



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 1836372 B

(45) 授权公告日 2010.04.28

(21) 申请号 200480022991.8

H04B 3/23(2006.01)

(22) 申请日 2004.08.05

H04B 7/005(2006.01)

(30) 优先权数据

H04R 3/00(2006.01)

291614/2003 2003.08.11 JP

H04S 7/00(2006.01)

G10K 11/178(2006.01)

(85) PCT申请进入国家阶段日

(56) 对比文件

2006.02.10

CN 1311891 A, 2001.09.05, 全文.

(86) PCT申请的申请数据

JP 特开平 7-185625 A, 1995.07.25, 全文.

PCT/JP2004/011568 2004.08.05

CN 1354873 A, 2002.06.19, 全文.

(87) PCT申请的公布数据

JP 2002-135171 A, 2002.05.10, 全文.

W02005/015737 JA 2005.02.17

Kiyoshi Nishiyama. Robust Estimation of

(73) 专利权人 独立行政法人科学技术振兴机构  
地址 日本埼玉县

a Single Complex Sinusoid in White Noise --  
H $\infty$  Filtering Approach. IEEE Transaction on  
Signal Processing 47 10. 1999, 47(10), 2853-  
2856.

(72) 发明人 西山清

审查员 苏丹

(74) 专利代理机构 北京天平专利商标代理有限公司 11239

代理人 赵海生

(51) Int. Cl.

H03H 21/00(2006.01)

G05B 13/02(2006.01)

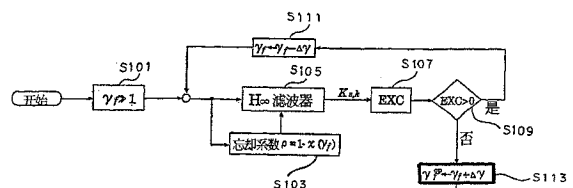
权利要求书 7 页 说明书 17 页 附图 7 页

(54) 发明名称

系统估计方法及系统估计装置

(57) 摘要

本发明确立能最佳地在理论上决定忘却系数的估计方法,同时研究其数值上稳定的估计算法和高速算法。首先,处理部从存储部或输入部读出或输入上限值  $\gamma_f$ (S101)。处理部根据式(15)决定忘却系数  $\rho$ (S103)。然后,处理部根据忘却系数  $\rho$  执行式(10)~式(13)的超高速  $H_\infty$  滤波(S105)。处理部 101 计算式(17)(或下述式(18))的存在条件(S107),如果其存在条件在所有的时刻得到的满足(S109),则使  $\gamma_f$  减小  $\Delta \gamma$ ,反复进行相同的处理(S111)。另一方面,在某一  $\gamma_f$  存在条件不能够得到满足时(S109),对该  $\gamma_f$  加上  $\Delta \gamma$  作为  $\gamma_f$  的最佳值  $\gamma_f^{op}$  输出到输出部并/或存储于存储部(S113)。



1. 一种用于通信系统或音响系统或声场的重放或噪声控制的系统估计方法,是对下式表示的状态空间模型,

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k,$$

$$y_k = H_k x_k + v_k,$$

$$z_k = H_k x_k,$$

其中,

$x_k$  为状态矢量或只是状态,

$w_k$  是系统噪声,

$v_k$  是观测噪声,

$y_k$  是观测信号,

$z_k$  是输出信号,

$F_k$  是系统的动力学,

$G_k$  是驱动矩阵,

作为评价基准,将表示滤波器误差相对于包含系统噪声  $w_k$  以及观测噪声  $v_k$  的干扰的比例,而且用忘却系数  $\rho$  加权的能量增益的最大值抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小地加以决定的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计方法,其特征在于,包含下述步骤,即

处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值的步骤、

处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$  的步骤,如果  $\gamma_f$  决定,则根据  $\rho = 1 - x(\gamma_f)$  可自动决定  $\rho$ ,其中,  $x(\gamma_f)$  为满足  $x(1) = 1$ ,  $x(\infty) = 0$  的  $\gamma_f$  的单调衰减函数、

处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,用所述忘却系数  $\rho$  和增益矩阵  $K_k$ ,利用下式 (20) ~ (22),求所述滤波器增益  $K_{s,k}$ ,或在下式 (20)、(21)、(22) 中利用删除  $J_1^{-1}$  和  $J_1$  的公式求得所述滤波器增益  $K_{s,k}$  的超高速  $H_\infty$  滤波的执行步骤、

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (20)$$

$$K_{s,k} = K_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1), K_k = \rho^{\frac{1}{2}} (\rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}) J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ \hline 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \Theta(k) = \left[ \begin{array}{c|c} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hline \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \quad (22)$$

其中,

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

$\Theta(k)$  为 J-酉矩阵,即满足  $\Theta(k) J \Theta(k)^T = J, J = (J_1 \oplus I)$ 、 $I$  是单位矩阵;又,  $K_k(:, 1)$  表示矩阵  $K_k$  的第 1 列的列矢量,

其中,

$\hat{x}_{k|k}$  为用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值,

$y_k$  是观测信号,  
 $F_k$  是系统的动力学,  
 $K_{s,k}$  是滤波器增益,  
 $H_k$  为观测矩阵,  
 $\Sigma_{k|k}$ : 对应于  $\hat{x}_{k|k}$  的误差的协方差矩阵,  
 $\Theta(k)$  为 J-酉矩阵,  
 $R_{e,k}$  是辅助变量,

处理部将利用超高速  $H_\infty$  滤波器求得的状态  $x_k$  的估计值存储于存储部的步骤、处理部根据求得的观测矩阵  $H_i$  或观测矩阵  $H_i$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ , 计算以所述上限值  $\gamma_f$  及所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件的步骤, 其中, 处理部根据下述公式计算所述存在条件,

$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1 - \gamma_f^{-2}}{\rho} H_i^T H_i > 0, i = 0, \dots, k \quad (17)$$

或者, 处理部根据下述公式计算所述存在条件,

$$-\rho \hat{\Xi}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, i = 0, \dots, k \quad (18)$$

其中,

$$\rho = 1 - \gamma_f^2, \hat{\Xi}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \rho = 1 - x(\gamma_f) \quad (19)$$

其中, 所述忘却系数  $\rho$  和所述上限值  $\gamma_f$  具有下面所述的关系, 即  $0 < \rho = 1 - x(\gamma_f) \leq 1$ , 以及

处理部使  $\gamma_f$  小下去, 反复执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤, 以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小, 将该上限值存储于存储部的步骤。

2. 如权利要求 1 所述的系统估计方法, 其特征在于, 执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤包含

处理部用所述式 (22) 计算  $\Sigma_{k+1|k}^{1/2}$  的步骤、

处理部根据  $\Sigma_{k|k}$  的初始条件和  $C_k$  的初始条件, 用所述式 (21) 计算滤波器增益  $K_{s,k}$  的步骤、

处理部更新所述式 (20) 的  $H_\infty$  滤波器的滤波器方程式的步骤、以及

处理部使时刻  $k$  前进, 反复执行用所述式 (22) 进行计算的步骤、用所述式 (21) 进行计算的步骤、进行所述更新的步骤。

3. 一种用于通信系统或音响系统或声场的重放或噪声控制的系统估计方法, 是对下式表示的状态空间模型,

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k,$$

$$y_k = H_k x_k + v_k,$$

$$z_k = H_k x_k,$$

其中,

$x_k$  为状态矢量或只是状态,

$w_k$  是系统噪声,

$v_k$  是观测噪声,

$y_k$  是观测信号,  
 $z_k$  是输出信号,  
 $F_k$  是系统的动力学,  
 $G_k$  是驱动矩阵,

作为评价基准,将表示滤波器误差相对于包含系统噪声  $w_k$  以及观测噪声  $v_k$  的干扰的比例,而且用忘却系数  $\rho$  加权的能量增益的最大值抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小地加以决定的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计方法,其特征在于,包含下述步骤,即

处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值的步骤、

处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$  的步骤,如果  $\gamma_f$  决定,则根据  $\rho = 1 - x(\gamma_f)$  可自动决定  $\rho$ ,其中,  $x(\gamma_f)$  为满足  $x(1) = 1$ ,  $x(\infty) = 0$  的  $\gamma_f$  的单调衰减函数、

处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,用所述忘却系数  $\rho$  和增益矩阵  $K_k$ ,利用下式求所述滤波器增益  $K_{s,k}$  的超高速  $H_\infty$  滤波的执行步骤、

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \bar{K}_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (61)$$

$$K_{s,k} = K_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1), \bar{K}_k = \rho^{\frac{1}{2}} (\bar{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}) R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \left[ \begin{array}{c} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{array} \right] R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \bar{K}_k \end{array} \right] R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (63)$$

其中,  $\tilde{L}_k$  为辅助变量,  $K_k(:, 1)$  表示矩阵  $K_k$  的第 1 列的列矢量;

其中,  $\Theta(k)$  为任意的 J-酉矩阵,即满足  $\Theta(k) J \Theta(k)^T = J$ ,  $J = (J_1 \oplus I)$ ,  $I$  是单位矩阵; 并且  $\hat{C}_k = \hat{C}_{k+1} \Psi$  成立,  $\Psi$  表示移位矩阵;

其中,

$$R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

其中,

$\hat{x}_{k|k}$  为用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值

$y_k$  是观测信号

$K_{s,k}$  是滤波器增益

$H_k$  为观测矩阵

$\Theta(k)$  为 J-酉矩阵

$R_{e,k}$  是辅助变量

处理部将利用超高速  $H_\infty$  滤波器求得的状态  $x_k$  的估计值存储于存储部的步骤、处理部根据求得的观测矩阵  $H_1$  或观测矩阵  $H_1$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ , 计算以所述上限值  $\gamma_f$  及以所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件的步骤,其中处理部根据下述公式计算所述存在条件,

$$-\hat{e}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, i = 0, \dots, k \quad (18)$$

其中,

$$\hat{e} = 1 - \gamma_f^2, \hat{\Xi}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \rho = 1 - x(\gamma_f) \quad (19)$$

其中,所述忘却系数  $\rho$  和所述上限值  $\gamma_f$  具有下面所述的关系,即  $0 < \rho = 1 - x(\gamma_f) \leq 1$ , 以及

处理部使  $\gamma_f$  小下去,反复执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤,以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小,将该上限值存储于存储部的步骤。

4. 如权利要求 3 所述的系统估计方法,其特征在于,

执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤包含

处理部用所述式 (63) 根据  $R_{e,k+1}$ 、 $R_{r,k+1}$ 、 $L \sim_{k+1}$  的初始条件,计算  $K_k$  的步骤、

处理部用所述式 (62) 计算滤波器增益  $K_{s,k}$  的步骤、

处理部更新所述式 (61) 的  $H_\infty$  滤波器的滤波器方程式的步骤、以及

处理部使时刻  $k$  前进,反复执行用所述式 (63) 进行计算的步骤、用所述式 (62) 进行计算的步骤、进行所述更新的步骤的步骤。

5. 一种用于通信系统或音响系统或声场的重放或噪声控制的系统估计方法,是对下式表示的状态空间模型,

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$y_k = H_k x_k + v_k$$

$$z_k = H_k x_k$$

其中,

$x_k$  为状态矢量或只是状态

$w_k$  是系统噪声

$v_k$  是观测噪声

$y_k$  是观测信号

$z_k$  是输出信号

$F_k$  是系统的动力学

$G_k$  是驱动矩阵

作为评价基准,将表示滤波器误差相对于包含系统噪声  $w_k$  以及观测噪声  $v_k$  的干扰的比例,而且用忘却系数  $\rho$  加权的能量增益的最大值抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小地加以决定的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计方法,其特征在于,包含下述步骤,即

处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值的步骤、

处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$  的步骤,如果  $\gamma_f$  决定,则根据  $\rho = 1 - x(\gamma_f)$  可自动决定  $\rho$ , 其中,  $x(\gamma_f)$  为满足  $x(1) = 1$ ,  $x(\infty) = 0$  的  $\gamma_f$  的单调衰减函数、

处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,用所述忘却系数  $\rho$  和增益矩阵  $K_k$ ,利用下式,求滤波器增益  $K_{s,k}$  的超高速  $H_\infty$  滤波的执行步骤、

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (25)$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}} \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (27)$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (28)$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (29)$$

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (30)$$

其中,

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix}, \check{H}_{k+1} = [u_{k+1} \ u(k+1-N)] = [u(k+1) \ u_k], \check{H}_1 = [u(1), 0, \dots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1 \check{\Sigma}_{1|0} \check{C}_1^T, R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \check{\Sigma}_{1|0} = \text{diag}\{\rho^2, \rho^3, \dots, \rho^{N+2}\}, \rho = 1 - x(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}, R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix}, K_0 = 0, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \bar{K}_k = \rho^{-\frac{1}{2}} K_k \quad (31)$$

其中,

$y_k$  是观测信号,

$F_k$  是系统的动力学,

$H_k$  为观测矩阵,

$\hat{x}_{k|k}$  为用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值,

$K_{s,k}$  为滤波器增益,从增益矩阵  $K_k$  求得,

$R_{e,k}, L \sim_k$ : 辅助变量,

$N$ : 抽头数,

$u_k$ : 时刻  $t_k$  的接收信号,

$u(k)$ : 与  $u_k$  相同,

处理部将利用超高速  $H_\infty$  滤波器求得的状态  $x_k$  的估计值存储于存储部的步骤、处理部根据求得的观测矩阵  $H_i$  或观测矩阵  $H_i$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ , 计算以所述上限值  $\gamma_f$  及以所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件的步骤, 其中处理部根据下述公式计算所述存在条件,

$$-\varrho \hat{\hat{\Sigma}}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, i = 0, \dots, k \quad (18)$$

其中,

$$\varrho = 1 - \gamma_f^2, \hat{\hat{\Sigma}}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \rho = 1 - x(\gamma_f) \quad (19)$$

其中, 所述忘却系数  $\rho$  和所述上限值  $\gamma_f$  具有下面所述的关系, 即  $0 < \rho = 1 - x(\gamma_f) \leq 1$ , 以及

处理部使  $\gamma_f$  小下去, 反复执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤, 以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小, 将该上限值存储于存储部的步骤。

6. 如权利要求 1 或 3 或 5 所述的系统估计方法, 其特征在于, 而且利用下式从时刻  $k$  的

状态估计值  $\hat{x}_{k|k}$  求输出信号的估计值  $\hat{z}_{k|k}$ ,

$$\hat{z}_{k|k} = H_k \hat{x}_{k|k}.$$

7. 如权利要求 1 或 3 或 5 所述的系统估计方法,其特征在于,

用所述  $H_\infty$  滤波器方程式,求状态估计值  $\hat{x}_{k|k} = (\hat{h}_1(k), \dots, \hat{h}_N(k))^T$ ,

对拟似回波如下所述公式进行估计:

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{(k-i)}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (34)$$

并且,用求得的拟似回波抵消实际回波,以此实现回波消除器,其中  $\hat{h}_1(k), \dots, \hat{h}_N(k)$  为脉冲响应的估计值; $\hat{d}_k$  为拟似回波。

8. 一种用于通信系统或音响系统或声场的重放或噪声控制的系统估计装置,是对下式表示的状态空间模型,

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k,$$

$$y_k = H_k x_k + v_k,$$

$$z_k = H_k x_k,$$

其中,  $x_k$  为状态矢量或只是状态,

$w_k$  是系统噪声,

$v_k$  是观测噪声,

$y_k$  是观测信号,

$z_k$  是输出信号,

$F_k$  是系统的动力学,

$G_k$  是驱动矩阵,

作为评价基准,将表示滤波器误差相对于包含系统噪声  $w_k$  以及观测噪声  $v_k$  的干扰的比例,而且用忘却系数  $\rho$  加权的能量增益的最大值抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小地加以决定的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计装置,其特征在于,具备

执行估计算法的处理部、以及利用所述处理部进行读出和 / 或写入,存储与状态空间模型相关的各观测值、设定值、估计值的存储部,

其中

处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值、

处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$ , 如果  $\gamma_f$  决定,则根据  $\rho = 1 - x(\gamma_f)$  可自动决定  $\rho$ , 其中,  $x(\gamma_f)$  为满足  $x(1) = 1, x(\infty) = 0$  的  $\gamma_f$  的单调衰减函数、

所述处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,并且用所述忘却系数  $\rho$  和增益矩阵  $K_k$ , 利用下式求滤波器增益  $K_{s,k}$  而执行超高速  $H_\infty$  滤波、

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (25)$$

$$K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}} \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{\tau,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (27)$$

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (28)$$

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{\tau,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (29)$$

$$R_{\tau,k+1} = R_{\tau,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (30)$$

其中,

$$\check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix}, \check{H}_{k+1} = [u_{k+1} \ u(k+1-N)] = [u(k+1) \ u_k], \check{H}_1 = [u(1), 0, \dots, 0]$$

$$R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1 \check{\Sigma}_{1|0} \check{C}_1^T, R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho\gamma_f^2 \end{bmatrix}, \check{\Sigma}_{1|0} = \text{diag}\{\rho^2, \rho^3, \dots, \rho^{N+2}\}, \rho = 1 - x(\gamma_f)$$

$$\tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}, R_{\tau,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix}, K_0 = 0, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \bar{K}_k = \rho^{-\frac{1}{2}} K_k \quad (31)$$

其中,

$y_k$ : 观测信号

$F_k$ : 系统的动力学

$H_k$ : 观测矩阵

$\hat{x}_{k|k}$ : 用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值

$K_{s,k}$ : 滤波器增益; 从增益矩阵  $K_k$  求得

$R_{e,k}, L \sim_k$ : 辅助变量

$N$ : 抽头数,

$u_k$ : 时刻  $t_k$  的接收信号,

$u(k)$ : 与  $u_k$  相同,

处理部将利用超高速  $H_\infty$  滤波器求得的状态  $x_k$  的估计值存储于存储部、

处理部根据求得的观测矩阵  $H_i$  或观测矩阵  $H_i$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ , 计算以所述上限值  $\gamma_f$  及所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件, 其中, 处理部根据下述公式计算所述存在条件,

$$-\varrho \hat{\Xi}_i + \rho \gamma_f^2 > 0, i = 0, \dots, k \quad (18)$$

其中,

$$\varrho = 1 - \gamma_f^2, \hat{\Xi}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \rho = 1 - x(\gamma_f) \quad (19)$$

其中, 所述忘却系数  $\rho$  和所述上限值  $\gamma_f$  具有下面所述的关系, 即  $0 < \rho = 1 - x(\gamma_f) \leq 1$ , 以及

处理部使  $\gamma_f$  小下去, 反复执行所述超高速  $H_\infty$  滤波, 以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小, 将该上限值存储于存储部。

## 系统估计方法及系统估计装置

### 技术领域

[0001] 本发明涉及系统估计方法及程序和记录媒体、系统估计装置,特别是使用根据  $H_\infty$  评价基准开发的超高速  $H_\infty$  滤波器的高速  $H_\infty$  滤波器算法,同时实现状态估计的稳健化和忘却系数的最佳化的系统估计方法及程序和记录媒体、系统估计装置。

### 背景技术

[0002] 通常,所谓系统估计是根据输入输出数据估计系统的输入输出关系的数学模型(传递函数、或脉冲响应等)的参数。作为代表性的应用例,有国际通信的回波消除器、数据通信的自动均衡器、音响系统的回声消除器和声场重放以及汽车等的主动噪声控制等。详细情况参照非专利文献 1. 1993 年电子情报通信学会的「数字信号处理手册」等。

[0003] 基本原理

[0004] 图 8 表示系统估计用的结构图的例子(未知系统也可以用 IIR(Infinite ImpulseResponse;无限脉冲响应)滤波器表达)

[0005] 这种系统具备未知系统 1、自适应滤波器 2。又,自适应滤波器 2 具有 FIR 数字式滤波器 3、自适应算法 4。

[0006] 下面对同定未知系统 1 的输出误差方式的一个例子进行说明。其中,  $u_k$  是未知系统 1 的输入,  $d_k$  是作为所希望的信号的系统的输出,  $\hat{d}_k$  是滤波器的输出。(还有,「 $\hat{\quad}$ 」是估计值的意思,是附在字符正上方的符号,但是由于输入不方便,只是记载于字符的右上方。下同。)

[0007] 作为未知系统的参数,通常使用脉冲响应,因此自适应滤波器利用自适应算法对 FIR 数字式滤波器 3 的系数进行调节,使图的评价误差  $e_k = d_k - \hat{d}_k$  为最小。

[0008] 又,向来,为了估计系统的参数(状态),广泛使用以误差协方差矩阵的更新式(Riccati 微分方程式)为依据的卡尔门(Kalman)滤波器。详细情况示于非专利文献 2、即 S. Haykin: Adaptive filter theory, Prentice-Hall(1996) 等。

[0009] 下面对卡尔门滤波器的基本原理进行说明。

[0010] 如下式所示,以状态空间模型表示的线性系统

$$[0011] \quad x_{k+1} = \rho^{-1/2} x_k, \quad y_k = H_k x_k + v_k \quad (1)$$

[0012] 的状态  $x_k$  的最小方差估计值  $\hat{x}_{k|k}$  用状态的误差协方差矩阵  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  如下所示得到。

$$[0013] \quad \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1})$$

$$[0014] \quad \hat{x}_{k+1|k} = \rho^{-1/2} \hat{x}_{k|k} \quad (2)$$

$$[0015] \quad K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T (\rho + H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} \quad (3)$$

$$[0016] \quad \hat{\Sigma}_{k|k} = \hat{\Sigma}_{k|k-1} - K_k H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}$$

$$[0017] \quad \hat{\Sigma}_{k+1|k} = \hat{\Sigma}_{k|k} / \rho \quad (4)$$

[0018] 但是,

$$[0019] \hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{0}, \hat{\Sigma}_{0|0} = \varepsilon_0 \mathbf{I}, \varepsilon_0 > 0 \quad (5)$$

[0020] 其中,

[0021]  $x_k$  为状态矢量或只是状态;未知,这是估计的对象。

[0022]  $y_k$  为观测信号,是滤波器的输入,已知。

[0023]  $H_k$  为观测矩阵;已知。

[0024]  $v_k$  为观测噪声;未知。

[0025]  $\rho$  为忘却系数;通常由尝试错误决定。

[0026]  $K_k$  为滤波器增益;从矩阵  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  得出。

[0027]  $\hat{\Sigma}_{k|k}$  对应于  $\hat{x}_{k|k}$  的误差的协方差矩阵;利用 Riccati 微分方程式得出。

[0028]  $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$  对应于  $\hat{x}_{k+1|k}$  的误差的协方差矩阵;利用 Riccati 微分方程式得出。

[0029]  $\hat{\Sigma}_{1|0}$  对应于初始状态的协方差矩阵;本来是未知的,但是为了方便,使用  $\varepsilon_0 \mathbf{I}$ 。

[0030] 又,本发明人已经提出了利用高速  $H_\infty$  滤波器的系统同定算法(参照专利文献 1)。这是为了系统的同定新决定  $H_\infty$  评价基准,开发以此为依据的超高速  $H_\infty$  滤波器的高速算法,同时以该高速  $H_\infty$  滤波器算法为依据的高速时变系统同定方法。高速  $H_\infty$  滤波器算法能够跟踪每单位时间步骤(step)在计算量  $O(N)$  急剧变化的时变系统。在上限值的极限与高速卡尔门(Kalman)滤波器算法完全一致。利用这样的系统同定能够实现时不变以及时变系统的高速实时时间同定估计。

[0031] 还有,作为系统估计的领域中通常知道的方法,应该参照例如非专利文献 2、3。

[0032] 在回波消除器的应用例

[0033] 在国际电话等长途电话线路中,由于信号的放大等理由,采用 4 线式线路。另一方面,用户线由于距离比较短,采用 2 线式线路。

[0034] 图 9 是通信系统与回波的说明图。在 2 线式线路与 4 线式线路的连接部,如图所示引入混合变压器,进行了阻抗匹配。该阻抗匹配如果是完全的,则来自说话人 B 的信号(声音)只到达说话人 A。但是通常实现完全匹配很难,接受信号的一部分泄漏到 4 线式线路,发生在放大之后再度返回接收者(说话人 A)的现象。这就是回波现象(echo)。回波现象随着传输距离的加长(延迟时间的加长)而影响变大,导致通话质量明显变差(在脉冲传输中,即使是近距离对通话质量变坏的影响也很大)。

[0035] 图 10 表示回波消除器的原理图。

[0036] 其中,如图所示导入回波消除器(echo canceller),用能够直接观察的接受信号与回波逐次估计回波通道的脉冲响应,通过从实际回波减去利用其得到的拟似回波消除回波,谋求将其去除。

[0037] 回波通道的脉冲响应的估计的进行要使残留回波  $e_k$  的均方根误差为最小。这时妨碍回波通道估计的要素是线路噪声和来自说话人 A 的信号(声音)。通常两个说话人同时开始说话时中断脉冲响应的估计。又,混合变压器的脉冲响应程度为 50ms 左右,因此取样周期采用 125 微秒时回波通道的脉冲响应的次数实际上为 400 左右。

[0038] 非专利文献 1

[0039] 1993 电子情报通信学会“数字信号处理手册”

[0040] 非专利文献 2

- [0041] S. Haykin :Adaptive filter theory, Prentice-Hall(1996)
- [0042] 非专利文献 3
- [0043] B. Hassibi, A. H. Sayed, and T. Kailath :“Indefinite-Quadratic Estimation and Control” SIAM(1996)
- [0044] 专利文献 1
- [0045] 日本特开 2002-135171 号公报

### 发明内容

[0046] 但是,式(1)~(5)那样的加入已有的忘却系数  $\rho$  的卡尔门(Kalman)滤波器中,忘却系数  $\rho$  的值必须根据尝试错误决定,非常麻烦。而且忘却系数  $\rho$  的值是否果真是最佳值也没有判定手段。

[0047] 又,在卡尔门滤波器使用的误差协方差矩阵,本来与非零的任意矢量的 2 次形式通常是正(以下称为“正定”),但是在利用计算机以单精度进行计算的情况下,其 2 次形式为负(以下称为“负定”),可知数值上是不稳定的。而且,计算量为  $O(N^2)$ (或者  $O(N^3)$ ),因此状态矢量  $x_k$  的幂  $N$  大的情况下,每 1 步骤的运算次数急剧增大,对实时处理不适合。

[0048] 本发明鉴于上述存在问题,其目的在于确立能够在理论上最合适地决定忘却系数的估计方法,同时研究出其数值上稳定的估计算法和高速度的算法。又,本发明的目的在于提供能够适用于通信系统和音响系统的回波消除器、声场的重放或噪声控制等的系统估计方法。

[0049] 本发明为了解决上述存在问题,应用新考虑的  $H_\infty$  最佳化方法,导出能够最佳地决定忘却系数的状态估计算法。而且取代应该是正定的误差的协方差矩阵,通过更新其因数矩阵,研究出数值上稳定的估计算法和高速算法。

[0050] 本发明的第 1 种解决手段提供一种系统估计方法、使计算机执行各步骤用的系统估计程序、以及记录该程序的计算机可读记录媒体,

[0051] 是对下式表示的状态空间模型,

$$[0052] \quad x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$[0053] \quad y_k = H_k x_k + v_k$$

$$[0054] \quad z_k = H_k x_k$$

[0055] 其中,  $x_k$  为状态矢量或只是状态

[0056]  $w_k$  是系统噪声

[0057]  $v_k$  是观测噪声

[0058]  $y_k$  是观测信号

[0059]  $z_k$  是输出信号

[0060]  $F_k$  是系统的动力学

[0061]  $G_k$  是驱动矩阵

[0062] 作为评价基准,从用忘却系数  $\rho$  加权的干扰决定,而且将向滤波器误差的最大能量增益抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计方法、程序以及记录该程序的计算机可读记录媒体,包含下述步骤,即

[0063] 处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值的步骤、

[0064] 处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$  的步骤、

[0065] 处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,用所述忘却系数  $\rho$  执行下式表示的超高速  $H_\infty$ 滤波的步骤、

$$[0066] \quad \hat{x}_{k|k} = F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

[0067] 其中,

[0068]  $\hat{x}_{k|k}$ :用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值

[0069]  $F_k$ :系统的动力学

[0070]  $K_{s,k}$ :滤波器增益

[0071] 处理部存储关于超高速  $H_\infty$ 滤波器的求得的值的存储步骤、

[0072] 处理部根据观测矩阵  $H_i$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ ,计算以所述上限值  $\gamma_f$  及所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件的步骤、以及

[0073] 处理部使  $\gamma_f$  小下去,反复执行所述超高速  $H_\infty$ 滤波的步骤,以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小,将该值存储于存储部的步骤。

[0074] 又,本发明的第2种解决手段提供一种系统估计装置,是对下式表示的状态空间模型,

$$[0075] \quad x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k$$

$$[0076] \quad y_k = H_k x_k + v_k$$

$$[0077] \quad z_k = H_k x_k$$

[0078] 其中,  $x_k$  为状态矢量或只是状态

[0079]  $w_k$  是系统噪声

[0080]  $v_k$  是观测噪声

[0081]  $y_k$  是观测信号

[0082]  $z_k$  是输出信号

[0083]  $F_k$  是系统的动力学

[0084]  $G_k$  是驱动矩阵

[0085] 作为评价基准,从用忘却系数  $\rho$  加权的干扰决定,而且将向滤波器误差的最大能量增益抑制得比对应于预先被提供的上限值  $\gamma_f$  的项小的估计算法中,同时进行状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化用的系统估计装置,

[0086] 具备执行估计算法的处理部、以及利用所述处理部进行读出和 / 或写入,存储与状态空间模型相关的各观测值、设定值、估计值的存储部,

[0087] 所述处理部从存储部或输入部输入包含上限值  $\gamma_f$ 、作为滤波器的输入的观测信号  $y_k$ 、观测矩阵  $H_k$  的值、

[0088] 所述处理部根据上述上限值  $\gamma_f$  决定关于状态空间模型的忘却系数  $\rho$ 、

[0089] 所述处理部从存储部读取包含初始值或某一时刻的观测矩阵  $H_k$  的值,用所述忘却系数  $\rho$  执行下式表示的超高速  $H_\infty$ 滤波、

$$[0090] \quad \hat{x}_{k|k} = F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1})$$

[0091] 其中,

- [0092]  $\hat{x}_{k|k}$ : 用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值
- [0093]  $F_k$ : 系统的动力学
- [0094]  $K_{s,k}$ : 滤波器增益
- [0095] 所述处理部存储关于超高速  $H_\infty$  滤波器的求得的值、
- [0096] 所述处理部根据观测矩阵  $H_i$  与滤波器增益  $K_{s,i}$ , 计算以所述上限值  $\gamma_f$  及以所述忘却系数  $\rho$  为依据的存在条件、而且
- [0097] 所述处理部使  $\gamma_f$  小下去, 反复执行所述超高速  $H_\infty$  滤波的步骤, 以此在各时刻在满足所述存在条件的范围将上限值设定得小, 将该值存储于存储部。
- [0098] 本发明的估计方法能够最佳地决定忘却系数, 而且算法即使是单精度也能够稳定工作, 因此能够以低成本实现高性能。通常, 一般的民间通信设备等往往从成本和速度方面以单精度进行计算。因此本发明作为实用性的状态估计算法在各种工业领域都能够带来其效果。

### 附图说明

- [0099] 图 1 是本发明实施形态的硬件的结构图。
- [0100] 图 2 是  $H_\infty$  滤波器的可靠性和忘却系数最佳化的流程图。
- [0101] 图 3 是图 2 中的  $H_\infty$  滤波器 (S105) 的算法的流程图。
- [0102] 图 4 是定理 2 的平方根阵列算法的说明图。
- [0103] 图 5 是定理 3 的数值上稳定的高速算法的流程图。
- [0104] 图 6 表示脉冲响应  $\{h_i\}_{i=0}^{23}$  的值。
- [0105] 图 7 是定理 3 的数值上稳定的高速算法得到的脉冲响应的估计结果。
- [0106] 图 8 是用于系统估计的结构图。
- [0107] 图 9 是关于通信系统与回波的说明图。
- [0108] 图 10 表示回波消除器的原理图。
- [0109] 最佳实施方式
- [0110] 下面对本发明的实施形态进行说明。
- [0111] 1. 记号的说明
- [0112] 首先对本发明实施形态中使用的主要记号及其已知或未知进行说明。
- [0113]  $x_k$ : 状态矢量或只是状态, 未知, 这是估计的对象。
- [0114]  $x_0$ : 初始状态, 未知。
- [0115]  $W_k$ : 系统噪声, 未知。
- [0116]  $v_k$ : 观测噪声, 未知。
- [0117]  $y_k$ : 观测信号; 作为滤波器的输入, 已知。
- [0118]  $z_k$ : 输出信号; 未知。
- [0119]  $F_k$ : 系统的动力学; 已知。
- [0120]  $G_k$ : 驱动矩阵; 执行时已知。
- [0121]  $H_k$ : 观测矩阵; 已知。
- [0122]  $\hat{x}_{k|k}$ : 用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k$  的状态  $x_k$  的估计值; 由滤波器方程式提供。
- [0123]  $\hat{x}_{k+1|k}$ : 用观测信号  $y_0 \sim y_k$  的时刻  $k+1$  的状态  $x_{k+1}$  的估计值; 由滤波器方程式提

供。

[0124]  $\hat{x}_{0|0}$ :状态的初始估计值;本来未知,但是为了方便使用 0。

[0125]  $\hat{\Sigma}_{k|k}$ :对应于  $\hat{x}_{k|k}$  的误差的协方差矩阵;由 Riccati 微分方程式提供。

[0126]  $\hat{\Sigma}_{k+1|k}$ :对应于  $\hat{x}_{k+1|k}$  的误差的协方差矩阵;由 Riccati 微分方程式提供。

[0127]  $\hat{\Sigma}_{1|0}$ :对应于初始状态的协方差矩阵;本来未知,但是为了方便使用  $\varepsilon_{0|0}$ 。

[0128]  $K_{s,k}$ :滤波器增益;从矩阵  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  得到。

[0129]  $\rho$ :忘却系数;在定理 1~3 的情况下,如果  $\gamma_f$  决定,则根据  $\rho = 1 - \alpha(\gamma_f)$  可自动决定  $\rho$ 。

[0130]  $e_{f,i}$ :滤波器误差

[0131]  $R_{e,k}$ :辅助变量

[0132] 还有,记号上所附加的“ $\hat{\sim}$ ”“ $\sim$ ”是估计值的意思。又,“ $\sim$ ”、“ $-$ ”、“ $\cup$ ”等是为了方便附加的记号。这些记号,为了输入方便,记载于文字的右上方,但是如数学式所示,与记载于文字的正上方是一样的。而且  $x$ 、 $w$  等是矢量,  $H$ 、 $G$ 、 $K$ 、 $R$ 、 $\Sigma$  等是矩阵,如数学式所示用粗体字记载,但是为了输入的方便,用普通的文字记载。

[0133] 2. 系统估计的硬件和程序

[0134] 本系统估计方法或系统估计装置·系统,可以利用使计算机执行其各步骤用的系统估计程序、记录系统估计程序的计算机可读记录媒体、包含系统估计程序,能够下载于计算机的内部存储器的程序产品、包含该程序的服务器等的计算机等提供。

[0135] 图 1 是有关本实施形态的硬件的结构图。

[0136] 该硬件具有作为中央处理器 (CPU) 的处理部 101、输入部 102、输出部 103、显示部 104 以及存储部 105。又,处理部 101、输入部 102、输出部 103、显示部 104 以及存储部 105 用星形连接或总线连接等适当的连接手段连接。存储部 105 根据需要存储系统估计的「1. 记号的说明」所示的已知的数据。又,未知·已知的数据和计算出的关于超高速  $H_\infty$  滤波器的数据·其他数据,利用处理部 101 根据需要写入和 / 或读出。

[0137] 3. 能够最合适决定忘却系数的超高速  $H_\infty$  滤波器

[0138] 定理 1

[0139] 考虑下式那样的状态空间

$$[0140] \quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k, \mathbf{w}_k, \mathbf{x}_k \in \mathcal{R}^N \quad (6)$$

$$[0141] \quad \mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{v}_k \in \mathcal{R} \quad (7)$$

$$[0142] \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k \in \mathcal{R}, \mathbf{H}_k \in \mathcal{R}^{1 \times N}, k = 0, 1, \dots, L \quad (8)$$

[0143] 对这样的状态空间模型,提出下式所示的  $H_\infty$  评价基准。

[0144]

$$\sup_{\mathbf{x}_0, \{\mathbf{w}_i\}, \{\mathbf{v}_i\}} \frac{\sum_{i=0}^k \|\mathbf{e}_{f,i}\|^2 / \rho}{\|\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_{0|0}\|_{\Sigma_0^{-1}}^2 + \sum_{i=0}^k \|\mathbf{w}_i\|^2 + \sum_{i=0}^k \|\mathbf{v}_i\|^2 / \rho} < \gamma_f^2 \quad (9)$$

[0145] 满足该  $H_\infty$  评价基准的状态估计值  $\hat{x}_{k|k}$  (或输出估计值  $\hat{z}_{k|k}$ ), 利用下面的电平  $\gamma_f$  的超高速  $H_\infty$  滤波器提供。

[0146]

$$\check{z}_{k|k} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{K}_{s,k} (y_k - \mathbf{H}_k \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}) \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{s,k} = \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \rho)^{-1} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\Sigma}_{k|k} &= \hat{\Sigma}_{k|k-1} - \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_{e,k}^{-1} \mathbf{C}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \\ \hat{\Sigma}_{k+1|k} &= (\mathbf{F}_k \hat{\Sigma}_{k|k} \mathbf{F}_k^T) / \rho \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

[0150] 其中,

$$\mathbf{e}_{f,i} = \check{z}_{i|i} - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \check{\mathbf{x}}_0, \hat{\Sigma}_{1|0} = \Sigma_0 \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_{e,k} = \mathbf{R}_k + \mathbf{C}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T, \quad \mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k \\ \mathbf{H}_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$0 < \rho = 1 - x(\gamma_f) \leq 1, \quad \gamma_f > 1 \quad (15)$$

[0154] 还有,式(11)表示滤波器方程式,式(12)表示滤波器增益,式(13)表示 Riccati 微分方程式。

[0155] 又,驱动矩阵  $\mathbf{G}_k$  如下所述生成。

$$\mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^T = \frac{\chi(\gamma_f)}{\rho} \mathbf{F}_k \hat{\Sigma}_{k|k} \mathbf{F}_k^T \quad (16)$$

[0157] 又,为了提高上述高速  $H_\infty$  滤波器的跟踪能力,上限值  $\gamma_f$  尽可能设定得小,以满足下述存在条件。

$$\hat{\Sigma}_{i|i}^{-1} = \hat{\Sigma}_{i|i-1}^{-1} + \frac{1 - \gamma_f^{-2}}{\rho} \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (17)$$

[0159] 其中,  $x(\gamma_f)$  是满足  $x(1) = 1, x(\infty) = 0$  的  $\gamma_f$  的单调衰减函数。

[0160] 定理 1 的特征在于,状态估计的可靠性和忘却系数  $\rho$  的最佳化同时进行。

[0161] 图 2 表示  $H_\infty$  滤波器的可靠性与忘却系数  $\rho$  的最佳化的流程图。在这里,数据块「EXC > 0」:  $H_\infty$  滤波器的存在条件

[0162]  $\Delta \gamma$ : 正实数

[0163] 首先,处理部 101 从存储部 105 或输入部 102 读出或输入上限值  $\gamma_f$  (S101)。在这一例子中,给予  $\gamma_f \gg 1$ 。处理部 101 利用式(15)决定忘却系数  $\rho$  (S103)。其后,处理部 101 根据忘却系数  $\rho$  执行式(10)~式(13)的超高速  $H_\infty$  滤波 (S105)。处理部 101 对式(17) (或系数式(18)) 的右边 (将其作为 EXC) 进行计算 (S107),其存在条件如果在所有的时刻得到满足 (S109),则使  $\gamma_f$  只小  $\Delta \gamma$  并反复进行相同的处理 (S111)。另一方面,在某一  $\gamma_f$  存在条件不能够得到满足时 (S109),将该  $\gamma_f$  加  $\Delta \gamma$  的和作为  $\gamma_f$  的最佳值  $\gamma_f^{\text{opt}}$  输出到输出部 103 并且 / 或者存储于存储部 105 (S113)。还有,在本例子中是加  $\Delta \gamma$ ,但是也可以加除此以外的预先设定的值。该最佳化的过程被称为  $\gamma$ -迭代。还有,处理部 101 也可以根据需把  $H_\infty$  滤波计算步骤 S105 和存在条件的计算步骤 S107 等各步骤求得的适当的中间值和最终值适当存储于存储部 105,也可以从存储部 105 读出。

[0164] 在超高速  $H_\infty$  滤波器满足存在条件时, 式 (9) 的不等式通常被满足。因此, 在使 (9) 的分母的干扰能量受到限定的情况下, 式 (9) 的分子的平方估计误差的总和是有限的, 某一时刻以后的估计误差为 0。这意味着如果能够使  $\gamma_f$  更小, 则估计值  $\hat{x}_{k|k}$  能够快速跟踪状态  $x_k$  的变化。

[0165] 在这里, 希望能够注意定理 1 的超高速  $H_\infty$  滤波器的算法与通常的  $H_\infty$  滤波器的算法的不同。而且, 在  $\gamma_f \rightarrow \infty$  时,  $\rho = 1, G_k = 0$ , 定理 1 的  $H_\infty$  滤波器的算法与卡尔门 (Kalman) 滤波器的算法一致。

[0166] 图 3 表示图 2 中的 (超高速)  $H_\infty$  滤波器 (S105) 的算法的流程图。

[0167] 超高速  $H_\infty$  滤波器算法可以摘要说明如下。

[0168] (步骤 S201) 处理部 101 从存储部 105 读出递归式的初始条件, 或者, 从输入部 102 输入初始条件, 如图所示那样决定。L 表示预先决定的最大数据数。

[0169] (步骤 S203) 处理部 101 将时刻 k 与最大数据数 L 加以比较。处理部 101 在时刻 k 大于最大数据数时结束处理, 如果在最大数据数以下则进入下面的步骤。(如果不要, 可以取下条件文。又, 也可以根据需要再度开始。)

[0170] (步骤 S205) 处理部 101 利用式 (12) 计算滤波器增益  $K_{s,k}$ 。

[0171] (步骤 S207) 处理部 101 更新式 (11) 的超高速  $H_\infty$  滤波器的滤波器方程式。

[0172] (步骤 S209) 处理部 101 用式 (13) 的 Riccati 微分方程式计算与误差的协方差矩阵对应的项  $\hat{\Sigma}_{k|k}, \hat{\Sigma}_{k+1|k}$ 。

[0173] (步骤 S211) 使时刻 k 前进 ( $k = k+1$ ), 返回步骤 S203, 只要有数据就继续。

[0174] 还有, 处理部 101 根据需要适当在存储器 105 存储在步骤  $H_\infty$  滤波器计算步骤 S205 ~ S209 等各步骤求得的合适的中间值和最终值、存在条件等, 也可以从存储部 105 将其读出。

[0175] 定标器存在条件

[0176] 而式 (17) 的存在条件的判定需要  $O(N^2)$  的计算量。但是如果采用下述条件, 则根据计算量  $O(N)$  能够验证定理 1 的  $H_\infty$  滤波器的存在、即式 (9)。

[0177] 系 1. 定标器存在条件

[0178] 如果采用下述存在条件, 则能够用计算量  $O(N)$  判定超高速  $H_\infty$  滤波器的存在。

$$[0179] \quad -e\hat{\Xi}_i + \rho\gamma_f^2 > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (18)$$

[0180] 其中,

$$[0181] \quad e = 1 - \gamma_f^2, \quad \hat{\Xi}_i = \frac{\rho H_i K_{s,i}}{1 - H_i K_{s,i}}, \quad \rho = 1 - x(\gamma_f) \quad (19)$$

[0182] 其中,  $K_{s,i}$  是用式 (12) 求出的滤波器增益。

[0183] 证明

[0184] 以下对系 1 的证明进行说明。

[0185] 如果求解  $2 \times 2$  的矩阵  $R_{e,k}$  的特征方程式, 即

[0186]

$$|\lambda I - R_{e,k}| = \begin{vmatrix} \lambda - (\rho + H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T) & -H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T \\ -H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T & \lambda - (-\rho\gamma_f^2 + H_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} H_k^T) \end{vmatrix}$$

[0187]

$$= \lambda^2 - (2\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \rho\varrho)\lambda - \rho^2\gamma_f^2 + \rho\varrho\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T = 0$$

[0188] 则能够得到如下的  $R_{e,k}$  的固有值  $\lambda_i$ 。

[0189]

$$\lambda_i = \frac{\Phi \pm \sqrt{\Phi^2 - 4\rho\varrho\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2}}{2}$$

[0190] 其中，

[0191]

$$\Phi = 2\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \rho\varrho, \varrho = 1 - \gamma_f^2$$

[0192] 如果

[0193]

$$-4\rho\varrho\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + 4\rho^2\gamma_f^2 > 0$$

[0194] 则矩阵  $R_{e,k}$  的两个固有值中的一个为正，另一个为负，矩阵  $R_k$  与  $R_{e,k}$  具有相同的贯量。因此，如果采用

$$\mathbf{H}_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T = \frac{\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k}{1 - \frac{1-\gamma_f^2}{\rho} \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k}, \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{K}}_k = \frac{\rho \mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}}{1 - \gamma_f^2 \mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}}$$

[0196] 则能够得到式 (18) 的存在条件。其中， $\mathbf{H}_k \mathbf{K}_{s,k}$  的计算量为  $O(N)$ 。

[0197] 4. 数值上稳定的状态估计算法

[0198] 上述超高速  $H_\infty$  滤波器为了更新  $\hat{\Sigma}_{k|k+1} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，每单位时间步骤的计算量为  $O(N^2)$ ，即必须进行正比于  $N^2$  的算术运算。其中， $N$  为状态矢量  $x_k$  的维数。因此随着  $x_k$  的维数的增加，本滤波器的执行需要的计算时间急剧增加。而且误差的协方差矩阵  $\hat{\Sigma}_{k|k+1}$  根据其性质，通常必须是正定的，但是在数值上也有成为负定的情况。特别是在以单精度计算的情况下，这种倾向显著。已经知道，这时滤波器不稳定。因此，为了算法的实用化和低成本化，最好是研究出在单精度（例如 32 位）也能够工作的状态估计算法。

[0199] 在这里，着眼于

$$[0200] \quad R_k = R_k^{1/2} J_1 R_k^{1/2},$$

$$[0201] \quad R_{e,k} = R_{e,k}^{1/2} J_1 R_{e,k}^{1/2},$$

$$[0202] \quad \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2}$$

[0203] 将数值上稳定化的定理 1 的  $H_\infty$  滤波器（平方根阵列算法）示于定理 2。但是，在这里为了简单，以  $F_k = I$ ，但是即使  $F_k \neq I$  的情况下也同样能够求得。下面表示出实现数值上稳定的状态估计算法用的超高速  $H_\infty$  滤波器。

[0204] 定理 2

$$[0205] \quad \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k}(y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (20)$$

$$[0206] \quad K_{s,k} = K_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1), K_k = \rho^{\frac{1}{2}} (\rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1}) J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

[0207]

$$\begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

[0208] 其中,

$$[0209] \quad R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$[0210] \quad R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

[0211]  $\Theta(k)$  为 J-酉矩阵,即满足  $\Theta(k) J \Theta(k)^T = J, J = (J_1 \oplus I), I$  是单位矩阵。又,  $K_k(:, 1)$  表示矩阵  $K_k$  的第 1 列的列矢量。

[0212] 还有,在式 (21)、(22) 中,  $J_1^{-1}$  和  $J_1$  可删除。

[0213] 图 4 是定理 2 的平方根阵列算法的说明图。该计算的算法可以在图 2 所示的定理 1 的流程图中的  $H_\infty$  滤波器的计算 (S105) 中使用。

[0214] 本估计算法用以 J-酉变换为依据的更新式求其因数矩阵  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} \in R^{N \times N}$  ( $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$  的平方根矩阵), 代替用 Riccati 型的更新式求  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}$ 。从这时产生的 1-1 数据块 (block) 矩阵和 2-1 数据块矩阵如图所示求滤波器增益  $K_{s,k}$ 。因此,  $\hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{1/2} > 0, \hat{\Sigma}_{k|k-1}$  的正定性得到保证, 在数值上能够稳定。还有, 定理 2 的  $H_\infty$  滤波器的每单位步骤的计算量仍然保持  $O(N^2)$  不变。

[0215] 还有,在图 4 中,  $J_1^{-1}$  可删除。

[0216] 首先,处理部 101 从存储部 105 读出或从内部存储器等得到式 (22) 左边的矩阵的各要素中包含的项,执行 J-酉变换 (S301)。处理部 101 根据式 (21) 从求得的式 (22) 的右边的矩阵的要素计算系统增益  $K_k, K_{s,k}$  (S303、S305)。处理部 101 根据式 (20) 计算状态估计值  $\hat{x}_{k|k}$  (S307)。

[0217] 5. 状态估计用的数值上稳定的高速算法

[0218] 如上所述,定理 2 的  $H_\infty$  滤波器的每单位步骤的计算量仍然是  $O(N^2)$ 。因此作为计算量的对策,在  $\underline{u}_k = \underline{u}_{k+1} \Psi, \underline{u}_k = (u(k), \dots, u(0), 0, \dots, 0)$  时,考虑利用  $\underline{x}_k = (x_{k|k}^T, 0^T)^T$  的一步骤预测的误差的协方差矩阵  $\Sigma_{k+1|k}$  满足下式 (24), 即

$$[0219] \quad \underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T = -\underline{L}_k R_{r,k}^{-1} \underline{L}_k^T, \underline{L}_k = \begin{bmatrix} \tilde{L}_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

[0220] 更新幂小的  $\underline{L}_k$  (即  $\tilde{L}_k$ ), 而不更新  $\underline{\Sigma}_{k+1|k}$ 。在这里, 如果注意到  $R_{r,k} = R_{r,k}^{\frac{1}{2}} S R_{r,k}^{\frac{1}{2}}$ , 则能够得到如下所述的定理 3。

[0221] 定理 3

$$[0222] \quad \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \bar{K}_{s,k} (y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (61)$$

$$[0223] \quad K_{s,k} = K_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1), \bar{K}_k = \rho^{\frac{1}{2}} (\bar{K}_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}}) R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

[0224]

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \left[ \begin{array}{c} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{array} \right] R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \bar{K}_k \end{array} \right] R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (63)$$

[0225] 在这里,  $\Theta(k)$  为任意 J-酉矩阵,  $C^{\check{k}} = C^{\check{k+1}} \Psi$  成立。其中

$$[0226] \quad R_k = R_k^{\frac{1}{2}} J_1 R_k^{\frac{1}{2}}, R_k^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \rho^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & \rho^{\frac{1}{2}} \gamma_f \end{bmatrix}, J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \hat{\Sigma}_{k|k-1} = \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$[0227] \quad R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T, C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix}, R_{e,k} = R_{e,k}^{\frac{1}{2}} J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}}, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0 \quad (23)$$

[0228] 还有,定理 3 的证明将在下面叙述。

[0229] 上式也可以将  $\bar{K}_k (= P^{-1/2} K_k)$  代之以  $K_k$  进行整理。

[0230] 而且如果使用下面的 J-酉矩阵

$$[0231] \quad \Theta(k) = (J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})$$

[0232] ,则能够得到定理 4 的高速化的状态估计算法。其中  $\Psi$  表示移位矩阵。

[0233] 定理 4

$$[0234] \quad \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k-1|k-1} + K_{s,k} (y_k - H_k \hat{x}_{k-1|k-1}) \quad (25)$$

$$[0235] \quad K_{s,k} = \rho^{\frac{1}{2}} \bar{K}_k(:, 1) / R_{e,k}(1, 1) \quad (26)$$

[0236]

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (27)$$

[0237]

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (28)$$

[0238]

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (29)$$

[0239]

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (30)$$

[0240] 其中,

$$[0241] \quad \check{C}_{k+1} = \begin{bmatrix} \check{H}_{k+1} \\ \check{H}_{k+1} \end{bmatrix}, \check{H}_{k+1} = [u_{k+1} \ u(k+1-N)] = [u(k+1) \ u_k], \check{H}_1 = [u(1), 0, \dots, 0]$$

$$[0242] \quad R_{e,1} = R_1 + \check{C}_1 \check{\Sigma}_{1|0} \check{C}_1^T, R_1 = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \gamma_f^2 \end{bmatrix}, \check{\Sigma}_{1|0} = \text{diag}\{\rho^2, \rho^3, \dots, \rho^{N+2}\}, \rho = 1 - \alpha (\gamma_f)$$

$$[0243] \quad \tilde{L}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(N+1) \times 2}, R_{r,0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \rho^{-N} \end{bmatrix}, K_0 = 0, \hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \bar{K}_k = \rho^{-1} K_k \quad (31)$$

[0244]  $\text{diag}\{\cdot\}$  表示对角矩阵,  $R_{e,k+1}(1,1)$  表示矩阵  $R_{e,k+1}$  的 1-1 分量。又,上式也可以将  $\bar{K}_k$  代之以  $K_k$  进行整理。

[0245] 本高速算法利用下面的因式分解,即利用

$$[0246] \quad \underline{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T = -\underline{L}_k \underline{R}_{r,k}^{-1} \underline{L}_k^T \quad (32)$$

[0247] 中的  $\underline{L}_k \in R^{(N+1) \times 2}$  的更新求滤波器增益  $K_{s,k}$ , 因此每单位步骤的计算量为  $O(N+1)$  即可。在这里请求、注意下式。

[0248]

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} = \rho^{-\frac{1}{2}} \left( \underline{\Sigma}_{k+1|k} \check{C}_{k+1}^T - \Psi \underline{\Sigma}_{k|k-1} \check{C}_k^T \right)$$

[0249] 图 5 表示定理 4 的数值上稳定的高速算法的流程图的一例子。该高速算法加入图 2 的  $H_\infty$  滤波器的计算步骤 (S105) 中, 利用  $\gamma$  迭代实现最佳化。因此在存在条件得到满足时,  $\gamma_f$  慢慢减小, 而在没有得到满足的时刻如图所示  $\gamma_f$  增加。

[0250]  $H_\infty$  滤波器算法可以摘要叙述如下。

[0251] (步骤 S401) 处理部 101 如图所示那样决定递归式的初始条件。又,  $L$  表示最大数据数。

[0252] (步骤 S403) 处理部 101 将时刻  $k$  与最大数据数  $L$  加以比较。处理部 101 在时刻  $k$  大于最大数据数时结束处理, 如果在最大数据数之下则进入下面的步骤。(如果不要, 可以取下条件文。又, 也可以再度开始。)

[0253] (步骤 S405) 处理部 101 利用式 (27)、(31) 递归地计算与滤波器增益对应的项  $K_{k+1}$ 。

[0254] (步骤 S406) 处理部 101 利用式 (29) 递归地计算  $R_{e,k+1}$ 。

[0255] (步骤 S407) 处理部 101 还利用式 (26)、(31) 计算  $K_{s,k}$ 。

[0256] (步骤 S409) 处理部 101 如果在这里判定存在条件  $EXC > 0$ , 使存在条件满足, 就进入步骤 S411。

[0257] (步骤 S413) 另一方面, 如果在步骤 S409 不满足存在条件, 处理部 101 就增加  $\gamma_f$ , 返回步骤 S401。

[0258] (步骤 S411) 处理部 101 更新式 (25) 的  $H_\infty$  滤波器的滤波器方程式。

[0259] (步骤 S415) 处理部 101 利用式 (30) 递归地计算  $R_{r,k+1}$ 。又, 处理部 101 利用式 (28)、(31) 递归地计算  $L_{k+1}$ 。

[0260] (步骤 S419) 处理部 101 使时刻  $k$  前进 ( $k = k+1$ )。返回步骤 S403, 只要有数据就继续。

[0261] 还有, 处理部 101 根据需要适当在存储部 105 存储  $H_\infty$  滤波器计算步骤 S405 ~ S415 以及存在条件的计算步骤 S409 等各步骤求得的适当的中间值以及最终值, 也可以将其从存储部 105 读出。

[0262] 6. 回波消除器

[0263] 下面建立回波消除问题的数学模型。

[0264] 首先, 如果考虑接收信号  $\{u_k\}$  为向回波通道的输入信号的情况, 借助于回波通道的 (时变) 脉冲响应  $\{h_i(k)\}$ , 回波  $\{d_k\}$  的观测值用下式表示。

$$[0265] \quad y_k = d_k + v_k = \sum_{i=0}^{N-1} h_i[k] u_{k-i} + v_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (33)$$

[0266] 在这里,  $u_k, y_k$  分别表示时刻  $t_k (= KT; T$  是抽样周期) 的接收信号与回波,  $v_k$  表示时刻  $t_k$  的平均值 0 的线路噪声,  $h_i(k), i = 0, \dots, N-1$  是时变脉冲响应, 其抽头数  $N$  是已

知的。这时,脉冲响应的估计值  $\{\hat{h}_i(k)\}$  如果能够时时刻刻得到,则能够如下所述使用其生成拟似回波。

$$[0267] \quad \hat{d}_k = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{h}_i[k] u_{k-i}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (34)$$

[0268] 如果将其从回波中减去 ( $y_k - \hat{d}_k \approx 0$ ),则可以消除回波。但是在  $k-i < 0$  时,使  $u_{k-i} = 0$ 。

[0269] 根据上面所述,问题归结为从可直接观测的接收信号  $\{u_k\}$  与回波  $\{y_k\}$  逐次估计回波通道的脉冲响应  $\{h_i(k)\}$  的问题。

[0270] 通常,为了把  $H_\infty$  滤波器使用于回波消除器,首先必须用状态方程式与观测方程式构成的状态空间模型表现式 (32)。因此,由于问题是估计脉冲响应  $\{h_i(k)\}$ ,所以以  $\{h_i(k)\}$  为状态变量  $x_k$ ,如果允许  $w_k$  左右的变动,则能够对回波通道使下述状态空间模型成立。

$$[0271] \quad x_{k+1} = x_k + G_k w_k, \quad x_k, w_k \in \mathcal{R}^N \quad (35)$$

$$[0272] \quad y_k = H_k x_k + v_k, \quad y_k, v_k \in \mathcal{R} \quad (36)$$

$$[0273] \quad z_k = H_k x_k, \quad z_k \in \mathcal{R}, \quad H_k \in \mathcal{R}^{1 \times N} \quad (37)$$

[0274] 其中,

$$[0275] \quad x_k = [h_0[k], \dots, h_{N-1}[k]]^T, \quad w_k = [w_k(1), \dots, w_k(N)]^T$$

$$[0276] \quad H_k = [u_k, \dots, u_{k-N+1}]$$

[0277] 对这样的状态空间模型的超高速和高速  $H_\infty$  滤波器算法如上所述。又,估计脉冲响应时,通常检测发送信号的发生并且在其间中止估计。

[0278] 7. 对脉冲响应的评价

[0279] 动作的确认

[0280] 回波通道的脉冲响应在时间上不变 ( $h_i(k) = h_i$ ),而且其抽头数  $N$  为 48 的情况下,用仿真对本高速算法进行确认。

$$[0281] \quad y_k = \sum_{i=0}^{47} h_i u_{k-i} + v_k \quad (38)$$

[0282] 另外,图 6 表示脉冲响应 ( $h_i$ ) 的值。

[0283] 在这里,脉冲响应 ( $h_i$ ) <sub>$i=0$</sub> <sup>23</sup> 采用图示的值,其他 ( $h_i$ ) <sub>$i=24$</sub> <sup>47</sup> 采用 0。又,  $v_k$  是平均值 0,方差  $\sigma_v^2 = 1.0 \times 10^{-6}$  是恒定的高斯白噪声,为了方便,抽样周期  $T$  取 1.0。

[0284] 又,接收信号 ( $u_k$ ) 如下所示用 2 次的 AR 模型近似。

$$[0285] \quad u_k = \alpha_1 u_{k-1} + \alpha_2 u_{k-2} + w_k$$

[0286] 其中  $\alpha_1 = 0.7$ ,  $\alpha_2 = 0.1$ ,  $w_k$  是平均值 0,方差  $\sigma_w^2 = 0.04$  的恒定的高斯白噪声。

[0287] 脉冲响应的估计结果

[0288] 图 7 表示采用定理 4 的数值上稳定的高速算法得到的脉冲响应的估计结果。在这里,图 7(b) 的纵轴表示

$$[0289] \quad \sqrt{\sum_{i=0}^{47} (h_i - \hat{x}_k(i+1))^2}$$

[0290] 由此可知,利用本高速算法能够进行良好的估计。但是,采用  $\rho = 1 - \alpha$  ( $\alpha_f$ )、 $\alpha(\alpha_f) = \alpha_f^{-2}$ 、 $\hat{x}_{0|0} = 0$ 、 $\hat{\Sigma}_{1|0} = 20I$ ,计算结果以加倍的精度进行。在确认存在条件的

同时,设定  $\gamma_f = 5.5$ 。

[0291] 8. 定理 2 的证明

[0292] 以下关系式成立时,

$$\begin{aligned}
 [0293] \quad & \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} C_k^T & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \\
 [0294] \quad & = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \rho^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} K_k^T \\ 0 & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (40)
 \end{aligned}$$

[0295] 将两边的  $2 \times 2$  数据块矩阵的各项加以比较,得到下式。

$$[0296] \quad R_{e,k} = R_k + C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \quad (41)$$

$$[0297] \quad K_k = \hat{\Sigma}_{k|k-1} C_k^T \quad (42)$$

$$[0298] \quad \hat{\Sigma}_{k+1|k} + \rho^{-1} K_k R_{e,k}^{-1} K_k^T = \rho^{-1} \hat{\Sigma}_{k|k-1} \quad (43)$$

[0299] 这与定理 1 的  $F_k = I$  时的式 (13) 的 Riccati 微分方程式一致。其中,

$$[0300] \quad J = (J_1 \oplus I), \quad J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_k \end{bmatrix} \quad (44)$$

[0301] 另一方面,  $AJ A^T = BJB^T$  成立时, B 可以利用 J-酉矩阵表达为  $B = A \Theta(k)$ 。因此,根据式 (40), 定理 1 的 Riccati 微分方程式与下式等价。

$$[0302] \quad \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & 0 \\ \rho^{-\frac{1}{2}} K_k R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} & \hat{\Sigma}_{k+1|k}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k^{\frac{1}{2}} & C_k \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \\ 0 & \rho^{-\frac{1}{2}} \hat{\Sigma}_{k|k-1}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (45)$$

[0303] 还有,在式 (40)、(45) 中,  $J_1^{-1}$  可删除。

[0304] 8-2. 定理 3 的证明

[0305] 如下所述,假定数据块三角化的 J-酉矩阵  $\Theta(k)$  存在。

[0306]

$$\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k}^{\frac{1}{2}} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-\frac{1}{2}} J_1 & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \Theta(k).$$

[0307] 这时,如果将上式的两边  $J = (J_1 \oplus -S)$ -范数加以比较,可以如下所述决定左边的 X、Y、Z。S 采用对角分量采取 1 或 -1 的对角矩阵。

[0308] (1, 1)-数据块矩阵

[0309]

$$X J_1 X^T$$

[0310]

$$= R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T$$

[0311]

$$= R_{e,k} + \check{C}_{k+1} (\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T) \check{C}_{k+1}^T$$

[0312]

$$= R_{e,k} + \check{C}_{k+1} \check{\Sigma}_{k+1|k} \check{C}_{k+1}^T - \check{C}_k \check{\Sigma}_{k|k-1} \check{C}_k^T$$

[0313]

$$= R_{e,k} + (R_{e,k+1} - R_{k+1}) - (R_{e,k} - R_k) = R_{e,k+1}$$

[0314] 因此,从  $R_{e,k+1} = R_{e,k+1} J_1 R_{e,k+1}^{T/2}$ ,  $R_{k+1} = R_k$ , 得到  $X = R_{e,k+1}^{1/2}$ 。在这里请注意以下关系成立,即  $J_1^{-1} = J_1$  ( $J_1^2 = I$ ),  $S^{-1} = S$ ,  $R_{e,k+1}^T = R_{e,k+1}$ ,  $R_{r,k}^T = R_{r,k}$ ,

$$[0315] \quad R_{r,k}^{-1} = R_{r,k}^{-\frac{1}{2}} S R_{r,k}^{-\frac{1}{2}}, \check{C}_k = \check{C}_{k+1} \Psi \quad (\check{C}_k^T = \Psi^T \check{C}_{k+1}^T)$$

[0316] (2,1)-数据块矩阵

[0317]

$$Y J_1 X^T$$

[0318]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \bar{L}_k R_{r,k}^{-1} \bar{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T$$

[0319]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}} (\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T) \check{C}_{k+1}^T$$

[0320]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \rho^{-\frac{1}{2}} (\check{\Sigma}_{k+1|k} \check{C}_{k+1}^T - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \check{C}_k^T)$$

[0321]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix}$$

[0322]

$$= \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

[0323] 据此得到  $Y = \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1$  其中  $\check{C}_k^T = (\check{C}_{k+1} \Psi)^T$ 。

[0324] (2,2)-数据块矩阵

[0325]

$$-Z S Z^T + Y J_1 Y^T$$

[0326]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix}^T - \rho^{-1} \bar{L}_k R_{r,k}^{-1} \bar{L}_k^T$$

[0327]

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix}^T + \rho^{-1} (\check{\Sigma}_{k+1|k} - \Psi \check{\Sigma}_{k|k-1} \Psi^T)$$

[0328]

$$= \rho^{-1} \Psi \left( \begin{bmatrix} \bar{K}_k \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{K}_k \\ 0 \end{bmatrix}^T - \check{\Sigma}_{k|k-1} \right) \Psi^T + \rho^{-1} \check{\Sigma}_{k+1|k}$$

[0329]

$$= -\Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T + \check{\Sigma}_{k+2|k+1} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} R_{e,k+1}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

[0330] 因此,

[0331]

$$-ZSZ^T = \check{\Sigma}_{k+2|k+1} - \Psi \check{\Sigma}_{k+1|k} \Psi^T = -\tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} S R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_{k+1}^T$$

[0332] 得到

$$[0333] \quad Z = \tilde{L}_{k+1} R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}}$$

[0334] 8-3. 定理 4 的证明

[0335] 观测矩阵  $H_k$  具有移位特性, 而且

$$[0336] \quad J = (J_1 \oplus -S)$$

[0337] 时, 利用与定理 2 相同的方法能够得到下述关系。

[0338]

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k \end{bmatrix} \Theta(k) \quad (46)$$

[0339] 其中,

$$[0340] \quad \Theta(k) = (J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})$$

[0341]

$$\Sigma(k) = \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$[0342] \quad \Theta(k) = (J_1 R_{e,k}^{\frac{1}{2}} \oplus -R_{r,k}^{\frac{1}{2}}) \Sigma(k) (R_{e,k+1}^{-\frac{1}{2}} J_1^{-1} \oplus -R_{r,k+1}^{-\frac{1}{2}})$$

[0343]

$$\Sigma(k) = \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix} \quad (47)$$

[0344] 决定  $R_{r,k+1}$ , 使下式成立, 即

$$[0345] \quad \Sigma(k)^T (R_{e,k} \oplus -R_{r,k}) \Sigma(k) = (R_{e,k+1} \oplus -R_{r,k+1})$$

[0346] 接着, 如果在式 (46) 的第 3 行新追加  $R_{r,k+1}$  的更新式, 则最终得到下式。

[0347]

$$\begin{bmatrix} R_{e,k+1} & 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} & \tilde{L}_{k+1} \\ 0 & R_{r,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{e,k} & \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k \\ \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & R_{r,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ -R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & I \end{bmatrix}$$

[0348]

$$= \begin{bmatrix} R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & 0 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T & \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \\ 0 & R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \end{bmatrix} \quad (48)$$

[0349] 从该两边的  $3 \times 2$  数据块矩阵的各项的对应得到下面的增益矩阵  $K_k$  的更新式。

[0350]

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} - \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (49)$$

[0351]

$$\tilde{L}_{k+1} = \rho^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_k - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K}_k \end{bmatrix} R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (50)$$

[0352]

$$R_{e,k+1} = R_{e,k} - \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k R_{r,k}^{-1} \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T \quad (51)$$

[0353]

$$R_{r,k+1} = R_{r,k} - \tilde{L}_k^T \check{C}_{k+1}^T R_{e,k}^{-1} \check{C}_{k+1} \tilde{L}_k \quad (52)$$

[0354] 工业应用性

[0355] 通常的民间的通信设备等,往往从成本和速度面上以单精度进行计算。因此,本发明作为实用性的状态估计算法应该能够给各产业领域带来其效果。又,本发明能够使用于通信系统和音响系统的回波消除器、音场重放或噪声控制等。

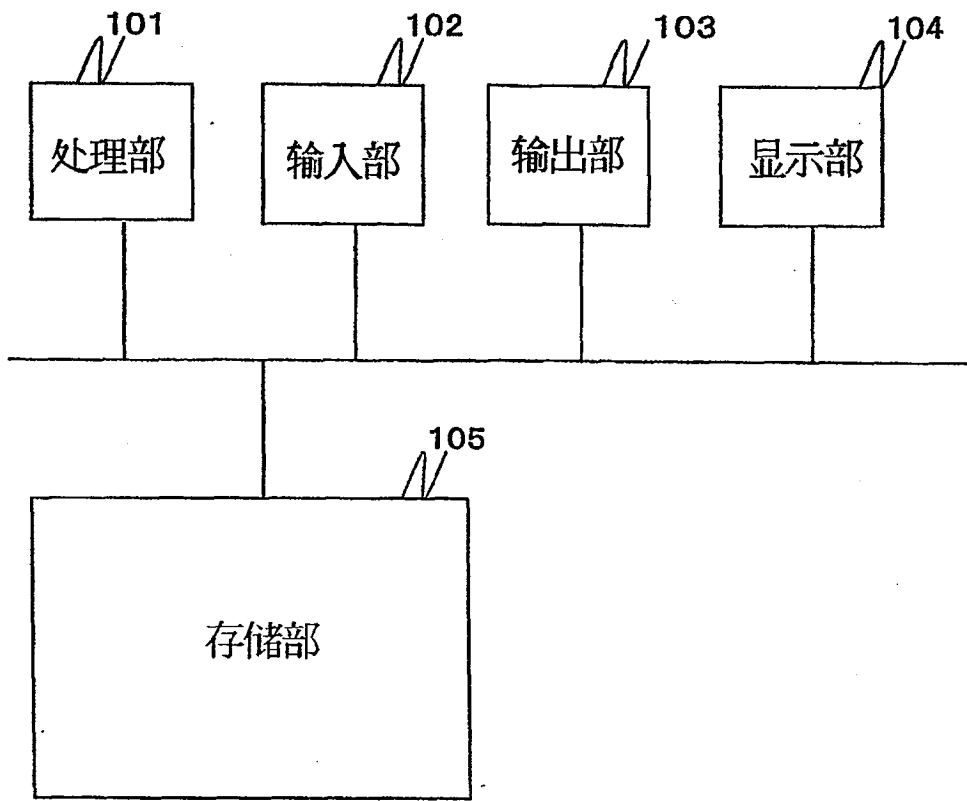


图 1

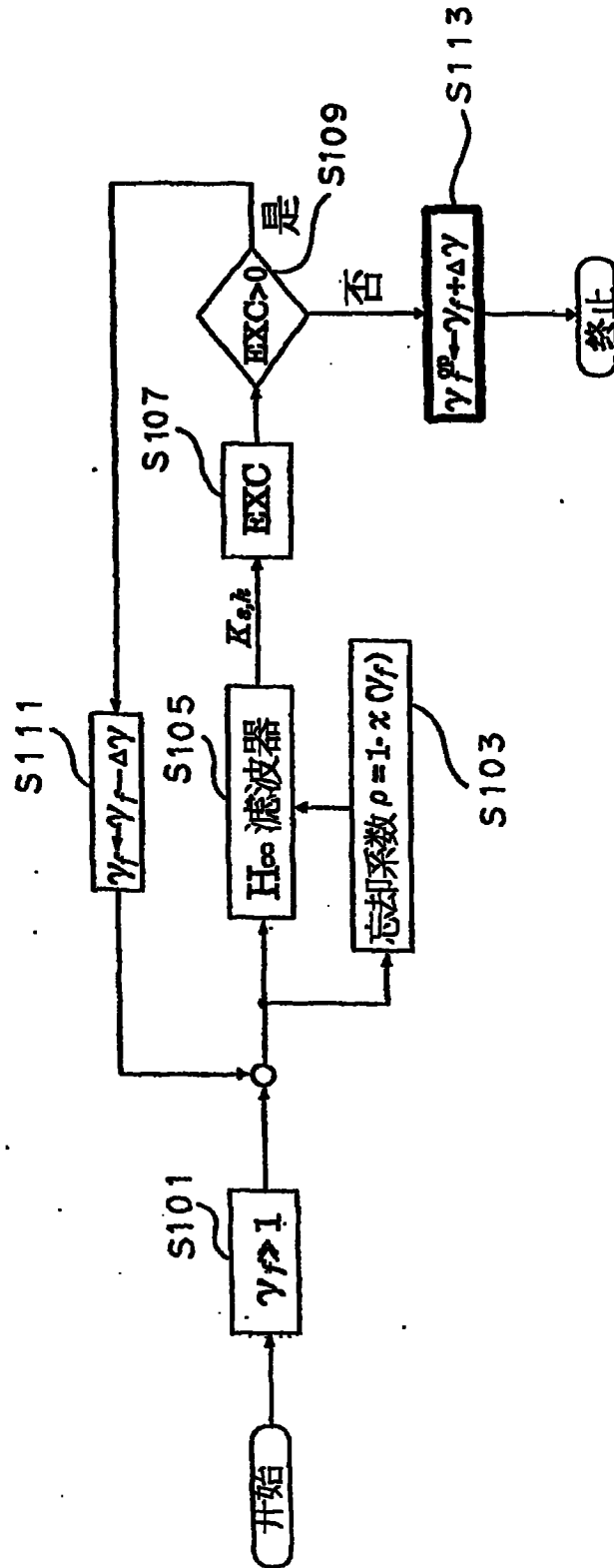


图 2

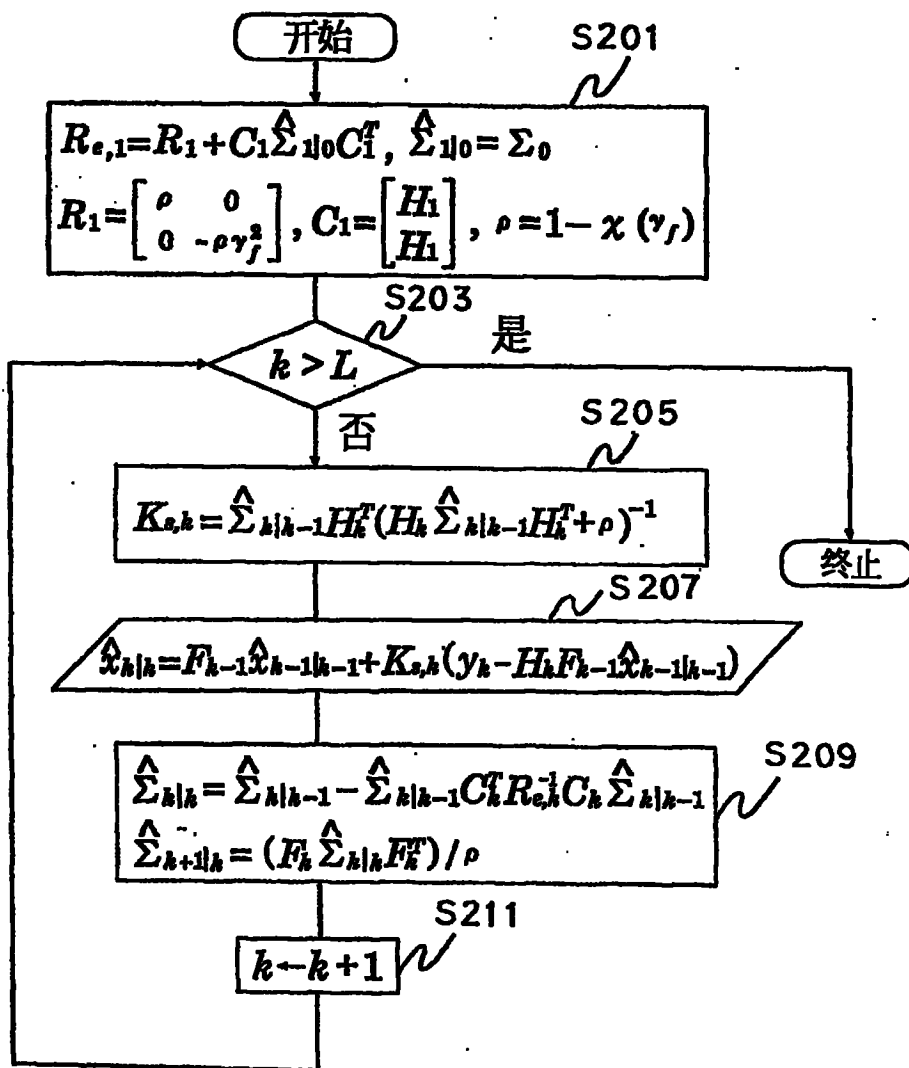


图 3

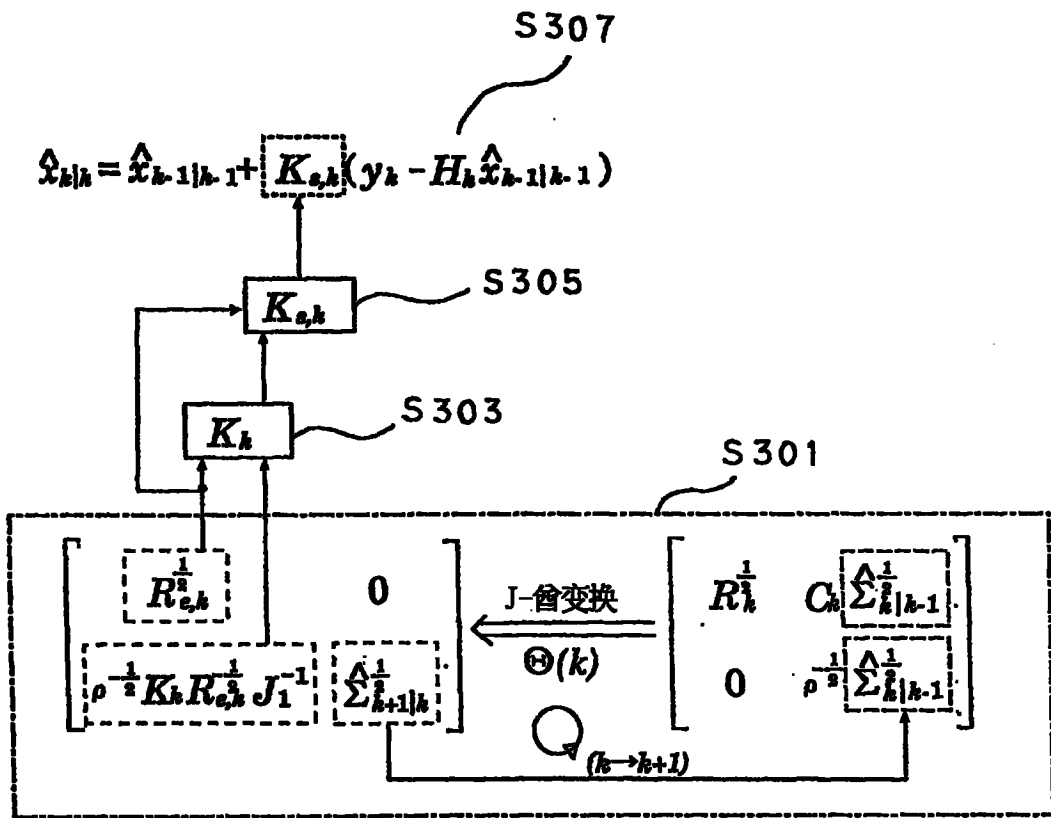


图 4

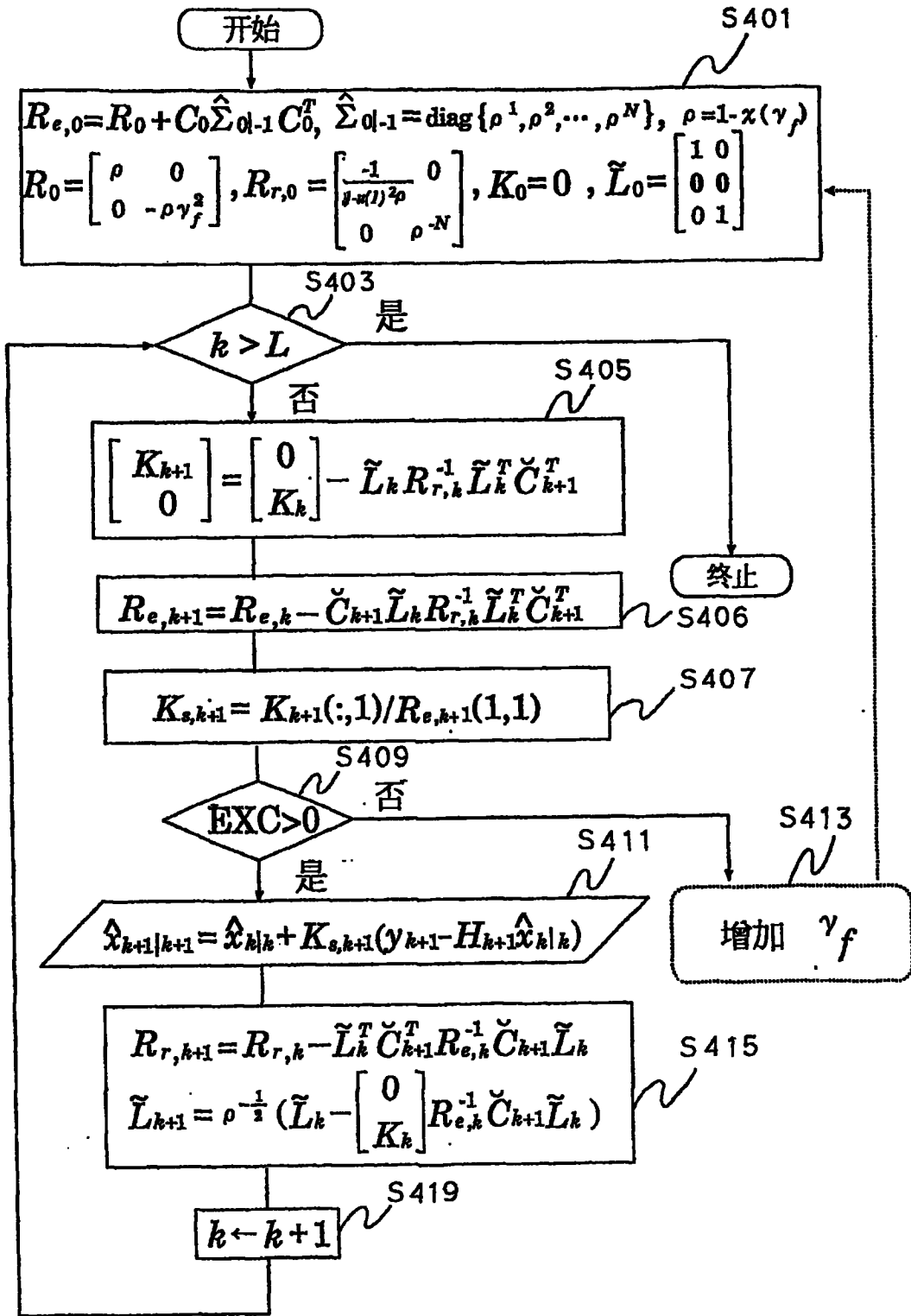
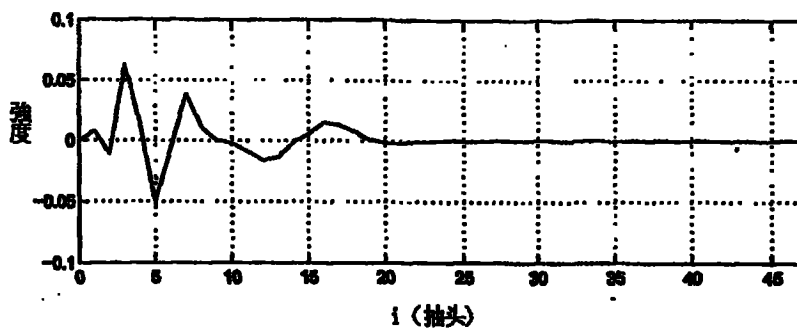


图 5

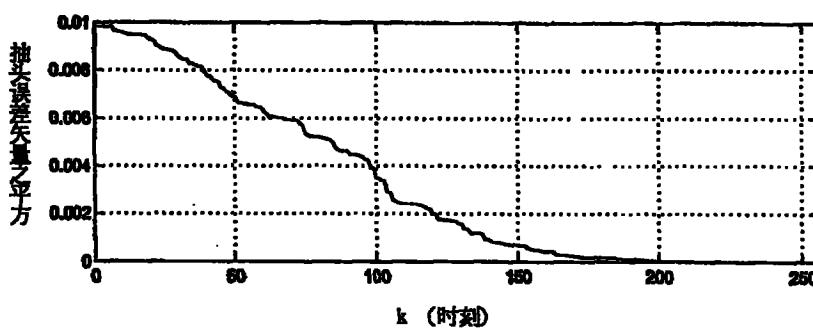
回波通道的脉冲响应

$h_0$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
0.0	0.008	-0.012	0.064	0.013	-0.052
$h_6$	$h_7$	$h_8$	$h_9$	$h_{10}$	$h_{11}$
-0.007	0.039	0.011	0.0	-0.002	-0.009
$h_{12}$	$h_{13}$	$h_{14}$	$h_{15}$	$h_{16}$	$h_{17}$
-0.016	-0.013	-0.001	0.004	0.015	0.013
$h_{18}$	$h_{19}$	$h_{20}$	$h_{21}$	$h_{22}$	$h_{23}$
0.007	0.0	-0.001	-0.002	-0.001	0.0

图 6



(a) 脉冲响应的估计值 ( $\hat{x}_{256|256}$ )



(b) 抽头误差的转变

图 7

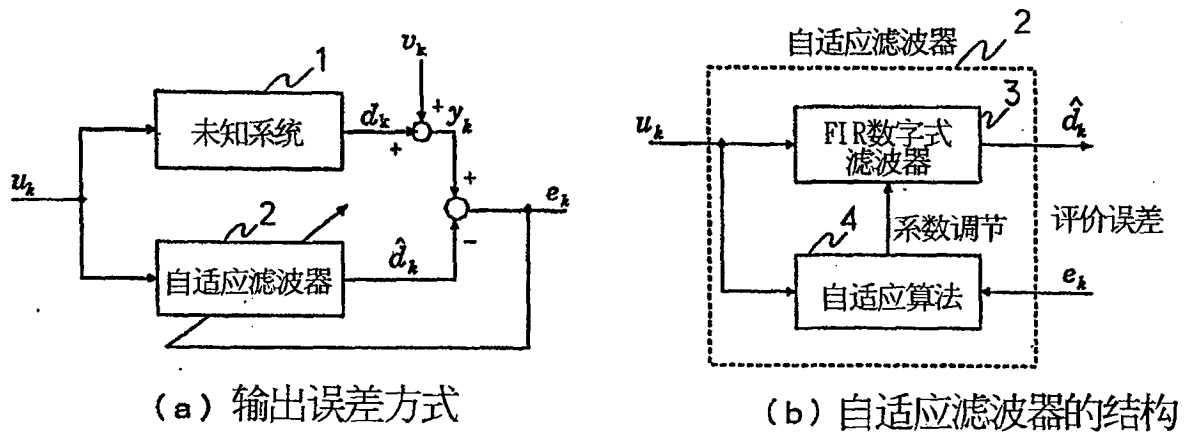


图 8

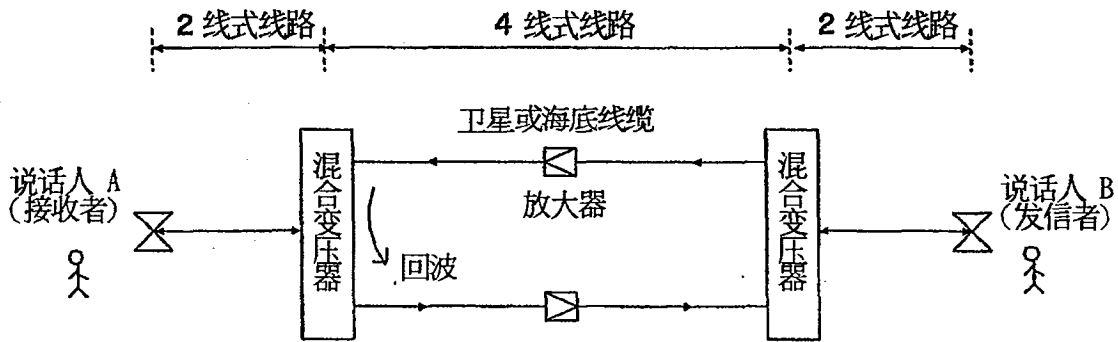


图 9

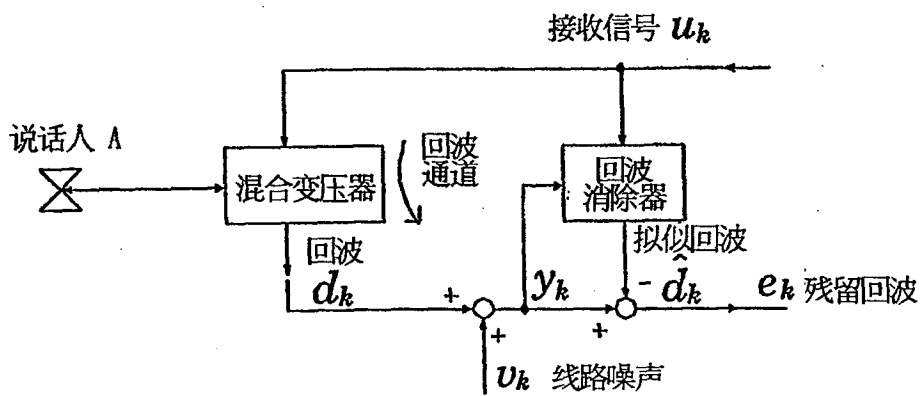


图 10