

(12) 特許協力条約に基づいて公開された国際出願

(19) 世界知的所有権機関  
国際事務局

(43) 国際公開日  
2022年1月20日(20.01.2022)



(10) 国際公開番号

**WO 2022/013909 A1**

(51) 国際特許分類:  
**G06F 17/10** (2006.01)

(21) 国際出願番号: PCT/JP2020/027218

(22) 国際出願日: 2020年7月13日(13.07.2020)

(25) 国際出願の言語: 日本語

(26) 国際公開の言語: 日本語

(71) 出願人: 日本電信電話株式会社 (**NIPPON TELEGRAPH AND TELEPHONE CORPORATION**) [JP/JP]; 〒1008116 東京都千代田区大手町一丁目5番1号 Tokyo (JP).

(72) 発明者: 藤原 靖宏 (**FUJIWARA Yasuhiro**); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町3丁目9-1 NTT知的財産センタ内 Tokyo (JP).

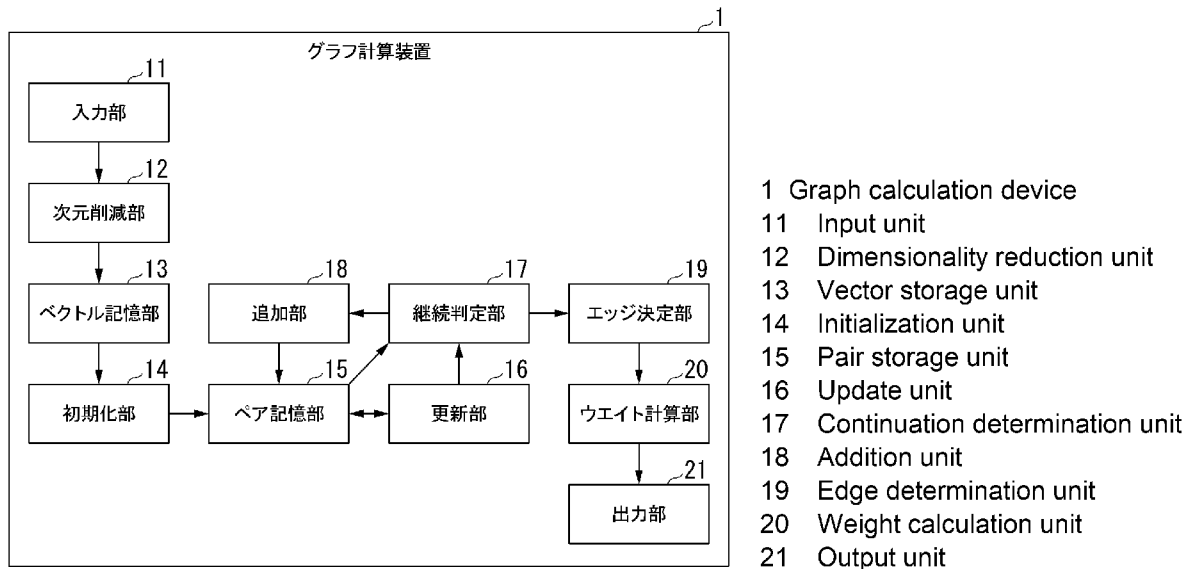
(74) 代理人: 特許業務法人 志賀国際特許事務所 (**SHIGA INTERNATIONAL PATENT OFFICE**); 〒1006620 東京都千代田区丸の内一丁目9番2号 Tokyo (JP).

(81) 指定国(表示のない限り、全ての種類の国内保護が可能): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, IT, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY,

(54) **Title:** GRAPH CALCULATION DEVICE, GRAPH CALCULATION METHOD, AND GRAPH CALCULATION PROGRAM

(54) 発明の名称: グラフ計算装置、グラフ計算方法及びグラフ計算プログラム

[図1]



(57) **Abstract:** In this graph calculation device, for each of  $N$  nodes to be subjected to a calculation, an initialization unit sets the node as a main node, and generates a node pair set consisting of a plurality of node pairs including, as dependent nodes, at least  $(b+1)$  but less than  $(N-1)$  nodes that are selected from among the  $N$  nodes on the basis of the distance from the main node. For each node pair in the node pair set, an update unit updates an evaluation value for the node pair by a calculation based on a distance of the node pair, a reference evaluation value, and a distance of the node pair related to the reference evaluation value, until a prescribed convergence condition is satisfied. The reference evaluation value is the  $b$ th smallest evaluation value among evaluation values for other node pairs that include the dependent node of the node pair as a main node. On the basis of the updated evaluation values, an edge determination unit determines  $b$  dependent

MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ,  
NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT,  
QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL,  
ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG,  
US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW.

- (84) 指定国(表示のない限り、全ての種類の広域保護が可能): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), ユーラシア (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), ヨーロッパ (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

添付公開書類：

- 一 国際調査報告（条約第21条(3)）

---

nodes to be connected to each main node by edges.

(57) 要約：初期化部は、計算対象のN個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとし、N個のノードのうち前記主ノードからの距離に基づいて選択される（ $b+1$ ）個以上（ $N-1$ ）個未満のノードを従ノードとする複数のノードペアからなるノードペア集合を生成する。更新部は、ノードペア集合に係る各ノードペアについて、ノードペアに係る評価値を、ノードペアの距離、基準評価値、及び基準評価値に係るノードペアの距離に基づく計算により、所定の収束条件を満たすまで更新する。基準評価値は、ノードペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうちb番目に小さい評価値である。エッジ決定部は、更新された評価値に基づいて、各主ノードについてエッジで接続するb個の従ノードを決定する。

## 明 細 書

発明の名称：

グラフ計算装置、グラフ計算方法及びグラフ計算プログラム

技術分野

[0001] 本開示は、グラフ計算装置、グラフ計算方法及びグラフ計算プログラムに関する。

背景技術

[0002] 多次元データから計算されるグラフとして、b-matchingグラフが知られている。b-matchingグラフは、多次元データである複数のノードそれぞれにb個のエッジが接続されるグラフである。非特許文献1には、確率伝搬法（belief propagation）に基づいてb-matchingグラフを求める手法が開示されている。

先行技術文献

非特許文献

[0003] 非特許文献1：Tony Jebara, Jun Wang, Shih-Fu Chang, Graph construction and b-matching for semi-supervised learning, ICML, 2009.

発明の概要

発明が解決しようとする課題

[0004] 非特許文献1に記載の手法は、M次元のベクトルで表されるN個のノードから選択されるすべてのノードペアについて、収束するまで確率伝搬法に係るメッセージを更新するものである。そのため、収束までの繰り返し回数をTとおくと、計算コストが $O(N^2 M^2 T)$ と高いことが分かる。

本開示の目的は、計算コストを抑えてb-matchingグラフを計算するグラフ計算装置、グラフ計算方法及びグラフ計算プログラムを提供することにある。

課題を解決するための手段

[0005] 一態様によれば、グラフ計算装置は、計算対象の $N$ 個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとし、前記 $N$ 個のノードのうち前記主ノードからの距離に基づいて選択される $(b+1)$ 個以上 $(N-1)$ 個未満のノードを従ノードとする複数のノードペアからなるノードペア集合を生成する初期化部と、前記ノードペア集合に係る各ノードペアについて、前記ノードペアに係る評価値を、前記ノードペアの距離、前記ノードペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち $b$ 番目に小さい評価値である基準評価値、及び前記基準評価値に係るノードペアの距離に基づく計算により、所定の収束条件を満たすまで更新する更新部と、更新された前記評価値に基づいて、各主ノードについてエッジで接続する $b$ 個の従ノードを決定するエッジ決定部とを備える。

### 発明の効果

[0006] 上記態様によれば、グラフ計算装置は、計算コストを抑えて $b$ -matchingグラフを計算することができる。

### 図面の簡単な説明

[0007] [図1]第1の実施形態に係るグラフ計算装置の構成を示す概略ブロック図である。

[図2]第1の実施形態に係る $b$ -matchingグラフの計算方法を示すフローチャートである。

[図3]第1の実施形態に係るノードペア及びメッセージの初期化方法を示すフローチャートである。

[図4]第1の実施形態に係るメッセージの更新方法を示すフローチャートである。

[図5]第1の実施形態に係るエッジのウェイト計算方法を示すフローチャートである。

[図6]グラフ計算装置のコンピュータ構成を示す概略ブロック図である。

### 発明を実施するための形態

[0008] 〈第1の実施形態〉

### 《グラフ計算装置 10 の構成》

以下、図面を参照しながら実施形態について詳しく説明する。

図 1 は、第 1 の実施形態に係るグラフ計算装置 10 の構成を示す概略ブロック図である。

グラフ計算装置 10 は、M 次元のベクトルである N 個のノードについて、各ノードにウエイトを有する b 本のエッジが接続される b-matching グラフを計算する。

グラフ計算装置 10 は、入力部 11、次元削減部 12、ベクトル記憶部 13、初期化部 14、ペア記憶部 15、更新部 16、継続判定部 17、追加部 18、エッジ決定部 19、ウエイト計算部 20、出力部 21 を備える。

[0009] 入力部 11 は、グラフの計算対象となる N 個のノードの入力を受け付ける。各ノードは、M 次元のベクトル ( $x_i = x_i[1], \dots, x_i[M]$ ) で表される多次元データである。N 及び M は自然数である。以下、入力部 11 に入力されたベクトルをロー (Raw) ベクトルともいう。

[0010] 次元削減部 12 は、入力部 11 に入力された各ローベクトル ( $x_1 \sim x_N$ ) の次元を削減する。次元削減部 12 は、例えば特異値分解 (Singular Value Decomposition) により各ノードの次元を削減する。次元削減後のベクトルである低次元ベクトルは、m 次元のベクトルである。m は M 未満の自然数である。具体的には、次元削減部 12 は、以下の手順で低次元ベクトルを生成する。まず、次元削減部 12 は、N 個のローベクトル ( $x_1 \sim x_N$ ) をまとめた  $N \times M$  のノード行列 X を特異値分解することで、ユニタリ行列、特異値行列及び随伴行列を得る。次元削減部 12 は、ユニタリ行列から  $N \times m$  の部分行列を、特異値行列から  $m \times m$  の部分行列を抽出し、これらを乗算することで、 $N \times m$  の低次元行列を生成する。次元削減部 12 は、当該低次元行列の各行ベクトルを、低次元ベクトル ( $x \sim_1 \sim x \sim_N$ : ただし、 $x \sim$  は、 $x$  の上にチルダが乗ったもの) として抽出する。また、次元削減部 12 は、ローベクトルと低次元ベクトルの二乗平均誤差を表す残差 r を以下の式 (1) により算出する。

[0011] [数1]

$$r[\mathbf{x}_i] = \sqrt{\|\mathbf{x}_i\|^2 - \|\tilde{\mathbf{x}}_i\|^2} \cdots (1)$$

ここで、 $\|\cdot\|$  は、ベクトルのL2ノルムを示す。

[0012] ベクトル記憶部13は、N個のノードそれぞれに関連付けて、当該ノードのローベクトルと低次元ベクトルと残差とを記憶する。

[0013] 初期化部14は、N個のノードから、確率伝搬法の計算対象となるノードペアを抽出し、抽出したノードペアについてメッセージの初期値を生成する。確率伝搬法のメッセージは、評価値の一例である。

ペア記憶部15は、計算対象となるノードペアそれぞれに関連付けて、当該ノードペアのメッセージを記憶する。

[0014] 更新部16は、ペア記憶部15が記憶する各ノードペアに係るメッセージを更新する。

継続判定部17は、更新部16によるメッセージの更新が収束したか否かを判定する。

追加部18は、更新部16が更新したメッセージに基づいて、ペア記憶部15が記憶されないノードペアである除外ペアを、ペア記憶部15に追加するか否かを判定する。

[0015] エッジ決定部19は、ペア記憶部15が記憶するメッセージに基づいて、エッジで接続するノードペアを決定する。

ウエイト計算部20は、ペア記憶部15が記憶するメッセージに基づいて、漸進的にエッジのウエイトを計算する。

出力部21は、エッジ決定部19及びウエイト計算部20の計算結果に基づいて、b-matchingグラフを出力する。

[0016] 《グラフ計算装置10の処理》

図2は、第1の実施形態に係るb-matchingグラフの計算方法を示すフローチャートである。

入力部11は、計算対象となるN個のノード( $x_1 \sim x_N$ )と各ノードに係

るローベクトルの入力を受け付ける（ステップS 1）。次元削減部 1 2 は、ステップS 1 で取得したN個のローベクトルから、N個の低次元ベクトル（ $x \sim_1 \sim x \sim_N$ ）と残差  $r$  とを算出する（ステップS 2）。次元削減部 1 2 は、ノードに関連付けて、ローベクトル、低次元ベクトル、及び残差をベクトル記憶部 1 3 に記録する（ステップS 3）。

[0017] 次に、初期化部 1 4 は、N個のノードから計算対象となるノードペア及びメッセージの初期値を生成する（ステップS 4）。初期化部 1 4 は、以下の手順で初期化処理を行う。

図 3 は、第 1 の実施形態に係るノードペア及びメッセージの初期化方法を示すフローチャートである。

初期化部 1 4 は、メッセージの計算対象とするノードペアの集合を初期化する。具体的には、初期化部 1 4 は、ペア記憶部 1 5 に、N個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとするノードペア集合の記憶領域を確保する（ステップS 1 0 1）。ここでは、ノードペアに係る2つのノードのうちメッセージの計算において基準となるものを便宜的に主ノードと呼ぶ。なお、この時点においてすべてのノードペア集合は空集合である。

[0018] 初期化部 1 4 は、N個のノードを1つずつ選択し（ステップS 1 0 2）、以下のステップS 1 0 3 からステップS 1 1 0 の処理を実行する。

初期化部 1 4 は、選択したノード以外の（ $N - 1$ ）個のノード（候補ノード）からなるノード集合を、候補ノード集合として抽出する（ステップS 1 0 3）。初期化部 1 4 は、以下の式（2）により、ベクトル記憶部 1 3 が記憶するローベクトルに基づいて選択したノードと各候補ノードとの距離を算出する（ステップS 1 0 4）。

[0019] 初期化部 1 4 は、候補ノード集合のうち、主ノードとの距離が最も短い候補ノードを特定する（ステップS 1 0 5）。初期化部 1 4 は、ペア記憶部 1 5 を参照し、当該候補ノードを主ノードとするノードペアの数が（ $b + 1$ ）未満であるか否かを判定する（ステップS 1 0 6）。候補ノードを主ノードとするノードペアの数が（ $b + 1$ ）未満である場合（ステップS 1 0 6 : Y

ES)、初期化部14は、ステップS102で選択したノードを主ノードとし、ステップS105で特定した候補ノードを従ノードするノードペアを、ペア記憶部15に記録する(ステップS107)。また、初期化部14は、ステップS105で特定した候補ノードを主ノードとし、ステップS102で選択したノードを従ノードするノードペアを、ペア記憶部15に記録する(ステップS108)。このとき、初期化部14は、各ノードペアに関連付けて初期値1のメッセージをペア記憶部15に記録する。

[0020] 候補ノードを主ノードとするノードペアの数が $(b+1)$ 以上である場合(ステップS106:NO)、またはペア記憶部15にノードペアを記録した場合(ステップS107及びS108)、初期化部14は、候補ノード集合からステップS105で特定した候補ノードを削除する(ステップS109)。

初期化部14は、ステップS102で選択したノードを主ノードとするノードペアの数が $(b+1)$ 未満であるか否かを判定する(ステップS110)。ステップS102で選択したノードを主ノードとするノードペアの数が $(b+1)$ 未満である場合(ステップS110:YES)、初期化部14は、ステップS105に処理を戻す。他方、ステップS102で選択したノードを主ノードとするノードペアの数が $(b+1)$ 以上である場合(ステップS110:NO)、初期化部14は、ステップS102に戻り、次のノードを選択する。

[0021] 上記手順により、初期化部14は、ノードペア集合及びメッセージを初期化することができる。なお、上述の通り、初期化部14は、ペア記憶部15には、 $N(b+1)$ 個のノードペアが記録される。 $N$ 個のノードから特定可能なすべてのノードペアの数は、 $N(N-1)$ 個であるため、初期化部14によって、 $(N-b-2)$ 個のノードペアが、計算対象外となったことが分かる。これにより、グラフ計算装置10は、 $b$ -matchingグラフの計算コストを低減することができる。

[0022] 図2に示すように、初期化部14がステップS4で、 $N$ 個のノードから計

算対象となるノードペア及びメッセージの初期値を生成すると、更新部 16 は、ペア記憶部 15 が記憶する各メッセージを更新する（ステップ S5）。

[0023] 更新部 16 は、以下の手順で更新処理を行う。図 4 は、第 1 の実施形態に係るメッセージの更新方法を示すフローチャートである。

更新部 16 は、ペア記憶部 15 が記憶する N 個のノードを 1 つずつ選択し（ステップ S201）、以下のステップ S202 からステップ S204 の処理を行う。

[0024] まず更新部 16 は、ステップ S201 で選択したノード  $x_i$  を主ノードとするノードペア  $(x_i, x_j)$  について、以下の式 (2) に示すように、 $e$  を底とする当該ノードペアの距離  $D[i, j]$  の指数関数と、メッセージ  $m[x_i, x_j]$  とを乗算することで、重み付きメッセージ  $m^w[x_i, x_j]$  を求める（ステップ S202）。

[0025] [数2]

$$m^w[x_i, x_j] = \exp(D[i, j])m[x_i, x_j] \cdots (2)$$

[0026] 更新部 16 は、ステップ S201 で選択したノード  $x_i$  に係る重み付きメッセージ  $m^w[x_i, x_j]$  のうち、 $b$  番目に小さいもの  $\mu[x_i]$  と、 $(b+1)$  番目に小さいもの  $\nu[x_i]$  を特定する（ステップ S203）。以下、主ノード  $x_i$  に係る  $b$  番目に小さい重み付きメッセージを、ノード  $x_i$  に係る下側基準メッセージ  $\mu[x_i]$  と呼ぶ。また、主ノード  $x_i$  に係る  $(b+1)$  番目に小さい重み付きメッセージを、ノード  $x_i$  に係る上側基準メッセージ  $\nu[x_i]$  と呼ぶ。

また、更新部 16 は、下側基準メッセージ  $\mu[x_i]$  に係る従ノード  $v[x_i]$  及び上側基準メッセージ  $\nu[x_i]$  に係る従ノード  $w[x_i]$  を特定する（ステップ S204）。以下、ノード  $x_i$  に係る下側基準メッセージ  $\mu[x_i]$  に係る従ノードを、ノード  $x_i$  に係る下側基準ノード  $v[i]$  とよぶ。また、ノード  $x_i$  に係る上側基準メッセージ  $\nu[x_i]$  に係る従ノードを、ノード  $x_i$  に係る上側基準ノード  $w[i]$  とよぶ。つまり、下側基準メッセージ  $\mu[x_i]$  及び上側基準メッセージ  $\nu[x_i]$  は、以下の式 (3) のように表せる。

[0027] [数3]

$$\begin{aligned}\mu[x_i] &= \exp(D[i, j])m[x_i, v[i]] \\ v[x_i] &= \exp(D[i, j])m[x_i, w[i]] \cdots (3)\end{aligned}$$

[0028] 更新部16は、ペア記憶部15が記憶するノードペアを1つずつ選択し（ステップS205）、以下のステップS206からステップS208の処理を行う。

更新部16は、ステップS8で選択したノードペアに係る主ノード $x_i$ が、当該ノードペアに係る従ノード $x_j$ における下側基準ノード $v[j]$ であるかを判定する（ステップS206）。主ノード $x_i$ が下側基準ノード $v[j]$ でない場合（ステップS206:NO）、更新部16は、式（4）に示すように、ステップS205で選択したノードペアに係るメッセージを、 $e$ を底とする当該ノードペアの距離 $D[i, j]$ の指数関数を、従ノード $x_j$ に係る下側基準メッセージ $\mu[x_j]$ で除算した値に書き換える（ステップS207）。なお、ノード $x_i$ が下側基準ノード $v[j]$ でない場合、下側基準メッセージ $\mu[x_j]$ は、ノード $x_j$ を主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち $b$ 番目に小さい評価値と、 $e$ を底とする当該ノードペアの距離の指数関数との積であるといえる。

[0029] [数4]

$$m[x_i, x_j] := \exp(D[i, j]) / \mu[x_j] \cdots (4)$$

:=は代入演算子である。

[0030] 他方、主ノード $x_i$ が下側基準ノード $v[j]$ である場合（ステップS206:YES）、更新部16は、式（5）に示すように、ステップS8で選択したノードペアに係るメッセージを、 $e$ を底とする当該ノードペアの距離 $D[i, j]$ の指数関数を、従ノード $x_j$ に係る上側基準メッセージ $\nu[x_j]$ で除算した値に書き換える（ステップS208）。なお、主ノード $x_i$ が下側基準ノード $v[j]$ である場合、上側基準メッセージ $\nu[x_j]$ は、ノード $x_j$ を主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち $b$ 番目に小さい評価値

と、 $e$  を底とする当該ノードペアの距離の指数関数との積であるといえる。

[0031] [数5]

$$m[\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j] := \exp(D[i, j]) / \nu[\mathbf{x}_j] \cdots (5)$$

[0032] 上記手順により、更新部 16 は、候補ノード集合及びメッセージを初期化することができる。

なお、更新部 16 は、ステップ S 205 ~ S 208 によるメッセージの更新前に、予めステップ S 201 ~ S 204 で、ノードごとに下側基準メッセージ、上側基準メッセージ、下側基準ノード、上側基準ノードを特定しておく。これにより、更新部 16 は、更新対象のメッセージに係るノードペアの従ノード  $\mathbf{x}_j$  を主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち  $b$  番目に小さい評価値を都度計算する必要がないため、計算コストを低減することができる。

[0033] 図 2 に示すように、更新部 16 がステップ S 5 で、メッセージを更新すると、継続判定部 17 は、メッセージが収束したか否かを判定する（ステップ S 6）。継続判定部 17 は、例えばメッセージの変化量の二乗平均が所定値未満になった場合に、メッセージが収束したと判定する。なお、メッセージは、 $O(N)$  回の繰り返しで収束する。

メッセージが収束していない場合（ステップ S 6 : NO）、グラフ計算装置 10 はステップ S 5 に処理を戻し、メッセージの更新を繰り返す。他方、メッセージが収束した場合（ステップ S 6 : YES）、追加部 18 は、 $N$  個のノードから特定可能なすべてのノードペアのうち、ペア記憶部 15 が記憶しないノードペアすなわち計算対象外となったノードペア（以下、除外ペアと呼ぶ）を 1 つずつ選択し（ステップ S 7）、以下のステップ S 8 からステップ S 12 の処理を実行する。

[0034] 追加部 18 は、ベクトル記憶部 13 から、ステップ S 7 で選択した除外ペア  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  に係る主ノードの低次元ベクトル  $\mathbf{x}_{\sim i}$  及び残差  $r[\mathbf{x}_i]$  と従ノードの低次元ベクトル  $\mathbf{x}_{\sim j}$  及び残差  $r[\mathbf{x}_j]$  を読み出し、式 (6) により近似距離  $D_{\sim}[i, j]$  を算出する（ステップ S 8）。

[0035] [数6]

$$\tilde{D}[i, j] = \sqrt{\|\tilde{\mathbf{x}}_i\|^2 + \|\tilde{\mathbf{x}}_j\|^2 - 2\langle \tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_j \rangle + (r[\mathbf{x}_i] - r[\mathbf{x}_j])^2} \cdots (6)$$

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  は、2つのベクトルの内積を示す。

[0036] 追加部18は、主ノード $\mathbf{x}_i$ に係る上側基準メッセージ $\nu[\mathbf{x}_i]$ 、従ノード $\mathbf{x}_j$ に係る上側基準メッセージ $\nu[\mathbf{x}_j]$ 、及びステップS8で算出した近似距離 $\tilde{D}[i, j]$ に基づいて、除外ペアが式(7)に示す第1追加条件を満たすか否かを判定する(ステップS9)。第1追加条件は、除外ペアがb-matchingグラフにおいてエッジで接続される可能性があるか否かを判断するための条件である。

[0037] [数7]

$$\exp(2\tilde{D}[i, j])/\nu[\mathbf{x}_j] > \nu[\mathbf{x}_i] \cdots (7)$$

[0038] 選択された除外ペアが第1追加条件を満たす場合(ステップS9: YES)、追加部18は、除外ペアに係る距離 $D[i, j]$ を算出する(ステップS10)。追加部18は、主ノード $\mathbf{x}_i$ に係る上側基準メッセージ $\nu[\mathbf{x}_i]$ 、従ノード $\mathbf{x}_j$ に係る上側基準メッセージ $\nu[\mathbf{x}_j]$ 、及びステップS10で算出した距離 $D[i, j]$ に基づいて、除外ペアが式(8)に示す第2追加条件を満たすか否かを判定する(ステップS11)。

[0039] [数8]

$$\exp(2D[i, j])/\nu[\mathbf{x}_j] > \nu[\mathbf{x}_i] \cdots (8)$$

[0040] 第2追加条件は、除外ペアがb-matchingグラフにおいてエッジで接続される可能性があるか否かを厳格に判断するための条件である。つまり、すべての除外ペアが第2追加条件を満たさない場合、追加部18はb-matchingグラフの最適解が求められたと判断することができる。第1追加条件及び第2追加条件によって最適解の判定ができる理由については、後述する。

なお、距離 $D[i, j]$ の計算コストは $O(M)$ であり、近似距離 $\tilde{D}[i, j]$ の計算コスト $O(m)$ より高い。つまり、追加部18は、第1追加条

件の判定を行うことで、第2追加条件の判定に必要な計算量の多い距離  $D[i, j]$  の計算回数を少なくすることができる。

[0041] 選択された除外ペアが第1追加条件を満たす場合（ステップS11：YES）、追加部18は、式（4）に基づいて当該除外ペアに係るメッセージを生成し、当該除外ペア及びそのメッセージを、ペア記憶部15に記録する（ステップS12）。つまり、追加部18は、除外ペアをノードペア集合に追加する。

[0042] 継続判定部17は、ノードペア集合に追加された除外ペアがあるか否かを判定する（ステップS13）。ノードペア集合に追加された除外ペアがある場合（ステップS13：YES）、グラフ計算装置10はステップS5に処理を戻し、メッセージの更新を繰り返す。

他方、ノードペア集合に追加された除外ペアがない場合（ステップS13：NO）エッジ決定部19は、N個のノードそれぞれについて、ペア記憶部15が記憶する当該ノードを主ノードとするノードペアのうち、メッセージ  $m[x_i, x_j]$  が小さいものからb個目までのノードペアを、エッジで接続するノードペアに決定する（ステップS14）。

[0043] 次に、ウェイト計算部20は、決定された各エッジについて、ウェイトを計算する（ステップS15）。ウェイト計算部20は、以下の手順で初期化処理を行う。

図5は、第1の実施形態に係るエッジのウェイト計算方法を示すフローチャートである。

まず、ウェイト計算部20は、N個のノードを1つずつ選択し（ステップS301）、以下のステップS302からステップS309の処理を実行する。

[0044] ウェイト計算部20は、ステップS301で選択したノードに対する少なくとも1つの従ノードについて、ウェイトの計算が完了しているか否かを判定する（ステップS302）。ウェイトの計算が完了している従ノードがない場合（ステップS302：NO）、ウェイト計算部20は、ステップS3

01で選択したノードを主ノードとするノードペアに係る主ノードのベクトル $\mathbf{x}_i$ と従ノードのベクトル $\mathbf{x}_j$ の内積を要素とする $b$ 次元の内積ベクトル $\mathbf{q}_i$ と、前記 $b$ 個の従ノードのベクトルに係る $b \times b$ のグラム行列 $\mathbf{P}_i$ の逆行列 $\mathbf{P}_i^{-1}$ を直接算出する（ステップS303）。内積ベクトル $\mathbf{q}_i$ の要素 $q_i[j]$ は、以下の式（9）で表され、グラム行列 $\mathbf{P}_i$ の要素 $P_i[j, k]$ は、以下の式（10）で表される。

[0045] [数9]

$$\mathbf{q}_i[j] = \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle \cdots (9)$$

[数10]

$$P_i[j, k] = \langle \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k \rangle \cdots (10)$$

[0046] 他方、ウエイトの計算が完了している従ノードがある場合（ステップS302：YES）、ウエイト計算部20は、ウエイトの計算が完了しているノードのうち、当該ノードを主ノードとするノードペアと、ステップS301で選択したノードを主ノードとするノードペアとで共通する従ノードの数が最も多いものを特定する（ステップS304）。すなわち、以下の式（11）で示されるノード $y_i$ を特定する。以下、共通する従ノードの数が最も多いウエイト計算済みのノードを、類似ノード $\mathbf{x}_{i'}$ とよぶ。

[0047] [数11]

$$\mathbf{x}_{i'} = \arg \max_{\mathbf{x}_k \in C[\mathbf{x}_i] \cap D} |C[\mathbf{x}_i] \cap C[\mathbf{x}_k]| \cdots (11)$$

ここで、集合 $C[x]$ は、ノード $x$ を主ノードとするノードペアに係る従ノードの集合である。以下、集合 $C[x]$ を、ノード $x$ に係る従ノード集合と呼ぶ。また集合 $D$ は、ウエイトの計算が完了している従ノードの集合である。式（11）において、ノード $\mathbf{x}_i$ は、ステップS301で選択したノードである。

[0048] ウエイト計算部20は、類似ノード $\mathbf{x}_{i'}$ を主ノードとするノードペアと、ステップS301で選択したノードを主ノードとするノードペアとで、共通し

ない従ノードを1組特定する（ステップS305）。具体的には、類似ノード $x_j$ を主ノードとするノードペアに係る従ノードが、 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$ 、 $x_5$ であり、ステップS301で選択したノードを主ノードとするノードペアに係る従ノードが $x_3$ 、 $x_4$ 、 $x_5$ 、 $x_6$ 、 $x_7$ である場合、 $(x_1, x_2)$ と $(x_6, x_7)$ とが共通しない従ノードである。このとき、ウエイト計算部20は、例えば $x_1$ と $x_6$ の組み合わせを特定する。

[0049] ウエイト計算部20は、類似ノード $x_i$ に係る従ノード集合 $C[x_i]$ の共通しない1つの従ノード $x_j$ を、ステップS301で選択されたノード $x_i$ に係る従ノード集合 $C[x_i]$ の共通しない1つのノード $x_j$ と入れ替えた集合を、更新類似集合 $C[x_i']$ とおいた場合に、更新類似集合 $C[x_i']$ について、以下の式(12)で示されるベクトル $q_j$ と、式(13)で示される行列 $P_j^{-1}$ を算出する（ステップS306）。

[0050] [数12]

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_j &= \mathbf{q}_i + (\langle \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i \rangle - \langle \mathbf{x}_{j'}, \mathbf{x}_i \rangle) \mathbf{e}_j \\ \mathbf{e}_j[k] &= \begin{cases} 1 & \text{if } k = j \\ 0 & \text{if } k \neq j \end{cases} \quad \dots (12) \end{aligned}$$

[数13]

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i^{-1} &= (\mathbf{P}_i')^{-1} - \frac{1}{1 + \mathbf{e}_j^T (\mathbf{P}_i')^{-1} \mathbf{f}_j} \{ (\mathbf{P}_i')^{-1} \mathbf{f}_j \} \{ \mathbf{e}_j^T (\mathbf{P}_i')^{-1} \} \\ (\mathbf{P}_i')^{-1} &= \mathbf{P}_i'^{-1} - \frac{1}{1 + \mathbf{f}_j^T \mathbf{P}_i'^{-1} \mathbf{e}_j} \{ \mathbf{P}_i'^{-1} \mathbf{e}_j \} \{ \mathbf{f}_j^T \mathbf{P}_i'^{-1} \} \quad \dots (13) \\ \mathbf{f}_j[k] &= \begin{cases} (\|\mathbf{x}_j\|^2 - \|\mathbf{x}_{j'}\|^2) / 2 & \text{if } k = j \\ \langle \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k \rangle - \langle \mathbf{x}_{j'}, \mathbf{x}_k \rangle & \text{if } k \neq j \end{cases} \end{aligned}$$

[0051] ウエイト計算部20は、更新類似集合 $C[x_i']$ と、ステップS301で選択されたノード $x_i$ に係る従ノード集合とが一致しているか否かを判定する（ステップS307）。更新類似集合 $C[x_i']$ と従ノード集合 $C[x_i]$ とが一致しない場合（ステップS307：NO）、ウエイト計算部20は、集合 $C[x_i']$ を更新類似集合 $C[x_i'']$ に置き換えて、ステップS305に

処理を戻し、漸進的にベクトル  $q_j$  と行列  $P_j$  を算出する。他方、更新類似集合  $C[x_j]$  と従ノード集合  $C[x_i]$  とが一致する場合（ステップ S307：YES）、ウエイト計算部 20 は、ベクトル  $q_j$  と行列  $P_j^{-1}$  を、それぞれ内積ベクトル  $q_i$ 、グラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  とみなす。式（11）、式（12）により、漸進的に内積ベクトル  $q_i$  及びグラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  を求められることは、Sherman-Morrison の公式から明らかである。

[0052] なお、式（12）及び式（13）により漸進的に内積ベクトル  $q_i$ 、グラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  を求める計算の計算量は、式（9）及び式（10）により内積ベクトル  $q_i$  及びグラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  を直接求める計算の計算量より少ない。具体的には、漸進的に内積ベクトル  $q_i$ 、グラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  を求める計算の計算量は  $O(b^2 + bM)$  であるのに対し、式（9）及び式（10）の計算量は、 $O(b^3 + b^2M)$  である。

[0053] 次に、ウエイト計算部 20 は、グラム行列  $P_i$  の逆行列  $P_i^{-1}$  と内積ベクトル  $q_i$  の積を求めることで、ウエイトベクトル  $w_i$  を算出する（ステップ S308）。すなわち、ウエイト計算部 20 は、以下の式（14）により、ウエイトベクトル  $w_i$  を算出する。

[0054] [数14]

$$w_i = P_i^{-1} q_i \quad \dots (14)$$

[0055] ウエイト計算部 20 は、ウエイトベクトル  $w_i$  のすべての要素が非負であるか否かを判定する（ステップ S309）。ウエイトベクトル  $w_i$  のすべての要素が正である場合（ステップ S309：YES）、ウエイト計算部 20 は、ウエイトベクトル  $w_i$  を、最小値が 0、要素の総和が 1 となるように正規化することで、ステップ S301 で選択したノードに接続する各エッジのウエイトを算出する（ステップ S310）。

[0056] 他方、ウエイトベクトル  $w_i$  の少なくとも 1 つの要素が負である場合（ステップ S309：NO）、ウエイト計算部 20 は、ステップ S301 で選択したノードに接続するエッジのうち、ウエイトが正数であるものを、二次計画法によるウエイトの計算対象の対象エッジ集合として抽出する（ステップ S

3 1 1)。そして、ウエイト計算部 2 0 は、ウエイトベクトル  $w_i$  の要素のうち計算対象として抽出されないものの値を 0 に書き換え、計算対象として抽出されないものの値を、最小値が 0、要素の総和が 1 となるように正規化する（ステップ S 3 1 2）。

[0057] ウエイト計算部 2 0 は、ステップ S 3 1 1 で抽出した対象エッジ集合について、二次計画法によりウエイトを計算する（ステップ S 3 1 3）。ウエイト計算部 2 0 は、ステップ S 3 0 1 で選択したノードに接続するエッジのうち、対象エッジ集合に含まれないものについて、従ノード  $x_j$  が以下の式（1 5）を満たすものがあるか否かを判定する（ステップ S 3 1 4）。

[0058] [数15]

$$c_i[x_j] = \sum_{x_j \in S[x_i]} w_i[k] G_i[j, k] - c_i[x_k] \quad \dots (1 5)$$

[0059] 対象エッジ集合に含まれないエッジであって式（1 5）を満たすものが存在する場合（ステップ S 3 1 4：YES）、当該エッジを対象エッジ集合に追加し（ステップ S 3 1 5）、ステップ S 3 1 2 に戻り、二次計画法によるウエイトの再計算を行う。他方、対象エッジ集合に含まれないエッジであって式（1 5）を満たすものが存在しない場合（ステップ S 3 1 4：YES）、エッジのウエイトをステップ S 3 1 3 で算出したウエイトベクトル  $w_i$  の値に決定する。

[0060] 上述の手順でウエイト計算部 2 0 が各エッジのウエイトを算出すると、図 2 に示すように、出力部 2 1 は、ステップ S 1 4 及びステップ S 1 5 で決定したエッジ及びウエイトに基づいて、b-matching グラフを出力する（ステップ S 1 6）。

[0061] 《作用・効果》

このように、第 1 の実施形態によれば、グラフ計算装置 1 0 は、N 個のノードそれぞれについて、距離に基づいて選択される  $(b + 1)$  個のノードペアを初期集合とするノードペア集合について、評価値であるメッセージの計算を行うことで、b 個のエッジを決定する。つまり、総当たりで計算する場合

合にメッセージの計算対象となるノードペアの数が  $(N - 1)$  個であるところ、第 1 の実施形態によれば、 $(b + 1)$  個まで低減することができる。これにより、エッジの決定のための計算コストを抑えて  $b$ -matching グラフを計算することができる。なお、第 1 の実施形態では、グラフ計算装置 10 は、 $(b + 1)$  個のノードペアを初期集合として抽出するが、これに限られない。例えば、他の実施形態においては、グラフ計算装置 10 は、 $(b + 2)$  個以上  $(N - 1)$  個未満のノードペアを初期集合として抽出してもよい。ただし、初期集合に含まれるノードペアの数が少ないほど計算コストが小さくなる。また、他の実施形態に係るグラフ計算装置 10 は、ローベクトルに基づく距離に代えて、低次元ベクトル及び残差から算出される近似距離に基づいてノードペア集合を初期化してもよい。近似距離は、距離の一例である。

[0062] 第 1 の実施形態によれば、グラフ計算装置 10 は、ノードペア集合に含まれない除外ペアのうち式 (8) を満たすものをノードペア集合に追加する。これにより、エッジによる接続対象となるノードペアの候補をグラフ計算装置 10 は漏れなく抽出することができる。

ここで、第 1 の実施形態に係るグラフ計算装置 10 は、近似距離を用いて式 (7) に示す第 1 追加条件を満たす除外ペアについて、さらに距離を用いた式 (8) に示す第 2 追加条件を満たす場合に、当該除外ペアをノードペア集合に追加する。この 2 段階の判定により、グラフ計算装置 10 は、ノードペアの追加の判定に係る計算量を低減することができる。理由は以下の通りである。近似距離は、要素数  $m$  個の低次元ベクトルに係る計算であるため、要素数  $M$  ( $M > m$ ) 個のベクトルに係る距離の計算より計算量が少ない。また、近似距離の値は、必ず距離の値以下となるため、グラフ計算装置 10 は、第 1 追加条件の判定をすることによって、第 2 追加条件を満たし得る除外ペアを選別することができる。なお、他の実施形態においては、これに限られず、第 1 追加条件の判定を行わずにすべての除外ペアについて第 2 追加条件の判定を行ってもよい。この場合に、例えば、初期化部 14 が初期化の際に計算した距離を記憶しておき、これを読み出すことで、都度の計算を省略

してもよい。

[0063] 第1の実施形態によれば、グラフ計算装置10は、従ノードのベクトルに係る $b \times b$ のグラム行列に基づいてエッジのウェイトを算出し、当該グラム行列の逆行列を漸進的に計算することで、計算コストを低減することができる。また、グラフ計算装置10は、グラム行列に基づいてウェイトを計算できない場合に、二次計画法によってウェイトを計算するが、グラム行列に基づくウェイトが負数のエッジを二次計画法の計算対象から除外することで、二次計画法の対象となるエッジの数を低減することができる。これは、グラム行列に基づいて計算されるウェイトが負数になる場合、そのエッジに係るウェイトがゼロとなることが多いという発明者の知見に基づく。

[0064] 〈他の実施形態〉

以上、図面を参照して一実施形態について詳しく説明してきたが、具体的な構成は上述のものに限られることはなく、様々な設計変更等を行うことが可能である。すなわち、他の実施形態においては、上述の処理の順序が適宜変更されてもよい。また、一部の処理が並列に実行されてもよい。

上述した実施形態に係るグラフ計算装置10は、単独のコンピュータによって構成されるものであってもよいし、グラフ計算装置10の構成を複数のコンピュータに分けて配置し、複数のコンピュータが互いに協働することでグラフ計算装置10として機能するものであってもよい。

[0065] 〈コンピュータ構成〉

図6は、グラフ計算装置10のコンピュータ構成を示す概略ブロック図である。

グラフ計算装置10は、バスで接続されたプロセッサ51、メモリ53、補助記憶装置55、インタフェース57などを備え、グラフ計算プログラムを実行することによって、入力部11、次元削減部12、ベクトル記憶部13、初期化部14、ペア記憶部15、更新部16、継続判定部17、追加部18、エッジ決定部19、ウェイト計算部20及び出力部21を備える装置として機能する。プロセッサ51の例としては、CPU (Central Processin

g Unit)、GPU (Graphic Processing Unit)、マイクロプロセッサなどが挙げられる。

グラフ計算プログラムは、補助記憶装置55などのコンピュータ読み取り可能な記録媒体に記録されてもよい。コンピュータ読み取り可能な記録媒体とは、例えば磁気ディスク、光磁気ディスク、光ディスク、半導体メモリ等の記憶装置である。グラフ計算プログラムは、電気通信回線を介して送信されてもよい。

なお、グラフ計算の各機能の全て又は一部は、ASIC (Application Specific Integrated Circuit) やPLD (Programmable Logic Device) 等のカスタムLSI (Large Scale Integrated Circuit) を用いて実現されてもよい。PLDの例としては、PAL (Programmable Array Logic)、GAL (Generic Array Logic)、CPLD (Complex Programmable Logic Device)、FPGA (Field Programmable Gate Array) が挙げられる。このような集積回路も、プロセッサ51の一例に含まれる。

## 符号の説明

- [0066] 10 グラフ計算装置
- 11 入力部
- 12 次元削減部
- 13 ベクトル記憶部
- 14 初期化部
- 15 ペア記憶部
- 16 更新部
- 17 継続判定部
- 18 追加部
- 19 エッジ決定部
- 20 ウェイト計算部
- 21 出力部

## 請求の範囲

- [請求項1]        計算対象のN個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとし、前記N個のノードのうち前記主ノードからの距離に基づいて選択される $(b+1)$ 個以上 $(N-1)$ 個未満のノードを従ノードとする複数のノードペアからなるノードペア集合を生成する初期化部と、
- 前記ノードペア集合に係る各ノードペアについて、前記ノードペアに係る評価値を、前記ノードペアの距離、前記ノードペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうちb番目に小さい評価値である基準評価値、及び前記基準評価値に係るノードペアの距離に基づく計算により、所定の収束条件を満たすまで更新する更新部と、
- 更新された前記評価値に基づいて、各主ノードについてエッジで接続するb個の従ノードを決定するエッジ決定部と、
- を備えるグラフ計算装置。
- [請求項2]        前記ノードペア集合に含まれないノードペアである除外ペアについて、前記除外ペアの距離、前記除外ペアと主ノードを同じくする他のノードペアに係る評価値のうち $b+1$ 番目に小さい評価値、及び前記除外ペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち $b+1$ 番目に小さい評価値が所定の関係を有する場合に、前記除外ペアを前記ノードペア集合に追加する追加部
- を備える請求項1に記載のグラフ計算装置。
- [請求項3]        前記エッジで接続するb個のノードペアに係る主ノードのベクトルと従ノードのベクトルの内積を要素とするb次元の内積ベクトルと、前記b個の従ノードのベクトルに係る $b \times b$ のグラム行列の逆行列とに基づいて前記エッジのウェイトを算出するウェイト算出部
- を備え、
- 前記ウェイト算出部は、前記内積ベクトル及び前記グラム行列の逆行列を、前記主ノードと共通の従ノードを有する他のノードである近

傍ノードを用いた繰り返し計算により求める

請求項 1 または請求項 2 に記載のグラフ計算装置。

[請求項4]

計算対象の  $N$  個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとし、前記  $N$  個のノードのうち前記主ノードからの距離に基づいて選択される  $(b + 1)$  個以上  $(N - 1)$  個未満のノードを従ノードとする複数のノードペアからなるノードペア集合を生成するステップと、

前記ノードペア集合に係る各ノードペアについて、前記ノードペアの関係を評価する評価値を、前記ノードペアの距離、前記ノードペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち  $b$  番目に小さい評価値である基準評価値、及び前記基準評価値に係るノードペアの距離に基づく計算により、所定の収束条件を満たすまで更新するステップと、

更新された前記評価値に基づいて、各主ノードについてエッジで接続する  $b$  個の従ノードを決定するステップと、

を備えるグラフ計算方法。

[請求項5]

コンピュータに、

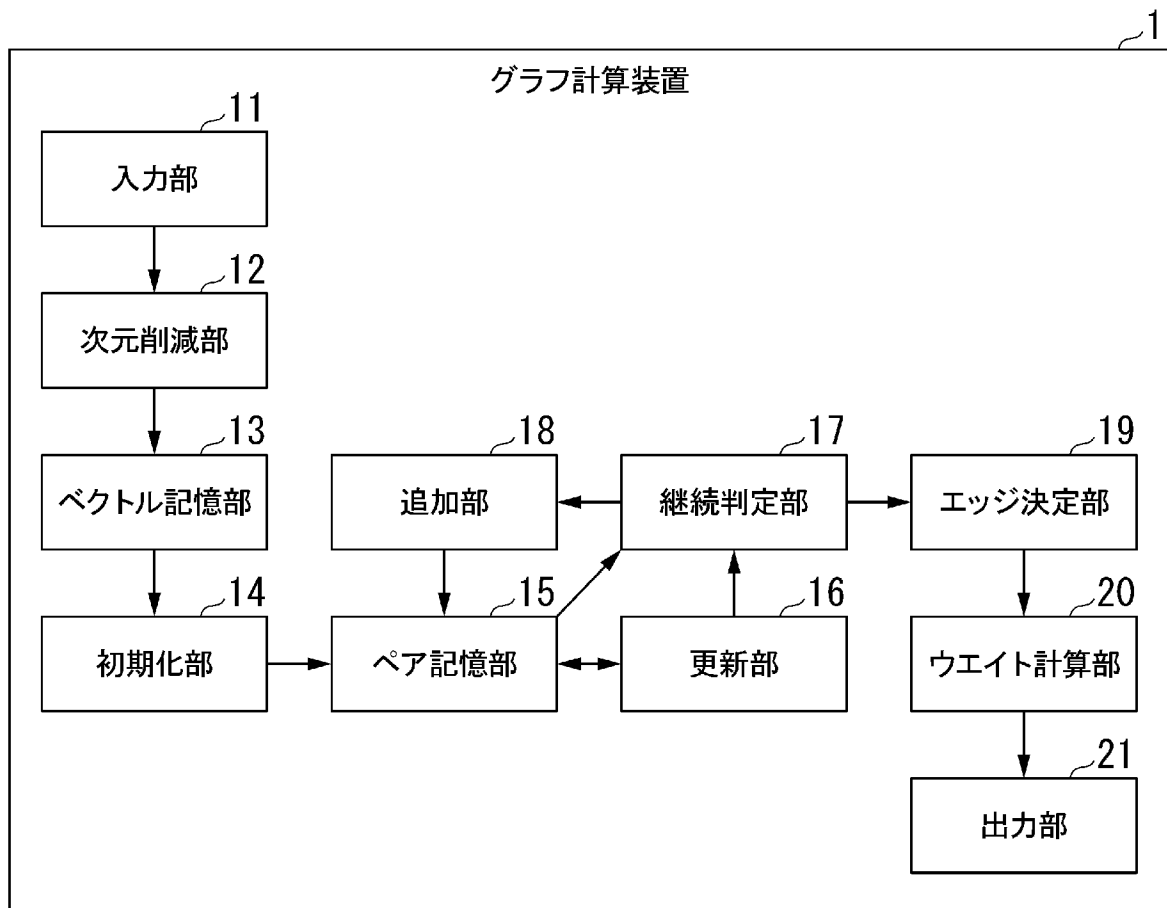
計算対象の  $N$  個のノードそれぞれについて、当該ノードを主ノードとし、前記  $N$  個のノードのうち前記主ノードからの距離に基づいて選択される  $(b + 1)$  個以上  $(N - 1)$  個未満のノードを従ノードとする複数のノードペアからなるノードペア集合を生成するステップと、

前記ノードペア集合に係る各ノードペアについて、前記ノードペアの関係を評価する評価値を、前記ノードペアの距離、前記ノードペアの従ノードを主ノードに持つ他のノードペアに係る評価値のうち  $b$  番目に小さい評価値である基準評価値、及び前記基準評価値に係るノードペアの距離に基づく計算により、所定の収束条件を満たすまで更新するステップと、

更新された前記評価値に基づいて、各主ノードについてエッジで接続する  $b$  個の従ノードを決定するステップと、

を実行させるためのグラフ計算プログラム。

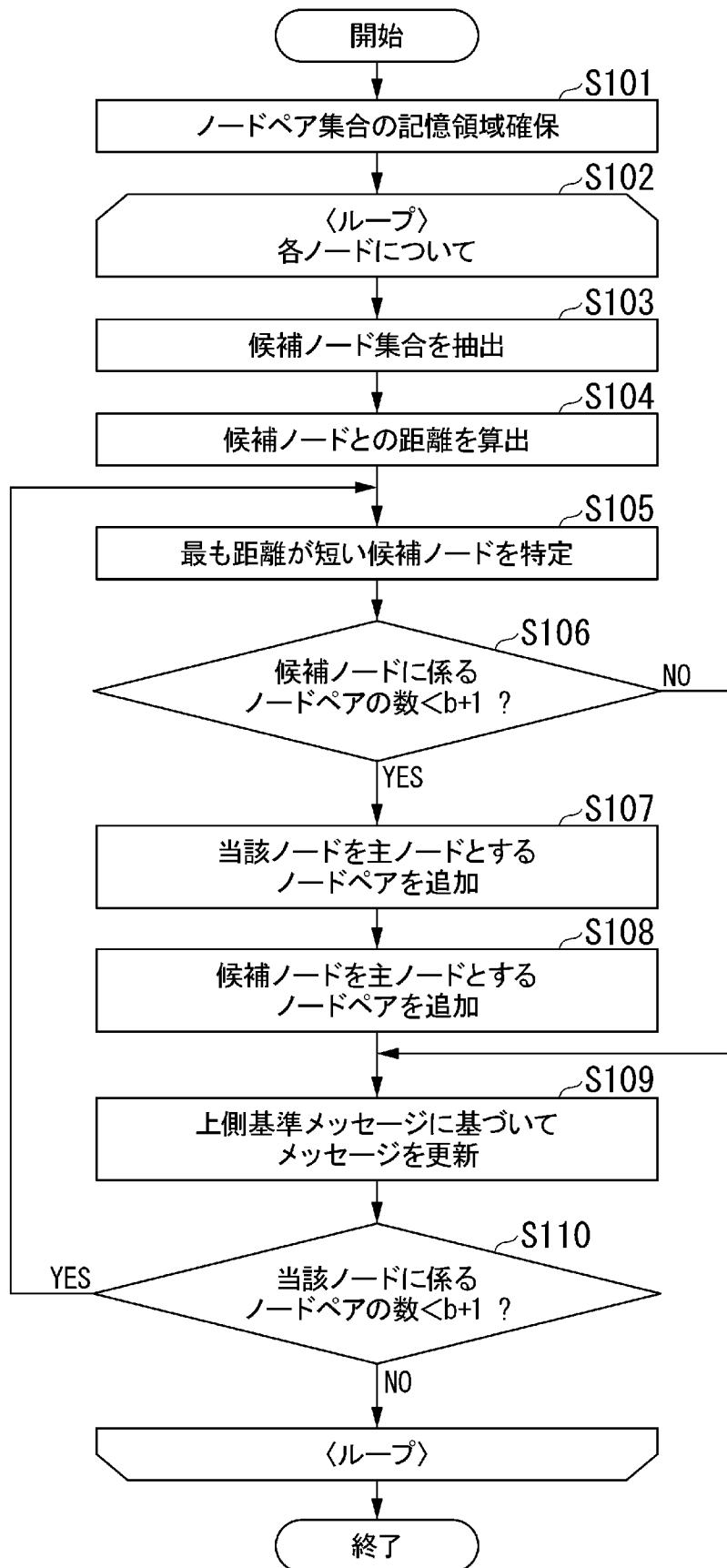
[図1]



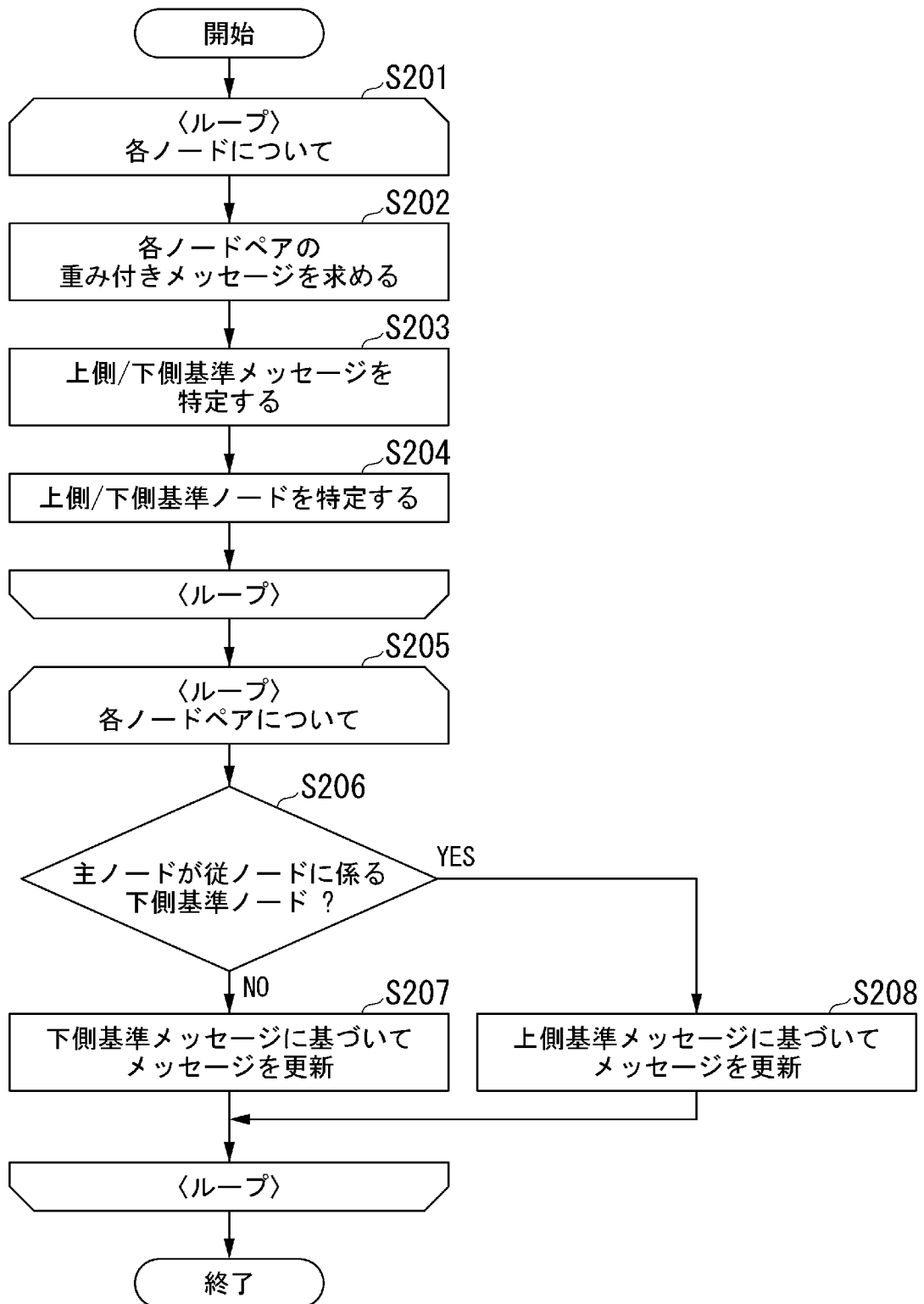
```

graph TD
    Start([開始]) --> S1[S1: ノードとローベクトルを入力]
    S1 --> S2[S2: 低次元ベクトルを算出]
    S2 --> S3[S3: ノードとベクトルを記録]
    S3 --> S4[S4: 初期値生成]
    S4 --> S5[S5: メッセージ更新]
    S5 --> S6{S6: 収束?}
    S6 -- NO --> S5
    S6 -- YES --> S7[S7: <ループ> 各除外ペアについて]
    S7 --> S8[S8: 近似距離を算出]
    S8 --> S9{S9: 第1追加条件を満たす?}
    S9 -- NO --> S5
    S9 -- YES --> S10[S10: 距離を算出]
    S10 --> S11{S11: 第2追加条件を満たす?}
    S11 -- NO --> S12[S12: ノードペア集合に追加]
    S11 -- YES --> S13{S13: ノードペアが追加された?}
    S12 --> S13
    S13 -- YES --> S14[S14: エッジで接続するノードペアを決定]
    S13 -- NO --> S14
    S14 --> S15[S15: ウェイト計算]
    S15 --> S16[S16: B-matchingグラフを出力]
    S16 --> End([終了])
  
```

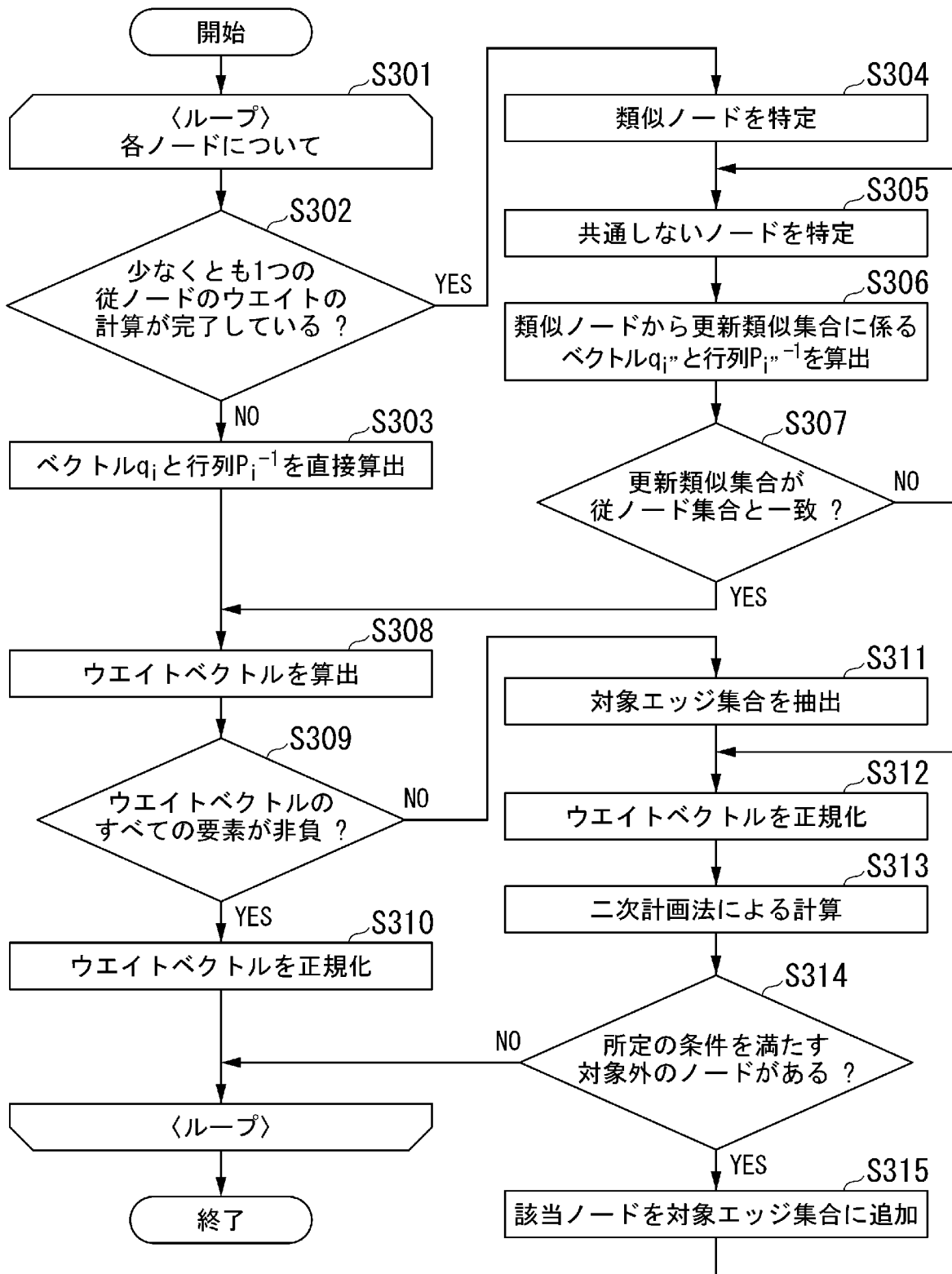
[図3]



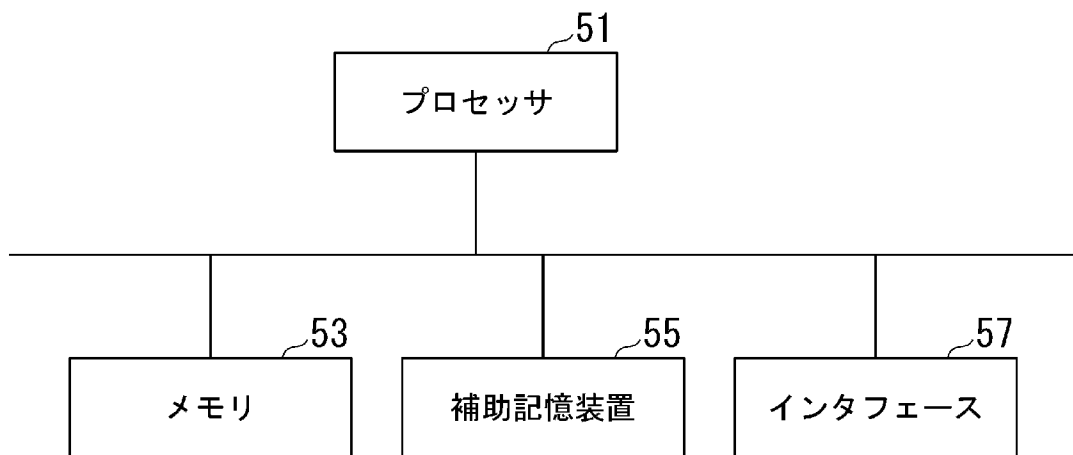
[図4]



[図5]



[図6]



# INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP2020/027218

## A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

Int. Cl. G06F17/10 (2006.01) i

FI: G06F17/10 Z

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

## B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

Int. Cl. G06F17/10

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Published examined utility model applications of Japan 1922-1996

Published unexamined utility model applications of Japan 1971-2020

Registered utility model specifications of Japan 1996-2020

Published registered utility model applications of Japan 1994-2020

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

## C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

| Category* | Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages                                                                                                                                                                                                                                              | Relevant to claim No. |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| A         | BIENKOWSKI, Marcin et al. A Competitive B-Matching Algorithm for Reconfigurable Datacenter Networks, arXiv.org, 18 June 2020, pp. 1-9, <a href="https://arxiv.org/pdf/2006.10692.pdf">https://arxiv.org/pdf/2006.10692.pdf</a> , p. 2, right column, line 30 to p. 5, right column, line 23                                     | 1-5                   |
| A         | HAO, Xiaotian et al. Learning to Accelerate Heuristic Searching for Large-Scale Maximum Weighted b-Matching Problems in Online Advertising, arXiv.org, 12 May 2020, pp. 1-7, <a href="https://arxiv.org/pdf/2005.04355.pdf">https://arxiv.org/pdf/2005.04355.pdf</a> , p. 3, right column, line 6 to p. 5, left column, line 30 | 1-5                   |

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.

☐ See patent family annex.

\* Special categories of cited documents:

“A” document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

“E” earlier application or patent but published on or after the international filing date

“L” document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

“O” document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

“P” document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

“T” later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

“X” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

“Y” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

“&” document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search  
12.10.2020

Date of mailing of the international search report  
27.10.2020

Name and mailing address of the ISA/  
Japan Patent Office  
3-4-3, Kasumigaseki, Chiyoda-ku,  
Tokyo 100-8915, Japan

Authorized officer

Telephone No.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| A. 発明の属する分野の分類（国際特許分類（IPC））<br>G06F 17/10(2006.01)i<br>FI: G06F17/10 Z                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| B. 調査を行った分野                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| 調査を行った最小限資料（国際特許分類（IPC））<br>G06F17/10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| 最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの<br>日本国実用新案公報 1922 - 1996年<br>日本国公開実用新案公報 1971 - 2020年<br>日本国実用新案登録公報 1996 - 2020年<br>日本国登録実用新案公報 1994 - 2020年                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| 国際調査で使用した電子データベース（データベースの名称、調査に使用した用語）                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| C. 関連すると認められる文献                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| 引用文献の<br>カテゴリー*                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 関連する<br>請求項の番号 |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | BIENKOWSKI, Marcin et al., A Competitive B-Matching Algorithm for Reconfigurable Datacenter Networks, arXiv.org, 2020.06.18, pages1-9, <a href="https://arxiv.org/pdf/2006.10692.pdf">https://arxiv.org/pdf/2006.10692.pdf</a><br>page2 right column line30 - page 5 right column line23                                     | 1-5            |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | HAO, Xiaotian et al., Learning to Accelerate Heuristic Searching for Large-Scale Maximum Weighted b-Matching Problems in Online Advertising, arXiv.org, 2020.05.12, pages1-7, <a href="https://arxiv.org/pdf/2005.04355.pdf">https://arxiv.org/pdf/2005.04355.pdf</a><br>page3 right column line6 - page5 left column line30 | 1-5            |
| <input type="checkbox"/> C欄の続きにも文献が列挙されている。 <input type="checkbox"/> パテントファミリーに関する別紙を参照。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| * 引用文献のカテゴリー<br>“A” 特に関連のある文献ではなく、一般的な技術水準を示すもの<br>“E” 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの<br>“L” 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献（理由を付す）<br>“O” 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献<br>“P” 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願の日の後に公表された文献<br>“T” 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と抵触するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの<br>“X” 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの<br>“Y” 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの<br>“&” 同一パテントファミリー文献 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                |
| 国際調査を完了した日<br><br>12.10.2020                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 国際調査報告の発送日<br><br>27.10.2020                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                |
| 名称及びあて先<br>日本国特許庁(ISA/JP)<br>〒100-8915<br>日本国<br>東京都千代田区霞が関三丁目4番3号                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 権限のある職員（特許庁審査官）<br><br>田中 幸雄 5B 9191<br><br>電話番号 03-3581-1101 内線 3545                                                                                                                                                                                                                                                        |                |