

(12) 按照专利合作条约所公布的国际申请

(19) 世界知识产权组织
国际局

(43) 国际公布日
2018 年 1 月 25 日 (25.01.2018)



(10) 国际公布号
WO 2018/014417 A1

- (51) 国际专利分类号:
H02J 3/00 (2006.01)
- (21) 国际申请号: PCT/CN2016/097114
- (22) 国际申请日: 2016 年 8 月 29 日 (29.08.2016)
- (25) 申请语言: 中文
- (26) 公布语言: 中文
- (30) 优先权:
201610594776.X 2016年7月21日 (21.07.2016) CN
- (71) 申请人: 天津大学 (TIANJIN UNIVERSITY) [CN/
CN]; 中国天津市南开区卫津路 92 号天津
大学, Tianjin 300072 (CN)。
- (72) 发明人: 贾宏杰 (JIA, Hongjie); 中国天津市南开
区卫津路 92 号天津大学, Tianjin 300072 (CN)。

董朝宇 (DONG, Chaoyu); 中国天津市南开区
卫津路 92 号天津大学, Tianjin 300072 (CN)。
姜懿郎 (JIANG, Yilang); 中国天津市南开区
卫津路 92 号天津大学, Tianjin 300072 (CN)。
姜涛 (JIANG, Tao); 中国天津市南开区卫津
路 92 号天津大学, Tianjin 300072 (CN)。 王蕾
(WANG, Lei); 中国天津市南开区卫津路 92 号
天津大学, Tianjin 300072 (CN)。

(74) 代理人: 天津市北洋有限责任专利代理事务所
(BEI&OCEAN); 中国天津市南开区鞍山西道时
代公寓A座603室, Tianjin 300193 (CN)。

(81) 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的国家
保护): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG,
BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU,
CZ, DE, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD,
GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JP, KE,

(54) Title: RAPID SOLVING METHOD FOR TIME-DELAY STABILITY MARGIN OF ELECTRIC POWER SYSTEM

(54) 发明名称: 一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法

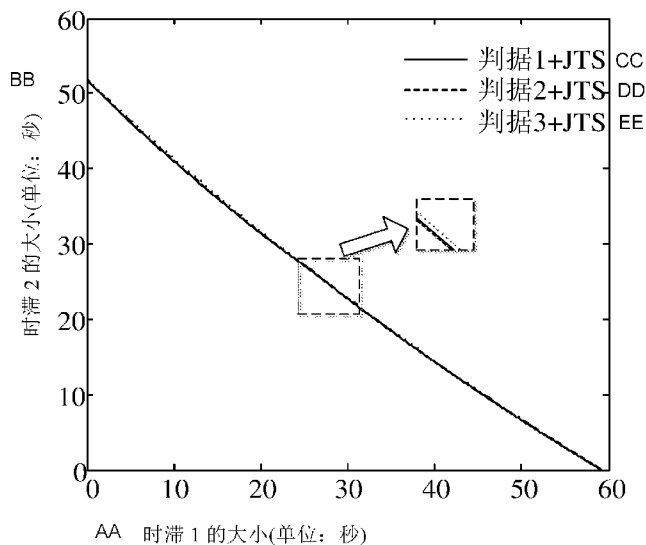


图 2

AA Size of time-delay 1 (unit: second)
BB Size of time-delay 2 (unit: second)
CC Criterion 1+JTS
DD Criterion 2+JTS
EE Criterion 3+JTS

(57) Abstract: Disclosed is a rapid solving method for a time-delay stability margin of an electric power system. The method takes the three steps of Jordan standard conversion, Taylor series separation and Schur model order reduction as a core to reconstruct a new time-delay system and reduce the number of system dimensions. The method comprises: firstly, using Jordan standard conversion to process a time-delay system model; further applying the idea of Taylor series expansion to separation processes containing a time-delay state variable and not containing the time-delay state variable; then using a Schur model order reduction method to realize equilibrium

KG, KN, KP, KR, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, ZA, ZM, ZW。

(84) 指定国 (除另有指明, 要求每一种可提供的地区保护): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 欧亚 (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 欧洲 (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG)。

本国际公布:

— 包括国际检索报告 (条约第21条(3))。

model truncation; and finally, using a multi-time-delay WSCC-3-machine-9-node electric power system to verify the method of the invention provided under several typical criteria, respectively. By simplifying a system model, greatly reducing the solving time of a time-delay stability margin, and completing rapid solving of the time-delay stability margin of an electric power system, the present invention solves the problem of a multi-dimensional and multi-time-delay system being difficult to solve, and enlarges an application scope of stability criteria.

(57) 摘要: 本发明公开了一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 以Jordan标准变换、Taylor级数分离和Schur模型降阶三个步骤为核心, 重构新的时滞系统, 降低系统维数。该方法首先将时滞系统模型用Jordan标准变换进行处理; 进一步将Taylor级数展开的思想应用到含有时滞状态变量和不含时滞状态变量的分离过程中; 再利用Schur模型降阶方法实现均衡模型截断; 最后, 利用多时滞的WSCC-3机9节点电力系统对所提出发明方法分别在几种典型判据下进行验证。本发明通过简化系统模型, 大幅降低时滞稳定裕度的求解时间, 完成电力系统时滞稳定裕度的快速求解, 解决多维、多时滞系统求解困难的问题, 扩大了稳定判据的应用范围。

一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法

技术领域

5 本发明涉及线性矩阵不等式(LMI)技术和时滞系统稳定性分析领域, 尤其涉及一种时滞系统稳定裕度快速求解方法。

背景技术

广域测量系统(Wide Area Measurement System, WAMS)是以同步向量测量技术为基础, 以电力系统动态过程检测、分析和控制为目标的实时监控系統。在广域量测系统中, 10 利用广域量测信息进行广域控制有利于改善整个电力系统的运行稳定性, 实现电力系统的安全稳定运行。但是在基于WAMS的电力系统广域控制中, 由于需要利用远方信号进行反馈控制, 广域量测信号均存在一定的时滞, 而时滞的存在有可能恶化控制器性能, 导致系统出现失稳, 因此, 研究广域量测时滞对电力系统稳定性的影响具有十分重要的意义。

为研究时滞对电力系统的影响, 同时考虑到时滞随机变动、参数不连贯和存在切换环节等情况, 基于Lyapunov稳定性理论和LMI技术的直接法已被广泛应用, 它通过构造能量 15 函数可以直接求解时滞系统稳定裕度, 进行时滞系统控制器设计等。

但是, 将直接法应用到广域系统时滞问题的分析与处理时, 该方法待求解变量数与系统中状态变量的数量近似呈平方关系, 当系统中状态变量较多时, 求解时滞系统稳定裕度就会面临待求变量过多, 计算时间过长的困难, 因此如何减少待求变量的数目、降低计算 20 求解时间就变得尤为重要。目前已经有一些模型简化的方法, 如: 均衡截断利用均方根对复杂模型进行简化; 对非最小系统, 运用Hankel最小度逼近简化系统, 以及运用互质因子实现的模型截断, 这些方法已经在复杂动态系统分析中获得成功应用。然而, 上述简化方法大多数针对的是不含时滞的系统, 由于时滞系统的特征方程含有超越项, 将现有的简化方法直接应用到时滞稳定的求解过程仍然存在较大的困难。

25

发明内容

为解决上述问题, 本发明提出了一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法。该方法通过将含有时滞的系统模型用 Jordan 标准变换进行处理; 进一步将 Taylor 级数用于到含时 30 滞状态变量和不含时滞状态变量的关联分离过程; 再利用 Schur 模型降阶方法实现均衡模型截断, 大幅降低时滞稳定裕度的求解时间, 同时, 保证了最后判断结果的精确性, 在Layapunov 稳定性判据下, 利用本发明方法对多时滞的 WSCC-3 机 9 节点电力系统进行时滞稳定裕度快速求解。

本发明提出的一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 对于含有 m 个时滞环节的时滞电力系统, 构建时滞电力系统数学模型, 应用 Jordan 标准变换、Taylor 级数分离、 35 Schur 模型降阶对所述时滞电力系统数学模型进行简化, 得到简化后的时滞电力系统数学

模型,进而快速求出时滞电力系统的时滞稳定裕度,从而得到保证电力系统稳定运行所允许的最大时滞,具体步骤如下:

步骤一、构建时滞电力系统数学模型:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ x(t + \xi) = h(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (1)$$

5 式中: t 表示时间变量; $x(t)$ 为状态变量; $\frac{dx(t)}{dt}$ 为状态变量对时间的导数; A_0 为非时滞系数矩阵; A_i , $i = 1, 2, \dots, m$, 为时滞系数矩阵, m 表示时滞环节数目; τ_i , $i = 1, 2, \dots, m$, 为系统的时滞常数; $\tau_i > 0$ 表示时滞均大于 0; $x(t - \tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为时滞状态变量; $h(t, \xi)$, 为状态变量 $x(t)$ 的历史轨迹; $\xi \in [-\max(\tau_i), 0)$ 表示变量 ξ 在 τ_i 最大值的相反数和 0 之间变化; 上述代数变量均属于实数域 R , 上述向量变量均属于 n 维实数向量 R^n ;

10 步骤二、利用时滞系数矩阵 A_i 的稀疏性, 对步骤一构建的时滞电力系统数学模型中的时滞系数矩阵 A_i , $i = 1, 2, \dots, m$ 之和进行 Jordan 标准变换, 并根据稀疏性对时滞电力系统数学模型进行行列变换;

步骤三、利用 Taylor 级数展开步骤二中行列变换后的时滞状态变量 $\tilde{z}(t - \tau_i)$, 分离经过 Jordan 标准变换和稀疏性行列变换后的时滞电力系统数学模型中的非时滞项 $\tilde{z}(t)$ 和时滞项 $\tilde{z}(t - \tau_i)$ 之间的相互关联;

步骤四、应用 Schur 模型对步骤三经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型进行简化, 状态变量的数目由 n 个减少到 r 个, 最终得到简化后的时滞电力系统数学模型;

20 步骤五、在电力系统时滞稳定性判据下, 利用步骤四得到的简化后的时滞电力系统数学模型求出含有 m 个时滞环节的时滞电力系统的时滞稳定裕度, 完成电力系统时滞稳定裕度的快速求解, 从而得到保证电力系统稳定运行所允许的最大时滞。

与现有技术相比, 本发明的有益效果是:

25 该发明方法针对含有多时滞的广域电力系统提出了一种电力系统时滞稳定裕度快速求解(简称为 JTS 快速求解)方法, 利用 Jordan 标准变换、Taylor 级数分离、Schur 模型降阶实现对时滞电力系统的模型简化, 简化后的模型能够适用于各种时滞稳定性判据, 能够大幅提高计算效率、改观计算性能。

附图说明

图 1 是三种判据直接求解的 WSCC-3 机 9 节点电力系统时滞稳定域边界图;

30 图 2 是三种判据利用本发明 JTS 快速求解方法求解的 WSCC-3 机 9 节点电力系统时滞稳定域边界图。

具体实施方式

下面结合附图和具体实施例对本发明技术方案作进一步详细描述,所描述的具体实施例仅对本发明进行解释说明,并不用以限制本发明。

本发明提出的一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法,对于含有 m 个时滞环节的时滞电力系统,构建时滞电力系统数学模型,应用 Jordan 标准变换、Taylor 级数分离、Schur 模型降阶对所述时滞电力系统数学模型进行简化,得到简化后的时滞电力系统数学模型,进而快速求出时滞电力系统的时滞稳定裕度,根据该时滞稳定裕度判断当前运行的电力系统是否稳定,具体步骤如下:

步骤一、构建时滞电力系统数学模型:具体步骤如下:

步骤 1-1: 将 WSCC-3 机 9 节点系统中的 2、3 号发电机视为含有广域控制回路的局部电网等值机组,设在 2 号母线上测量的机端电压在反馈给励磁调节器的过程中存在延时 τ_1 , 在 3 号母线上测量的机端电压存在反馈延时 τ_2 , 构建含有时滞环节的电力系统微分代数方程组:

$$\begin{cases} \dot{s} = f(s, s_1, s_2, y, y_1, y_2) \\ \mathbf{0} = g(s, y) \\ \mathbf{0} = g(s_i, y_i), i = 1, 2 \end{cases} \quad (1)$$

式 (2) 中: $s \in \mathbf{R}^n$, 为系统的原始状态变量; $y \in \mathbf{R}^r$, 为系统的原始代数变量; $s_i = s(t - \tau_i)$, $i = 1, 2$, 为系统的原始时滞状态变量; $y_i = y(t - \tau_i)$, $i = 1, 2$, 为系统的原始时滞代数变量; $\tau_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2$, 为系统的时滞常数;

步骤 1-2: 将式(2)在平衡点处 (x_e, y_e) 线性化, 得到:

$$\begin{cases} \Delta \dot{s} = F_s \Delta s + F_y \Delta y + \sum_{i=1}^2 (F_{si} \Delta s_i + F_{yi} \Delta y_i) \\ \mathbf{0} = G_s \Delta s + G_y \Delta y \\ \mathbf{0} = G_{si} \Delta s_i + G_{yi} \Delta y_i, i = 1, 2 \end{cases} \quad (2)$$

式 (3) 中: $F_z = \frac{\partial f}{\partial z}$, $F_y = \frac{\partial f}{\partial y}$, $G_z = \frac{\partial g}{\partial z}$, $G_y = \frac{\partial g}{\partial y}$, $F_{zi} = \frac{\partial f}{\partial z_i}$, $F_{yi} = \frac{\partial f}{\partial y_i}$, $G_{zi} = \frac{\partial g}{\partial z_i}$, $G_{yi} = \frac{\partial g}{\partial y_i}$,

$i = 1, 2$;

步骤 1-3: 在不考虑奇异的前提下, 式(2)中的 G_y, G_{yi} 可逆, 上述式(2)表示为:

$$\Delta \dot{s} = A_0 \Delta s + \sum_{i=1}^m A_i \Delta s(t - \tau_i) \quad (3)$$

式(4)中: $A_0 = F_s - F_y G_y^{-1} G_s$, $A_i = F_{si} - F_{yi} G_{yi}^{-1} G_{si}$;

步骤 1-4: 采用 $x(t) = \Delta z$ 表示状态变量的增量, 式(3)改写成:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^2 A_i x(t - \tau_i) \quad (4)$$

步骤 1-5: 时滞电力系统数学模型表示如下:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^2 A_i x(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ x(t + \xi) = h(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中: t 表示时间变量; $x(t)$ 为状态变量; $\frac{dx(t)}{dt}$ 为状态变量对时间的导数; $x(t - \tau_i)$,

$i = 1, 2$, 为时滞状态变量; $h(t, \xi)$, 为状态变量 $x(t)$ 的历史轨迹; $\xi \in [-\max(\tau_i), 0)$ 表示变量 ξ

5 在 τ_i 最大值的相反数和 0 之间变化; 上述代数变量均属于实数域 R , 上述向量变量均属于 10 维实数向量 R^{10} , 非时滞系数矩阵 A_0 , 时滞系数矩阵 A_1 、 A_2 的具体数值如下:

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_{11}^0 & A_{12}^0 \\ A_{21}^0 & A_{22}^0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A_{11}^0 = \begin{bmatrix} 0.00 & 377.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -0.15 & -0.00 & -0.03 & -0.11 & 0.00 \\ -0.02 & 0.00 & -0.26 & 0.05 & 0.17 \\ -1.87 & 0.00 & 0.24 & -5.02 & 0.00 \\ 0 & 0.00 & -2309.00 & 9592.00 & -50.00 \end{bmatrix}, \quad A_{12}^0 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.10 & 0.00 & 0.11 & 0.06 & 0.00 \\ 0.15 & 0.00 & 0.46 & 0.01 & 0.00 \\ 0.92 & 0.00 & 0.26 & 0.75 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$A_{21}^0 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.21 & 0.00 & 0.19 & 0.12 & 0.00 \\ 0.13 & 0.00 & 0.35 & 0.02 & 0.00 \\ 2.41 & 0.00 & 0.43 & 1.85 & 0.00 \\ -250.80 & 0.00 & -814.20 & 13.59 & 0.00 \end{bmatrix}, \quad A_{22}^0 = \begin{bmatrix} 0.00 & 377 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -0.36 & -0.01 & -0.09 & -0.30 & 0.00 \\ -0.01 & 0.00 & -0.14 & 0.02 & 0.13 \\ -5.69 & 0.00 & -0.24 & -14.22 & 0.00 \\ -139.90 & 0.00 & 2402.92 & 486.00 & -50.00 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A_{11}^1 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -2358.00 & 0.00 & 2272.00 & -593.70 & 0.00 \end{bmatrix}, \quad A_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -173.70 & 0.00 & -942.80 & 87.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$A_{21}^1 = \mathbf{O}_{5 \times 5}, \quad A_{22}^1 = \mathbf{O}_{5 \times 5}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A_{11}^2 = \mathbf{O}_{9 \times 5}, \quad A_{12}^2 = \mathbf{O}_{9 \times 5}$$

$$A_{21}^2 = [-250.80 \quad 0.00 \quad -814.20 \quad 13.59 \quad 0.00],$$

$$A_{22}^2 = [-123.90 \quad 0.00 \quad 32.49 \quad -343.20 \quad 0.00]$$

步骤二、利用时滞系数矩阵 A_1 、 A_2 的稀疏性, 对步骤一构建的时滞电力系统数学模型中的时滞系数矩阵 A_i , $i = 1, 2$ 之和进行 Jordan 标准变换, 并根据稀疏性进行行列变换;

具体步骤如下:

步骤 2-1: 对时滞系数矩阵 A_i , $i = 1, 2$ 求和, 得到 $\sum_{i=1}^2 A_i$;

步骤 2-2: 对步骤 2-1 的 $\sum_{i=1}^m A_i$ 求和结果进行 Jordan 标准变换, 即对时滞系数矩阵 A_i , $i = 1, 2$ 之和进行行列变换:

$$T \left(\sum_{i=1}^m A_i \right) T^{-1} = J \quad (9)$$

5 式(9)中: T 为行列变换矩阵;

步骤 2-3: 对步骤一建立的含时滞环节的电力系统数学模型的第一个式子:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^2 A_i x(t - \tau_i) \text{ 进行行变换得到:}$$

$$\frac{dTx(t)}{dt} = TA_0 x(t) + T \sum_{i=1}^2 A_i x(t - \tau_i) \quad (10)$$

10 步骤 2-4: 对状态变量 $x(t)$ 进行变量替换, 令 $Tx(t) = z(t)$, 则 $x(t) = T^{-1}z(t)$ 、
 $x(t - \tau_i) = T^{-1}z(t - \tau_i)$, 代入式(10)得到:

$$\frac{dz(t)}{dt} = A_{0J} z(t) + \sum_{i=1}^2 A_{iJ} z(t - \tau_i) \quad (11)$$

步骤 2-5: 根据式(11)中的时滞系数矩阵 A_{iJ} 的稀疏性对该时滞系数矩阵 A_{iJ} 进行行列变换, 变换原则是: 对于某个变量 z_k , $1 \leq k \leq 10$, 如果 A_{iJ} 中的元素 $A_{iJ}(i, j)$ 或 $A_{iJ}(j, i)$, $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq j \leq 10$, $A_{iJ}(i, j)$ 和 $A_{iJ}(j, i)$ 的值均为零, 则将该变量 z_k 依次后移至状态变量

15 排序最末, 得到顺序重新整理排列后的状态变量: $\tilde{z}(t) = [\tilde{z}_{res}^T(t) \ \tilde{z}_{unres}^T(t)]^T$, 其中,

$\tilde{z}_{res}(t) \in \mathbf{R}^4$, $\tilde{z}_{unres}(t) \in \mathbf{R}^6$; 根据上述变换原则得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_0 \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^2 \tilde{A}_i \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) \\ \tilde{z}_{unres}(t - \tau_i) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{式(12)中: } \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1} & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

经过 Jordan 标准变换和稀疏性行列变换后的时滞电力系统数学模型表示如下:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{z}(t)}{dt} = \tilde{A}_0 \tilde{z}(t) + \sum_{i=1}^2 \tilde{A}_i \tilde{z}(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ \tilde{z}(t + \xi) = \tilde{h}(t, \xi), \xi \in [-\tau_i, 0) \end{cases} \quad (13)$$

步骤三、利用 Taylor 级数展开时滞状态变量 $\tilde{z}(t - \tau_i)$, 分离经过 Jordan 标准变换和稀疏性行列变换后的时滞电力系统数学模型中的非时滞项 $\tilde{z}(t)$ 和时滞项 $\tilde{z}(t - \tau_i)$ 之间的相互关联; 具体步骤如下:

步骤 3-1: 利用 Taylor 级数展开式(13)中的时滞状态变量 $\tilde{z}(t - \tau_i)$,

$$\begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) \\ \tilde{z}_{unres}(t - \tau_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} - \tau_i \begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{z}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

步骤 3-2: 将式(14)代入式(13)中的第一个式子 $\frac{d\tilde{z}(t)}{dt} = \tilde{A}_0 \tilde{z}(t) + \sum_{i=1}^2 \tilde{A}_i \tilde{z}(t - \tau_i)$ 得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_0 \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^2 \tilde{A}_i \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} - \tau_i \begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{z}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (15)$$

5 步骤 3-3: 对式(15)进行同类项合并:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{z}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\} \text{是可逆的, 式(16)的两边乘以} \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}$$

的逆矩阵得到经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} &= \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{z}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \left\{ \mathbf{I}_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 & \mathbf{O}_{4 \times 6} \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} & \mathbf{O}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{il}^1 \\ \mathbf{O}_{6 \times 4} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{z}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

步骤四、应用 Schur 模型降阶对步骤三经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型进行简化, 状态变量的数目由 10 个减少到 4 个, 最终得到简化后的时滞电力系统数学模型; 具体步骤如下:

15 步骤 4-1: 对经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型进行输入-输出化整理得到:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}(t) = \bar{\mathbf{A}}_0 \tilde{z}(t) + \bar{\mathbf{B}}_0 u(t) \\ \mathbf{y}(t) = [\mathbf{I}_{4 \times 4} \quad \mathbf{O}_{4 \times 6}] \tilde{z}(t) \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中:

$$\bar{A}_0 = \left\{ I_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{4 \times 6} \\ O_{6 \times 4} & O_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{4 \times 6} \\ O_{6 \times 4} & O_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}$$

$$\bar{B}_0 = [\bar{B}_1 \quad \bar{B}_2]$$

$$\bar{B}_i = \left\{ I_{10 \times 10} + \sum_{i=1}^2 \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{4 \times 6} \\ O_{6 \times 4} & O_{6 \times 6} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 \\ O_{6 \times 4} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2$$

$$5 \quad u = \begin{bmatrix} u_1^T & u_2^T \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad u_i(t) = \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t)$$

步骤 4-2: 应用 Schur 模型降阶方法将式(18)中的 10 个状态变量减少到 4 个:

$$\begin{cases} \dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t) \\ y(t) = C_{red} z_{red}(t) \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中: $z_{red}(t) \in R^4$, $y(t) \in R^4$, $A_{red} \in R^{4 \times 4}$, $B_{red,i} \in R^{4 \times 4}$, $C_{red} \in R^{4 \times 4}$,
 $B_{red} = [B_{red,1} \quad B_{red,2}]$;

10 步骤 4-3: 根据式(18), 将 $y(t) = \tilde{z}_{res}(t)$ 代入式(19):

$$\begin{cases} \dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t) \\ \tilde{z}_{res}(t) = C_{red} z_{red}(t) \end{cases} \quad (20)$$

步骤 4-4: 将式(20)中第二式 $\tilde{z}_{res}(t) = C_{red} z_{red}(t)$ 代入第一式 $\dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t)$ 中得到:

$$\dot{\tilde{z}}_{res}(t) = C_{red} A_{red} C_{red}^{-1} \tilde{z}_{res}(t) + C_{red} B_{red} u(t) \quad (21)$$

15 步骤 4-5: 根据 Taylor 级数, 展开式(18)中输入 $u(t)$ 的每个输入分量 $u_i(t)$:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) \\ u_i(t) &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) - \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) - \frac{(-\tau_i)^1}{1!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) \\ u_i(t) &= \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) - \tilde{z}_{res}(t) + \tau_i \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

步骤 4-6: 将所有输入分量代入式(21), 最终得到简化后的时滞电力系统数学模型:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{z}_{res}(t)}{dt} = A_{0,res} \tilde{z}_{res}(t) + \sum_{i=1}^2 A_{i,res} \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) \\ x(t + \xi) = h(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (23)$$

式(23)中:

$$A_{0,res} = \left(I_{4 \times 4} - \sum_{i=1}^2 \tau_i C_{red} B_{red,i} \right)^{-1} \left(C_{red} A_{red} C_{red}^{-1} - \sum_{i=1}^2 C_{red} B_{red,i} \right),$$

$$A_{i, res} = \left(I_{r \times r} - \sum_{i=1}^2 \tau_i C_{red} B_{red, i} \right)^{-1} C_{red} B_{red, i}$$

步骤五、在电力系统时滞稳定性判据下，利用步骤四得到的简化后的时滞电力系统数学模型求出含有 2 个时滞环节的时滞电力系统的时滞稳定裕度，从而得到保证电力系统稳定运行所允许的最大时滞。其中，所述电力系统时滞稳定性判据包括以下两种情形之一：

- 5 (1) Layapunov 稳定性判据；
- (2) 特征值分析稳定性判据。

下面以三种具体的 Layapunov 稳定性判据为例对本方法的效果进行说明：

利用步骤四得到的简化后的时滞电力系统数学模型求出双时滞 WSCC-3 机 9 节点电力系统的时滞稳定裕度，将本发明 JTS 快速求解方法和直接用判据方法求解的结果进行比较，Layapunov 稳定性判据的三个典型判据具体内容如下：

判据 1 给出一种含自由权矩阵的电力系统多时滞稳定性判据。

判据 1 对于含有 m 个时滞环节的系统，如果存在正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $Q_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $i=1, 2, \dots, m$ ，半正定矩阵 $W_{i,j} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ，对称矩阵 $X_{i,j} \in \mathbf{R}^{(m+1)n \times (m+1)n}$ ， $0 \leq i < j < m$ 和矩阵 $N_k^{i,j} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $0 \leq i < j < m$ ， $i=1, 2, \dots, m, m+1$ ，使得下列矩阵不等式成立：

$$15 \quad S = \begin{bmatrix} S_{1,1} & \cdots & S_{1,m} & S_{1,m+1} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ S_{1,m}^T & \vdots & S_{m,m} & S_{m,m+1} \\ S_{1,m+1}^T & \vdots & S_{m,m+1}^T & S_{m+1,m+1} \end{bmatrix} < O \quad (28)$$

$$M_{i,j} \geq O, \quad 0 \leq i < j < m \quad (29)$$

式中：

$$\begin{aligned}
 S_{1,1} &= PA_0 + A_0^T P + \sum_{k=1}^m Q_k + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_0^T W_{k,l} A_0 + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{1,1}^{k,l} + \sum_{k=1}^m N_1^{0,k} + \sum_{k=1}^m (N_1^{0,k})^T \\
 S_{m+1,m+1} &= -Q_m + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_m^T W_{k,l} A_m - \sum_{k=0}^{m-1} N_m^{k,m} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{m+1,m+1}^{k,l} - \sum_{k=0}^{m-1} (N_m^{k,m})^T \\
 S_{i,i} &= -Q_{i-1} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_{i-1}^T W_{k,l} A_{i-1} + \sum_{k=i}^m N_i^{i-1,k} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{i,i}^{k,l} + \sum_{k=i}^m (N_i^{i-1,k})^T - \sum_{k=0}^{i-2} N_i^{k,i-1} \\
 &\quad - \sum_{k=0}^{i-2} (N_i^{k,i-1})^T, \quad i=2, 3, \dots, m-1, m \\
 S_{1,j} &= PA_{j-1} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_0^T W_{k,l} A_{j-1} + \sum_{k=j}^m N_1^{j-1,k} - \sum_{k=0}^{j-2} N_1^{k,j-1} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{1,j}^{k,l} + \left(\sum_{k=i}^m N_j^{0,k} \right)^T \\
 j &= 2, 3, \dots, m, m \\
 S_{i,j} &= \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_{i-1}^T W_{k,l} A_{j-1} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{i,j}^{k,l} + \sum_{k=j}^m N_i^{j-1,k} - \sum_{k=0}^{j-2} N_i^{k,j-1} + \left(\sum_{k=i}^m N_j^{i-1,k} \right)^T - \left(\sum_{k=0}^{i-2} N_j^{k,j-1} \right)^T \\
 25 \quad i &= 2, 3, \dots, m-1, \quad j=i+2, i+3, \dots, m, m+1
 \end{aligned}$$

$$S_{1,m+1} = PA_m + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_0^T W_{k,l} A_m - \sum_{k=0}^{m-1} N_1^{k,m} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{1,m+1}^{k,l} + \left(\sum_{k=1}^m N_{m+1}^{0,k} \right)^T$$

$$S_{i,m+1} = \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) A_{i-1}^T W_{k,l} A_m + \left(\sum_{k=i}^m N_{m+1}^{i-1,k} \right)^T - \sum_{k=0}^{m-1} N_l^{k,m} + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (\tau_l - \tau_k) X_{i,m+1}^{k,l} - \left(\sum_{k=0}^{i-2} N_{m+1}^{k,m} \right)^T$$

$$i = 2, 3, \dots, m-1, m$$

$$X_{i,j} = \begin{bmatrix} X_{1,j}^{1,1} & \cdots & X_{1,m}^{i,j} & X_{1,m+1}^{i,j} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ (X_{1,m}^{i,j})^T & \vdots & X_{m,m}^{i,j} & X_{m,m+1}^{i,j} \\ (X_{1,m+1}^{i,j})^T & \vdots & (X_{m,m+1}^{i,j})^T & X_{m+1,m+1}^{i,j} \end{bmatrix}$$

$$5 \quad X_{k,l}^{i,j} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \quad 0 \leq i < j < m, \quad 0 \leq k < l < m+1$$

$$M_{i,j} = \begin{bmatrix} X_{1,1}^{i,j} & \cdots & X_{1,m+1}^{i,j} & N_1^{i,j} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ (X_{1,m+1}^{i,j})^T & \vdots & X_{m+1,m+1}^{i,j} & N_{m+1}^{i,j} \\ (N_1^{i,j})^T & \vdots & (N_{m+1}^{i,j})^T & W_{i,j} \end{bmatrix}$$

判据 2 给出一种不含自由权矩阵的电力系统多时滞稳定性判据。

判据 2 对于含有 m 个时滞环节的系统, 如果存在正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $Q_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $i = 1, 2, \dots, m$ 和半正定矩阵 $W_{i,j} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $i = 1, 2, \dots, m$, 使得下列矩阵不等式成立:

$$10 \quad H = \begin{bmatrix} H_{1,1} & \cdots & H_{1,m} & H_{1,m+1} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ H_{1,m}^T & \vdots & H_{m,m} & H_{m,m+1} \\ H_{1,m+1}^T & \vdots & H_{m,m+1}^T & H_{m+1,m+1} \end{bmatrix} < O \quad (30)$$

式中:

$$H_{1,1} = PA_0 + A_0^T P + \sum_{k=1}^m Q_k + \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_0^T W_k A_0 - W_1$$

$$H_{i,i} = -Q_{i-1} + \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_{i-1}^T W_k A_{i-1} - W_i - W_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1, m$$

$$H_{m+1,m+1} = -Q_m + \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_m^T W_k A_m - W_m$$

$$15 \quad H_{1,2} = PA_1 + \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_0^T W_k A_1 + W_1$$

$$H_{i,i+1} = \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_{i-1}^T W_k A_i + W_i, \quad i = 2, 3, \dots, m-1, m$$

$$H_{1,j} = PA_{j-1} + \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_0^T W_k A_{j-1}, \quad j = 3, 4, \dots, m, m+1$$

$$H_{i,j} = \sum_{k=1}^m (\tau_k - \tau_{k-1})^2 A_{i-1}^T W_k A_{j-1}, \quad 2 \leq i < i+2 \leq j \leq m+1$$

判据 3 引入积分二次型, 给出一种含积分二次型的电力系统多时滞稳定性判据。

判据 3 如果存在正定矩阵 $P \in R^{(2m+1)n \times (2m+1)n}$, $U_i \in R^{n \times n}$, $Y_i \in R^{2n \times 2n}$ 和半正定矩阵 $Q_i \in R^{2n \times 2n}$, $Z_i \in R^{2n \times 2n}$, $i=1, 2, \dots, m$ 使得下列矩阵负定:

$$\begin{aligned} & (C_1 P C_2^T + C_2 P C_1^T) + \sum_{i=1}^m \left\{ [e_1 \quad A_c^T] (Q_i + \tau_i^2 Z_i) \begin{bmatrix} e_1^T \\ A_c \end{bmatrix} - [e_{i+2m+1} \quad e_1 - e_{i+1}] Z_i \begin{bmatrix} e_{i+2m+1}^T \\ e_1^T - e_{i+1}^T \end{bmatrix} - 2(\tau_i e_1 - e_{i+2m+1}) \right. \\ 5 \quad & \cdot U_i (\tau_i e_1^T - e_{i+2m+1}^T) + \frac{1}{2} \tau_i^4 A_c^T U_i A_c - [e_{i+1} \quad e_{i+2m+1}] Q_i \begin{bmatrix} e_{i+1}^T \\ e_{i+2m+1}^T \end{bmatrix} \left. \right\} + \sum_{i=2}^m \left\{ (\tau_i - \tau_{i-1})^2 [e_1 \quad A_c^T] Y_{i-1} \begin{bmatrix} e_1^T \\ A_c \end{bmatrix} \right. \\ & \left. - [e_{i+2m+1} - e_{i+2m} \quad e_i - e_{i+1}] Y_{i-1} \begin{bmatrix} e_{i+2m+1}^T - e_{i+2m}^T \\ e_i^T - e_{i+1}^T \end{bmatrix} \right\} \end{aligned}$$

则含 m 个时滞环节的系统是渐进稳定, 其中:

$$A_c = [A_0 \quad A_1 \quad A_2 \quad \cdots \quad A_{m-1} \quad A_m \quad O \quad \cdots \quad O],$$

$$C_1 = [e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad \cdots \quad e_m \quad e_{m+1} \quad e_{m+2} \quad e_{2m+2} \quad e_{2m+3} \quad \cdots \quad e_{3m} \quad e_{3m+1}],$$

$$C_2 = [A_c^T \quad e_{m+2} \quad e_{m+3} \quad \cdots \quad e_{2m} \quad e_{2m+1} \quad e_1 - e_2 \quad e_1 - e_3 \quad \cdots \quad e_1 - e_m \quad e_1 - e_{m+1}].$$

图 1 为直接求解得到的时滞稳定域边界、图 2 为应用 JTS 快速求解方法后得到的时滞稳定域边界。

对比图 1 和图 2 可以明显看出, 经过 JTS 快速求解方法得到的 WSCC-3 机 9 节点电力系统时滞稳定域边界除个别点外, 几乎同判据直接求解得到的曲线完全一致。

为对比判据的耗时情况, 定义参数 θ 和计算效能提高率 (Calculation Efficiency Increasing Rate, CEIR) 如下:

$$\theta = \arctan \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (24)$$

$$CEIR = \left(\frac{\text{判据直接求解耗时}}{\text{采用 JTS 求解耗时}} - 1 \right) \times 100\% \quad (25)$$

根据 θ 从 0° 增加至 90° , 表 1 给出了相应的计算时间和 CEIR 值:

表 1 WSCC-3 机 9 节点电力系统计算时间比较

$\theta (^\circ)$	判据 1			判据 2			判据 3		
	直接	JTS	CEIR	直接	JTS	CEIR	直接求解	JTS	CEIR
	求解	求解		求解	求解		耗时	求解	
	耗时	耗时		耗时	耗时		(s)	耗时	
	(s)	(s)		(s)	(s)		(s)	(s)	

0	1684.74	5.25	31990.29	4.01	0.18	2127.78	1520.45	32.26	4613.11
5	797.08	7.35	10744.63	4.94	0.28	1664.29	1449.73	51.45	2717.75
10	760.27	7.51	10023.44	5.13	0.27	1800.00	1189.73	53.69	2115.92
15	764.67	7.85	9641.02	5.03	0.27	1762.96	1183.96	53.51	2123.81
20	955.95	8.16	11615.07	4.98	0.25	1892.00	1173.72	54.23	2064.34
25	988.62	7.82	12542.20	4.71	0.25	1784.00	1308.21	50.94	2468.14
30	1069.53	7.20	14754.58	4.74	0.25	1796.00	1178.65	52.80	2132.29
35	1086.09	7.20	14984.58	4.88	0.26	1776.92	1236.65	53.31	2219.73
40	1135.73	6.40	17645.78	4.84	0.26	1761.54	1177.16	49.80	2263.78
45	1554.47	5.16	30025.39	5.05	0.15	3266.67	1457.12	35.10	4051.34
50	756.22	5.47	13724.86	4.68	0.27	1633.33	1294.02	51.33	2420.98
55	1098.28	5.42	20163.47	4.96	0.26	1807.69	1202.27	50.55	2278.38
60	1059.77	5.32	19820.49	4.68	0.27	1633.33	1193.42	50.26	2274.49
65	1093.70	5.83	18659.86	4.50	0.28	1507.14	1351.91	52.34	2482.94
70	1099.70	6.21	17608.53	4.65	0.26	1688.46	1233.85	49.49	2393.13
75	1065.65	6.18	17143.53	4.66	0.30	1453.33	1202.73	53.05	2167.16
80	1026.90	5.87	17394.04	4.64	0.29	1500.00	1187.11	50.97	2229.04
85	990.41	4.95	19908.28	4.42	0.28	1478.57	1124.02	54.34	1968.49
90	1886.84	4.69	40131.13	2.99	0.15	1893.33	1428.35	36.98	3762.49

从表 1 可以看出, 先利用本发明 JTS 快速求解方法化简 WSCC-3 机 9 节点多时滞电力系统, 再通过稳定性判据计算时滞稳定裕度, 可以大幅减少求解时间。当 θ 在 0° 至 90° 之间变化时, 判据 1 的 CEIR 值最高可达到 40131.13%, 判据 2 的 CEIR 值最高可达到 3266.67%, 判据 3 的 CEIR 值最高可达到 4613.11%, 结果表明 JTS 方法具有明显快速的效果。

以判据 1 计算 WSCC-3 机 9 节点电力系统时滞稳定裕度为例对 JTS 方法的快速求解原理进行说明, 在使用 JTS 方法后, 判据 1 的待求变量矩阵 P , Q_1 , Q_2 , W_1 , W_2 , W_3 , X_{11} , X_{22} , X_{33} , Y_{11} , Y_{22} , Y_{33} 和 Z_{11} , Z_{22} , Z_{33} 均为 4×4 方阵, N_1 , N_2 , N_3 , S_1 , S_2 , S_3 , T_1 , T_2 , T_3 , X_{12} , X_{13} , X_{23} , Y_{12} , Y_{13} , Y_{23} 和 Z_{12} , Z_{13} , Z_{23} 都是适当的 4×4 矩阵, 待求变量总数 N_1 为:

$$N_1 = 15 \times \frac{(4+1) \times 4}{2} + 18 \times 4 \times 4 = 438 \quad (26)$$

而对于直接利用判据求解而言, 待求变量矩阵中有 15 个 10×10 的对称矩阵和 18 个 10×10 的适当矩阵, 待求变量总数 N_2 为:

$$N_2 = 15 \times \frac{(10 + 1) \times 10}{2} + 18 \times 10 \times 10 = 2625 \quad (27)$$

使用 JTS 方法后的待求变量总数约为不使用情况的 1/6，较直接计算大幅减少，因此具有更高的计算效率。其它两种判据的分析情况与之类似，判据 1 至判据 3 的待求变量减少率分别为 83.31%、81.82%和 83.16%，可以明显看出通过 JTS 快速求解方法能够极大地降低待求变量数目，提高求解效率。

尽管上面结合附图对本发明进行了描述，但是本发明并不局限于上述的具体实施方式，上述的具体实施方式仅仅是示意性的，而不是限制性的，本领域的普通技术人员在本发明的启示下，在不脱离本发明宗旨的情况下，还可以做出很多变形，这些均属于本发明的保护之内。

权利要求

1.一种电力系统时滞稳定裕度快速求解方法，其特征在于，对于含有 m 个时滞环节的时滞电力系统，构建时滞电力系统数学模型，应用 Jordan 标准变换、Taylor 级数分离、Schur 模型降阶对所述时滞电力系统数学模型进行简化，得到简化后的时滞电力系统数学模型，进而快速求出时滞电力系统的时滞稳定裕度，从而得到保证电力系统稳定运行所允许的最大时滞，具体步骤如下：

步骤一、构建时滞电力系统数学模型：

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ x(t + \xi) = h(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (1)$$

式中： t 表示时间变量； $x(t)$ 为状态变量； $\frac{dx(t)}{dt}$ 为状态变量对时间的导数； A_0 为非时

滞系数矩阵； $A_i, i = 1, 2, \dots, m$ ，为时滞系数矩阵， m 表示时滞环节数目； $\tau_i, i = 1, 2, \dots, m$ ，为系统的时滞常数； $\tau_i > 0$ 表示时滞均大于 0； $x(t - \tau_i), i = 1, 2, \dots, m$ ，为时滞状态变量； $h(t, \xi)$ ，为状态变量 $x(t)$ 的历史轨迹； $\xi \in [-\max(\tau_i), 0)$ 表示变量 ξ 在 τ_i 最大值的相反数和 0 之间变化；上述代数变量均属于实数域 R ，上述向量变量均属于 n 维实数向量 R^n ；

步骤二、利用时滞系数矩阵 A_i 的稀疏性，对步骤一构建的时滞电力系统数学模型中的时滞系数矩阵 $A_i, i = 1, 2, \dots, m$ 之和进行 Jordan 标准变换，并根据稀疏性对时滞电力系统数学模型进行行列变换；

步骤三、利用 Taylor 级数展开步骤二中行列变换后的时滞状态变量 $\tilde{z}(t - \tau_i)$ ，分离经过 Jordan 标准变换和稀疏性行列变换后的时滞电力系统数学模型中的非时滞项 $\tilde{z}(t)$ 和时滞项 $\tilde{z}(t - \tau_i)$ 之间的相互关联；

步骤四、应用 Schur 模型对步骤三经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型进行简化，状态变量的数目由 n 个减少到 r 个，最终得到简化后的时滞电力系统数学模型；

步骤五、在电力系统时滞稳定性判据下，利用步骤四得到的简化后的时滞电力系统数学模型求出含有 m 个时滞环节的时滞电力系统的时滞稳定裕度，完成电力系统时滞稳定裕度的快速求解，从而得到保证电力系统稳定运行所允许的最大时滞。

2. 根据权利要求 1 所述电力系统时滞稳定裕度快速求解方法，其特征在于：步骤一包括以下步骤：

步骤 1-1：构建含有时滞环节的电力系统微分代数方程组：

$$\begin{cases} \dot{s} = f(s, s_i, y, y_i) \\ 0 = g(s, y) \\ 0 = g(s_i, y_i) \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中： $s \in R^n$ ，为系统的原始状态变量； $y \in R^r$ ，为系统的原始代数变量；

$s_i = s(t - \tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为系统的原始时滞状态变量; $y_i = y(t - \tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为系统的原始时滞代数变量; $\tau_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为系统的时滞常数;

步骤 1-2: 将式(2)在平衡点处 (x_e, y_e) 线性化, 得到:

$$\begin{cases} \Delta \dot{s} = F_s \Delta s + F_y \Delta y + \sum_{i=1}^m (F_{si} \Delta s_i + F_{yi} \Delta y_i) \\ \mathbf{0} = G_s \Delta s + G_y \Delta y \\ \mathbf{0} = G_{si} \Delta s_i + G_{yi} \Delta y_i, i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3)$$

5 式(3)中: $F_s = \frac{\partial f}{\partial s}$, $F_y = \frac{\partial f}{\partial y}$, $G_s = \frac{\partial g}{\partial s}$, $G_y = \frac{\partial g}{\partial y}$, $F_{si} = \frac{\partial f}{\partial s_i}$, $F_{yi} = \frac{\partial f}{\partial y_i}$, $G_{si} = \frac{\partial g}{\partial s_i}$,

$G_{yi} = \frac{\partial g}{\partial y_i}$, $i = 1, 2, \dots, m$; Δs , Δy , Δs_i , Δy_i 为在平衡点附近的增量;

步骤 1-3: 在不考虑奇异的前提下, 式(3)中的 G_y, G_{yi} 可逆, 上述式(3)表示为:

$$\Delta \dot{s} = A_0 \Delta s + \sum_{i=1}^m A_i \Delta s(t - \tau_i) \quad (4)$$

式(4)中: $A_0 = F_s - F_y G_y^{-1} G_s$, $A_i = F_{si} - F_{yi} G_{yi}^{-1} G_{si}$;

10 步骤 1-4: 采用 $x(t) = \Delta z$ 表示状态变量的增量, 式(4)改写成:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \quad (5)$$

步骤 1-5: 时滞电力系统数学模型表示如下:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ x(t + \xi) = h(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中: t 表示时间变量; $x(t)$ 为状态变量; $\frac{dx(t)}{dt}$ 为状态变量对时间的导数; A_0 为非

15 时滞系数矩阵; A_i , $i = 1, 2, \dots, m$, 为时滞系数矩阵, m 表示时滞环节数目; τ_i , $i = 1, 2, \dots, m$, 为系统的时滞常数; $\tau_i > 0$ 表示时滞均大于 0; $x(t - \tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为时滞状态变量; $h(t, \xi)$, 为状态变量 $x(t)$ 的历史轨迹; $\xi \in [-\max(\tau_i), 0)$ 表示变量 ξ 在 τ_i 最大值的相反数和 0 之间变化; 上述代数变量均属于实数域 $\mathbf{R}$, 上述向量变量均属于 n 维实数向量 $\mathbf{R}^n$ 。

20 3.根据权利要求 1 所述电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 其特征在于: 步骤二包括以下步骤:

步骤 2-1: 对时滞系数矩阵 A_i , $i = 1, 2, \dots, m$ 求和, 得到 $\sum_{i=1}^m A_i$;

步骤 2-2: 对步骤 2-1 的 $\sum_{i=1}^m A_i$ 求和结果进行 Jordan 标准变换, 即对时滞系数矩阵 A_i ,

$i = 1, 2, \dots, m$ 之和进行行列变换:

$$T \left(\sum_{i=1}^m A_i \right) T^{-1} = J \quad (7)$$

式(7)中: T 为行列变换矩阵;

5 步骤 2-3: 对步骤一建立的含时滞环节的电力系统数学模型的第一个式子:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \text{ 进行行变换得到:}$$

$$\frac{dTx(t)}{dt} = TA_0 x(t) + T \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \quad (8)$$

步骤 2-4: 对状态变量 $x(t)$ 进行变量替换, 令 $Tx(t) = z(t)$, 则 $x(t) = T^{-1}z(t)$ 、 $x(t - \tau_i) = T^{-1}z(t - \tau_i)$, 代入式(8)得到:

$$10 \quad \frac{dz(t)}{dt} = A_{0J} z(t) + \sum_{i=1}^m A_{iJ} z(t - \tau_i) \quad (9)$$

$$\text{式(9)中: } A_{0J} = TA_0 T^{-1}; \quad A_{iJ} = T \left(\sum_{i=1}^m A_i \right) T^{-1} = J;$$

步骤 2-5: 根据式(9)中的时滞系数矩阵 A_{iJ} 的稀疏性对该时滞系数矩阵 A_{iJ} 进行行列变换, 变换原则是: 对于某个变量 z_k , $1 \leq k \leq n$, 如果 A_{iJ} 中的元素 $A_{iJ}(i, j)$ 或 $A_{iJ}(j, i)$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, $A_{iJ}(i, j)$ 和 $A_{iJ}(j, i)$ 的值均为零, 则将该变量 z_k 依次后移至状态变量排序最末, 得

15 到顺序重新整理排列后的状态变量: $\tilde{z}(t) = [\tilde{z}^T_{res}(t) \quad \tilde{z}^T_{unres}(t)]^T$, 其中, $\tilde{z}_{res}(t) \in \mathbf{R}^r$, $\tilde{z}_{unres}(t) \in \mathbf{R}^{n-r}$; 根据上述变换原则得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_0 \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t) \\ \tilde{z}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^m \tilde{A}_i \begin{bmatrix} \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) \\ \tilde{z}_{unres}(t - \tau_i) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{式(10)中: } \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix};$$

经过 Jordan 标准变换和稀疏性行列变换后的时滞电力系统数学模型表示如下:

$$20 \quad \begin{cases} \frac{d\tilde{z}(t)}{dt} = \tilde{A}_0 \tilde{z}(t) + \sum_{i=1}^m \tilde{A}_i \tilde{z}(t - \tau_i), \tau_i > 0 \\ \tilde{z}(t + \xi) = \tilde{h}(t, \xi), \xi \in [-\tau_i, 0) \end{cases} \quad (11)$$

4. 根据权利要求 1 所述电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 其特征在于: 步骤三包括以下步骤:

步骤 3-1: 利用 Taylor 级数展开式(11)中的时滞状态变量 $\tilde{z}(t - \tau_i)$,

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t - \tau_i) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t - \tau_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} - \tau_i \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

步骤 3-2: 将式(12)代入式(11)中的第一个式子 $\frac{d\tilde{\mathbf{z}}(t)}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}_0 \tilde{\mathbf{z}}(t) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{z}}(t - \tau_i)$ 得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{unres}(t) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}_0 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{A}}_i \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} - \tau_i \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (13)$$

步骤 3-3: 对式(13)进行同类项合并:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \tilde{\mathbf{A}}_0 + \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$\left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}$ 是可逆的, 将式(14)的两边同时乘以

$\left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}$ 的逆矩阵, 得到经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系

统数学模型:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{res}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{unres}(t) \end{bmatrix} &= \left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{\mathbf{A}}_0 + \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \\ &\cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{\mathbf{A}}_0 + \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}(t) \end{bmatrix} + \left\{ \mathbf{I}_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 & \mathbf{O}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} & \mathbf{O}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{il}^1 \\ \mathbf{O}_{(n-r) \times r} \end{bmatrix} \\ &\cdot \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}_{res}^{(l)}(t) \\ \tilde{\mathbf{z}}_{unres}^{(l)}(t) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

5. 根据权利要求 1 所述电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 其特征在于: 步骤四包

括以下步骤:

步骤 4-1: 对经过 Taylor 级数分离后的时滞电力系统数学模型进行输入-输出化整理得到:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}(t) = \bar{A}_0 \tilde{z}(t) + \bar{B}_0 u(t) \\ y(t) = [I_{r \times r} \quad O_{r \times (n-r)}] \tilde{z}(t) \end{cases} \quad (16)$$

5 式(16)中:

$$\bar{A}_0 = \left\{ I_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{r \times (n-r)} \\ O_{(n-r) \times r} & O_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \left\{ \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{r \times (n-r)} \\ O_{(n-r) \times r} & O_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}$$

$$\bar{B}_0 = [\bar{B}_1 \quad \bar{B}_2 \quad \cdots \quad \bar{B}_i \quad \cdots \quad \bar{B}_{m-1} \quad \bar{B}_m]$$

$$\bar{B}_i = \left\{ I_{n \times n} + \sum_{i=1}^m \tau_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 & O_{r \times (n-r)} \\ O_{(n-r) \times r} & O_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i1}^1 \\ O_{(n-r) \times r} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$u = [u_1^T \quad u_2^T \quad \cdots \quad u_i^T \quad \cdots \quad u_{m-1}^T \quad u_m^T]^T, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$10 \quad u_i(t) = \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t)$$

步骤 4-2: 应用 Schur 模型降阶方法将式 (16) 中的 n 个状态变量减少到 r 个:

$$\begin{cases} \dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t) \\ y(t) = C_{red} z_{red}(t) \end{cases} \quad (17)$$

式(17)中: $z_{red}(t) \in \mathbf{R}^r$, $y(t) \in \mathbf{R}^r$, $A_{red} \in \mathbf{R}^{r \times r}$, $B_{red,i} \in \mathbf{R}^{r \times r}$, $C_{red} \in \mathbf{R}^{r \times r}$,

$$B_{red} = [B_{red,1} \quad B_{red,2} \quad \cdots \quad B_{red,i} \quad \cdots \quad B_{red,m-1} \quad B_{red,m}];$$

15 步骤 4-3: 根据式(16), 将 $y(t) = \tilde{z}_{res}(t)$ 代入式(17):

$$\begin{cases} \dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t) \\ \tilde{z}_{res}(t) = C_{red} z_{red}(t) \end{cases} \quad (18)$$

步骤 4-4: 将式 (18) 中的第二式 $\tilde{z}_{res}(t) = C_{red} z_{red}(t)$ 代入第一式 $\dot{z}_{red}(t) = A_{red} z_{red}(t) + B_{red} u(t)$ 中得到:

$$20 \quad \dot{\tilde{z}}_{res}(t) = C_{red} A_{red} C_{red}^{-1} \tilde{z}_{res}(t) + C_{red} B_{red} u(t) \quad (19)$$

步骤 4-5: 根据 Taylor 级数, 展开式(16)中输入 $u(t)$ 的每个输入分量 $u_i(t)$:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) \\ u_i(t) &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-\tau_i)^l}{l!} \tilde{z}_{res}^{(i)}(t) - \tilde{z}_{res}^{(0)}(t) - \frac{(-\tau_i)^1}{1!} \tilde{z}_{res}^{(1)}(t) \\ u_i(t) &= \tilde{z}_{res}(t - \tau_i) - \tilde{z}_{res}(t) + \tau_i \dot{\tilde{z}}_{res}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

步骤 4-6: 将所有输入分量代入式(18), 最终得到简化后的时滞电力系统数学模型:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\mathbf{z}}_{res}(t)}{dt} = \mathbf{A}_{0,res} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t) + \sum_{i=1}^m \mathbf{A}_{i,res} \tilde{\mathbf{z}}_{res}(t - \tau_i) \\ \mathbf{x}(t + \xi) = \mathbf{h}(t, \xi), \xi \in [-\max(\tau_i), 0) \end{cases} \quad (21)$$

式(21)中:

$$\mathbf{A}_{0,res} = \left(\mathbf{I}_{r \times r} - \sum_{i=1}^m \tau_i \mathbf{C}_{red} \mathbf{B}_{red,i} \right)^{-1} \left(\mathbf{C}_{red} \mathbf{A}_{red} \mathbf{C}_{red}^{-1} - \sum_{i=1}^m \mathbf{C}_{red} \mathbf{B}_{red,i} \right),$$

$$5 \quad \mathbf{A}_{i,res} = \left(\mathbf{I}_{r \times r} - \sum_{i=1}^m \tau_i \mathbf{C}_{red} \mathbf{B}_{red,i} \right)^{-1} \mathbf{C}_{red} \mathbf{B}_{red,i} \circ$$

6. 根据权利要求 1 所述电力系统时滞稳定裕度快速求解方法, 其特征在于: 步骤五中, 所述电力系统时滞稳定性判据包括以下两种情形之一:

(1) Layapunov 稳定性判据;

10 (2) 特征值分析稳定性判据。

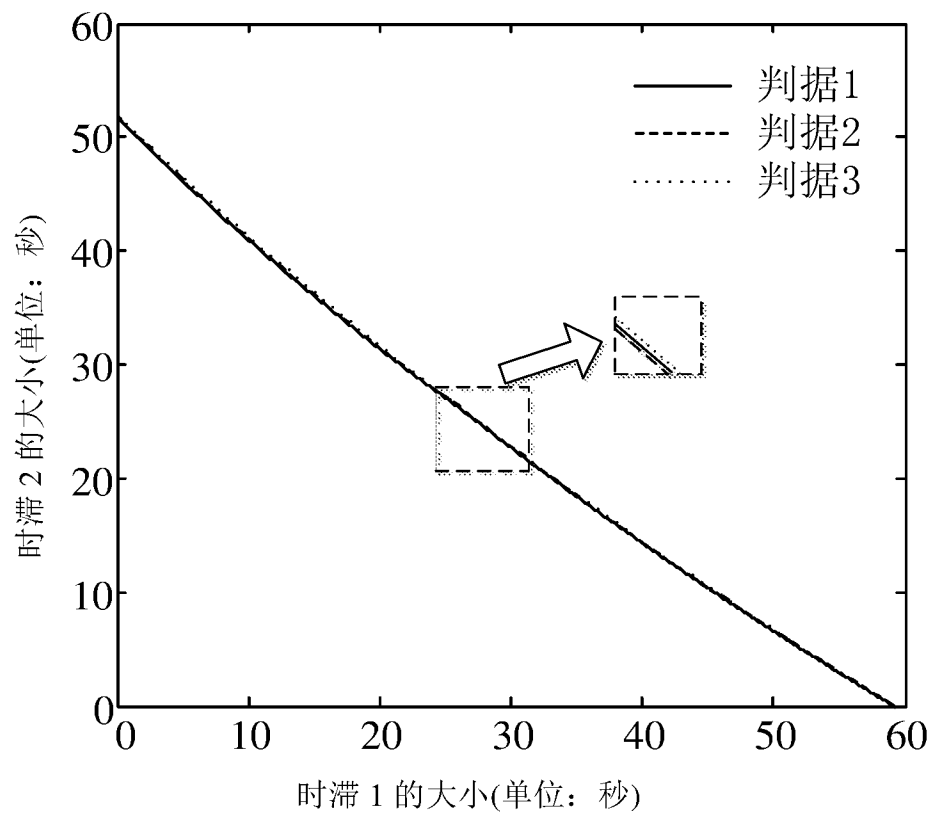


图 1

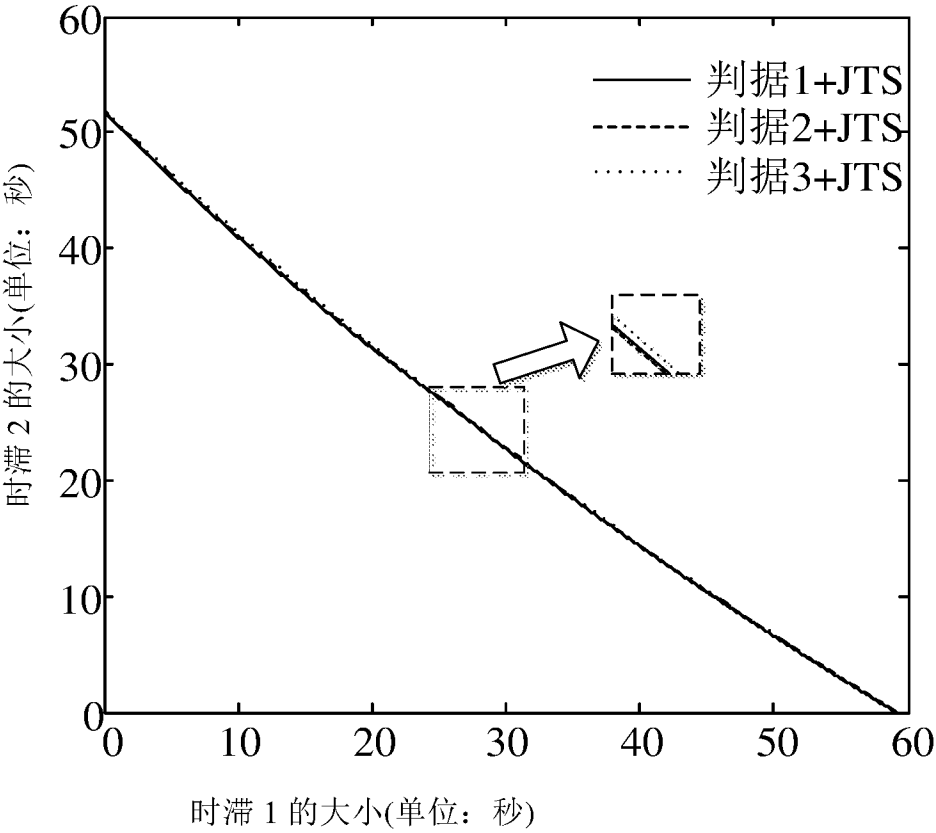


图 2

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/CN2016/097114

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

H02J 3/00 (2006.01) i

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

H02J

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)
MOABS; CNMED; CPRSABS; CNABS; TWMED; HKABS; TWABS; DWPI: electricity, jordan, margin, time lag, electric

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	CN 101408908 A (TIANJIN UNIVERSITY), 15 April 2009 (15.04.2009), claims 1-2	1-6
A	CN 101853005 A (TIANJIN UNIVERSITY), 06 October 2010 (06.10.2010), the whole document	1-6
A	CN 104967135 A (SHANGHAI UNIVERSITY OF ELECTRIC POWER), 07 October 2015 (07.10.2015), the whole document	1-6

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.

☒ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:	“T” later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
“A” document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance	“X” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
“E” earlier application or patent but published on or after the international filing date	“Y” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art
“L” document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)	“&” document member of the same patent family
“O” document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means	
“P” document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed	

Date of the actual completion of the international search 23 February 2017 (23.02.2017)	Date of mailing of the international search report 08 March 2017 (08.03.2017)
Name and mailing address of the ISA/CN: State Intellectual Property Office of the P. R. China No. 6, Xitucheng Road, Jimenqiao Haidian District, Beijing 100088, China Facsimile No.: (86-10) 62019451	Authorized officer HAN, Xianping Telephone No.: (86-10) 62411841

International application No.
PCT/CN2016/097114

Form PCT/ISA/210 (patent family annex) (July 2009)

A. 主题的分类 H02J 3/00 (2006.01) i 按照国际专利分类 (IPC) 或者同时按照国家分类和 IPC 两种分类		
B. 检索领域 检索的最低限度文献 (标明分类系统和分类号) H02J 包含在检索领域中的除最低限度文献以外的检索文献 在国际检索时查阅的电子数据库 (数据库的名称, 和使用的检索词 (如使用)) MOABS; CNMED; CPRSABS; CNABS; TWMED; HKABS; TWABS; DWPI: 裕度, 电力, jordan, 电力, 时滞, margin, time lag, electric		
C. 相关文件		
类 型*	引用文件, 必要时, 指明相关段落	相关的权利要求
A	CN 101408908 A (天津大学) 2009年 4月 15日 (2009 - 04 - 15) 权利要求1-2	1-6
A	CN 101853005 A (天津大学) 2010年 10月 6日 (2010 - 10 - 06) 全文	1-6
A	CN 104967135 A (上海电力学院) 2015年 10月 7日 (2015 - 10 - 07) 全文	1-6
☐ 其余文件在C栏的续页中列出。 ☒ 见同族专利附件。		
* 引用文件的具体类型: “A” 认为不特别相关的表示了现有技术一般状态的文件 “E” 在国际申请日的当天或之后公布的在先申请或专利 “L” 可能对优先权要求构成怀疑的文件, 或为确定另一篇引用文件的公布日而引用的或者因其他特殊理由而引用的文件 (如具体说明的) “O” 涉及口头公开、使用、展览或其他方式公开的文件 “P” 公布日先于国际申请日但迟于所要求的优先权日的文件 “T” 在申请日或优先权日之后公布, 与申请不相抵触, 但为了理解发明之理论或原理的在后文件 “X” 特别相关的文件, 单独考虑该文件, 认定要求保护的发明不是新颖的或不具有创造性 “Y” 特别相关的文件, 当该文件与另一篇或者多篇该类文件结合并且这种结合对于本领域技术人员为显而易见时, 要求保护的发明不具有创造性 “&” 同族专利的文件		
国际检索实际完成的日期 2017年 2月 23日		国际检索报告邮寄日期 2017年 3月 8日
ISA/CN的名称和邮寄地址 中华人民共和国国家知识产权局 (ISA/CN) 中国北京市海淀区蓟门桥西土城路6号 100088 传真号 (86-10) 62019451		授权官员 韩鲜萍 电话号码 (86-10) 62411841

国际检索报告
关于同族专利的信息

国际申请号

PCT/CN2016/097114

检索报告引用的专利文件			公布日 (年/月/日)	同族专利	公布日 (年/月/日)
CN	101408908	A	2009年 4月 15日	无	
CN	101853005	A	2010年 10月 6日	无	
CN	104967135	A	2015年 10月 7日	无	