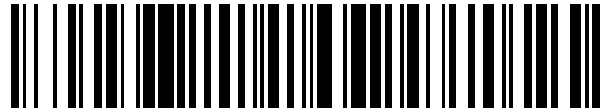


19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11) Número de publicación: **2 915 923**

21) Número de solicitud: 202031301

51) Int. Cl.:

**G01S 7/48** (2006.01)

**G01B 11/25** (2006.01)

**G02B 26/10** (2006.01)

12

PATENTE DE INVENCION CON EXAMEN

B2

22) Fecha de presentación:

**24.12.2020**

43) Fecha de publicación de la solicitud:

**27.06.2022**

Fecha de modificación de las reivindicaciones:

**11.07.2023**

Fecha de concesión:

**04.10.2023**

45) Fecha de publicación de la concesión:

**11.10.2023**

73) Titular/es:

**UNIVERSITAT DE GIRONA (100.0%)  
Plaça Sant Domènec, 3  
17004 GIRONA (Girona) ES**

72) Inventor/es:

**CASTILLÓN SÁNCHEZ, Miguel;  
RIDAO RODRÍGUEZ, Pere;  
PALOMER VILA, Albert y  
FOREST COLLADO, Josep**

74) Agente/Representante:

**CURELL SUÑOL, S.L.P.**

54) Título: **PROCEDIMIENTO DE PROYECCIÓN DE UN HAZ DE LUZ PUNTUAL SOBRE UNA SUPERFICIE FINAL DE PROYECCIÓN Y PROCEDIMIENTO DE ESCANEO CORRESPONDIENTE**

57) Resumen:

Procedimiento de proyección de un haz de luz (1) puntual sobre una superficie final de proyección (100) y procedimiento de escaneo correspondiente. El haz de luz (1) puntual se proyecta sobre unos medios de redireccionamiento (8) giratorios alrededor de un primer y un segundo ejes (x, y). El haz debe pasar a través de por lo menos dos medios (2, 4) con índices de refracción distintos. Antes de emitir el haz de luz (1) sobre los medios se calculan la pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro alrededor de los ejes (x, y) que compensan la refracción del haz de luz (1). Conocidos los ángulos, se giran los medios de refracción (8) según la pareja de ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de manera que el haz de luz (1) puntual, al pasar por el segundo objetivo (P) esté contenido en una superficie de emisión objetivo (P) y sea proyectado sobre dicha superficie final de proyección (100) habiéndose compensado la refracción.

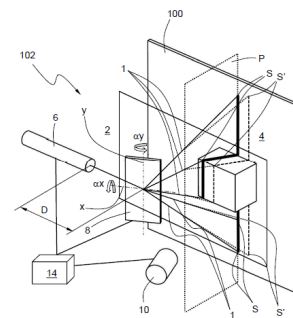


FIG. 11

Aviso: Se puede realizar consulta prevista por el art. 41 LP 24/2015. Dentro de los seis meses siguientes a la publicación de la concesión en el Boletín Oficial de la Propiedad Industrial cualquier persona podrá oponerse a la concesión. La oposición deberá dirigirse a la OEPM en escrito motivado y previo pago de la tasa correspondiente (art. 43 LP 24/2015).

ES 2 915 923 B2

**DESCRIPCIÓN**

**PROCEDIMIENTO DE PROYECCIÓN DE UN HAZ DE LUZ PUNTUAL SOBRE UNA SUPERFICIE FINAL DE PROYECCIÓN Y PROCEDIMIENTO DE ESCANEEO CORRESPONDIENTE**

5

Campo de la invención

10 La invención se refiere a un procedimiento de proyección de un haz de luz puntual sobre una superficie final de proyección, debiendo dicho haz de luz puntual pasar a través de por lo menos un primer medio con un primer índice de refracción y un segundo medio con un segundo índice de refracción y siendo dichos primer y segundo índices de refracción distintos entre sí, dicho procedimiento comprendiendo las etapas de: [a] proporcionar un emisor de luz  
15 para emitir dicho haz de luz puntual, y [b] proporcionar unos medios de redireccionamiento de luz para redireccionar dicho haz de luz puntual sobre dicha superficie final de proyección, estando dichos medios de redireccionamiento dispuestos a una distancia conocida respecto a dicho emisor y montados de manera que pueden girar alrededor de un primer y un segundo ejes de rotación.

20

Asimismo, la invención se refiere a un procedimiento de escaneo por láser para obtener una caracterización de la forma de una superficie final de proyección.

Estado de la técnica

25

Los vehículos sin conductor son cada vez más populares. Un ejemplo son los vehículos terrestres sin conductor. Otro ejemplo, no limitativo de estos vehículos son los vehículos submarinos sin conductor, conocidos por su acrónimo inglés UUVs (Unmanned Underwater Vehicles) que se utilizan cada vez más por razones económicas y de seguridad. En particular,  
30 los vehículos submarinos autónomos, más corrientemente denominados AUVs (Autonomous Underwater Vehicles) se utilizan para trabajos de reconocimiento, inspección, navegación o manipulación. Para ello, estos vehículos se equipan con escáneres 3D basados en sistemas acústicos (SONAR) u ópticos (LiDAR). Los sistemas ópticos son preferibles por su mayor

resolución lateral y frecuencia de actualización, ya que el rango de trabajo de estos vehículos es relativamente reducido.

La detección 3D submarina se enfrenta básicamente a dos problemas: el primero reside en el rápido grado de atenuación de la luz bajo el agua y el segundo la distorsión en la luz provocada por los elementos refractivos que se interponen a su paso. Esto provoca los escáneres que se aplican en tierra y que por lo tanto no están sometidos a los efectos de la refracción, no proporcionan resultados satisfactorios cuando se emplean en un entorno submarino en especial cuando se utilizan para operaciones tales como el mapeo o la manipulación de objetos.

Por ello, es necesario disponer de dispositivos de proyección de un haz de luz que presenten una elevada precisión y una elevada frecuencia de actualización.

El documento EP3605012A1 divulga un conjunto y un método de escaneo submarino mediante luz láser que obtiene una caracterización geométrica de la forma de una superficie basada en el principio de triangulación. El conjunto comprende: un emisor de luz láser, medios de difracción que transforman la luz láser puntual en una configuración de abanico plano, unos medios de redireccionamiento que redireccionan el abanico y lo proyectan sobre la superficie a explorar. Por otra parte, está previsto un receptor de luz que captura una zona de escaneo que contiene el abanico y unos medios de control que controlan los elementos del conjunto. El receptor tiene sus propios medios de procesamiento para detectar los puntos iluminados en la imagen capturada. Los medios de redireccionamiento están ensamblados de manera que puedan girar alrededor de al menos un eje fijo. La rotación de los primeros medios de redireccionamiento es controlada por los medios de control de manera sincronizada con los elementos restantes. Los puntos iluminados por el abanico en la zona de escaneo que forman una línea que en función del ángulo de giro del abanico cada vez está más curvada. Esta línea se caracteriza mediante un cono elíptico, de manera que se lleva a cabo una triangulación calculando la intersección del abanico proyectado con el cono elíptico. Este procedimiento se va repitiendo hasta que se caracteriza la totalidad de la superficie. El procedimiento de caracterización de la superficie requiere una elevada potencia de cálculo y por lo tanto el sistema no es todo lo rápido que sería deseable.

El documento GB2509247A divulga un método para calibrar un sistema de escaneo basado en la trigonometría en el aire y el agua. El sistema de escaneo basado en la trigonometría comprende un dispositivo emisor de señales estructuradas para emitir una señal estructurada y un sensor o receptor que tiene un campo de visión para detectar las señales emitidas por el dispositivo emisor de señales estructuradas. El dispositivo emisor de señales estructuradas y el sensor que tienen una relación geométrica medida en el aire. El método que comprende: a) determinar, tanto en el agua como en el aire, una matriz de sensor, b) medir la rotación y la traslación de un eje óptico del sensor respecto a un eje óptico ideal del sensor, definido en gran medida por una carcasa de sensor en la que éste está montado el sensor, determinando la rotación y la traslación de un sistema de coordenadas del sensor en el aire y en el agua simultáneamente, para obtener una matriz de rotación/traslación para el campo de visión en el aire y en el agua respectivamente; y c) medir la rotación de un eje óptico del dispositivo emisor en relación con un eje óptico del dispositivo emisor ideal definido sustancialmente por la carcasa del dispositivo emisor, determinando un cambio relativo en un ángulo de la señal estructurada, entre la señal estructurada en el aire y la señal estructurada en el agua respectivamente, para generar una matriz de rotación del dispositivo que se aplicará posteriormente a la señal estructurada una vez que ha sido proyectada sobre la superficie a escanear. Este procedimiento reacciona con retraso y es difícil que proporcione una elevada frecuencia de actualización.

20

### Sumario de la invención

La invención tiene como finalidad proporcionar un procedimiento de proyección de un haz de luz puntual sobre una superficie final de proyección del tipo indicado al principio, que sea más rápida que las conocidas en el estado de la técnica.

25

Esta finalidad se consigue mediante un procedimiento de proyección de un haz de luz puntual sobre una superficie final de proyección del tipo indicado al principio, caracterizado por que dicho procedimiento además comprende las etapas de: [c] calcular previamente una pareja formada por: [i] un primer ángulo ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y [ii] un segundo ángulo ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación, [iii] incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro compensen la refracción de

30

dicho haz de luz redireccionado por dichos medios de redireccionamiento al pasar por dicho segundo medio, [d] girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dichos primer y segundo ejes de rotación según dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y [e] emitir un haz de luz puntual sobre dichos medios de redireccionamiento para dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ), de manera que dicho haz de luz puntual, una vez redirigido por dichos medios de redireccionamiento, al pasar por dicho segundo medio, esté contenido en una superficie de emisión objetivo ( $\Phi$ ) y sea proyectado sobre dicha superficie final de proyección.

10 Tal y como se ha visto anteriormente, en el estado de la técnica el efecto de la refracción, por ejemplo, en vehículos submarinos, cuando la luz pasa del primer al segundo medio se deforma debido a la refracción la única forma de compensar la refracción pasa por un postprocesado posterior, que consiste en ajustar un modelo a la imagen real proyectada. Es decir, a pesar de que el sensor reciba una imagen deformada por culpa de la refracción, esta imagen es  
15 corregida a posteriori.

En cambio, el procedimiento según la invención resuelve el problema de forma distinta a los procedimientos conocidos. La solución planteada no pasa por aproximar correctamente la imagen proyectada, sino al contrario, consiste en girar los medios de redireccionamiento el  
20 ángulo necesario para compensar a priori el efecto de la refracción antes de proyectar la imagen sobre la superficie final de proyección. Gracias a ello, el punto finalmente proyectado corresponde a la posición que tendría este mismo punto si no hubiese habido un cambio de medio.

25 Evidentemente, esto implica que la posición tridimensional del punto proyectado se puede resolver con una ecuación mucho más sencilla ya que, una vez ajustado el haz de luz puntual a la superficie de emisión objetivo, para determinar la proyección del punto en la superficie final objetivo, sólo es necesario calcular la intersección de la recta correspondiente al haz de luz puntual con el plano ideal que representa la superficie final de proyección, lo cual da como  
30 resultado un punto.

Además, la invención abarca una serie de características preferentes que son objeto de las reivindicaciones dependientes y cuya utilidad se pondrá de relieve más adelante en la descripción detallada de una forma de realización de la invención.

Evidentemente, y para todo tipo de aplicaciones es más interesante no sólo proyectar puntos individuales, sino conjuntos de puntos que definan curvas arbitrarias, lo cual permite iluminar la superficie final de proyección con patrones determinados, que pueden ser utilizados para

5 facilitar la reconstrucción tridimensional de la superficie escaneada. Para ello, en una forma de realización que tiene por objetivo lograr una rápida velocidad de proyección, [a] en dicha etapa de cálculo se calcula previamente una pluralidad de parejas de: [i] primeros ángulos ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y [ii] segundos ángulos ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento

10 alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación, [iii] incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que cada pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro de dicha pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro compense la refracción de cada haz de luz redireccionado por dichos medios de redireccionamiento al pasar por dicho segundo medio, y una vez terminada dicha etapa de

15 cálculo, para cada pareja de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro, se realizan de forma secuencial dichas etapas de: [b] girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dichos primer y segundo ejes de rotación (x, y) según dichas parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y [c] emitir un haz de luz puntual sobre dichos medios de redireccionamiento para cada pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ), y [d]

20 repetir dichas etapas [b] y [c] hasta la última pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de dicha pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ), de manera que cada haz de luz puntual, al pasar por dicho segundo medio, esté contenido en dicha superficie de emisión objetivo ( $\Phi$ ).

25 En esta forma de realización se calculan previamente todos los ángulos necesarios de cada uno de los haces de luz que se proyectarán sobre la superficie final de proyección, con la corrección correspondiente que permite que cada uno de los haces de luz esté contenido en la superficie de emisión objetivo. Gracias a ello, se aprovecha al máximo la velocidad de accionamiento de los medios de redireccionamiento de luz.

30

En una forma de realización alternativa dichas etapas de: [c] calcular previamente una pareja formada por: [i] un primer ángulo ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y [ii] un segundo ángulo ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación, [iii]

incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro compensen la refracción de dicho haz de luz redireccionado por dichos medios de redireccionamiento al pasar por dicho segundo medio, [d] girar dichos medios de redireccionamiento alrededor de dichos primer y  
5 segundo ejes de rotación ( $x$ ,  $y$ ) según dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y [e] emitir un haz de luz puntual sobre dichos medios de redireccionamiento para dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ), de manera que dicho haz de luz puntual, al pasar por dicho segundo medio, esté contenido en una superficie de emisión objetivo ( $\Phi$ ), se realizan conjuntamente y de forma secuencial para una pluralidad  
10 de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro, de manera que cada haz de luz puntual, al pasar por dicho segundo medio, esté contenido en dicha superficie de emisión objetivo ( $\Phi$ ).

En una forma de realización destinada a facilitar el escaneo para tareas de orientación de  
15 vehículos autónomos dicha superficie de emisión objetivo ( $\Phi$ ) es un plano. Gracias a ello, se proyectan líneas rectas sobre la superficie final de proyección las cuales son fáciles de procesar en procedimientos de mapeo del entorno.

Con el objetivo de facilitar la proyección de luz en entornos submarinos, en una forma de  
20 realización preferente, el procedimiento comprende por lo menos un tercer medio con un tercer índice de refracción y siendo dichos primer, segundo y tercer índices de refracción distintos entre sí.

Según otra forma de realización, que tiene por objetivo poder trabajar en entornos  
25 subacuáticos dicho primer medio es aire, dicho segundo medio es agua y dicho tercer medio es un medio sólido y transparente.

De forma especialmente preferente dicho tercer medio es una mirilla transparente y de forma  
especialmente preferente dicho tercer medio es vidrio o plexiglás.

30

Finalmente, la invención se también se refiere a un procedimiento de escaneo por láser para obtener una caracterización de la forma de una superficie final de proyección que comprende las etapas del procedimiento de proyección de un haz de luz puntual según la invención. Así, el procedimiento de escaneo además comprende las etapas de:

[a] proporcionar un receptor de luz,

[b] disponer dichos primeros medios de redireccionamiento y dicho receptor de luz separados a una distancia predeterminada conocida que define una línea de base,

5 [c] captar un área de escaneo de dicha superficie final de proyección que debe ser caracterizada a través de dicho receptor de luz, conteniendo dicha área dicho haz de luz proyectado sobre dicha superficie final de proyección, y

[d] sincronizar la emisión de haz de luz y la captación por parte de dicho receptor de luz a través de unos medios de control funcionalmente asociados a dicho emisor y dicho receptor de luz.

10

Preferentemente, dichos primer y segundo ejes de rotación (x, y) son perpendiculares entre sí.

Preferentemente, dicho haz de luz puntual es un haz de luz láser.

15

Otro problema relevante consiste en optimizar el conjunto de escaneo para trabajar en medios distintos del aire y en particular, sumergido en agua. Para ello, dicha carcasa es estanca al agua y dicho láser es verde o azul. El láser verde o azul se atenúa menos bajo el agua que otros tipos de láser y por lo tanto se proyecta a mayor distancia. En ambientes de aguas claras  
20 o levemente turbias, es especialmente preferente que el láser sea azul ya que presenta menos atenuación que el láser verde, a pesar de tener más retrodispersión (del inglés *backscattering*), es decir, la reflexión de la luz hacia el propio conjunto. Alternativamente, en caso de aguas más turbias, es preferente que el láser sea verde, ya que a pesar de tener más atenuación que un láser azul, el láser verde presenta una retrodispersión menor que la del  
25 láser azul. En condiciones de un solo medio de proyección, es decir, la proyección en el aire sin cambio de medio, el abanico plano se proyecta sobre la superficie como una línea recta. Esto no ocurre en los casos en los que existe un cambio de medio, por ejemplo, aire-mirilla-agua.

30 Asimismo, la invención también abarca otras características de detalle ilustradas en la descripción detallada de una forma de realización de la invención y en las figuras que la acompañan.

Descripción de los dibujos

Otras ventajas y características de la invención se aprecian a partir de la siguiente descripción, en la que, sin ningún carácter limitativo, se relatan unas formas preferentes de realización de la invención, haciendo mención de los dibujos que se acompañan. Las figuras muestran:

Fig. 1, muestra una representación gráfica esquemática para explicar el fenómeno de la reflexión.

10 Fig. 2, muestra una representación gráfica esquemática para explicar el fenómeno de la refracción.

Fig. 3, un modelo esquemático del modelo geométrico del procedimiento de proyección de un haz de luz puntual sobre una superficie final de proyección.

15 Figs. 4a a 4g, diagramas explicativos de la influencia de la mala calibración de cada parámetro del modelo según la invención.

Fig. 5. modelo esquemático del modelo geométrico, el punto de vista y el objetivo se mantienen perpendiculares al rayo de luz saliente para  $\alpha_x = \alpha_y = 0^\circ$  a lo largo de las simulaciones.

20 Fig. 6, vista de los patrones de puntos de proyección sobre la superficie final de proyección, distorsionados para diferentes valores de  $\beta$  a 1 m de distancia.

Fig. 7, esquema de la desviación máxima  $\Delta$  del patrón deseado de líneas rectas para un número creciente de puntos de ruta.

Figs. 8a a 8e, diagramas de la influencia del número de puntos de ruta por línea en la máxima desviación de la luz recta entre puntos de ruta.

25 Figs. 9a a 9e, diagramas de máximo error de ajuste de línea cuando el plano final de proyección real no se encuentra necesariamente a la distancia nominal de 1000 mm.

Fig. 10, diagrama del campo de visión (FoV) a una distancia de 1 m.

Fig. 11, una vista esquemática en perspectiva de un conjunto de escaneo según la invención con dos cambios de medio, en una primera posición de escaneo.

30 Fig. 12, una vista esquemática en perspectiva de un conjunto de escaneo según la invención con tres cambios de medio, en una primera posición de escaneo.

Descripción detallada de una forma de realización de la invención

A continuación, sobre la base de las figuras 1 a 10, se expone el modelo geométrico propuesto la proyección de un haz de luz 1 puntual sobre una superficie final de proyección 100 y para su aplicación en el caso particular de un escáner láser submarino.

**A. Aproximación geométrica**

Este apartado reúne primero tres principios bien conocidos, a saber, la reflexión, la refracción y la intersección del plano lineal correspondiente a la superficie final de proyección 100, sobre los cuales se construye el modelo matemático. A continuación, se revisa la composición de las coordenadas para transformar los puntos y vectores en diferentes marcos de referencia, así como los cuaterniones.

1) *Reflexión*: tal y como se aprecia en la Figura 1, el vector de dirección del haz de luz resultante de la reflexión de un rayo con vector  $V_{in}$  en una superficie con  $n$  normal (dado que  $V_{in}$  y  $n$  son vectores unitarios) se calcula como:

$$v_{out} = v_{in} - 2 (v_{in} \cdot n) n \tag{1}$$

2) *Refracción*: en el segundo caso, cuando un haz de luz 1 con vector  $V_{in}$  topa con una superficie de refracción con  $n$  normal que separa dos medios con coeficientes de refracción diferenciados, ( $\eta_{in}$  y  $\eta_{out}$ , respectivamente), y suponiendo que  $V_{in}$  y  $n$  son vectores unitarios, el vector de dirección del rayo refractado resultante puede expresarse como:

$$v_{out} = \frac{\eta_{in}}{\eta_{out}} (n \times (-n \times v_{in})) - n \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{in}}{\eta_{out}}\right)^2 (n \times v_{in}) \cdot (n \times v_{in})} \tag{2}$$

3) *Intersección de una recta con un plano:* el punto de intersección  $P$  entre una línea  $l = \lambda v + l_0$  y un plano  $\pi \equiv n \cdot x = d$  se calcula como:

$$P = l \cap \pi = \frac{d - n \cdot l_0}{n \cdot v} v + l_0 \quad (3)$$

5

4) *Composición:* la posición de un marco de coordenadas  $A$  con respecto al marco de coordenadas mundial  $W$  está dada por  ${}^{(W)}\xi_{\{A\}}$  pero, por simplicidad, a partir de ahora se denominará  $\xi_A$ . En el espacio tridimensional, se compone de 6 grados de libertad:

$$\xi_A = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (4)$$

10

Para cambiar el marco de referencia en el que se expresan las coordenadas tridimensionales de un punto, se utiliza generalmente la siguiente ecuación:

$${}^{\{W\}}P = {}^{\{W\}}t_{\{A\}} + {}^{\{W\}}R_{\{A\}} \{A\}P \quad (5)$$

15

donde  ${}^{\{W\}}t_{\{A\}}$  es la traslación relativa de  $\{A\}$  con respecto a  $\{W\}$  y  ${}^{\{W\}}R_{\{A\}}$  es la rotación relativa de  $\{A\}$  con respecto a  $\{W\}$ . Esta operación se llama composición y puede ser expresada en una forma más compacta:

20

$${}^{\{W\}}P = \xi_A \oplus \{A\}P \quad (6)$$

Las coordenadas de un vector pueden expresarse con respecto a un marco de coordenadas diferente simplemente girándola:

25

$${}^{\{W\}}v = {}^{\{W\}}R_{\{A\}} \{A\}v \quad (7)$$

Las líneas y los planos pueden caracterizarse utilizando un punto y un vector. Una recta se define por cualquier punto arbitrario en ella y su vector de dirección, mientras que un plano se representa por cualquier punto arbitrario en ella y su vector normal. Por lo tanto, la expresión de una recta o de un plano con respecto a un sistema de referencia diferente se reduce a la aplicación de la transformación correspondiente a su punto y vector de definición.

Cuaterniones: Un cuaternión normalizado es un cuaternión de la forma:

$$\mathbf{q} = q_w + \mathbf{i} q_x + \mathbf{j} q_y + \mathbf{k} q_z \quad (8)$$

10 Que cumple con la ecuación:

$$q_w^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 1 \quad (9)$$

Los cuaterniones pueden representar fácilmente las rotaciones alrededor de un eje determinado. La rotación de un ángulo  $\theta$  sobre un eje unitario  $u = [u_x \ u_y \ u_z]^T$  se puede expresar con el cuaternión normalizado:

$$\mathbf{q} = \cos(\theta/2) + \mathbf{i} u_x \sin(\theta/2) + \mathbf{j} u_y \sin(\theta/2) + \mathbf{k} u_z \sin(\theta/2) \quad (10)$$

20 La matriz de rotación 3x3 asociada a un cuaternión normalizado es:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 & 2q_xq_y + 2q_wq_z & 2q_xq_z - 2q_wq_y \\ 2q_xq_y - 2q_wq_z & 1 - 2q_x^2 - 2q_z^2 & 2q_yq_z + 2q_wq_x \\ 2q_xq_z + 2q_wq_y & 2q_yq_z - 2q_wq_x & 1 - 2q_x^2 - 2q_y^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

## B. Parámetros del modelo

25

La figura 3 muestra el modelo geométrico para explicar el procedimiento de proyección de un haz de luz 1 puntual sobre una superficie final de proyección 100 para el caso de tres medios distintos. En este caso particular, el haz de luz 1, se refiere preferentemente a un haz de luz

láser destinada a ser montado en un vehículo submarino. El modelo se compone de 4 elementos principales: un emisor 6 del haz de luz 1, a modo de fuente puntual de láser, unos medios de redireccionamiento 8 como, por ejemplo, un espejo biaxial o un espejo MEMS, una mirilla 14 plana, denominada en la técnica como puerto de visualización o más habitualmente por su versión inglesa *viewport*, utilizado como ventana transparente que separa un primer medio 2, que es el aire y un segundo medio 4 que es el agua diferentes, y un objetivo a escanear consistente en una superficie final de proyección 100. Finalmente, la mirilla 14 representa un tercer medio que puede ser de vidrio, plexiglás o similar. Al construir el modelo se han hecho las siguientes suposiciones:

10

- 1) *Haz de luz 1*: el haz de luz 1 en este caso es un láser que se considera como un haz de luz 1 puntual. Este haz de luz 1 emitido se modela como una línea recta, que representa el eje longitudinal central del haz de luz 1 real. Este haz de luz 1 está alineado con el eje  $x$  de su eje de referencia local  $\{L\}$ .

15

- 2) *Medios de redireccionamiento 8*: los medios de redireccionamiento 8, están formados por una superficie de reflexión para reflejar el haz de luz 1 incidente, que puede ser girada mediante un accionamiento motorizado. Por ejemplo, puede ser un espejo MEMS (de su acrónimo inglés *Micro-electro-mechanical system*) y en la figura están modelados en la figura como un prisma rectangular. Estos medios de redireccionamiento 8 pueden ser girados los primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro, respectivamente alrededor de dos de sus ejes  $(x, y)$ . El origen de su marco de referencia local  $\{M\}$  está situado en el centro de rotación 16. La superficie de reflexión de los medios de redireccionamiento 8 del espejo se representa entonces por el plano  $\pi_M$ , que está a una distancia  $t_M$  del centro de rotación, y cuya normal está alineada con la dirección local  $z'$ .

20

25

Tal y como se aprecia en la figura 3, el modelo de escáner láser submarino de esta forma de realización está dibujado en 2D sólo por simplicidad. En realidad, las direcciones y de los diferentes ejes de coordenadas no tienen por qué ser paralelas.

30

Tabla I: Parámetros del modelo.

Elemento	Parámetros
Láser	Posición $\xi_L$
Espejo	Posición $\xi_M$ Distancia al centro de rotación $t_M$ Pareja de ángulos $(\alpha_x, \alpha_y)$
Mirilla	Posición $\xi_M$ Espesor $t_V$ Índices de refracción $\eta_0, \eta_V, \eta_1$
Objetivo	Posición $\xi_T$

- 3) Mirilla 14: la mirilla 14 plano también está modelada como un prisma rectangular. El plano  $XY$  medio  $\pi_V$  es el plano de simetría que pasa por el origen de su eje de coordenadas de referencia local  $\{V\}$ . Paralelamente a él están los planos de refracción interior y exterior ( $\pi_V^0$  and  $\pi_V^1$ , respectivamente) a una distancia  $t_V/2$  de él. Ambos desvían el haz de luz 1 según los tres índices de refracción respectivos  $\eta_0, \eta_V$  y  $\eta_1$ . Los vectores normales de los 3 planos son paralelos a la dirección local  $z$ .
- 4) *Superficie final de proyección 100*: el objeto a escanear está representado por un plano que representa la superficie final de proyección 100,  $\pi_T$ . El plano que define la superficie final de proyección 100 pasa por el origen de su marco de coordenadas de referencia local  $\{T\}$  y su normal  $n_T$  está alineada con la dirección local  $z$ .

Los diferentes elementos del modelo se parametrizan según la tabla I. Una vez construido el modelo, según la invención, los únicos parámetros que pueden ser variados para realizar el escaneo de un objetivo son el primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro de los medios de redireccionamiento 8. Por lo tanto, se asume que todos los demás parámetros son constantes y se definen como  $\Gamma = [\xi_L \xi_M t_M \xi_V t_V \eta_0 \eta_V \eta_1 \xi_T]$ .

Como nota complementaria, cabe destacar que el modelo presentado para el escaneo submarino puede aplicarse inmediatamente al escaneo en el aire sin necesidad de una mirilla 14, ajustando los respectivos índices de refracción como sigue:  $\eta_0 = \eta_V = \eta_1$ .

---

Algoritmo 1 Cálculo de un punto S en {W} en función de los parámetros del modelo

---

```

1: procedure PROYECTAR( $\alpha_x, \alpha_y$ )
2:   // Láser
3:    $\{L\}r_L \leftarrow \lambda x \Rightarrow r_L \leftarrow \xi_L \oplus \{L\}r_L$ 
4:
5:   // Espejo
6:    $\{M\}\pi_M \equiv z' = \mathbf{R}(\alpha_x, \alpha_y) z = t_M \Rightarrow$ 
    $\pi_M \leftarrow \xi_M \oplus \{M\}\pi_M$ 
7:    $n_M \leftarrow \text{NORMAL}(\pi_M)$ 
8:    $P \leftarrow \text{INTERSECCIÓN}(r_L, \pi_M)$  ▷ eq. (3)
9:    $v_M \leftarrow \text{REFLEXIÓN}(v_L, n_M)$  ▷ eq. (1)
10:   $r_M \leftarrow \lambda v_M + P$ 
11:
12:  // Viewport (mirilla)
13:   $\{V\}\pi_V^0 \equiv z = -t_V/2 \Rightarrow \pi_V^0 \leftarrow \xi_V \oplus \{V\}\pi_V^0$ 
14:   $\{V\}\pi_V^1 \equiv z = +t_V/2 \Rightarrow \pi_V^1 \leftarrow \xi_V \oplus \{V\}\pi_V^1$ 
15:   $n_V \leftarrow \text{NORMAL}(\pi_V^0)$ 
16:   $Q \leftarrow \text{INTERSECCIÓN}(r_M, \pi_V^0)$  ▷ eq. (3)
17:   $v_V^0 \leftarrow \text{REFRACCIÓN}(v_M, n_V, \eta_0, \eta_V)$  ▷ eq. (2)
18:   $r_V^0 \leftarrow \lambda v_V^0 + Q$ 
19:   $R \leftarrow \text{INTERSECCIÓN}(r_V^0, \pi_V^1)$  ▷ eq. (3)
20:   $v_V^1 \leftarrow \text{REFRACCIÓN}(v_V^0, n_V, \eta_V, \eta_1)$  ▷ eq. (2)
21:   $r_V^1 \leftarrow \lambda v_V^1 + R$ 
22:
23:  // Superficie objetivo
24:   $\{T\}\pi_T \equiv z = 0 \Rightarrow \pi_T \leftarrow \xi_T \oplus \{T\}\pi_T$ 
25:   $S \leftarrow \text{INTERSECCIÓN}(r_V^1, \pi_T)$  ▷ eq. (3)
26: end procedure

```

---

### C. Aplicación del modelo

- 5 El primer objetivo del modelo es expresar la posición del punto escaneado S con respecto al marco de referencia global, en función de todos los parámetros del modelo. Es importante destacar que el punto S corresponde a la intersección entre la superficie final de proyección 100 y el haz de luz 1, y está contenido en una superficie de emisión objetivo  $\Phi$ , que preferentemente es un plano. En condiciones normales de operación, la superficie final de proyección 100 no es conocida a priori. Este hecho no constituye en ningún caso una limitación del procedimiento según la invención. En dichos casos, basta con definir una superficie final

de proyección 100 como un hipotético plano de proyección arbitrario y calcular el punto  $S$  como la intersección entre dicha superficie final de proyección 100 y el haz de luz 1. Como la superficie de emisión objetivo  $\Phi$  contiene tanto al punto  $S$  como al vector director del haz de luz 1  $r_v^1$ , el punto  $S$  resultante de la intersección del haz de luz 1 con cualquier superficie final  
 5 de proyección 100 arbitraria siempre estará contenido en la superficie de emisión objetivo  $\Phi$ .

Normalmente, dicho plano de proyección hipotético se define como paralelo al plano de la mirilla. También es corriente elegir una distancia de 1000 mm de la mirilla. Nótese, que dichas decisiones son arbitrarias y por lo tanto no son esenciales para la invención.

10

Formalmente,  $\{^W\}S = f(\Gamma, [\alpha_x, \alpha_y])$ . Puesto que todos los parámetros en  $\Gamma$  se asumen constantes, para una determinada configuración del escáner, el punto iluminado  $S$  final sólo depende de una pareja de primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro de los medios de redireccionamiento  
 8:

15

$$\{^W\}S = f(\alpha_x, \alpha_y) \tag{12}$$

La implementación de la función  $f$  se muestra conceptualmente en el algoritmo 1. A partir de ahora, se supone que todas las variables están referidas al eje de coordenadas globales  $\{W\}$ ,  
 20 a menos que se indique explícitamente lo contrario. Téngase en cuenta que esta implementación es conceptual. Por ejemplo,  $r_L \leftarrow \xi_L \oplus \{^L\}r_L$  en la línea 3 del algoritmo, significa que el haz de luz 1 láser  $r_L$  en el marco de coordenadas mundiales se obtiene de la posición del láser  $\xi_L$  y su ecuación relativa al marco local  $\{^L\}r_L$ . En realidad, esta operación se lleva a cabo como se explica en el apartado A-4).

25

La matriz de rotación  $R(\alpha_x, \alpha_y)$  en la línea 6 del algoritmo se construye como una multiplicación de dos matrices: una que expresa la rotación alrededor del eje  $y$  de los medios de redireccionamiento 8 y otra alrededor de  $x$ . La primera matriz  $R_y(\alpha_y)$  es la típica matriz de rotación de 3x3 del primer ángulo  $\alpha_y$  de giro alrededor del eje  $y$ . Sin embargo, la construcción  
 30 de la segunda matriz no es tan directa, porque la rotación se produce alrededor del eje  $x$  sin rotar, en lugar de  $x'$  (véase la figura 3). Esta rotación puede expresarse mediante un cuaternión (véase el apartado anterior A-5)). Los valores  $\theta = \alpha_x$  y  $u = [\cos\alpha_y, 0, \sin\alpha_y]^T$  pueden ser introducidos en la ecuación 10. El valor de  $u$  es la proyección del eje  $x$  local original del MEMS

sobre el sistema de referencia girado  $\{x', y', z'\}$  (véase la figura 3). Luego, el cuaternión resultante puede convertirse en una matriz de rotación  $R_x(\alpha_x, \alpha_y)$  con la ecuación 11 (nótese que su dependencia de  $\alpha_y$  es introducida por  $u$ ). La matriz de rotación final se obtiene multiplicando ambas matrices:

5

$$\mathbf{R}(\alpha_x, \alpha_y) = \mathbf{R}_y(\alpha_y) \mathbf{R}_x(\alpha_x, \alpha_y) \quad (13)$$

#### D. Aplicación del modelo inverso

10 El modelo propuesto se utiliza en la invención para resolver el problema inverso: dado un punto a escanear  $S$  predeterminado, ¿qué parejas de primeros y segundos ángulos  $[\alpha_x \alpha_y]$  deben girar los medios de redireccionamiento 8? Este es un problema muy relevante porque al resolverlo permite proyectar el haz de luz 1 láser en cualquier dirección arbitraria dentro de su campo de visión, también denominado en la técnica FoV, por su acrónimo inglés *Field of*  
 15 *View*. Esto es directamente aplicable al escaneo 3D: cuando se escanea un objetivo, el haz de luz 1 láser debe ser dirigido para proyectar un patrón dado en la escena. Este patrón es un conjunto de puntos de ajuste conocidos que el láser necesita para iluminar en un orden particular. Utilizando unos medios de redireccionamiento 8 como, por ejemplo, un espejo MEMS biaxial y resolviendo el problema inverso antes mencionado, en principio, cualquier  
 20 patrón arbitrario puede ser proyectado.

Tal y como ha sido expresado en la sección anterior, en condiciones normales de operación, la superficie final de proyección 100 no es conocida a priori. Sin embargo, este hecho no constituye en ningún caso una limitación del sistema según la invención. En dichos casos,  
 25 basta con definir un hipotético plano de proyección arbitrario (ver por ejemplo la figura 11) y calcular la curva definida por la intersección entre dicho plano y la superficie de emisión objetivo  $\Phi$ :

$$l = \Phi \cap \pi_T$$

30

Después, se toma cualquier punto  $S$  que esté contenido en dicha curva y que quede dentro del campo de visión  $FoV$  del sistema:

$$S \in l$$

5

Resolver el problema inverso significa invertir la función  $f$  en la ecuación (12). Sin embargo, hacerlo analíticamente es una tarea muy compleja porque las variables de la pareja de primer y segundo ángulos  $[\alpha_x, \alpha_y]$  de giro aparecen varias veces con diferentes exponentes y dentro de diferentes funciones trigonométricas. Por lo tanto, preferentemente en la invención se basa un enfoque numérico.

10

1) *Un solo punto*: La pareja de primer y segundo ángulos  $[\alpha_x^*, \alpha_y^*]$  de giro que logra la proyección del punto  $S$  en el objetivo, es decir, en la superficie final de proyección 100, debe cumplir con la ecuación:

15

$$[\alpha_x^* \ \alpha_y^*] = f^{-1}(S). \quad (14)$$

Estos valores se pueden calcular de forma iterativa utilizando el solucionador de Ceres de mínimos cuadrados no lineales, como el que se encuentra en el sitio <http://ceres-solver.org/>.

20 Para ello, el error residual a minimizar es el siguiente:

$$r = \|\mathbf{S} - f(\alpha_x, \alpha_y)\|^2 \quad (15)$$

Como en cualquier solucionador iterativo, se requiere una conjetura inicial. En este problema, comenzar con  $\alpha_x = \alpha_y = 0^\circ$  es usualmente lo suficientemente bueno para que el solucionador converja hacia la solución.

25

30

2) *Función aproximada*: Los patrones de escaneo 3D reales pueden estar compuestos de cientos o miles de puntos de ajuste. Una forma directa de calcular las parejas de primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro requeridos sería calcular cada pareja de primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro correspondientes a cada punto de ajuste, como se ha visto antes. Este enfoque, sin embargo, no sería eficiente. En principio, encontrar un enfoque más

eficiente podría permitir que el patrón de proyección se cambiase en tiempo real. Esto permitiría que el sensor encargado de captar el patrón de luz proyectado aumentase su resolución en áreas interesantes de la FoV a medida que escanease o que la disminuyese para acelerar la reconstrucción 3D.

5

Un patrón arbitrario  $\Omega$  que consiste en  $n$  puntos puede ser expresado como:

$$\Omega = \mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (16)$$

10 Donde:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^1 \\ \mathbf{S}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}^n \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} f(\alpha_x^1, \alpha_y^1) \\ f(\alpha_x^2, \alpha_y^2) \\ \vdots \\ f(\alpha_x^n, \alpha_y^n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

En consecuencia, para proyectar el patrón, el conjunto de parejas de primer y segundo ángulos  $(\alpha_x, \alpha_y)$  de giro necesarios puede ser calculado como:

15

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{f}^{-1}(\Omega) \quad (18)$$

Igual que anteriormente, encontrar la expresión analítica de la función inversa  $\mathbf{f}^{-1}$  es complejo. En cambio, sería muy beneficioso encontrar una función  $g$  más simple y aproximada, que produjera valores aproximados para la pareja de primer y segundo ángulos  $[\tilde{\alpha}_x \tilde{\alpha}_y]$  correspondientes a un punto de proyección arbitrario  $S$  sobre la superficie final de proyección 100:

20

$$[\tilde{\alpha}_x \tilde{\alpha}_y] = g(\mathbf{S}) \quad (19)$$

25

Estos valores se utilizarían entonces para proyectar un punto de ajuste aproximado  $\check{S}$  sobre la superficie final de proyección, que sería lo suficientemente cercano a la  $S$  original:

$$\tilde{\mathbf{S}} = f(\tilde{\alpha}_x, \tilde{\alpha}_y) \approx \mathbf{S} \quad (20)$$

Esto se haría para todos los puntos del patrón:

5

$$\tilde{\Omega} = f(g(\Omega)) \approx \Omega \quad (21)$$

Más específicamente, la función  $g$  es elegida para ser un polinomio de 5º grado en  $S_x$  y  $S_y$ :

$$\tilde{\alpha}_x = g(S_x, S_y, \sigma_x) \quad (22)$$

10

$$\tilde{\alpha}_y = g(S_x, S_y, \sigma_y)$$

$\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son los vectores del coeficiente del polinomio que dan los correspondientes ángulos aproximados  $\tilde{\alpha}_x$  y  $\tilde{\alpha}_y$ , respectivamente. No se utiliza la componente  $z$  de  $\mathbf{S}$  porque es un parámetro redundante que viene determinado por la posición del plano de destino  $\pi_T$  en la superficie final de proyección 100.

15

Los vectores de coeficientes  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  se encuentran numéricamente usando el solucionador Ceres, consultable en línea en el sitio <http://ceres-solver.org>. En primer lugar, se define un patrón arbitrario  $\Omega$  que contiene  $n$  puntos de ajuste. Luego, el residuo que se pasa al solucionador es:

20

$$r = \sum_{0 \leq i \leq n} \|\mathbf{S}^i - f(\tilde{\alpha}_x^i, \tilde{\alpha}_y^i)\|^2 \quad (24)$$

donde  $\tilde{\alpha}_x^i$  y  $\tilde{\alpha}_y^i$  se calculan usando las ecuaciones (22) y (23). La expresión formal conjunta resultante para los vectores de coeficiente optimizado  $[\sigma_x^* \ \sigma_y^*]$  es entonces:

25

$$\begin{aligned}
 [\sigma_x^* \ \sigma_y^*] &= \arg \min_{\sigma_x, \sigma_y} \\
 &\sum_{0 \leq i \leq n} \|S^i - f(g(S_x^i, S_y^i, \sigma_x), g(S_x^i, S_y^i, \sigma_y))\|^2
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Para evaluar el rendimiento de la función aproximada propuesta, se utiliza un patrón consistente en 50x50 puntos de ajuste equidistantes repartidos por todo el campo de visión o FoV. Los valores de todos los diferentes parámetros de los sensores se recogen en la tabla II. Téngase en cuenta que en esta forma de realización la superficie final de proyección 100 se encuentra a una distancia de 1 m de los medios de redireccionamiento 8, es decir el espejo MEMS.

10 Tabla II, valores nominales para los parámetros del modelo.

Las unidades están expresadas en milímetros para las longitudes y en grados para los ángulos.

$\xi_L = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$\xi_M = [10 \ \delta \ \delta \ 0 \ \theta_M \ 0]^T$
$\xi_V = [0 \ 0 \ l_V \ 0 \ \theta_V \ 0]^T$	$\xi_T = [0 \ 0 \ 1000 \ 0 \ \theta_T \ 0]^T$
$\delta = 0$	$\theta_M = -70$
$l_V = 100$	$\theta_V = 0$
$\theta_T = 0$	
$t_M = 0$	$t_V = 20$
$\eta_0 = 1.00$	$\eta_V = 1.51$
$\eta_1 = 1.33$	$\alpha_x, \alpha_y = [-5, 5]$

15 El cálculo de cada pareja de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro correspondientes a cada uno de los puntos de ajuste precisa alrededor de 7 s para un patrón de este tipo. Si se requiriera un cambio de patrón, habría que calcular nuevas parejas de ángulos una vez más, a menos que algunos de los puntos de ajuste pudieran reutilizarse o interpolarse. Utilizando el enfoque aproximado, el tiempo necesario para calcular todas las parejas de primeros y  
 20 segundo ángulos ( $\alpha_x, \alpha_y$ ) de giro se reduce en gran medida a 7 ms para el mismo patrón. Por lo que respecta a la precisión, las distancias máxima y media de punto a punto entre los

patrones deseado y aproximado son de 0,013 mm y 0,002 mm, respectivamente. Las parejas de ángulos resultantes calculadas con la función aproximada son también muy similares a los obtenidos, punto por punto: sus diferencias máximas y medias son de 0,12° y 0,07°, respectivamente. Estos resultados confirman que el polinomio de 5° grado es una función de

5 aproximación adecuada para  $f^1$ , ya que permite reducir el tiempo de cálculo manteniendo una precisión muy alta. El cálculo de los vectores de los coeficientes  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  lleva alrededor de 1 minuto, pero sólo es necesario hacerlo una vez porque sólo variarían si algunos de los parámetros del sensor cambiaran.

10 El 5° grado del polinomio  $g$  ha sido elegido heurísticamente. Se podrían llevar a cabo investigaciones adicionales para detectar funciones potencialmente más apropiadas. Sin embargo, dado que los tiempos de evaluación de los diferentes grados polinómicos son muy similares, su uso probablemente no aumentaría notablemente el rendimiento del sensor.

15 **E. Estudio de la influencia de los parámetros**

Este apartado tiene por objeto examinar la influencia que tiene cada uno de los parámetros del modelo en el rendimiento global. Con el fin de estudiar el efecto individual de cada parámetro, se modificarán uno a uno mientras se mantiene el resto constante. Los valores

20 nominales de todos los parámetros se recogen en la tabla II, antes mostrada. Las poses  $\xi$  de todos los elementos están referidas al marco de coordenadas mundiales  $\{W\}$ . Los ángulos de rotación alrededor de los ejes y locales de los medios de redireccionamiento 8, de la mirilla o *viewport* y del objetivo se representan con  $\theta_M$ ,  $\theta_y$  y  $\theta_T$ , respectivamente.  $\delta$  es el desplazamiento del marco de referencia del espejo  $\{M\}$  en las direcciones mundiales  $y$  y  $z$ .  $l_V$  la posición del

25 marco de referencia de la mirilla en la dirección del mundo  $z$ .

Téngase en cuenta que en esta configuración:

$$\beta = 90^\circ + \theta_M \tag{26}$$

30 donde  $\beta$  es el ángulo definido por el haz de luz 1 láser y la normal del plano de los medios de redireccionamiento 8 cuando  $ax = ay = 0$  (ver figura 3).

En esta forma de realización, los distintos índices de refracción  $\eta$  son elegidos del aire, el plexiglás y el agua, respectivamente. El ángulo de giro mecánico máximo para ambos ejes de

los medios de redireccionamiento 8, es de decir el espejo MEMS es de 5°, lo que hace que el campo de visión mecánica horizontal y vertical, también denominada *Field of View* (FoV) sea igual a 10°. Este es un valor típico para los espejos MEMS.

5 La sección está estructurada de la siguiente manera: en primer lugar, en la sección E.1 se explica magnitud del error que resulta de una mala calibración de cada parámetro individualmente. A continuación, en la sección E.4 se describen otras fuentes de error en la proyección final. Finalmente, el efecto de los parámetros en el FoV del escáner se estudia en la sección E.4.

10

E.1 Efecto del error de calibración de los parámetros individuales.

El modelo que se presenta tiene como objetivo evaluar y reducir los errores de proyección del haz de luz 1 de un escáner submarino.

15

La principal fuente de errores de proyección es la mala calibración de los parámetros. Un parámetro está mal calibrado cuando su valor real difiere de su valor nominal. El error de proyección introducido por esta mala calibración se define como la distancia entre la posición nominal (esperada) de un punto  $S$  y su posición desviada (real)  $S_m$ .

20

Los errores de proyección debidos a parámetros mal calibrados se muestran en la figura 4. La métrica utilizada en todos sus ejes verticales es la distancia media entre la proyección nominal y la mal calibrada para cada punto proyectado (para  $n$  puntos de ruta en total, con  $n = 100$ ):

$$\text{Error medio} = \frac{1}{n} \sum_{0 \leq i < n} \|S^i - S_m^i\| \quad (27)$$

25

De estas cifras se pueden extraer varias conclusiones. En primer lugar, puede verse que  $\theta_M$  (directamente relacionado con  $\beta$ , véase la ecuación (26)) es un parámetro muy crítico: una ligera desviación de su valor nominal de sólo 0,2° hace que el error aumente rápidamente (véase la figura 4a). Análogamente, una desviación del valor de  $\theta_V$  de sólo medio grado causa un error medio muy superior a 1 mm (véase la figura 4d). En lo que respecta al índice de

30

refracción del agua, cabe señalar que, en general, depende de diferentes factores, como la longitud de onda de la luz, la salinidad y la temperatura. Para una fuente de láser verde de longitud de onda  $\lambda = 532$  nm, el índice de refracción del agua de mar  $\eta_1$  se sitúa entre 1330 y 1345 para una amplia gama de valores de salinidad. Una discrepancia de este orden implicaría un error promedio de alrededor de 1 mm (véase la figura 4g).

Además, las posibles variaciones de  $\delta$  y  $t_M$  consideradas son de hasta 1,5 mm, ya que eso es del orden del diámetro de un espejo MEMS típico. Estos valores son suficientes para causar desviaciones notables, especialmente si la precisión requerida es submilimétrica (ver figuras 4b y 4c).

Por otra parte, la influencia de un espesor de la mirilla ligeramente mal calibrado no es demasiado alta (1 cm de desviación supone un error medio de alrededor de 0,3 mm, véase la figura 4f). Del mismo modo, un error en la distancia de la mirilla de hasta 1 cm no haría que el error medio aumentara más de 0,4 mm (véase la figura 4e). En estos dos últimos casos, existen instrumentos de medición estándar que pueden proporcionar fácilmente mediciones de longitudes con una precisión superior a 1 cm.

## E.2 Otras fuentes de error

El modelo presentado permite la investigación de diferentes fuentes de errores, aparte de la mala calibración de los parámetros. Esta sección estudia la magnitud de los errores de proyección con parámetros perfectamente calibrados. Las fuentes de error consideradas dependen del número de puntos de ruta utilizados por línea (sección E.2-1 a continuación) y de la distancia real a la superficie final de proyección 100 (sección E.2-2 a continuación). El objetivo de esta sección es ayudar a tener una visión más profunda sobre qué valores de los parámetros nominales son óptimos.

En los siguientes resultados, tanto la mirilla como el de la superficie final de proyección 100 se mantienen perpendiculares al haz de luz 1 láser reflejado saliente cuando  $\alpha_x = \alpha_y = 0^\circ$  (véase la figura 5). Por lo tanto:

$$\theta_V = \theta_T = 90^\circ + 2\theta_M \quad (28)$$

1) *El número de puntos de ruta por línea:* El modelo presentado puede utilizarse para compensar las distorsiones introducidas por unos medios de redireccionamiento  $\theta$ , tales como espejo biaxial, y por la doble refracción de esta forma de realización, que dependen principalmente de  $\beta$  (véase la figura 8). De esta manera, puede calcular los ángulos necesarios para proyectar un número determinado de puntos de ruta, también denominados como *waypoints*, en sus posiciones deseadas. No obstante, el movimiento de los medios de redireccionamiento  $\theta$  entre los puntos de ruta sigue las trayectorias distorsionadas que se muestran en la figura 7, introduciendo una distorsión con respecto a la línea recta correspondiente.

La desviación  $\Delta$  del patrón de luz real del deseado depende en gran medida del número de puntos de ruta utilizados por línea, como se muestra en la figura 7. Las líneas curvas muestran las trayectorias reales del haz de luz 1 una vez proyectado sobre la superficie final de proyección 100 entre los puntos de ruta. Intuitivamente, la desviación  $\Delta$  debería disminuir cuando se utilizan más puntos de ruta por línea: cuanto menor sea la distancia entre dos puntos de ruta consecutivos, menor será también la desviación  $\Delta$ . La evolución real se muestra en la figura 8.

Se pueden sacar algunas conclusiones de estas tramas. En general, cuanto mayor sea el número de puntos de ruta por línea, menor será la desviación. Sin embargo, esto introduce una contrapartida, ya que el aumento del número de puntos de ruta por línea puede significar, en principio, mayores requisitos de capacidad memoria de cálculo y tiempo de escaneo.

La desviación también puede reducirse al mínimo reduciendo  $\beta$  (véase la figura 8a). Este es un resultado esperado, ya que un  $\beta$  más pequeño introduce naturalmente menos desviación, como se ve en la figura 6. Sin embargo, esta reducción suele estar limitada en la práctica por el módulo láser (o una combinación alternativa de espejos), que obstruiría la luz reflejada para  $\beta \rightarrow 0^\circ$ . Otra razón para mantener  $\beta$  lo más pequeño posible es aumentar la superficie reflectante efectiva del espejo (en realidad, un haz de luz láser 1 tiene un determinado diámetro de haz y no es una línea 1D).

De manera similar, el aumento de  $\theta_v$  en la dirección negativa tiene una influencia positiva en la desviación del patrón (véase la figura 8c). Sin embargo, hacer que  $\theta_v \neq 0^\circ$  tiene otras implicaciones (véase el siguiente apartado). El resto de los parámetros ( $\delta$ ,  $l_v$  y  $t_v$ ) tienen una influencia mucho menor (véanse las figuras 8b, 8d y 8e).

5

- 2) *Diferente distancia del objetivo*: El conjunto de ángulos necesarios para proyectar líneas rectas depende de la distancia a la superficie final de proyección 100, por lo que hay que elegir un cierto valor como nominal. Sin embargo, durante la exploración real, el objetivo puede estar a una distancia diferente, que no se conoce a priori. Este hecho hace que los puntos de proyección correspondientes a la misma línea no estén exactamente uno encima del otro, ya que la superficie final de proyección no tiene porqué ser un plano. La razón de ello es que la doble refracción producida al cambiar dos veces de medio, hace que los puntos  $R^i$  de la figura 3 no formen una línea perfectamente recta. Por lo tanto, los planos de luz salientes son en realidad superficies curvadas con curvaturas muy leves.

10

15

Con el fin de evaluar la magnitud real del error, se ajustó una línea recta usando los mínimos cuadrados a cada línea de puntos de ruta  $S_i$ . La métrica utilizada es la distancia máxima desde los puntos del patrón hasta su correspondiente línea ajustada. Los resultados se muestran en la figura 9.

20

Se puede ver que los parámetros más influyentes son la distancia y la orientación de la mirilla. Con una elección acertada de una pequeña distancia de observación  $l_v$  y con  $\theta_v = 0^\circ$ , la distancia máxima a la correspondiente línea ajustada es muy inferior a 0,05 mm (véanse las figuras 9c y 9d), incluso si el objetivo escaneado se encuentra a una distancia de 4 m (mientras que los ángulos han sido calibrados para 1 m). El resto de los parámetros ( $\beta$ ,  $\delta$  y  $t_v$ ) tienen una influencia mucho menor en la magnitud de este error (véanse las figuras 9a, 9b y 9e).

25

30

- 3) Campo de visión (FoV)

Una característica relevante del rendimiento de un escáner es su campo de visión, más comúnmente denominado FoV, acrónimo del inglés *Field of View*, que debe ser lo más grande posible. En el modelo presentado, el área cubierta por el FoV depende

principalmente de  $\beta$ , como se muestra en la figura 10. Según este gráfico, la reducción de  $\beta$  también contribuye a aumentar la FoV del escáner.

5 A continuación, sobre la base de la figura 11, muestra un conjunto de escaneo 102 a través del cual se explica en detalle el procedimiento según la invención aplicado a su forma más general, que es en la que se produce un único cambio de medio. Cabe destacar que la figura 4 es una representación esquemática que tiene por objeto de facilitar la comprensión del procedimiento según la invención.

10 La invención prevé un procedimiento de proyección de un haz de luz 1 puntual sobre la superficie final de proyección 100, debiendo el haz de luz 1 ser un haz de luz puntual como, por ejemplo, una luz láser. Con el objeto de explicar de manera sencilla la invención, la superficie final de proyección 100 se representa como un plano. En la práctica, la superficie final de proyección 100 puede presentar cualquier forma y ser completamente irregular.

15 En este caso, el haz de luz 1 debe pasar a través de un primer medio 2 con un primer índice de refracción y un segundo medio 4 con un segundo índice de refracción. En esta forma de realización el primer medio es aire, mientras que el segundo medio puede ser agua. Por lo tanto, el primer y segundo índices de refracción son distintos entre sí, como para que en  
20 condiciones normales esta diferencia cause la refracción en el haz de luz 1 y por lo tanto la deformación del haz de luz 1.

En el caso de proyectar un único punto, el procedimiento comprende las etapas de proporcionar un emisor 6 de luz para emitir el haz de luz 1 puntual. Como ya se ha comentado,  
25 el haz de luz 1 es preferentemente un haz de luz 1 láser. Además, en la invención también se proporcionan unos medios de redireccionamiento 8 de luz para redireccionar el haz de luz 1 puntual sobre la superficie final de proyección 100. Preferentemente, para maximizar la velocidad de proyección, los medios de redireccionamiento 8 son un espejo MEMS. No obstante, dentro del alcance de la invención se contemplan otras soluciones como espejos  
30 convencionales motorizados, espejos galvanométricos u otras.

Los medios de redireccionamiento 8 están dispuestos a una distancia D conocida y constante respecto al emisor 6. Esto no significa que los medios de redireccionamiento 8 sean estáticos o inmóviles, sino que la distancia lineal relativa entre el punto de salida del haz de luz del

emisor 6 y los primer y segundo ejes x, y de los medios de redireccionamiento 8 es constante. Así, los medios de redireccionamiento 8 están montados de manera que pueden girar alrededor de estos primer y un segundo ejes x, y de rotación mostrados en la figura 4.

5 Así, el procedimiento según la invención comprende las etapas adicionales de, conocidos los índices de refracción del primer y segundo medios 2, 4, es decir, aire y agua, calcular previamente una pareja de ángulos formada por un primer ángulo  $\alpha_x$  de giro para girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor del primer eje x de rotación y un segundo ángulo  $\alpha_y$  de giro para girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor del segundo eje y de rotación.  
10

Tal y como se ha comentado ya en los párrafos anteriores, esta etapa de cálculo según el algoritmo explicado en los párrafos anteriores se incluyen los primer y segundo índices de refracción para obtener la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro. De esta forma, los primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro de los medios de redireccionamiento 8 calculados, son tales permiten compensar la refracción del haz de luz 1, redireccionado por los medios de redireccionamiento 8 al pasar por el segundo medio 4.  
15

Una vez calculada la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro se giran los medios de redireccionamiento 8 alrededor de los primer y segundo ejes de rotación x, y según la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro calculados previamente.  
20

De esta forma, una vez que los medios de redireccionamiento 8 han sido girados alrededor de los primer y segundo ejes x, y de rotación para compensar la refracción que sufrirá la luz al cambiar del primer al segundo medio 2, 4, se emite el haz de luz 1 puntual sobre dichos medios de redireccionamiento 8 para la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ .  
25

Gracias a ello, el haz de luz 1 puntual, una vez redirigido por los medios de redireccionamiento 8, al pasar por el segundo medio 4, está contenido en una superficie de emisión objetivo  $\Phi$ . Esta superficie de emisión objetivo  $\Phi$  corresponde a la superficie en la que estaría contenido el haz de luz 1 cuando es proyectado en la dirección deseada para compensar la refracción. Es decir, preferentemente el plano correspondiente al plano que compensa la refracción del haz de luz 1 al cambiar de medio. Finalmente, el haz de luz 1 contenido en la superficie de emisión objetivo  $\Phi$  es proyectado sobre la superficie final de proyección 100, es decir que al  
30

intersecar el haz de luz 1 girado previamente por los medios de redireccionamiento 8 con la superficie final de proyección 100, se obtiene el correspondiente punto S explicado en los párrafos anteriores en particular en el apartado D.

- 5 En la figura 11, para facilitar la comprensión de la invención, se indica también con la referencia S', el punto correspondiente a la intersección del haz de luz 1 en caso de que no se hubiesen girado los medios de redireccionamiento 8 según la pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro que compensan la refracción del haz de luz 1.
- 10 En la forma preferente de la invención tiene por objetivo maximizar la velocidad de proyección en la etapa de cálculo se calcula previamente una pluralidad de parejas de primeros ángulos  $\alpha_x$  de giro para girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor del primer eje x de rotación y segundos ángulos  $\alpha_y$  de giro para girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor del segundo eje y de rotación.
- 15 Como ya se ha comentado previamente, la etapa de cálculo incluye los primer y segundo índices de refracción para que cada pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro de la pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro calculada compense la refracción de cada haz de luz 1 redireccionado por dichos medios de redireccionamiento 8 al
- 20 pasar por dicho segundo medio 4, y una vez terminada la etapa de cálculo, para cada pareja de primeros y segundos ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro, se realizan de forma secuencial las etapas de girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor de los primer y segundo ejes de rotación x, y según las parejas de primeros y segundos ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro correspondientes, calculados previamente, y emitir un haz de luz 1 puntual sobre los medios de
- 25 redireccionamiento 8 para cada pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ . Finalmente, se repiten las etapas de girar y emitir ahora descritas hasta la última pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de la pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ . Haciendo esto, cada haz de luz 1 puntual emitido, al pasar por dicho segundo medio 4, está contenido en la superficie de emisión objetivo  $\Phi$ , es decir, que el efecto de la refracción queda
- 30 compensado para todos y cada uno de los haces de luz 1 emitidos para cada pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  previamente calculada, de la pluralidad de parejas de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  correspondientes.

En una forma de realización alternativa del procedimiento según la invención las etapas de:

[c] calcular previamente una pareja formada por:

[i] un primer ángulo  $\alpha_x$  de giro para girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor del primer eje x de rotación y

[ii] un segundo ángulo  $\alpha_y$  de giro para girar dichos medios de redireccionamiento 8 alrededor del segundo eje y de rotación,

[iii] incluyéndose en la etapa de cálculo los primer y segundo índices de refracción para que la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro compensen la refracción del haz de luz 1 redireccionado por los medios de redireccionamiento 8 al pasar por el segundo medio 4,

[d] girar los medios de redireccionamiento 8 alrededor de los primer y segundo ejes de rotación x, y según la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro calculados previamente, y

[e] emitir un haz de luz 1 puntual sobre los medios de redireccionamiento 8 para la pareja de primer y segundo ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ , de manera que dicho haz de luz 1 puntual, al pasar por dicho segundo medio 4, esté contenido en una superficie de emisión objetivo  $\Phi$ ,

se realizan conjuntamente y de forma secuencial para una pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  de giro, de manera que cada haz de luz 1 puntual, al pasar por dicho segundo medio 4, esté contenido en dicha superficie de emisión objetivo  $\Phi$ .

Finalmente, la figura 12 muestra un conjunto de escaneo esquemático, destinado a un vehículo submarino. En este caso, el conjunto se diferencia de la forma de realización de la figura 11 en que se producen tres cambios de medio. Así, el primer medio 2 es aire, el segundo medio 4 es agua, mientras que el tercer medio es la mirilla formada por un medio sólido y transparente, como por ejemplo de vidrio o de plexiglás. Para el resto de elementos, se hace referencia a los párrafos anteriores referentes a la figura 11.

También sobre la base de esta forma de realización, se describe a continuación el procedimiento de escaneo por láser según la invención. El procedimiento comprende las etapas del procedimiento de proyección de un haz de luz 1 puntual explicadas en los párrafos anteriores. Pero además, comprende las etapas de proporcionar un receptor 10 de luz, disponer los primeros medios de redireccionamiento 8 y el receptor 10 de luz separados a una distancia predeterminada conocida que define una línea de base 18, captar un área de escaneo 12 de la superficie final de proyección 100 que debe ser caracterizada a través de

del receptor de luz 10, conteniendo el área el haz de luz 1 proyectado sobre la superficie final de proyección 100, y finalmente, sincronizar la emisión de haz de luz y la captación por parte del receptor 10 de luz a través de unos medios de control 14 funcionalmente asociados al emisor 6 y el receptor 10 de luz.

5

**REIVINDICACIONES**

- 1.- Procedimiento de proyección de un haz de luz (1) puntual sobre un punto (S) de una superficie final de proyección (100), debiendo dicho haz de luz (1) puntual pasar a través de por lo menos un primer medio (2) con un primer índice de refracción y un segundo medio (4) con un segundo índice de refracción y siendo dichos primer y segundo índices de refracción distintos entre sí, dicho procedimiento comprendiendo las etapas de:
- [a] proporcionar un emisor (6) de luz para emitir dicho haz de luz (1) puntual, y
  - [b] proporcionar unos medios de redireccionamiento (8) de luz para redireccionar dicho haz de luz (1) puntual sobre dicha superficie final de proyección (100), estando dichos medios de redireccionamiento (8) dispuestos a una distancia conocida respecto a dicho emisor (6) y montados de manera que pueden girar alrededor de un primer y un segundo ejes (x, y) de rotación,
- caracterizado por que** dicho procedimiento además comprende las etapas de:
- [c] calcular previamente una pareja formada por:
    - [i] un primer ángulo ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y
    - [ii] un segundo ángulo ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación,
    - [iii] incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro compensen la refracción de dicho haz de luz (1) redireccionado por dichos medios de redireccionamiento (8) al pasar por dicho segundo medio (4),
  - [d] girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dichos primer y segundo ejes de rotación (x, y) según dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y
  - [e] emitir un haz de luz (1) puntual sobre dichos medios de redireccionamiento (8) para dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ), de manera que dicho haz de luz (1) puntual, una vez redirigido por dichos medios de redireccionamiento (8), al pasar por dicho segundo medio (4), sea proyectado sobre un punto (S) de dicha superficie final de proyección (100).

2.- Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado por que**

[a] en dicha etapa de cálculo se calcula previamente una pluralidad de parejas de:

[i] primeros ángulos ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y

5 [ii] segundos ángulos ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación,

[iii] incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que cada pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro de dicha pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro compense la refracción de cada haz de luz (1) redireccionado por dichos medios de redireccionamiento (8) al pasar por dicho segundo medio (4), y

una vez terminada dicha etapa de cálculo, para cada pareja de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro, se realizan de forma secuencial dichas etapas de:

15 [b] girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dichos primer y segundo ejes de rotación (x, y) según dichas parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y

[c] emitir un haz de luz (1) puntual sobre dichos medios de redireccionamiento (8) para cada pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ), y

20 [d] repetir dichas etapas [b] y [c] hasta la última pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de dicha pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ),

de manera que cada haz de luz (1) puntual, al pasar por dicho segundo medio (4), y sea proyectado sobre dicho punto (S) correspondiente de dicha superficie final de proyección (100).

25 3.- Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado por que** dichas etapas de:

[c] calcular previamente una pareja formada por:

[i] un primer ángulo ( $\alpha_x$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho primer eje (x) de rotación y

30 [ii] un segundo ángulo ( $\alpha_y$ ) de giro para girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dicho segundo eje (y) de rotación,

[iii] incluyéndose en dicha etapa de cálculo dichos primer y segundo índices de refracción para que dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro compensen la refracción de dicho haz de luz (1) redireccionado por dichos medios de redireccionamiento (8) al pasar por dicho segundo medio (4),

[d] girar dichos medios de redireccionamiento (8) alrededor de dichos primer y segundo ejes de rotación (x, y) según dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro calculados previamente, y

5 [e] emitir un haz de luz (1) puntual sobre dichos medios de redireccionamiento (8) para dicha pareja de primer y segundo ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ), de manera que dicho haz de luz (1) puntual, al pasar por dicho segundo medio (4), sea proyectado sobre dicho punto (S) de dicha superficie final de proyección (100),

se realizan conjuntamente y de forma secuencial para una pluralidad de parejas de primeros y segundos ángulos ( $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ) de giro, de manera que cada haz de luz (1) puntual, al pasar por  
10 dicho segundo medio (4), sea proyectado sobre dicho punto (S) correspondiente de dicha superficie final de proyección (100).

4.- Procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 3, **caracterizado por que** comprende por lo menos un tercer medio con un tercer índice de refracción y siendo dichos  
15 primer, segundo y tercer índices de refracción distintos entre sí.

5.- Procedimiento según la reivindicación 4, **caracterizado por que** dicho primer medio (2) es aire, dicho segundo medio (4) es agua y dicho tercer medio es un medio sólido y transparente.

20 6.- Procedimiento de escaneo por láser para obtener una caracterización de la forma de una superficie final de proyección (100), **caracterizado por que** comprende las etapas del procedimiento de proyección de un haz de luz (1) puntual según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5, y además comprende las etapas de:

- [a] proporcionar un receptor (10) de luz,
- 25 [b] disponer dichos primeros medios de redireccionamiento (8) y dicho receptor (10) de luz separados a una distancia predeterminada conocida que define una línea de base (18),
- [c] captar un área de escaneo (12) de dicha superficie final de proyección (100) que debe ser caracterizada a través de dicho receptor de luz (10), conteniendo dicha área  
30 dicho haz de luz (1) proyectado sobre dicha superficie final de proyección (100), y
- [d] sincronizar la emisión de haz de luz y la captación por parte de dicho receptor (10) de luz a través de unos medios de control (14) funcionalmente asociados a dicho emisor (6) y dicho receptor (10) de luz.

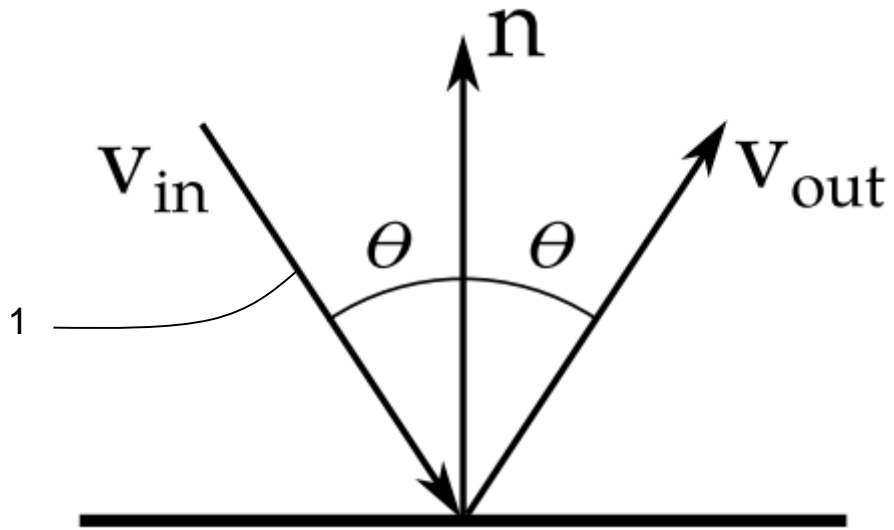


FIG.1

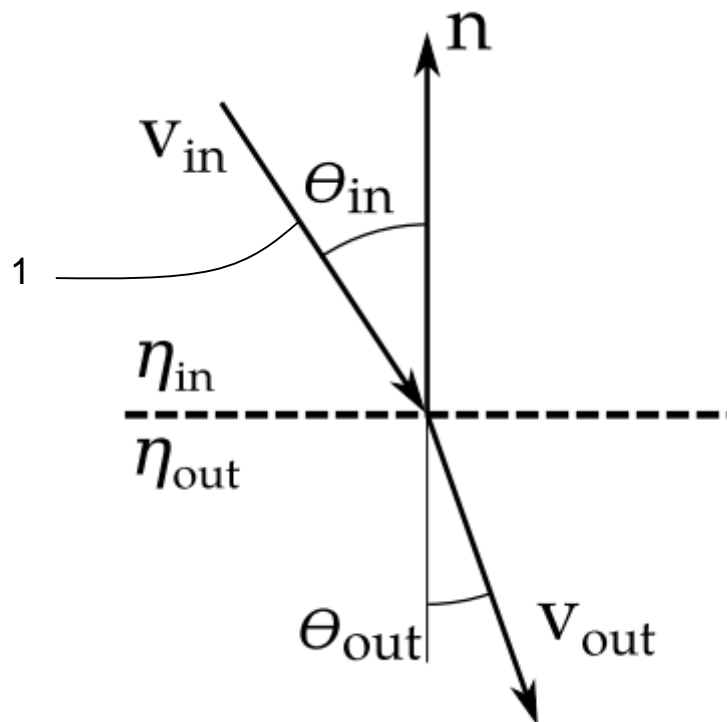


FIG.2

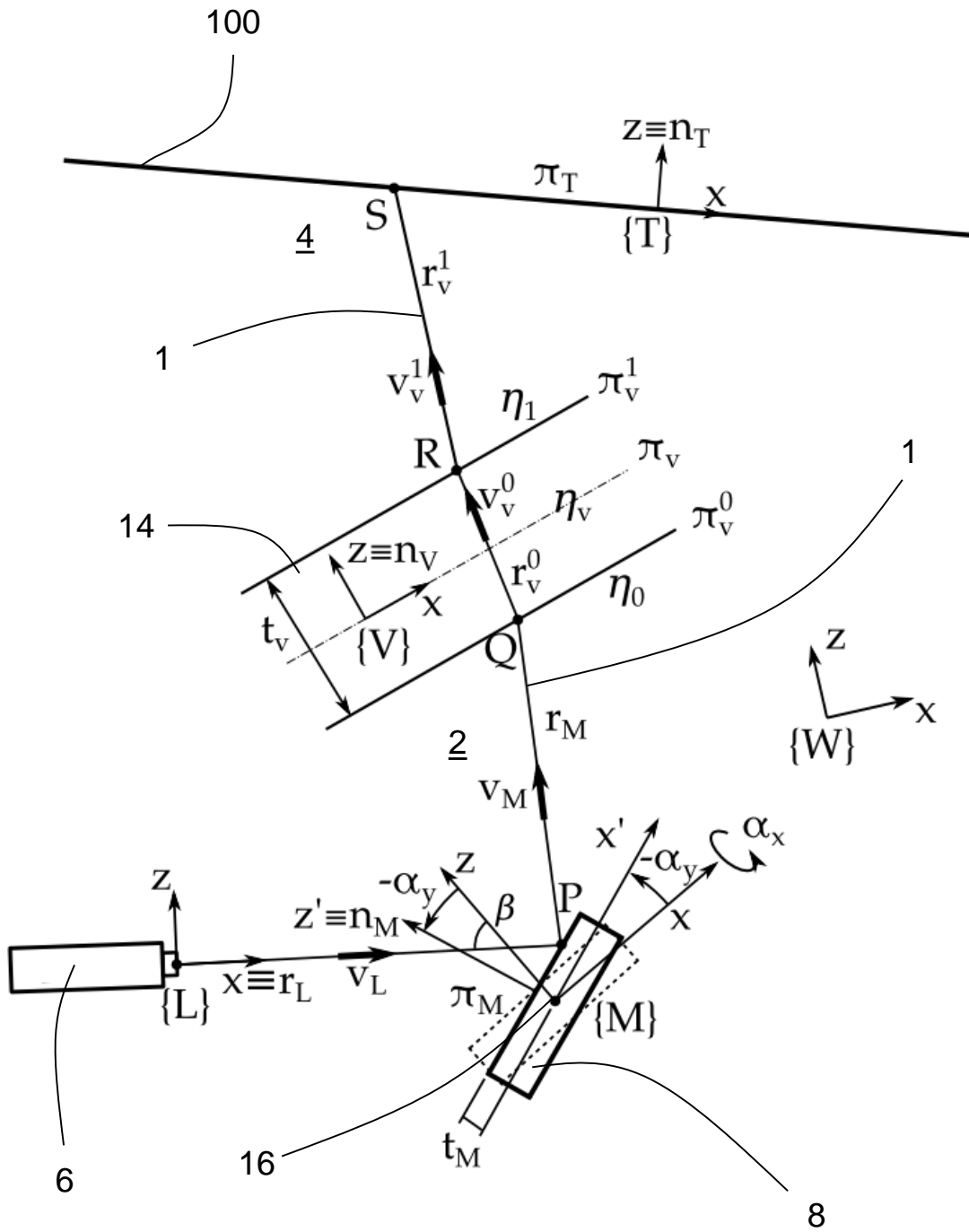
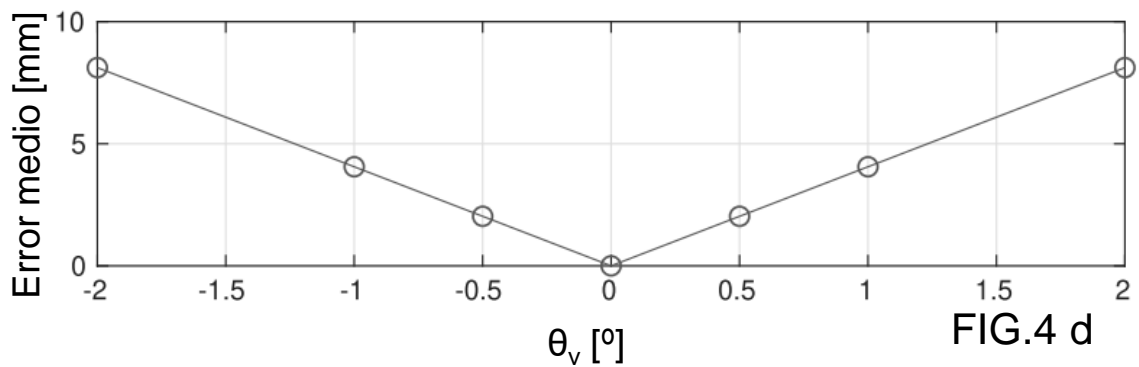
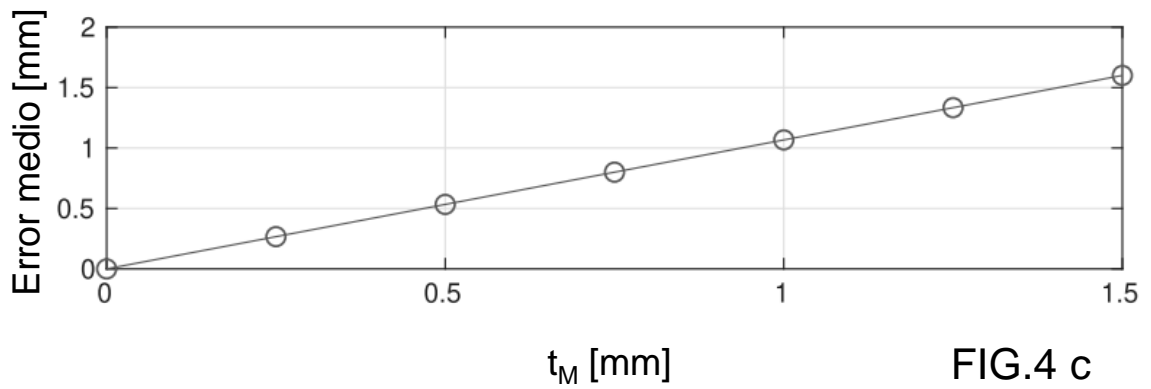
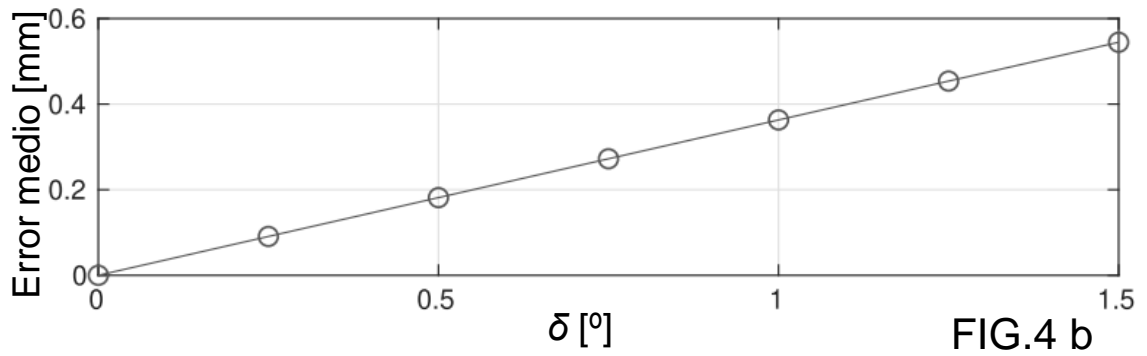
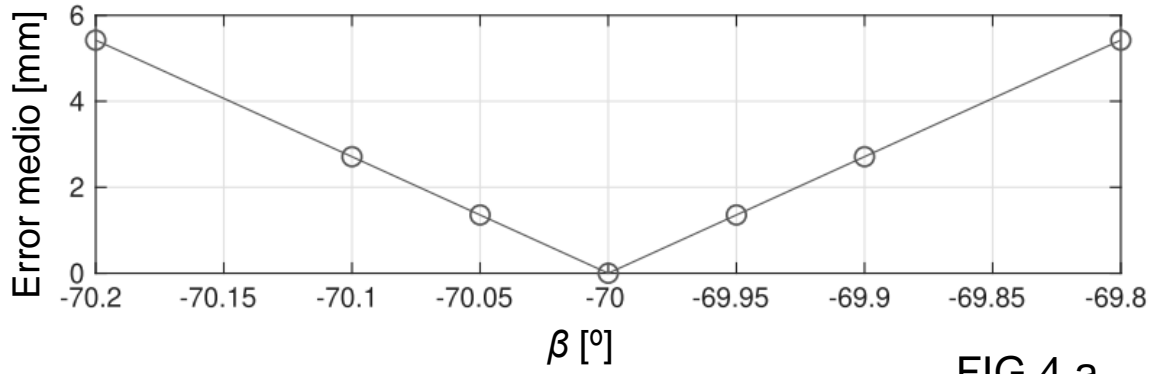


FIG.3



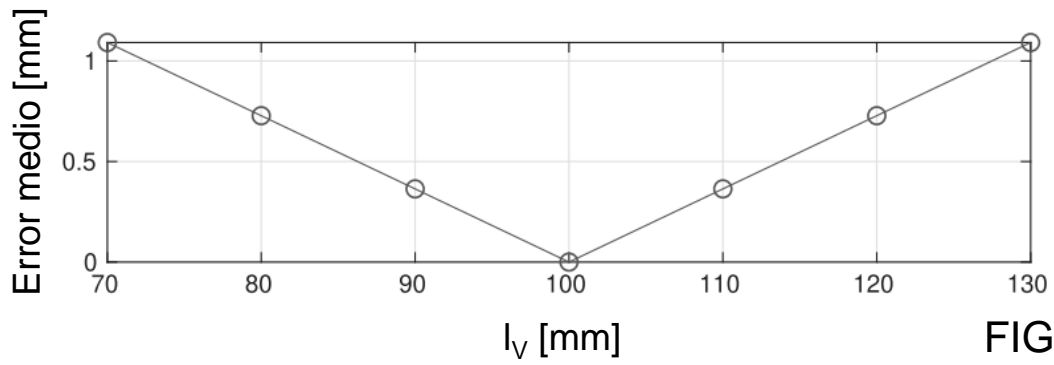


FIG.4 e

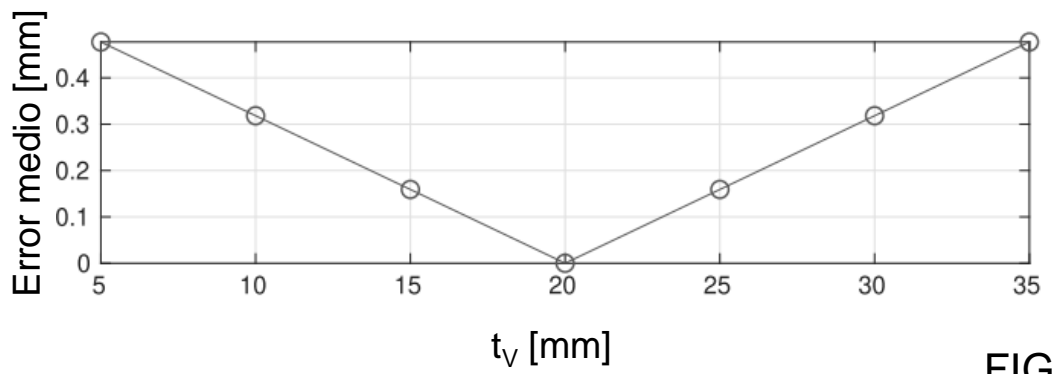


FIG.4 f

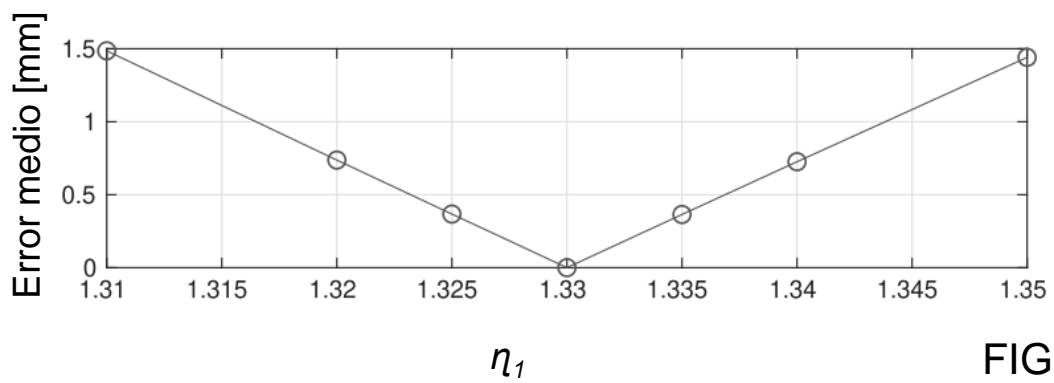


FIG.4 g

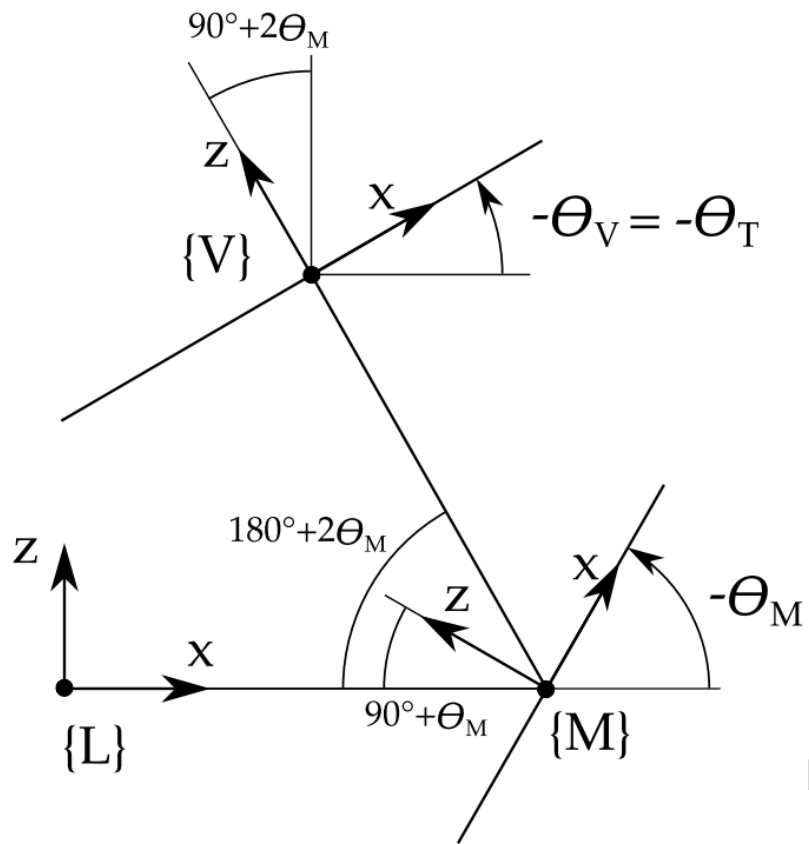


FIG.5

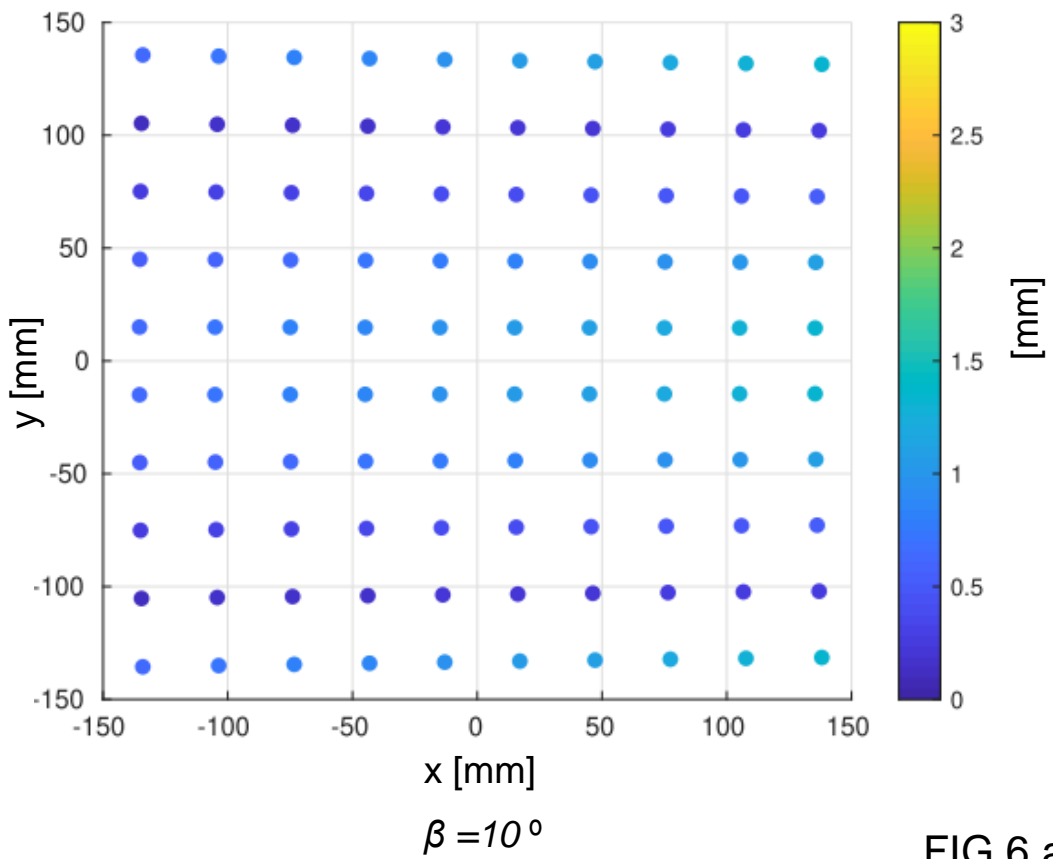


FIG.6 a

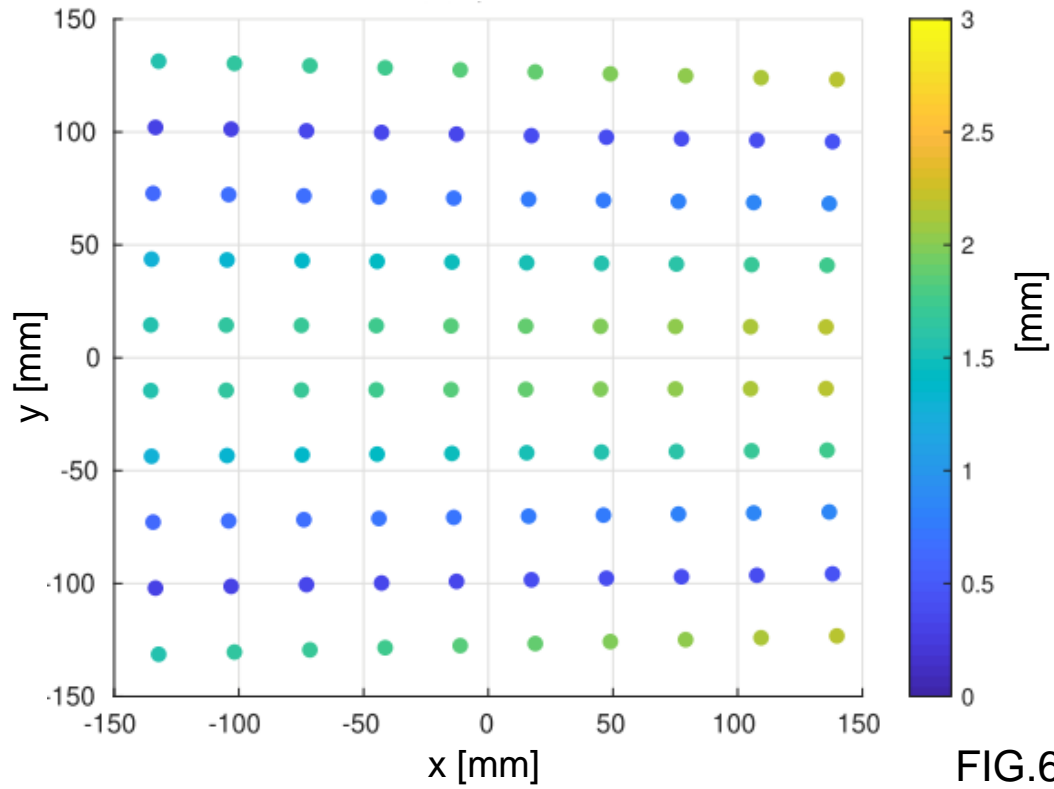


FIG.6 b

$\beta = 20^\circ$

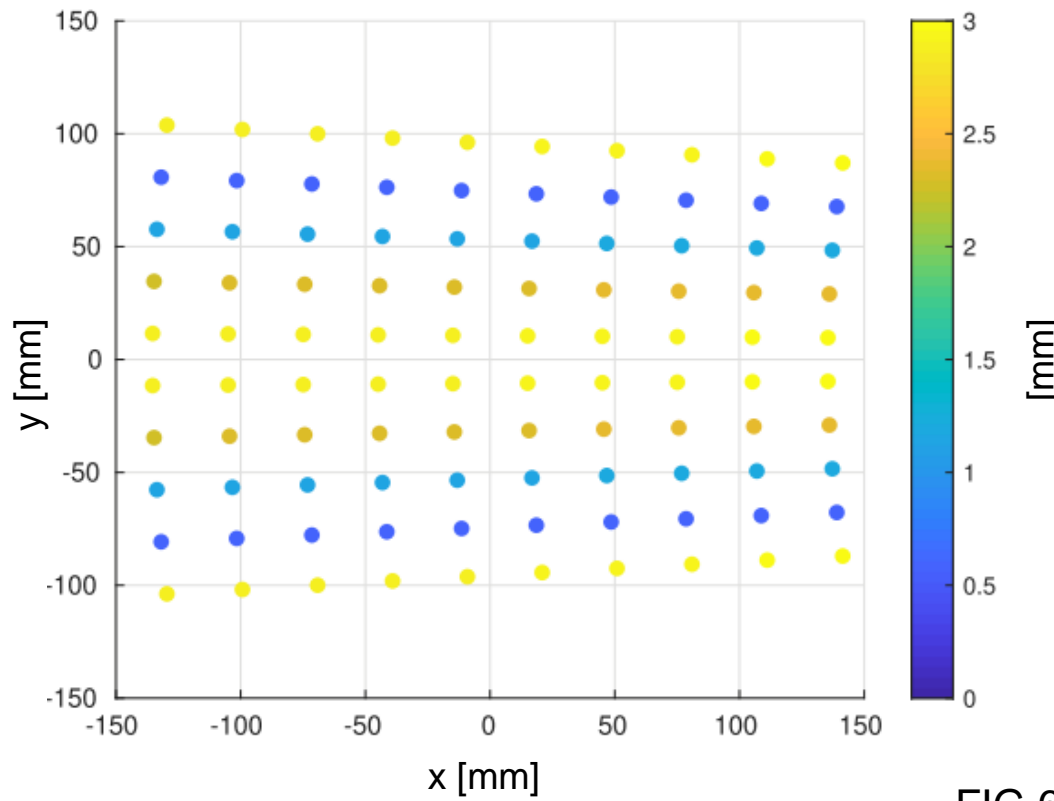


FIG.6 c

$\beta = 45^\circ$

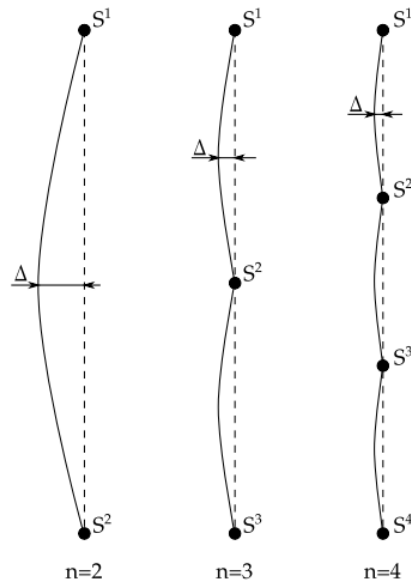


FIG.7

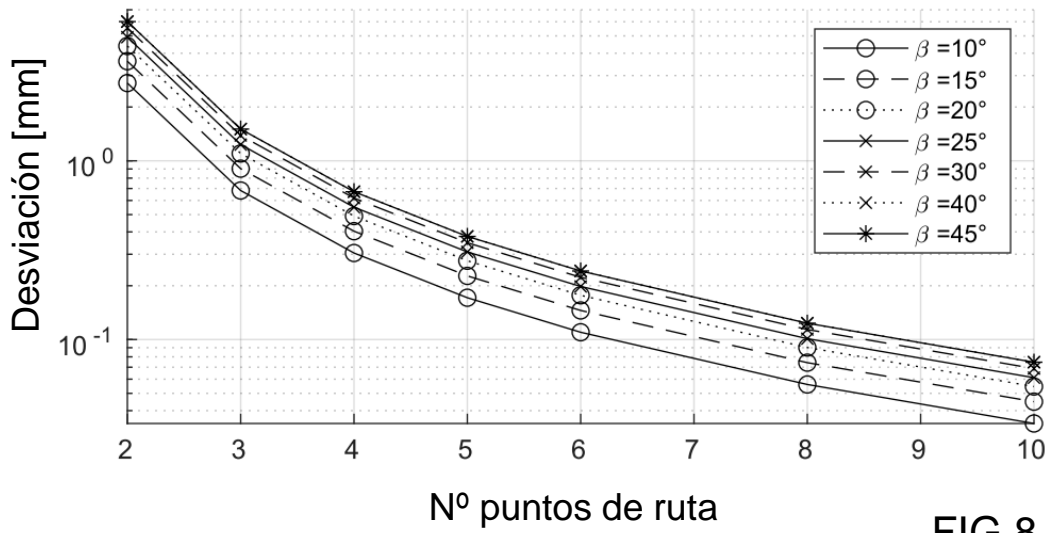


FIG.8 a

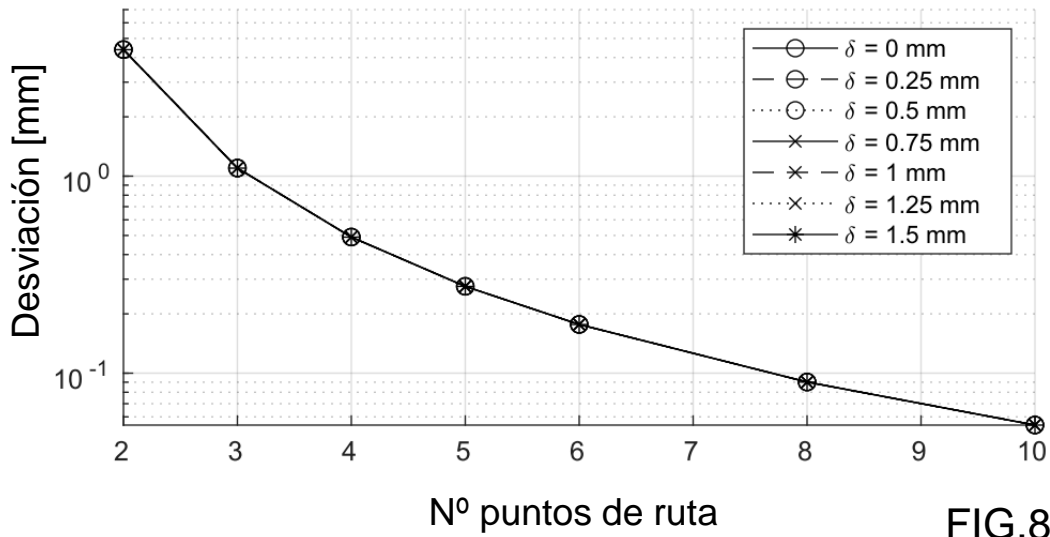
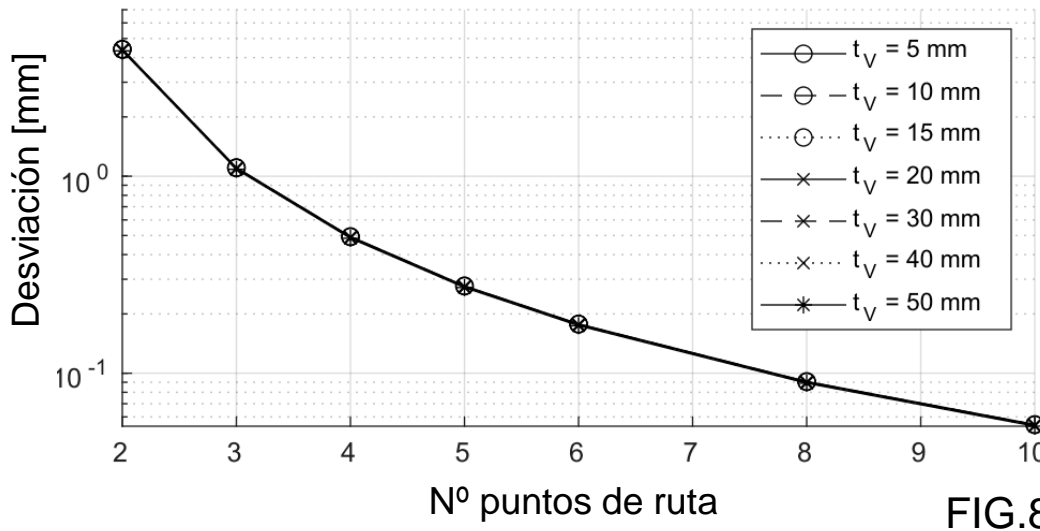
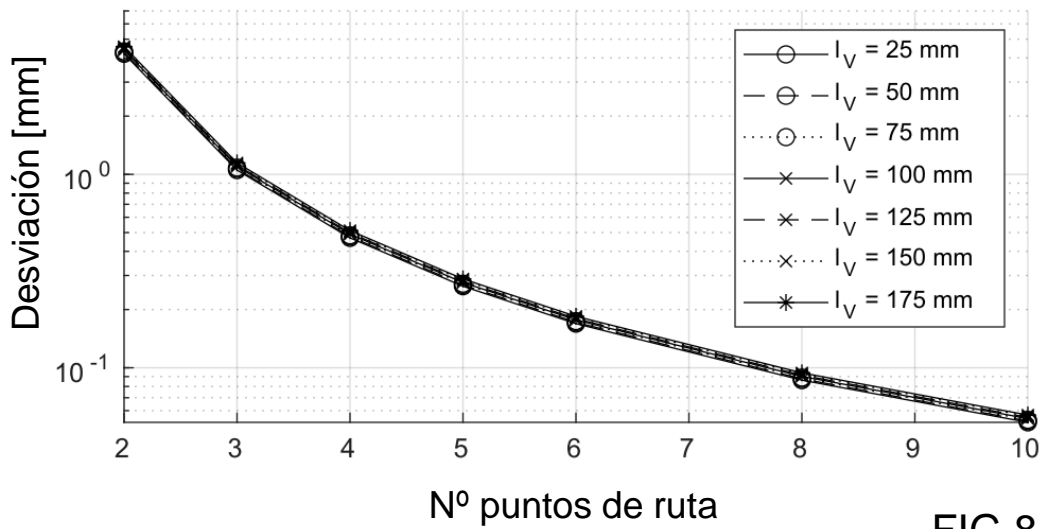
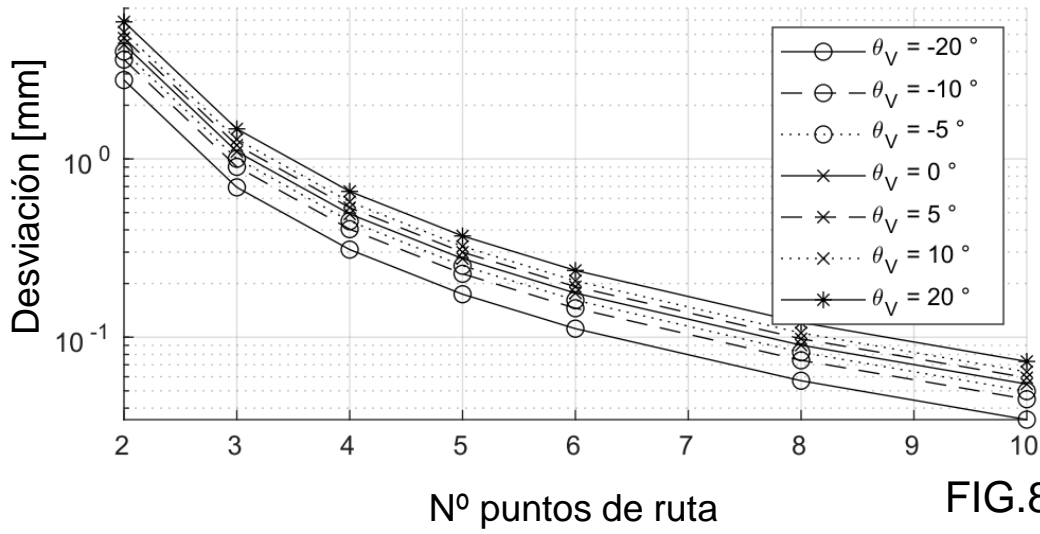
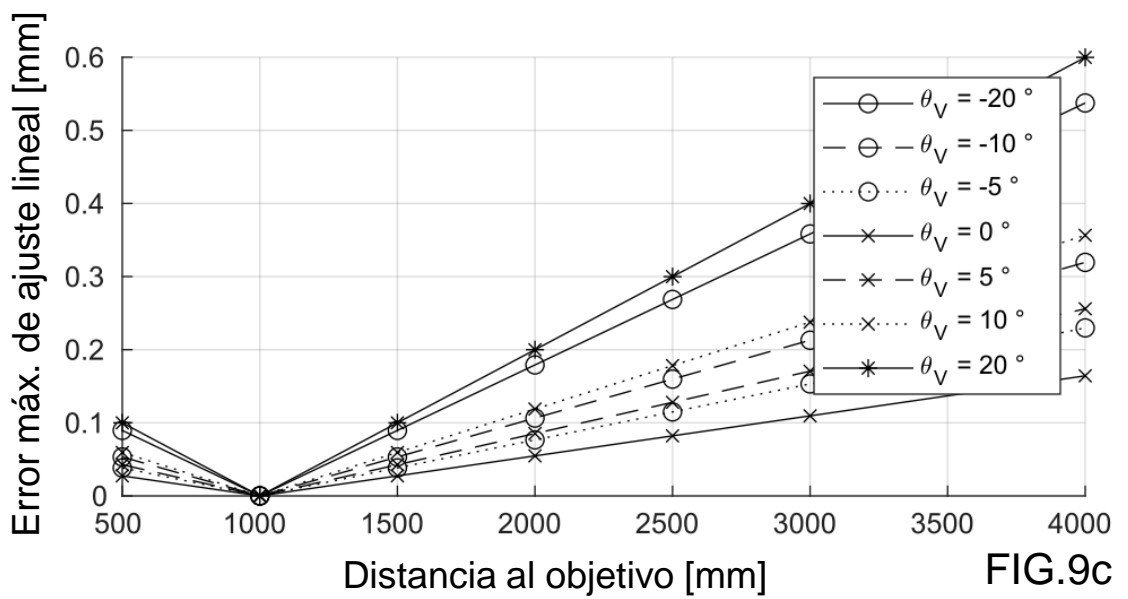
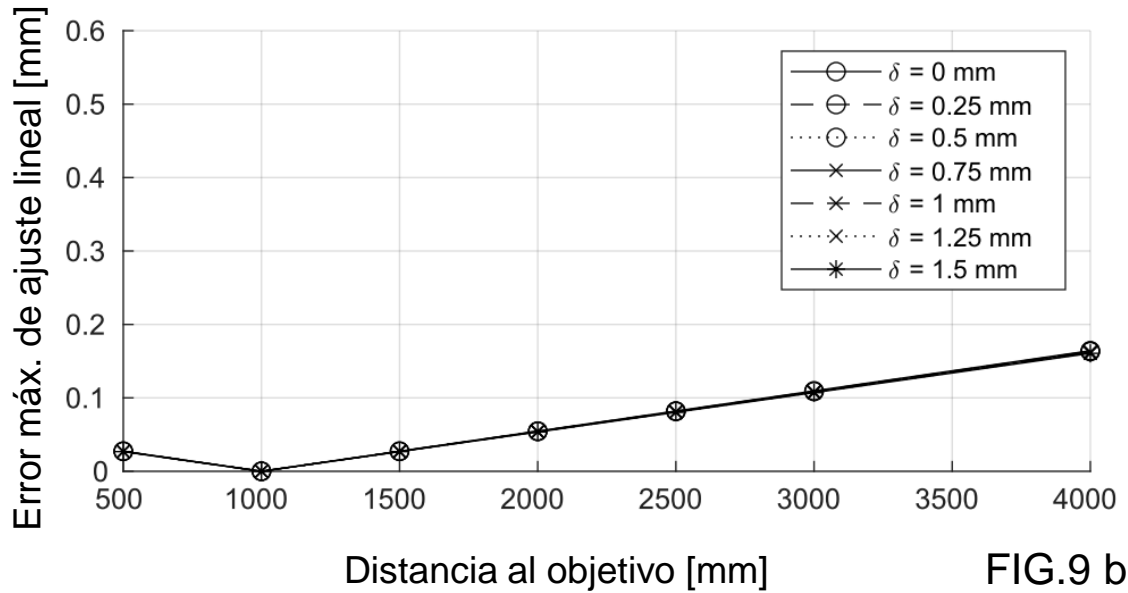
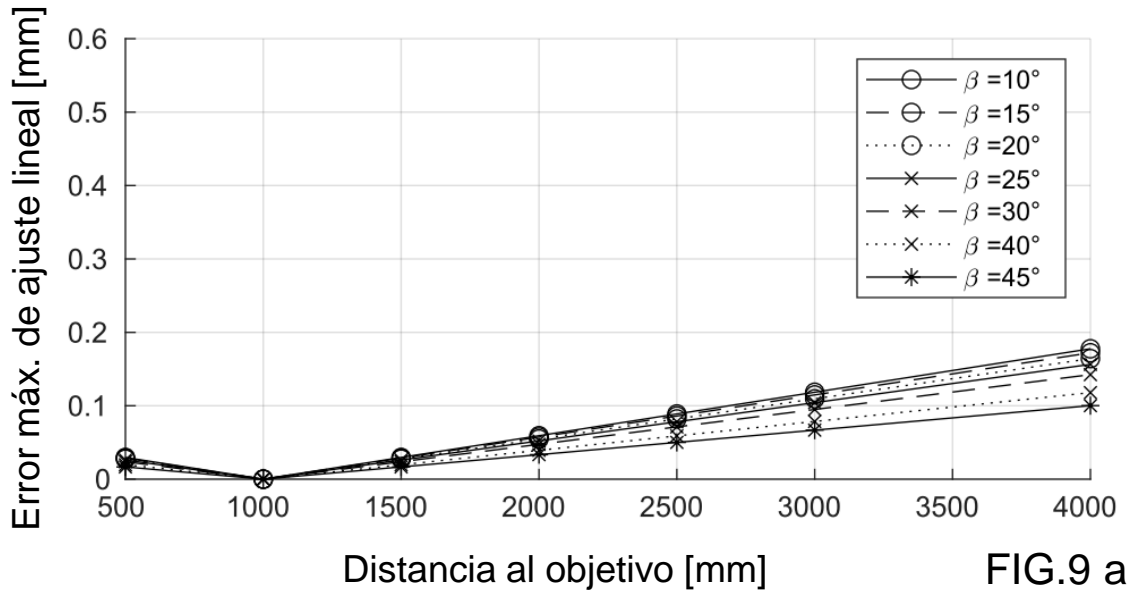
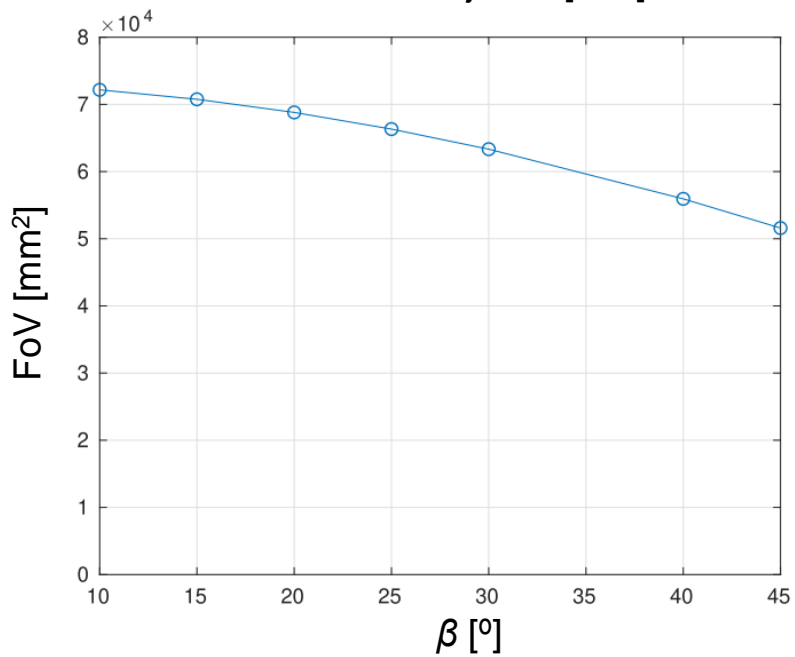
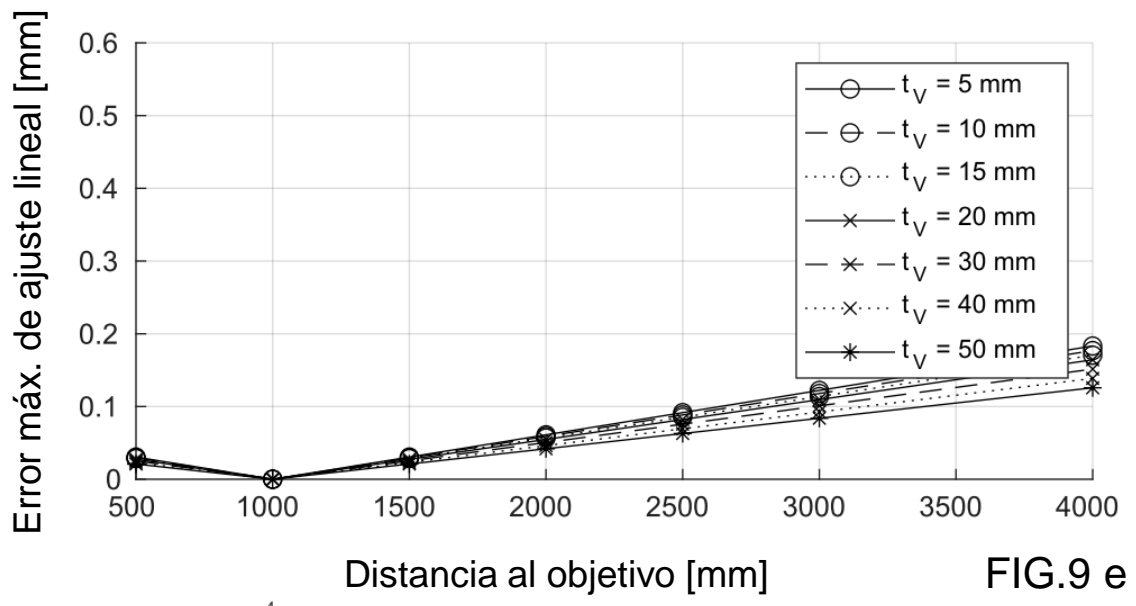
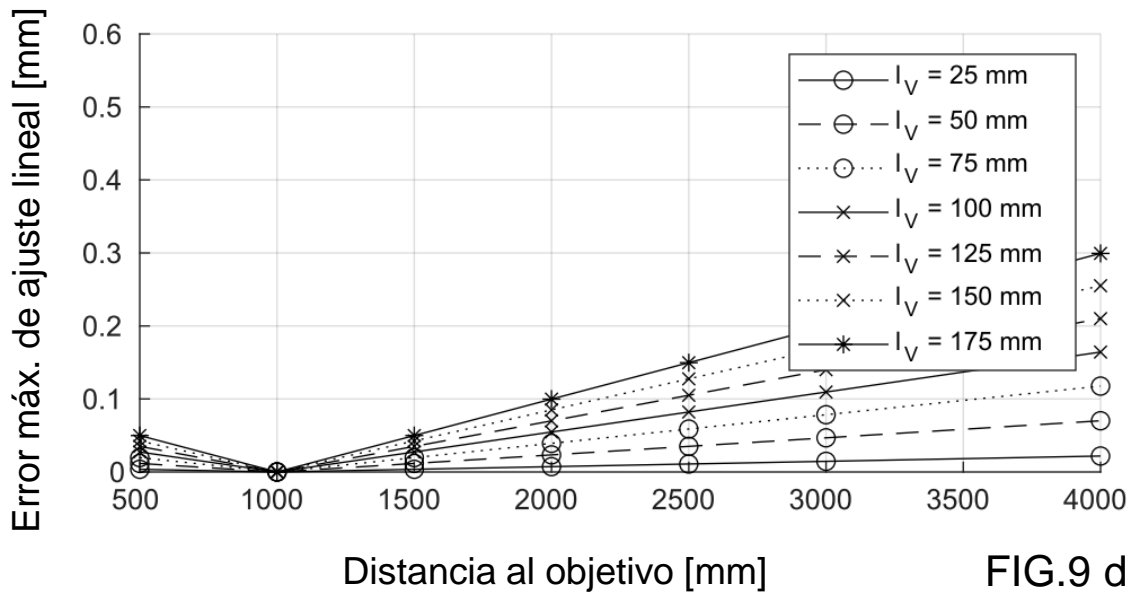


FIG.8 b







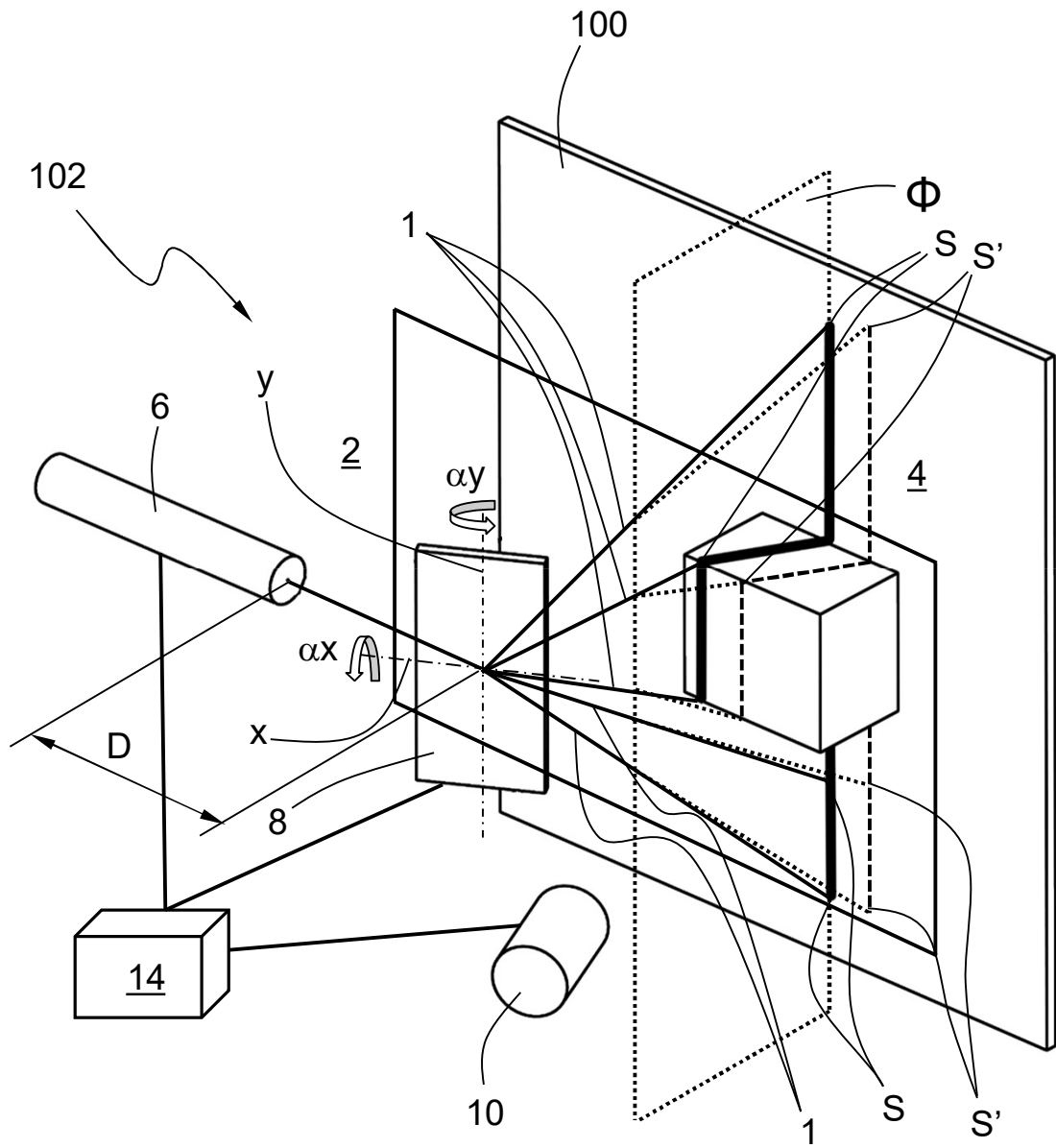


FIG.11

