

(19)日本国特許庁(JP)

(12)特許公報(B2)

(11)特許番号
特許第7659983号
(P7659983)

(45)発行日 令和7年4月10日(2025.4.10)

(24)登録日 令和7年4月2日(2025.4.2)

(51)国際特許分類 F I
 G 0 6 F 30/23 (2020.01) G 0 6 F 30/23
 G 0 6 F 30/10 (2020.01) G 0 6 F 30/10 1 0 0
 G 0 6 F 113/10 (2020.01) G 0 6 F 113:10

請求項の数 23 外国語出願 (全51頁)

(21)出願番号	特願2020-204265(P2020-204265)	(73)特許権者	514180812
(22)出願日	令和2年12月9日(2020.12.9)		ダッソー システムズ アメリカス コーポレーション
(65)公開番号	特開2021-101330(P2021-101330 A)		アメリカ合衆国 0 2 4 5 1 マサチューセッツ州 ウォルサム ワイマン ストリート 1 7 5
(43)公開日	令和3年7月8日(2021.7.8)	(74)代理人	100079108
審査請求日	令和5年9月11日(2023.9.11)		弁理士 稲葉 良幸
(31)優先権主張番号	62/945,961	(74)代理人	100109346
(32)優先日	令和1年12月10日(2019.12.10)		弁理士 大貫 敏史
(33)優先権主張国・地域又は機関	米国(US)	(74)代理人	100117189
			弁理士 江口 昭彦
		(74)代理人	100134120
			弁理士 内藤 和彦
		(72)発明者	ゲルツェン, ニコライ

最終頁に続く

(54)【発明の名称】 最適化における幾何学的寸法制御

(57)【特許請求の範囲】

【請求項1】

現実世界オブジェクトを製造するための最適化された設計を自動的に決定するコンピュータ実装方法であって、

コンピュータベースのプロセッサのメモリ内に、現実世界オブジェクトを表す有限要素モデルを定義することであって、前記有限要素モデルが、複数の要素を含む、定義することと、

コンピュータベースのプロセッサで、特異値分解(SVD)を使用して、前記有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、前記有限要素モデルの前記近傍にあるそれぞれの各要素における前記設計変数の特異値を生成することと、

定義された最適化制約を生成するために、前記SVDから生成された前記特異値に基づいて、前記有限要素モデルの前記近傍に対する最適化制約を定義することと、

前記定義された最適化制約に基づいて、前記近傍にある前記現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、前記設計変数に関して前記有限要素モデルを最適化することと、を含む、コンピュータ実装方法。

【請求項2】

前記有限要素モデル内の前記要素のうちの所与の1つのプロパティを更新して、前記最適化された設計変数を反映することにより、製造のための、前記現実世界オブジェクトの最適化されたモデルを作成することをさらに含む、請求項1に記載のコンピュータ実装方法。

【請求項 3】

前記コンピュータベースのプロセッサで、最適化が収束したかどうかを判定することと、
前記コンピュータベースのプロセッサの判定の結果に応じて、
新たな最適化サイクルを開始するか、または
最終の最適化された設計を作成することをさらに含み、
前記コンピュータベースのプロセッサが、関連付けられた設計応答に対する制約が満たされた場合と、関連付けられた目的関数が最適化された場合とに、前記最適化が収束したと判定する、請求項 2 に記載のコンピュータ実装方法。

【請求項 4】

前記最終の最適化された設計に従って、前記現実世界オブジェクトを製造させることをさらに含む、請求項 3 に記載のコンピュータ実装方法。 10

【請求項 5】

前記設計変数が、相対密度を表し、設計応答が、コンプライアンス、剛性、応力、ひずみ、力、モーダル固有振動数、および/または他の典型的な構造設計応答を表す、請求項 1 に記載のコンピュータ実装方法。

【請求項 6】

前記最適化制約を定義することが、
前記コンピュータベースのプロセッサで、前記 SVD から生成された前記特異値の各々に平滑化近似関数を適用して、平滑化された近似を生成することと、
前記コンピュータベースのプロセッサで、全ての要素設計変数値が、所定の値に設定された SVD を実行することによって、追加の値を識別することと、
前記平滑化された近似および前記追加の値を利用して、前記最適化制約を計算することと、を含む、請求項 1 に記載のコンピュータ実装方法。 20

【請求項 7】

特異値分解 (SVD) を使用して、前記有限要素モデルの前記近傍全体にわたる前記設計変数の前記分布を評価することが、前記コンピュータベースのプロセッサを使用して、
前記コンピュータベースのプロセッサの前記メモリから、メモリからの前記有限要素モデルの幾何学的記述を表すデータを読み取り、
前記データに基づいて前記有限要素モデルの平衡を解き、
前記データに基づいて、前記設計変数に関する、第 1 の設計応答および平衡設計応答ならびに関連付けられた感度をモデル化し、
設計変数に関する幾何学的次元制御のための計算された特異値の第 2 の設計応答および感度を決定することを含む、請求項 1 に記載のコンピュータ実装方法。 30

【請求項 8】

前記最適化制約を定義することが、
前記コンピュータベースのプロセッサで、前記 第 1 及び第 2 の設計応答を適用して、満たされる制約と最適化される目的関数とからなる最適化問題を定義することを含む、請求項 7 に記載のコンピュータ実装方法。

【請求項 9】

前記最適化制約を定義することが、
設計目標のユーザ定義値、前記第 1 及び第 2 の設計応答、および前記 第 1 及び第 2 の設計応答の感度に基づく最適化計算を使用して、前記コンピュータベースのプロセッサで前記最適化問題を解くことをさらに含む、請求項 8 に記載のコンピュータ実装方法。 40

【請求項 10】

現実世界オブジェクトを製造するための最適化された設計を自動的に決定するためのコンピュータベースのシステムであって、
コンピュータベースのプロセッサと、
前記コンピュータベースのプロセッサに結合されたコンピュータベースのメモリと、を含み、
コンピュータベースのメモリが、現実世界オブジェクトを表す有限要素モデルを定義す 50

るデータを記憶しており、前記有限要素モデルが、複数の要素を含み、

前記コンピュータベースのメモリがコンピュータ可読命令を記憶しており、前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記コンピュータベースのプロセッサに、

特異値分解 (SVD) を使用して、前記有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、前記有限要素モデルの前記近傍にあるそれぞれの各要素における前記設計変数の特異値を生成することと、

定義された最適化制約を生成するために、前記 SVD から生成された前記特異値に基づいて、前記有限要素モデルの前記近傍に対する最適化制約を定義することと、

前記定義された最適化制約に基づいて、前記近傍にある前記現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、前記設計変数に関して前記有限要素モデルを最適化することと、を行わせる、コンピュータベースのシステム。

10

【請求項 11】

前記コンピュータベースのメモリが、さらなるコンピュータ可読命令を記憶しており、前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記コンピュータベースのプロセッサに、

前記有限要素モデル内の前記要素のうちの所与の 1 つのプロパティを更新して、前記最適化された設計変数を反映することにより、製造のための前記現実世界オブジェクトの最適化されたモデルを作成させる、請求項 10 に記載のコンピュータベースのシステム。

【請求項 12】

20

前記コンピュータベースのメモリがさらなるコンピュータ可読命令を記憶しており、前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記コンピュータベースのプロセッサに、

最適化が収束したかどうかを判定することと、

前記判定の結果に応じて、

新たな最適化サイクルを開始するか、または

最終の最適化された設計を作成することと、を行わせ、

前記コンピュータベースのプロセッサが、関連付けられた設計応答に対する制約が満たされた場合と、関連付けられた目的関数が最適化された場合とに、前記最適化が収束したと判定する、請求項 11 に記載のコンピュータベースのシステム。

30

【請求項 13】

前記コンピュータベースのメモリがさらなるコンピュータ可読命令を記憶しており、前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記コンピュータベースのプロセッサに、

前記最終の最適化された設計に従って、前記現実世界オブジェクトを製造させる、請求項 12 に記載のコンピュータベースのシステム。

【請求項 14】

前記設計変数が、相対密度を表し、設計応答が、コンプライアンス、剛性、応力、ひずみ、力、モーダル固有振動数、および/または他の典型的な構造設計応答を表す、請求項 10 に記載のコンピュータベースのシステム。

40

【請求項 15】

前記コンピュータベースのプロセッサに前記最適化制約を定義させる前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサに、

前記 SVD から生成された前記特異値の各々に平滑化近似関数を適用して、平滑化された近似を生成することと、

前記コンピュータベースのプロセッサで、全ての要素設計変数値が、所定の値に設定された SVD を実行することによって、追加の値を識別することと、

前記平滑化された近似および前記追加の値を利用して、前記最適化制約を計算することと、を行わせる命令をさらに含む、請求項 10 に記載のコンピュータベースのシステム。

【請求項 16】

50

前記コンピュータベースのプロセッサに、特異値分解 (S V D) を使用して、前記有限要素モデルの前記近傍全体にわたる前記設計変数の前記分布を評価させる前記コンピュータ可読命令が、前記コンピュータベースのプロセッサに、

前記コンピュータベースのプロセッサの前記メモリから、メモリからの前記有限要素モデルの幾何学的記述を表すデータを読み取ることと、

前記データに基づいて前記有限要素モデルの平衡を解くことと、

前記データに基づいて、前記設計変数に関する、第 1 の設計応答および平衡設計応答ならびに関連付けられた感度をモデル化することと、

設計変数に関する幾何学的次元制御のための計算された特異値の第 2 の設計応答および感度を決定することと、を行わせる命令をさらに含む、請求項 10 に記載のコンピュータベースのシステム。

10

【請求項 17】

前記コンピュータベースのプロセッサに前記最適化制約を定義させる前記命令が、前記コンピュータベースのプロセッサに、

前記第 1 及び第 2 の設計応答を適用して、満たされる制約と最適化される目的関数とからなる最適化問題を定義させる命令をさらに含む、請求項 16 に記載のコンピュータベースのシステム。

【請求項 18】

前記コンピュータベースのプロセッサに前記最適化制約を定義させる前記命令が、前記コンピュータベースのプロセッサに、

設計目標のユーザ定義値、前記第 1 及び第 2 の設計応答、および前記第 1 及び第 2 の設計応答の感度に基づく最適化計算を使用して、前記コンピュータベースのプロセッサで前記最適化問題を解かせる命令をさらに含む、請求項 17 に記載のコンピュータベースのシステム。

20

【請求項 19】

コンピュータ可読命令が記憶された非一時的コンピュータ可読媒体であって、前記コンピュータ可読命令が、コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記コンピュータベースのプロセッサに、

特異値分解 (S V D) を使用して、複数の要素を含む有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、前記有限要素モデルの前記近傍にあるそれぞれの各要素における前記設計変数の特異値を生成することと、

30

前記 S V D から生成された前記特異値に基づいて、前記有限要素モデルの前記近傍に対する最適化制約を定義することと、

前記定義された最適化制約に基づいて、前記近傍にある現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、前記設計変数に関して前記有限要素モデルを最適化することと、を行わせる、非一時的コンピュータ可読媒体。

【請求項 20】

前記非一時的コンピュータ可読媒体が、コンピュータ可読命令をさらに含み、前記コンピュータ可読命令は、前記コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、前記プロセッサに、

40

前記有限要素モデル内の前記要素のうちの所与の 1 つのプロパティを更新して、前記最適化された設計変数を反映することにより、製造のために前記現実世界オブジェクトの最適化されたモデルを作成させる、請求項 19 に記載の非一時的コンピュータ可読媒体。

【請求項 21】

最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルは、前記最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルに基づいて前記現実世界オブジェクトを製造可能な現実世界マシンとデジタル的に通信可能である、請求項 1 に記載のコンピュータ実装方法。

【請求項 22】

最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルは、前記最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルに基づいて前記現実世界オブジェクトを製造可能な現実世界マ

50

シンとデジタル的に通信可能である、請求項 10 に記載のコンピュータベースのシステム。

【請求項 23】

最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルは、前記最適化されたトポロジーを有する前記有限要素モデルに基づいて前記現実世界オブジェクトを製造可能な現実世界マシンのデジタル的に通信可能である、請求項 19 に記載の非一時的コンピュータ可読媒体。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

関連出願の相互参照

この出願は、2019年12月10日に出願された、Geometrical Dimensionality Control in Optimizationと題する米国仮出願第62/945,961号の優先権の利点を主張する。先行出願の開示は、その全体が参照によって本明細書に組み込まれる。

10

【0002】

本開示は、幾何学的次元制御の分野に関連し、より具体的には、最適化における幾何学的次元制御のためのシステムおよび方法に関する。

【背景技術】

【0003】

現実世界のパーツまたはパーツのアセンブリ（例えば、オブジェクト）の設計のための仮想環境を提供する、いくつかのコンピュータシステムおよびプログラムが利用可能である。これらのシステムは、その一部がコンピュータ支援設計（CAD）システムと呼ばれ、ユーザが、設計中の物理的な現実世界オブジェクト（複数可）の複雑な三次元仮想モデルを構築、視認、および操作することを可能にする。CADシステムは、典型的には、例えば、エッジ、ライン、フェースなどを使用して、コンピュータベースの視覚的表示デバイス上でこのようなモデル化されたオブジェクトの視覚的表現を提供するように構成されている。

20

【0004】

モデル化されたオブジェクトは、典型的には、CADシステムで、基になる1つまたは複数のオブジェクトと関連付けられた物理的な現実世界ジオメトリのコンピュータ可読仕様を内包するCADファイル内に表される。特定のオブジェクトは、単一のCADファイルか、または複数のCADファイルのいずれかに記憶されたコンピュータ可読コードによって表され得る。一例では、CADファイルは、現実世界物理オブジェクトの現実世界バージョンと関連付けられた仕様（例えば、特性）を表すコンピュータ可読コードを内包し得、その仕様から、現実世界物理オブジェクトの関連付けられたジオメトリが、（例えば、CADシステムによって）識別され得る。これらのジオメトリから、CADシステムは、関連付けられたオブジェクトの1つ以上の視覚的表現を生成し、そのオブジェクトをコンピュータディスプレイデバイスに表示することができる。CADシステムは、モデル化されたオブジェクトを設計者に対して表現するためのグラフィックツールを含み（例えば、コンピュータディスプレイデバイス上）、これらのツールは、高度に複雑であることがあるオブジェクトを表示するように構成され得る。

30

40

【0005】

設計最適化は、設計問題の数学的定式化を使用して、多くの選択肢の中から最適な設計の選択をサポートするためのエンジニアリング設計手法である。例えば、トポロジ最適化（TO）は、システムの性能を最大化することを目的として、荷重、境界条件、および制約の所与のセットについて、所与の設計空間内の材料レイアウトを最適化することと関連付けられた技術分野を指す。

【0006】

一般には設計最適化、特にトポロジ最適化の分野では、改善が必要である。

【発明の概要】

【0007】

50

一態様では、現実世界オブジェクトを製造するための最適化された設計を自動的に決定するコンピュータ実装方法は、コンピュータベースのプロセッサのメモリ内に、現実世界オブジェクトを表す有限要素モデルを定義することであって、有限要素が、複数の要素を含む、定義することと、コンピュータベースのプロセッサで、特異値分解 (SVD) を使用して、有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、有限要素モデルの近傍にあるそれぞれの各要素における設計変数の特異値を生成することと、SVD から生成された特異値に基づいて、有限要素モデルの近傍に対する最適化制約を定義することと、定義された最適化制約に基づいて、近傍にある現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、設計変数に関して有限要素モデルを最適化することと、を含む。

10

【0008】

別の態様では、現実世界オブジェクトを製造するための最適化された設計を自動的に決定するためのコンピュータベースのシステムが、開示されている。コンピュータベースのシステムは、コンピュータベースのプロセッサと、コンピュータベースのプロセッサに結合されたコンピュータベースのメモリと、を含む。コンピュータベースのメモリは、現実世界オブジェクトを表す有限要素モデルを定義するデータを記憶しており、有限要素は、複数の要素を有する。コンピュータベースのメモリはまた、コンピュータ可読命令を記憶しており、コンピュータ可読命令が、コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、コンピュータベースのプロセッサに、特異値分解 (SVD) を使用して、有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、有限要素モデルの近傍にあるそれぞれの各要素における設計変数の特異値を生成することと、SVD から生成された特異値に基づいて、有限要素モデルの近傍に対する最適化制約を定義することと、定義された最適化制約に基づいて、近傍にある現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、設計変数に関して有限要素モデルを最適化することと、を行わせる。

20

【0009】

さらに別の態様では、コンピュータ可読命令が記憶された非一時的コンピュータ可読媒体であって、コンピュータ可読命令が、コンピュータベースのプロセッサによって実行されると、コンピュータベースのプロセッサに、特異値分解 (SVD) を使用して、有限要素モデルの近傍全体にわたる設計変数の分布を評価して、有限要素モデルの近傍にあるそれぞれの各要素における設計変数の特異値を生成することと、SVD から生成された特異値に基づいて、有限要素モデルの近傍に対する最適化制約を定義することと、定義された最適化制約に基づいて、近傍にある現実世界オブジェクトのジオメトリを局所的に強制することによって、設計変数に関して有限要素モデルを最適化することと、を行わせる。

30

【0010】

さらに別の態様は、有限要素モデル内の非パラメトリック設計変数を識別することと、SVD を使用した所与の有限要素設計変数の周りの設計変数の分布を評価することと、各設計変数の特異値を取得することと、各設計変数要素の特異値から最適化設計応答 (複数可) を計算することと、設計変数要素についての各タイプの最適化設計応答を設計変数グループ全体についての単一の制約設計応答値に集約することと、集約された設計応答値を構造最適化解における制約として実装することと、を含むコンピュータベースの処理を対象とする。

40

【0011】

いくつかの実装形態では、以下の利点のうちの1つ以上が存在する。

【0012】

例えば、様々な実装形態により、非常に効果的で最適化された設計が、非常に効率的な手法で提供される。また、このアプローチは、他の設計要件、例えば剛性および強度を課すことに加えて実装できる。これに加えて、このアプローチは、潜在的に複数のタスク (2D の強制、1D の強制、局所的な材料の量の制限、曲率の制御、薄い/厚い制御、比率の制御、方向の制御) に対して一実装形態を提供する。このアプローチは一般に、あらゆる有限要素メッシュ (構造化/非構造化、任意のタイプの要素、1D ~ 3D など) に適用

50

可能である。このアプローチは、直感的な設定を享受し、適用される全ての尺度の解釈および関係は、比較的簡単である。

【0013】

また、3D印刷の多くの製造プロセス（付加製造とも呼ばれる）では、印刷プロセス中に粉末を捕捉することができない。したがって、中空の閉囲された構造パーツは、実現可能な製造可能な設計解のパーツとして許可されていない。いくつかの実装形態では、中空の閉囲された構造パーツは、特定の特異値（例えば、 s_{min} および s_{mid} ）を非常に小さくなる（例えば、ゼロに近い）ように制約する幾何学的次元制御を介してパーツの構造的レイアウトを格子となるように強制することによって、最適化設計から排除できる。

【0014】

これに加えて、自動車構造用の多くの金属パーツは、シート製造構造であり、これは、シート製造構造の製造プロセスに非常に大きい価格競争力があるためである。しかしながら、TOを使用して最適化された設計は、多くの場合、鋳造により好適な、体積が大きい材料レイアウトを有する。したがって、最適化されたシート製造設計は、特定の特異値（例えば、 s_{max} と s_{mid} との間の関係）を高くする（例えば、1に近い）ように制約する幾何学的次元制御を介したメンブレンレイアウトを局所的に有するようにパーツのレイアウトを強制して達成できる。

【0015】

他の特徴および利点は、記載および図面、ならびに特許請求の範囲から明らかになるであろう。

【図面の簡単な説明】

【0016】

【図1】本明細書に開示された設計プロセスの実施形態を実行するためのコンピュータシステムの簡略化されたブロック図である。

【図2】コンピュータネットワーク環境の簡略化されたブロック図であり、ここで、本明細書に開示された設計プロセスの実施形態。

【図3A - 3B】設計変数の特異値分解（SVD）に基づいて設計値を制約することを伴う設計最適化プロセスの例示的な実装形態を示すフローチャートを表す。

【図4A】所与の半径を有する球の形式の構造要素を示す。

【図4B】図4Aの構造要素内の相対密度場を示す。

【図4C】図4Bの相対密度場の要素重心を示す。

【図4D】相対密度によってスケーリングされた図4Cにおける要素重心の座標を示す。

【図4E】図4Dにおけるオブジェクトと点群の対応する方向/ベクトルとの3つの次元に関連する特異値分解（SVD）値（ s_{max} 、 s_{mid} 、 s_{min} ）を示す。

【図5】例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ソリッド（3Dオブジェクト表現）とボイド（0Dオブジェクト表現）と中間体（3Dオブジェクト表現と0Dオブジェクト表現との間）の対比を示す。

【図6】例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ソリッド（3Dオブジェクト表現）からシェル、プレート、またはメンブレンレイアウト（2Dオブジェクト表現）への変換を示す。

【図7】例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、シェル、プレート、またはメンブレンのレイアウト（2Dオブジェクト表現）からビーム、バー、または格子レイアウト（1Dオブジェクト表現）への変換を示す。

【図8】例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ビーム、バー、または格子レイアウト（1Dオブジェクト表現）からほぼボイドレイアウト（0Dオブジェクト表現）への変換を示す。

【図9】例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ソリッド（3Dオブジェクト表現）からボイドレイアウト（0Dオブジェクト表現）への変換を示す。

【図10】例えば3D空間内の1Dパーツまたは0Dパーツのアセンブリを表すトポロジ

10

20

30

40

50

最適化のための設計変数としての相対密度場についての、全てが1である正規化された特異値を示す。

【図11】2D空間内の1Dパーツまたは0Dパーツのアセンブリを表すトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場についての、1である2つの正規化された特異値と、ゼロに近い1つの正規化された特異値と、を有することを示す。

【図12A】各要素の相対密度が設計変数である有限要素に細分されたトポロジ最適化のための設計空間を示し、ビームは、荷重の条件下で左側側面と右側の下端とが完全にクランプされている。

【図12B】幾何学的次元制御なしの、図12Aの設計空間に基づくトポロジ最適化結果を示す。

【図12C】図12Bの設計に基づく平滑化されたトポロジ最適化結果を示す。

【図12D】2Dサブコンポーネントを強制する次元制御が、最低特異値 λ_3 を10.0の直径での設計変数(DV)の分解(SVD)の0.15よりも小さくなるように制約することによる構造プレートであるトポロジ最適化結果を示す。

【図12E】図12Dの設計に基づく平滑化されたトポロジ最適化の結果を示す。

【図13A - 13B】15%の相対質量制約の条件下でコンプライアンスを最小化する目的関数コンプライアンスについての最適化反復履歴を示す。

【図14A - 14C】15%の相対質量制約と、最小特異値 λ_3 を10.0の直径での設計変数(DV)の特異値分解(SVD)の0.15よりも小さくなるように制約するアプローチと、の条件下でコンプライアンスを最小化するための最適化反復収束履歴を示す。

【図15】設計変数に関する幾何学的次元制御のための、設計応答(DRESP)と計算された特異値(SVD)の感度とを使用することを含むフローチャートである。

【図16A】有限要素に分割されたトポロジ最適化のための設計空間を示し、各要素の相対密度が、各下側コーナが完全にクランプされ、かつ中央最上点に荷重が加えられた設計変数である。

【図16B】幾何学的次元制御なしのトポロジ最適化を示す。

【図16C】1D構造サブコンポーネントを強制するトポロジ最適化における次元制御を示す。

【図16D】2D構造サブコンポーネントを強制するトポロジ最適化における次元制御を示す。

【図17A】互いに交差していない繊維を表す1D構造サブコンポーネントを強制するトポロジ最適化における次元制御を示し、トポロジ最適化の結果が、ソリッドおよび中間体の相対密度を有する有限要素によって表されている。

【図17B】互いに交差していない繊維を表す1D構造サブコンポーネントを強制するトポロジ最適化における次元制御を示し、トポロジ最適化の結果が、相対密度場の等値面記述によって表されている。

【図18】設計中の現実世界物理オブジェクトの有限要素モデルでの半径 r を有する球を示し、モデル内のそれぞれの各有限要素について重心が識別されている。

【図19A】400×200の均一グリッドによって離散化された長方形の2D設計ドメインを示す。

【図19B】材料の体積分率 $f = 60\%$ を使用した古典的な剛性トポロジ最適化を示す。

【図19C】19Bの古典的なトポロジ最適化を示すが、12個の有限要素に相当する直径 $D = 12$ を使用して最低特異値を0.6以下となるように制約する、式(17)で定義された提案アプローチについての追加の制約を含む。

【図20A】コンプライアンスを最小化するための最適化反復収束履歴を示す。

【図20B】15%の相対質量制約の条件下でコンプライアンスを最小化することを示す。

【図20C】最低特異値を直径 $D = 12$ での設計変数の分解(SVD)の0.60よりも小さくなるように制約することを伴う、本明細書に提示された技術の実装形態の条件下でコンプライアンスを最小化することを示す。

【図21】例示的な最適化の結果を示す。

10

20

30

40

50

【図 2 2 A - 2 2 D】他の例示的な最適化結果を示す。

【図 2 3 A - 2 3 D】さらに他の例示的な最適化結果を示す。

【図 2 4】例示的な大腿骨有限要素モデルを表す。

【図 2 5 A - 2 5 E】大腿骨についての例示的なトポロジ最適化された充填設計を示す。

同様の参照文字は、同様の要素を指す。

【発明を実施するための形態】

【0017】

設計最適化は、一般に、多くの選択肢の中から最適な設計の選択をサポートするための、設計問題の数学的定式化を伴うエンジニアリング設計手法を指す。

【0018】

最適化の方法論は、一般に、利用可能な選択肢のあるセットからの（ある基準に関して）最良の1つまたは複数の要素の選択を含む。最適化問題は、さらに製品設計最適化を超えて、多様な分野で発生する。単純な場合では、最適化問題は、許可されたセット内から実関数の入力値を体系的に選定し、かつ関数の値を計算することによって、実関数を最大化または最小化することを伴う。

【0019】

設計最適化は、一般に、設計変数（様々な設計の選択肢を記述するために使用できる）、設計目的（最大化または最小化される個々の設計変数値の組み合わせ）、制約（特定の設計代替案が受け入れ可能であるために満たされなければならない条件、例えば、等式、不等式などによって表される変数または変数の組み合わせ）、および実現可能性（全ての制約および/または設計目的を満たす設計変数の値のセットによって表される）。

【0020】

【数1】

$$\begin{array}{ll} \text{最小化する} & f(x) \\ \text{次にかける} & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m_1 \\ & g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m_2 \\ \text{および} & x \in X \subseteq R^n \end{array}$$

数学的形式で表される設計最適化問題の一例は、

ここで、 x は、 n 個の実数値設計変数のベクトルであり、 $f(x)$ は、目的関数と呼ばれ、 $h_i(x)$ および m_1 は、等式制約であり、 $g_j(x)$ および m_2 は、不等式制約であり、 X は、等式制約および不等式制約によって暗示されるものを超えた、 x に対する追加の制限を含む制約のセットである。

【0021】

最適化の1つの特定のタイプは、トポロジ最適化であり、トポロジ最適化は、一般に、例えば、所与の設計空間内で、システムの性能を最大化する目的での荷重、境界条件、および/または制約の所与のセットについて材料レイアウトを最適化する数学的方法を含む。トポロジ最適化は、トポロジ最適化では、設計が、事前定義された構成を扱う代わりに、設計空間内で任意の形状を得ることができる点で、形状最適化およびサイズ決定最適化とは異なる。

【0022】

トポロジ最適化の定式化は、典型的には、有限要素法を使用して設計性能を評価する。設計は、最適性基準アルゴリズムおよび移動漸近線法（method of moving asymptotes）などの勾配ベースの数理計画法か、またはジェネリックアルゴリズムなどの非勾配ベースのアルゴリズムのいずれかを使用して最適化され得る。

【0023】

トポロジ最適化は、航空宇宙、機械、生化学、土木工学などの、様々な工学および設計分野に幅広い用途がある。トポロジ最適化は、設計プロセスの概念レベルで使用され得る

10

20

30

40

50

。トポロジ最適化で自然に発生する自由形式に起因して、結果は、製造することが困難である場合がある。特定の実装形態では、本明細書に開示された技術は、先行技術の制限を克服するのに役立つ。

【0024】

先行の最適化手法

以下で順番に説明するいくつかの先行の最適化手法は、設計変数のフィルタ技術（正則化技術と呼ばれこともある）おとび射影法、設計変数の直接パラメータ化、設計変数に対するペナルティ関数または射影関数、局所的な体積制約（local volume constraint）、ならびにヒューリスティック手法を含む。本出願に開示された技術は、それらの先行技術とは異なる。例えば、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様（例えば、トポロジ）を最適化するために、設計変数の特異値分解（SVD）を利用することを伴う。いくつかの実装形態では、結果として得られる特異値は、最適化される項として最適化プロセスのための目的関数に適用され得る。これに代えて、いくつかの実装形態では、結果として生じる特異値は、最適化された構造の幾何学配置を局所的に制限するために、最適化制約として利用され得る。以下で説明される先行の最適化技術のいずれも、同様の手法で設計変数の特異値分解（SVD）を利用するものではない。

【0025】

1. フィルタ技術（正則化技術と呼ばれることもある）と設計変数の射影手法。

一般的なアプローチは、相対密度が、設計変数であり、かつフィルタリングされる、トポロジ最適化のための密度変数フィルタリングである。（例えば、M. P. Bendsoe and O. Sigmund, *Topology Optimization - Theory, Methods, and Applications*, 2004、O. Sigmund and J. Petersson, *Numerical instabilities in topology optimization, A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima*, *Structural Optimization* 16 (1998) 68 - 75、B. S. Lazarov, F. Wang and O. Sigmund, *Length scale and manufacturability in density-based topology optimization*, *Archive of Applied Mechanics* 86 (1-2) (2016) 189 - 218、M. Zhou, B. S. Lazarov, F. Wang and O. Sigmund, *Minimum length scale in topology optimization by geometric constraints*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 293 (2015), 266 - 282、B. S. Lazarov and F. Wang, *Maximum length scale in density based topology optimization*, *Journal Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 318 (2017) 826 - 844、および本明細書で述べる他の参考文献）。これらのフィルタ技術および投影方法を組み合わせて長さスケールを強制することにより、例えば鋳造製造構造、3D印刷構造、ミル構造などについての部材サイズ要件に対する製造可能な構造を確保することに役立つことができる。

【0026】

本出願に開示された技術は、直径を通して幾何学的な長さスケールを強制することができる。ただし、本出願に開示された技術は、設計変数のフィルタ技術および投影法とは根本的に異なる。例えば、上記に述べたように、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様（例えば、トポロジ）を最適化するための特定の設計変数の特異値分解（SVD）を利用することを伴い、設計変数のフィルタ技術および射影法は、設計変数の特異値分解（SVD）を利用しない。

10

20

30

40

50

【0027】

2. 設計変数の直接パラメータ化

設計変数の直接パラメータ化を使用して、例えば、鋳造構造およびプレート製造構造についての実現可能な設計を取得することができる。(例えば、S. Zhang, J. A. Norato, A. L. Gain, et al., A geometry projection method for the topology optimization of plate structures, Structural and Multidisciplinary Optimization 54(5)(2016)1173-1190、J. P. Leiva, B. C. Watson† and I. Kosaka, An Analytical Bi-Directional Growth Parameterization to Obtain Optimal Castable Topology Designs, 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 30 August - 1 September 2004, Albany, New York、およびA. Roulund - Gersborg and C. Andreasen, An explicit parameterization for casting constraints in gradient driven topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization 44(6)(2010)875-881を参照。)

10

【0028】

本出願に開示された技術は、プレート製造構造についての実現可能な設計を取得することにも適用できる。ただし、本出願に開示された技術は、設計変数の直接パラメータ化とは異なる。例えば、本明細書に開示された技術は、設計変数の新しいパラメータ化またはマッピングを適用することを含まない。また、上記に述べたように、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様(例えば、トポロジ)を最適化するための特定の方法で設計変数の特異値分解(SVD)を利用することを伴い、設計変数の直接パラメータ化は、設計変数の特異値分解(SVD)を利用しない。

20

【0029】

3. 設計変数に対するペナルティ関数または射影関数

ペナルティ関数を適用して、付加製造(3D印刷)および多軸製造についての幾何学的に実現可能な設計を確保することができる。(例えば、M. Langelaar, An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs, Structural and Multidisciplinary Optimization 55(3)(2017)871-883、M. Langelaar, Topology optimization for multi-axis machining, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Structural and Multidisciplinary Optimization 351(2019)226-252、M. Hoffarth, N. Gerzen, C. B. W. Pedersen, ALM Overhang Constraint in Topology Optimization for Industrial Applications, 12th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization 05th - 09th, June 2017, Braunschweig, Germany、および「Penalty Function On Design Variables For Designing Cost Beneficially Additive Manufacturable Structures」と題する米国特許出願公開第2017/0176975号A1を参照。)

30

40

【0030】

50

投影スキームは、最適化のために幾何学的制御を適用する機能を有するため、設計は、製造のために幾何学的に実行可能である。(例えば、S. L. Vatanabe, T. N. Lippi, C. R. Lima, G. H. Paulino and E. C. N. Silva, Topology optimization with manufacturing constraints, A unified projection-based approach, Advances in Engineering Software 100 (2016) 97 - 112, and J. V. Carstensen and J. K. Guest, Projection-based two-phase minimum and maximum length scale control in topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, 58 (5) (2018) 1845 - 1860を参照。)特定の作業は、ジオメトリ投影法を使用して、幾何学的プリミティブおよび固定厚さプレートのセットの分析的記述をそれぞれ投影する。これらは、構造部材を、製造可能性のための超越形状 (super shape) またはプレートにすることを強い得る。(例えば、J. A. Norato, Topology optimization with supershapes, Structural and Multidisciplinary Optimization 58 (3) (2018) 1 - 20、およびS. Zhang, J. A. Norato, A. L. Gain and N. Lyu, A geometry projection method for the topology optimization of plate structures, Structural and Multidisciplinary Optimization 54 (5) (2016), 1173 - 1190を参照。)

【0031】

本出願に開示された技術は、プレート状構造を強制することができるが、ペナルティ関数または投影関数とは根本的に異なる。例えば、上記に述べたように、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様(例えば、トポロジ)を最適化するための特定の方法で設計変数の特異値分解(SVD)を利用することを伴い、ペナルティ関数または射影関数は、設計変数の特異値分解(SVD)を利用しない。

【0032】

4. 局所的な体積制約

いくつかの研究は、幾何学的に多孔質状構造を強制する局所体積制約アプローチを適用し、局所体積制約を適用して、格子状構造を模倣することもできる。(例えば、Wu, N. Aage, R. Westermann, O. Sigmund, Infill optimization for additive manufacturing Approaching bone-like porous structures, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 24 (2) (2018) 1127 - 1140、Wu, A. Clausen, O. Sigmund, Minimum compliance topology optimization of shell-infill composites for additive manufacturing, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 326 (2017) 358 - 375、およびM. Schmidt, C. B. W. Pedersen, C. Gout, On structural topology optimization using graded porosity control, Structural and Multidisciplinary Optimization 60 (4) (2019) 1437 - 1453を参照。)

【0033】

本出願に開示された技術は、格子状構造を強制することができるが、局所的な体積制約アプローチとは根本的に異なる。例えば、上記に述べたように、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様(例えば、トポロジ)を最適化するための特定の方法で設計変数の

特異値分解 (SVD) を利用することを伴い、局所的な体積制約アプローチは、設計変数の特異値分解 (SVD) を利用しない。

【0034】

5. ヒューリスティック手法

いくつかの作業は、ヒューリスティック手法に関連する。

例えば、N. Stromberg, Topology optimization of structures with manufacturing and unilateral contact constraints by minimizing an adjustable compliance-volume product, Structural and Multidisciplinary Optimization 42(3)(2010)341-350での作業は、描画制約が満たされるように定義された各最適化反復で移動制限を更新するヒューリスティック手法を適用する。これにより、密度の下限および上限を除いて、ネストされた定式化に明示的な制約は現れないが、これらの移動制限の更新は、完全にヒューリスティックである。

10

【0035】

R. Dienemann, A. Schumacher and S. Fiebig, Topology optimization for finding shell structures manufactured by deep drawing, Structural and Multidisciplinary Optimization 56(2)(2017)473-485での作業は、深絞り製造構造を達成するためのパンチ方向の要素座標の平均を計算することによる中央表面アプローチを適用する。このアプローチの実装形態は、一定の壁厚での中央表面の動きが数学的感度計算に一貫して含まれていないため、よりヒューリスティックである。これは、最適化反復の回数の増加によって見られる。

20

【0036】

これらのヒューリスティックな方法は、ヒューリスティックであるため部分的に数学的に矛盾しているのに対して、本出願に開示された技術は、数学的に一貫しており、本出願に開示された技術はまた、深絞りに好適な構造を強制することができる。ただし、本出願に開示された技術は、ヒューリスティックな方法とは根本的に異なる。例えば、例えば、上記に述べたように、本出願に開示された技術は、設計の特定の態様(例えば、トポロジ)を最適化するための特定の 방법으로設計変数の特異値分解(SVD)を利用することを伴い、ヒューリスティック手法は、設計変数の特異値分解(SVD)を利用しない。

30

【0037】

本明細書に開示された新規な技術は、設計の特定の態様(例えば、トポロジ)を最適化するために特定の 방법으로設計変数の特異値分解(SVD)を利用することを一般に伴い、上記に開示された先行のアプローチとは異なる。これらの相違は、些細ではない。例えば、いくつかの実装形態では、本明細書に開示された新規な技術は、先行のアプローチよりもかさばらず、かつ製造するのがより実現可能である最適化された設計を生じる(例えば、単一のプレス加工された金属シート、または互いに溶接されたいくつかのプレス加工された金属シートの構造を使用する)。

40

【0038】

適例:自動車会社(例えば、General Motors(登録商標)、Volkswagen(登録商標)、AUDI(登録商標)、BMW(登録商標)、Ford(登録商標)、Jaguar Land Rover(商標))および航空宇宙会社(例えば、Airbus(登録商標)、Boeing(登録商標))は、特に、構造パーツについての最適化プロセスを集中的に使用する。これらの最適化プロセスは、設計がかさばるサブコンポーネントを有する構造を生じることが多い。多くの場合、製造プロセスの観点からの実用的および工業的なデザインの要件は、単一のプレス加工された金属シート、またはいくつかのプレス加工された金属シートが互いに溶接された構造を使用して構造が製造されることである。

50

【 0 0 3 9 】

いくつかの実装形態では、本出願に開示された技術は、例えば、プレス加工されたプレート構造に関して、製造に実行可能であるように、設計を生成し、有利に強制することができる。(例えば、図 1 2 を参照)。図 1 2 のトポロジ最適化のモデルは、左側側面が完全にクランプされたビームであり、右側側面の下端が荷重の条件下にある。図 1 2 A に示されたモデルは、各々が、合計ビームサイズが $50 \times 50 \times 150$ である、 $1 \times 1 \times 1$ のサイズを有する、375,000 個の線形 8 ノード連続体有限要素から構成され得る。例示された例における各有限要素は、SIMP アプローチ (ペナルティのあるソリッド等方性材料) を使用して定義され得る設計変数であり、トポロジ最適化は、トポロジ感度および数理計画法を使用して実行され得る (例えば、M. P. Bendsøe and O. Sigmund, *Topology Optimization - Theory, Methods, and Applications*, 2004 を参照。)

10

【 0 0 4 0 】

有限要素モデルは、0.30 のポアソン比を有する線形構成材料を有して線形であり、210000 のヤング率が、適用されている。この例の最適化の目的は、図 1 2 A の設計領域の 15% の所与の固定相対質量についてコンプライアンスを最小化することによって、剛性を最大化することである。図 1 2 B は、幾何学的次元制御なしでの例示的なトポロジ最適化結果を示す。図 1 2 C は、図 1 2 B の設計に基づく、結果として得られた現実世界オブジェクトの例を示す。図 1 2 D は、最低特異値 s_{min} を 0.15 より小さくなるように制約することによって、構造プレートである 2D サブコンポーネントを強制する次元制御での例示的なトポロジ最適化結果を示す。これにより、特に構造プレートを使用して、最適化された設計の製造可能性が向上する。この例では、値 s_{min} が、それぞれの各有限要素の近傍で、10 の直径 (図 1 2 D 参照) での設計変数 (DV) の分解 (SVD) を実行して計算される。図 1 2 E は、図 1 2 D の設計に基づく、結果として得られた現実世界オブジェクトの例を示す。

20

【 0 0 4 1 】

示されているように、幾何学的次元制御なしでの伝統的なトポロジ最適化結果は、厳密にバーおよびビームであるサブコンポーネントからなるのに対して、次元制御強制 2D での本トポロジ最適化結果は、主に構造プレートであるサブコンポーネントからなる。その結果、通例では非常に異なるプロセスを有する 2 つの異なる設計が、製造に適用される。とりわけ、図 1 2 B および図 1 2 D の両方の設計は、図 1 2 A の設計ドメインの 15% の相対質量を有する。ただし、幾何学的次元制御なしでの図 1 2 B の設計では、コンプライアンスが 0.00750 と低くなるのに対して、幾何学的次元制御での図 1 2 D の設計は、コンプライアンスが 0.00896 と高くなる。その結果、例えば 2D サブコンポーネントについてここに示されているような幾何学的次元制御を強制することにより、プレス加工されたプレート構造に関する製造の実現可能性が、目的関数値に影響を与え、本例では、同じ質量に対して剛性の低下は 16% である。

30

【 0 0 4 2 】

図 1 3 A および図 1 3 B は、幾何学的次元制御なしでの伝統的なトポロジ最適化ワークフローを使用して取得された、図 1 2 B の設計の最適化反復履歴を示す。より具体的には、図 1 3 A は、最適化反復の数に関して目的関数コンプライアンスがどのように変化するかを示し、図 1 3 B は、最適化反復に関して 15% の相対質量制約がどのように変化するかを示す。

40

【 0 0 4 3 】

図 1 4 A ~ 図 1 4 C は、幾何学的次元制御でのトポロジ最適化ワークフローを使用して取得された、図 1 2 D の設計の最適化反復履歴を示す。より具体的には、図 1 4 A は、最適化反復の数に関して目的関数コンプライアンスがどのように変化するかを示し、図 1 4 B は、最適化反復に関して 15% の相対質量制約がどのように変化するかを示し、図 1 4 C は、最適化の反復に関して最低特異値 (0.15 よりも小さくなる) がどのように変化するかを示す。

50

【 0 0 4 4 】

図 1 3 A / B および図 1 4 A / B / C の最適化履歴を比較すると、最低特異値 s_{min} を 0 . 1 5 より小さくなるように追加的に制約しても、最適化履歴は有意に変化しないことを観察することができる。第 2 に、設計変数の分解 (S V D) の特異値を制約する最適化における幾何学的次元制御のアプローチは、感度および数理計画法に基づく最適化ワークフローで使用でき、最適化収束問題をもたらさない。

【 0 0 4 5 】

図 1 は、例えば、設計の特定の態様 (トポロジなど) を最適化するための設計変数の特異値分解 (S V D) を利用する技術を含む、本明細書に開示された 1 つ以上の技術に従って、物理的な現実世界オブジェクトについての最適化された設計を生成するために使用され得る例示的なコンピュータベースのシステム 1 0 0 の概略表現である。

10

【 0 0 4 6 】

コンピュータベースのシステム 1 0 0 は、中央処理装置 1 0 2、コンピュータベースのメモリ 1 0 4、コンピュータベースのストレージ 1 0 6、ネットワークインターフェース 1 0 8、入力 / 出力デバイスインターフェース 1 1 0、およびこれらのコンポーネント間の相互接続として機能するバスを有する。典型的な実装形態では、バスは、コンピュータベースのシステム 1 0 0 の様々な構成要素が経由して互いに通信およびインタラクトすることができる通信媒体を提供する。

【 0 0 4 7 】

中央処理装置 (C P U) 1 0 2 は、本明細書に開示されたものを含む、様々なコンピュータベースの機能性を実行するように構成されている。通常、C P U は、コンピュータベースのメモリ 1 0 4 および / またはコンピュータベースのストレージ 1 0 6 などの非一時的コンピュータ可読媒体からの、および / または例えば、外部ソースから I / O デバイスインターフェース 1 1 0 および / またはネットワークインターフェース 1 0 8 を介して受信されたコンピュータ可読データからのコンピュータ可読命令を実行することによって、これらの機能を実行する。

20

【 0 0 4 8 】

コンピュータベースのメモリ 1 0 4 は、C P U 1 0 2 によって実行されると、例えば本明細書に開示されたものを含む様々なコンピュータベースの機能性を C P U に実行させるコンピュータ可読命令のための揮発性ストレージの一形態を提供する。

30

【 0 0 4 9 】

コンピュータベースのストレージ 1 0 6 は、オペレーティングシステム (図示せず)、および実施形態の構成などのソフトウェア命令のための不揮発性ストレージの一形態を提供する。

【 0 0 5 0 】

ネットワークインターフェース 1 0 8 は、例えば、ローカルエリアネットワーク (L A N)、および / またはインターネットなどのワイドエリアネットワーク (W A N) を含む、任意の多様なコンピュータベースのネットワークまたは通信ネットワークに接続するためのものである。

【 0 0 5 1 】

入力 / 出力デバイスインターフェース 1 1 0 は、キーボード、マウス、ディスプレイ、スピーカなどのような 1 つ以上の入力デバイスおよび / または出力デバイスのための接続インターフェースとして作動するように構成される。典型的な実施形態では、コンピュータシステム 1 0 0 は、(例えば、I / O デバイスインターフェース 1 1 0 に接続されたディスプレイデバイス上で) 本明細書に開示された技術に従って最適化された、最適化された設計の視覚的表現を表示するように構成され得る。いくつかの実装形態では、設計は、例えば、図 1 2 D もしくは図 1 2 E、図 1 6 C もしくは図 1 6 D、または図 1 7 A もしくは図 1 7 B に示されるような様相であり得る。また、このような実装形態における表示は、ユーザが、表示された最適化された設計に関する他の情報 (例えば、性能特性、製造情報など) を視認することを可能にし得る。

40

50

【 0 0 5 2 】

様々な実装形態では、コンピュータシステム 1 0 0 は、通信および他のコンピュータベースの機能性を容易にするために、コントローラ、バッファ（キャッシュ）、ドライバ、リピータ、および受信機などの追加の要素を有し得る。さらに、インターフェースは、例示されたコンポーネント間の通信を容易にするためのアドレス、制御、および/またはデータ接続を含み得る。

【 0 0 5 3 】

図 2 は、例えば、設計の特定の態様（トポロジなど）を最適化するための設計変数の特異値分解（SVD）を利用するものを含む、本明細書に開示された 1 つ以上の技術に従って、物理的な現実世界オブジェクトについての最適化された設計を決定するために使用され得る例示的なコンピュータネットワーク環境 2 0 0 の概略表現である。

10

【 0 0 5 4 】

コンピュータネットワーク環境 2 0 0 は、サーバ 2 0 2、およびクライアント 2 0 4 a、2 0 4 b、... 2 0 4 n を有し、これらは、サーバ 2 0 2 およびクライアント 2 0 4 a が互いに通信およびインタラクトすることを可能にする通信ネットワーク 2 0 6 を介して互いに結合されている。典型的な実装形態では、全てのクライアント 2 0 4 a、2 0 4 b、... 2 0 4 n、およびサーバは、図 1 のコンピュータシステム 1 0 0 内にあるのと同じタイプのコンポーネントを含み得る。いくつかの実装形態では、各クライアント 2 0 4 a、2 0 4 b、... 2 0 4 n は、サーバ 2 0 2 の関与を必要とせずに設計を最適化するために、本明細書に開示された機能性を実行するように構成され得る。いくつかの実装形態では、設計を最適化するために本明細書に開示された機能性は、サーバ 2 0 2 とクライアント（例えば、2 0 4 b）との間に分散され得、サーバ 2 0 2 は、例えば、サービスとしてのソフトウェア（SaaS）の局面でクラウドコンピューティング機能性を提供する。

20

【 0 0 5 5 】

図 3 A および図 3 B は、合わせて、現実世界オブジェクトについての最適化された設計を自動的に決定する方法 3 0 0 の例示的な実装形態を表すフローチャートを示し、この方法は、設計変数の特異値分解（SVD）からの値を制約することを含む。

【 0 0 5 6 】

例示された方法 3 0 0 は、コンピュータベースのプロセッサのメモリ内に、設計が最適化される現実世界物理オブジェクトの CAD モデルに基づく有限要素モデルを 3 0 2 で定義することから開始する。

30

【 0 0 5 7 】

例えば、CAD システムおよびコンピュータ支援エンジニアリング（CAE）システムは、仮想のコンピュータベースの環境で現実世界物理オブジェクトを表現する方法について幅広い可能性を提供する。現実世界物理オブジェクトを有限要素モデルとして表現することは、このような可能性の 1 つである。有限要素モデル（FEM）という語句は、有限要素解析と関連付けられた、および有限要素法で利用される、ならびに有限要素法に関連した、モデルのタイプを指す。

【 0 0 5 8 】

有限要素解析は、有限要素法の実用用途を指し、これは、システム（またはオブジェクトまたはオブジェクトの CAD モデル）を有限要素と呼ばれるより小さく単純な部分に細分化することを伴う工学または設計の問題を解決する方法である。この細分化は、空間次元での特定の空間離散化によって達成され得、これは、問題のオブジェクトのメッシュ（連続ドメイン）を、通常は要素と呼ばれる個別のサブドメインのセットに構築することによって実装される。いくつかの実装形態では、有限要素法は、代数方程式の系を結果として生じる境界値問題の定式化を伴い得る。有限要素法は、ドメインにわたって未知の関数を近似する。次いで、これらの有限要素をモデル化する単純な方程式が、問題全体をモデル化するより大きな系の方程式にまとめられる。次いで、有限要素法は、変分法からの変分法を利用して、解を近似し得る（例えば、関連付けられた誤差関数などを最小化するこ

40

50

とによって)。

【0059】

有限要素解析を実行または促進するための、および有限要素モデルを生成するための、多様なソフトウェアアプリケーションがある。1つのこのようなソフトウェアアプリケーションは、Dassault Systemes Simulia Corp. から入手可能なソフトウェアスイートであるAbaqus FEA (商標) であり、これは、図1に表されたもののようなコンピュータシステム内のプロセッサによって実行されると、コンピュータベースの有限要素解析機能性を実行するコンピュータ可読命令を含む。典型的な実装形態では、Abaqus FEA (商標) ソフトウェアは、本明細書に開示された様々な最適化関連の機能性をサポートするように適合された、Dassault Systemes Simulia Corp. から入手可能な、SIMULIA (登録商標) Tosca Structureのバージョンに組み込まれるか、またはバージョンの一部として提供され得る。典型的な実装形態では、このようなコンピュータ可読命令 (例えば、SIMULIA (登録商標) Tosca Structureの適合バージョンに組み込まれるか、または適合バージョンの一部として提供されたAbaqus FEA (商標) ソフトウェア) は、非一時的コンピュータ可読媒体 (例えば、図1のコンピュータベースのメモリ104またはコンピュータベースのストレージ106内) 上に記憶される得るか、または非一時的なコンピュータ可読媒体に結合されたコンピュータベースのプロセッサ (例えば、図1の中央処理装置102) によって実行可能であり得る。

【0060】

典型的な実装形態では、有限要素モデルは、メッシュと呼ばれるグリッドを作成するために相互接続されたノードと呼ばれる点の系を含む。典型的な実装形態では、有限要素モデルは、コンピュータベースのメモリデバイス (例えば、図1の104または106) にコンピュータ可読形式で記憶された有限要素モデルを定義するデータの集合によって表される。有限要素モデルと関連付けられた記憶データは、基礎となる1つまたは複数のオブジェクトの1つ以上のプロパティを反映し得る。有限要素モデルがそのように構成されている場合、有限要素モデルを使用して、有限要素モデルが表すオブジェクトのシミュレーションを実行し得る。これに関して、有限要素モデルは、例えば、車両、物理的ヒンジのタイプ、構造支持物 (例えば、梁など) を含む、多様な異なるオブジェクトもしくはオブジェクトの組み合わせか、または任意の数の他の現実世界物理オブジェクトもしくはオブジェクトの組み合わせのうちのいずれか1つを表し得る。有限要素モデルがオブジェクトを表し、かつ有限要素と関連付けられた基礎となるデータがそのように示している場合、有限要素モデルを使用して、現実世界物理オブジェクト自体の1つ以上の態様または特性をシミュレートし得る。例えば、ステントを表す有限要素モデルを使用して、実際の医療環境でのステントの使用をシミュレートし得る。

【0061】

典型的な実装形態では、有限要素モデルは、複数の要素を含む。一実施形態によれば、要素は、有限要素モデルのテッセレートされた要素であり得る。ただし、実施形態は限定されず、三角形、四辺形のメンブレンまたはシェルなどの任意の要素に関連して使用され得る。方法300の実施形態によれば、有限要素モデルは、当技術分野で知られている任意の方法に従って、ステップ302で定義され得る。さらに、実施形態では、ステップ302で定義される有限要素モデルは、当技術分野で知られているような任意のこのようなタイプの有限要素であり得る。例えば、例示的な実施形態では、ステップ302で定義される有限要素モデルは、現実世界オブジェクトの表面のシートモデルであり得る。一実施形態によれば、ステップ302でモデルを定義することは、既知の特性の全て (またはいくつかのサブセット)、例えば、有限要素モデルが表すオブジェクトの次元、材料などを反映する、コンピュータベースのメモリ内の有限要素モデルを定義することを含み得、このモデルは、いくつかの設計変数 (例えば、プレート厚さ) を含む。いくつかの実装形態では、設計変数は、値 (例えば、インチまたはセンチメートル) が決定される (または最適化される) オブジェクト特性を表し得る。さらに、有限要素モデルの動作は、設計変数

10

20

30

40

50

、例えばプレート厚さ、についてのそれぞれの感度方程式を含む方程式によって支配される。このような実施形態では、有限要素モデルを定義することは、モデル、すなわちモデルが表すオブジェクトの挙動を支配する方程式を定義することを含み得る。

【 0 0 6 2 】

方法 3 0 0 は、3 0 4 で継続し、関連付けられた最適化プロセスに関連して考慮される、現実世界モデルおよび/または対応する有限要素モデルに内の近傍または領域（例えば、所与の半径を有する球、例えば、図 1 8 を参照）を識別する。

【 0 0 6 3 】

特異値を使用して計算されたオブジェクトの次元は、一般に、考慮される近傍（例えば、球）内でオブジェクトがどの程度の空間を必要とするかを記述する。したがって、個々の用途に応じて、近傍のサイズ（例えば、球）が適切に選択されるとよい。いくつかの実装形態では、構造の次元を局所的に制御するために、かなり小さな球（半径 = 2 ~ 5 × 有限要素サイズ）が適用されるとよい。いくつかの実装形態では、実際の用途には、より大きな球を使用することは、最適化のための構造次元の誤った解釈をもたらす可能性がある。例えば、図 1 0 および図 1 1 に示されるように、1 D パーツまたは 0 D パーツのアセンブリは、3 D オブジェクトとしてか、または 2 D オブジェクトとして解釈できる。このような幾何学的解釈が意図されているか否かは、一般に、個々の設計用途に依存する。

【 0 0 6 4 】

3 D 空間に記述された有限要素モデルについて、構造の有限要素（または構造の選択された近傍）を、ノードと各ノードの対応する座標とを内包する行列を使用して表すことができる。これらの行列は、例えば、コンピュータベースのメモリ 1 0 4 に記憶され得る。

【 0 0 6 5 】

次に、例示された方法 3 0 0 は、特異値分解（SVD）を使用して、オブジェクト/有限要素モデルの近傍内の各有限要素に基づいて、現実世界オブジェクトの近傍全体にわたる設計変数の分布を 3 0 6 で評価することを含む。いくつかの実装形態では、特異値分解（SVD）は、例えば、極分解の拡張を介した任意の $m \times n$ 行列への正方正規行列の固有値分解を一般化する実行列または複素行列の因数分解を指し得る。具体的には、 $m \times n$ の実行列または複素行列 M の特異値分解は、形式 $U \quad V^*$ の因数分解であり、ここで、 U は、 $m \times m$ の実ユニタリ行列または複素ユニタリ行列であり、 \quad は、対角上に非負の実数を有する $m \times n$ の長方形対角行列であり、 V は、 $n \times n$ の実ユニタリ行列または複素ユニタリ行列である。

【 0 0 6 6 】

次に、例示された方法 3 0 0 は、SVD 評価に基づく現実世界オブジェクトの近傍内の設計変数についての、特異値（例えば、それぞれ s_1 、 s_2 、および s_3 と代替的に呼ばれる、 s_{max} 、 s_{mid} 、および s_{min} ）および対応する方向を、3 0 8 で決定することを含む。トポロジ最適化の局面では、例えば、各有限要素（所与の半径を有する球、図 4 A または図 1 8 を参照）の周りの設計変数（例えば、相対密度）の分布は、SVD を使用して評価できる。取得された特異値（ s_{max} 、 s_{mid} 、 s_{min} 、図 4 E を参照）は、考慮される近傍（球）の密度場によって記述される、オブジェクトの 3 つの幾何学的次元に関連している。これらの測定された値を使用して、例えば、構造最適化のための設計応答を構築することができる。

【 0 0 6 7 】

再び図 3 A を参照すると、方法 3 0 0 は、特異値に基づいて近傍についての最適化制約を 3 1 0 で定義することを含む。

【 0 0 6 8 】

図 3 B は、特異値に基づいて近傍についての最適化制約を 3 1 0 で定義する例示的な方法 3 0 0 a を表す。

【 0 0 6 9 】

典型的な実装形態では、尺度 s_1 、 s_2 、 s_3 は、最適化の反復間で不連続であり、勾配ベースの最適化アルゴリズムで直接には使用できない。これは、いくつかの例では、平滑

10

20

30

40

50

近似を使用して解決され得る。これに関して、方法 3 0 0 a は、S V D 評価に基づいて、現実世界オブジェクトの近傍内の設計変数と関連付けられた特異値の各々に平滑化近似を 3 1 0 a で適用することを含む。

【 0 0 7 0 】

次に、図 3 B の方法 3 0 0 a は、全ての要素設計変数値が 1 . 0 に設定された行列の S V D を実行することによって、追加の値を 3 1 0 b で識別することを含む。この値は、一般に、考慮されるオブジェクト（またはオブジェクトの近傍）の可能な最大次元を表し、相対的な特異値を計算するために使用できる。

【 0 0 7 1 】

次いで、方法 3 0 0 b は、コンピュータベースのメモリ内に、平滑化近似および追加の値を利用して各近傍に対する最適化制約を 3 1 0 c で定義することを含む。

10

【 0 0 7 2 】

再び図 3 A を参照すると、方法 3 0 0 は、(3 1 2 で) 有限要素モデルを反復して最適化することを含む。典型的な実装形態では、このことは、定義された最適化制約（特異値、S V D に基づいて定義された）に基づいて有限要素モデルの次元を制限することを含む。ステップ 3 1 2 での反復最適化は、有限要素モデルの所与の要素と関連付けられた最適化されたトポロジを結果として生じる。一実施形態によれば、ステップ 3 1 2 の反復最適化、すなわち反復設計プロセスは、最適化反復ごとに（設計応答を通じて定義された目的および制約に関して）新しい改善された解決策を選択するプロセスである。

【 0 0 7 3 】

ステップ 3 1 2 での反復最適化の後、有限要素モデルの所与の要素のプロパティは、ステップ 3 1 4 で、サイジング設計変数の最適化された値を反映するように自動的に更新される。このようにして、方法 6 6 5 は、製造のために現実世界オブジェクトの最適化されたモデルを作成する。最適化された設計変数、すなわち設計変数の最適化された値が決定されると、次いで、最適化された有限要素モデルを、フォーマットに変換し、実際の製造プロセスに供することができ、実際の製造プロセスでは、表面の設計パターンの局所制御が、製造制約を満たすために重要であり、取得された設計は、直接製造される。実施形態では、局所的な体積制約を制御することにより、製造プロセスの現実世界の制限に準拠する設計の制約を設定することができ、したがって、実施形態は、現実世界オブジェクトを製造するための最適化された設計を決定する。方法 3 0 0 の実施形態は、例えば、有限要素モデルの複数の要素についての最適化されたトポロジを決定する。このようにして、このような実施形態は、現実世界オブジェクト全体を製造するための最適化された設計を決定することができる。

20

30

【 0 0 7 4 】

次に、例示された実施形態では、方法 3 0 0 は、最適化されたモデルに従って、現実世界オブジェクトを (3 1 6 で) 製造させることを含む。このような一実施形態では、モデルがステップ 3 1 4 で更新された後、更新されたモデルは、最適化されたモデルに従って現実世界オブジェクトを生成することができる製造機（例えば、3 D プリンタなどの付加製造機）にデジタル通信される。一実施形態では、デジタルモデルは、当技術分野で知られている任意の通信方法を使用して通信され、付加製造機、プレス加工機、またはコンピュータ数値制御（C N C）機などの当技術分野で知られている任意の製造機に通信され得る。

【 0 0 7 5 】

以下は、トポロジ最適化の局面で適用される本明細書に開示された技術の説明であり、ここで、特異値分解（S V D）を使用して各有限要素（例えば、所与の半径を有する球、図 4 a または図 1 8 を参照）の周りの設計変数（相対密度）の分布が評価され、取得された特異値（例えば、 s_{max} 、 s_{mid} 、 s_{min} 、図 4 e を参照）は、考慮される球の密度場によって記述されるオブジェクトの 3 つの幾何学的次元に関連する。これらの測定された値は、典型的な実装形態では、構造最適化のための設計応答を構築するために使用される。

40

50

【 0 0 7 6 】

3 D空間に記述された有限要素モデルについて、構造の有限要素 E_i は、ノード N_{ij} と各ノード N_{ij} の対応する座標 (x_1, y_1, z_1) とを内包する行列 $E(N_{ij})$ および $N(x_1, y_1, z_1)$ を使用して表せる。

【数 2】

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} N_{11} & \cdots & N_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ N_{m1} & \cdots & N_{mn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \vdots & & \vdots \\ x_o & y_o & z_o \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{o \times p} \quad 10$$

ここで、 m は、要素の数であり、 n は、各要素のノードの数であり、 o は、ノードの総数であり、 p は、次元の数である。

【 0 0 7 7 】

各要素 E_i の周りの半径 R (図 4 a または図 1 8 を参照) の所与の近傍での評価のために、隣接する要素および隣接する要素の重心 (図 4 c を参照) は、

【数 3】

$$\mathbf{E}_j^{\text{隣接}} = \{j \mid \|C_e - C_j\|_2 \leq R\} = \mathbf{E}_j^{\text{隣接}} = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_k \end{bmatrix} \quad 20$$

および重心

【数 4】

$$\mathbf{C}_j^{\text{隣接}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{y}_1 & \bar{z}_1 \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{x}_k & \bar{y}_k & \bar{z}_k \end{bmatrix}. \quad 30$$

を使用して決定される。

【 0 0 7 8 】

これに加えて、各近隣について、相対要素密度

【数 5】

$$\boldsymbol{\rho}_j^{\text{隣接}} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}^T \quad 40$$

が記憶される (図 4 b を参照)。

【 0 0 7 9 】

典型的な実装形態では、SVD を実行するために、重心は、重心の平均値を中心にする必要がある

【数 6】

$$\hat{\mathbf{C}}_j^{\text{隣接}} = \mathbf{C}_j^{\text{隣接}} - \mathbf{1}^{k \times 1} \bar{\mathbf{C}}_j. \quad 50$$

これは、通常、グローバル座標系の、球の中心へのシフトに対応する。

【 0 0 8 0 】

次いで、各近傍の特異値 (s_1 、 s_2 、 s_3) が、行列 X_j の SVD により取得でき、

【 数 7 】

$$X_j = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \rho_1 & \hat{y}_1 \rho_1 & \hat{z}_1 \rho_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_k \rho_k & \hat{y}_k \rho_k & \hat{z}_k \rho_k \end{bmatrix}.$$

である。

【 0 0 8 1 】

この行列のグラフ表示が、図 4 d に示されている。ここでは、相対密度の低い全ての重心が、球の中心に移動されている。副産物として、考慮される設計変数密度場によって記述されるオブジェクトの主要な次元の方向を表す特異ベクトルも計算され得る (図 4 e にベクトルとして示されている)。尺度 s_1 、 s_2 、 s_3 はまた、 s_{max} 、 s_{mid} 、 s_{min} によって参照され得、それは通常、それらがその大きさ (s_{max} s_{mid} s_{min}) によって順序付けされるからである。

【 0 0 8 2 】

図 5 ~ 図 1 1 では、トポロジ最適化のための有限要素設定における設計変数の異なる例示的な構造レイアウトについて、正規化された値 s_{max} 、 s_{mid} 、 s_{min} が示されている。図 5 に示されるように、それに対応して、全ての正規化された特異値は、ソリッド球については 1 . 0 に等しく、ボイド球については 0 . 0 に等しい。他の全ての構成では、特異値は 0 . 0 ~ 1 . 0 である。

【 0 0 8 3 】

図 6 は、例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ソリッド (3 D オブジェクト表現) からシェル、プレート、またはメンブレンレイアウト (2 D オブジェクト表現) への変換を示す。図 6 に示されるように、3 D オブジェクトが 2 D オブジェクトに変換されるとき、特異値のうちの 1 つが、ゼロに近づく。

【 0 0 8 4 】

図 7 は、例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、シェル、プレート、またはメンブレンのレイアウト (2 D オブジェクト表現) からビーム、バー、または格子レイアウト (1 D オブジェクト表現) への変換を示す。図 7 に示されるように、2 D オブジェクトが 1 D オブジェクトに変換されているとき、2 つの特異値が、ゼロに近づく。

【 0 0 8 5 】

図 8 は、例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ビーム、バー、または格子レイアウト (1 D オブジェクト表現) からほぼボイドレイアウト (0 D オブジェクト表現) への変換を示す。図 8 に示されるように、1 D オブジェクトが空の球 (ボイド) に変換されるとき、全ての特異値が、ゼロに近づく。

【 0 0 8 6 】

図 9 は、例えばトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場の正規化された特異値についての、ソリッド (3 D オブジェクト表現) からボイドレイアウト (0 D オブジェクト表現) への変換を示す。図 9 に示されるように、3 D オブジェクトが空の球 (ボイド) に変換されるとき、全ての特異値が、ゼロに近づく。

【 0 0 8 7 】

図 1 0 は、例えば 3 D 空間内の 1 D パーツまたは 0 D パーツのアセンブリを表すトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場についての、全てが 1 である正規化された特異値を示す。

10

20

30

40

50

【 0 0 8 8 】

図 1 1 は、2 D 空間内の 1 D パーツまたは 0 D パーツのアセンブリを表すトポロジ最適化のための設計変数としての相対密度場についての、1 である 2 つの正規化された特異値と、ゼロに近い 1 つの正規化された特異値と、を有することを示す。

【 0 0 8 9 】

上記に述べたように、特異値を使用して計算されたオブジェクトの次元は、考慮される近傍（球）内でオブジェクトがどの程度の空間を必要とするかを記述する。したがって、球のサイズは、個々の用途に応じて適切に選択されなければならない。多くの場合、構造の次元を局所的に制御するために、かなり小さな球（半径 = 2 ~ 5 × 有限要素サイズ）が適用されるとよい。多くの場合、より大きな球を使用する実際の用途では、最適化のための構造的次元の誤まった解釈をもたらす可能性がある。例えば、図 1 0 および図 1 1 に示されるように、1 D または 0 D パーツのアセンブリは、3 D オブジェクトまたは 2 D オブジェクトとして解釈できる。このような幾何学的解釈が意図されているか否かは、例えば、個々の設計用途に依存し得る。

10

【 0 0 9 0 】

したがって、図 5 ~ 図 1 1 は、設計変数レイアウトの所与のタイプの形式および形状を制御および強制するために、特異値を適用することができることを示す。典型的な実装形態では、システム 1 0 0 は、例えば、まさにこの方法で特異値を適用して、トポロジ最適化において様々な異なるタイプの形式および形状を制御および強制するように構成されている。これは、非パラメトリック最適化のための設計変数の形式、形状、およびレイアウトを制御するために適用されたことはなく、本アプローチの固有の態様である。

20

【 0 0 9 1 】

尺度 s_1 、 s_2 、 s_3 は、最適化の反復間で不連続であり、勾配ベースの最適化アルゴリズムで直接には使用できない。典型的な実装形態では、これは、以下のような平滑近似を使用して解決される。

【 数 8 】

$$S_{max} \approx \text{平滑最大}(s_j), \quad S_{min} \approx \text{平滑最小}(s_j)$$

$$S_{mid} \approx \left(\sum_{i=1}^3 s_i \right) - S_{max} - S_{min}.$$

30

【 0 0 9 2 】

また、典型的な実装形態では、追加の値、

【 数 9 】

$$\hat{S}_{max} = S_{max}(\rho = 1)$$

40

は、全ての要素設計変数密度を 1 . 0 に設定して、 X_j の SVD を実行することによって取得される。この値は、考慮されるオブジェクトの可能な最大次元を表し、相対的な特異値を計算するために使用できる。

【 0 0 9 3 】

次いで、各近傍に対する最適化制約（各有限要素の周りの球は、設計変数場と等価である）は、次のように定義できる。

【 数 1 0 】

50

A、BおよびCを制約する

$$\frac{S_{min}}{\hat{S}_{max}} \leq q_A, \quad \frac{S_{mid}}{\hat{S}_{max}} \leq q_B, \quad \frac{S_{mid}}{S_{max}} \geq q_C.$$

【0094】

量 q_A が、構造の最小の局所的な次元を制限するのに対して、 q_B は、二番目に大きいものを制限する。値 q_C は、最大の次元と二番目に大きい次元との間の関係を設定する。最適化のための制約の数を低減するために（各有限要素に対する制約が設計変数と同等になるのを避けるために）、平滑最大/最小近似された集約関数を使用して上記の制約の左辺が集約される（有限要素の全てまたはサブセット、したがって、設計変数の全てまたはサブセットをカバーするタイプ A、B、および C の単一の制約を取得するため）。制約の右辺は、制約された値である。したがって、以下の制約を局所的に使用して、最適化された設計が特定の次元を有するように強制することができる。

- 1) 1D または 2D : $q_A \ll 1.0$ (例えば、0.1) でのタイプ A の制約
- 2) 1D : $q_A \ll 1.0$ および $q_B \ll 1.0$ でのタイプ A および B の制約
- 3) 2D : $q_A \ll 1.0$ (例えば、0.1) および $q_C \gg 0.0$ (例えば、0.6) でのタイプ A および C の制約

【0095】

いくつかの実装形態では、上記の制約の左辺は、制約を定義するための既存の構造最適化における設計応答として、または目的の項として実装され得る。典型的には、設計変数（相対密度）に関する平滑化された制約の導関数は、最適化プロセス中に必要になり得、上記の式を微分することによって取得できる。

【0096】

一般に、本明細書に開示された技術は、設計変数の幾何学的次元制御のための感度最適化を使用する。これは、全ての設計変数（DV）をループすることと、所与の設計変数（DV）に対して幾何学的次元制御が強制される他の隣接する設計変数を識別することと、所与の各設計変数（DV）に対する特異値（SVD）および感度（導関数とも呼ばれる）を計算する（405）ことと、設計変数（DV）についての1つ以上の集約関数を使用して、設計応答（RESP）および感度を計算する（407）ことと、によって行われ得る。集約関数は、複数の異なる値をグループ化して、例えば1つの要約値を形成する関数である。

【0097】

図15は、一実施形態による、設計変数の特異値分解（SVD）に基づいて設計値を制約することを伴う反復設計プロセス1550を描示している。

【0098】

例示された実施形態によれば、プロセス1550は、設計変数に関する幾何学的次元制御のための計算された特異値（SVD）の設計応答（RESP）および感度に見合う。反復設計プロセス方式1550は、例えば、コンピュータ支援エンジニアリング（CAE）システムの事前定義されたワークフローに実装できる。方法1550は、ステップ1501で開始し、例えば、最適化のための平衡のための様々な加荷重および境界条件を含む初期モデルを作成する。一実施形態では、モデルは、設計者によって定義される（例えば、設計者は、I/Oデバイスインターフェース110に接続された1つ以上のI/Oデバイスを介して、図1に描示されたコンピュータ100などのコンピュータにデータを入力する）。次いで、モデルに、ステップ1503～1513を介して反復設計プロセスがあてがわれる。

【0099】

例示された実施形態によれば、設計反復サイクルは、（1503で）メモリ（例えば、図1からの104）からモデルの幾何学的記述を表すデータを読み取り、かつモデルの平

10

20

30

40

50

衡を解くプロセッサ（例えば、図1のCPU102）を含み得る。次いで、例えば、プロセッサは、（1505で）設計応答および平衡設計応答、ならびに設計変数に関する設計応答および平衡設計応答の感度をモデル化し得る。

【0100】

例示された実施形態によれば、各設計反復サイクルは、（1507で）プロセッサがモデル（例えば、有限要素モデル）の幾何学的記述を読み取ることを含み得る。次いで、プロセッサは、例えば、（1509で）設計変数に関する幾何学的次元制御のための計算された特異値（SVD）の設計応答および感度を決定し得る。

【0101】

典型的な実装形態では、設計応答は、所与の最適化反復の現行の分析モデルに対する応答を定義する。それにより、典型的な実装形態では、設計応答は、モデルから直接測定できる1つのスカラー値（例えば、質量、質量中心など）を抽出し得るか、またはモデルの平衡（例えば、応力、変位、反力など）の主要解の結果によって決定され得る。

10

【0102】

次いで、設計応答を適用して、満たされる必要がある制約と最適化された目的関数とからなる最適化問題を定義する。最適化問題は、ステップ1511で数理計画法を使用して解かれる。典型的な実装形態では、数理計画法、すなわち最適化計算は、ユーザ定義の設計目標の値、設計応答、および設計応答の感度に厳密に基づいている。したがって、設計変数に関する幾何学的次元制御のための計算された特異値（SVD）の設計応答および感度が、反復設計プロセスに含まれている場合には、いくつかの実装形態では、設計応答および感度は、設計特性の局所制御を強制するのに役立ち、同時にまた、最適化セットアップで適用される他の設計応答についての物理的特性を強化し得る。

20

【0103】

数学、コンピュータサイエンス、オペレーションズリサーチでは、数理計画法は、数理最適化または単に最適化と代替的に呼称され、利用可能な選択肢のあるセットから（ある基準に関して）最良の解を選択するプロセスである。方法1550の実施形態は、当技術分野で知られているような任意のこのような数理計画法を使用し得る。典型的な実装形態では、プロセッサは、メモリに記憶されたコンピュータ可読数理計画命令を実行することによって、数理計画と関連付けられた機能性を実装し得る。

【0104】

ステップ1511での数理計画法の後、ステップ1511で決定された設計変数に基づいて、次の最適化反復のための新たな物理モデルがステップ1513で生成される。反復設計プロセスは、最適化の反復ごとに（いくつかの目的および制約に関して）新たな改善された解を選択するプロセスである。ステップ1511で決定された設計変数と、ステップ1513で更新された物理モデル変数と、が同じである場合がある。物理モデル変数と設計ドメイン変数とが同じである場合、ステップ1513での物理モデルは、数理計画法の出力として単に取得される。そうでなければ、当技術分野で知られているように、フィルタを使用して設計変数を物理モデル変数として解釈するために、追加のステップが必要である。

30

【0105】

続行するために、最適化が収束しているかどうか判定される。収束は、ある最適化反復から後続の最適化反復への目的関数の変化が突然のしきい値よりも小さく、かつある最適化反復から後続の最適化反復への設計変数の相対的な合計の変化が突然のしきい値よりも小さい場合に数値的に決定される。最適化が収束していない場合、新たな最適化サイクルが開始され、方法1550は、ステップ1503および1507に戻る。最適化が収束した場合、最終の設計が、ステップ1515で作成される。収束した設計について、設計応答に対する制約は、満たされているはずであり、目的関数は、最適化されているはずである。

40

【0106】

方法1550および方法1550の出力の最終の設計1515を多様な現実世界オブジ

50

ェクトに使用して、製造のための最適化された設計を決定することができる。

【0107】

勾配ベースのトポロジ最適化に対する局所的な制約を導入して、構造コンポーネントの事前定義された次元を局所的に強制する局面でのこれらの技術の実際の用途が、理解され得る。この例での制約は、要素重心によって表される点群の特異値分解 (SVD) からの主値 (特異値) と、現実世界オブジェクトの設計最適化で次元制御を強制するための対応する非パラメトリック設計変数 (例えば、相対密度) と、に基づいている。

【0108】

一例として、図16Aは、立方体の下部コーナでクランプされ、かつ立方体の上面の中心に下向きの力 (加荷重) が加えられた単純な立方体の非常に粗い有限要素 (FE) モデルを示す概略図である。体積制約があてがわれてコンプライアンスを最小化するトポロジ最適化は、図16Bの設計を生じ得る。その設計では、幾何学的次元に対する追加の制約は適用されない。その設計に示されている構造コンポーネントは、探索近傍の所与の半径内でかなりかさばり、かつ厚い (例えば、図16Bに示されているオブジェクト設計に関して概説されている球を参照)。いくつかの実装形態では、最適化された構造の幾何学的特性は、設計要件に応じて特定の場所でいくつかの事前定義された半径を有する近傍 (例えば、図16B~図16Dに示された球を参照) を考慮して局所的に調査できる。本半径に比べて、考慮される構造コンポーネントは、3D空間ではかなりかさばり、かつ厚い。SVD値に基づく追加の制約を最適化問題に追加すると、それぞれ図16Cおよび図16Dに示されるように、最適化された結果に対して1D構造および2D構造を局所的に強制することができる。ここでも、典型的な実装形態での次元評価は、考慮される近傍の事前定義された半径に対して相対的である。これに関して、図16Cは、局所的に強制された1D格子構造を示し、図16Dは、局所的に強制された2Dメンブレン構造を示す。

【0109】

本明細書に開示されたコンピュータベースの方法は、多様な現実世界の設計用途に適用できる。

【0110】

例えば、様々な実装形態では、コンピュータベースの方法を使用して、1) 強制された2D SVD制約 (例えば、図16Dを参照) がある、トポロジ最適化を使用した深絞り用の薄壁構造、2) 強制された2D SVD制約がある、薄壁溶接構造、3) 強制された1Dおよび2D SVD制約がある、金属多孔性の鋳造コンポーネントの冷却制御のためにかさばる領域を回避すること、4) それぞれ強制された1D (例えば、図16Cを参照) および2D SVD制約 (例えば、図16Dを参照) がある、構造コンポーネントの配向、例えばリブおよび格子設計、強制された配向、または成形フォームの確保、5) 強制された1D SVD制約 (例えば、図16Cを参照) がある、3D印刷用の粉末の除去可能性を確保すること、および6) 1D SVD制約がある、サブコンポーネントが、交差するファイバのない分岐におけるアタッチングまたはスプリントである3D連続ファイバ印刷 (例えば、図17Aおよび図17Bを参照) を確保することを伴うものなどの様々な製造プロセスについての設計要件を満たすことに役立たせることができる。

【0111】

図17Aおよび図17Bの例示的な概略表現は、互いに交差しないファイバを表す1D構造サブコンポーネントを強制するトポロジにおける次元制御を表す。トポロジ最適化された結果は、ソリッドおよび中間の相対密度を有する有限要素によって図17Aに表されている。トポロジ最適化された結果は、相対密度場の等値面記述によって図17Bに表されている。

【0112】

いくつかの実装形態では、これらの方法は、3D印刷などの付加製造技術を使用して製造されるオブジェクト中の粉末の容易な除去可能性を確実にするのに役立ち得る。

【0113】

トポロジ最適化における幾何学的次元制御

10

20

30

40

50

1. 一般

このセクションは、構造コンポーネントの事前定義された次元を局所的に強制するために勾配ベースのトポロジ最適化に対する追加の制約を導入することを伴う特定の実装形態について説明する。これらの制約は、要素重心および対応する相対密度設計変数によって表される点群の特異値分解 (SVD) からの主値 (特異値) に基づいている。

【0114】

2. トポロジ最適化の実装形態およびワークフロー

例示的な実装形態では、本明細書に開示された幾何学的制御技術 (例えば、設計変数に対して、分解 (SVD) の特異値を制約することによって課される) は、構造有限要素モデリングの SIMULIA Abaqus に実装された設計変数および随伴感度を更新するための、数理計画法を使用した最適化ソフトウェア SIMULIA Tosca Structure に実装される。SIMULIA Abaqus の直接ソルバは、SIMULIA Abaqus による反復代数マルチグリッドソルバが適用されるセクション 5.2 および 5.3 に示された数値結果を除いて、有限要素モデルと随伴解との平衡 $R = 0$ を解くために適用される。直接有限要素ソルバと反復代数マルチグリッドソルバとの両方は、接触、大変形、および構成的非線形材料モデルとして非線形構造モデリングを解くことができることに留意されたい。ただし、ここでは線形用途を示す。

10

【0115】

さらに、全ての本数値トポロジ最適化結果は、構築材料モデルを、設計ドメイン内の全ての構造設計要素の設計変数を内包するベクトルである相対要素密度 ρ のべき乗則に比例するものとしてモデル化するために、いわゆる SIMP モデル (ペナルティがあるソリッド等方性材料) を使用する。

20

【0116】

これに加えて、第 1 に、本数値最適化結果 (セクション 5.1、5.2、および 5.4) は、外部加荷重 P と結果として生じる変位 U についてのコンプライアンス C を最小化する (剛性を最大化する)、以下の最適化フレームワークを有することとなる。

【数 1 1】

コンプライアンスを最小化する

$$C = P^T U(\rho) \xrightarrow{\rho \in \mathbb{R}^n} \text{最小}$$

30

s.t.

構造的平衡制約

$$R(\rho, U(\rho)) = 0, \tag{1}$$

相対的平衡制約

40

$$m(\rho) \leq m_{full} f,$$

特異値に対する制約

$$\bar{s}_{min}(\rho), \bar{s}_{mid}(\rho) \text{ そして } \bar{s}_{mid2max}(\rho).$$

【0117】

設計ドメインの総質量 $m(\rho)$ は、相対的な材料分率 f と、完全な材料を有する設計ド

50

メインの質量である m_{full} と、によって定義される特定の重量目標を満たすように制約される。長さスケールを導入する正則化とチェッカーボードの抑制とのために、感度フィルタが適用される。全ての最適化結果についての感度フィルタの半径は、設計ドメインで指定された全ての要素についての平均要素サイズと比較して 1 : 3 である。

【0118】

第2に、質量は、セクション5.3で適用される強度最適化についての目的関数として最小化される設計応答である。さらに、制約された設計応答は、以下のように、単一の集約された制約 $A(s_v(\rho, U(\rho)))$ として適用される要素積分点のフォンミーゼス応力 $s_v(\rho, U(\rho))$ であり、

【数12】

質量を最小化する $m(\rho)$

s.t.

構造的平衡制約

$$R(\rho, U(\rho)) = 0, \quad (2)$$

応用制約

$$A(s_v(\rho, U(\rho))) \leq s_c,$$

特異値に対する制約

$$\bar{s}_{min}(\rho), \quad \bar{s}_{mid}(\rho) \quad \text{そして} \quad \bar{s}_{mid2max}(\rho).$$

ここで、 s_c は、応力制約値である。式2中の応力設計応答 $s_v(\rho, U(\rho))$ は、緩和を使用して適用される。これに加えて、要素応力積分点ごとの応力設計応答を有することを回避するために、要素応力点に対して p ノルムアプローチの形式の集約関数 $A(s_v(\rho, U(\rho)))$ が適用される。

【0119】

3 SVDを使用した局所構造コンポーネントの幾何学的特性の計算

本アプローチは、トポロジ最適化のための設計応答として使用される新しい尺度の定義を適用する。これらの尺度は、最適化された構造の好ましい幾何学的レイアウトを局所的に強制するために、目的関数内に適用できるか、または最適化制約として適用できるかのいずれかである。数学的には、この尺度は、所与の近傍（例えば、所与の半径を有する球）内の設計変数分布を記述する行列の特異値（または対応するベクトル）に基づいている。トポロジ最適化の局面では、各有限要素（所与の半径を有する球、図4Aを参照）の周りの設計変数（相対密度）の分布が、特異値分解（SVD）を使用して評価される。取得された特異値（ s_{max} 、 s_{mid} 、および s_{min} 、図4Eを参照）は、考慮される球の密度場によって記述されるオブジェクトの3つの幾何学的寸法に関連している。これらの尺度を使用して、局所的な幾何学的制御を強制する構造最適化のための設計応答を構築することができる。

【0120】

3.1 相対密度場の特異値

以下では、次いで、 n 個の有限要素を有する所与の有限要素メッシュについて、

【数13】

10

20

30

40

50

$$C \in \mathbb{R}^{n \times 3}$$

として定義される、対応する重心座標

【数 1 4】

$$C = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

10

および相対密度

【数 1 5】

$$\rho \in \mathbb{R}^n$$

を仮定し、ここで、 $0 < \rho_i < 1$ が、各最適化反復について与えられる。有限要素 $e \in \{1, \dots, n\}$ の周りの半径 R を有する所与の近傍で、相対密度場 (図 4 B) によって表される構造コンポーネント (図 4 A) の幾何学的特性を評価するために、次いで、 m 個の隣接する要素 $j \in \{1, \dots, m\}$ とそれら要素の重心

20

【数 1 6】

$$\check{C} \in \mathbb{R}^{m \times 3}$$

(図 4 C) とが、以下の条件によって決定される。

【数 1 7】

$$\|C_e - C_j\| \leq R. \quad (4)$$

30

【0 1 2 1】

量 C_e および C_j は、 C の e 番目および j 番目の線に対応する。対応する相対密度は、

【数 1 8】

$$\check{\rho} \in \mathbb{R}^m$$

40

によって表される。

【0 1 2 2】

【数 1 9】

$$\hat{C}$$

に記憶されたデータは、SVDを適用する前に、次のようにデータの平均を中心として配置されなければならない。

【数 2 0】

50

$$\hat{C}_j = \check{C}_j - \frac{1}{\sum_{i=1}^m \check{\rho}_i} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m \check{x}_i \check{\rho}_i & \sum_{i=1}^m \check{y}_i \check{\rho}_i & \sum_{i=1}^m \check{z}_i \check{\rho}_i \end{bmatrix}. \quad (5)$$

【 0 1 2 3 】

これは、所与のクラウドの考慮される点のグローバル座標系の質量中心へのシフトに対応する。ここで、相対密度値を使用して、

10

【数 2 1】

\hat{C}

に記憶されているシフトされた重心座標を以下のようにスケーリングする。

【数 2 2】

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \check{\rho}_1 & \hat{y}_1 \check{\rho}_1 & \hat{z}_1 \check{\rho}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_m \check{\rho}_m & \hat{y}_m \check{\rho}_m & \hat{z}_m \check{\rho}_m \end{bmatrix}. \quad (6)$$

20

【 0 1 2 4 】

ソリッド材料を表す要素の図心座標は、この操作によって変更されない。ただし、中間材料を表す要素は、それら要素の対応する重心が、群内の考慮される点の質量中心の方向に移動している（図 4 D）。各近傍についての s_{min} s_{mid} s_{max} と定義される特異値 s_{min} および s_{mid} および s_{max} は、行列の SVD によりとして取得される。

30

【数 2 3】

$$\tilde{C} = W \begin{bmatrix} s_{max} & 0 & 0 \\ 0 & s_{mid} & 0 \\ 0 & 0 & s_{min} \end{bmatrix} V^T, \quad (7)$$

$$W \in \mathbb{R}^{m \times 3}, \quad V = [v_{max} \ v_{mid} \ v_{min}],$$

$$v_k \in \mathbb{R}^3 \text{ そして } k \in \{min, mid, max\}.$$

40

ソリッド材料は、

【数 2 4】

$$(\check{\rho}_j = 1.0),$$

によって定義できるのに対して、中間材料は、

50

【数 2 5】

$$(\check{\rho}_j < 1.0)$$

として定義できる。

【0 1 2 5】

式中の量は、考慮される相対密度場によって記述されるオブジェクトの主要な局所的な次元を表し、図 4 E を参照されたい。対応する特異ベクトル v_k は、主要な次元の方向を表し、互いに直交している。行列 W は、この寄与の範囲内で考慮されない特異ベクトルを内包する。以下のセクションでは、特異値 s_k を、行列

10

【数 2 6】

$$\hat{C}$$

の最大特異値

【数 2 7】

$$\hat{S}_{max}$$

20

によって、以下のように正規化する必要がある。

【数 2 8】

$$\bar{s}_k = \frac{s_k}{\hat{S}_{max}} \tag{8}$$

30

【0 1 2 6】

これにより、特異値は、考慮される近傍の絶対サイズに関して不変である。行列

【数 2 9】

$$\hat{C}$$

は、行列

40

【数 3 0】

$$\tilde{C}$$

に対応し、ここで全ての相対密度が、

【数 3 1】

$$\check{\rho}_j = 1.0$$

50

設計に対する局所的な構造コンポーネントについての可能な最大のインスタンスの表現に設定されることに留意されたい。

【 0 1 2 7 】

3.2 特異値と固有値との関係

固有値分解についての多数のアルゴリズムが有限要素ソフトウェア環境ですでに利用可能である場合、それらアルゴリズムを再利用して行列の SVD 計算を実行することができる。

【数 3 2】

$$\tilde{C} \in \mathbb{R}^{m \times 3}$$

10

したがって、正方行列を導入する。

【数 3 3】

$$Q = \tilde{C}^T \tilde{C} \quad \text{および} \quad Q \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad (9)$$

【 0 1 2 8 】

次に、式 (9) の行列の分解

20

【数 3 4】

$$Q = V \begin{bmatrix} \lambda_{max} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{mid} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{min} \end{bmatrix} V^T, \quad (10)$$

は、以下のように、行列 Q の固有値から取得された特異ベクトル v_k および対応する特異値を直接提供する。

30

【数 3 5】

$$s_k = \sqrt{\lambda_k}. \quad (11)$$

【 0 1 2 9 】

3.3 特異値の幾何学的解釈

40

図 5 ~ 図 11 は、トポロジ最適化のための有限要素設定における設計変数 (相対密度) の異なる例示的な構造レイアウトについての正規化された値を示す。

【数 3 6】

$$\bar{s}_k$$

図 5 に示されるように、正規化された全ての特異値は、完全ソリッド球については 1.0 に等しく、ポイド球については 0.0 に等しい。他の全ての構成では、特異値は 0.0 ~ 1.0 である。

50

【0130】

図6に示されるように、完全ソリッド3Dオブジェクトが2Dオブジェクトに変換されるとき、特異値のうちの一つが、ゼロに近づく。この場合、2Dは、シェル、プレート、またはメンブレン状の材料レイアウトを意味する。図7に示されるように、2Dオブジェクトが1Dオブジェクトに変換されるとき、2つの特異値が、ゼロに近づく。ビーム、バー、または格子状の材料レイアウトは、1Dオブジェクトに対応する。

【0131】

図8に示されるように、1Dオブジェクトが空の球(ポイド)に変換されるとき、全ての特異値が、ゼロに近づく。

【0132】

その結果、図5～図8に例示されたような特異値を使用して、最適化された構造の幾何学的特徴を制御および強制するための新しいタイプの制約を定式化することができる。このような制約については、以下のセクションで説明する。

【0133】

4 構造コンポーネントの次元の局所的な制約

ここで前のセクションで導出された特異値を使用して、トポロジ最適化のための新しいタイプの設計応答を構築する。構造の次元を局所的に制御するための制約は、これらの応答によって定式化される。

【0134】

4.1 特異値の不連続性の排除

考慮される近傍の特異値 s_k は、それら特異値の順序が最適化の反復間で切り替わり得るため、不連続である。したがって、それら特異値は、勾配ベースの最適化アルゴリズムで直接には使用できない。このことは、最大特異値および最小特異値の平滑近似を使用して解決される。

【数37】

$$s_{smax} = \frac{\sum_{k=1}^3 s_k e^{p(s_k - r)}}{\sum_{k=1}^3 e^{p(s_k - r)}} \quad \text{ここで} \quad p = 6,$$

$$s_{smin} = \frac{\sum_{k=1}^3 s_k e^{p(s_k - r)}}{\sum_{k=1}^3 e^{p(s_k - r)}} \quad \text{ここで} \quad p = -6, \quad (12)$$

および

$$s_{smid} = \left(\sum_{k=1}^3 s_k \right) - s_{smax} - s_{smin}.$$

【0135】

量 r が、高い指数値についての数値の問題を克服するためにここで使用され、通常、そ

10

20

30

40

50

れぞれ最大値または最小値を近似する $r = s_{max}$ または $r = s_{min}$ に設定される。

【0136】

4.2 特異値に基づく設計応答

有限要素 $i \in \{1, \dots, n\}$ の所与の近傍について、次の3つの尺度を考慮する。

【数38】

$$\begin{aligned}\bar{s}_{min}^i &= \frac{s_{smin}^i}{\hat{s}_{max}^i}, \\ \bar{s}_{mid}^i &= \frac{s_{smid}^i}{\hat{s}_{max}^i}, \\ \bar{s}_{mid2max}^i &= \frac{s_{smid}^i}{s_{smax}^i}.\end{aligned}\tag{13}$$

【0137】

(13)の最初の2つの式の左辺の量は、構造要素の最小の次元と二番目に小さい次元とをそれぞれ局所的に記述する。これらの量は、考慮される近傍の可能な最大の次元によって正規化され、それにより、絶対近傍サイズに関して不変である。最下の式の左辺の、三番目の量は、二番目に大きい次元と最大の次元との間の関係を表す。この三番目の量は、定義ごとに相対量であって(13)の最初の2つの式中の分母を直接制約しないことに留意されたい。設計ドメインが全ての有限要素からなると仮定すると、(13)の最初の2つの式の左辺の量は、これら左辺の量を使用して等しくない制約を定式化する際に、平滑最大近似を使用して全ての有限要素にわたって集約される。(13)の三番目の式の左辺によって表される量は、これら量を使用してより等しい制約を定式化する際に、平滑最小近似を使用して集約される。 $q \in \{min, mid, mid2max\}$ を用いると、以下の3つの設計応答が導入される。

【数39】

$$\bar{s}_q = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{s}_q^i e^{p\bar{s}_q^i}}{\sum_{i=1}^n e^{p\bar{s}_q^i}}\tag{14}$$

ここで、次の式に関し、

n = 要素の総数、

$p = 6$ 、次に関して $q = min$ もしくは $q = mid$ 、
は

または $p = -6$ for $q = min2max$.

【0138】

10

20

30

40

50

ここでは、平滑最大近似および平滑最小近似を使用して、設計ドメイン全体について3つのスカラー設計応答のみを取得することに留意されたい。これらの設計応答は、最適化に対する制約を定式化するために以下のセクションで適用される。

【0139】

4.3 勾配ベースの最適化に対する制約

構造要素の次元を局所的に制御するために、以下の制約が定式化できる。

【0140】

最小の次元を制約することによって、1D構造要素または2D構造要素を局所的に強制する。これにより、3Dの完全ソリッド材料オブジェクトは、所与の近傍について排除される。これは、以下の制約を適用することによって取得され、

【数40】

$$\bar{s}_{min} \leq \bar{s}_{min}^* \quad (15)$$

ここで、 $0.0 < s_{min}^* < 1.0$ である。この制約により、設計は、メンブレンまたは格子状の構造となり、かさばる材料集中を回避する。値は、

【数41】

$$\bar{s}_{min}^*$$

考慮される近傍の直径に対する格子およびメンブレン部材の最大厚さを暗黙的に規定する。

【0141】

最小の次元と二番目に小さい次元とを制約することによって、1D構造要素を局所的に強制する。これにより、2Dオブジェクトおよび3Dオブジェクトが、所与の近傍について排除される。このことは、以下の制約を適用することによって取得される。

【数42】

$$\bar{s}_{min} \leq \bar{s}_{min}^* \quad \text{および} \quad \bar{s}_{mid} \leq \bar{s}_{mid}^* \quad (16)$$

ここで、 $0.0 < \bar{s}_{min}^* < 1.0$ and $\bar{s}_{min}^* < \bar{s}_{mid}^* < 1.0$.

【0142】

これらの制約により、設計は、格子状の構造となり、かさばる材料集中とメンブレン状の構造とを回避する。値は、

【数43】

$$s_{mid}^*$$

考慮される近傍の直径に対する格子部材の最大厚さを暗黙的に規定し、曲率を制御する。この値が過度に小さく選択された場合、オプティマイザは、1Dコンポーネント間のジョイントを生成することができなくなる。このような挙動は、例えば、複合最適化でファイバの交差を回避することを目的とする場合がある。値を増大させることにより、

【数44】

10

20

30

40

50

$$\bar{s}_{mid}^*$$

構造コンポーネントの曲率を増大させることができる。

【0143】

最小の次元と、二番目に大きい寸法と最大の次元との間の関係と、を制約することによって、2D構造要素を局所的に強制する。これにより、1Dオブジェクトおよび3Dオブジェクトが排除される。このことは、以下の制約を適用することによって取得される。

【数45】

$$\bar{s}_{min} \leq \bar{s}_{min}^* \quad \text{および} \quad \bar{s}_{mid2max} \geq \bar{s}_{mid2max}^* \quad (17)$$

$$\text{ここで、} \quad 0.0 \leq \bar{s}_{min}^* \leq 1.0 \quad \text{および} \quad 0.5 \leq \bar{s}_{mid2max}^* \leq 1.0.$$

【0144】

これらの制約により、設計はメンブレン状の構造となり、かさばる材料集中と格子状の構造とを回避する。ここでも、値は、

【数46】

$$\bar{s}_{min}^*$$

メンブレンコンポーネントの最大厚さと値を暗黙的に規定し、

【数47】

$$\bar{s}_{mid2max}^*$$

厚さ方向に垂直な次元比率を制御する。値は

【数48】

$$\bar{s}_{min}^*$$

また、メンブレンコンポーネントの曲率を暗黙的に制御する。値が小さいほど多くの平面構造をもたらし、値が大きいほど湾曲した構造をもたらす。

【0145】

4.4 相対的な材料分率と幾何学的制御との関係

図4～図11は、半径Rを有する球の相対的な材料分率 f_s が、球内の設計変数についての分解の特異値(SVD)の特異値を制約することによって課される幾何学的制御に部分的に関連していることを例示している。格子構造およびメンブレン構造についての以下の指針は、3Dでの本数値用途において適用される。

【0146】

格子 - 図7および図8は、少ない以上であると特異値 s_{min} および s_{mid} を、選択された値より小さくなるように制約して取得された特定の典型的な格子構造を示す。と、

【数49】

$$\bar{s} = \bar{s}_{min} = \bar{s}_{mid}$$

格子部材の体積 ($V_{lattice}$) が、球 $V_{sphere} = 4/3 R^3$ の体積よりもはるかに小さいことと、を仮定すると、格子の体積は、によって与えられる。

【数 5 0】

$$V_{lattice} = \pi(R\bar{s})^2 2R.$$

これにより、球内の相対的な材料分率は、である。

【数 5 1】

$$f_s = V_{lattice}/V_{sphere} = \frac{3}{2}\bar{s}^2.$$

10

【0 1 4 7】

メンブレン - 図 6 および図 7 は、特異値の比率

【数 5 2】

$$\bar{s}_{mid2max} = \bar{s}_{mid}/\bar{s}_{max}$$

20

を、突然の値、例えば 0.75 よりも高くなるように制約して取得された特定の典型的なメンブレン構造を示す。メンブレンの体積 $V_{membrane}$ が、球の体積 V_{sphere} よりもはるかに小さいと仮定すると、メンブレンの体積は、 $V_{membrane} = R^2 t$ によって与えられ、ここで、 t は、メンブレン構造の予想厚さである。これにより、球内の相対的な材料分率は、

【数 5 3】

$$f_s = \frac{3t}{4R}.$$

30

である。

【0 1 4 8】

実用的なメンブレン構造は、設計ドメインについて低い体積分率、例えば、 $R = 15 t$ を生じる $f_s = 5\%$ を有する低い深絞りを使用して製造されることが多い。

【0 1 4 9】

その結果、最適化のための有限要素モデルが、厚さにわたって 2 つの要素を指定する場合には、半径は、メンブレンレイアウトを課す幾何学的制御についての要素サイズと比較して半径をかなり大きくする 30 個の要素を含む。セクション 4.3 に記載されているように、厚さ t は、以下を制約することによって強制できることに留意されたい。

40

【数 5 4】

$$\bar{s}_{min} \quad \text{が、} \quad t = \bar{s}_{min} 2R \quad \text{を生じることにより} \quad f_s = 3\bar{s}_{min}/2.$$

【0 1 5 0】

4.5 SVD 設計応答の感度分析

【数 5 5】

50

\bar{s}_q

相対密度 ρ_e に関する式 (14) 中に導入された設計応答の導関数が、勾配ベースの最適化のために決定される。対応する感度関係の導出は、導関数を計算するための連鎖律の複数の適用に基づいており、それは、

【数 5 6】

$$\frac{\partial \bar{s}_q}{\partial \rho_e}$$

10

純粋な幾何学的量が考慮され、有限要素解析量を伴わないためである。このセクションでは、必要な偏導関数が導出される。

【0 1 5 1】

式 (13) および (14) で定義された次元尺度に関する集約された設計応答の導関数は、以下を生じる。

【数 5 7】

$$\frac{\partial \bar{s}_q}{\partial \bar{s}_q^i} = \frac{(1 + (\bar{s}_q^i - \bar{s}_q)p)e^{p\bar{s}_q^i}}{\sum_j^n e^{p\bar{s}_q^j}} \quad (18)$$

20

【0 1 5 2】

式 (12) 中に定義される平滑化された特異値 s_{smin} 、 s_{smid} 、および s_{smax} に関する次元尺度の導関数は、以下を生じる。

【数 5 8】

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{s}_{min}^i}{\partial s_{smin}} &= \frac{1}{\hat{s}_{max}^i}, & \frac{\partial \bar{s}_{min}^i}{\partial s_{smid}} &= 0, & \frac{\partial \bar{s}_{min}^i}{\partial s_{smax}} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{s}_{mid}^i}{\partial s_{smin}} &= 0, & \frac{\partial \bar{s}_{mid}^i}{\partial s_{smid}} &= \frac{1}{\hat{s}_{max}^i}, & \frac{\partial \bar{s}_{mid}^i}{\partial s_{smax}} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{s}_{mid2max}^i}{\partial s_{smin}} &= 0, & \frac{\partial \bar{s}_{mid2max}^i}{\partial s_{smid}} &= \frac{1}{s_{smax}^i} \\ \frac{\partial \bar{s}_{mid2max}^i}{\partial s_{smax}} &= -\frac{s_{smid}^i}{(s_{smax}^i)^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

30

40

【0 1 5 3】

式 (11) 中に定義される特異値 s_{min} 、 s_{mid} 、および s_{max} に関する平滑化された特異値の導関数は、以下を生じる。

【数 5 9】

50

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_{smin}}{\partial s_k} &= e^{ps_{min}-r} \left(\sum_k e^{ps_k-r} \right) (1 + p(s_k - s_{min})), \\ \frac{\partial s_{smax}}{\partial s_k} &= e^{ps_{max}-r} \left(\sum_k e^{ps_k-r} \right) (1 + p(s_k - s_{max})), \\ \frac{\partial s_{smid}}{\partial s_k} &= \sum_k \left(\frac{\partial s_k}{\partial \rho} \right) - \frac{\partial s_{max}}{\partial \rho} - \frac{\partial s_{min}}{\partial \rho}\end{aligned}\tag{20}$$

【 0 1 5 4 】

相対密度に関する特異値の導関数

【数 6 0】

 $\check{\rho}_j$

は、以下のように取得される。

【数 6 1】

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_k}{\partial \check{\rho}_j} &= \frac{1}{2\sqrt{\lambda_k}} \frac{\partial \lambda_k}{\partial \check{\rho}_j}, \\ \frac{\partial \lambda_k}{\partial \check{\rho}_j} &= \mathbf{v}_k^T \frac{\partial (\tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}})}{\partial \check{\rho}_j} \mathbf{v}_k.\end{aligned}\tag{21}$$

【 0 1 5 5 】

量、

【数 6 2】

 ρ_e と $\check{\rho}_j$

との間の関係は、

ブール演算子によって記述できる。対応する導関数は単純明快であり、ここでは概説されない。

【 0 1 5 6 】

5 実施例

5.1 2Dカンチレバービーム

提案されたアプローチの特性を古典式のトポロジ最適化と比較して例証するために、以下では単純な2Dの実施例を適用する。図19Aは、次元1×1のSIMULIA Ab

a q u s (C P 4 S) の完全に統合された 4 ノード平面応力要素を使用して 4 0 0 × 2 0 0 の均一グリッドによって離散化された長方形の 2 D 設計ドメインを示す。0 . 3 のポアソン比を有する弾性材が、適用されている。設計ドメインの左端縁部は、完全にクランプされ、右端縁部の中点に外力が加えられている。図 1 9 B は、 $f = 6 0 \%$ の材料体積分率を使用した古典的なトポロジ最適化の結果を示す。図 1 9 C は、1 2 個の有限要素に等価な直径 $D = 1 2$ を使用して、最低の特異値

【数 6 3】

$$\bar{s}_{min} \leq 0.6$$

10

を制約する式 (1 7) 中で定義された提案されたアプローチの結果を示す。この追加の制約は、図 1 9 B で適用される古典的なトポロジ最適化に追加されている。図 1 9 C に示される最適化結果について、最適化反復履歴が図 2 0 に示されている。最低の特異値に対して追加の制約を適用すると、最適化の反復回数が 7 3 回になることが観察できる。図 1 9 B の設計の最適化の反復回数は、5 5 回である。それゆえ、最適化収束の反復は、最低の特異値

【数 6 4】

$$\bar{s}_{min}$$

20

に対する追加の制約によって影響をほとんど受けず、このことは、他の数値実験についても観察される。

【0 1 5 7】

図 2 1 は、分解 (S V D) についての含まれる設計変数の直径がそれぞれ $D = 1 2$ および $D = 2 4$ である場合に、最低の特異値を 0 . 6 0、0 . 5 0、および 0 . 4 0 に制約する場合の最適化結果を示す。図 2 1 では、幾何学的次元 (a ~ c) は、1 2 個の有限要素に等価な $D = 1 2$ の直径を使用して、最低の特異値が 0 . 6 から 0 . 4 に減少することによって制約される。これにより、部材のサイズが減少して、コンプライアンス C の増大ならびに相対的な材料体積 f の低下を生じる。構造 (d ~ f) は、(a ~ c) 構造の場合と同じ最低の特異値の制約を使用して最適化されるが、最適化結果は、設計変数についての分解 (S V D) の最低の特異値を計算するときにより大きな直径を使用して生成される。(a ~ c) 構造を (d ~ e) 構造と比較すると、最低の特異値を計算するための直径が増大すると、部材間の距離が拡大されたより大きな部材サイズを引き起こし、それにより、剛性が高くなるだけでなく、質量が小さくもなることがわかる。適用されるモデルメッシュ、加荷重、および境界条件は、図 1 9 A に示されるように定義される。対称性は強制されないが、解は、依然として顕著に対称であることに留意されたい。また、図 2 1 の最適化には、体積制約が適用されていないことにも留意されたい。取得された最大の部材サイズは、「分解についての含まれる設計変数の直径」に「最低の特異値に対する制約値」を掛けることによって与えられる。ただし、小さい部材が現れ、感度フィルタの長さが、最小の部材サイズを与える。

30

40

【0 1 5 8】

本アプローチは、局所的な体積制約アプローチよりも有利であるように思われる。局所的な体積制約のみに基づくアプローチを使用して取得された格子部材は、典型的には、格子を組み立てている交差部および接合部に近づくときにサイズが低減されることに悩まされる。しかし、本アプローチの結果には、その欠点がないように思われる。

【0 1 5 9】

図 2 2 では、全ての設計が、直径 $D = 1 2$ を使用して、最小特異値を 0 . 6 以下になるように制約して、最適化されている。適用されるモデルメッシュ、加荷重、および境界条件は、図 1 9 A に示されている。図 2 2 A では、設計には、体積制約が適用されていない

50

のに対して、図 2 2 B ~ 図 2 2 D では、設計には、60% から 40% に減少する体積制約がある。図 2 3 では、全ての設計が、直径 $D = 24$ を使用して、最小特異値を 0.6 以下になるように制約して、最適化されている。適用されるモデルメッシュ、加荷重、および境界条件は、図 1 9 A に示されている。図 2 3 A では、設計には、体積制約が適用されていないが、図 2 3 B ~ D では、設計には、60% から 40% に減少する体積制約がある。

【0160】

図 2 2 および図 2 3 は、それぞれ図 2 2 (a) および図 2 3 (a) の設計と比較した、最適化の定式化にグローバルな体積制約を追加する効果を示す。一般に、トポロジ最適化のための古典的な体積制約は、最低の特異値を制約する場合にもうまく機能することがわかる。材料の体積制約なしに最適化された図 2 2 (a) および図 2 3 (a) に示される設計の材料の体積は、最低の特異値の制約値よりもわずかにだけ高い。ただし、これらの設計には、設計ドメインの低ひずみエネルギー密度領域に対していくつかの中間密度がある。図 2 2 (b) および図 2 3 (b) は、最低の特異値の制約値と同様の体積制約を追加することによって、これらの中間密度が除去されることを示している。

10

【0161】

図 2 2 および図 2 3 は、最低の特異値を制約する、式 (17) 中に定義された提案されたアプローチの結果を示しており、この場合、かなり少ない回数での最適化反復で満足していくソリッド\ボイド表現と、体積制約がない目標値とほぼ同様である、コンプライアンスの最も重要な目的関数値と、を有する設計を生じる。したがって、図 2 2 および図 2 3 の本結果、ならびに追加の数値実験とは、ソリッド\ボイド 2 D 最適化解を取得するためには、最低の特異値に対する制約と同じか、またはそれよりも低い体積制約を適用するとよいことを示している。

20

【0162】

5.2 骨充填設計

本セクションは、大腿骨についての格子充填構造およびメンブレン充填構造をそれぞれ生成する可能性を検討する。図 2 4 に表された大腿骨有限要素モデルは、各々が $1 \times 1 \times 1$ のサイズを有する 1090793 個の六面体要素 (C3D8) からなり、反復代数マルチグリッドソルバを使用して解かれる 3420603 個の DOF を生じる。0.3 のポアソン比を有する弾性材が、適用されている。3D 大腿骨モデルは、下部で完全にクランプされ、上部に加えられた 2 点の力が、初期状態で表示される。この実施例では、外面にある要素は、設計ドメインの一部ではない。

30

【0163】

図 2 5 A ~ 図 2 5 E は、0.50 の相対的な材料質量分率を使用する大腿骨のためのトポロジ最適化された充填物を示す。外面は、設計ドメインの一部ではない。図 2 5 A は、質量制約の条件下での古典的な剛性最適化を表す。図 2 5 B および図 2 5 C は、2.5 (図 2 5 B 中) および 4.0 (図 2 5 C 中) の半径についてそれぞれ、

【数 6 5】

$$\bar{s}_{min}$$

40

を 0.5 よりも小さくする幾何学的制約によってメンブレン充填物を取得するトポロジ最適化を表す。

【0164】

図 2 5 D および図 2 5 E は、2.5 (図 2 5 D 中) および 4.0 (図 2 5 E 中) の半径についてそれぞれ、

【数 6 6】

$$\bar{s}_{min}$$

を 0.5 よりも小さくし、かつ

50

【数 6 7】

 \bar{s}_{mid}

を 0.6 よりも小さくする幾何学的制約によって格子面材を取得するトポロジ最適化を表す。

図 2 5 A は、0.50 の相対体積制約であるが追加の制約がない条件下で剛性を最大化する標準トポロジ最適化結果を示す。同じ相対体積制約値が、後に続く数値実験に適用されるが、

【数 6 8】

\bar{s}_{min} および \bar{s}_{mid} , 各々に対して追加の制約が追加される。

10

【0 1 6 5】

これらの制約特異値は、セクション 4.4 で概説されているように、 $f = 0.50$ の格子近似を使用して約 0.58 であると推定される。

【0 1 6 6】

図 2 5 B の $R = 2.5$ および図 2 5 C の $R = 4.0$ についてそれぞれ示される最適化結果について、第 1 の特異値のみが 0.50 となるように制約される。図 2 5 B および図 2 5 C に示す結果は、主に、メンブレンコンポーネントが格子構造よりも硬いと予想される大腿骨の充填材としての、厚さ

20

【数 6 9】

 $2R\bar{s}_{min}$

を有するメンブレンコンポーネントからなる。これに加えて、図 2 5 B および図 2 5 C で取得されたメンブレンコンポーネントは、局所的な体積制約を使用して提示された特定の以前の結果にかなり類似しており、また、大腿骨の充填のためのメンブレン状の構造を生じる。したがって、最初の特異値に対して単一の制約を使用して取得された本メンブレン設計と、局所的な体積制約を使用する際の以前に報告された設計と、の場合は、栄養を輸送する構造を通して血液を拡散させることが実現可能でないとともに、粉末が印刷後に設計内に閉じ込められるため、粉末に基づくプロセス多くの付加製造プロセスが実現可能でない。

30

【0 1 6 7】

続いて、図 1 5 (d) および図 1 5 (e) にそれぞれ示されるように、格子充填コンポーネントを持つ設計を強制するために、最初の特異値を 0.50 になるように、かつ 2 番目の特異値を 0.60 になるように制約する。図 1 5 D および図 1 5 E の最適化された結果は、図 1 5 B および図 1 5 C のメンブレン充填結果と比較して、充填物として別個の格子コンポーネントを有する。ただし、メンブレン充填構造は、半径 $R = 2.5$ および $R = 4.0$ の両方についてそれぞれ、格子充填構造よりも約 20% 高い剛性を有する。その結果、本幾何学的次元制御により、局所的な体積制約を使用して取得される解と同様の両方のメンブレン設計を取得できるようになるだけでなく、重要なことに、オープンセル構造を有する真の格子設計である設計を取得できるようにもなる。それにより、幾何学的次元制御のための本アプローチは、製造後に粉末を取り出すとともに、別の媒体が最適化された構造を通して流れることを可能にすることに関して、付加製造 (AM) に対して実行可能である開格子セル構造を達成する。

40

【0 1 6 8】

本発明のいくつかの実施形態が、記載されてきた。それにかかわらず、本発明の趣旨お

50

よび範囲から逸脱することなく、様々な修正が行われてもよいことが理解されよう。

【0169】

例えば、本明細書に開示された実装形態のうちのいくつかは、トポロジ最適化、形状最適化、サイジング最適化、およびビード最適化などの構造最適化分野のための感度ベースの解を検討することを対象とすることができる。ただし、この技術は、理論的には構造最適化の分野に限定されないだけでなく、例えば、計算流体力学（CFD）、熱機械的、電気機械的、流体構造的などのマルチフィジックスの最適化にも有効であり、ここでは、設計変数（DV）の分解（SVD）からの値を決定して使用し、幾何学的特徴を強制するための追加の制約を定義することができる。

【0170】

本明細書に記載された例示的な実施形態は、多くの異なる方法で実施されてもよいことが理解されるはずである。いくつかの場合、本明細書に記載された様々な方法および機械は各々、本明細書に記載されたコンピュータシステムまたはコンピュータネットワーク環境などの物理的な、仮定の、またはハイブリッドの汎用コンピュータによって実装され得る。コンピュータシステムは、例えば、CPUによって実行するためにソフトウェア命令をメモリが、または不揮発性ストレージのいずれかにロードすることによって本明細書に記載された方法を実行するマシンに変換されてもよい。当業者は、システムおよびシステムの様々な構成要素が、本明細書に記載された本発明の任意の実施形態または実施形態の組み合わせを実行するように構成されてもよいことをさらに理解するはずである。さらに、システムは、システムに、内部的もしくは外部的に動作可能に結合された、またはシステムに組み込まれたハードウェア、ソフトウェア、およびファームウェアのモジュールの任意の組み合わせを利用して、本明細書に記載された様々な実施形態を実装し得る。さらに、システムは、製造デバイスに通信可能に結合されるか、または製造デバイス内に埋め込まれ、本明細書に記載されるような物理的オブジェクトを作成するようにデバイスを制御するように構成されてもよい。

【0171】

本明細書に開示された主題の様々な態様は、デジタル電子回路機構、または本明細書に開示された構造、および/またはそれらの構造的均等物を含むコンピュータベースのソフトウェア、ファームウェア、またはハードウェア、および/またはそれらの組み合わせで実装できる。いくつかの実施形態では、本明細書に開示された主題は、1つ以上のコンピュータプログラム、すなわち、1つ以上のデータ処理装置（例えば、プロセッサ）の動作を制御することによる実行、または制御するための実行のために、コンピュータ記憶媒体上に符号化されたコンピュータプログラム命令の1つ以上のモジュールに実装できる。これに代えて、またはこれに加えて、プログラム命令は、人工的に生成された伝播信号、例えば、データ処理装置によって実行するために好適な受信装置に伝送される情報を符号化するために生成されるマシン生成の電気、光、または電磁信号上に符号化できる。コンピュータ記憶媒体は、コンピュータ可読記憶デバイス、コンピュータ可読記憶基板、ランダムもしくはシリアルアクセスメモリアレイもしくはデバイス、またはそれらの組み合わせとすることができるか、またはそれらの中を含めることができる。コンピュータ記憶媒体は、単に伝播される信号であるとは見なされないにしても、コンピュータ記憶媒体は、人工的に生成された伝播される信号内に符号化されたコンピュータプログラム命令のソースまたは宛先であってもよい。コンピュータ記憶媒体はまた、1つ以上の別々の物理的構成要素または媒体、例えば、複数のCD、コンピュータディスク、および/または他の記憶デバイスとすることができるか、またはそれらの中を含めることができる。

【0172】

本明細書に記載されている特定の動作（例えば、図3A、図3B、図15に表され、および他の方法で本明細書に開示されているもの）は、1つ以上のコンピュータ可読記憶デバイス上に記憶されているか、または図1および図2のコンピュータシステムおよび/またはネットワーク環境などの他のソースから受信されたデータに対してデータ処理装置（例えば、プロセッサ/特別にプログラムされたプロセッサ）によって実行される動作とし

10

20

30

40

50

て実施できる。「プロセッサ」(または同様のもの)という用語は、例としてプログラム可能なプロセッサ、コンピュータ、システムオンチップ、または以上のものの複数のもの、もしくは組み合わせを含む、データを処理するためのあらゆる種類の装置、デバイス、およびマシンを包含する。装置はまた、専用論理回路、例えば、FPGA(フィールドプログラマブルゲートアレイ)またはASIC(特定用途向け集積回路)を含むことができる。装置はまた、ハードウェアに加えて、当該コンピュータプログラムのための実行環境を作り出すコード、例えば、プロセッサファームウェア、プロトコルスタック、データベース管理システム、オペレーティングシステム、クロスプラットフォームランタイム環境、仮想マシン、またはそれらのうちの1つ以上の組み合わせを構成するコードを含むことができる。装置および実行環境は、ウェブサービス、分散コンピューティング、およびグリッドコンピューティングインフラストラクチャなどの、様々な異なるコンピューティングモデルインフラストラクチャを実現することができる。

10

【0173】

本明細書は、多くの個々の実装形態の詳細を内包しているが、これらは、発明の範囲、または特許請求され得る事項の範囲を限定するものとしてではなく、特定の発明の特定の実施形態に特有の特徴の説明として解釈されるものとする。別々の実施形態の局面で本明細書に記載された特定の特徴を、単一の実施形態で組み合わせて実装することもできる。逆に、単一の実施形態の局面で本明細書に記載された様々な特徴を、複数の実施形態で別々に、または任意の好適なサブコンビネーションで実装することもできる。また、特徴は、特定の組み合わせで作用するものとして上述され、および当初はそのように特許請求され得るが、いくつかの場合、特許請求された組み合わせからの1つ以上の特徴を、その組み合わせから削除することができ、特許請求された組み合わせを、サブコンビネーションまたはサブコンビネーションの変形例に向けてもよい。

20

【0174】

同様に、動作が特定の順序または手法で行われるように本明細書に記載され得るが、これは、このような動作が、所望の結果を達成するために、示された特定の順序で、もしくは一連の順序で実行されること、または全ての例示された動作が実行されることを要求するものと理解されないものとする。特定の状況では、マルチタスクおよび並列処理が有利な場合がある。また、上述した実施形態における様々なシステムコンポーネントの分離は、全ての実施形態においてこのような分離を必要とするものと理解されないものとし、記載されたプログラムコンポーネントおよびシステムは、一般に、単一のソフトウェア製品内にまとめて一体化でき、または複数のソフトウェア製品にパッケージ化できる。

30

【0175】

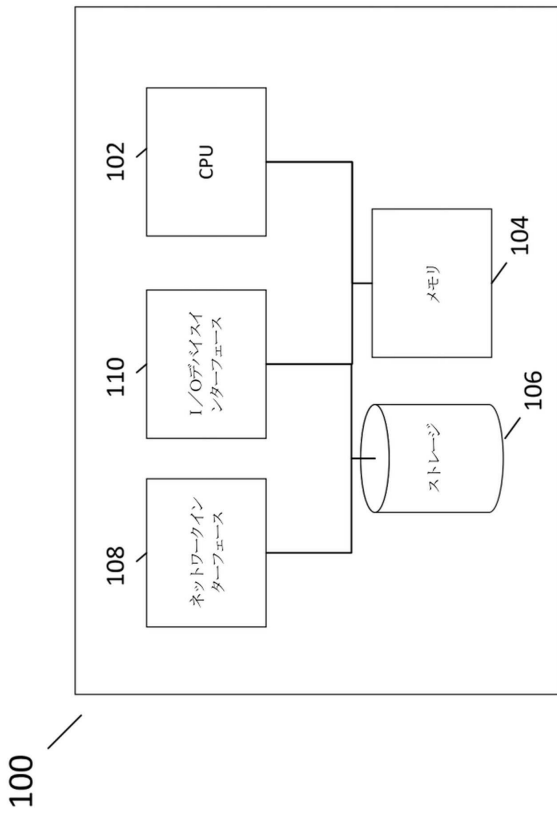
他の実施態様は、以下の特許請求の範囲内にある。

40

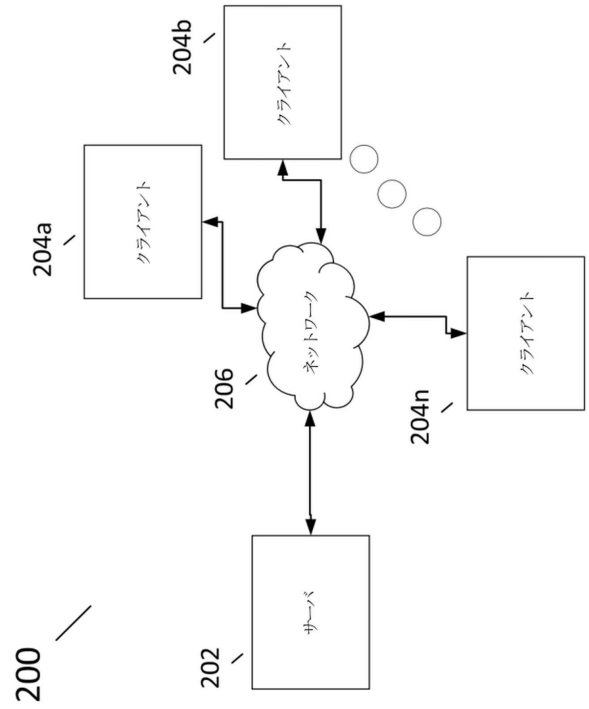
50

【図面】

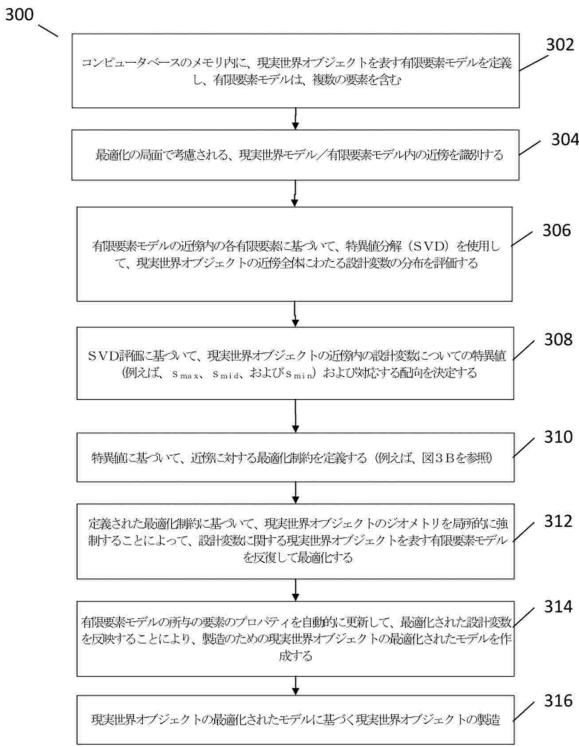
【図 1】



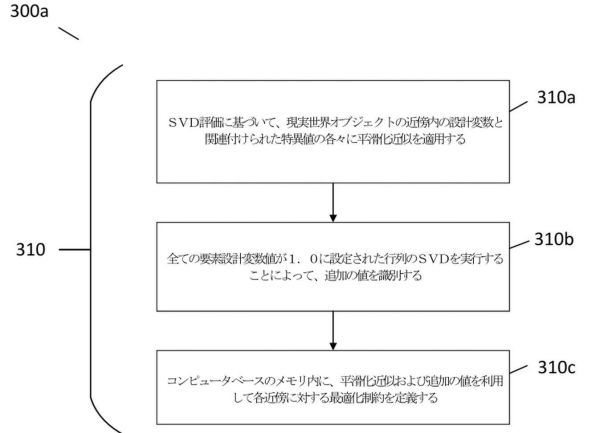
【図 2】



【図 3 A】



【図 3 B】



10

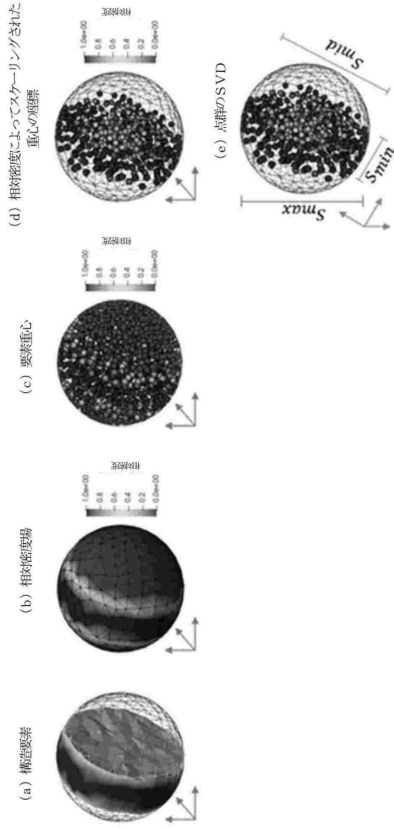
20

30

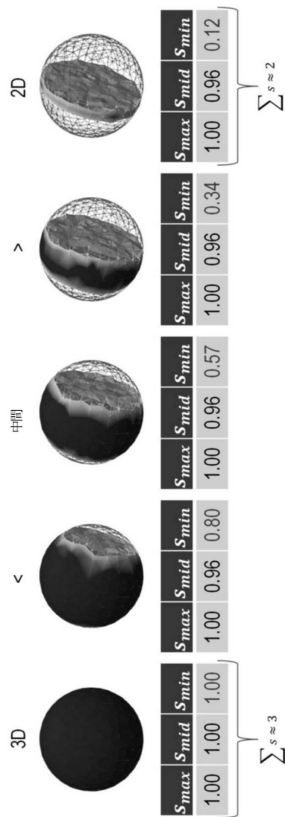
40

50

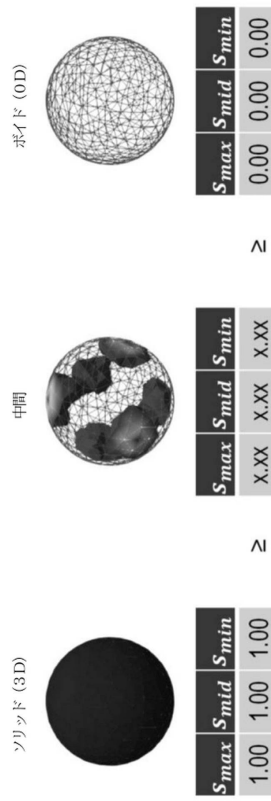
【 図 4 】



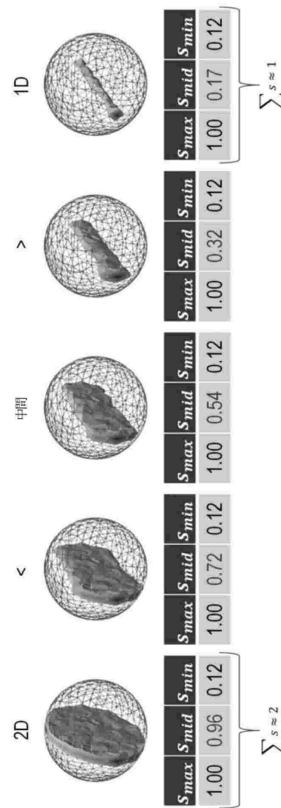
【 図 6 】



【 図 5 】



【 図 7 】



10

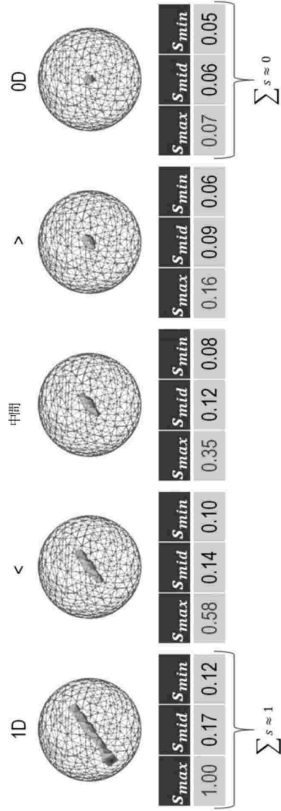
20

30

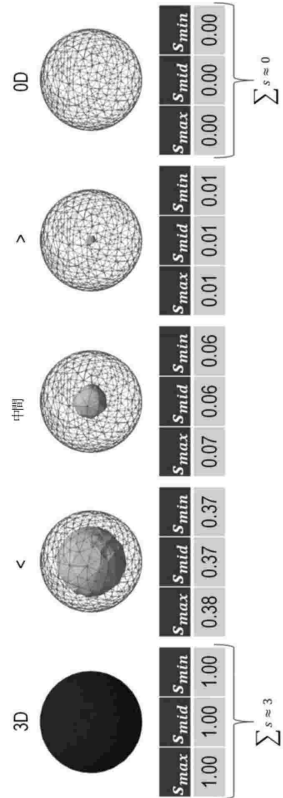
40

50

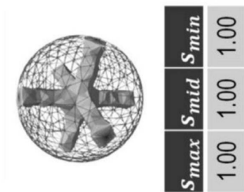
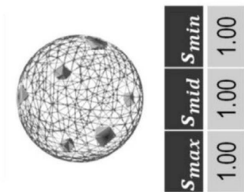
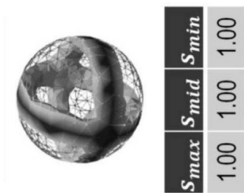
【 8 】



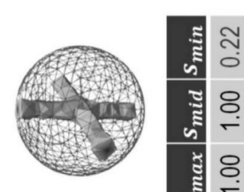
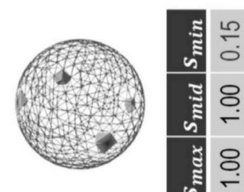
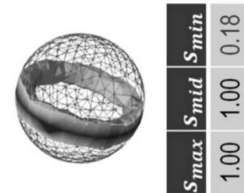
【 9 】



【 10 】



【 11 】



10

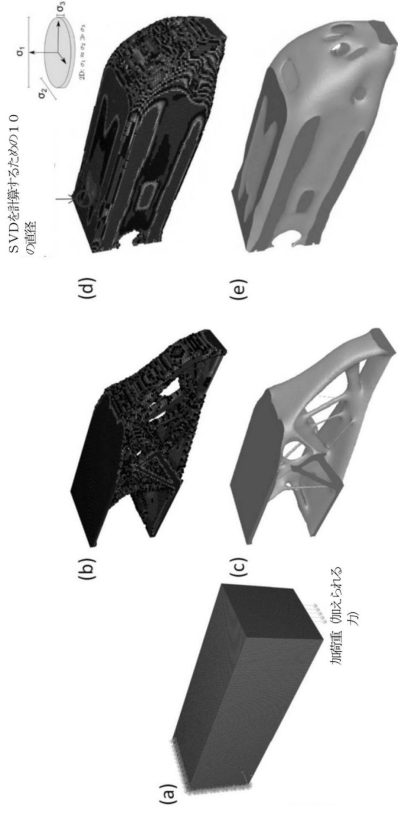
20

30

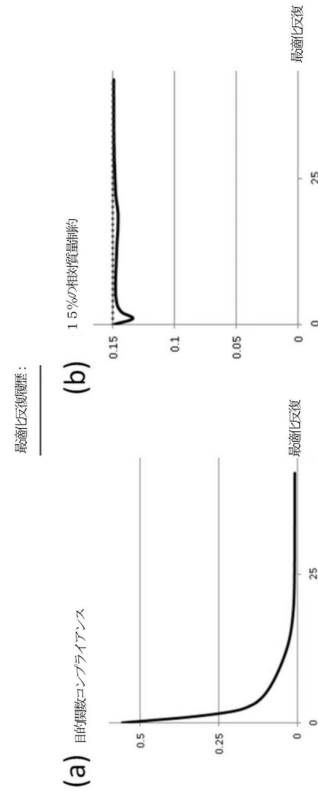
40

50

【図 1 2】



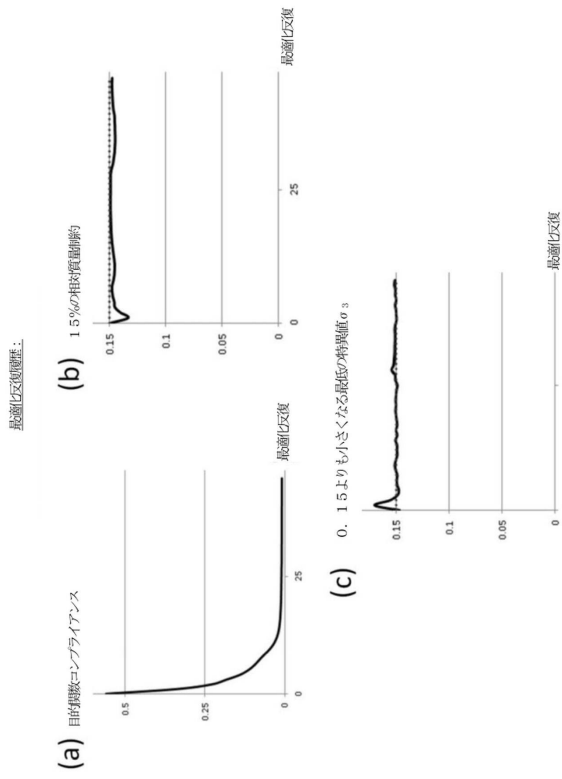
【図 1 3】



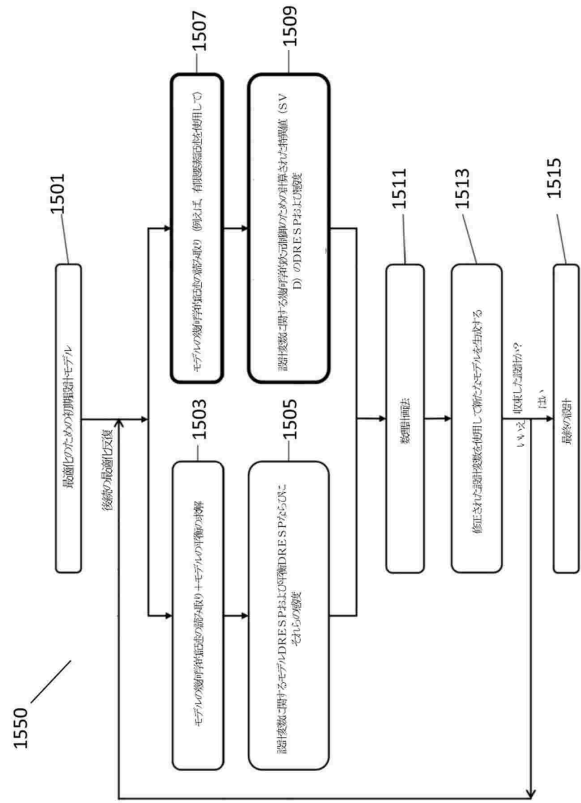
10

20

【図 1 4】



【図 1 5】

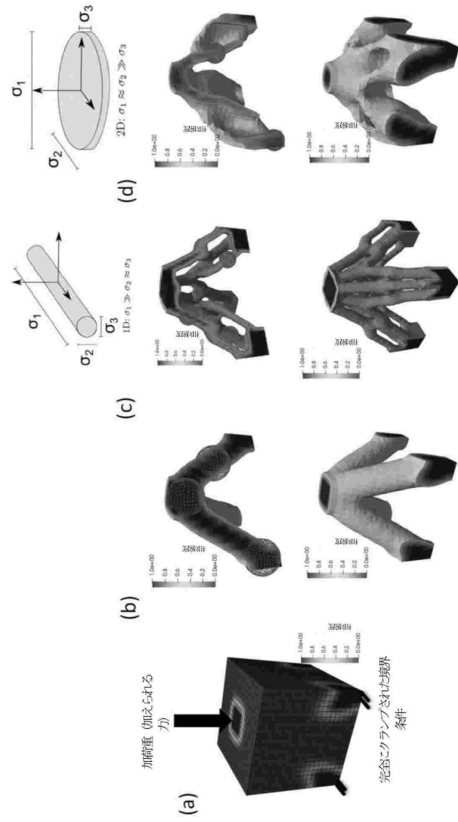


30

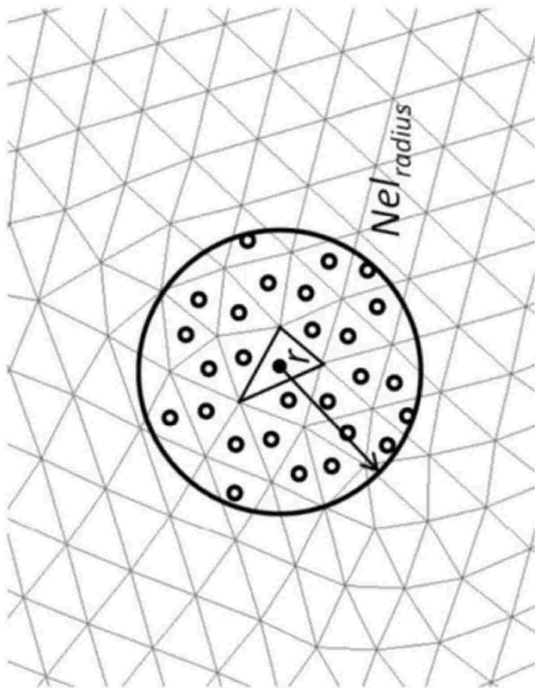
40

50

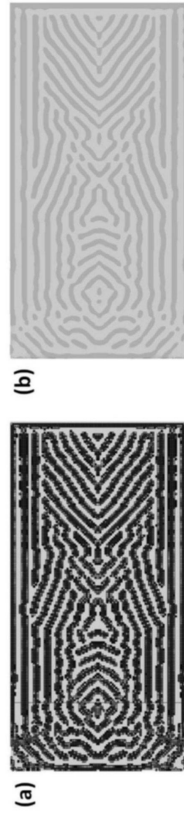
【図 16】



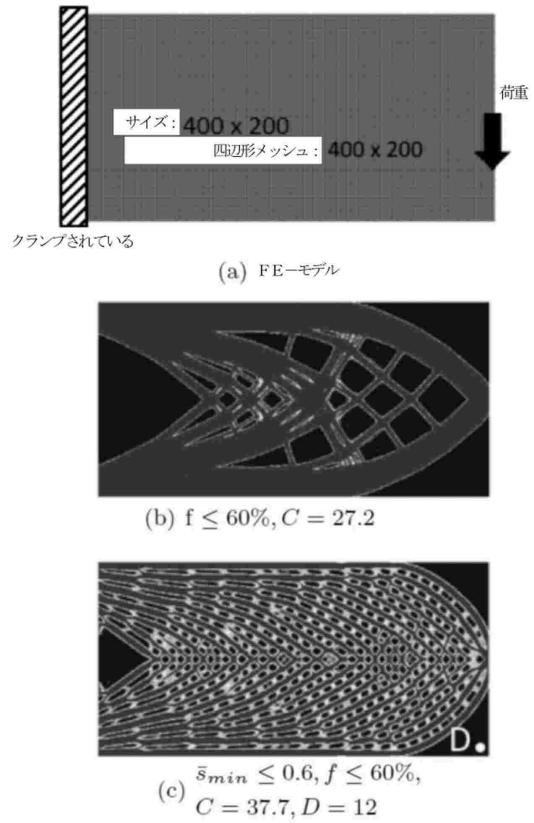
【図 18】



【図 17】



【図 19】



10

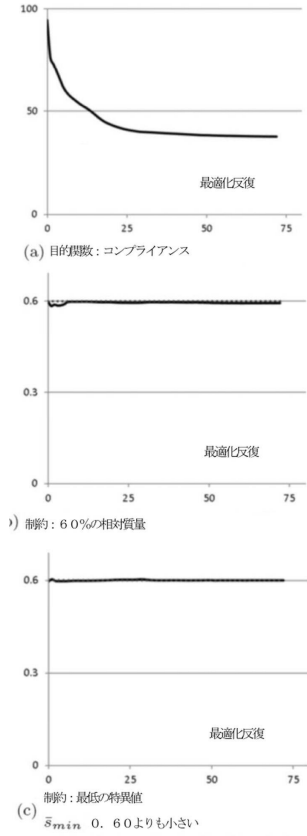
20

30

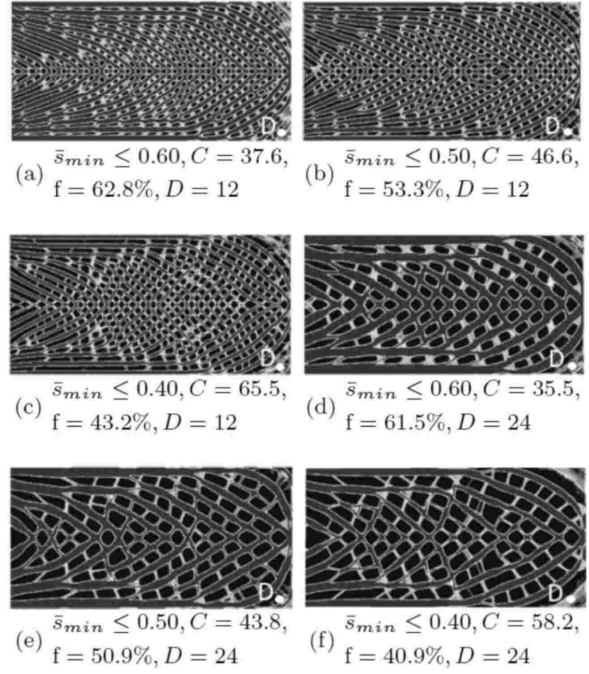
40

50

【図 2 0】



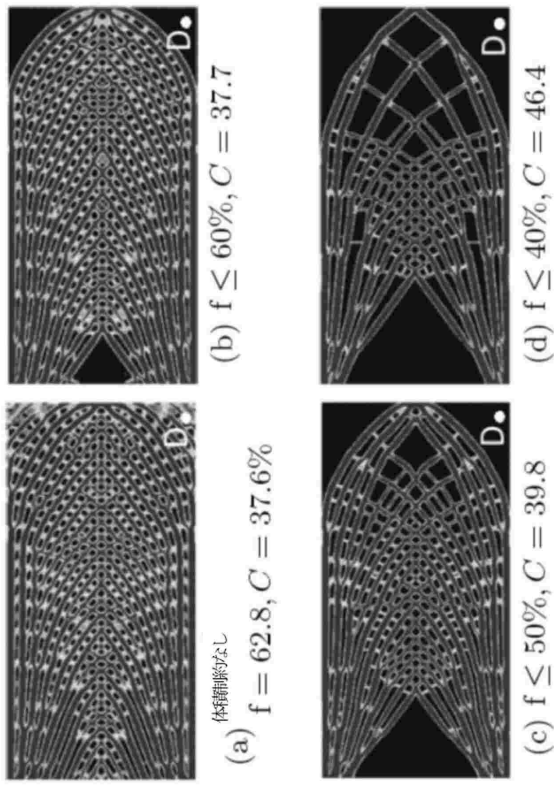
【図 2 1】



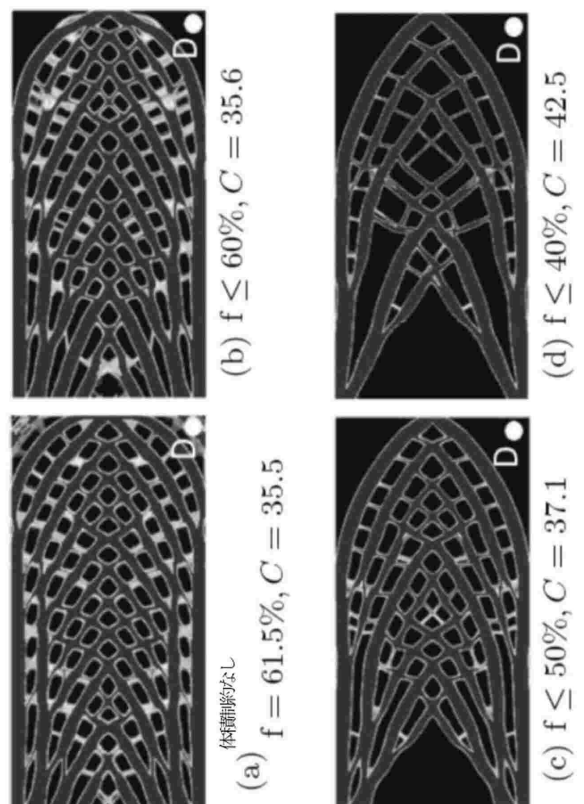
10

20

【図 2 2】



【図 2 3】

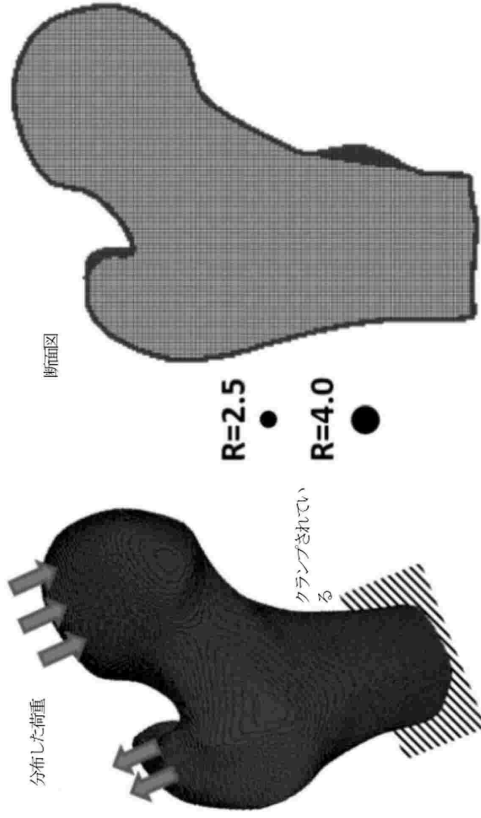


30

40

50

【図 24】



【図 25】



10

20

30

40

50

フロントページの続き

- アメリカ合衆国，ロードアイランド州 02919，ジョンストン，アトウッド アヴェニュー 1
301，スイート 101
- (72)発明者 ペダーセン，クラウド ベック ヴィッテンドルフ
アメリカ合衆国，ロードアイランド州 02919，ジョンストン，アトウッド アヴェニュー 1
301，スイート 101
- (72)発明者 ミハルスキ，トルステン ホルスト ヘンリク
アメリカ合衆国，ロードアイランド州 02919，ジョンストン，アトウッド アヴェニュー 1
301，スイート 101
- 審査官 合田 幸裕
- (56)参考文献 特開2018-158570(JP,A)
国際公開第2018/117971(WO,A1)
米国特許出願公開第2005/0200623(US,A1)
米国特許出願公開第2017/0372480(US,A1)
中国特許出願公開第110197006(CN,A)
- (58)調査した分野 (Int.Cl., DB名)
G06F 30/00 - 30/398
IEEE Xplore
JSTPlus(JDreamIII)