

(12) 특허협력조약에 의하여 공개된 국제출원

(19) 세계지식재산권기구  
국제사무국

(43) 국제공개일  
2013년 7월 4일 (04.07.2013)



(10) 국제공개번호  
WO 2013/100344 A1

- (51) 국제특허분류:  
F04D 29/18 (2006.01) G06F 17/50 (2006.01)
- (21) 국제출원번호: PCT/KR2012/008964
- (22) 국제출원일: 2012년 10월 29일 (29.10.2012)
- (25) 출원언어: 한국어
- (26) 공개언어: 한국어
- (30) 우선권정보:  
10-2011-0147272 2011년 12월 30일 (30.12.2011) KR
- (71) 출원인: 부산대학교 산학협력단 (PUSAN NATIONAL UNIVERSITY INDUSTRY-UNIVERSITY COOPERATION FOUNDATION) [KR/KR]; 609-735 부산시 금정구 장전동 산30 부산대학교 내, Busan (KR).
- (72) 발명자: 김철 (KIM, Chul); 612-060 부산시 해운대구 반여동 장산 1 차롯데낙천대아파트 113-201, Busan (KR). 정성윤 (JUNG, Sung-Yuen); 608-090 부산시 남구 용호동 LG 메트로시티아파트 214-703, Busan (KR).
- (74) 대리인: 오위환 (OH, Wi-Hwan); 135-080 서울시 강남구 역삼동 601-18 은성빌딩 5층, Seoul (KR).

- (81) 지정국 (별도의 표시가 없는 한, 가능한 모든 종류의 국내 권리의 보호를 위하여): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KM, KN, KP, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, ZA, ZM, ZW.
- (84) 지정국 (별도의 표시가 없는 한, 가능한 모든 종류의 역내 권리의 보호를 위하여): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 유라시아 (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 유럽 (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

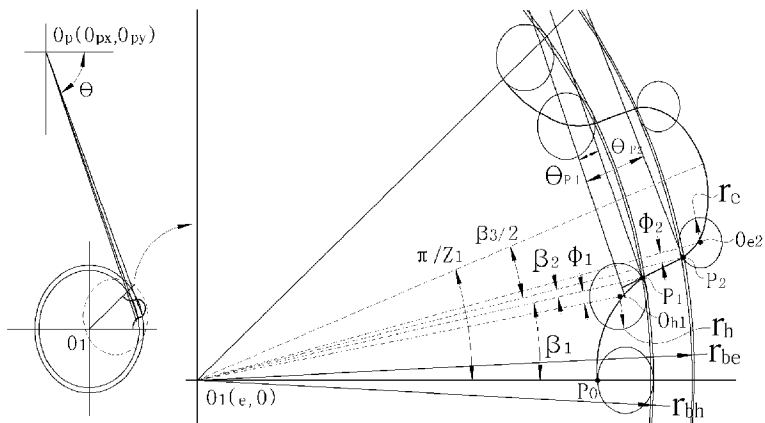
공개:

— 국제조사보고서와 함께 (조약 제 21 조(3))

(54) Title: GEROTOR OIL PUMP AND METHOD FOR DESIGNING SAME

(54) 발명의 명칭: 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법

[Fig. 1]



(57) Abstract: The present invention relates to a gerotor oil pump capable of further reducing noise and increasing wear resistance while operating by forming a shape of an inner rotor to be a combination of hypocycloid-polycircle-epicycloid shapes and inducing the shape of an outer rotor from the shape of the inner rotor and to a method for designing same. The gerotor oil pump includes the outer rotor having a plurality of lobes on an inner circumferential surface thereof and the inner rotor eccentrically rotating in a space inside the outer rotor, in which, with a central point of the inner rotor, the eccentric amount of which is e,  $O_1=(e,0)$  as a reference with respect to a half pitch section of the inner rotor,  $\beta_1$  from  $P_0$  to  $P_1$  is formed of a hypocycloid curve,  $\beta_2$  from  $P_1$  to  $P_2$  is formed of a polycircular curve including a combination of a plurality of continuous circles having different central points, and  $\beta_{3/2}$  that is more than  $P_2$  is formed of an epicycloid curve.

(57) 요약서:

[다음 쪽 계속]

WO 2013/100344 A1

본 발명은 내부로터의 형상을 하이포 사이클로이드-폴리서클(polycircle)-에피 사이클로이드를 조합한 형태로 구성하고, 이 내부로터 형상으로부터 외부로터의 형상을 도출하여 동작 중 소음 및 내마모성을 더욱 저감시킬 수 있는 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법에 관한 것으로, 본 발명에 따른 지로터 오일 펌프는 내주면에 복수의 로버(lobe)가 형성되어 있는 외부로터(outer rotor)와, 상기 외부로터의 내측 공간에서 편심 회전하는 내부로터(inner rotor)를 구비한 지로터 오일 펌프에 있어서, 편심량이  $e$  인 내부로터 중심점  $O_1=(e,0)$ 을 기준으로 내부로터 반 피치 구간에 대해  $P_0$ 에서  $P_1$ 까지( $\beta_1$ )는 하이포사이클로이드 곡선으로,  $P_1$ 에서  $P_2$ 까지( $\beta_2$ )는 중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클 곡선으로,  $P_2$  이상( $\beta_3/2$ )에서는 에피사이클로이드 곡선으로 이루어진 것을 특징으로 한다.

## 명세서

### 발명의 명칭: 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법

#### 기술분야

- [1] 본 발명은 지로터 오일 펌프(gerotor oil pump) 및 그 설계 방법에 관한 것으로, 더욱 상세하게는 내부로터가 하이포 사이클로이드-중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클(polycircle)-에피 사이클로이드를 조합한 형태로 이루어진 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법에 관한 것이다.

#### 배경기술

- [2] 자동차 엔진의 윤활장치는 엔진작동을 원활히 하고 수명을 오래 유지하기 위한 필수장치이며 이러한 윤활장치의 구성품 중 하나인 오일펌프는 유량, 내구성, 소음 및 소형화 측면에서 유리한 내접형 기어펌프가 주로 사용된다.
- [3] 이러한 오일펌프(oil pump)는 자동차의 엔진 등에 장착되어 구동되는 엔진의 필수 기능 부품으로 엔진으로부터 공급받는 기계적인 에너지를 엔진 오일의 압력 에너지 및 속도 에너지로 변환시켜 엔진 내부의 각 습동부에 윤활 오일을 공급하여 부품의 이상 마모, 소착 등이 발생하지 않도록 하는 부품이다. 상기 오일펌프를 구성하는 부품은 전기적인 모터(electric motor), 키(key), 내부로터(inner rotor), 로터 케이스(rotor case), 오링(O-ring), 스크류(screw) 등으로 구성된다. 상기 오일펌프에서 기타 표준 제품 이외에 로터 케이스는 오일펌프의 사양에 따라 다이캐스팅으로 생산되고 있으며, 상기 외부로터 및 내부로터는 분말 단조로 생산되고 있다.
- [4] 한편, 임의적으로 생성한 로터를 가지는 지로터(gerotor) 오일 펌프 및 모터는 내부로터와 외부로터로 구성되어 있어 구조가 간단하고 소결 제품의 제작 기술 발달로 가공의 정밀도가 높아짐에 따라 형상이 복잡하더라도 가공이 용이하며, 조립이 쉽고 두 치형 사이에 상대 운동이 적으므로 장기간 사용하여도 효율의 변화가 적으며, 흡입 성능이 우수하다. 또한 피스톤 펌프와 결합된 2연 펌프(tandem pump)의 흡입 및 저항을 주는 펌프로 널리 사용되고 있으며, 특히 다른 펌프에 비하여 소음이 적어 엔진 윤활을 위한 윤활유의 공급원이나 자동 변속기의 유압원으로 널리 사용되고 있다. 그리고 전체 체적에 비하여 베인이나 기어펌프보다 1회전당의 토출량이 많은 것을 장점으로 가지고 있다. 이러한 이유로 유압 시스템에 널리 사용되고 있으며 최근 가공 기술의 발달과 함께 급격하게 응용성이 점차 확대되어 가고 있는 실정이다.
- [5] 따라서, 지로터형 오일 펌프/모터의 로터 치형 설계와 관련하여 많은 기술들이 수행되어 왔다. Colbourne("Gear Shape and Theoretical Flow Rate in Internal Gear Pumps," Trans. of the CSME, Vol. 3, No. 4 pp. 215-223, 1975)은 내부로터와 외부로터의 접촉을 시뮬레이션하여 내부로터 치형의 좌표를 구하고 내부로터와 외부로터의 치형 곡선으로 폐쇄되는 챔버에서의 면적을 계산하였다.

Sae-gusa("Development of Oil-Pump Rotor with a Trochoidal Tooth Shape," Tran. SAE, 840454. pp. 359-364, 1984) 등은 내부로터를 고정시키고 외부로터를 회전시켜 외부로터의 치형인 원호의 중심에 대한 궤적을 구하고, 내부로터와 외부로터의 물림 특성으로부터 내부로터의 치형을 구하는 식을 유도하여 내부로터의 치형을 구하는 식을 유도하였다. 또한, Beard("Hypotrochoidal versus Epitrochoidal Gerotor Type Pumps with Special Attention to Volume Change Ratio and Size," ASME Proceedings, Design Automation conference, Boston, Mass., Sep. 1987) 등은 하이포트로코이드(Hypotrochoidal)와 에피트로코이드(Epitrochoidal) 사이의 유량 변화를 비교하고 수학적 관계를 나타냈다. Tsay("Gerotor Pumps-Design Simulation And Contact Analysis," pp. 349-356. 1992)는 절삭과정을 시뮬레이션 하여 내부로터의 치형을 구하는 방법을 발표하였다. 한편, 이성철("Journal of KSTLE, Vol. 11, No 2, pp 63-70. 1995) 등은 곡선족(family of curves)을 이용하여 내부로터의 치형에 대한 식을 유도하고 유압 모터를 대상으로 유량 및 토크 계산 등의 특성 해석을 실시하였다.

- [6] 그러나, 현재까지 발표된 내용들은 이론적 해석에 치중하였고, 더구나 이것을 전산화하여 쉽게 활용한 예는 없어서 실제 설계시 많은 문제점이 있었다. 또한 오일펌프 설계 기술에서 가장 중요한 로터 형상의 설계에 대한 기술이 필요하며, 고성능, 고효율, 저소음, 저진동의 새로운 치형에 대한 기술이 절실한 실정이었다. 특히, 오일펌프의 성능, 진동, 효율에 관련된 인자를 분석하여 치형의 기하학적(geometry), 유체역학적(CFD: computational fluid dynamics), 시스템적(system simulation) 접근이 요구되었다.
- [7] 이와 같은 문제점을 해결하기 위한 종래의 기술로서 본 출원인이 제안한 공개특허공보 제10-2011-0113541호(2011년 10월 17일 등록)의 지로터 오일 펌프가 공개되어 있다. 이 공개특허의 지로터 오일 펌프는 하이포 사이클로이드 곡선과 에피 사이클로이드 곡선의 사이에 원호 곡선을 삽입하여 내부로터를 구성하고, 상기 내부로터에서 외부로터의 궤적을 창출하여 외부로터를 구성하는 것을 특징으로 하고 있다.
- [8] 하지만, 상기한 공개특허공보의 지로터 오일 펌프는 기존의 지로터 오일 펌프에 비하여 유량과 내마모성, 소음 측면에서 획기적인 장점을 갖는 것이 사실이지만, 상기 내부로터의 하이포 사이클로이드와 에피 사이클로이드 사이의 원 궤적으로 인하여 소음을 저감시키는데 한계가 있었다.

## 발명의 상세한 설명

### 기술적 과제

- [9] 본 발명은 상기와 같은 문제를 해결하기 위한 것으로, 본 발명의 목적은 내부로터의 형상을 하이포 사이클로이드-중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클(polycircle)-에피 사이클로이드를 조합한 형태로 구성하고, 이 내부로터 형상으로부터 외부로터의 형상을 도출하여 동작 중 소음

및 내마모성을 더욱 저감시킬 수 있는 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법을 제공함에 있다.

### 과제 해결 수단

- [10] 상기와 같은 목적을 달성하기 위한 본 발명에 따른 지로터 오일 펌프는 내주면에 복수의 로버(lobe)가 형성되어 있는 외부로터(outer rotor)와, 상기 외부로터의 내측 공간에서 편심 회전하는 내부로터(inner rotor)를 구비한 지로터 오일 펌프에 있어서, 편심량이  $e$ 인 내부로터 중심점  $O_1=(e,0)$ 을 기준으로 내부로터 반 피치 구간에 대해  $P_0$ 에서  $P_1$ 까지( $\beta_1$ )는 하이포사이클로이드 곡선으로,  $P_1$ 에서  $P_2$ 까지( $\beta_2$ )는 중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클 곡선으로,  $P_2$  이상( $\beta_3/2$ )에서는 에피사이클로이드 곡선으로 이루어진 것을 특징으로 한다.
- [11] 본 발명의 다른 한 형태에 따르면, 상기한 지로터 오일 펌프의 설계방법으로서, 하이포사이클로이드 곡선과 폴리서클 곡선 및 에피사이클로이드 곡선을 조합하여 내부로터를 설계하는 단계와; 상기 내부로터의 형상으로부터 외부로터의 궤적을 산출하여 외부로터를 설계하는 단계를 포함하는 것을 특징으로 하는 지로터 오일 펌프의 설계방법이 제공된다.

### 발명의 효과

- [12] 본 발명에 따르면, 내부로터와 외부로터 간의 미끄럼율에 유리한 폴리서클과 사이클로이드 형상을 적용하여 소음 및 내마모성을 향상시킬 수 있게 된다.

### 도면의 간단한 설명

- [13] 도 1은 본 발명의 일 실시예에 따른 지로터 오일 펌프의 내부로터의 한 피치 각도 구간의 프로파일을 나타낸 도면이다.
- [14] 도 2는 본 발명에 따른 하이포 사이클로이드 곡선의 구성방정식 유도를 위한 하이포 사이클로이드 곡선 구간을 보여주고 있는 도면이다.
- [15] 도 3은 본 발명에 따른 폴리서클의 구성방정식 유도를 위한 폴리서클 곡선의 좌표를 보여주고 있는 도면이다.
- [16] 도 4는 본 발명에 따른 에피 사이클로이드 곡선의 구성방정식 유도를 위한 에피 사이클로이드 곡선 구간을 보여주고 있는 도면이다.
- [17] 도 5는 본 발명에 따른 곡선 경계식 유도를 위한 내부로터의 한 피치 구간의 프로파일을 나타낸 도면이다.
- [18] 도 6은 내부로터의  $P_1$ 지점에서 곡선 경계식 유도를 위한 폴리서클의 곡선 구간의 좌표를 나타내는 도면이다.
- [19] 도 7은 내부로터의  $P_2$ 지점에서 곡선 경계식 유도를 위한 폴리서클의 곡선 구간의 좌표를 나타내는 도면이다.
- [20] 도 8은 내부로터의 설계를 위한 비용함수 수렴 효과(Effect of cost function convergence)를 나타낸 도면이다.
- [21] 도 9는 내부로터 형상(profile)을 나타낸 도면이다.

- [22] 도 10은 내부로터의 중심을 달리하여 회전시킨 회전 시뮬레이션을 나타내는 도면이다.
- [23] 도 11은 내부로터를 외부로터 고정 방식의 회전시뮬레이션으로 얻은 내부로터 회전 자취의 곡선군을 나타낸 도면이다.
- [24] 도 12는 내부로터와 외부로터의 간섭 현상의 일례를 나타낸 도면이다.
- [25] 도 13은 간섭회피 수학적식에 의해 외부로터 곡선이 수정되는 상태를 나타내는 도면이다.
- [26] 도 14는 내부로터와 외부로터의 간섭 현상을 설명하는 도면이다.
- [27] 도 15는 회전각도에 따른 간섭 현상을 설명하는 도면이다.
- [28] 도 16은 폴리서클 곡선의 좌표를 나타내는 도면이다.
- [29] 도 17은 내부로터와 외부로터의 최대 간섭 구간을 나타낸 도면이다.
- [30] 도 18은 폴리서클 곡선 상의 점의 오프셋 이동을 나타내는 도면이다.
- [31] 도 19는 점  $P_o(4)$ 에서 접선기울기(Tangential gradient)를 나타내는 도면이다.
- [32] 도 20은 외부로터의 변형(modification) 방법을 나타내는 도면이다.
- [33] 도 21은 본 발명에 의해 설계된 내부로터와 외부로터의 형상(profile)을 나타내는 도면이다.

### 발명의 실시를 위한 형태

- [34] 이하, 첨부된 도면을 참조하여 본 발명에 따른 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법의 바람직한 실시예를 상세히 설명한다.
- [35] 도 1 내지 도 21은 본 발명의 일 실시예에 따른 하이포 사이클로이드-폴리서클-에피 사이클로이드 곡선으로 이루어진 치형곡선을 이용하여 지로터 오일펌프의 로터를 설계하는 방법을 보여주고 있는 도면이다. 본 발명의 지로터 오일펌프의 설계방법은 위에서 언급한 바와 같이 하이포 사이클로이드 곡선과 에피 사이클로이드 곡선의 사이에 중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클(polycircle)을 삽입하여 먼저 내부로터를 구성한 다음 상기 내부로터에서 외부로터의 궤적을 창출하는 방법이다.
- [36] 먼저, 본 발명에 따른 지로터 오일펌프를 설계함에 있어서, 내부로터의 기하학적 분석을 구체적으로 설명하고자 한다.
- [37] 도 1 내지 도 4를 참조하면, 구름원이 피치원 둘레를 미끄럼 없이 굴러갈 때 구름원 위의 한 점이 그리는 곡선을 사이클로이드 곡선이라 하는데, 구름원이 피치원 둘레 안에서 접촉하여 구를 때 생기는 곡선을 하이포 사이클로이드(Hypocycloid)라 하고, 피치원 둘레 밖에서 접촉하여 구를 때 생기는 곡선을 에피사이클로이드(Epicycloid)라 한다. 이와 같은 방식으로 내부로터의 반 피치 구간( $\beta_1, \beta_2, \beta_3/2$ )을 도 1과 같이 순차적으로 하이포 사이클로이드, 폴리서클 및 에피 사이클로이드 곡선의 조합으로 구성할 수 있다.
- [38] 이러한 하이포 사이클로이드, 폴리서클 및 에피 사이클로이드 곡선의

구성방정식을 이용하여 내부로터의 치형을 설계하는 과정을 상세히 설명하면, 먼저 도 1에 도시된 것과 같이 하이포 사이클로이드 및 에피 사이클로이드 곡선의 기초원 중심은 내부로터의 중심  $O_1(e, 0)$  과 일치하며 각각의 반경  $r_{bh}$ ,  $r_{be}$ 는 아래의 수학식 1과 같이 구할 수 있다.

[39] 수학식 1

$$r_{bh} = \rho_{1\max} - H + 2r_h \quad , \quad r_{be} = \rho_{1\max} - 2r_e$$

[40] 한편, 사이클로이드 곡선의 특성상 도 1의 점  $P_1$ 에서 하이포 사이클로이드 및 에피 사이클로이드 곡선의 접선 기울기는

$$\overline{O_1P_1}$$

의 기울기와 같다. 따라서 도 1에서와 같이 하이포 사이클로이드 및 에피 사이클로이드 곡선 사이에 폴리서클 곡선을 삽입하기 위해 곡선 연결점  $P_1$ ,  $P_2$ 는 사이클로이드 곡선의 기초원 위에 있지 않다. 그러므로

$$\overline{O_1P_1} = r_{p1}$$

,

$$\overline{O_1P_2} = r_{p2}$$

라 하면 수학식 2의 관계식이 성립한다.

[41] 수학식 2

$$r_{p1} < r_{bh} < r_{be} < r_{p2}$$

[42] 도 1에서  $O_p(O_{px}, O_{py})$ 는 폴리서클의 중심이다. 내부로터 반 피치각도 구간에서  $\beta_1$ 은 하이포 사이클로이드 곡선의 구간,  $\beta_2$ 는 폴리서클 곡선의 구간이며,  $0.5\beta_3$ 는 에피 사이클로이드 곡선의 구간이다. 또한 하이포 사이클로이드 곡선 구름원 위의 점이  $P_1$ 에 위치할 때 구름원의 중심을  $O_{h1}$ 라 하면,  $\phi_1$ 은  $\angle P_1O_1O_{h1}$ 과 같다. 마찬가지로 에피 사이클로이드 곡선 구름원 위의 점이  $P_2$ 에 위치할 때 구름원의 중심을  $O_{e2}$ 라 하면,  $\phi_2$ 는  $\angle P_2O_1O_{e2}$ 와 같다.  $\theta_{p1}$ ,  $\theta_{p2}$ 는 각각 폴리서클 곡선에서 점  $P_1$ ,  $P_2$ 에서의 범위각이다.

[43] 하이포 사이클로이드 곡선의 구성방정식은 다음과 같이 구해진다. 도 2에 도시된 것과 같이, 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점  $P$ 에서 구름원의 중심을  $O_h$ 라 하고 이 때의 구름원 이동각을  $\beta$ , 회전각을  $\theta_h$ 라 한다. 점  $P$ 가  $P_1$ 에 위치할 때 구름원의 이동각은

$$(\beta_1 - \phi_1)$$

이고, 회전각은  $\theta_{h1}$ 이다. 이를 이용하여 하이포 사이클로이드 곡선의 궤적을

구하면 수학식 3과 같다.

[44] 수학식 3

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{bh}-r_h)\cos\beta - r_h\cos(\theta_h-\beta) + e \\ (r_{bh}-r_h)\sin\beta + r_h\sin(\theta_h-\beta) \end{bmatrix}, \quad 0 \leq \beta < \beta_1 - \phi_1$$

[45] 도 2에서 구름원 상의 점이 P<sub>0</sub>에서 P까지, P<sub>0</sub>에서 P<sub>1</sub>까지 이동할 때, 구름원이 미끄럼없이 구른 거리와 구름원 이동각에 해당하는 기초원의 원호 길이가 서로 같으므로 수학식 4가 성립한다.

[46] 수학식 4

$$r_h\theta_h = r_{bh}\beta, \quad r_h\theta_{h1} = r_{bh}(\beta_1 - \phi_1)$$

[47] 도 2의  $\triangle P_1O_1O_{h1}$ 에서

$$\overline{P_1O_1}$$

및

$$\overline{O_{h1}P_1}$$

에 대해 제2코사인 법칙을 적용하면  $\theta_{h1}$  및  $\phi_1$ 은 아래의 수학식 5와 6과 같이 구할 수 있다.

[48] 수학식 5

$$\theta_{h1} = \arccos \frac{(r_{bh}-r_h)^2 + r_h^2 - r_{p1}^2}{2r_h(r_{bh}-r_h)}$$

[49] 수학식 6

$$\phi_1 = \arccos \frac{r_{p1}^2 + (r_{bh}-r_h)^2 - r_h^2}{2r_{p1}(r_{bh}-r_h)}$$

[50] 상기 수학식 4, 5를 이용하면

$$(\beta_1 - \phi_1)$$

는 수학식 7과 같고, 수학식 6과 7을 이용하면  $\beta_1$ 은 수학식 8과 같이 구할 수 있다.

[51] 수학식 7

$$\beta_1 - \phi_1 = \frac{r_h}{r_{bh}} \arccos \frac{(r_{bh}-r_h)^2 + r_h^2 - r_{p1}^2}{2r_h(r_{bh}-r_h)}$$

[52] 수학식 8

$$\beta_1 = \frac{r_h}{r_{bh}} \arccos \frac{(r_{bh} - r_h)^2 + r_h^2 - r_{p1}^2}{2r_h(r_{bh} - r_h)} + \arccos \frac{r_{p1}^2 + (r_{bh} - r_h)^2 - r_h^2}{2r_{p1}(r_{bh} - r_h)}$$

[53] 따라서 수학식 4를 이용하여 수학식 3을 정리하면 하이포 사이클로이드 곡선의 구성방정식은 수학식 9와 같이 구할 수 있다.

[54] 다음으로 도 3을 참조하여 폴리서클 곡선의 구성방정식을 구한다.

[55] 폴리서클 곡선은 도 3에서와 같이 수학식 10의 점

$$P^{(1)}(x_{p,1}, y_{p,1})$$

의 궤적으로 표현할 수 있다.

[56] 수학식 10

$$x_p^{(1)} = r(1 - \mu\phi)\cos\phi + \mu r \sin\phi, \quad y_p^{(1)} = r(1 - \mu\phi)\sin\phi + \mu r(1 - \cos\phi)$$

[57] 수학식 10에서  $\phi$ 가 증가함에 따라 감소하는 곡률반경은

$$r(1 - \mu\phi) \geq 0$$

이므로 수학식 11이 성립하며,

$$x_p^{(1)}$$

및

$$y_p^{(1)}$$

를  $\phi$ 에 대해 미분하면 수학식 12와 같다.

[58] 수학식 11

$$0 \leq \phi \leq \frac{1}{\mu}$$

[59] 수학식 12

$$\frac{dx_p^{(1)}}{d\phi} = r(\mu\phi - 1)\sin\phi, \quad \frac{dy_p^{(1)}}{d\phi} = r(1 - \mu\phi)\cos\phi$$

[60] 수학식 12를 이용하면 도 3의 점  $P^{(1)}$ 에서의 접선 기울기는 수학식 13과 같이 구할 수 있다.

[61] 수학식 13

$$\frac{dy_p^{(1)}}{dx_p^{(1)}} = \frac{dy_p^{(1)}}{d\phi} \frac{d\phi}{dx_p^{(1)}} = \frac{-1}{\tan\phi} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)$$

[62] 도 3의 좌표계가 시계방향으로  $\theta$ 만큼 회전하고 점

$$O_p^{(1)}$$

가

$$O_p^{(2)}(O_{px}, O_{py})$$

으로 옮겨진다면 점  $P^{(1)}$ 는 도 4의

$$P^{(2)}(x_p^{(2)}, y_p^{(2)})$$

에 위치한다. 수학적식 10을 이용하여 점  $P^{(2)}$ 의 좌표를 구하면 다음과 같다.

[63] 수학적식 14

$$\begin{bmatrix} x_p^{(2)} \\ y_p^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p^{(1)} \\ y_p^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{px} \\ O_{py} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1-\mu\phi)\cos(\theta-\phi) - \mu r \sin(\theta-\phi) + \mu r \sin\theta + O_{px} \\ r(\mu\phi-1)\sin(\theta-\phi) - \mu r \cos(\theta-\phi) + \mu r \cos\theta + O_{py} \end{bmatrix}$$

[64] 도 1에서 점  $P_1$  및  $P_2$ 일 때의  $\phi$ 값을 각각  $\theta_{p1}$ ,  $\theta_{p2}$ 라고 하면 폴리서클 곡선의 구성방정식은 수학적식 15와 같이 구할 수 있다.

[65] 수학적식 15

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1-\mu\phi)\cos(\theta-\phi) - \mu r \sin(\theta-\phi) + \mu r \sin\theta + O_{px} \\ r(\mu\phi-1)\sin(\theta-\phi) - \mu r \cos(\theta-\phi) + \mu r \cos\theta + O_{py} \end{bmatrix}$$

[66] 그리고,

$$\theta_{p1} \leq \phi \leq \theta_{p2}$$

이다.

[67] 다음으로 도 4를 참조하여 에피사이클로이드 곡선의 구성방정식을 구한다.

[68] 도 4에서와 같이 에피사이클로이드 곡선 상의 점  $P$ 에서 구름원의 중점을  $O_e$ 라 하고,

$$\angle O_{e2}O_1P_2 = \phi_2$$

,

$$\angle P_2O_{e2}O_1 = \theta_{e2}$$

라 하면, 이 때의 구름원 이동각은

$$(\beta - \beta_1 - \beta_2 - \phi_2)$$

, 회전각은  $(\theta_e - \theta_{e2})$ 으로 정의하였다. 이를 이용하여 에피 사이클로이드 곡선의 궤적을 구하면 수학식 16과 같다.

[69] 수학식 16

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{be} + r_e) \cos \beta - r_e \cos(\beta + \theta_e) + e \\ (r_{be} + r_e) \sin \beta - r_e \sin(\beta + \theta_e) \end{bmatrix}, \beta_1 + \beta_2 + \phi_2 \leq \beta \leq \frac{\pi}{Z_1}$$

[70] 도 4에서 구름원 상의 점이  $P_2$  및 P에서 내부로터 반 피치각도 지점까지 이동할 때, 구름원이 미끄럼없이 구른 거리와 이에 해당하는 기초원의 원호 길이는 서로 같으므로 수학식 17이 성립한다.

[71] 수학식 17

$$r_e(\pi - \theta_{e2}) = r_{be} \left( \frac{\beta_3}{2} - \phi_2 \right), r_e(\pi - \theta_e) = r_{be} \left( \frac{\pi}{Z_1} - \beta \right)$$

[72] 도 4의

$$\triangle O_1 P_2 O_{e2}$$

에서

$$\overline{O_1 P_2}$$

및

$$\overline{P_2 O_{e2}}$$

에 대해 제2코사인 법칙을 적용하면  $\theta_{e2}$  및  $\phi_2$ 는 수학식 18 및 19와 같이 구할 수 있다.

[73] 수학식 18

$$\theta_{e2} = \arccos \frac{r_e^2 + (r_{be} + r_e)^2 - r_{p2}^2}{2r_e(r_{be} + r_e)}$$

[74] 수학식 19

$$\phi_2 = \arccos \frac{(r_{be} + r_e)^2 + r_{p2}^2 - r_e^2}{2r_{p2}(r_{be} + r_e)}$$

[75] 그리고,  $\beta_3$ 는 수학식 20과 같이 구할 수 있으며,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  및  $\beta_3$ 에 대해서는 수학식 21의 관계식이 성립한다.

[76] 수학식 20

$$\beta_3 = \frac{2r_e}{r_{be}} \arccos \frac{r_{p2}^2 - (r_{be} + r_e)^2 - r_e^2}{2r_e(r_{be} + r_e)} + 2 \arccos \frac{(r_{be} + r_e)^2 + r_{p2}^2 - r_e^2}{2r_{p2}(r_{be} + r_e)}$$

[77] 수학식 21

$$\beta_1 + \beta_2 = \frac{\pi}{Z_1} - \frac{\beta_3}{2}$$

[78] 수학식 19 및 21을 이용하면  $(\beta_1 + \beta_2 + \phi_2)$ 는 수학식 22와 같이 구할 수 있다.

[79] 수학식 22

$$\beta_1 + \beta_2 + \phi_2 = \frac{\pi}{Z_1} - \frac{r_e}{r_{be}} \arccos \frac{r_{p2}^2 - r_e^2 - (r_{be} + r_e)^2}{2r_e(r_{be} + r_e)}$$

[80] 따라서 수학식 17을 이용하여 수학식 16을 정리하면 에피사이클로이드 곡선의 구성방정식은 아래의 수학식 23과 같이 구할 수 있다.

[81] 수학식 23

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{be} + r_e) \cos \beta + r_e \cos \left( \frac{r_e + r_{be}}{r_e} \beta - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1} \right) + e \\ (r_{be} + r_e) \sin \beta + r_e \sin \left( \frac{r_e + r_{be}}{r_e} \beta - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1} \right) \end{bmatrix}, \beta_1 + \beta_2 + \phi_2 \leq \beta \leq \frac{\pi}{Z_1}$$

[82]

[83] 다음으로 곡선 경계조건식을 유도한다.

[84] 상기 수학식 9, 15 및 23의 각각 다른 구성방정식을 갖는 곡선이 도 1에서와 같이 연결점  $P_1$  및  $P_2$ 에서 좌표값 및 순간 접선기울기가 같은 상태로 원활하게 연결되어야 한다.

[85] 첫째, 점  $P_1$ 에서 좌표값이 서로 같아야 한다. 수학식 9에서

$$\beta = \beta_1 - \phi_1 = \theta_1$$

일 때, 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점  $P_1$ 에서  $O_1$ 까지의 거리는 수학식 24와 같이 구할 수 있다. 또한 도 1에서  $\angle P_1 O_1 P_0 = \beta_1$ 이므로 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점  $P_1$ 의 좌표는 수학식 25와 같이 구할 수 있다.

[86] 수학식 24

$$O_1 P_1 = \sqrt{(r_{bh} - r_h)^2 + r_h^2 - 2r_h(r_{bh} - r_h) \cos \left( \frac{r_{bh}}{r_h} \theta_1 \right)} = r_{p1}$$

[87] 수학식 25

$$P_1 = (r_{p1} \cos \beta_1 + e, r_{p1} \sin \beta_1)$$

[88] 수학식 15에서

$$\phi = \theta_{p1}$$

일 때, 폴리서클 곡선 상의 점  $P_1$ 의 좌표가 수학식 25의 좌표값과 같아야 하므로 수학식 26 및 27이 성립한다.

[89] 수학식 26

$$r(1 - \mu \theta_{p1}) \cos(\theta - \theta_{p1}) - \mu r \sin(\theta - \theta_{p1}) + \mu r \sin \theta + O_{px} = r_{p1} \cos \beta_1 + e$$

[90] 수학식 27

$$r(\mu \theta_{p1} - 1) \sin(\theta - \theta_{p1}) - \mu r \cos(\theta - \theta_{p1}) + \mu r \cos \theta + O_{py} = r_{p1} \sin \beta_1$$

[91] 둘째, 점  $P_1$ 에서 순간 접선기울기가 같아야 한다. 수학식 9에서  $\beta = \theta_1$ 일 때 하이포 사이클로이드 곡선의 순간 접선기울기는 수학식 28과 같다.

[92] 수학식 28

$$\left( \frac{dy_h}{dx_h} \right)_{\beta=\theta_1} = \left\{ \cos \theta_1 + \cos \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \theta_1 \right) \right\} / \left\{ \sin \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \theta_1 \right) - \sin \theta_1 \right\}$$

[93] 수학식 25를 이용하면 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점의 좌표는 수학식 29와 같이 표현할 수 있다.

[94] 수학식 29

$$\begin{bmatrix} (r_{bh} - r_h) \cos \theta_1 - r_h \cos \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \theta_1 \right) + e \\ (r_{bh} - r_h) \sin \theta_1 + r_h \sin \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \theta_1 \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{p1} \cos \beta_1 + e \\ r_{p1} \sin \beta_1 \end{bmatrix}$$

[95] 수학식 29를 이용하여 수학식 28을 정리하면 다음의 수학식 30과 같이 표현된다.

[96] 수학식 30

$$\left( \frac{dy_h}{dx_h} \right)_{\beta=\theta_1} = \frac{r_{bh} \cos \theta_1 - r_{p1} \cos \beta_1}{r_{p1} \sin \beta_1 - r_{bh} \sin \theta_1}$$

[97] 한편, 도 5에서와 같이 중점이  $O_1$ 이고 반경이  $r_{p1}$ 인 원에서 점  $P_1$ 에서의 접선과 하이포 사이클로이드 곡선에서 점  $P_1$ 에서의 접선이 서로 이루는 예각을

$\gamma$

라고 정의하였다. 따라서 수학식 31과 같이 내부로터 곡선에서 점  $P_1$ 에서의 순간 접선기울기를 구할 수 있다.

[98] 수학식 31

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{P=P_1} = \tan\left(\beta_1 + \frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \frac{1}{\tan(\gamma - \beta_1)}$$

[99] 수학식 30과 31의 값이 서로 같아야 하므로 수학식 32가 성립해야 한다.

[100] 수학식 32

$$(r_{bh} \cos \theta_1 - r_{p1} \cos \beta_1) \tan(\gamma - \beta_1) + r_{bh} \sin \theta_1 - r_{p1} \sin \beta_1 = 0$$

[101] 도 6에서 폴리서클 곡선 상의 점  $P_1$ 에서의 곡률반경 연장선과 기준축이 만나는 점을  $F_1$ 이라고 했을 때,  $P_1$ 에서의 접선과

$$\overline{F_1 P_1}$$

은 직교한다. 따라서  $P_1$ 에서의 접선의 기울기각도를  $\theta_{t1}$ 라 하고 수학식 31을 이용하면 수학식 33의 관계식이 성립한다.

[102] 수학식 33

$$\theta_{t1} = 0.5\pi - \theta + \theta_{p1} = \beta_1 + 0.5\pi - \gamma, \quad \theta = \gamma - \beta_1 + \theta_{p1}$$

[103] 셋째, 점  $P_2$ 에서 좌표값이 서로 같아야 한다. 수학식 23의 구성방정식에서  $\beta = \beta_1 + \beta_2 + \varphi_2 = \theta_2$ 일 때, 에피 사이클로이드 곡선 상의 점  $P_2$ 에서  $O_1$ 까지의 거리는 수학식 34와 같이 구할 수 있다. 또한 도 1에서  $\angle P_2 O_1 P_0 = \beta_1 + \beta_2$ 이므로 에피 사이클로이드 곡선 상의 점  $P_2$ 의 좌표는 수학식 35와 같다.

[104] 수학식 34

$$\overline{O_1 P_2} = \sqrt{(r_{be} + r_e)^2 + r_e^2 + 2r_e(r_{be} + r_e) \cos\left(\frac{r_{be}}{r_e} \theta_2 - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1}\right)} = r_{p2}$$

[105] 수학식 35

$$P_2 = (r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2) + e, r_{p2} \sin(\beta_1 + \beta_2))$$

[106] 수학식 15에서  $\varphi = \theta_{p2}$ 일 때, 폴리서클 곡선 상의 점  $P_2$ 의 좌표가 수학식 35의 좌표값과 같아야 하므로 수학식 36 및 37이 성립한다.

[107] 수학식 36

$$r(1 - \mu\theta_{p2}) \cos(\theta - \theta_{p2}) - \mu r \sin(\theta - \theta_{p2}) + \mu r \sin \theta + O_{px} = r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2) + e$$

[108] 수학식 37

$$r(\mu\theta_{p2} - 1) \sin(\theta - \theta_{p2}) - \mu r \cos(\theta - \theta_{p2}) + \mu r \cos \theta + O_{py} = r_{p2} \sin(\beta_1 + \beta_2)$$

[109] 마지막으로 점  $P_2$ 에서 순간 접선기울기가 서로 같아야 한다. 수학식 23에서  $\beta=\theta_2$ 일 때, 에피 사이클로이드 곡선의 순간 접선기울기는 수학식 38과 같다.

[110] 수학식 38

$$\left(\frac{dy_e}{dx_e}\right)_{\beta=\theta_2} = \frac{\cos\theta_2 + \cos\left(\frac{r_e+r_{be}}{r_e}\theta_2 - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1}\right)}{-\sin\theta_2 - \sin\left(\frac{r_e+r_{be}}{r_e}\theta_2 - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1}\right)}$$

[111] 수학식 35를 이용하면 에피 사이클로이드 곡선 상의 점  $P_2$ 의 좌표는 수학식 39와 같이 표현할 수 있다.

[112] 수학식 39

$$\begin{bmatrix} (r_{be}+r_e)\cos\theta_2 + r_e \cos\left(\frac{r_e+r_{be}}{r_e}\theta_2 - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1}\right) + e \\ (r_{be}+r_e)\sin\theta_2 + r_e \sin\left(\frac{r_e+r_{be}}{r_e}\theta_2 - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{p2}\cos(\beta_1+\beta_2) + e \\ r_{p2}\sin(\beta_1+\beta_2) \end{bmatrix}$$

[113] 수학식 39를 이용하여 수학식 38을 정리하면 다음의 수학식 40과 같이 표현된다.

[114] 수학식 40

$$\left(\frac{dy_e}{dx_e}\right)_{\beta=\theta_2} = \frac{r_{p2}\cos(\beta_1+\beta_2) - r_{be}\cos\theta_2}{r_{be}\sin\theta_2 - r_{p2}\sin(\beta_1+\beta_2)}$$

[115]

[116] 도 7에서 폴리서클 곡선 상의 점  $P_2$ 에서의 곡률반경 연장선과 기준축이 만나는 점을  $F_2$ 라고 했을 때,  $P_2$ 에서의 접선과

$$\overline{F_2 P_2}$$

는 직교한다. 따라서  $P_2$ 에서의 접선의 기울기각도를  $\theta_2$ 라 하고 수학식 33을 이용하면 수학식 41의 관계식이 성립한다. 따라서, 폴리서클 곡선 상의 점  $P_2$ 에서의 순간 접선기울기는 수학식 42와 같이 구할 수 있다.

[117] 수학식 41

$$\theta_{\Omega} = 0.5\pi - \theta + \theta_{p2} = 0.5\pi - \gamma + \beta_1 - \theta_{p1} + \theta_{p2}$$

[118] 수학식 42

$$\left(\frac{dy_p}{dx_p}\right)_{\phi=\theta_{n1}} = \tan\theta_{r2} = \frac{1}{\tan(\gamma - \beta_1 + \theta_{p1} - \theta_{p2})}$$

[119] 수학식 40과 42의 값이 서로 같아야 하므로 수학식 43이 성립해야 한다.

[120] 수학식 43

$$\{r_{be} \cos\theta_2 - r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2)\} \tan(\gamma - \beta_1 + \theta_{p1} - \theta_{p2}) + r_{be} \sin\theta_2 - r_{p2} \sin(\beta_1 + \beta_2) = 0$$

[121] 한편, 수학식 26과 36을 연립하면 수학식 44가 성립한다.

[122] 수학식 44

$$e - \mu r \sin\theta - O_{px} = r(1 - \mu\theta_{p1}) \cos(\theta - \theta_{p1}) - \mu r \sin(\theta - \theta_{p1}) - r_{p1} \cos\beta_1$$

$$[123] = r(1 - \mu\theta_{p2}) \cos(\theta - \theta_{p2}) - \mu r \sin(\theta - \theta_{p2}) - r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2)$$

[124] 마찬가지로 수학식 27과 37을 연립하면 수학식 45가 성립한다.

[125] 수학식 45

$$\mu r \cos\theta + O_{py} = r(1 - \mu\theta_{p1}) \sin(\theta - \theta_{p1}) + \mu r \cos(\theta - \theta_{p1}) + r_{p1} \sin\beta_1$$

$$[126] = r(1 - \mu\theta_{p2}) \sin(\theta - \theta_{p2}) + \mu r \cos(\theta - \theta_{p2}) + r_{p2} \sin(\beta_1 + \beta_2)$$

[127] 수학식 44 및 45를 r과  $\mu r$ 에 대해 정리하면 각각 수학식 46 및 47로 표현할 수 있다.

[128] 수학식 46

$$\{\theta_{p1} \cos(\theta - \theta_{p1}) + \sin(\theta - \theta_{p1}) - \theta_{p2} \cos(\theta - \theta_{p2}) - \sin(\theta - \theta_{p2})\} \mu r$$

$$[129] + \{\cos(\theta - \theta_{p2}) - \cos(\theta - \theta_{p1})\} r = r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2) - r_{p1} \cos\beta_1$$

[130] 수학식 46을

$$Ar + B\mu r = C$$

로, 수학식 47을

$$Dr + E\mu r = F$$

로 정의하면, r와  $\mu r$ 는 수학식 48과 같이 구할 수 있다.

[131] 수학식 48

$$\begin{bmatrix} r \\ \mu r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} = \frac{1}{AE - BD} \begin{bmatrix} CE - BF \\ AF - CD \end{bmatrix}$$

[132] 수학식 48에서 P=CE-BF, Q=AF-CD 및 R=AE-BD는 수학식 33, 46 및 47을 이용하면 각각 수학식 49, 50 및 51과 같이 정리할 수 있다.

[133] 수학식 49

$$P = \{ \cos \gamma - \theta_{p2} \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \gamma) - \theta_{p1} \sin \gamma - \cos(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \gamma) \} r_{p1}$$

[134]  $+ \{ \theta_{p2} \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \beta_2 - \gamma) + \theta_{p1} \sin(\beta_2 + \gamma) - \cos(\beta_2 + \gamma) + \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \beta_2 - \gamma) \} r_{p2}$

[135] 수학식 50

$$Q = \{ \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \beta_2 - \gamma) + \sin(\beta_2 + \gamma) \} r_{p2} - \{ \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1} - \gamma) + \sin \gamma \} r_{p1}$$

[136] 수학식 51

$$R = 2 \{ 1 - \cos(\theta_{p2} - \theta_{p1}) \} - (\theta_{p2} - \theta_{p1}) \sin(\theta_{p2} - \theta_{p1})$$

[137] 따라서 수학식 49~51을 이용하면  $r, \mu$  는 수학식 52와 같이 구할 수 있다.

[138] 수학식 52

$$r = P/R, \quad \mu r = Q/R, \quad \mu = Q/P$$

[139] 또한 수학식 52를 이용하면 수학식 26, 27에서  $O_{px}, O_{py}$  를 각각 수학식 53, 54와 같이 구할 수 있다.

[140] 수학식 53

$$O_{px} = r_{p1} \cos \beta_1 + e - \frac{P - \theta_{p1} Q}{R} \cos(\theta - \theta_{p1}) + \frac{Q}{R} \{ \sin(\theta - \theta_{p1}) - \sin \theta \}$$

[141] 수학식 54

$$O_{py} = r_{p1} \sin \beta_1 + \frac{P - \theta_{p1} Q}{R} \sin(\theta - \theta_{p1}) + \frac{Q}{R} \{ \cos(\theta - \theta_{p1}) - \cos \theta \}$$

[142] 따라서 수학식 9, 15 및 23의 구성방정식에서 미지수는  $r_h, r_e, r_{p1}, r_{p2}, \theta_{p1}$  및  $\theta_{p2}$ 와 같다. 만약  $\theta'_{p1} = \theta_{p1}$  및  $\theta'_{p2} = \theta_{p2}$  에서  $\rho_{2max}, e, r_h, r_e, r_{p1}$  및  $r_{p2}$  가 수학식 55와 같이 모두  $k(k \neq 0)$ 배 된다면 상기 관계식들을 이용하여 수학식 56이 성립함을 알 수 있다.

[143] 수학식 55

$$\rho_{2max}' = k \rho_{2max}, \quad e' = ke, \quad r_h' = kr_h, \quad r_e' = kr_e, \quad r_{p1}' = kr_{p1}, \quad r_{p2}' = kr_{p2}$$

[144] 수학식 56

$$r_{bh}' = kr_{bh}, \quad r_{be}' = kr_{be}, \quad \theta_1' = \theta_1, \quad \beta_1' = \beta_1, \quad \theta_2' = \theta_2, \quad \beta_1' + \beta_2' = \beta_1 + \beta_2, \quad \gamma' = \gamma$$

[145] 수학식 56을 수학식 32 및 43의 경계조건식에 대입하여 정리하면 각각 수학식 57 및 58과 같다.

[146] 수학식 57

$$(r_{bh}' \cos \theta_1' - r_{p1}' \cos \beta_1') \tan(\gamma' - \beta_1') + r_{bh}' \sin \theta_1' - r_{p1}' \sin \beta_1'$$

$$[147] = k \{ (r_{bh} \cos \theta_1 - r_{p1} \cos \beta_1) \tan(\gamma - \beta_1) + r_{bh} \sin \theta_1 - r_{p1} \sin \beta_1 \} = 0$$

[148] 수학식 58

$$\{ r_{be}' \cos \theta_2' - r_{p2}' \cos(\beta_1' + \beta_2') \} \tan(\gamma' - \beta_1' + \theta_{p1}' - \theta_{p2}') + r_{be}' \sin \theta_2' - r_{p2}' \sin(\beta_1' + \beta_2')$$

$$[149] k [ \{ r_{be} \cos \theta_2 - r_{p2} \cos(\beta_1 + \beta_2) \} \tan(\gamma - \beta_1 + \theta_{p1} - \theta_{p2}) + r_{be} \sin \theta_2 - r_{p2} \sin(\beta_1 + \beta_2) ] = 0$$

[150] 수학식 57, 58에서와 같이  $\rho_{2max}$ ,  $e$ ,  $r_h$ ,  $r_e$ ,  $r_{p1}$  및  $r_{p2}$  가 모두  $k(\neq 0)$  배 되어도 곡선 경계조건식을 만족하므로,  $\rho_{2max} = 12$  인 경우 상기 경계조건식을 만족하는 미지수  $r_h$ ,  $r_e$ ,  $r_{p1}$ ,  $r_{p2}$ ,  $\theta_{p1}$  및  $\theta_{p2}$ 의 데이터베이스(Data Base)를 구축하고,

$$\rho_{2max}' \neq 12$$

인 경우

$$k = \rho_{2max}' / \rho_{2max}$$

를 계산하여 6개의 미지수를 도출할 수 있다. 한편, 수학식 2를 6개의 부등식으로 분리하고 수학식 11을 이용하면 수학식 59의 설계 제약조건을 얻을 수 있다.

[151] 수학식 59

$$r_{p1} - 2r_h + 3e - \rho_{2max} < 0, r_{p1} + 2r_e + e - \rho_{2max} < 0, r_{p1} < r_{p2}, r_h + r_e - e < 0$$

$$[152] 2r_h - r_{p2} - 3e + \rho_{2max} < 0, r_{p2} - 2r_e - e + \rho_{2max} < 0, \theta_{p1} - \theta_{p2} < 0, \theta_{p2} - 1/\mu \leq 0$$

[153]

[154] 상기와 같은 구성방정식과 곡선경계식을 이용하여 실제 내부로터를 설계하고 내부로터의 이끝폭 계산하면 다음과 같다.

[155] 수학식 32 및 43의 경계조건식을 각각  $f_1 = 0$ ,  $f_2 = 0$  이라고 정의한다. 여기에서  $Z_i = 9$ ,  $\rho_{2max} = 12$ ,  $e = 1.31$ ,  $\gamma = 71^\circ$ 인 경우, 미지수  $r_h$ ,  $r_e$ ,  $r_{p1}$ ,  $r_{p2}$ ,  $\theta_{p1}$  및  $\theta_{p2}$  를 아래의 수학식 60 또는 62의 값으로 가정하면 각각의

$$(f_1^2 + f_2^2)$$

및

$$|f_1| + |f_2|$$

값은 수학식 61 및 63과 같다.

[156] 수학식 60

$$r_h^{(1)} = 0.392, r_e^{(1)} = 0.547, r_{p1}^{(1)} = 8.76, r_{p2}^{(1)} = 9.71, \theta_{p1}^{(1)} = 0.621, \theta_{p2}^{(1)} = 3.55$$

[157] 수학식 61

$$f_1^2 + f_2^2 = 2.6673 \times 10^{-5}, |f_1| + |f_2| = 5.2558 \times 10^{-3}$$

[158] 수학식 62

$$r_h^{(2)} = 0.3924, r_e^{(2)} = 0.5468, r_{p1}^{(2)} = 8.761, r_{p2}^{(2)} = 9.706, \theta_{p1}^{(2)} = 0.6210, \theta_{p2}^{(2)} = 3.549$$

[159] 수학식 63

$$f_1^2 + f_2^2 = 2.1599 \times 10^{-7}, |f_1| + |f_2| = 5.8529 \times 10^{-4}$$

[160] 수학식 60 및 62의 경우 모두

$$|f_1| + |f_2| \geq 1.0 \times 10^{-4}$$

이며, 내부로터를 설계하면 도 8과 같이 곡선 연결점에서 원활하게 연결되지 못한다. 따라서 수학식 32, 43의 경계조건식에 대한 수렴조건을

$$|f_1| + |f_2| < 1.0 \times 10^{-5}$$

로 설정하여 수학식 64와 같이 미지수에 대한 해를 구하였다.

[161] 수학식 64

$$r_h = 0.39246684, r_e = 0.54680710, r_{p1} = 8.7607279, r_{p2} = 9.7058653, \theta_{p1} = 0.62099875, \theta_{p2} = 3.5490013$$

[162]  $f_1^2 + f_2^2 = 4.5119 \times 10^{-14}, |f_1| + |f_2| = 2.9687 \times 10^{-7}$

[163]  $Z_1 = 9, \rho_{2\max} = 12$  일때,  $e$ 는  $1.26 \leq e \leq 1.41$ 에서 0.01씩 증가시키고,  $\gamma$ 는  $65^\circ \leq \gamma \leq 79^\circ$ 에서  $1^\circ$ 씩 증가시키면서,

$$|f_1| + |f_2| < 1.0 \times 10^{-5}$$

의 수렴조건 및 설계 제약조건 수학식 59를 만족하면서

$$(f_1^2 + f_2^2)$$

을 최소화하는 미지수  $r_h, r_e, r_{p1}, r_{p2}, \theta_{p1}$  및  $\theta_{p2}$ 의 값을 도출하였다.

[164] 내부로터는  $e$  및  $\gamma$ 를 입력받아 계산된  $r_h, r_e, r_{p1}, r_{p2}, \theta_{p1}$  및  $\theta_{p2}$ 의 값을 바탕으로 수학식 9에서의  $\beta$ 를  $\Delta\beta_h$ 만큼, 수학식 15에서의  $\varphi$ 를  $\Delta\varphi_n$ 만큼, 수학식 23에서의  $\beta$ 를  $\Delta\beta_e$ 만큼 증분시키면서 생성되는 구성점을 연결하여 설계한다. 여기에서 폴리서클 곡선에서의 점간거리를 D.B.P(Distance between points)라고 정의한다. 한편, 수학식 9 및 23을 이용하면 도 9에서와 같이 하이포 사이클로이드 곡선의 점간거리  $f_h(\beta)$ 는  $\beta=0$ 일 때 최대이며, 에피 사이클로이드 곡선의 점간거리  $f_e(\beta)$ 는  $\beta=\pi/Z_1$ 일 때 최대이다. 따라서 각 곡선의 최대 점간거리가 D.B.P와 같다고 설정하였다.

[165] 먼저 수학식 9에서  $\beta=\Delta\beta_h$ 일 때의 점을  $P_h$ 라 하고  $y$  좌표값을  $y_{h,\beta=\Delta\beta_h}$ 라 한다.

또한 도 1에서 P<sub>0</sub>의 좌표는

$$(\rho_{2\max} - 2e, 0)$$

이므로 수학식 65의 초기값에서 수학식 66의 방정식을 풀이하여  $\Delta\beta_h$ 를 구할 수 있다.

[166] 수학식 65

$$\rho_{1\min} \Delta\beta_h^{(0)} = (\rho_{2\max} - 3e) \Delta\beta_h^{(0)} = D.B.P, \quad \Delta\beta_h^{(0)} = \frac{D.B.P}{\rho_{2\max} - 3e}$$

[167] 수학식 66

$$D.B.P \simeq y_{h,\beta=\Delta\beta_h} = (r_{bh} - r_h) \sin \Delta\beta_h + r_h \sin\left(\frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \Delta\beta_h\right)$$

[168] 다음으로 수학식 15의

$$\theta_{p1} \leq \phi \leq \theta_{p2}$$

범위에서  $\phi$ 는

$$\phi_{n+1} = \phi_n + \Delta\phi_n$$

으로 증분된다고 하면, 증분각

$$\Delta\phi_n$$

는 수학식 67과 같이 구할 수 있다.

[169] 수학식 67

$$D.B.P = r(1 - \mu\phi_{n+1}) \Delta\phi_n = r\{1 - \mu(\phi_n + \Delta\phi_n)\} \Delta\phi_n \simeq r(1 - \mu\phi_n) \Delta\phi_n$$

[170]

$$\Delta\phi_n = \frac{D.B.P}{r(1 - \mu\phi_n)}$$

[171] 마지막으로 수학식 23에서 구름원 이동각  $\beta$ 가 수학식 68의  $\beta_{e1}, \beta_{e2}$ 일 때의 점 P<sub>e1</sub> 및 P<sub>e2</sub>의 좌표는 수학식 69, 70과 같다.

[172] 수학식 68

$$\beta_{e1} = \pi/Z_1, \quad \beta_{e2} = \pi/Z_1 - \Delta\beta_e$$

[173] 수학식 69

$$P_{e1} = \left( (\rho_{2\max} - e) \cos \frac{\pi}{Z_1} + e, (\rho_{2\max} - e) \sin \frac{\pi}{Z_1} \right)$$

[174] 수학적식 70

$$P_{e2} = \begin{bmatrix} x_{e2} \\ y_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{be} + r_e) \cos \beta_{e2} + r_e \cos \left( \frac{r_e + r_{be}}{r_e} \beta_{e2} - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1} \right) + e \\ (r_{be} + r_e) \sin \beta_{e2} + r_e \sin \left( \frac{r_e + r_{be}}{r_e} \beta_{e2} - \frac{\pi r_{be}}{r_e Z_1} \right) \end{bmatrix}$$

[175] 따라서 수학적식 69, 70을 이용하면  $\Delta\beta_e$ 는 수학적식 71의 초기값에서 수학적식 72의 방정식을 풀이하여 구할 수 있다.

[176] 수학적식 71

$$\rho_{1\max} \Delta\beta_e^{(0)} = (\rho_{2\max} - e) \Delta\beta_e^{(0)} = D.B.P, \quad \Delta\beta_e^{(0)} = \frac{D.B.P}{\rho_{2\max} - e}$$

[177] 수학적식 72

$$D.B.P = \overline{P_{e1} P_{e2}} = \sqrt{(x_{e1} - x_{e2})^2 + (y_{e1} - y_{e2})^2}$$

[178]  $Z_1=9, e=1.31, \gamma=71^\circ, D.B.P=0.005, \rho_{2\max} = 12$  인 경우 하이포 및 에피 사이클로이드 곡선의 증분각은  $\Delta\beta_h = 0.01693^\circ, \Delta\beta_e = 0.01412^\circ$ 와 같이 계산된다. 이 경우 반 피치각도 구간까지 내부로터를 설계한 후, 내부로터 반 피치각도 직선에 의해 대칭시켜 점  $O_1$ 을 기준으로  $Z_1$ 만큼 배열하면 도 9와 같이 내부로터를 설계할 수 있다. 여기에서 중심이  $O_1$ 이고 반경이  $r_{p1}, r_{p2}$ 인 두 개의 동심원은 하이포 및 에피 사이클로이드 곡선 사이에 삽입된 폴리서클 곡선 범위를 나타낸다.

[179] 도 9에서 내부로터 이끝쪽  $w_i$ 는 변곡점  $P_2, P_3$ 를 이은 선분

$$\overline{P_2 P_3}$$

의 길이와 같으며, 수학적식 20을 이용하면 수학적식 73과 같이 구할 수 있다.

[180] 수학적식 73

$$w_i = 2(r_{p2} - t_p) \sin \frac{\beta_3}{2}$$

[181] 
$$= 2(r_{p2} - t_p) \sin \left\{ \frac{r_e}{r_{be}} \arccos \frac{r_{p2}^2 - r_e^2 - (r_{be} + r_e)^2}{2r_e(r_{be} + r_e)} + \arccos \frac{(r_{be} + r_e)^2 + r_{p2}^2 - r_e^2}{2r_{p2}(r_{be} + r_e)} \right\}$$

[182] 다음으로 외부로터 구성방정식을 유도하고 외부로터를 설계하는 과정을 설명한다.

[183] 먼저 회전시물레이션을 통한 외부로터 근사관계식을 유도한다.

- [184] 내부로터 및 외부로터는 각각의 중점  $O_1(e,0)$ ,  $O_2(0,0)$ 을 중심으로  $Z_2:Z_1$ 의 각속도 비를 가지고 동일 방향으로 회전한다. 이는 다음의 외부로터 고정 방식의 회전시뮬레이션과 동일하다. 도 10의 (a) 도면과 같이 내부로터 및 내부로터의  $x$ ,  $y$  기준축을  $O_2$ 를 중심으로 시계반대방향으로  $\alpha$ 만큼 회전시킨 결과를 각각

$$\mathbf{rotor}_{in}^{(1)}$$

,

$$\mathbf{x}_{in}^{(1)} \rightarrow \mathbf{y}_{in}^{(1)}$$

라 하고, 도 10의 (b)와 같이  $O_2$ 가 중점이고 반경  $e$ 인 원과

$$\mathbf{x}_{in}^{(1)} \rightarrow \mathbf{y}_{in}^{(1)}$$

축의 교점을 중심으로

$$\mathbf{rotor}_{in}^{(1)}$$

를 시계방향으로  $\alpha(Z_1/Z_2)$ 만큼 회전시킨 결과를 각각

$$\mathbf{rotor}_{in}^{(2)}$$

,

$$\mathbf{x}_{in}^{(2)} \rightarrow \mathbf{y}_{in}^{(2)}$$

라 한다.

- [185] 도 11은 내부로터를 이와 같은 외부로터 고정방식의 회전시뮬레이션으로 얻은 내부로터 회전자취의 곡선군과 내부로터를 표시한 것이다.
- [186] 도 11에서 내부로터 회전자취 곡선군의 최외곽 구성점을 연결하여 외부로터를 설계할 수 있으나(Sumitomo, 2006), 이의 구성방정식 도출은 매우 난해하므로 다음과 같은 방법으로 외부로터를 설계한다.
- [187] 도 10의 회전시뮬레이션에서

$$\mathbf{x}_{in}^{(1)}$$

과

$$\mathbf{rotor}_{in}^{(2)}$$

의 교점의 집합이 외부로터를 형성하고 있음이 관찰되었다. 내부로터 및 외부로터 곡선 상의 점을 각각  $(x, y)$ ,  $(X, Y)$ 라고 하면 이의 관찰결과는 수학식 74와 같이 표현할 수 있으며,  $(X, Y)$ 를 소거하면 수학식 75를 얻을 수 있다.

- [188] 수학식 74

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{Z_1} & \sin \frac{\alpha}{Z_1} \\ -\sin \frac{\alpha}{Z_1} & \cos \frac{\alpha}{Z_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-e \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \frac{Y}{X} = \tan \alpha$$

[189] 수학식 75

$$\alpha = \frac{Z_1}{Z_2} \arctan \frac{y}{x-e}$$

[190] 따라서 내부로터 구성방정식 및 수학식 74, 75의 관계식을 이용하면 수학식 76, 77 및 78과 같이 외부로터 반 피치각도까지의 외부로터 근사관계식을 구할 수 있다.

[191] 수학식 76

$$0 \leq \beta < \beta_1 - \phi_1, \quad \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_h/(x_h - e)\}$$

[192]

$$\begin{bmatrix} X_h \\ Y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h - e \\ y_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}$$

[193] 수학식 77

$$\theta_{p1} \leq \phi < \theta_{p1}, \quad \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_p/(x_p - e)\}$$

[194]

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p - e \\ y_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}$$

[195] 수학식 78

$$\beta_1 + \beta_2 + \phi_2 \leq \beta \leq \pi/Z_1, \quad \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_e/(x_e - e)\}$$

[196]

$$\begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e - e \\ y_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}$$

[197] 다음으로, 내부로터 및 외부로터의 간섭회피 방안을 설계한다. 즉, 상기 수학식 76~78의 외부로터 근사관계식은 로터 회전시물레이션 관찰결과로부터 유도된 근사식이므로 이를 이용하여 로터를 설계하면 도 12와 같이 간섭이 발생하게 된다. 따라서 내부로터 및 외부로터의 간섭회피를 위해 수학식 79와 같이 수정폭 계수

**12**

을 사용하여 외부로터 구성점의 좌표값을 감소시켰다.

[198] 수학적식 79

$$X_m = X, Y_m = Y - n(Y - y)$$

[199] 도 13은 수학적식 79의 수정법을 표현한 것이다. 도 12에서  $P_i(x, y)$ 는 내부로터 곡선 상의 점이고,  $P_0(X, Y)$ 는 수학적식 74, 75를 이용하여 내부로터 구성방정식에서 변환된 수정 전의 외부로터 근사관계식으로 표현된 곡선 상의 점이다.  $P_{o,m}(X_m, Y_m)$ 는 수학적식 79를 이용하여 수정된 외부로터 곡선 상의 점이다.

[200] 수정폭 계수 및 구성방정식은 다음과 같이 도출된다.

[201] 도 14에서와 같이 로터 회전각마다 점선 사각영역으로 표시된 구역을 관찰하면 외부로터 근사관계식으로 도출된 수정 전의 외부로터 곡선 상의 점에서 내부로터 폴리서클 곡선방향으로 간섭이 발생하며, 도 15와 같이 간섭량의 크기는 외부로터 회전각에 따라 점점 증가하다가 감소하는 경향을 보인다.

[202] 따라서 도 15에서와 같이 내,외부로터 간섭회피를 위해 수학적식 79를 이용하여 최대 간섭량이 발생하는 회전각에서 내부로터 및 외부로터가 틱간극만큼 떨어질 수 있도록 외부로터를 다음과 같이 수정한다.

[203] 먼저 도 14에서 점선 원으로 표시된 영역을 고려하면, 최대 간섭량은 수학적식 76의 외부로터 근사관계식으로 도출된 수정 전의 외부로터 곡선 상의 점에서 내부로터의 폴리서클 곡선의 곡률반경 방향으로 발생한다. 도 1의 내부로터 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점을

$$P_i^{(1)}(x_h^{(1)}, y_h^{(1)})$$

,

$$P_i^{(1)}$$

이 수학적식 76을 이용하여 변환된 수정 전의 외부로터 곡선 상의 점

$$P_o^{(1)}(X_h^{(1)}, Y_h^{(1)})$$

가 도 15에서와 같이 외부로터 회전각  $\alpha$ 에 따라 회전된 점을

$$P_o^{(2)}(X_h^{(2)}, Y_h^{(2)})$$

라 하면 점

$$P_i^{(1)}$$

,

$$P_o^{(1)}$$

$$P_o^{(2)}$$

의 좌표는 수학식 80~82와 같이 구할 수 있다.

[204] 수학식 80

$$\begin{bmatrix} x_h^{(1)} \\ y_h^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{bh}-r_h)\cos\beta - r_h \cos\left(\frac{r_{bh}-r_h}{r_h}\beta\right) + e \\ (r_{bh}-r_h)\sin\beta + r_h \sin\left(\frac{r_{bh}-r_h}{r_h}\beta\right) \end{bmatrix}$$

[205] 수학식 81

$$\alpha^* = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_h^{(1)}/(x_h^{(1)} - e)\}$$

[206]

$$\begin{bmatrix} X_h^{(1)} \\ Y_h^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha^*/Z_1) & \sin(\alpha^*/Z_1) \\ -\sin(\alpha^*/Z_1) & \cos(\alpha^*/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h^{(1)} - e \\ y_h^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha^* \\ e \sin \alpha^* \end{bmatrix}$$

[207] 수학식 82

$$\begin{bmatrix} X_h^{(2)} \\ Y_h^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha - 2\pi/Z_2) & -\sin(\alpha - 2\pi/Z_2) \\ \sin(\alpha - 2\pi/Z_2) & \cos(\alpha - 2\pi/Z_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_h^{(1)} \\ -Y_h^{(1)} \end{bmatrix}$$

[208] 한편 도 3의 내부로터 폴리서클 곡선의 곡률중심점을 도 16에서와 같이

$$G_p^{(1)}(x_g^{(1)}, y_g^{(1)})$$

, 점

$$G_p^{(1)}$$

을 내부로터 반 피치각도 직선에 의해 대칭시킨 점

$$G_p^{(2)}(x_g^{(2)}, y_g^{(2)})$$

가 도 15에서와 같이 회전된 점을

$$G_p^{(3)}(x_g^{(3)}, y_g^{(3)})$$

라 하면, 점

$$G_p^{(1)}$$

$$G_p^{(2)}$$

$$G_p^{(3)}$$

의 좌표는 수학식 83, 84, 85와 같이 구할 수 있다.

[209] 수학식 83

$$x_g^{(1)} = \mu r \sin \theta - \mu r \sin(\theta - \phi) + O_{px}, \quad y_g^{(1)} = \mu r \cos \theta - \mu r \cos(\theta - \phi) + O_{py}$$

[210] 수학식 84

$$\begin{bmatrix} x_g^{(2)} \\ y_g^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi/Z_1) & \sin(2\pi/Z_1) \\ \sin(2\pi/Z_1) & -\cos(2\pi/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g^{(1)} - e \\ y_g^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}$$

[211] 수학식 85

$$\begin{bmatrix} x_g^{(3)} \\ y_g^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(Z_2\alpha/Z_1 - 4\pi/Z_1) & -\sin(Z_2\alpha/Z_1 - 4\pi/Z_1) \\ \sin(Z_2\alpha/Z_1 - 4\pi/Z_1) & \cos(Z_2\alpha/Z_1 - 4\pi/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g^{(2)} \\ y_g^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}$$

[212] 도 16에서 곡률반경  $\rho$ 는

$$r(1 - \mu\phi)$$

와 같다. 따라서 도 17과 같이 내부로터 및 외부로터의 간섭량

$$Inf(\alpha, \beta, \phi)$$

을 곡률반경  $\rho$ 에서

$$\overline{P_o^{(2)} G_p^{(3)}}$$

의 길이를 뺀 값으로 정의하였다. 최대 간섭량은  $\alpha, \beta$  및  $\phi$ 에 대한 수학식 86의 초기값 및 범위에서 수학식 87의

$$Inf(\alpha, \beta, \phi)$$

을 최대로 하는  $\alpha, \beta$  및  $\phi$  값을 수학식 88에서와 같이 도출함으로써 계산한다.

[213] 수학식 86

$$\alpha_0 = \pi/Z_2, \beta_0 = \theta_1, \phi_0 = \theta_{p1}, 0 \leq \alpha \leq 2\pi/Z_2, 0 \leq \beta \leq \theta_1, \theta_{p1} \leq \phi \leq \theta_{p2}$$

[214] 수학식 87

$$Inf(\alpha, \beta, \phi) = r(1 - \mu\phi) - \sqrt{(X_h^{(2)} - x_g^{(3)})^2 + (Y_h^{(2)} - y_g^{(3)})^2}$$

[215] 수학식 88

$$\max \{Inf(\alpha, \beta, \phi)\} : \alpha = \alpha_{Inf}, \beta = \beta_{Inf}, \phi = \phi_{Inf}$$

[216]  $Z_1=9, \rho_{2max}=12, e=1.31, \gamma=71^\circ, D.B.P=0.005$  인 경우 수학식 88에서의 값은 각각  $\alpha_{Inf} = 20.2711^\circ, \beta_{Inf} = 5.93420^\circ, \phi_{Inf} = 0.620999^\circ$ 로 계산된다.

[217] 다음으로 틱간극  $t_p$ 가 고려된 내부로터 폴리서클 곡선 상의 점과 곡률중심점을 구한다. 도 3의 폴리서클 곡선 상의 점

$$P_i^{(1)}(x_p^{(1)}, y_p^{(1)})$$

을  $t_p$ 만큼 움직여진 점

$$P_i^{(2)}(x_p^{(2)}, y_p^{(2)})$$

라 한다. 수학식 15에서

$$P_i^{(1)}$$

의 좌표는 수학식 89와 같다.

[218] 수학식 89

$$\begin{bmatrix} x_p^{(1)} \\ y_p^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1 - \mu\phi)\cos(\theta - \phi) - \mu r \sin(\theta - \phi) + \mu r \sin\theta + O_{px} \\ r(\mu\phi - 1)\sin(\theta - \phi) - \mu r \cos(\theta - \phi) + \mu r \cos\theta + O_{py} \end{bmatrix}$$

[219] 도 18에서와 같이

$$P_i^{(1)}$$

와

$$P_i^{(2)}$$

는 동일 직선 상에 놓여있으며, 두 점 사이의 거리는  $t_p$ 이므로 수학식 90의 관계식이 성립한다. 수학식 90을 연립하면 수학식 91과 같이

$$x_p^{(2)}$$

에 관한 2차방정식으로 정리할 수 있다.

[220] 수학식 90

$$y_p^{(2)} = (y_p^{(1)} / x_p^{(1)}) x_p^{(2)}, (x_p^{(1)} - x_p^{(2)})^2 + (y_p^{(1)} - y_p^{(2)})^2 = t_p^2$$

[221] 수학식 91

$$\{1+(y_p^{(1)}/x_p^{(1)})^2\}\{x_p^{(2)}\}^2-2[x_p^{(1)}+\{y_p^{(1)}\}^2/x_p^{(1)}]x_p^{(2)}+\{x_p^{(1)}\}^2+\{y_p^{(1)}\}^2-t_p^2=0$$

[222] 따라서

$$P_i^{(2)}$$

의 좌표는 수학식 90 및 수학식 92의

$$x_p^{(2)}$$

에 관한 초기값을 바탕으로 수학식 93의 목적함수의 제곱을 최소화하여 구한다.

[223] 수학식 92

$$x_{p,0}^{(2)} = \frac{x_p^{(1)} + \{y_p^{(1)}\}^2/x_p^{(1)}}{1+(y_p^{(1)}/x_p^{(1)})^2} - \frac{\sqrt{[x_p^{(1)} + \{y_p^{(1)}\}^2/x_p^{(1)}]^2 - \{1+(y_p^{(1)}/x_p^{(1)})^2\}[\{x_p^{(1)}\}^2 + \{y_p^{(1)}\}^2 - t_p^2]}}{1+(y_p^{(1)}/x_p^{(1)})^2}$$

[224] 수학식 93

$$F_1 \equiv \sqrt{(x_p^{(1)} - e)^2 + \{y_p^{(1)}\}^2} - \sqrt{(x_p^{(2)} - e)^2 + \{(y_p^{(1)}/x_p^{(1)})x_p^{(2)}\}^2} - t_p = 0$$

[225] 마찬가지로 도 3의 폴리서클 곡선에서 곡률중심점

$$G_p^{(4)}(x_g^{(4)}, y_g^{(4)})$$

을  $t_p$ 만큼 옮겼시킨 점을

$$G_p^{(5)}(x_g^{(5)}, y_g^{(5)})$$

라 하고, 점

$$G_p^{(5)}$$

를 내부로부터 반 피치각도 직선에 의해 대칭시킨 점

$$G_p^{(6)}(x_g^{(6)}, y_g^{(6)})$$

이 도 15에서 수학식 88의

$$\alpha_{Inf}$$

만큼 회전된 점을

$$G_p^{(7)}(x_g^{(7)}, y_g^{(7)})$$

이라 한다. 먼저, 수학식 83을 이용하면

$$G_p^{(4)}$$

의 좌표는 수학식 94와 같이 구할 수 있다.

[226] 수학식 94

$$x_g^{(4)} = \mu r \sin \theta - \mu r \sin(\theta - \phi) + O_{px}, \quad y_g^{(4)} = \mu r \cos \theta - \mu r \cos(\theta - \phi) + O_{py}$$

$$[227] \quad G_p^{(5)}$$

의 좌표는 수학식 92, 93을 이용하면 수학식 95 및 96의

$$x_g^{(5)}$$

에 관한 초기값을 바탕으로 수학식 97의 목적함수의 제곱을 최소화하여 구한다.

[228] 수학식 95

$$y_g^{(5)} = (y_g^{(4)} / x_g^{(4)}) x_g^{(5)}$$

[229] 수학식 96

$$x_{g,0}^{(5)} = \frac{x_g^{(4)} + \{y_g^{(4)}\}^2 / x_g^{(4)}}{1 + (y_g^{(4)} / x_g^{(4)})^2} - \frac{\sqrt{[x_g^{(4)} + \{y_g^{(4)}\}^2 / x_g^{(4)}]^2 - \{1 + (y_g^{(4)} / x_g^{(4)})^2\} [\{x_g^{(4)}\}^2 + \{y_g^{(4)}\}^2 - t_p^2]}}{1 + (y_g^{(4)} / x_g^{(4)})^2}$$

[230] 수학식 97

$$F_2 \equiv \sqrt{(x_g^{(4)} - e)^2 + \{y_g^{(4)}\}^2} - \sqrt{(x_g^{(5)} - e)^2 + \{(y_g^{(4)} / x_g^{(4)}) x_g^{(5)}\}^2} - t_p = 0$$

[231] 점

$$G_p^{(6)}$$

및

$$G_p^{(7)}$$

의 좌표는 수학식 98, 99와 같이 구할 수 있다.

[232] 수학식 98

$$\begin{bmatrix} x_g^{(6)} \\ y_g^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi/Z_1) & \sin(2\pi/Z_1) \\ \sin(2\pi/Z_1) & -\cos(2\pi/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g^{(5)} - e \\ y_g^{(5)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}$$

[233] 수학식 99

$$\begin{bmatrix} x_g^{(7)} \\ y_g^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(Z_2\alpha_{Inj}/Z_1 - 4\pi/Z_1) & -\sin(Z_2\alpha_{Inj}/Z_1 - 4\pi/Z_1) \\ \sin(Z_2\alpha_{Inj}/Z_1 - 4\pi/Z_1) & \cos(Z_2\alpha_{Inj}/Z_1 - 4\pi/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g^{(6)} - e \\ y_g^{(6)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}$$

[234] 또한 틱간극  $t_p$ 가 고려된 내부로터 폴리서클 곡선에서의 곡률반경

$$\rho'$$

는 수학식 (100)과 같이 구할 수 있다.

[235] 수학식 100

$$\rho' = \sqrt{(x_p^{(2)} - x_g^{(5)})^2 + (y_p^{(2)} - y_g^{(5)})^2}$$

[236] 한편, 내부로터 하이포 사이클로이드 곡선 상의 점을

$$P_i^{(2)}(x_h^{(2)}, y_h^{(2)})$$

라 하고,

$$P_i^{(2)}$$

가 수학식 76을 이용하여 변환된 외부로터 곡선 상의 점

$$P_o^{(3)}(X_h^{(3)}, Y_h^{(3)})$$

가 수학식 79를 이용하여 수정된 점을

$$P_o^{(4)}(X_h^{(4)}, Y_h^{(4)})$$

라 한다. 점

$$P_i^{(2)}$$

,

$$P_o^{(3)}$$

,

$$P_o^{(4)}$$

의 좌표는 수학식 101~103과 같이 구할 수 있다.

[237] 수학식 101

$$\begin{bmatrix} x_h^{(2)} \\ y_h^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{bh}-r_h)\cos\beta - r_h \cos\left(\frac{r_{bh}-r_h}{r_h}\beta\right) + e \\ (r_{bh}-r_h)\sin\beta + r_h \sin\left(\frac{r_{bh}-r_h}{r_h}\beta\right) \end{bmatrix}$$

[238]  $\alpha^* = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_h^{(2)}/(x_h^{(2)} - e)\}$

[239] 수학식 102

$$\begin{bmatrix} X_h^{(3)} \\ Y_h^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha^*/Z_1) & \sin(\alpha^*/Z_1) \\ -\sin(\alpha^*/Z_1) & \cos(\alpha^*/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h^{(2)} - e \\ y_h^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha^* \\ e \sin \alpha^* \end{bmatrix}$$

[240] 수학식 103

$$X_h^{(4)} = X_h^{(3)}, Y_h^{(4)} = Y_h^{(3)} - n(Y_h^{(3)} - y_h^{(2)})$$

[241] 점

$$P_o^{(4)}$$

가도 15에서 수학식 88의

$$\alpha_{Inf}$$

만큼 회전된 점을

$$P_o^{(5)}(X_h^{(5)}, Y_h^{(5)})$$

라 하면 점

$$P_o^{(5)}$$

의 좌표는 수학식 104와 같이 구할 수 있다.

[242] 수학식 104

$$\begin{bmatrix} X_h^{(5)} \\ Y_h^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{Inf} - 2\pi/Z_2) & -\sin(\alpha_{Inf} - 2\pi/Z_2) \\ \sin(\alpha_{Inf} - 2\pi/Z_2) & \cos(\alpha_{Inf} - 2\pi/Z_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_h^{(4)} \\ -Y_h^{(4)} \end{bmatrix}$$

[243] 한편, 도 19에서 점

$$P_o^{(4)}$$

에서의 접선기울기는 수학식 105와 같다.

[244] 수학식 105

$$\tan \theta^* = \frac{dY_h^{(4)}}{dX_h^{(4)}} = \left\{ (1-n) \frac{dY_h^{(3)}}{d\beta} + n \frac{dy_h^{(2)}}{d\beta} \right\} / \frac{dX_h^{(3)}}{d\beta}$$

[245] 수학식 102에서의

$$X_h^{(3)}$$

,

$$Y_h^{(3)}$$

를  $\beta$ 에 관해 미분하면 수학식 106과 같다.

[246] 수학식 106

$$\frac{dX_h^{(3)}}{d\beta} = \frac{d\alpha^*}{d\beta} \left( \frac{y_h^{(2)}}{Z_1} \cos \frac{\alpha^*}{Z_1} - \frac{x_h^{(2)} - e}{Z_1} \sin \frac{\alpha^*}{Z_1} - e \sin \alpha^* \right) + \frac{dx_h^{(2)}}{d\beta} \cos \frac{\alpha^*}{Z_1} + \frac{dy_h^{(2)}}{d\beta} \sin \frac{\alpha^*}{Z_1}$$

[247]

$$\frac{dY_h^{(3)}}{d\beta} = \frac{d\alpha^*}{d\beta} \left( e \cos \alpha^* - \frac{y_h^{(2)}}{Z_1} \sin \frac{\alpha^*}{Z_1} - \frac{x_h^{(2)} - e}{Z_1} \cos \frac{\alpha^*}{Z_1} \right) - \frac{dx_h^{(2)}}{d\beta} \sin \frac{\alpha^*}{Z_1} + \frac{dy_h^{(2)}}{d\beta} \cos \frac{\alpha^*}{Z_1}$$

[248] 또한 수학식 101에서의

$$x_h^{(2)}$$

,

$$y_h^{(2)}$$

및 수학식 102에서의  $\alpha^*$ 를  $\beta$ 에 관해 미분하면 수학식 107, 108과 같다.

[249] 수학식 107

$$\frac{dx_h^{(2)}}{d\beta} = (r_{bh} - r_h) \left\{ \sin \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \beta \right) - \sin \beta \right\}, \quad \frac{dy_h^{(2)}}{d\beta} = (r_{bh} - r_h) \left\{ \cos \left( \frac{r_{bh} - r_h}{r_h} \beta \right) + \cos \beta \right\}$$

[250] 수학식 108

$$\frac{d\alpha^*}{d\beta} = \frac{Z_1 \cos^2 \frac{Z_2 \alpha^*}{Z_1}}{Z_2 (x_h^{(2)} - e)} \left( \frac{dy_h^{(2)}}{d\beta} - \frac{dx_h^{(2)}}{d\beta} \tan \frac{Z_2 \alpha^*}{Z_1} \right)$$

[251] 따라서 수학식 105~108을 이용하면 수학식 105에서의

$$\theta^{**}$$

는 수학식 109와 같이 구할 수 있다.

[252] 수학식 109

$$\theta^{**} = \arctan(dY_h^{(4)}/dX_h^{(4)})$$

[253] 내부로터 및 외부로터의 간섭회피는 도 20에서와 같이 최대간섭량이 발생하는 회전각도에서

$$\overline{P_o^{(5)} G_p^{(7)}}$$

가 점

$$P_o^{(5)}$$

에서의 접선과 수직이며,

$$(\rho' + t_p)$$

의 길이를 갖도록 설정함으로써 수정폭 계수 n을 결정하였다. 따라서  $\beta$  및  $\phi$ 에 대한 수학식 110의 초기값 및 범위에서 수학식 93, 97, 111의 목적함수 제곱을 최소화하는  $\beta$  및  $\phi$ 를 수학식 113과 같이 도출할 수 있다.

[254] 수학식 110

$$\beta_0 = \beta_{Inf}, \phi_0 = \phi_{Inf}, 0 \leq \beta \leq \theta_1, \theta_{p1} \leq \phi \leq \theta_{p2}$$

[255] 수학식 111

$$F_3 \equiv \left( \frac{2\pi}{Z_2} - \alpha_{Inf} \right) + \arctan \frac{dY_h^{(4)}}{dX_h^{(4)}} + \arctan \frac{Y_h^{(5)} - y_g^{(7)}}{X_h^{(5)} - x_g^{(7)}} - \frac{\pi}{2} = 0$$

[256] 수학식 112

$$\sqrt{(X_h^{(5)} - x_g^{(7)})^2 + (Y_h^{(5)} - y_g^{(7)})^2} = \rho' + t_p$$

[257] 수학식 113

$$\min \{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2\} : \beta = \beta_{Per}, \phi = \phi_{Per}, x_p^{(2)} = x_{p,Per}^{(2)}, x_g^{(5)} = x_{g,Per}^{(5)}$$

[258] 이 때, 수학식 99, 104를 수학식 112에 대입하면 수정폭 계수 n은 수학식 114과 같이 구할 수 있다.

[259] 수학식 114

$$\alpha_o = \alpha_{Inf} \frac{2\pi}{Z_2}, n = \frac{Y_h^{(3)} + y_g^{(7)} \cos \alpha_o - x_g^{(7)} \sin \alpha_o + \sqrt{(\rho' + t_p)^2 - \{X_h^{(3)} - x_g^{(7)} \cos \alpha_o - y_g^{(7)} \sin \alpha_o\}^2}}{Y_h^{(3)} - y_h^{(2)}}$$

[260]  $Z_1=9, \rho_{2\max} = 12, e=1.31, \gamma=71^\circ, D.B.P = 0.005$  인 경우 수학적 식 113에서의 값은 각각

$$\beta_{Per} = 5.93608^\circ$$

,

$$\phi_{Per} = 0.620999^\circ$$

,

$$x_{p,Per}^{(2)} = 9.964$$

,

$$x_{g,Per}^{(5)} = -0.9742$$

으로 계산되며 이때, 수정폭 계수는  $n=2.38003$ 이다.

[261] 한편, 외부로터 반 피치각도 지점에서 점  $O_2$ 까지의 거리가  $\rho_{2\max}$ 와 일치하기 위해서는 수정폭 계수가  $n=0$ 이 되어야한다. 따라서 수학적 식 76, 77과 같이 내부로터의 하이포 사이클로이드 및 폴리서클 곡선에서 변환하여 외부로터 수정 시에는 수학적 식 79와 같이 수정폭 계수  $n$ 을 이용하여 수정하고, 수학적 식 78과 같이 에피 사이클로이드 곡선에서 변환하여 수정 시에는 수학적 식 115와 같이 에피 사이클로이드 곡선의 구름원 이동각  $\beta$ 에 따라 수정폭 계수가 3차다항식의 형태로 변하는 가변 수정폭 계수  $n'$ 을 이용하여 수정하였다. 아래의 수학적 식 115에서 기호  $[]$ 는 가우스 기호이다.

[262] 수학적 식 115

$$n' = \frac{2n\{\beta/\Delta\beta_e - [\theta_2/\Delta\beta_e] - 1\}^3}{\{[\pi/(Z_1\Delta\beta_e)] - [\theta_2/\Delta\beta_e] - 2\}^3} - \frac{3n\{\beta/\Delta\beta_e - [\theta_2/\Delta\beta_e] - 1\}^2}{\{[\pi/(Z_1\Delta\beta_e)] - [\theta_2/\Delta\beta_e] - 2\}^2} + n$$

[263] 따라서 외부로터 반 피치각도까지의 구성방정식은 수학적 식 116~118과 같이 구할 수 있다.

[264] 수학적 식 116

$$0 \leq \beta < \beta_1 - \phi_1, \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_h/(x_h - e)\}$$

[265] 
$$\begin{bmatrix} X_h' \\ Y_h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h - e \\ y_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} X_h \\ Y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_h' \\ Y_h' - n(Y_h' - y_h) \end{bmatrix}$$

[266] 수학적 식 117

$$\theta_{p1} \leq \phi < \theta_{p2}, \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_p/(x_p - e)\}$$

[267]

$$[268] \quad \begin{bmatrix} X_p' \\ Y_p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p - e \\ y_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_p' \\ Y_p' - n(Y_p' - y_p) \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \phi_2 \leq \beta \leq \pi/Z_1, \quad \alpha = (Z_1/Z_2) \arctan \{y_e / (x_e - e)\}$$

$$[269] \quad \begin{bmatrix} X_e' \\ Y_e' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/Z_1) & \sin(\alpha/Z_1) \\ -\sin(\alpha/Z_1) & \cos(\alpha/Z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e - e \\ y_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \cos \alpha \\ e \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_e \\ Y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_e' \\ Y_e' - n'(Y_e' - y_e) \end{bmatrix}$$

[270]

[271] 다음으로 외부로터를 설계하고 이끝폭 계산한다.

[272] 수학식 116~118의 외부로터 구성방정식을 이용하여 외부로터를 설계하고, 반 피치각도 직선에 의해 대칭시킨 후 점  $O_2$ 를 기준으로  $Z_2$ 만큼 배열하면  $Z_1=9$ ,  $e=1.31$ ,  $\gamma=71^\circ$ ,  $D.B.P=0.005$ ,  $\rho_{2\max}=12$ ,  $t_p=0.025$ 인 경우도 21과 같이 내부로터 및 외부로터를 설계할 수 있다. 이 때, 로터 최외경의 크기는 수학식 29와 같다.

[273] 외부로터 이끝폭  $w_o$ 는 수학식 117에서  $\phi=\theta_{p1}$ 일 때의  $(2Y_p)$ 값과 같다. 수학식 26, 27을 이용하면  $w_o$ 는 수학식 119와 같이 구할 수 있다.

[274] 수학식 119

$$[275] \quad \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix}_{\phi=\theta_{p1}} = \begin{bmatrix} X_p' \\ Y_p' - n(Y_p' - y_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{p1} + e) \cos \alpha \\ nr_{p1} \sin \beta_1 + (1-n)(r_{p1} + e) \sin \alpha \end{bmatrix},$$

$$w_o = 2 \left\{ nr_{p1} \sin \beta_1 + (1-n)(r_{p1} + e) \sin \frac{Z_1 \beta_1}{Z_2} \right\}$$

[276] 전술한 것과 같은 본 발명의 지로터 오일펌프는 내부로터와 외부로터 간의 미끄럼윤에 유리한 폴리서클과 사이클로이드 형상을 적용하여 설계되는데, 시험결과 기존의 하이포 사이클로이드-원-에피 사이클로이드 형상을 적용한 내부로터 및 외부로터를 갖는 지로터 오일펌프에 비하여 소음 및 내마모성이 향상된 결과를 얻을 수 있었다.

[277] 아래의 표 1은 기존의 하이포 사이클로이드-원-에피 사이클로이드 형상을 적용한 지로터 오일펌프(비교예 1)와, 본 발명에 따른 하이포 사이클로이드-폴리서클-에피 사이클로이드를 적용한 지로터 오일 펌프(실시에 1)의 평균유량과 유량맥동의 이론 계산값과 CFD 해석 결과를 나타낸 것이고, 표 2는 기존의 지로터 오일 펌프와 본 발명의 지로터 오일 펌프의 평균유량 성능실험 결과를 비교하여 나타낸 것이다.

[278] 표 1

[Table 1]

	편심량	유량(cc/rev)	유량맥동(%)	유량-CFD(cc/rev)	유량맥동-CFD(%)
비교예 1	1.16	1.1221	2.3382	0.972	97.22
실시예 1	1.28	1.2736	7.0819	1.1109	69.59

[279] 표 2

[Table 2]

측정 항목		유량	전류	RPM
비교예 1	초기	207.7	6.92	4451
	20시간 경과후	196.6	6.66	4385
실시예 1	초기	210.8	8.96	3825
	20시간 경과후	221.5	7.49	4042

[280] 상기 표 1 및 표 2를 통해 알 수 있는 것과 같이, 본 발명의 지로터 오일 펌프가 기존의 지로터 오일 펌프에 비하여 평균유량이 약 5% 정도 향상되고, 유량맥동도 약 10~20% 정도 개선되어 소음이 낮아지게 된다.

[281] 이상에서는 본 발명에 대한 기술사상을 첨부 도면과 함께 서술하였지만 이는 본 발명의 바람직한 실시예를 예시적으로 설명한 것이지 본 발명을 한정하는 것은 아니다. 또한 본 발명이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 이라면 누구나 본 발명의 기술적 사상의 범주를 이탈하지 않는 범위 내에서 다양한 변형 및 모방이 가능함은 명백한 사실이다.

[282]

### 산업상 이용가능성

[283] 본 발명은 자동차 등에 사용하는 지로터 오일 펌프 및 그 설계 방법에 적용될 수 있다.

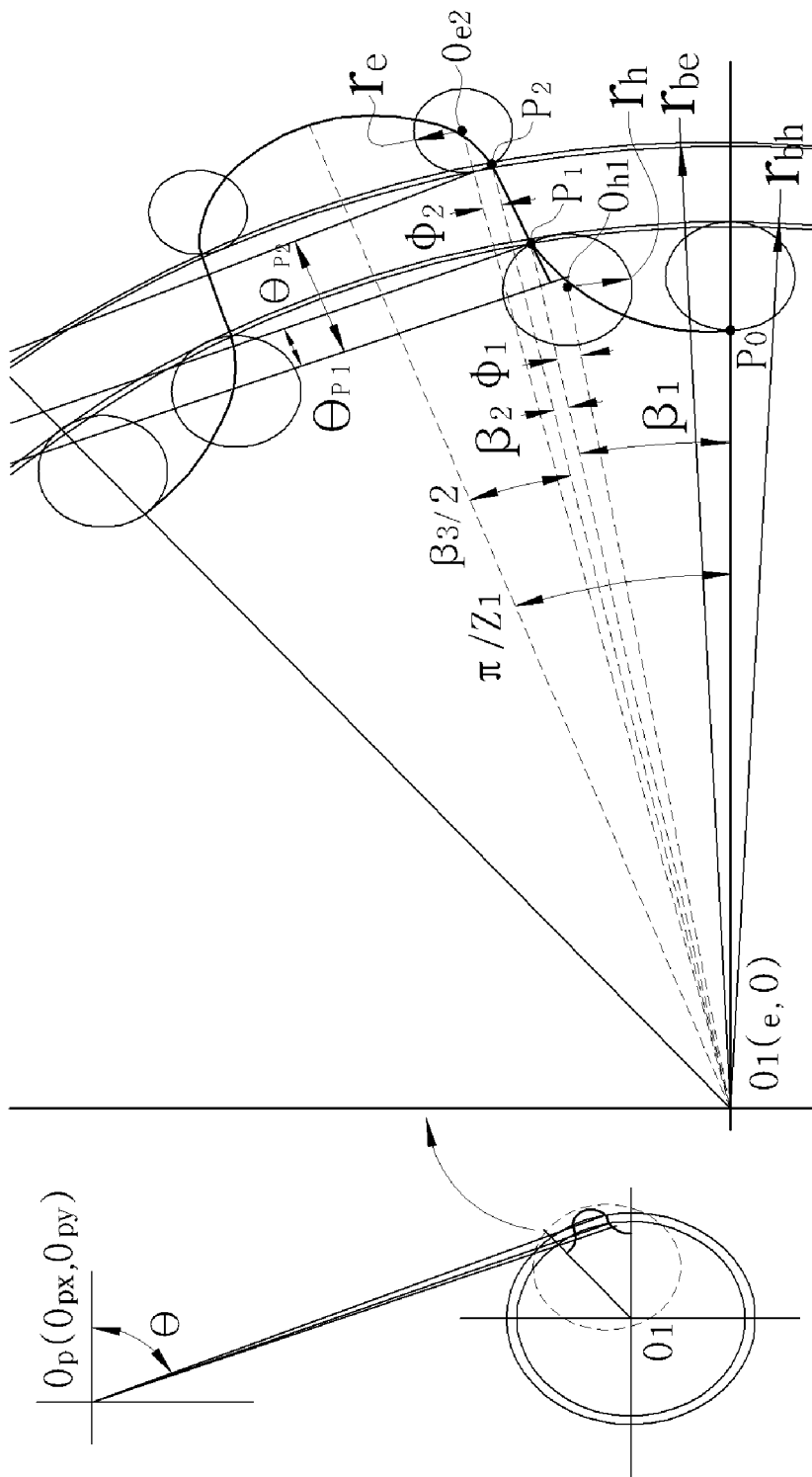
[284]

## 청구범위

- [청구항 1] 내주면에 복수의 로버(lobe)가 형성되어 있는 외부로터(outer rotor)와, 상기 외부로터의 내측 공간에서 편심 회전하는 내부로터(inner rotor)를 구비한 지로터 오일 펌프에 있어서, 편심량이  $e$ 인 내부로터 중심점  $O_1=(e,0)$ 을 기준으로 내부로터 반 피치 구간에 대해  $P_0$ 에서  $P_1$ 까지( $\beta_1$ )는 하이포사이클로이드 곡선으로,  $P_1$ 에서  $P_2$ 까지( $\beta_2$ )는 중심점이 다른 연속된 복수의 원의 조합으로 이루어진 폴리서클 곡선으로,  $P_2$  이상( $\beta_3/2$ )에서는 에피사이클로이드 곡선으로 이루어진 것을 특징으로 하는 지로터 오일 펌프.
- [청구항 2] 제1항에 따른 지로터 오일펌프의 설계방법으로서, 하이포사이클로이드 곡선과 폴리서클 곡선 및 에피사이클로이드 곡선을 조합하여 내부로터를 설계하는 단계와; 상기 내부로터의 형상으로부터 외부로터의 궤적을 산출하여 외부로터를 설계하는 단계를 포함하는 것을 특징으로 하는 지로터 오일 펌프의 설계방법.
- [청구항 3] 제2항에 있어서, 상기 내부로터를 설계하는 단계는, 내부로터의 반 피치 구간을 기준으로, 임의의 한 지점  $P_0$ 에서 어느 한 설정 지점  $P_1$ 까지의 구간  $\beta_1$ 에 대하여 하이포사이클로이드 곡선의 구성방정식을 도출하는 단계와, 상기 지점  $P_1$ 에서 다른 한 설정 지점  $P_2$ 까지의 구간  $\beta_2$ 에 대해서는 폴리서클 곡선의 구성방정식을 도출하는 단계와, 상기 지점  $P_2$  이상의 구간  $\beta_3/2$ 에 대해서 에피사이클로이드 곡선의 구성방정식을 도출하는 단계와, 상기 하이포사이클로이드 곡선과 폴리서클 곡선의 연결지점인  $P_1$ 과 상기 폴리서클 곡선과 에피사이클로이드 곡선의 연결지점인  $P_1$ 에서의 좌표값과 순간 기울기가 일치하는 곡선 경계조건식을 유도하는 단계와, 상기 곡선들의 구성방정식들과 곡선 경계조건식으로부터 내부로터의 전체 형상을 설계하고 이끝폭을 계산하는 단계를 포함하여 구성된 것을 특징으로 하는 지로터 오일 펌프의 설계방법.
- [청구항 4] 제3항에 있어서, 상기 외부로터를 설계하는 단계는, 회전시물레이션을 통한 외부로터의 근사관계식을 유도하는 단계와, 내부로터와 외부로터 간의 간섭 회피를 위한 수정폭 계수( $n$ )를 산출하고 외부로터 구성방정식을 산출하는 단계와, 상기 산출된 수정폭 계수와 외부로터 구성방정식으로부터 외부로터의 전체 형상을 설계하고 이끝폭을 계산하는 단계를 포함하여 구성된 것을 특징으로 하는 지로터 오일 펌프의

설계방법.

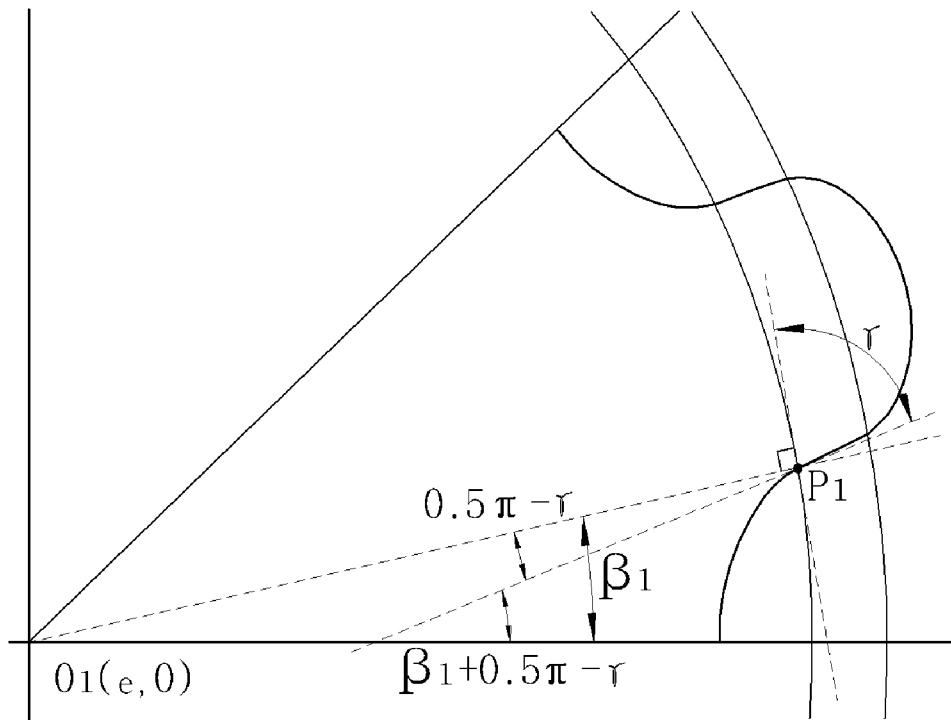
[Fig. 1]



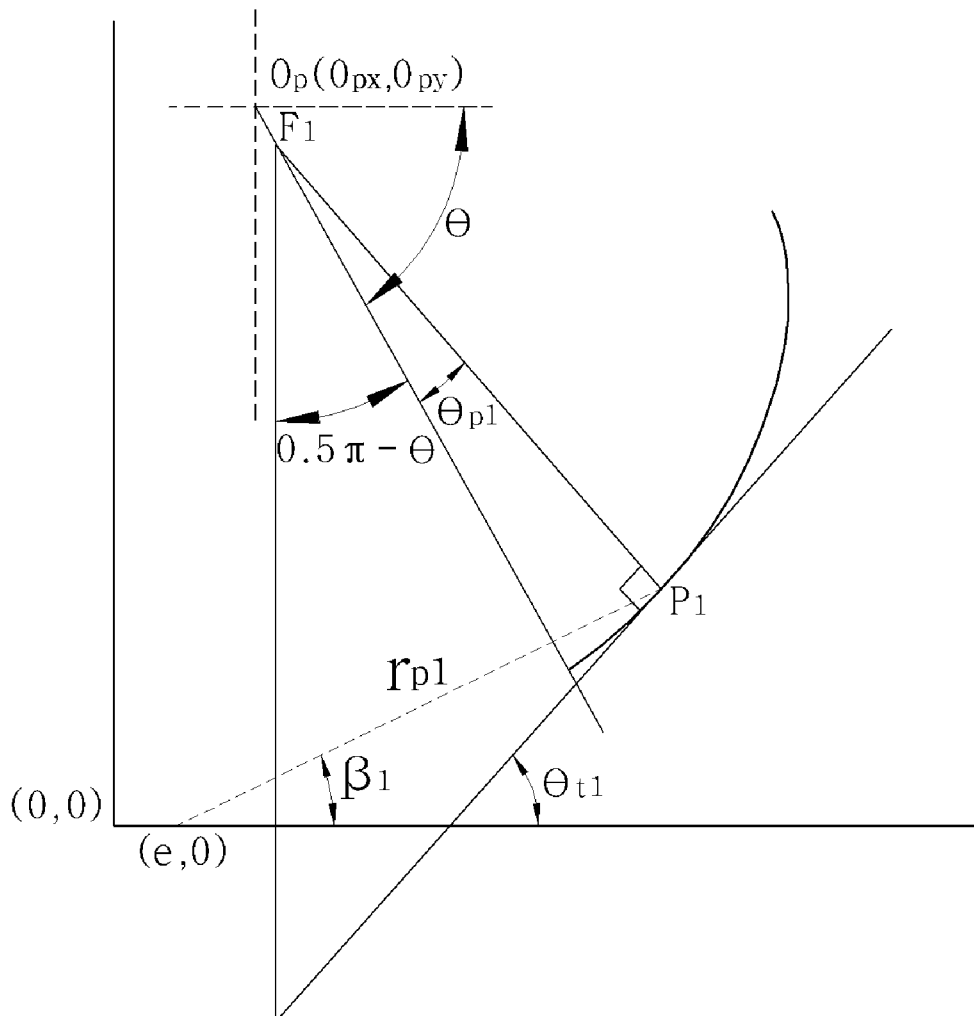




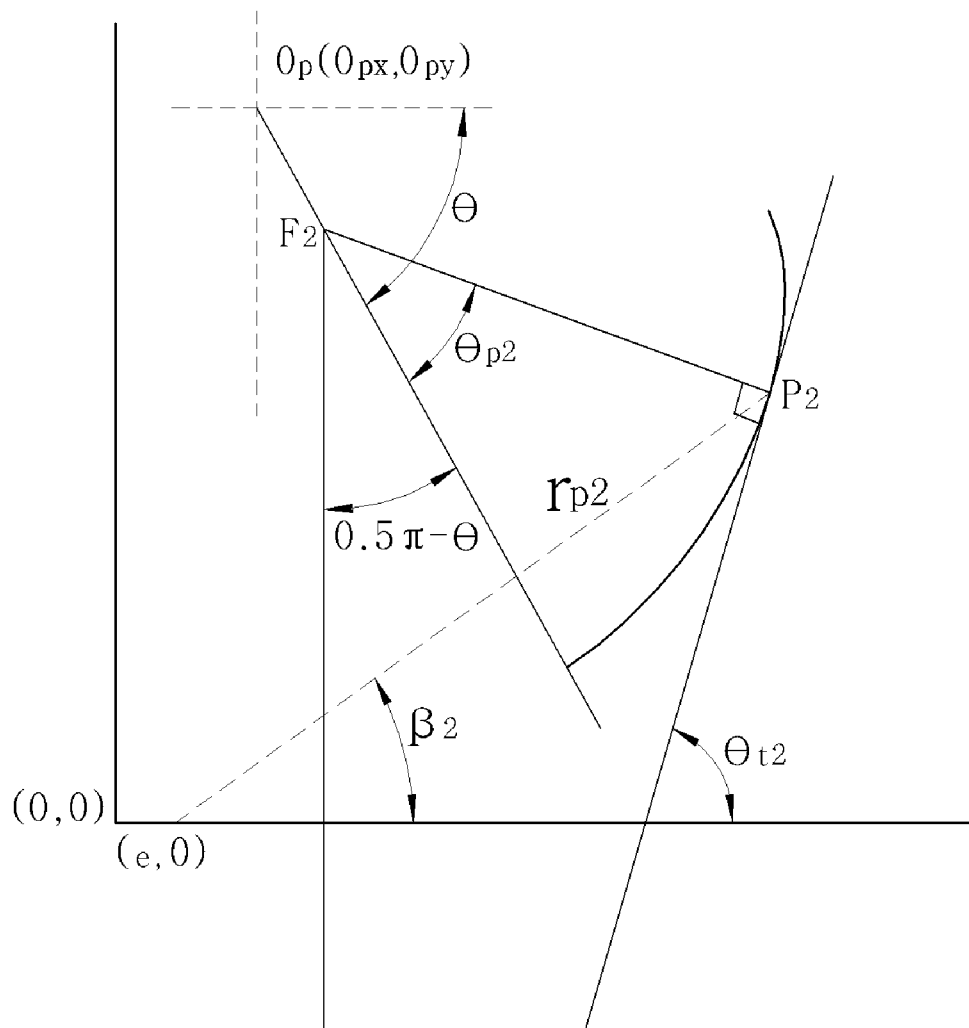
[Fig. 5]



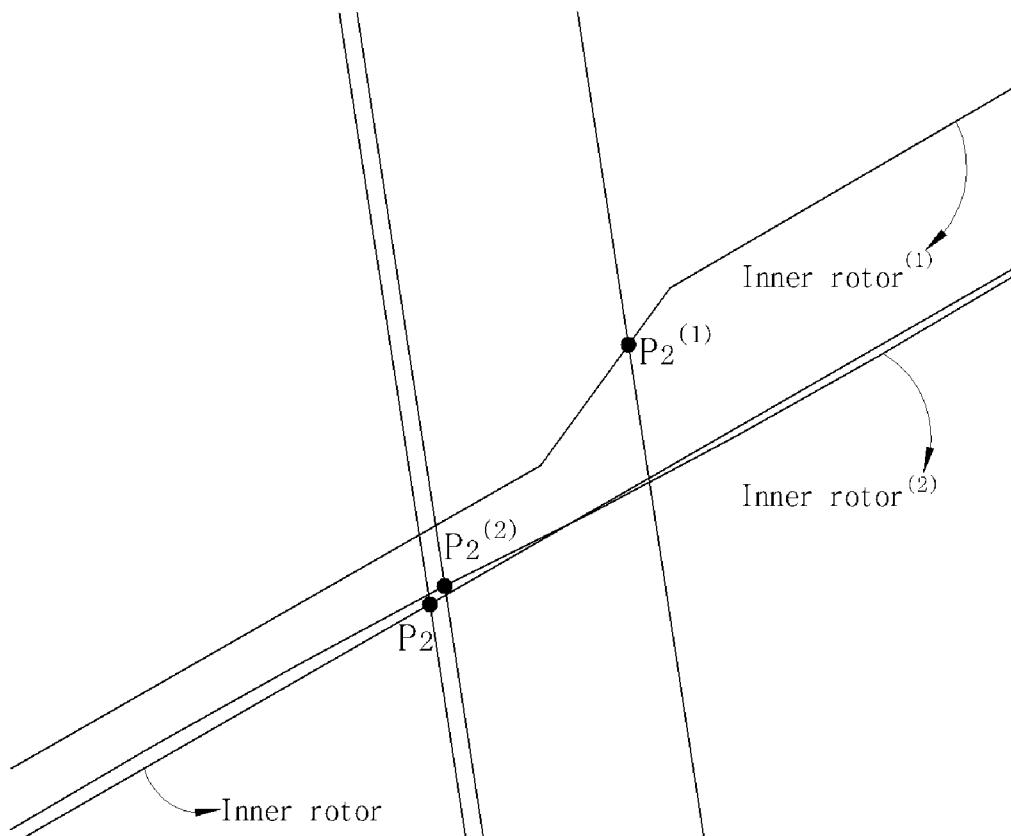
[Fig. 6]



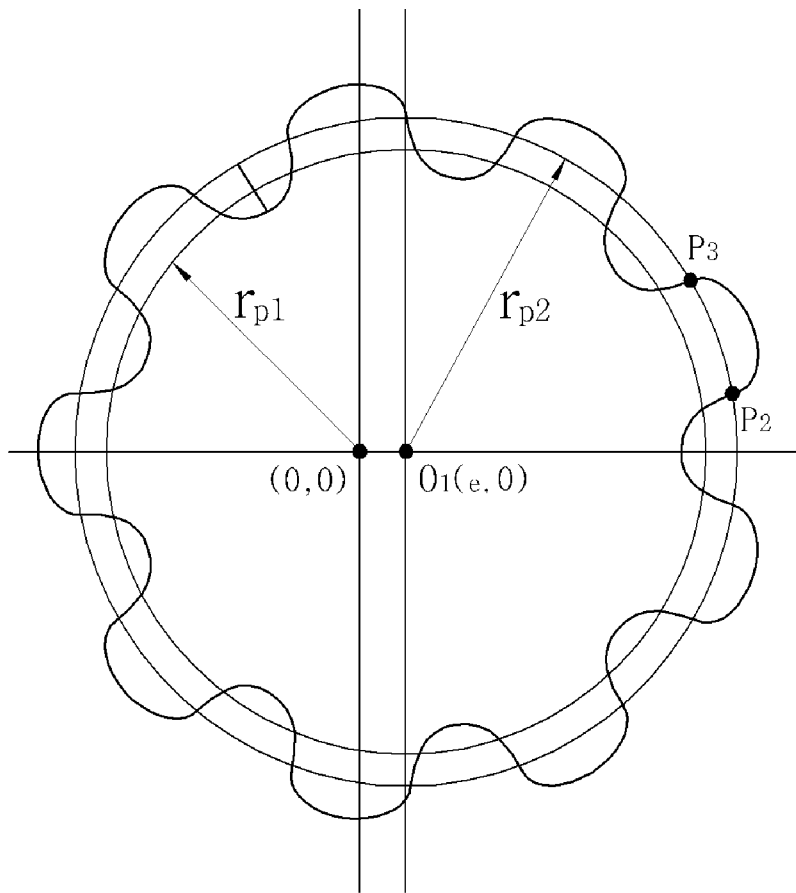
[Fig. 7]



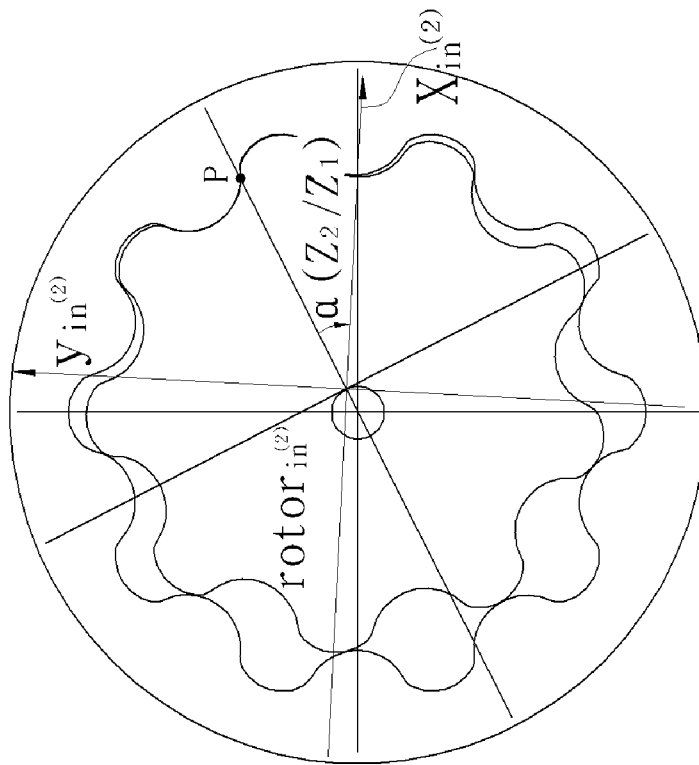
[Fig. 8]



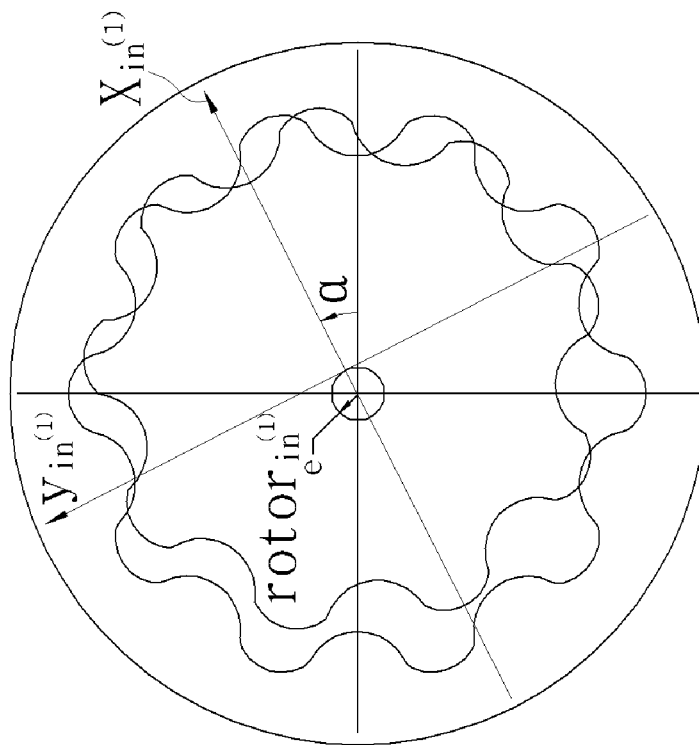
[Fig. 9]



[Fig. 10]

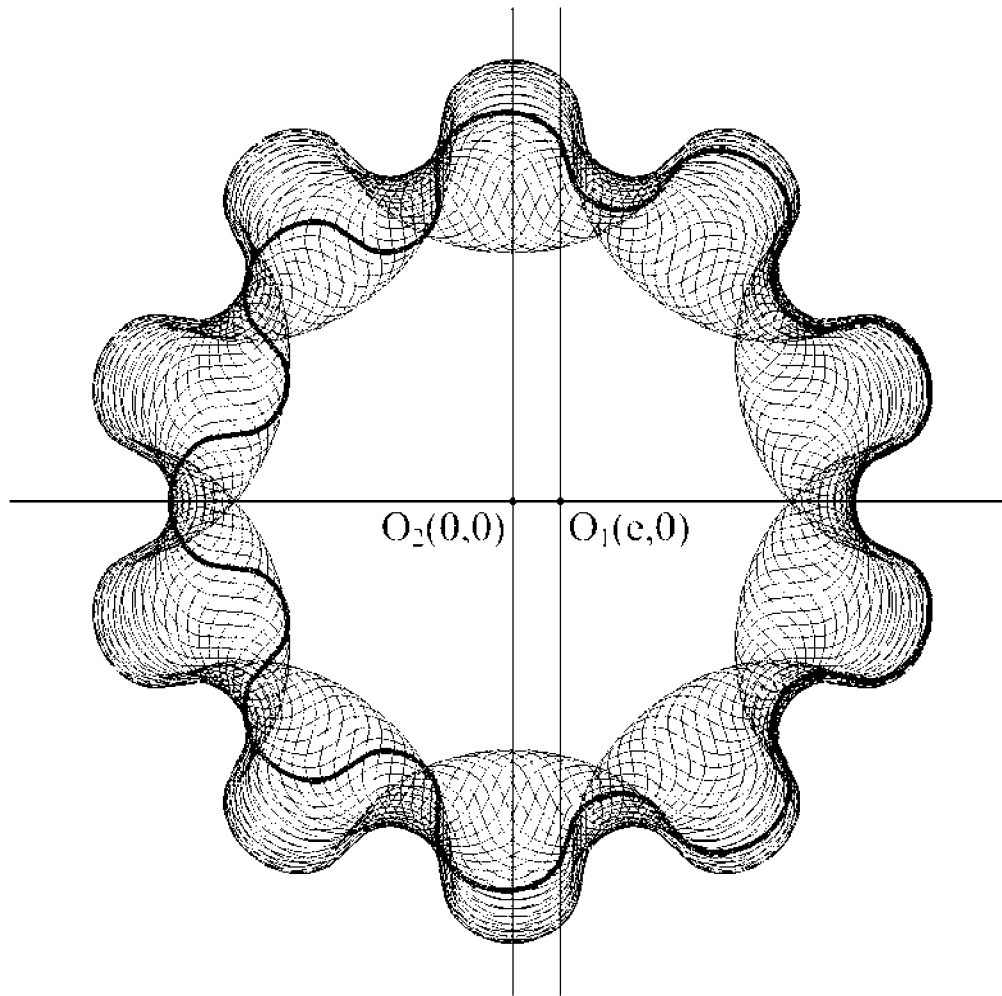


(a) Rotation(1)

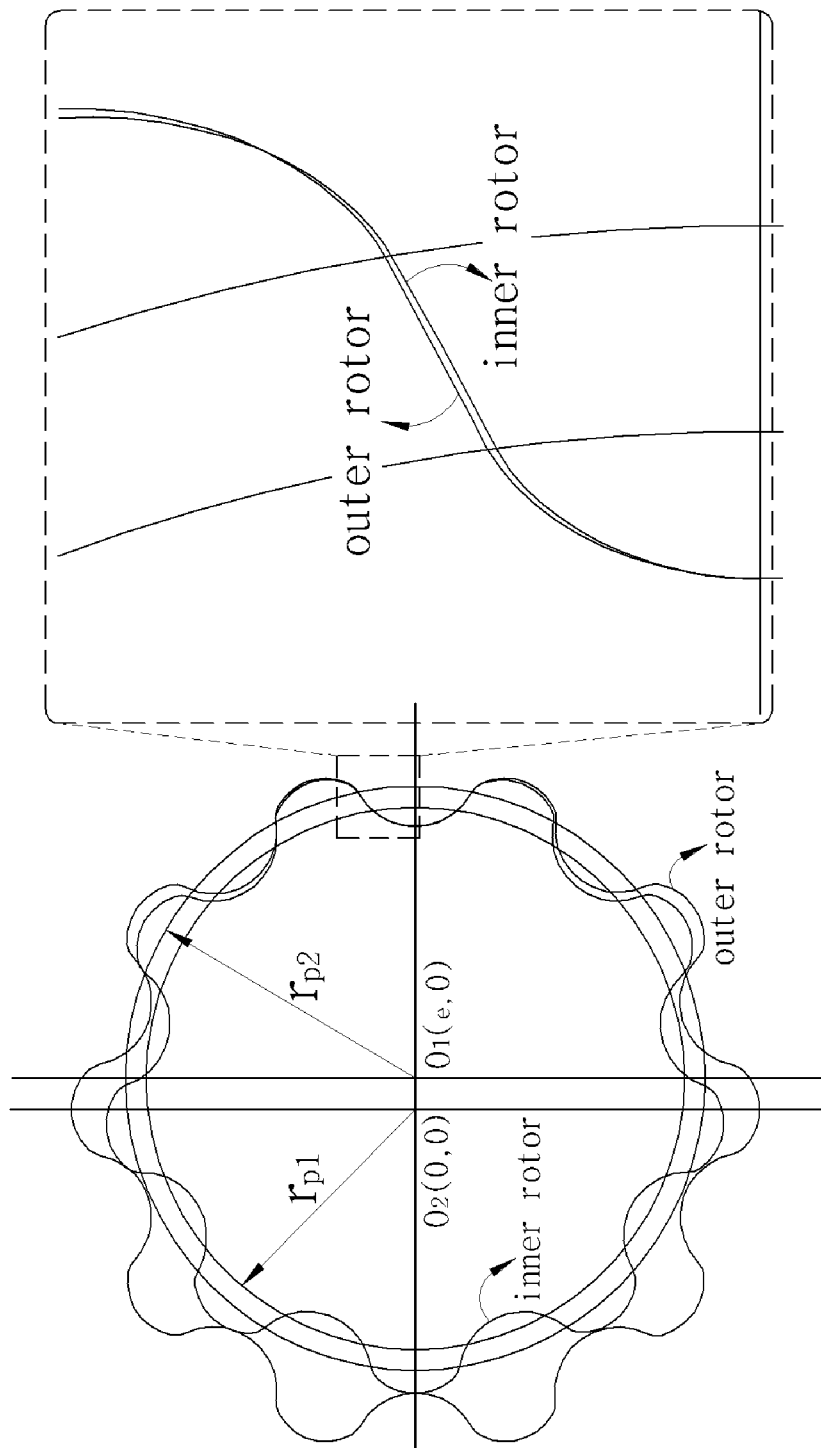


(b) Rotation(2)

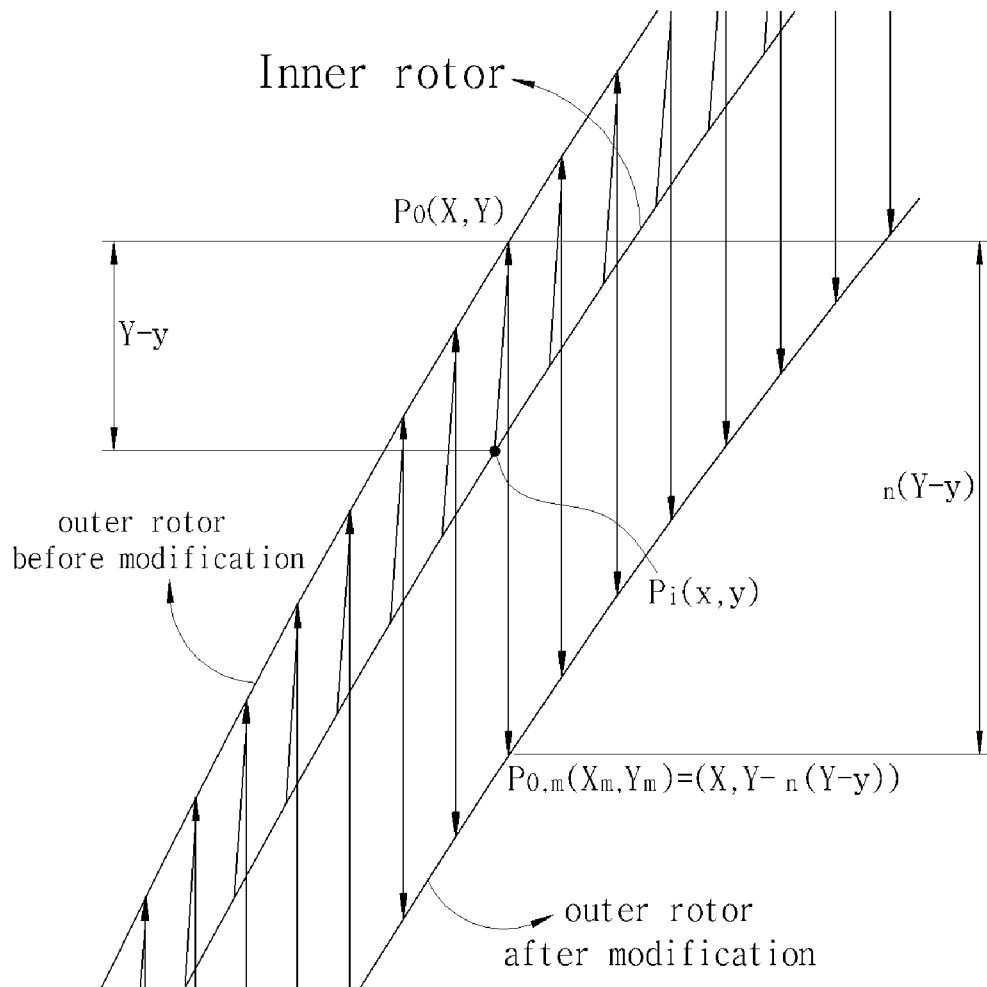
[Fig. 11]



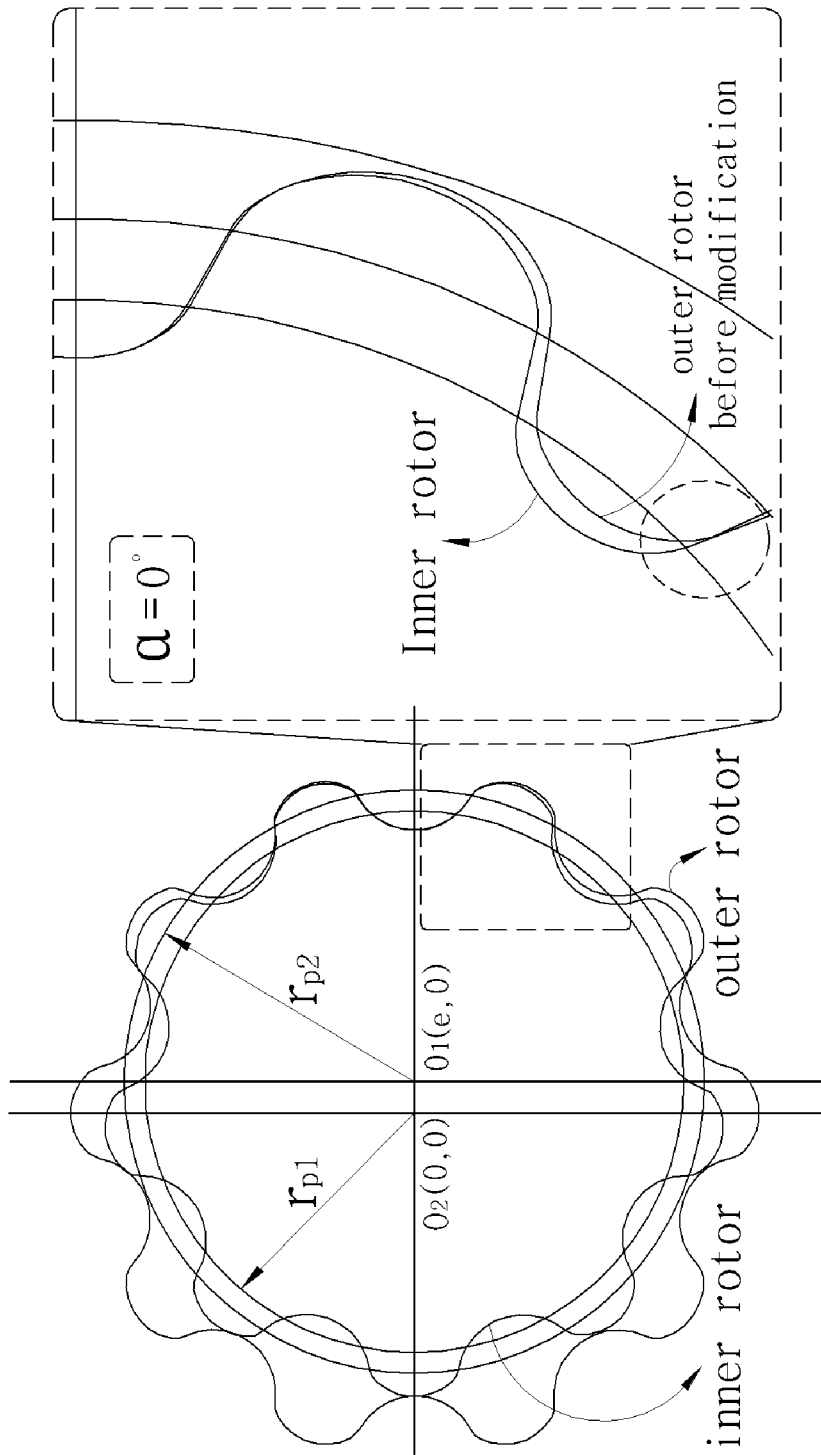
[Fig. 12]



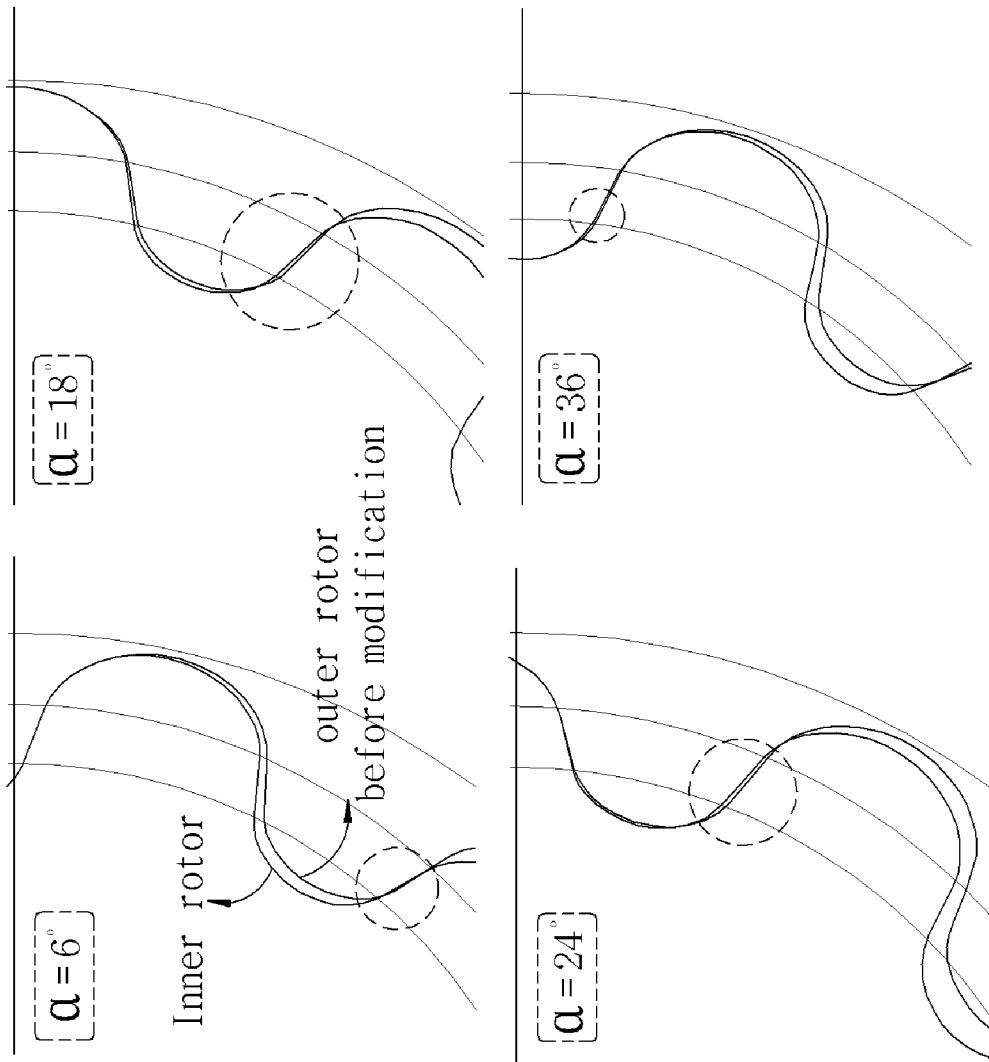
[Fig. 13]



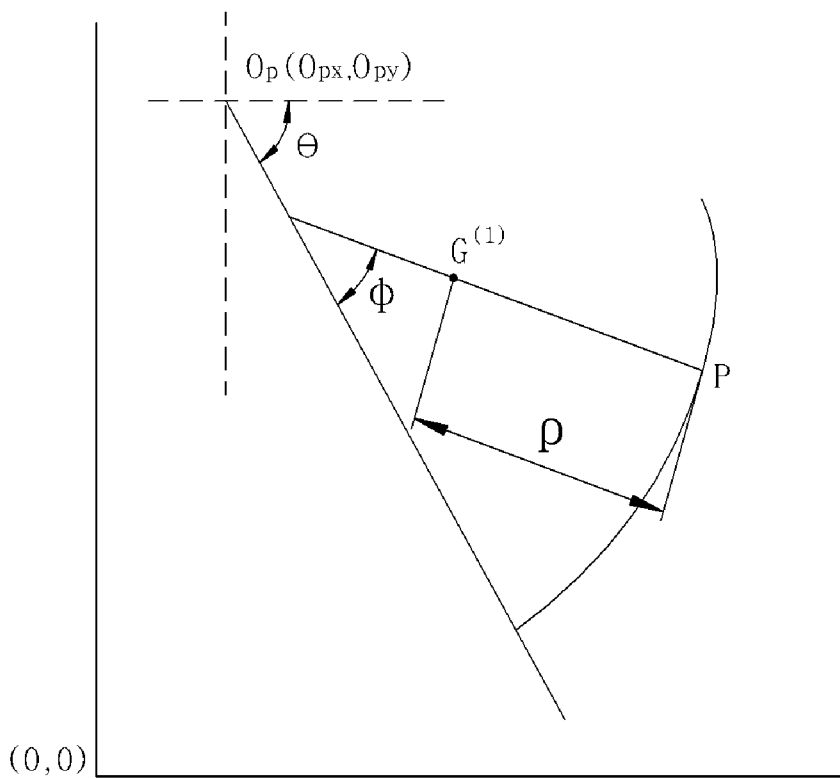
[Fig. 14]



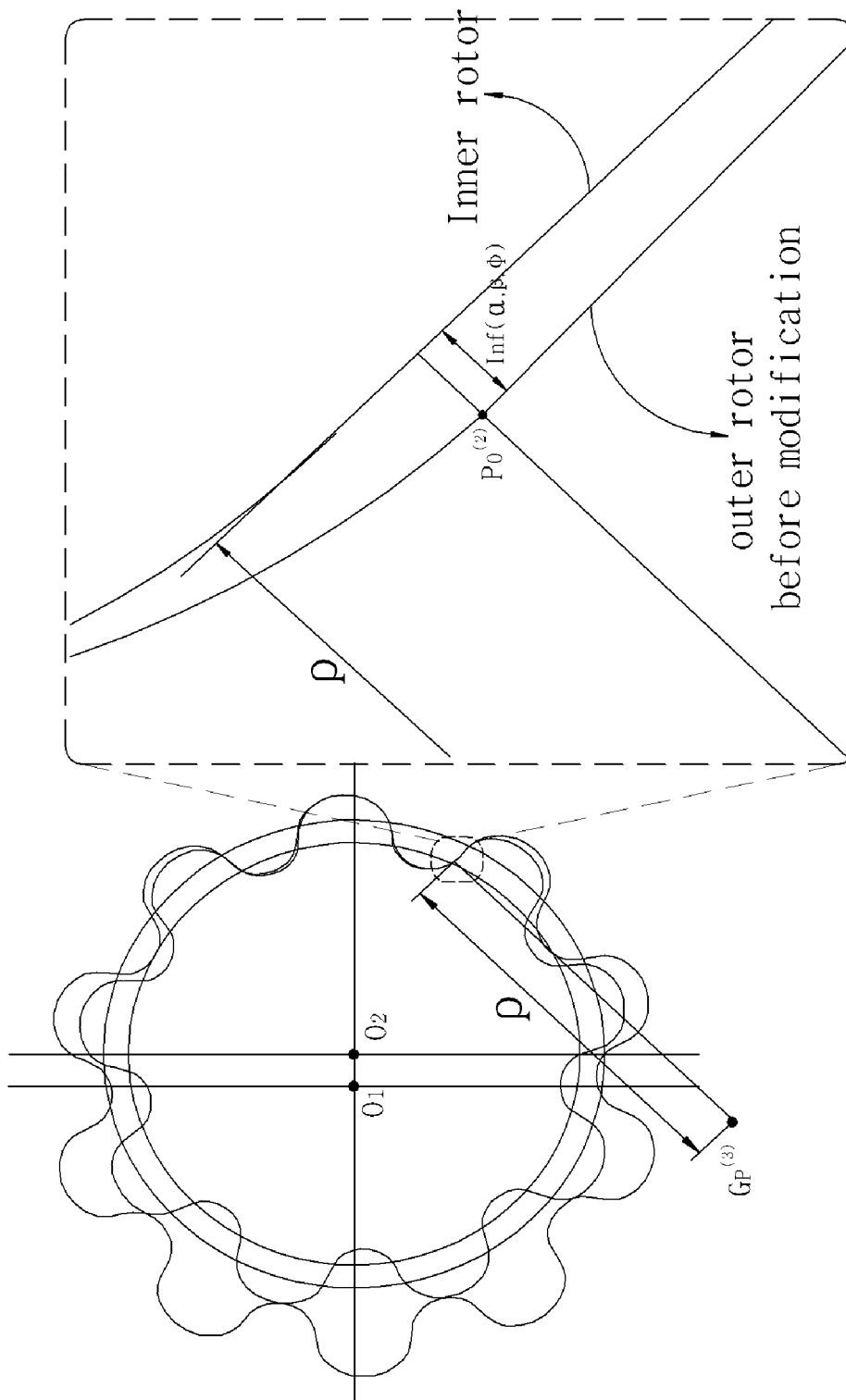
[Fig. 15]



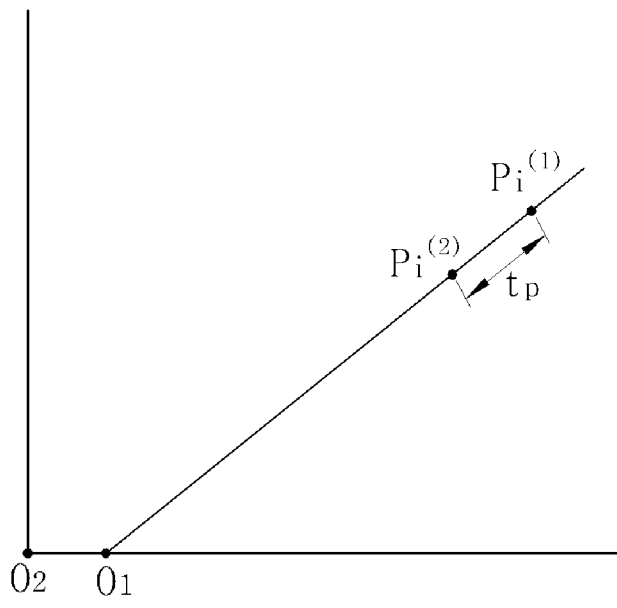
[Fig. 16]



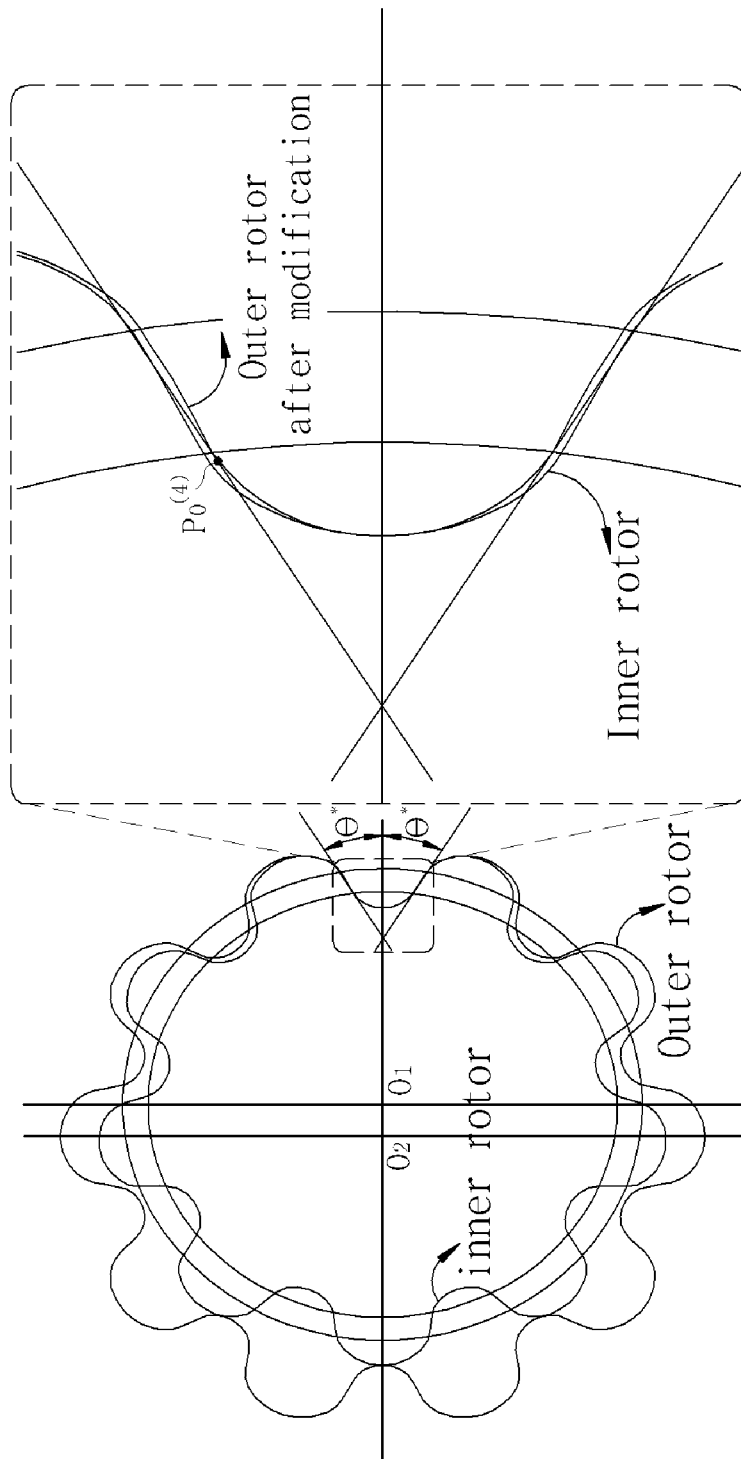
[Fig. 17]



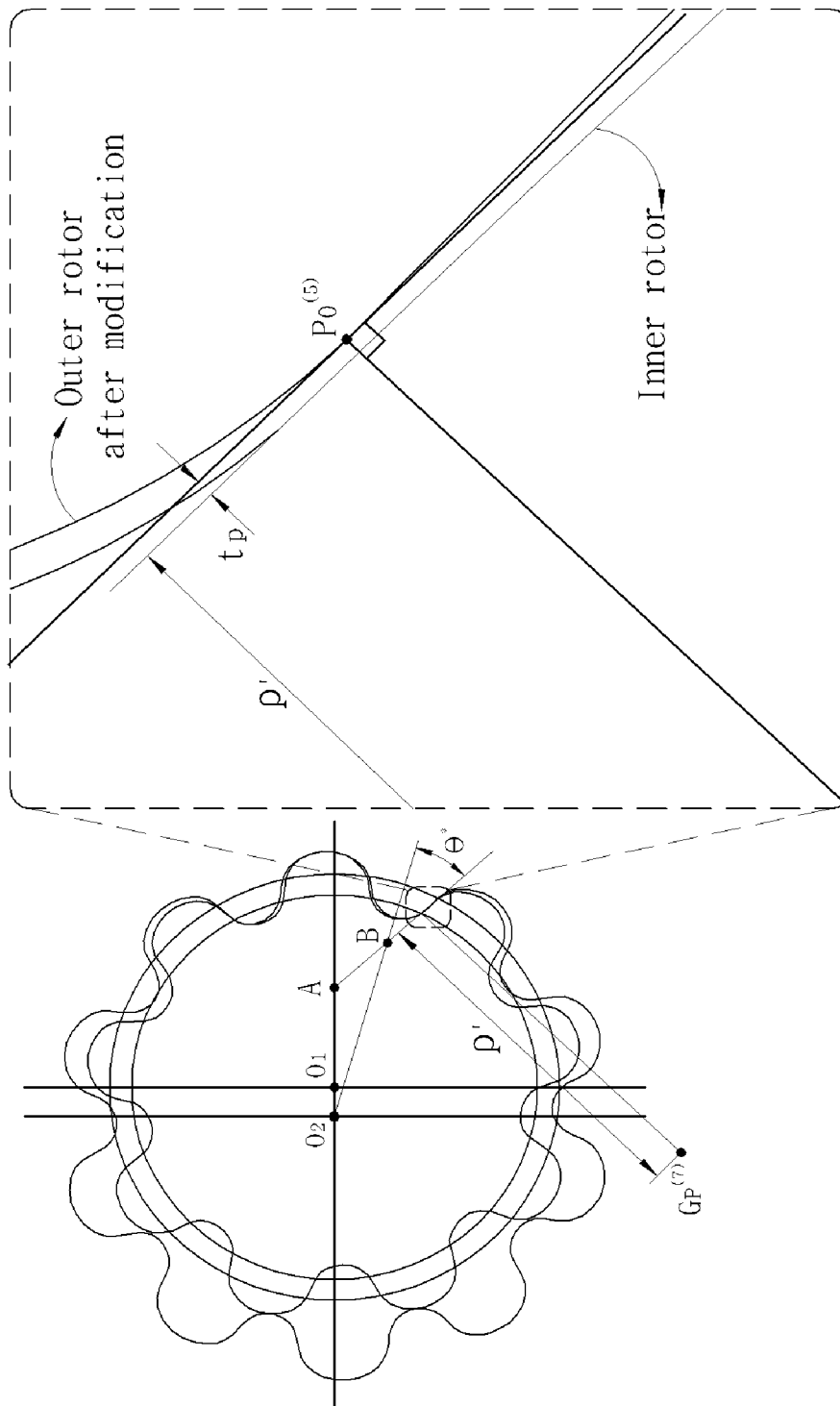
[Fig. 18]



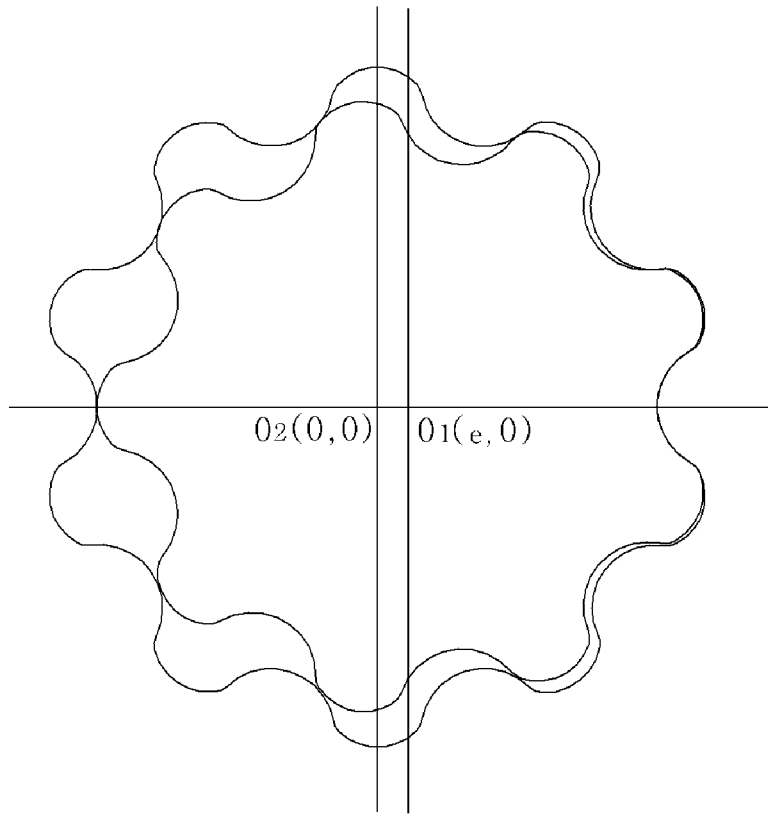
[Fig. 19]



[Fig. 20]



[Fig. 21]



## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

**PCT/KR2012/008964**

## A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

**F04D 29/18(2006.01)i, G06F 17/50(2006.01)i**

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

## B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

F04D 29/18; G06F 17/50; G06F 17/00; F01C 1/063; F01C 1/02; F04C 2/10

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched  
Korean Utility models and applications for Utility models: IPC as above  
Japanese Utility models and applications for Utility models: IPC as aboveElectronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)  
eKOMPASS (KIPO internal) & Keywords: geroter, geroter, hypocycloid, epicycloid, polycircle

## C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	KR 10-2011-0113541 A (SAMHAN CO., LTD. et al.) 17 October 2011 See claim 2 and figure 1.	1-4
A	Choi, Tae Hoon et al., Development of a gerotor with curve of cycloid and circular arc, Transactions of the KSME A, March 2011, Vol. 35, No. 3, pages 241-250.	1-4
A	US 2006-0171834 A1 (OGATA, DAISUKE et al.) 03 August 2006 See paragraphs [0033]-[0034] and figure 1.	1-4
A	JP 2007-255292 A (SUMITOMO DENKO SHOKETSU GOKIN KK) 04 October 2007 See paragraph [0024] and figure 1.	1-4
PX	Kim, Min-Soo et al., Development of Rotor for Internal Gear Pump using Cycloid and Polycircular-arc Curves, Journal of the Korean Society of Precision Engineering, September 2012, Vol. 29, No. 9, pages 1003-1011.	1-4

 Further documents are listed in the continuation of Box C. See patent family annex.

\* Special categories of cited documents:

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier application or patent but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

"&amp;" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

18 FEBRUARY 2013 (18.02.2013)

Date of mailing of the international search report

**19 FEBRUARY 2013 (19.02.2013)**

Name and mailing address of the ISA/KR

Korean Intellectual Property Office  
Government Complex-Daejeon, 189 Seonsa-ro, Daejeon 302-701,  
Republic of Korea

Facsimile No. 82-42-472-7140

Authorized officer

Telephone No.

INTERNATIONAL SEARCH REPORT  
Information on patent family members

International application No.

**PCT/KR2012/008964**

Patent document cited in search report	Publication date	Patent family member	Publication date
KR 10-2011-0113541 A	17.10.2011	KR 10-1101610 B1	02.01.2012
US 2006-0171834 A1	03.08.2006	CN 100447418 C	31.12.2008
		CN 1816694 A	09.08.2006
		EP 1662144 A1	31.05.2006
		EP 1662144 A4	25.05.2011
		JP 2005-036735 A	10.02.2005
		JP 4557514 B2	06.10.2010
		KR 10-1029624 B1	15.04.2011
		KR 10-2006-0032634 A	17.04.2006
		US 7407373 B2	05.08.2008
		WO 2005-005835 A1	20.01.2005
		WO 2005-005835 B1	24.03.2005
JP 2007-255292 A	04.10.2007	NONE	

**A. 발명이 속하는 기술분류(국제특허분류(IPC))**  
  
**F04D 29/18(2006.01)i, G06F 17/50(2006.01)i**

**B. 조사된 분야**

조사된 최소문헌(국제특허분류를 기재)  
F04D 29/18; G06F 17/50; G06F 17/00; F01C 1/063; F01C 1/02; F04C 2/10

조사된 기술분야에 속하는 최소문헌 이외의 문헌  
한국등록실용신안공보 및 한국공개실용신안공보: 조사된 최소문헌란에 기재된 IPC  
일본등록실용신안공보 및 일본공개실용신안공보: 조사된 최소문헌란에 기재된 IPC

국제조사에 이용된 전산 데이터베이스(데이터베이스의 명칭 및 검색어(해당하는 경우))  
eKOMPASS(특허청 내부 검색시스템) & 키워드: 지로터, 제로터, 하이포사이클로이드, 에피사이클로이드, 폴리서클



**C. 관련 문헌**

카테고리*	인용문헌명 및 관련 구절(해당하는 경우)의 기재	관련 청구항
A	KR 10-2011-0113541 A (주식회사 삼한 외 1명) 2011.10.17 청구항 2 및 도면 1 참조.	1-4
A	최태훈 외 4명, 사이클로이드 및 원호 곡선을 이용한 제로터 개발, 대한기계학회 논문집 A권, 2011.3., 제35권, 제3호, 페이지 241-250.	1-4
A	US 2006-0171834 A1 (OGATA, DAISUKE et al.) 2006.08.03 단락 [0033]-[0034] 및 도면 1 참조.	1-4
A	JP 2007-255292 A (SUMITOMO DENKO SHOKETSU GOKIN KK) 2007.10.04 단락 [0024] 및 도면 1 참조.	1-4
PX	김민수 외 3명, 사이클로이드 및 폴리서클 곡선을 이용한 내접형 기어펌프용 치형 개발, 한국정밀공학회지, 2012.9., 제29권, 제9호, 페이지 1003-1011.	1-2

추가 문헌이 C(계속)에 기재되어 있습니다.  대응특허에 관한 별지를 참조하십시오.

\* 인용된 문헌의 특별 카테고리:  
 “A” 특별히 관련이 없는 것으로 보이는 일반적인 기술수준을 정의한 문헌  
 “E” 국제출원일보다 빠른 출원일 또는 우선일을 가지나 국제출원일 이후에 공개된 선출원 또는 특허 문헌  
 “L” 우선권 주장에 의문을 제기하는 문헌 또는 다른 인용문헌의 공개일 또는 다른 특별한 이유(이유를 명시)를 밝히기 위하여 인용된 문헌  
 “O” 구두 개시, 사용, 전시 또는 기타 수단을 언급하고 있는 문헌  
 “P” 우선일 이후에 공개되었으나 국제출원일 이전에 공개된 문헌  
 “T” 국제출원일 또는 우선일 후에 공개된 문헌으로, 출원과 상충하지 않으며 발명의 기초가 되는 원리나 이론을 이해하기 위해 인용된 문헌  
 “X” 특별한 관련이 있는 문헌. 해당 문헌 하나만으로 청구된 발명의 신규성 또는 진보성이 없는 것으로 본다.  
 “Y” 특별한 관련이 있는 문헌. 해당 문헌이 하나 이상의 다른 문헌과 조합하는 경우로 그 조합이 당업자에게 자명한 경우 청구된 발명은 진보성이 없는 것으로 본다.  
 “&” 동일한 대응특허문헌에 속하는 문헌

국제조사의 실제 완료일 2013년 02월 18일 (18.02.2013)	국제조사보고서 발송일 <b>2013년 02월 19일 (19.02.2013)</b>
--	--

ISA/KR의 명칭 및 우편주소  팩스 번호 82-42-472-7140	심사관 김진호 전화번호 82-42-481-8699 
--	--

국제조사보고서에서 인용된 특허문헌	공개일	대응특허문헌	공개일
KR 10-2011-0113541 A	2011. 10. 17	KR 10-1101610 B1	2012. 01. 02
US 2006-0171834 A1	2006. 08. 03	CN 100447418 C	2008. 12. 31
		CN 1816694 A	2006. 08. 09
		EP 1662144 A1	2006. 05. 31
		EP 1662144 A4	2011. 05. 25
		JP 2005-036735 A	2005. 02. 10
		JP 4557514 B2	2010. 10. 06
		KR 10-1029624 B1	2011. 04. 15
		KR 10-2006-0032634 A	2006. 04. 17
		US 7407373 B2	2008. 08. 05
		WO 2005-005835 A1	2005. 01. 20
		WO 2005-005835 B1	2005. 03. 24
JP 2007-255292 A	2007. 10. 04	없음	