \quad (102)$$

en donde $k_{\omega} = \frac{\partial f_{\theta,i}}{\partial d}$ (véase la ecuación (104)).

9 Anexo

10 9.1 Cálculo función objetivo

La función objetivo (12) en la fórmula (9) reza

$$\begin{aligned} f_1 + f_2 + f_3 &= (\tilde{v} - J\dot{\theta})^T W_{\tilde{v}}(\tilde{v} - J\dot{\theta}) + (\dot{\theta} - \dot{\tilde{\theta}})^T W_{\dot{\theta}}(\dot{\theta} - \dot{\tilde{\theta}}) + \dot{\theta}^T W_{\theta}\dot{\theta} \\ &= \dot{\theta}^T (J^T W_{\tilde{v}} J + W_{\dot{\theta}} + W_{\theta}) \dot{\theta} - 2\tilde{v}^T W_{\tilde{v}} J \dot{\theta} \\ &\quad + \tilde{v}^T W_{\tilde{v}} \tilde{v} - \dot{\theta}^T W_{\dot{\theta}} \dot{\tilde{\theta}} - \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= \dot{\theta}^T (J^T W_{\tilde{v}} J + W_{\dot{\theta}} + W_{\theta}) \dot{\theta} - 2(\tilde{v}^T W_{\tilde{v}} J + \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\theta}) \dot{\theta} \\ &\quad + \tilde{v}^T W_{\tilde{v}} \tilde{v} + \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\theta} \dot{\tilde{\theta}}. \end{aligned}$$

Los términos constantes $\tilde{v}^T W_{\tilde{v}} \tilde{v} + \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\theta} \dot{\tilde{\theta}}$ no influyen en la solución óptima y pueden no tenerse en cuenta. En resumen resulta

$$15 \quad W = J^T W_{\tilde{v}} J + W_{\dot{\theta}} + W_{\theta}, \quad g = -(\tilde{v}^T W_{\tilde{v}} J + \dot{\tilde{\theta}}^T W_{\theta})^T.$$

9.2 Cinemática de articulación

La bomba de hormigón dispone de cinco articulaciones rotatorias para el movimiento de la pluma de distribución en el plano vertical. Los ángulos de articulación θ_i , $i = 1, 5$ describen a este respecto la posición relativa. Para la actuación de la pluma en cada articulación se encuentra un cilindro hidráulico. El movimiento de traslación de los cilindros se transforma a través de un engranaje acoplado en la rotación de las articulaciones.

20

Entre el desvío de los cilindros d_i y la posición de las articulaciones θ_i existe una relación unívoca en el plano de posición y el de velocidad

$$\theta_i = f_{\theta,i}(d_i), \quad (103)$$

$$\dot{\theta}_i = k_{\omega,i}(\theta_i)v_i, \quad i = 1, \dots, 5, \quad (104)$$

- 25 en donde $v_i = \dot{d}_i$ representa la velocidad de cilindro de traslación y $k_{\omega} = \frac{\partial f_{\theta,i}}{\partial d}$. Para las ecuaciones (103)-(104) existen las funciones inversas

$$d_i = f_{d,i}(\theta_i), \quad (105)$$

$$v_i = k_{v,i}(\theta_i)\dot{\theta}_i, \quad (106)$$

en donde $k_v = \frac{\partial f_{d,i}}{\partial \theta}$ representa.

30 9.3 Restricciones de configuración en el plano de articulación

De manera análoga a la sección 6.1, las restricciones de componente también pueden formularse en el plano de articulación. A este respecto, se suprime la conversión entre plano de articulación y de cilindro.

La restricción de posición superior con la posición máxima permitida $\bar{\theta}$ y la aceleración de frenado máxima $\underline{a} < 0$ está fijada para una articulación mediante

$$\dot{\theta}_{\theta}(\theta) = \begin{cases} \sqrt{-2\ddot{\theta}(\bar{\theta} - \theta)} & \theta \leq \bar{\theta}, \\ 0 & \theta > \bar{\theta} \end{cases} \quad (107).$$

De manera análoga resulta la restricción de posición inferior con la posición mínima permitida $\underline{\theta}$ y la aceleración de frenado mínima $\ddot{\theta} > 0$

$$\underline{\theta}_{\theta}(\theta) = \begin{cases} -\sqrt{-2\ddot{\theta}(\underline{\theta} - \theta)} & \theta \geq \underline{\theta}, \\ 0 & \theta < \underline{\theta}. \end{cases} \quad (108)$$

5 La condición secundaria en total por consiguiente reza

$$\dot{\theta}_{\theta}(\theta) \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}_{\theta}(\theta). \quad (109)$$

Las restricciones de velocidad son

$$\underline{\dot{\theta}}_{\theta} \leq \dot{\theta} \leq \bar{\dot{\theta}}_{\theta}, \quad (110)$$

en donde $\underline{\dot{\theta}}_{\theta}$, $\bar{\dot{\theta}}_{\theta}$ representa la velocidad mínima o máxima permitida.

10 Las restricciones de aceleración resultan mediante la formación de los cocientes de diferencias

$$\ddot{\theta} \leq \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_{\text{old}}}{\Delta t} \leq \ddot{\bar{\theta}}, \quad (111)$$

en donde $\underline{\dot{\theta}}_{\theta}$, $\bar{\dot{\theta}}_{\theta}$ representa la velocidad máxima o mínima, $\dot{\theta}_{\text{old}}$ la velocidad de la etapa de tiempo anterior y Δt el incremento.

La adaptación de la restricción (111) a la fórmula (16) lleva a

$$15 \quad \dot{\bar{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}) \leq \dot{\theta} \leq \dot{\bar{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}), \quad (112)$$

con

$$\dot{\bar{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}) = \ddot{\bar{\theta}}\Delta t + \dot{\theta}_{\text{old}} \quad (113)$$

$$\dot{\bar{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}) = \ddot{\bar{\theta}}\Delta t + \dot{\theta}_{\text{old}}. \quad (114)$$

20 Las restricciones (109), (110) y (112) actúan todas en planos de velocidad. Se agrupan para dar lugar a una restricción de velocidad

$$\underline{\dot{\theta}} \leq \dot{\theta} \leq \bar{\dot{\theta}}, \quad (115)$$

con

$$\bar{\dot{\theta}} = \min \left\{ \dot{\bar{\theta}}_{\theta}(\theta), \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\theta}}, \dot{\bar{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}) \right\} \quad (116)$$

$$\underline{\dot{\theta}} = \max \left\{ \underline{\dot{\theta}}_{\theta}(\theta), \underline{\dot{\theta}}_{\dot{\theta}}, \underline{\dot{\theta}}_{\bar{\theta}}(\dot{\theta}_{\text{old}}) \right\} \quad (117).$$

25 9.4 Proyección de punto a recta

La distancia más corta de un punto o a una recta

$$\mathbf{h}(\lambda) = \mathbf{r}_1 + \lambda(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (118)$$

se calcula mediante en la proyección en la recta

$$\lambda_o = \frac{(\mathbf{o} - \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\|^2}, \quad (119)$$

en donde $(\cdot)$ representa el producto escalar.

La distancia más corta arroja

$$d = \|\mathbf{o}' - \mathbf{o}\|. \quad (120)$$

9.5 Proyección de punto a segmento

5 La distancia más corta de un punto $\mathbf{o}$ a una línea

$$\mathbf{h}(\lambda) = \mathbf{r}_1 + \lambda(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (121)$$

se calcula mediante proyección en la línea

$$\lambda_o = \frac{(\mathbf{o} - \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\|^2}, \quad (122)$$

10 en donde $(\cdot)$ representa el producto escalar. El punto con la distancia más corta con respecto al segmento resulta, por consiguiente,

$$\mathbf{o}' = \begin{cases} \mathbf{r}_1, & \text{para } \lambda_o < 0, \\ \mathbf{h}(\lambda_o), & \text{para } 0 \leq \lambda_o \leq 1, \\ \mathbf{r}_2, & \text{para } \lambda_o > 1. \end{cases} \quad (123)$$

La distancia más corta arroja

$$d = \|\mathbf{o}' - \mathbf{o}\|. \quad (124)$$

9.6 Símbolos de fórmula

15 **Subíndices**

Abreviatura	Descripción
a	Restricciones generales de inecuación del QP
c	Restricciones en el espacio de tareas
d	Magnitudes de la compensación de deformación
e	Efecto final
h	Restricciones del sistema hidráulico
o	Restricciones de obstáculo
s	Centro de gravedad
w	Restricciones de pared
z	Colisión propia

REIVINDICACIONES

1. Control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio (3) que puede girar alrededor de un eje vertical (A) y al menos dos segmentos (4 - 7) que pueden pivotar mediante articulaciones (B - E) alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio (3) puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical (A) y los segmentos (4 - 7) pueden pivotar a través de actuadores (14 - 17) alrededor de los ejes horizontales, en donde preferentemente están previstos sensores (18 - 21) para determinar el ángulo de giro del soporte giratorio (3) y para determinar el ángulo de articulación de las articulaciones (B - E),
en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores (14 - 17) y comprende un control de geometría que, a partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico, genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio (3) y/o de las articulaciones (B - E), en donde el control de geometría determina la trayectoria mediante la solución de un problema de optimización, en donde el problema de optimización como función objetivo minimiza una desviación entre el movimiento TCP teórico y un movimiento TCP que resulta mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado, caracterizado porque en el problema de optimización se considera una deformación del brazo articulado debido a su peso propio.
2. Control de brazo articulado según la reivindicación 1, en donde el problema de optimización como función objetivo minimiza una desviación entre el movimiento TCP teórico y un movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado, en donde el modelo físico del brazo articulado considera una deformación del brazo articulado debido a su peso propio, en donde preferentemente el modelo físico del brazo articulado reproduce la flexibilidad al menos de un segmento (4 - 7) del brazo articulado mediante modelado de una deformación distribuida del segmento (4 - 7), en donde la deformación distribuida se aproxima preferentemente mediante discretización, en particular, al describir el modelo la flexibilidad al menos de un segmento (4 - 7) del brazo articulado mediante al menos una articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) dispuesta dentro de este segmento (4 - 7), en donde las secciones parciales de los segmentos (4 - 7) que están unidas mediante una articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) se consideran cuerpos rígidos.
3. Control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio (3) que puede girar alrededor de un eje vertical (A) y al menos dos segmentos (4 - 7) que pueden pivotar mediante articulaciones (B - E) alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio (3) puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical (A) y los segmentos (4 - 7) pueden pivotar a través de actuadores (14 - 17) alrededor de los ejes horizontales (B - E), en donde preferentemente están previstos sensores (18 - 21) para determinar el ángulo de giro del soporte giratorio (3) y para determinar los ángulos de articulación de las articulaciones (B - E), en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores (14 - 17) y comprende un control de geometría, que a partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio (3) y/o de las articulaciones (B - E), en donde el control de geometría se realiza empleando un modelo físico del brazo articulado, en donde el modelo físico es un modelo de cuerpo rígido con articulaciones actuadas (B - E), **caracterizado porque** el modelo físico del brazo articulado reproduce la flexibilidad al menos de un segmento (4 - 7) del brazo articulado mediante modelado de una deformación distribuida del segmento (4 - 7), en donde la deformación distribuida se aproxima mediante discretización al describir el modelo la flexibilidad del al menos un segmento (4 - 7) del brazo articulado mediante al menos una articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) dispuesta dentro de este segmento (4 - 7), en donde las secciones parciales de los segmentos (4 - 7) que están unidas mediante una articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) se consideran cuerpos rígidos.
4. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones anteriores, en donde el modelo físico describe la deformación estática del brazo articulado.
5. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones anteriores, en donde a la articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) está asociado un elemento de resorte, en donde la constante de resorte se selecciona de modo que la articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) describe la magnitud de la flexión del segmento real (4 - 7) y/o en donde varios, y preferentemente todos los segmentos (4 - 7), se describen mediante una articulación virtual ($\delta 1 - \delta 5$) dispuesta dentro del segmento respectivo (4 - 7).
6. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones anteriores, en donde el control de geometría y/o el modelo físico considera elasticidades de un chasis de vehículo, de apoyos (10, 12) y/o de una suspensión de vehículo de la bomba de hormigón.
7. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones anteriores, en donde el modelo físico del brazo articulado considera una deformación del brazo articulado debido al peso del hormigón transportado, para lo cual el control de brazo articulado comprende preferentemente una función para determinar el estado del transporte de hormigón a partir de valores de medición y/o de control, cuyos valores iniciales entran en el modelo físico del brazo articulado.
8. Control de brazo articulado para el brazo articulado de una bomba de hormigón, en donde el brazo articulado presenta un soporte giratorio (3) que puede girar alrededor de un eje vertical (A) y al menos dos segmentos (4 - 7) que pueden pivotar mediante articulaciones (B - E) alrededor de ejes horizontales, en donde el soporte giratorio (3) puede desplazarse a través de un actuador alrededor del eje vertical (A) y los segmentos (4 - 7) pueden pivotar a través de actuadores (14 - 17) alrededor de ejes horizontales, en donde están previstos preferentemente sensores (18 - 21) para determinar el ángulo

- de giro del soporte giratorio (3) y para determinar los ángulos de articulación de las articulaciones (B - E), en donde el control de brazo articulado sirve para el control de los actuadores (14 - 17) y comprende un control de geometría, que a partir de valores de entrada para un movimiento TCP teórico genera una trayectoria con valores teóricos para el movimiento del soporte giratorio (3) y/o de las articulaciones (B - E), **caracterizado porque** el control de brazo articulado comprende una función para determinar el estado del transporte de hormigón a partir de valores de medición y/o de control y el control de geometría considera una deformación del brazo articulado debido al peso del hormigón transportado.
- 5
9. Control de brazo articulado según la reivindicación 7 u 8, en donde la función se utiliza para determinar el estado del transporte de hormigón simultáneamente mediante una amortiguación de vibraciones que amortigua vibraciones del brazo articulado inducidas mediante el transporte de hormigón.
- 10
10. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones 7 a 9, en donde la función para determinar el estado del transporte de hormigón se basa en un modelo físico del transporte de hormigón y/o calcula a partir de valores de medición de la posición y/o del estado de vibración del brazo articulado y/o determina a partir de señales de mando y parámetros de funcionamiento de una bomba elevadora (1) y/o del transporte de hormigón.
- 15
11. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones 7 a 10, en donde la función para determinar el estado del transporte de hormigón determina con la presión de hormigón a la entrada de la tubería de elevación basándose en parámetros de funcionamiento de la bomba elevadora (1), en particular, basándose en la presión hidráulica de los cilindros elevadores y la relación de superficie de émbolo de la bomba elevadora (1).
- 20
12. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones anteriores, en donde el control de geometría determina la trayectoria al resolver un problema de optimización, en donde el problema de optimización como función objetivo minimiza una desviación entre el movimiento TCP teórico y un movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado, en donde preferentemente restricciones del sistema hidráulico y/o del espacio de trabajo entran como condición secundaria en la optimización y/o en donde el problema de optimización minimiza la desviación entre el movimiento TCP teórico y el movimiento TCP que se produce mediante la trayectoria en un modelo físico del brazo articulado como primera función objetivo y una desviación de una configuración del brazo articulado de una configuración teórica como segunda función objetivo.
- 25
13. Control de brazo articulado según una de las reivindicaciones precedentes, en donde el control de geometría comprende un solucionador numérico que resuelve nuevamente el problema de optimización en cada etapa de tiempo y/o en donde el problema de optimización está formulado como problema de optimización cuadrática, en donde preferentemente en el problema de optimización se ponderan velocidades en perpendicular a una dirección de la velocidad TCP teórica de manera más intensa que las velocidades en la dirección de la velocidad TCP teórica.
- 30
14. Bomba de hormigón, en particular, autobomba de hormigón, con un brazo articulado a lo largo del cual se conduce una tubería de elevación para el hormigón, y con un control de brazo articulado según una de las reivindicaciones precedentes.
- 35
15. Procedimiento para el control de una bomba de hormigón, en donde se utiliza un control de brazo articulado según una de las reivindicaciones precedentes.

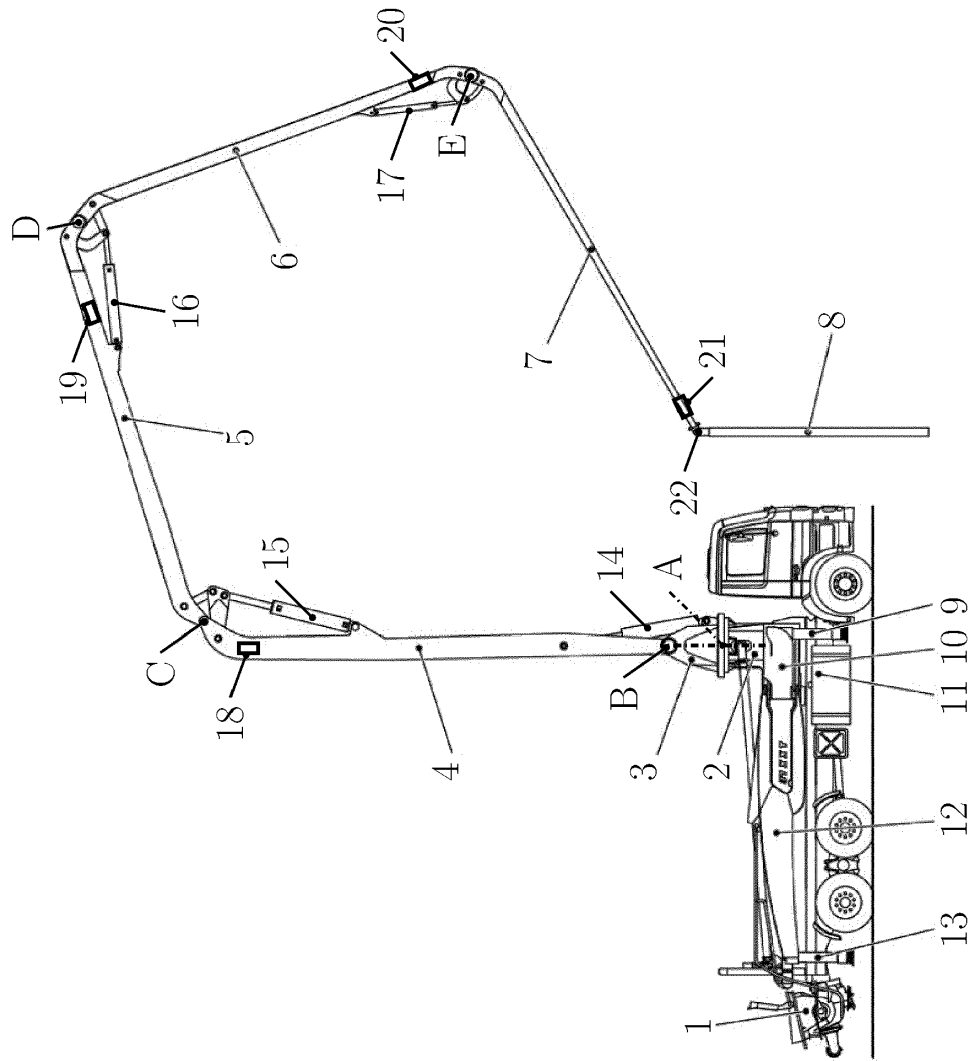


Fig. 1

Fig. 2

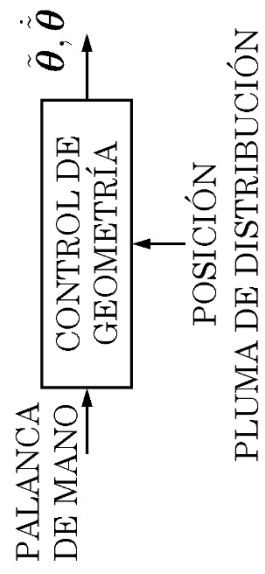


Fig. 3

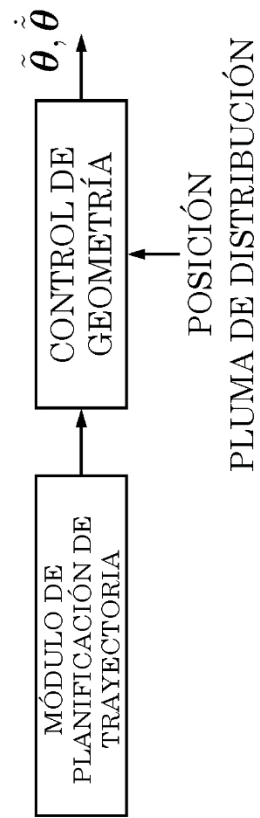


Fig. 4

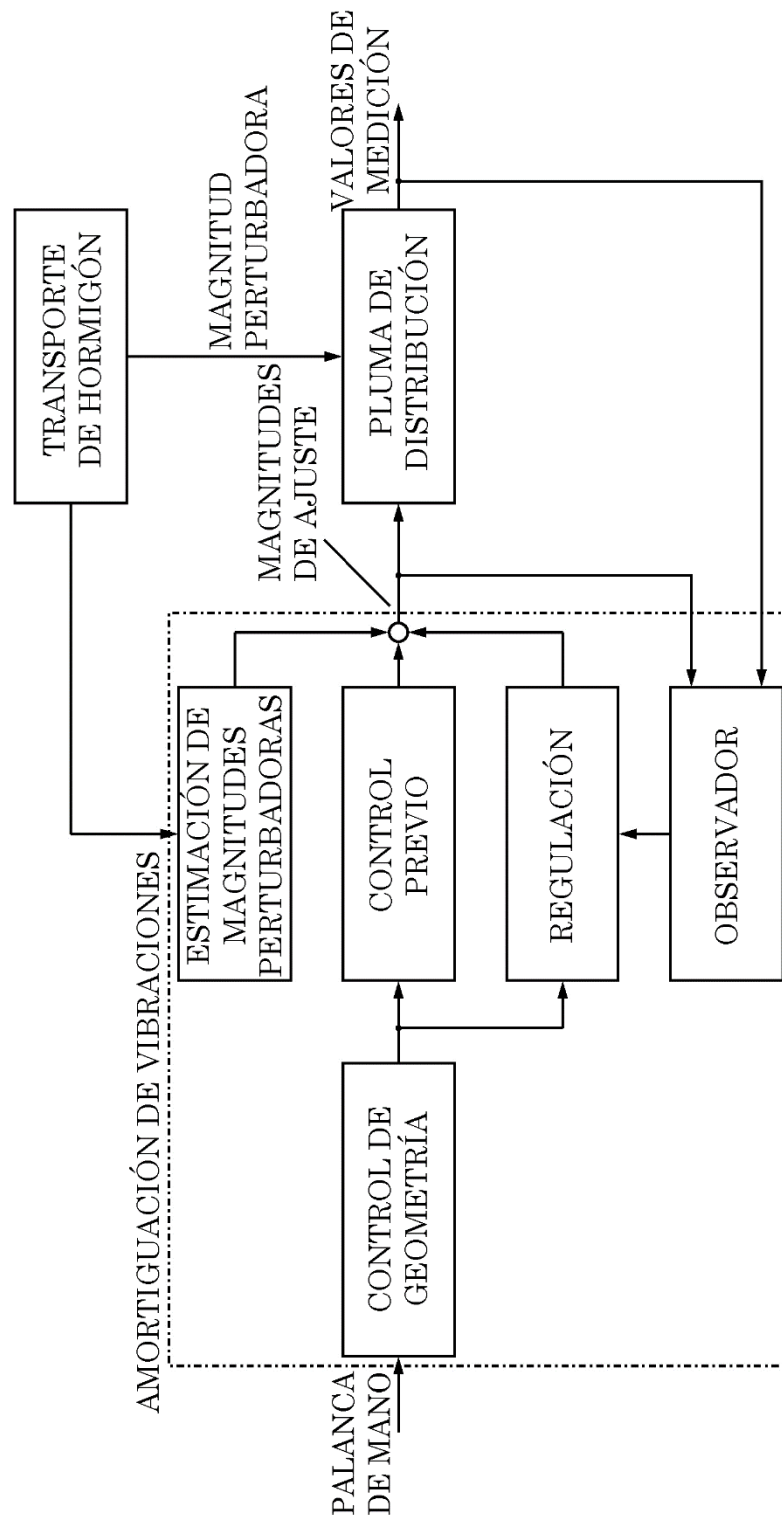


Fig. 5

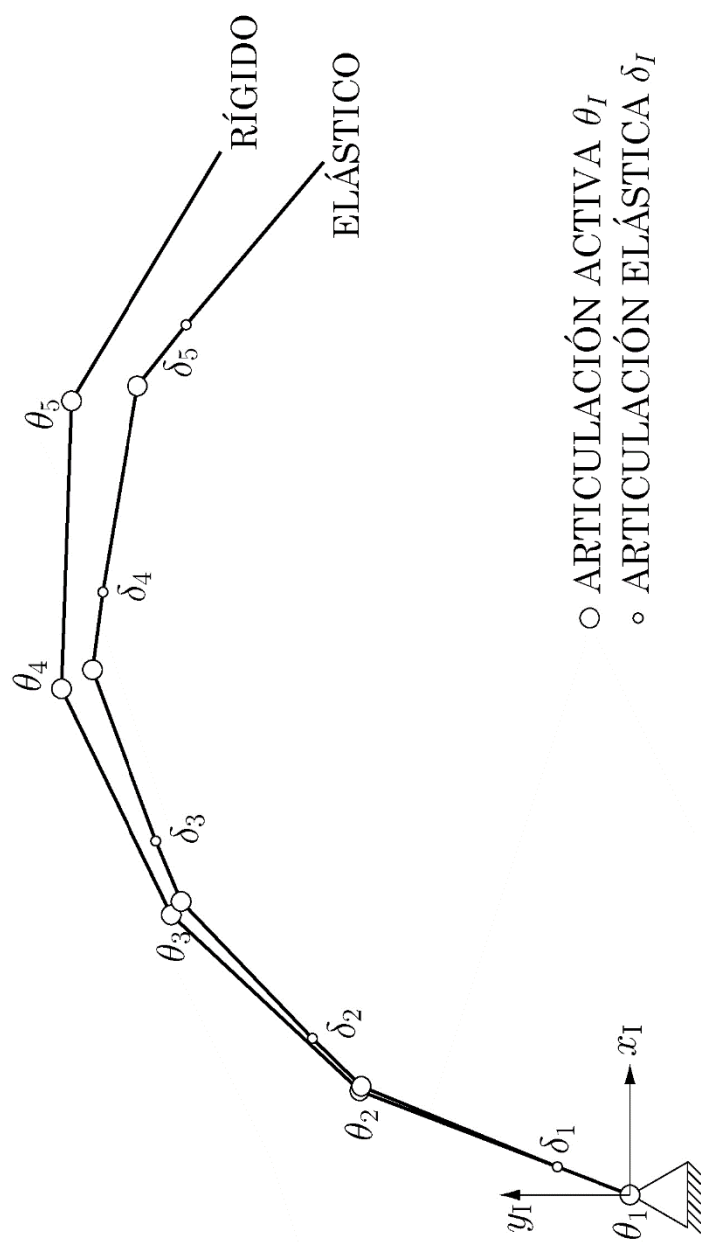


Fig. 6

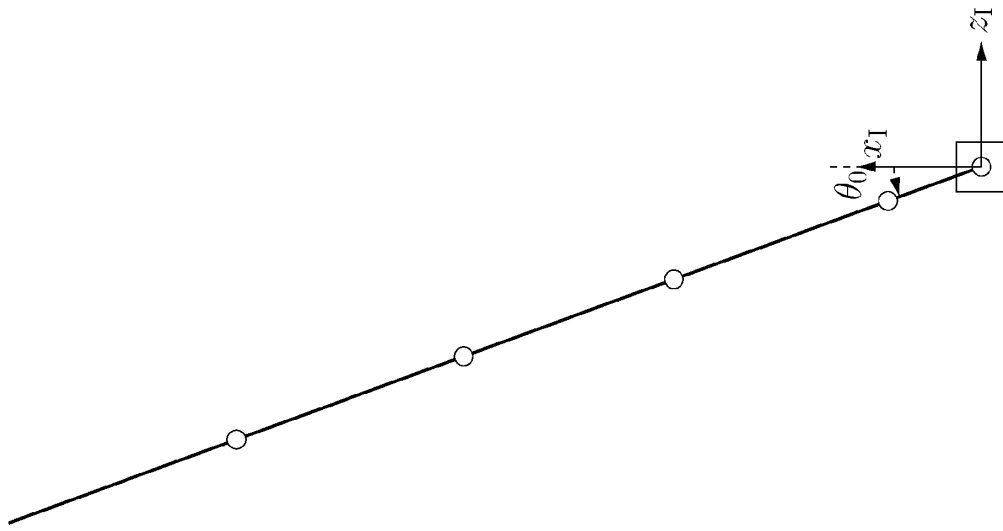


Fig. 7

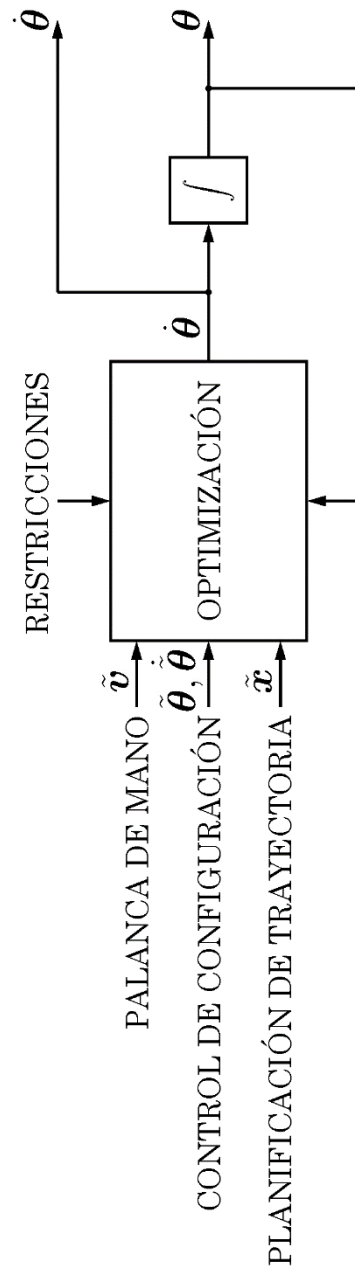


Fig. 8

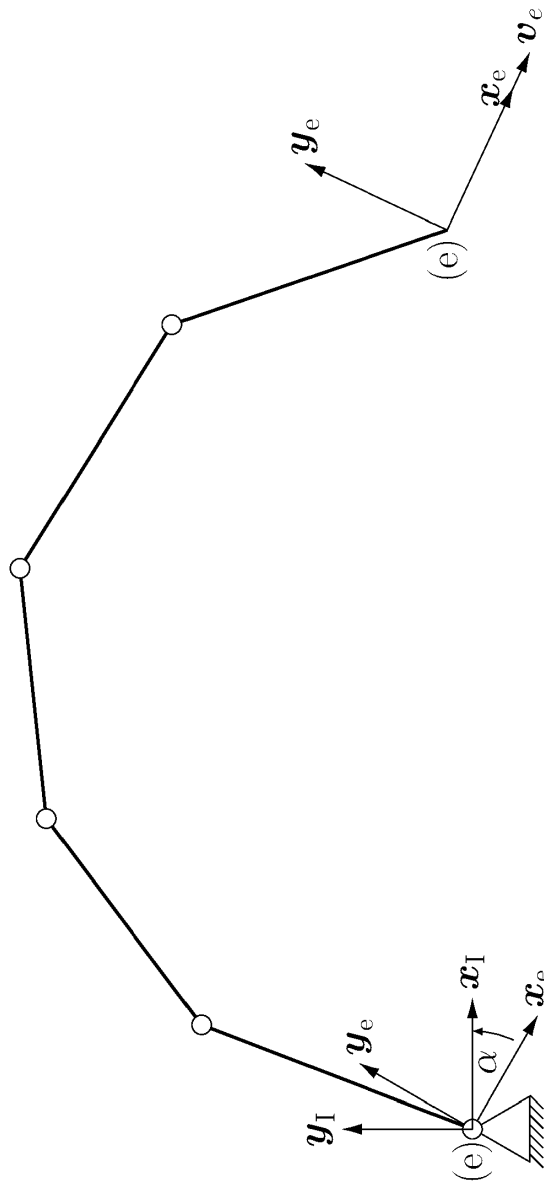


Fig. 9

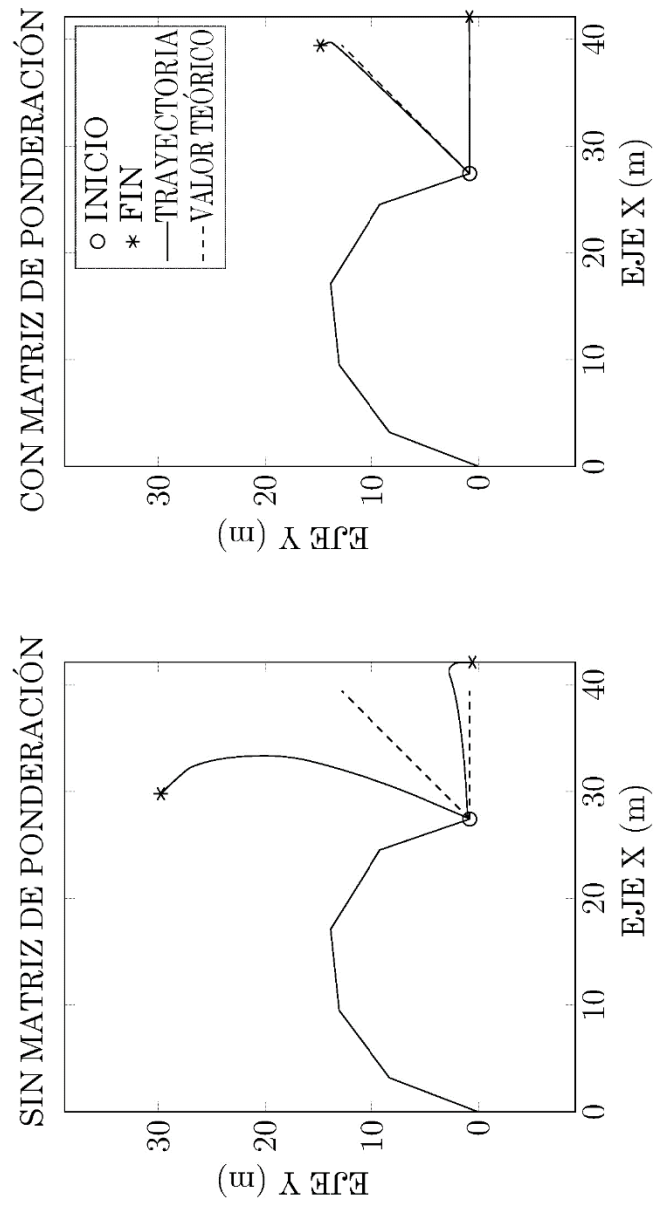


Fig. 10

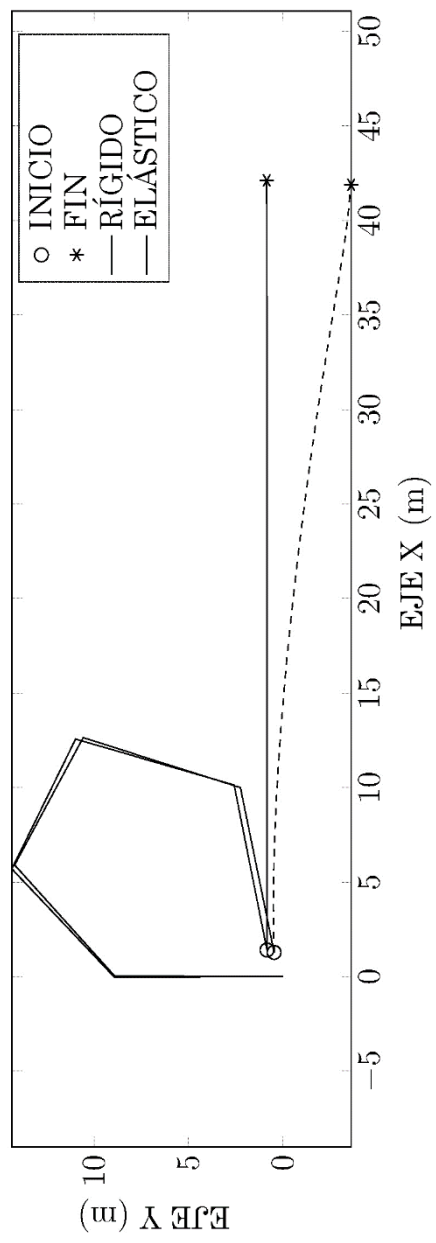


Fig. 11

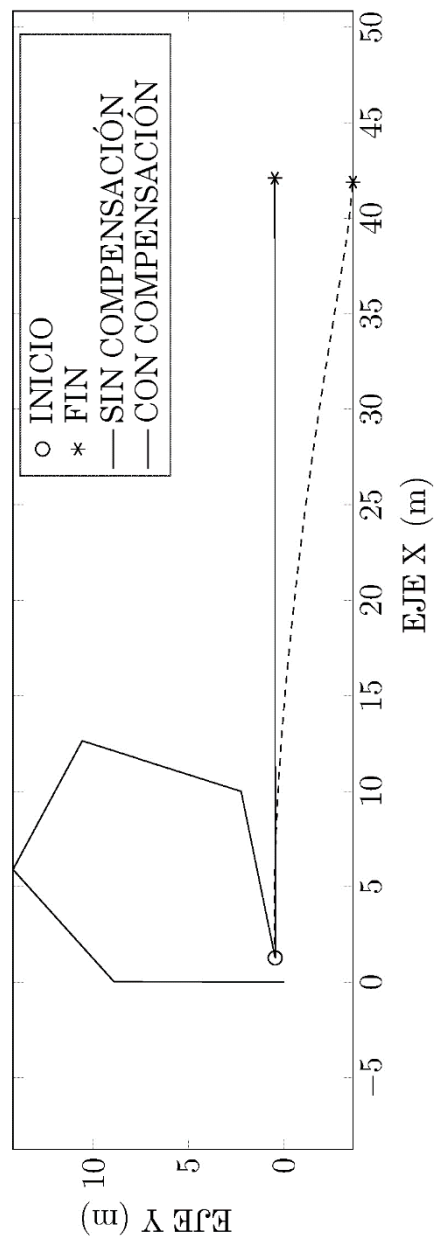


Fig. 12

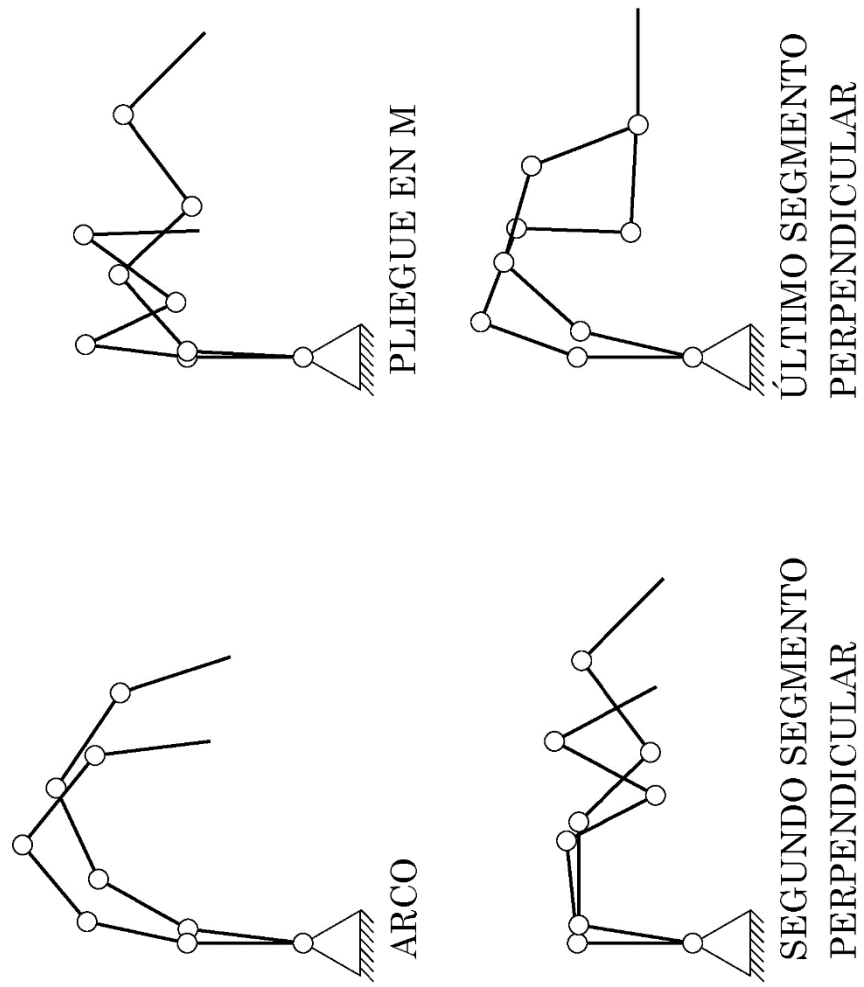


Fig. 13

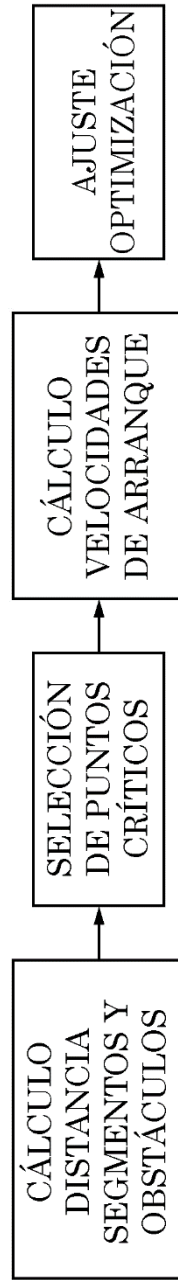


Fig. 14

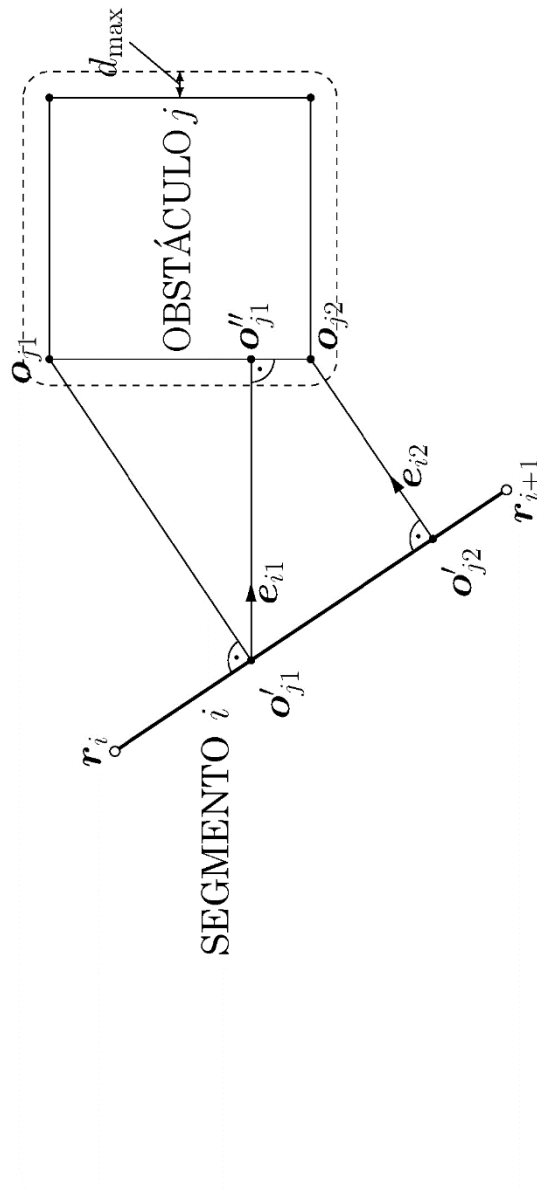


Fig. 15

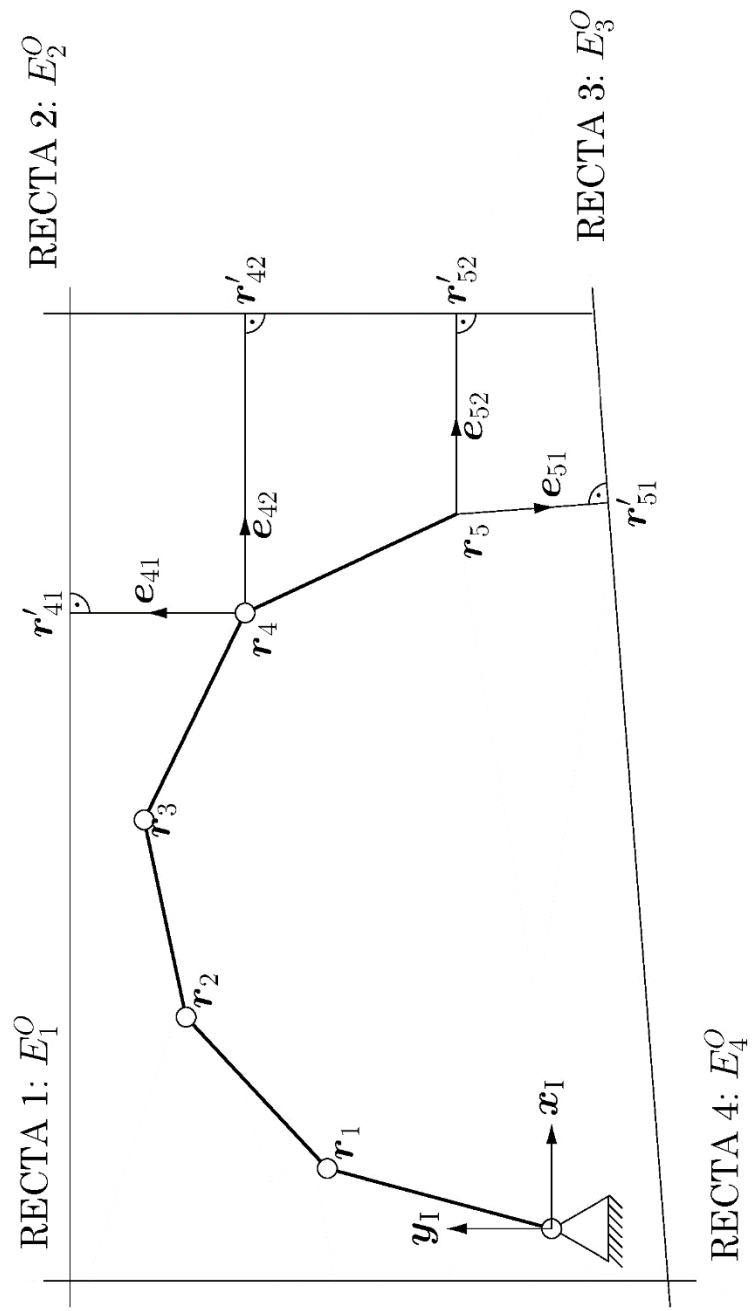


Fig. 16

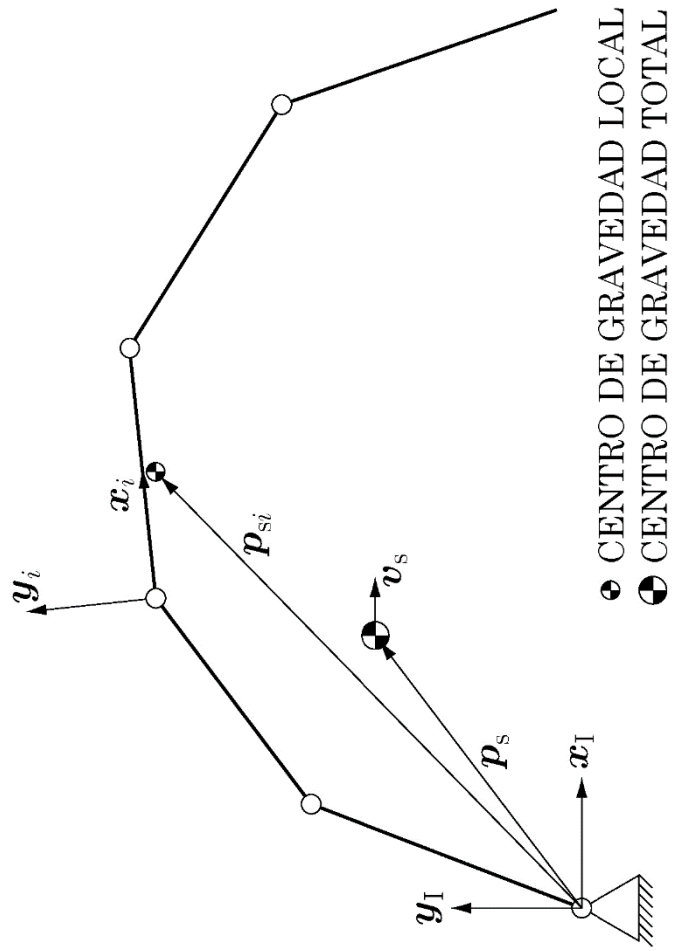


Fig. 17

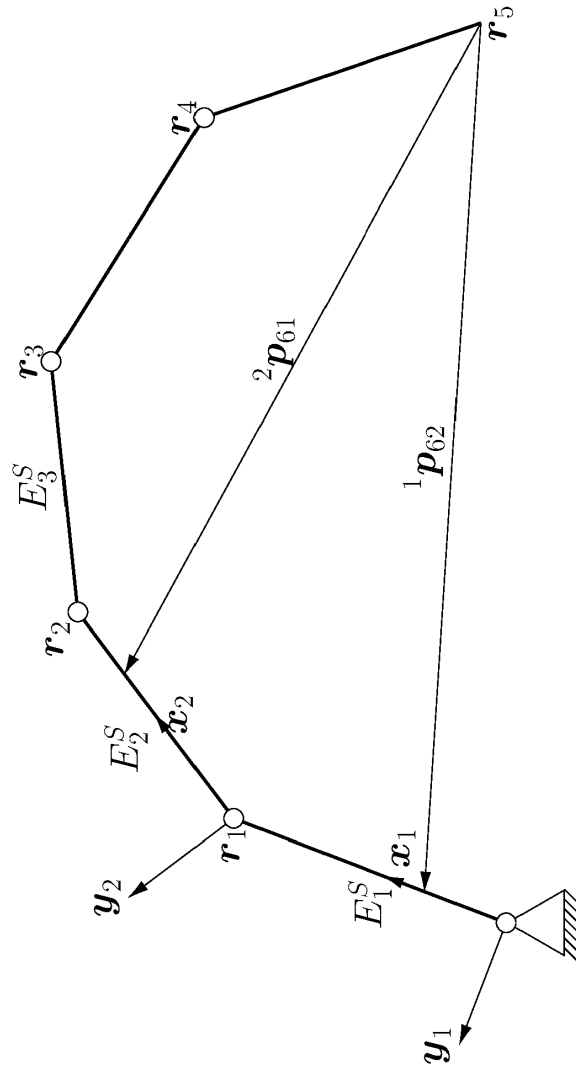


Fig. 18

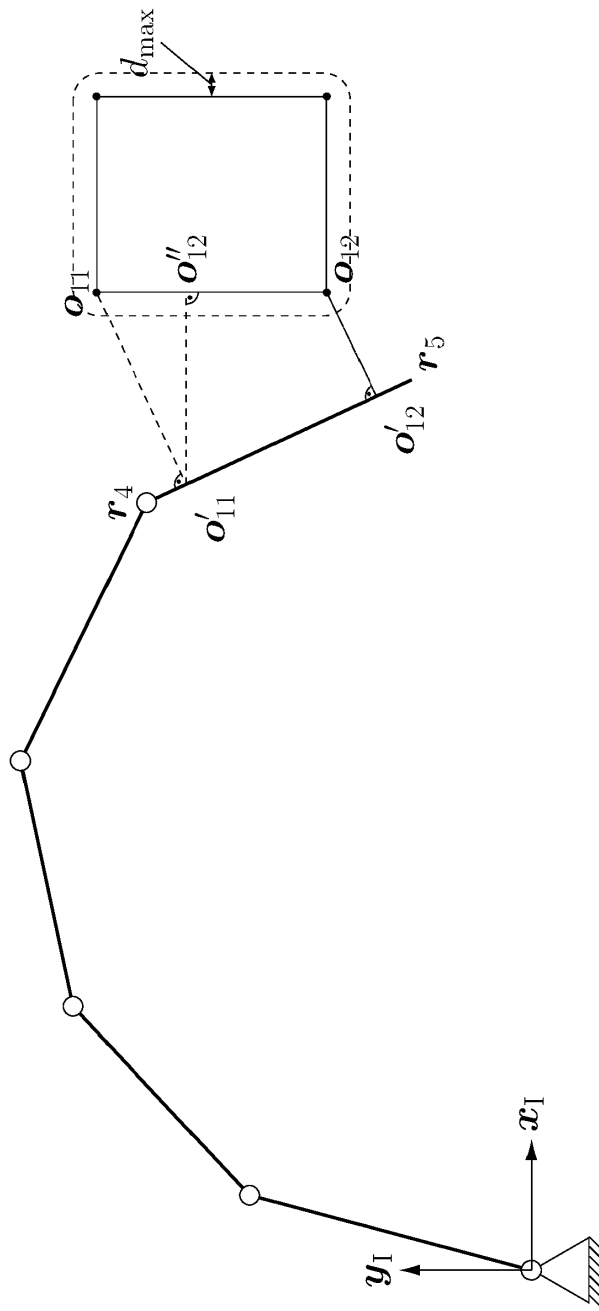


Fig. 19

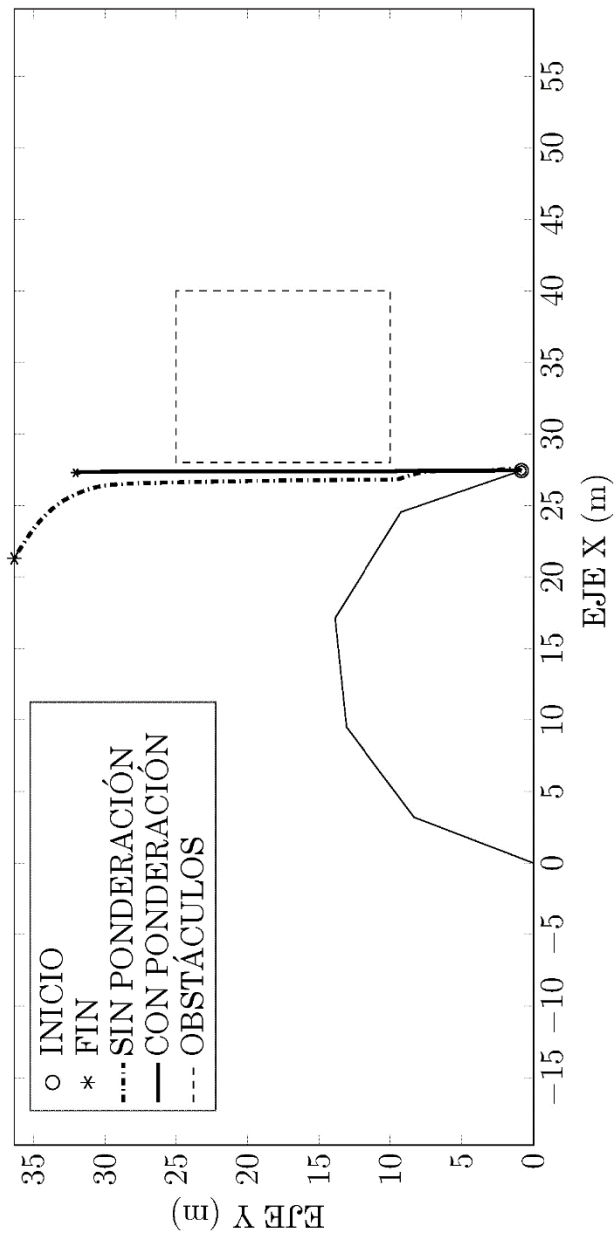


Fig. 20

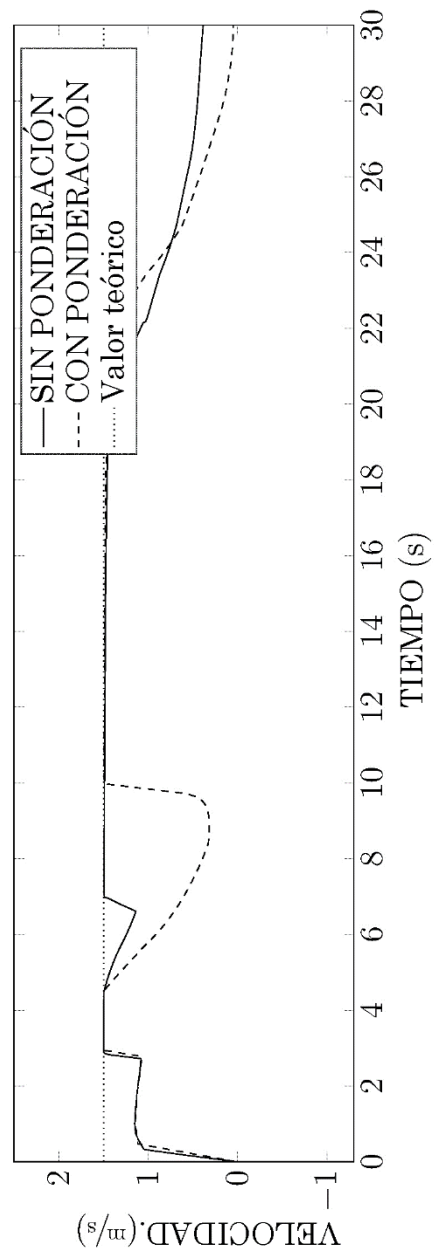


Fig. 21

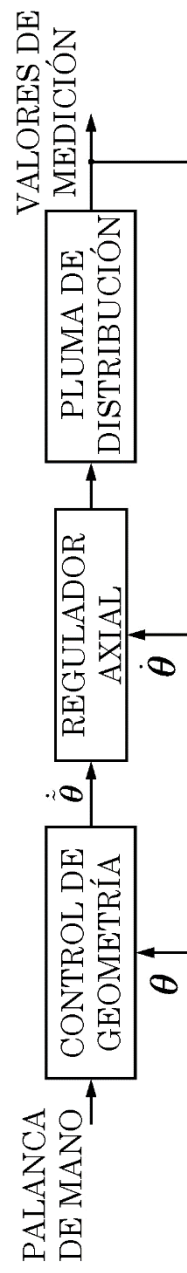
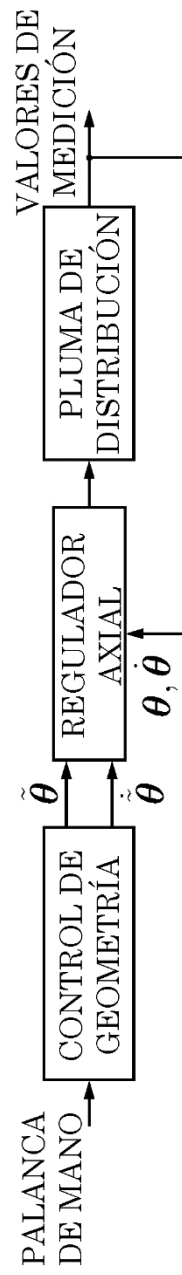


Fig. 22



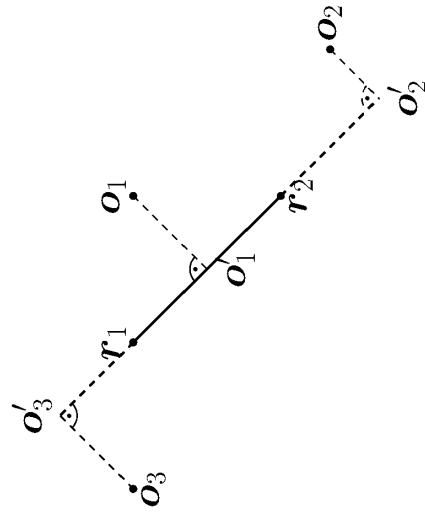


Fig. 23

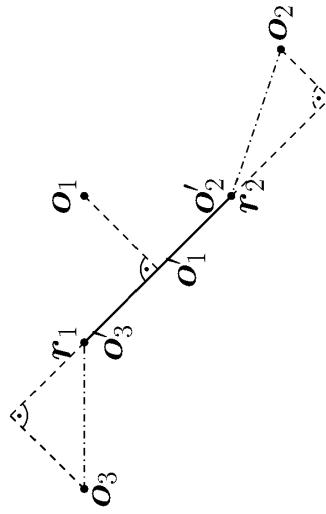


Fig. 24