

(12) 按照专利合作条约所公布的国际申请

(19) 世界知识产权组织
国际局

(43) 国际公布日
2021 年 6 月 17 日 (17.06.2021)



(10) 国际公布号
WO 2021/114609 A1

(51) 国际专利分类号:
G05B 19/418 (2006.01)

(21) 国际申请号: PCT/CN2020/098449

(22) 国际申请日: 2020 年 6 月 28 日 (28.06.2020)

(25) 申请语言: 中文

(26) 公布语言: 中文

(30) 优先权:
201911262510.5 2019 年 12 月 11 日 (11.12.2019) CN

(71) 申请人: 山东科技大学(SHANDONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY) [CN/CN]; 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。

(72) 发明人: 梁笑(LIANG, Xiao); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。张琦妍(ZHANG, Qiyan); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。卢晓(LU, Xiao); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。王海霞(WANG, Haixia); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。张桂林(ZHANG, Guilin); 中国山东省青岛市黄岛区前

湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。盛春阳(SHENG, Chunyang); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。张治国(ZHANG, Zhiguo); 中国山东省青岛市黄岛区前湾港路 579 号, Shandong 266590 (CN)。

(74) 代理人: 青岛智地领创专利代理有限公司(QINGDAO ZHIDILINGCHUANG PATENT AGENCY CO., LTD); 中国山东省青岛市黄岛区江山南路 480 号青岛研创中心 4 号楼 602 室, Shandong 266555 (CN)。

(81) 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的国家保护): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW。

(84) 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的地区保护): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ,

(54) Title: OPTIMAL DISTRIBUTED CONTROL METHOD FOR NETWORK SYSTEM WITH ASYMMETRIC INFORMATION

(54) 发明名称: 带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法

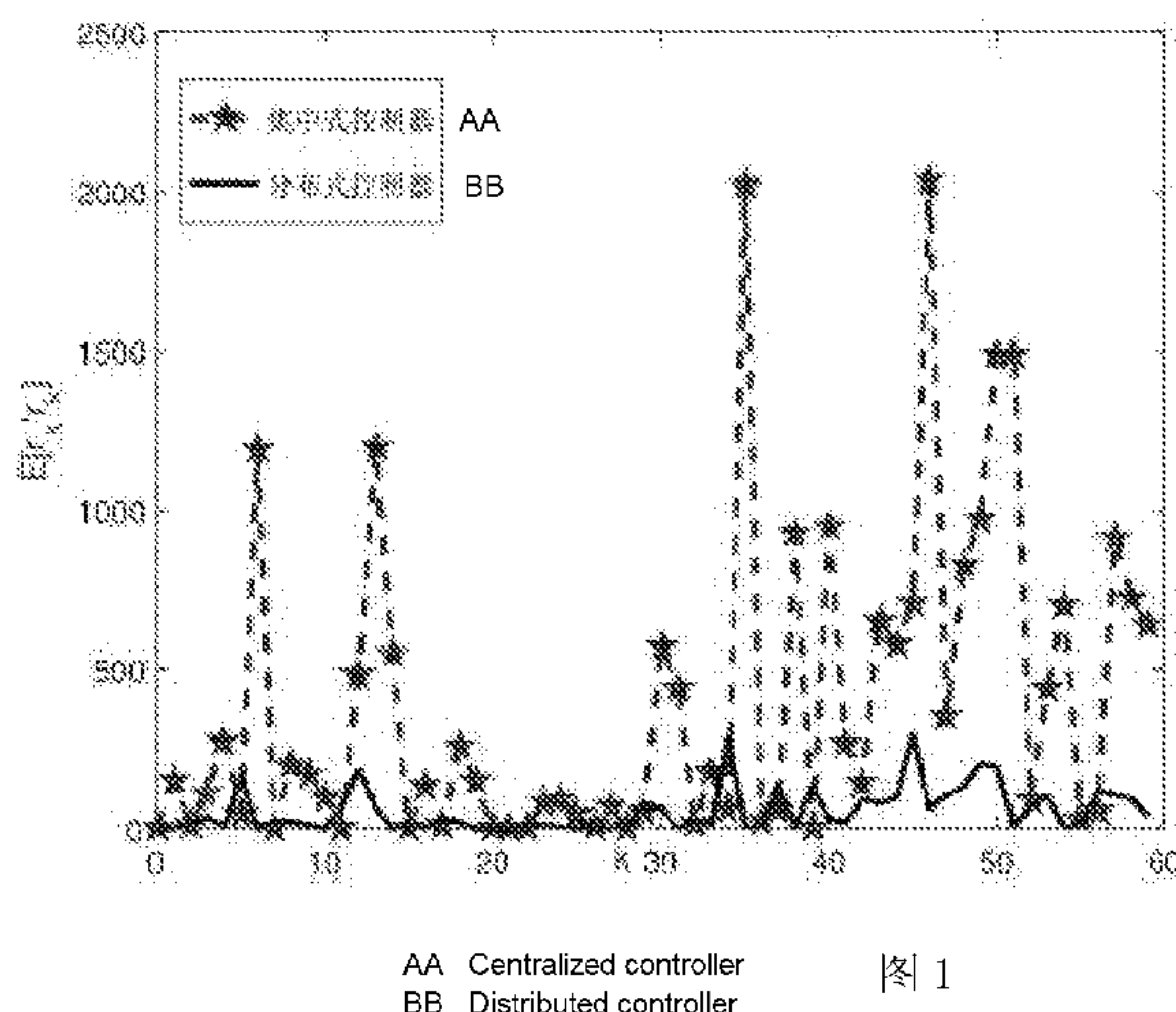


图 1

(57) Abstract: Provided is an optimal distributed control method for network system with asymmetric information, relating to the field of network system control. Firstly, utilizing asymmetric observation information to give an optimal filter related to the two controllers, secondly, utilizing the Pontryagin's maximum principle to obtain the solution based on the forward-backward stochastic difference equation, and giving an optimal controller for minimizing a performance index based on the solution, finally, separating the optimal filter from the optimal controller utilizing the separation principle according to the special form of the optimal controller, and performing offline calculation.

(57) 摘要: 一种带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法, 涉及网络系统的控制领域。首先利用非对称观测信息, 给出关于两个控制器的最优滤波器, 其次利用庞德里亚金极大值原理, 得到了基于正倒向随机差分方程的解, 基于该解, 给出了使得性能指标最小的最优控制器, 最后根据最优控制器的特殊形式, 利用分离原理将最优滤波器和最优控制器进行分离并离线计算。

NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 欧亚 (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 欧洲 (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG)。

本国际公布：
— 包括国际检索报告(条约第21条(3))。

带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法

技术领域

本发明涉及网络系统的控制领域，具体涉及一种带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法。

背景技术

网络控制系统是通过通信网络组成的闭环控制系统，在这样的网络系统中，控制信号和观测信号可以通过系统组件进行交互传输。与传统的点对点反馈控制系统相比，网络控制系统具有很多优势，比如低能耗、低维护成本以及高灵活性等。网络控制系统又可分为集中式网络和分布式网络两种网络形式。顾名思义，集中式网络只有一个反馈闭环控制回路，所有的观测信号都要传递给一个集中控制器，这样就会给集中控制器带来很大的计算负担，此外，当集中控制器发生故障时，整个系统就会崩溃。鉴于集中式网络的这些缺点，研究了另一种网络形式，即分布式网络。

由于分布式网络具有多个闭环控制回路以及多个自主控制器，这就使得每个控制器的计算负担大大减少，并且当其中一个控制器出现故障时，其他闭环回路也不会受影响。鉴于分布式网络的这些优点，近年来，越来越多的研究人员开始研究分布式网络的控制问题。相关研究提出了一种新型的包含共享历史信息网络框架，在这种网络框架下，控制器之间可以共享部分历史信息（历史控制信息和历史观测信息）。基于这种网络框架，很多研究成果应运而生。通过假设系统形式满足某种特殊形式，相关研究成果给出了针对该网络的最优线性控制策略。针对该网络框架，相关研究人员考虑了带有当地控制器和远程控制器的最优控制问题，利用动态规划的方法给出了最优控制策略。

但是以往的研究工作都没有考虑噪声的影响，在现实生活中，噪声是无处不在的，如果忽略噪声的影响，会使得设计的控制器不能很好地控制现实系统，进而影响控制效果。

发明内容

本发明的目的是针对上述不足，提出了一种带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，该方法利用非对称观测信息，给出关于两个控制器的最优滤波器，利用庞德里亚金极大值原理，得到了基于正倒向随机差分方程的解，基于该解，给出了使得性能指标最小的最优控制器，最后根据最优控制器的特殊形式，利用分离原理将最优滤波器和最优控制器进行分离并离线计算。

本发明具体采用如下技术方案：

带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，包括：

定义带有非对称信息的网络系统的数学模型如式 (1) - (3) 所示,

$$r_{k+1} = Cr_k + D^1 g_k^1 + D^2 g_k^2 + \theta_k \quad (1)$$

$$z_k^1 = F^1 r_k + w_k^1 \quad (2)$$

$$z_k^2 = F^2 r_k + w_k^2 \quad (3)$$

其中, $r_k \in \mathbb{R}^m$ 为状态信号, $g_k^1 \in \mathbb{R}^l$ 为控制器 C1 的控制信号, $g_k^2 \in \mathbb{R}^r$ 为控制器 C2 的控制信号, $z_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $z_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为传感器 1 和传感器 2 的观测信号, C, D^1, D^2, F^1, F^2 为具有合适维数的确定矩阵, $\theta_k \in \mathbb{R}^m$, $w_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $w_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为系统噪声和观测噪声, 均值均为零, 协方差为 $Q_\theta, Q_{w^1}, Q_{w^2}$, 初始状态 r_0 的均值为 μ , 方差为 Σ , r_0, θ_k, w_k^1 和 w_k^2 都是高斯的, 且相互独立, 对应的性能指标为式 (4),

$$J_N = E\{\sum_{k=0}^N [r_k' Q r_k + g_k^{1'} T^1 g_k^1 + g_k^{2'} T^2 g_k^2] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\} \quad (4)$$

其中, Q, T^1, T^2 和 P_{N+1} 是半正定矩阵, E 是对随机过程 $\{\theta_k\}, \{w_k^1\}, \{w_k^2\}$ 和随机变量 r_0 取期望值;

控制器 C1 获得传感器 1 和传感器 2 的观测信息, 也就是 $Z_k^1 = \{z_0^1, \dots, z_k^1\}$ 和 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 控制器 C2 获得传感器 2 的观测信息, 即 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 定义 $Z_k = \{z_0, \dots, z_k\}$ 作为控制器 C1 的观测信息, 其中 $z_k = [z_k^{1'} \ z_k^{2'}]'$, 控制器 C1 对应的观测方程为式 (5)

$$z_k = F r_k + w_k \quad (5)$$

其中 $F = [F^{1'} \ F^{2'}]'$ 和 $w_k = [w_k^{1'} \ w_k^{2'}]'$, 控制器 C2 对应的观测方程为式 (3);

确定 $\mathcal{F}\{Z_k\}$ 可测量的控制器 g_k^1 , 和 $\mathcal{F}\{Z_k^2\}$ 可测量的控制器 g_k^2 , 使得式 (4) 所示的性能指标最小。

优选地, 确定式 (4) 所示的性能指标最小的过程中, 利用庞德里亚金极大值原理, 将式 (1) 和 (4) 改写成式 (14) 和 (15)

$$r_{k+1} = C r_k + D g_k + D^1 \tilde{g}_k^1 + \theta_k \quad (14)$$

$$J_N = E\{\sum_{k=0}^N [r_k' Q r_k + g_k' T g_k + \tilde{g}_k^{1'} T^1 \tilde{g}_k^1] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\} \quad (15)$$

其中, $D = [D^1 \ D^2]$, $g_k = \begin{bmatrix} \tilde{g}_k^1 \\ g_k^2 \end{bmatrix}$, $T = \begin{bmatrix} T^1 & 0 \\ 0 & T^2 \end{bmatrix}$;

基于观测信号 $\{z_0, \dots, z_k\}$, 对于 (1) 和 (5), 控制器 C1 的最优滤波器为式 (16)、(17)

$$\hat{r}_{k|k}^1 = \hat{r}_{k|k-1}^1 + G_{k|k-1}(z_k - F\hat{r}_{k|k-1}^1) \quad (16)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^1 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^1 + Dg_{k-1} + D^1\tilde{g}_{k-1}^1 \quad (17)$$

其中, $G_{k|k-1} = \Sigma_{k|k-1}^1 F' (F \Sigma_{k|k-1}^1 F' + Q_w)^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^1$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (18)、(19)

$$\Sigma_{k|k-1}^1 = C \Sigma_{k-1|k-1}^1 C' + Q_\theta, \quad (18)$$

$$\Sigma_{k|k}^1 = (I - G_{k|k-1} F) \Sigma_{k|k-1}^1 (I - G_{k|k-1} F)' + G_{k|k-1} Q_w G_{k|k-1}', \quad (19)$$

初始值为 $r_{0|-1}^1 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^1 = \Sigma$;

基于观测信号 $\{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 对于(1)和(3), 控制器 C2 的最优滤波器为式 (20、(21),

$$\hat{r}_{k|k}^2 = \hat{r}_{k|k-1}^2 + G_{k|k-1}^2(z_k^2 - F^2\hat{r}_{k|k-1}^2) \quad (20)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^2 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^2 + Dg_{k-1} \quad (21)$$

其中 $G_{k|k-1}^2 = \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} (F^2 \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} + Q_{w^2})^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^2$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (22)、(23)

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1|k}^2 = & C \Sigma_{k|k}^2 C' + E[C(r_k - \hat{r}_{k|k}^2) \tilde{g}_k^{1'} D^{1'}] + E[D^1 \tilde{g}_k^1 (r_k - \hat{r}_{k|k}^2)' C'] \\ & + E[D^1 \tilde{g}_k^1 \tilde{g}_k^{1'} D^{1'}] + Q_\theta, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Sigma_{k|k}^2 = (I - G_{k|k-1}^2 F^2) \Sigma_{k|k-1}^2 (I - G_{k|k-1}^2 F^2)' + G_{k|k-1}^2 Q_{w^2} G_{k|k-1}^{2'}, \quad (23)$$

初始值为 $r_{0|-1}^2 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^2 = \Sigma$,

基于式 (22), 可知估计误差协方差 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 与控制器 $\tilde{g}_k^1$ 是耦合的, 通过计算, 将 $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

优选的, 将 $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦过程如下:

在给出最优控制器之前, 首先将伴随方程(6)-(9)改写成 (24) - (27) 所示的方程

$$\beta_{k-1} = E[C' \beta_k + Q r_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (24)$$

$$0 = E[D' \beta_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T g_k \quad (25)$$

$$0 = E[D^{1'} \beta_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] - E[D^{1'} \beta_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^1 \tilde{g}_k^1 \quad (26)$$

$$\beta_N = E[P_{N+1} r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (27)$$

给出下面的耦合黎卡提方程：

$$G_k = C' G_{k+1} C - K_k Y_k^{-1} K_k + Q, \quad (28)$$

$$\Delta_k = C' \Phi_{k+1} C - L_k^0 \Lambda_k^{-1} L_k + Q, \quad (29)$$

其中，

$$K_k = D' G_{k+1} C, \quad (30)$$

$$Y_k = D' G_{k+1} D + T, \quad (31)$$

$$\Phi_k = (G_k - \Delta_k) G_{k|k-1}^2 F^2 + \Delta_k, \quad (32)$$

$$L_k^0 = D^{1'} \Phi_{k+1} C, \quad (33)$$

$$L_k = D^{1'} \Phi_{k+1} C, \quad (34)$$

$$\Lambda_k = D^{1'} \Phi_{k+1} D^1 + T^1, \quad (35)$$

终端值为 $G_{N+1} = \Delta_{N+1} = P_{N+1}$ ；

然后给出最优分布式控制器的形式以及求解方法：

当 $k = N, \dots, 0$ 时，假设 Y_k 和 Λ_k 是可逆的，那么使得性能指标 (4) 最小的最优分布式控制器为 (36)、(37)：

$$g_k = -Y_k^{-1} K_k \hat{r}_{k|k}^2, \quad (36)$$

$$\tilde{g}_k^1 = -\Lambda_k^{-1} L_k (\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2), \quad (37)$$

相应的最优控制器 $g_k^1 = [I \ 0] g_k + \tilde{g}_k^1$ ，最优控制器 $g_k^2 = [0 \ I] g_k$ ，并且正倒向方程(14)和(24)的解满足式 (38)

$$\beta_{k-1} = G_k \hat{r}_{k|k}^2 + \Delta_k (\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2). \quad (38);$$

估计误差协方差(22)计算为：

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1|k}^2 &= (C - D^1 \Gamma_k) \{ [(I - G_{k|k-1}^2 F^2) \Sigma_{k|k-1}^2 (I - G_{k|k-1}^2 F^2)' + G_{k|k-1}^2 Q_w + G_{k|k-1}^{2'}] \\ &\quad - \Sigma_{k|k}^1 \} (C - D^1 \Gamma_k)' + C \Sigma_{k|k}^1 C' + Q_\theta, \end{aligned} \quad (46)$$

其中 $\Gamma_k = \Lambda_k^{-1} L_k$ 和 $\Sigma_{k|k}^1$ 迭代计算；

式(22)表示为式 (49)

$$\Sigma_{k+1|k}^2 = (C - D^1 \Gamma_k) (\Sigma_{k|k}^2 - \Sigma_{k|k}^1) (C - D^1 \Gamma_k)' + C \Sigma_{k|k}^1 C' + Q_\theta \quad (49)$$

由此可见， $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

优选地，利用庞德里亚金极大值原理的具体计算过程为，给出如下所示的伴随方程：

$$\lambda_{k-1} = E[C'\lambda_k + Qr_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (6)$$

$$0 = E[D^{1'}\lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] + T^1 g_k^1 \quad (7)$$

$$0 = E[D^{2'}\lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^2 g_k^2 \quad (8)$$

$$\lambda_N = E[P_{N+1}r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (9)$$

其中 λ_k 是伴随变量， P_{N+1} 为终端矩阵；

鉴于控制器 g_k^1 的适应性，给出如下定义：

$$\hat{g}_k^1 = E[g_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] \quad (10)$$

$$\tilde{g}_k^1 = g_k^1 - \hat{g}_k^1 \quad (11)$$

相应的 $\hat{g}_k^1$ 和 $\tilde{g}_k^1$ 有如下性质：

$$E[\tilde{g}_k^1] = 0, E[\tilde{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] = 0 \quad (12)$$

$$E[\hat{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \hat{g}_k^1, E[\tilde{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \tilde{g}_k^1 \quad (13)。$$

本发明具有如下有益效果：

受该控制方法控制的系统状态波动很小，比受集中式控制器作用的系统状态拥有更好的性能。

附图说明

图 1 为集中式控制器与分布式控制器对系统影响对比图；

图 2 为估计误差协方差对比图 $\Sigma_{k|k}^2$ and $\Sigma_{k|k}^1$ 。

具体实施方式

带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，包括：

定义带有非对称信息的网络系统的数学模型如式（1）-（3）所示，

$$r_{k+1} = Cr_k + D^1 g_k^1 + D^2 g_k^2 + \theta_k \quad (1)$$

$$z_k^1 = F^1 r_k + w_k^1 \quad (2)$$

$$z_k^2 = F^2 r_k + w_k^2 \quad (3)$$

其中， $r_k \in \mathbb{R}^m$ 为状态信号， $g_k^1 \in \mathbb{R}^l$ 为控制器 C1 的控制信号， $g_k^2 \in \mathbb{R}^r$ 为控制器 C2 的控制信号， $z_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $z_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为传感器 1 和传感器 2 的观测信号， C ， D^1 ， D^2 ， F^1 ， F^2 为具有合适维

数的确定矩阵, $\theta_k \in \mathbb{R}^m$, $w_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $w_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为系统噪声和观测噪声, 均值均为零, 协方差为 Q_θ , Q_{w^1} , Q_{w^2} , 初始状态 r_0 的均值为 μ , 方差为 Σ , r_0 , θ_k , w_k^1 和 w_k^2 都是高斯的, 且相互独立, 对应的性能指标为式 (4),

$$J_N = E\{\sum_{k=0}^N [r_k, Qr_k + g_k^1 T^1 g_k^1 + g_k^2 T^2 g_k^2] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\} \quad (4)$$

其中, Q , T^1 , T^2 和 P_{N+1} 是半正定矩阵, E 是对随机过程 $\{\theta_k\}$, $\{w_k^1\}$, $\{w_k^2\}$ 和随机变量 r_0 取期望值;

控制器 C1 获得传感器 1 和传感器 2 的观测信息, 也就是 $Z_k^1 = \{z_0^1, \dots, z_k^1\}$ 和 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 控制器 C2 获得传感器 2 的观测信息, 即 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 定义 $Z_k = \{z_0, \dots, z_k\}$ 作为控制器 C1 的观测信息, 其中 $z_k = [z_k^1' \ z_k^2']'$, 控制器 C1 对应的观测方程为式 (5)

$$z_k = F r_k + w_k \quad (5)$$

其中 $F = [F^1' \ F^2']'$ 和 $w_k = [w_k^1' \ w_k^2']'$, 控制器 C2 对应的观测方程为式 (3);

确定 $\mathcal{F}\{Z_k^1\}$ 可测量的控制器 g_k^1 , 和 $\mathcal{F}\{Z_k^2\}$ 可测量的控制器 g_k^2 , 使得式 (4) 所示的性能指标最小。

利用庞德里亚金极大值原理的具体计算过程为, 给出如下所示的伴随方程:

$$\lambda_{k-1} = E[C' \lambda_k + Q r_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (6)$$

$$0 = E[D^1' \lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] + T^1 g_k^1 \quad (7)$$

$$0 = E[D^2' \lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^2 g_k^2 \quad (8)$$

$$\lambda_N = E[P_{N+1} r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (9)$$

其中 λ_k 是伴随变量, P_{N+1} 终端矩阵;

鉴于控制器 g_k^1 的适应性, 给出如下定义:

$$\hat{g}_k^1 = E[g_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] \quad (10)$$

$$\tilde{g}_k^1 = g_k^1 - \hat{g}_k^1 \quad (11)$$

相应的 $\hat{g}_k^1$ 和 $\tilde{g}_k^1$ 有如下性质:

$$E[\tilde{g}_k^1] = 0, E[\tilde{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] = 0 \quad (12)$$

$$E[\hat{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \hat{g}_k^1, E[\hat{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \hat{g}_k^1 \quad (13)。$$

确定式 (4) 所示的性能指标最小的过程中, 利用庞德里亚金极大值原理, 将式 (1) 和 (4) 改写成式 (14) 和 (15)

$$r_{k+1} = Cr_k + Dg_k + D^1\tilde{g}_k^1 + \theta_k \quad (14)$$

$$J_N = E\left\{\sum_{k=0}^N [r_k' Q r_k + g_k' T g_k + \tilde{g}_k^{1'} T^1 \tilde{g}_k^1] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\right\} \quad (15)$$

$$\text{其中, } D = [D^1 \ D^2], \ g_k = \begin{bmatrix} \tilde{g}_k^1 \\ g_k^2 \end{bmatrix}, \ T = \begin{bmatrix} T^1 & 0 \\ 0 & T^2 \end{bmatrix};$$

基于观测信号 $\{z_0, \dots, z_k\}$, 对于 (1) 和 (5), 控制器 C1 的最优滤波器为式 (16)、(17)

$$\hat{r}_{k|k}^1 = \hat{r}_{k|k-1}^1 + G_{k|k-1}(z_k - F\hat{r}_{k|k-1}^1) \quad (16)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^1 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^1 + Dg_{k-1} + D^1\tilde{g}_{k-1}^1 \quad (17)$$

其中, $G_{k|k-1} = \Sigma_{k|k-1}^1 F' (F \Sigma_{k|k-1}^1 F' + Q_w)^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^1$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (18)、(19)

$$\Sigma_{k|k-1}^1 = C\Sigma_{k-1|k-1}^1 C' + Q_\theta, \quad (18)$$

$$\Sigma_{k|k}^1 = (I - G_{k|k-1}F)\Sigma_{k|k-1}^1(I - G_{k|k-1}F)' + G_{k|k-1}Q_w G_{k|k-1}', \quad (19)$$

初始值为 $r_{0|-1}^1 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^1 = \Sigma$;

基于观测信号 $\{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 对于 (1) 和 (3), 控制器 C2 的最优滤波器为式 (20)、(21),

$$\hat{r}_{k|k}^2 = \hat{r}_{k|k-1}^2 + G_{k|k-1}^2(z_k^2 - F^2\hat{r}_{k|k-1}^2) \quad (20)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^2 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^2 + Dg_{k-1} \quad (21)$$

其中 $G_{k|k-1}^2 = \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} (F^2 \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} + Q_{w^2})^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^2$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (22)、(23)

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1|k}^2 &= C\Sigma_{k|k}^2 C' + E[C(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)\tilde{g}_k^{1'} D^{1'}] + E[D^1 \tilde{g}_k^1 (r_k - \hat{r}_{k|k}^2)' C'] \\ &\quad + E[D^1 \tilde{g}_k^1 \tilde{g}_k^{1'} D^{1'}] + Q_\theta, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Sigma_{k|k}^2 = (I - G_{k|k-1}^2 F^2) \Sigma_{k|k-1}^2 (I - G_{k|k-1}^2 F^2)' + G_{k|k-1}^2 Q_{w^2} G_{k|k-1}^{2'}. \quad (23)$$

初始值为 $r_{0|-1}^2 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^2 = \Sigma$,

基于式 (22), 可知估计误差协方差 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 与控制器 $\tilde{g}_k^1$ 是耦合的, 通过计算, 将 $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

优选的, 将 $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦过程如下:

在给出最优控制器之前，首先对伴随方程(6)-(9)改写成 (24) - (27) 所示的方程

$$\beta_{k-1} = E[C'\beta_k + Qr_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (24)$$

$$0 = E[D'\beta_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + Tg_k \quad (25)$$

$$0 = E[D^{1'}\beta_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] - E[D^{1'}\beta_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^1\tilde{g}_k^1 \quad (26)$$

$$\beta_N = E[P_{N+1}r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (27)$$

给出下面的耦合黎卡提方程：

$$G_k = C'G_{k+1}C - K_kY_k^{-1}K_k + Q, \quad (28)$$

$$\Delta_k = C'\Phi_{k+1}C - L_k^\Omega\Lambda_k^{-1}L_k + Q, \quad (29)$$

其中，

$$K_k = D'G_{k+1}C, \quad (30)$$

$$Y_k = D'G_{k+1}D + T, \quad (31)$$

$$\Phi_k = (G_k - \Delta_k)G_{k|k-1}^2F^2 + \Delta_k, \quad (32)$$

$$L_k^\Omega = D^{1'}\Phi_{k+1}'C, \quad (33)$$

$$L_k = D^{1'}\Phi_{k+1}C, \quad (34)$$

$$\Lambda_k = D^{1'}\Phi_{k+1}D^1 + T^1, \quad (35)$$

终端值为 $G_{N+1} = \Delta_{N+1} = P_{N+1}$ ；

然后给出最优分布式控制器的形式以及求解方法：

假设 Y_k 和 Λ_k 是可逆的，用数学归纳法证明最优控制器满足(36)和(37)，伴随变量 β_{k-1} 满

足(38)。从(27)和 $G_{N+1} = \Delta_{N+1} = P_{N+1}$ ，可以得到当 $k = N + 1$ 时，(38)成立；

当 $k = N$ 时，利用(14)，(27)和(12)，(25)变为

$$\begin{aligned} 0 &= E[D'P_{N+1}r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_N^2\}] + Tg_N \\ &= D'P_{N+1}(C\hat{r}_{N|N}^2 + Dg_N) + Tg_N. \end{aligned}$$

基于(30)和(31)，最优控制器 g_N 计算为式 (39)

$$g_N = -Y_N^{-1}K_N\hat{r}_{N|N}^2, \quad (39)$$

因此当 $k = N$ 时，(36)成立，利用(14)，(27)和(13)，(26)变为

$$\begin{aligned}
0 &= E[D^{1'}P_{N+1}r_{N+1}|\mathcal{F}\{Z_N\}] - E[D^{1'}P_{N+1}r_{N+1}|\mathcal{F}\{Z_N^2\}] + T^1\bar{g}_N^1 \\
&= D^{1'}P_{N+1}C(\hat{r}_{N|N}^1 - \hat{r}_{N|N}^2) + (D^{1'}P_{N+1}D^1 + T^1)\bar{g}_N^1.
\end{aligned}$$

利用(34)和(35)，最优控制器 $\bar{g}_N^1$ 计算为

$$\bar{g}_N^1 = -\Lambda_N^{-1}L_N(\hat{r}_{N|N}^1 - \hat{r}_{N|N}^2), \quad (40)$$

因此当 $k = N$ 时，(37)成立；

利用(14)，(39)，(40)和(13)，(24)可以写成

$$\begin{aligned}
\beta_N &= E[C'P_{N+1}r_{N+1} + Qr_N|\mathcal{F}\{Z_N\}] \\
&= (C'P_{N+1}C - K_NY_N^{-1}K_N + Q)\hat{r}_{N|N}^2 + (C'P_{N+1}C - L_N\Lambda_N^{-1}L_N + Q)(\hat{r}_{N|N}^1 - \hat{r}_{N|N}^2)
\end{aligned}$$

利用(28)和(29)，可以得到当 $k = N$ 时，(38)成立；

利用数学归纳法，选取任意的 l 满足 $0 \leq l \leq N$ ，假设 β_{k-1} ， g_k 和 $\bar{g}_k^1$ 满足(38)，(36)和(37)对于所有的 $k \geq l+1$ ，现在将要证明(38)，(36)和(37)在 $k = l$ 时是成立的，首先，给出如下准备工作：

利用(20)，(12)和(14)可以得到

$$\hat{r}_{k+1|k+1}^2 = C\hat{r}_{k|k}^2 + Dg_k + G_{k+1|k}^2[F^2(Cr_k + D^1\bar{g}_k^1 + \theta_k - C\hat{r}_{k|k}^2) + w_{k+1}^2]. \quad (41)$$

使用(16)，(20)，(12)，(13)，(14)和(41)可以得到

$$\begin{aligned}
\hat{r}_{k+1|k+1}^1 - \hat{r}_{k+1|k+1}^2 &= C(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2) + D^1\bar{g}_k^1 + G_{k+1|k}[F(Cr_k + \theta_k - C\hat{r}_{k|k}^1) \\
&\quad + w_{k+1}] - G_{k+1|k}^2[F^2(Cr_k + D^1\bar{g}_k^1 + \theta_k - C\hat{r}_{k|k}^2) + w_{k+1}^2].
\end{aligned} \quad (42)$$

由于(38)在 $k \geq l+1$ 时始终成立，当 $k = l+1$ 时可以得到

$$\beta_l = G_{l+1}\hat{r}_{l+1|l+1}^2 + \Delta_{l+1}(\hat{r}_{l+1|l+1}^1 - \hat{r}_{l+1|l+1}^2). \quad (43)$$

利用(41)，(42)，(43)和(12)，(25)可以写成

$$\begin{aligned}
0 &= E\{D'\beta_l|\mathcal{F}\{Z_l^2\}\} + Tg_l \\
&= D'G_{l+1}C\hat{r}_{l|l}^2 + (D'G_{l+1}D + T)g_l.
\end{aligned}$$

使用(30)和(31)，最优控制器 g_l 计算为式(44)

$$g_l = -Y_l^{-1}K_l\hat{r}_{l|l}^2. \quad (44)$$

因此(36)在 $k = l$ 时成立，利用(41)，(42)，(43)，(12)和(13)，(26)计算为

$$0 = E[D^{1'}\beta_l|\mathcal{F}\{Z_l\}] - E[D^{1'}\beta_l|\mathcal{F}\{Z_l^2\}] + T^1\bar{g}_l^1$$

$$\begin{aligned}
&= \{D^{1'}[(G_{l+1} - \Delta_{l+1})G_{l+1|l}^2 F^2 + \Delta_{l+1}]D^1 + T^1\}\bar{g}_l^1 \\
&\quad + D^{1'}[(G_{l+1} - \Delta_{l+1})G_{l+1|l}^2 F^2 + \Delta_{l+1}]C(\hat{r}_{l|l}^1 - \hat{r}_{l|l}^2).
\end{aligned}$$

利用(32)-(35)，最优控制器 $\bar{g}_l^1$ 可以计算为式(45)

$$\bar{g}_l^1 = -\Lambda_l^{-1}L_l(\hat{r}_{l|l}^1 - \hat{r}_{l|l}^2), \quad (45)$$

因此(37)在 $k = l$ 时成立；

利用(41)，(42)，(43)，(13)，(44)和(45)，(24)变为

$$\begin{aligned}
\beta_{l-1} &= (C'G_{l+1}C - C'G_{l+1}DY_l^{-1}K_l + Q)\hat{r}_{l|l}^2 + \{C'[(G_{l+1} - \Delta_{l+1})G_{l+1|l}^2 F^2 \\
&\quad + \Delta_{l+1}]C - C'[(G_{l+1} - \Delta_{l+1})G_{l+1|l}^2 F^2 + \Delta_{l+1}]D^1\Lambda_l^{-1}L_l + Q\}(\hat{r}_{l|l}^1 - \hat{r}_{l|l}^2).
\end{aligned}$$

利用(28)，(29)，(30)和(32)，可以得到(38)在 $k = l$ 时成立，证明完毕；

很明显可以看到 $\Sigma_{k+1|k}^2$ (22)耦合着 $\bar{g}_k^1$ 。注意到(37)的特殊形式以及(37)和(22)的关系，在以下计算中成功的将 $\bar{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

估计误差协方差(22)计算为：

$$\begin{aligned}
\Sigma_{k+1|k}^2 &= (C - D^1\Gamma_k)\{[(I - G_{k|k-1}^2 F^2)\Sigma_{k|k-1}^2(I - G_{k|k-1}^2 F^2)' + G_{k|k-1}^2 Q_w G_{k|k-1}^{2'}] \\
&\quad - \Sigma_{k|k}^1\}(C - D^1\Gamma_k)' + C\Sigma_{k|k}^1 C' + Q_\theta,
\end{aligned} \quad (46)$$

其中 $\Gamma_k = \Lambda_k^{-1}L_k$ 和 $\Sigma_{k|k}^1$ 迭代计算；

从(22)中可以看到耦合项为 $E[C(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)\bar{g}_k^{1'}D^{1'}]$ ， $E[D^1\bar{g}_k^1(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)'C']$ 和 $E[D^1\bar{g}_k^1\bar{g}_k^{1'}D^{1'}]$ 。首先，可以计算得到

$$\begin{aligned}
&E[(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2)(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)'] = \Sigma_{k|k}^2 - E[(r_k - \hat{r}_{k|k}^1)r_k'] \\
&= \Sigma_{k|k}^2 - E\{(r_k - \hat{r}_{k|k}^1)[(r_k - \hat{r}_{k|k}^1) + \hat{r}_{k|k}^1]\}' \\
&= \Sigma_{k|k}^2 - \Sigma_{k|k}^1.
\end{aligned} \quad (47)$$

同样可以计算得到

$$\begin{aligned}
&E[(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2)(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2)'] \\
&= \Sigma_{k|k}^2 - E[(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)(r_k - \hat{r}_{k|k}^1)'] - E[(r_k - \hat{r}_{k|k}^1)(r_k - \hat{r}_{k|k}^2)'] + \Sigma_{k|k}^1 \\
&= \Sigma_{k|k}^2 - \Sigma_{k|k}^1.
\end{aligned} \quad (48)$$

式(22)表示为式(49)

$$\Sigma_{k+1|k}^2 = (C - D^1\Gamma_k)(\Sigma_{k|k}^2 - \Sigma_{k|k}^1)(C - D^1\Gamma_k)' + C\Sigma_{k|k}^1 C' + Q_\theta \quad (49)$$

由此可见, $\hat{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

设定系统(3), (5), (14)和性能指标(15)的参数如下所示

$$C = 2.7, D^2 = 1.2, D = [1.2 \quad 1.1],$$

$$F^2 = 1.1, F = [1.2 \quad 1.1], Q = T^1 = 1, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q_{w^2} = Q_g = 1, Q_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mu = 0, \sigma = 1.$$

相应的初始值和终端值为

$$\Sigma_{0|-1}^1 = \Sigma_{0|-1}^2 = 0.1, G_N = \Delta_N = 0$$

在图 1 中画出了分别受集中式控制器和分布式控制器作用的系统状态, 从中可以看到受分布式控制器控制的系统状态波动很小, 比受集中式控制器作用的系统状态拥有更好的性能。

从图 2 中可以看到, 两个估计误差协方差都是渐进稳定的, 估计器 1 的协方差比估计器 2 的协方差要小, 说明估计器 1 的估计效果更好。

当然, 上述说明并非是对本发明的限制, 本发明也并不仅限于上述举例, 本技术领域的技术人员在本发明的实质范围内所做出的变化、改型、添加或替换, 也应属于本发明的保护范围。

权 利 要 求 书

1、带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，其特征在于，包括：
定义带有非对称信息的网络系统的数学模型如式（1）-（3）所示，

$$r_{k+1} = Cr_k + D^1 g_k^1 + D^2 g_k^2 + \theta_k \quad (1)$$

$$z_k^1 = F^1 r_k + w_k^1 \quad (2)$$

$$z_k^2 = F^2 r_k + w_k^2 \quad (3)$$

其中， $r_k \in \mathbb{R}^m$ 为状态信号， $g_k^1 \in \mathbb{R}^l$ 为控制器 C1 的控制信号， $g_k^2 \in \mathbb{R}^r$ 为控制器 C2 的控制信号， $z_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $z_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为传感器 1 和传感器 2 的观测信号， C ， D^1 ， D^2 ， F^1 ， F^2 为具有合适维数的确定矩阵， $\theta_k \in \mathbb{R}^m$ ， $w_k^1 \in \mathbb{R}^p$ 和 $w_k^2 \in \mathbb{R}^q$ 为系统噪声和观测噪声，均值均为零，协方差为 Q_θ ， Q_{w^1} ， Q_{w^2} ，初始状态 r_0 的均值为 μ ，方差为 Σ ， r_0 ， θ_k ， w_k^1 和 w_k^2 都是高斯的，且相互独立，对应的性能指标为式（4），

$$J_N = E\{\sum_{k=0}^N [r_k' Q r_k + g_k^{1'} T^1 g_k^1 + g_k^{2'} T^2 g_k^2] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\} \quad (4)$$

其中， Q ， T^1 ， T^2 和 P_{N+1} 是半正定矩阵， E 是对随机过程 $\{\theta_k\}$ ， $\{w_k^1\}$ ， $\{w_k^2\}$ 和随机变量 r_0 取期望值；

控制器 C1 获得传感器 1 和传感器 2 的观测信息，也就是 $Z_k^1 = \{z_0^1, \dots, z_k^1\}$ 和 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$ ，控制器 C2 获得传感器 2 的观测信息，即 $Z_k^2 = \{z_0^2, \dots, z_k^2\}$ ，定义 $Z_k = \{z_0, \dots, z_k\}$ 作为控制器 C1 的观测信息，其中 $z_k = [z_k^1' \ z_k^2']'$ ，控制器 C1 对应的观测方程为式（5）

$$z_k = F r_k + w_k \quad (5)$$

其中 $F = [F^1' \ F^2']'$ 和 $w_k = [w_k^1' \ w_k^2']'$ ，控制器 C2 对应的观测方程为式（3）；

确定 $\mathcal{F}\{Z_k\}$ 可测量的控制器 g_k^1 ，和 $\mathcal{F}\{Z_k^2\}$ 可测量的控制器 g_k^2 ，使得式（4）所示的性能指标最小。

2、如权利要求 1 所示的带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，其特征在于，使得式（4）所示的性能指标最小的过程中，利用庞德里亚金极大值原理，将式（1）和（4）改写成式（14）和（15）：

$$r_{k+1} = Cr_k + Dg_k + D^1 \tilde{g}_k^1 + \theta_k \quad (14)$$

$$J_N = E\{\sum_{k=0}^N [r_k' Q r_k + g_k' T g_k + \tilde{g}_k^{1'} T^1 \tilde{g}_k^1] + r_{N+1}' P_{N+1} r_{N+1}\} \quad (15)$$

其中, $D = [D^1 \ D^2]$, $g_k = \begin{bmatrix} \hat{g}_k^1 \\ \hat{g}_k^2 \end{bmatrix}$, $T = \begin{bmatrix} T^1 & 0 \\ 0 & T^2 \end{bmatrix}$;

基于观测信号 $\{z_0, \dots, z_k\}$, 对于 (1) 和 (5), 控制器 C1 的最优滤波器为式 (16)、(17)

$$\hat{r}_{k|k}^1 = \hat{r}_{k|k-1}^1 + G_{k|k-1}(z_k - F\hat{r}_{k|k-1}^1) \quad (16)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^1 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^1 + Dg_{k-1} + D^1\hat{g}_{k-1}^1 \quad (17)$$

其中, $G_{k|k-1} = \Sigma_{k|k-1}^1 F' (F \Sigma_{k|k-1}^1 F' + Q_w)^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^1$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (18)、(19)

$$\Sigma_{k|k-1}^1 = C \Sigma_{k-1|k-1}^1 C' + Q_\theta, \quad (18)$$

$$\Sigma_{k|k}^1 = (I - G_{k|k-1} F) \Sigma_{k|k-1}^1 (I - G_{k|k-1} F)' + G_{k|k-1} Q_w G_{k|k-1}', \quad (19)$$

初始值为 $r_{0|-1}^1 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^1 = \Sigma$;

基于观测信号 $\{z_0^2, \dots, z_k^2\}$, 对于 (1) 和 (3), 控制器 C2 的最优滤波器为式 (20)、(21),

$$\hat{r}_{k|k}^2 = \hat{r}_{k|k-1}^2 + G_{k|k-1}^2 (z_k^2 - F^2 \hat{r}_{k|k-1}^2) \quad (20)$$

$$\hat{r}_{k|k-1}^2 = C\hat{r}_{k-1|k-1}^2 + Dg_{k-1} \quad (21)$$

其中 $G_{k|k-1}^2 = \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} (F^2 \Sigma_{k|k-1}^2 F^{2'} + Q_{w^2})^{-1}$, $\Sigma_{k|k-1}^2$ 是估计误差协方差, 并且满足式 (22)、(23):

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1|k}^2 = & C \Sigma_{k|k}^2 C' + E[C(r_k - \hat{r}_{k|k}^2) \hat{g}_k^{1'} D^{1'}] + E[D^1 \hat{g}_k^1 (r_k - \hat{r}_{k|k}^2)' C'] \\ & + E[D^1 \hat{g}_k^1 \hat{g}_k^{1'} D^{1'}] + Q_\theta, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Sigma_{k|k}^2 = (I - G_{k|k-1}^2 F^2) \Sigma_{k|k-1}^2 (I - G_{k|k-1}^2 F^2)' + G_{k|k-1}^2 Q_{w^2} G_{k|k-1}^{2'}, \quad (23)$$

初始值为 $r_{0|-1}^2 = \mu$ 和 $\Sigma_{0|-1}^2 = \Sigma$,

基于式 (22), 可知估计误差协方差 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 与控制器 $\hat{g}_k^1$ 是耦合的, 通过计算, 将 $\hat{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

3、如权利要求 1 所示的带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法, 其特征在于, 将 $\hat{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦, 过程如下:

在给出最优控制器之前, 首先将伴随方程 (6)-(9) 改写成 (24) - (27) 所示的方程

$$\beta_{k-1} = E[C' \beta_k + Q r_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (24)$$

$$0 = E[D' \beta_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T g_k \quad (25)$$

$$0 = E[D^{1'}\beta_k|\mathcal{F}\{Z_k\}] - E[D^{1'}\beta_k|\mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^1\tilde{g}_k^1 \quad (26)$$

$$\beta_N = E[P_{N+1}r_{N+1}|\mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (27)$$

给出下面的耦合黎卡提方程：

$$G_k = C'G_{k+1}C - K_kY_k^{-1}K_k + Q, \quad (28)$$

$$\Delta_k = C'\Phi_{k+1}C - L_k^0\Lambda_k^{-1}L_k + Q, \quad (29)$$

其中，

$$K_k = D'G_{k+1}C, \quad (30)$$

$$Y_k = D'G_{k+1}D + T, \quad (31)$$

$$\Phi_k = (G_k - \Delta_k)G_{k|k-1}^2F^2 + \Delta_k, \quad (32)$$

$$L_k^0 = D^{1'}\Phi_{k+1}'C, \quad (33)$$

$$L_k = D^{1'}\Phi_{k+1}C, \quad (34)$$

$$\Lambda_k = D^{1'}\Phi_{k+1}D^1 + T^1, \quad (35)$$

终端值为 $G_{N+1} = \Delta_{N+1} = P_{N+1}$ ；

然后给出最优分布式控制器的形式以及求解方法：

当 $k = N, \dots, 0$ 时，假设 Y_k 和 Λ_k 是可逆的，那么使得性能指标（4）最小的最优分布式控制器为（36）、（37）：

$$g_k = -Y_k^{-1}K_k\hat{r}_{k|k}^2, \quad (36)$$

$$\tilde{g}_k^1 = -\Lambda_k^{-1}L_k(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2), \quad (37)$$

相应的最优控制器 $g_k^1 = [I \ 0]g_k + \tilde{g}_k^1$ ，最优控制器 $g_k^2 = [0 \ I]g_k$ ，并且正倒向方程(14)和(24)的解满足式（38）

$$\beta_{k-1} = G_k\hat{r}_{k|k}^2 + \Delta_k(\hat{r}_{k|k}^1 - \hat{r}_{k|k}^2). \quad (38);$$

估计误差协方差(22)计算为：

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1|k}^2 &= (C - D^1\Gamma_k)\{[(I - G_{k|k-1}^2F^2)\Sigma_{k|k-1}^2(I - G_{k|k-1}^2F^2)'] + G_{k|k-1}^2Q_wG_{k|k-1}^{2'}\} \\ &\quad - \Sigma_{k|k}^1\}(C - D^1\Gamma_k)' + C\Sigma_{k|k}^1C' + Q_\theta, \end{aligned} \quad (46)$$

由此可见， $\tilde{g}_k^1$ 从 $\Sigma_{k+1|k}^2$ 中解耦出来。

4、如权利要求 2 所示的带有非对称信息的网络系统的最优分布式控制方法，其特征在于，利用庞德里亚金极大值原理，给出如下所示的伴随方程：

$$\lambda_{k-1} = E[C'\lambda_k + Qr_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] \quad (6)$$

$$0 = E[D^{1'}\lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k\}] + T^1 g_k^1 \quad (7)$$

$$0 = E[D^{2'}\lambda_k | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] + T^2 g_k^2 \quad (8)$$

$$\lambda_N = E[P_{N+1}r_{N+1} | \mathcal{F}\{Z_{N+1}\}] \quad (9)$$

其中 λ_k 是伴随变量， P_{N+1} 为终端矩阵；

鉴于控制器 g_k^1 的适应性，给出如下定义：

$$\hat{g}_k^1 = E[g_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] \quad (10)$$

$$\tilde{g}_k^1 = g_k^1 - \hat{g}_k^1 \quad (11)$$

相应的 $\tilde{g}_k^1$ 和 $\hat{g}_k^1$ 有如下性质：

$$E[\tilde{g}_k^1] = 0, E[\tilde{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k^2\}] = 0 \quad (12)$$

$$E[\hat{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \hat{g}_k^1, E[\tilde{g}_k^1 | \mathcal{F}\{Z_k\}] = \tilde{g}_k^1 \quad (13)。$$

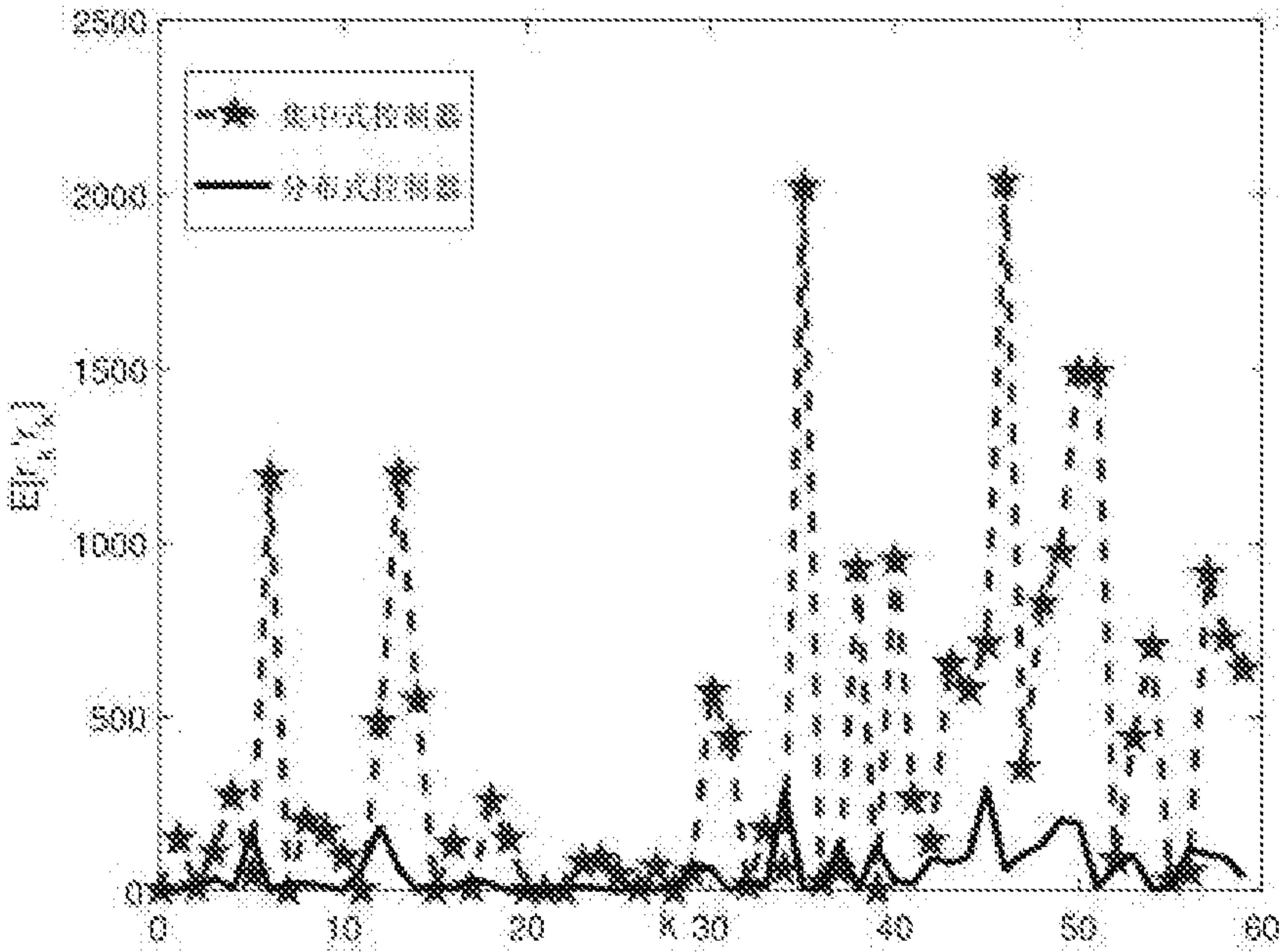


图 1

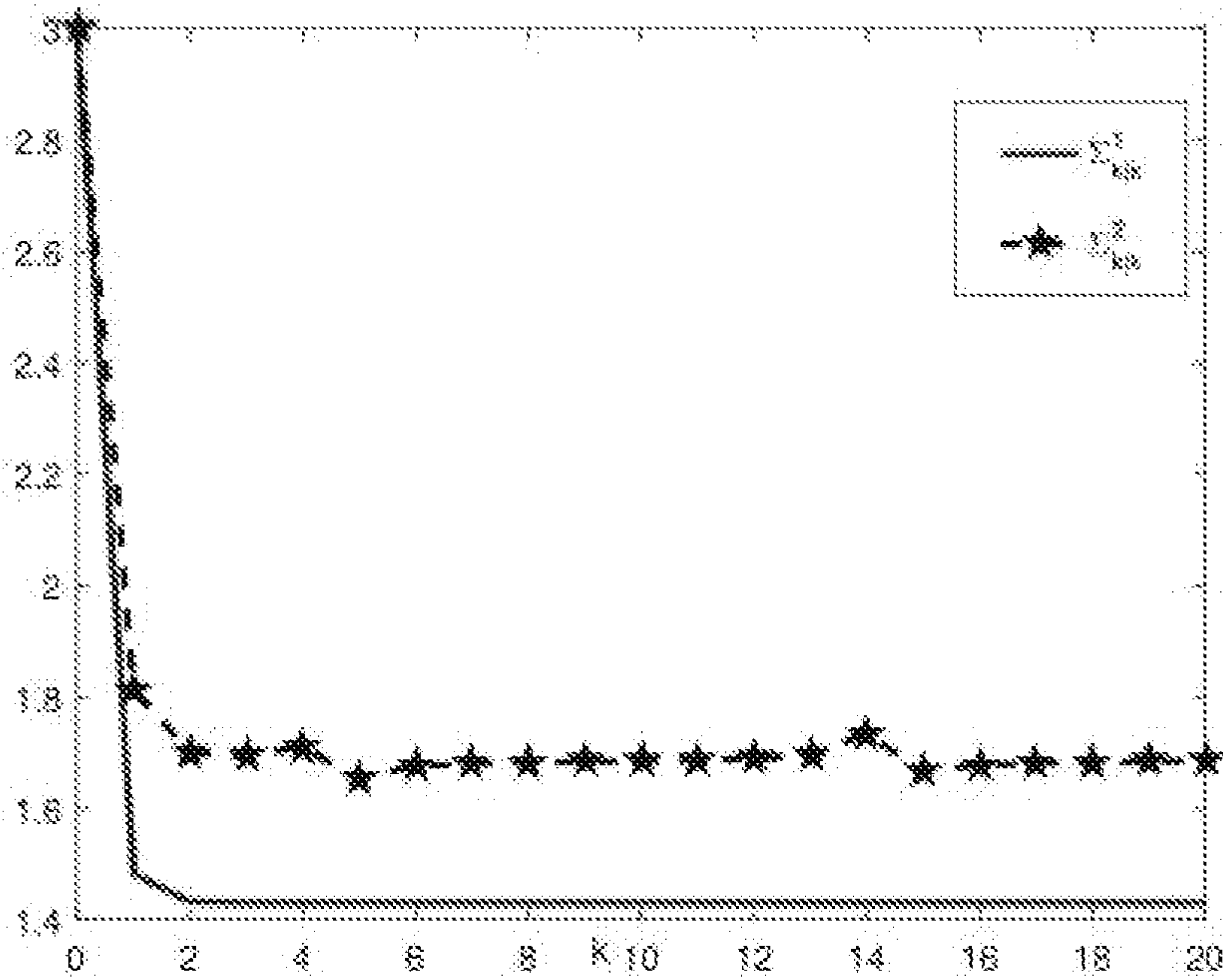


图 2

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/CN2020/098449

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

G05B 19/418(2006.01)i

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

G05B

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

CNABS; CNTXT; VEN; CNKI; IEEE: 分布, 分散, 控制, 网络, 观测, 状态, 最优, 优化, 非对称, 控制器, 传感器, distribut+, control, network, NCS, optimal, asymmetric

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
PX	CN 111123860 A (SHANDONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY) 08 May 2020 (2020-05-08) description, paragraphs [0082]-[0194], and figures 1-2	1-4
A	梁笑 (LIANG, Xiao). "具有时滞的乘性噪声随机系统最优估计和控制研究 (Study on Optimal Estimation and Control for Stochastic Systems with Time Delay and Multiplicative Noises)" 中国博士论文全文数据库 (Chinese Doctoral Dissertations Full-text Database), No. 9, 15 December 2018 (2018-12-15), ISSN: 1674-022X, full text, section 5.2	1-4
A	CN 106325069 A (BEIJING UNIVERSITY OF TECHNOLOGY) 11 January 2017 (2017-01-11) entire document	1-4
A	CN 108153259 A (BEIJING UNIVERSITY OF TECHNOLOGY) 12 June 2018 (2018-06-12) entire document	1-4

☒ Further documents are listed in the continuation of Box C.

☒ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

- “A” document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- “E” earlier application or patent but published on or after the international filing date
- “L” document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- “O” document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- “P” document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

- “T” later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- “X” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- “Y” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art
- “&” document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

27 September 2020

Date of mailing of the international search report

12 October 2020

Name and mailing address of the ISA/CN

China National Intellectual Property Administration (ISA/
CN)
No. 6, Xitucheng Road, Jimenqiao, Haidian District, Beijing
100088
China

Facsimile No. (86-10)62019451

Authorized officer

Telephone No.

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	丁瑶 等 (DING, Yao et al.). "一种非对称耦合无线传感器网络同步控制模型 (An Asymmetric Coupling Wireless Sensor Network Synchronization Control Model)" 信号处理 (<i>Journal of Signal Processing</i>), Vol. 27, No. 11,, 25 November 2011 (2011-11-25), ISSN: 1003-0530, pp. 1712-1715	1-4
A	XiaoLiang et al. "Optimal Control and Stabilization for Networked Control Systems With Packet Dropout and Input Delay" <i>IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—II: EXPRESS BRIEFS</i> , Vol. 64, No. 9, 30 September 2017 (2017-09-30), pp. 1087-1091	1-4

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

International application No.

PCT/CN2020/098449

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
CN	111123860	A	08 May 2020	None			
CN	106325069	A	11 January 2017	CN	106325069	B	15 October 2019
CN	108153259	A	12 June 2018	None			

国际检索报告		国际申请号 PCT/CN2020/098449
A. 主题的分类 G05B 19/418(2006.01) i 按照国际专利分类 (IPC) 或者同时按照国家分类和IPC两种分类		
B. 检索领域 检索的最低限度文献 (标明分类系统和分类号) G05B 包含在检索领域中的除最低限度文献以外的检索文献 在国际检索时查阅的电子数据库 (数据库的名称, 和使用的检索词 (如使用)) CNABS; CNTXT; VEN; CNKI; IEEE: 分布, 分散, 控制, 网络, 观测, 状态, 最优, 优化, 非对称, 控制器, 传感器, distribut+, control, network, NCS, optimal, asymmetric		
C. 相关文件		
类 型*	引用文件, 必要时, 指明相关段落	相关的权利要求
PX	CN 111123860 A (山东科技大学) 2020年 5月 8日 (2020 - 05 - 08) 说明书第[0082]-[0194]段, 附图1-2	1-4
A	梁笑. “具有时滞的乘性噪声随机系统最优估计和控制研究” 中国博士论文全文数据库, 第9期, 2018年 12月 15日 (2018 - 12 - 15), ISSN: 1674-022X, 正文第5.2节	1-4
A	CN 106325069 A (北京工业大学) 2017年 1月 11日 (2017 - 01 - 11) 全文	1-4
A	CN 108153259 A (北京工业大学) 2018年 6月 12日 (2018 - 06 - 12) 全文	1-4
A	丁瑶 等. “一种非对称耦合无线传感器网络同步控制模型” 信号处理, 第27卷, 第11期, 2011年 11月 25日 (2011 - 11 - 25), ISSN: 1003-0530, 第1712-1715页	1-4
☒ 其余文件在C栏的续页中列出。 ☒ 见同族专利附件。		
* 引用文件的具体类型: “A” 认为不特别相关的表示了现有技术一般状态的文件 “E” 在国际申请日的当天或之后公布的在先申请或专利 “L” 可能对优先权要求构成怀疑的文件, 或为确定另一篇引用文件的公布日而引用的或者因其他特殊理由而引用的文件 (如具体说明的) “O” 涉及口头公开、使用、展览或其他方式公开的文件 “P” 公布日先于国际申请日但迟于所要求的优先权日的文件 “T” 在申请日或优先权日之后公布, 与申请不相抵触, 但为了解发明之理论或原理的在后文件 “X” 特别相关的文件, 单独考虑该文件, 认定要求保护的发明不是新颖的或不具有创造性 “Y” 特别相关的文件, 当该文件与另一篇或者多篇该类文件结合并且这种结合对于本领域技术人员为显而易见时, 要求保护的发明不具有创造性 “&” 同族专利的文件		
国际检索实际完成的日期 2020年 9月 27日		国际检索报告邮寄日期 2020年 10月 12日
ISA/CN的名称和邮寄地址 中国国家知识产权局 (ISA/CN) 中国北京市海淀区蓟门桥西土城路6号 100088 传真号 (86-10)62019451		受权官员 陈子蔚 电话号码 (86-10)62089990

C. 相关文件		
类 型*	引用文件，必要时，指明相关段落	相关的权利要求
A	XiaoLiang et al. "Optimal Control and Stabilization for Networked Control Systems With Packet Dropout and Input Delay" IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—II: EXPRESS BRIEFS, 第64卷，第9期，2017年 9月 30日 (2017 - 09 - 30)， 第1087-1091页	1-4

国际申请号
PCT/CN2020/098449

检索报告引用的专利文件			公布日 (年/月/日)	同族专利	公布日 (年/月/日)
CN	111123860	A	2020年 5月 8日	无	
CN	106325069	A	2017年 1月 11日	CN	106325069 B 2019年 10月 15日
CN	108153259	A	2018年 6月 12日	无	