(19)中华人民共和国国家知识产权局

(12)发明专利申请

(10)申请公布号 CN 107252780 A
(43)申请公布日 2017.10.17

(21)申请号 201710432990.X

(22)申请日 2017.06.12

(71)申请人 东北大学
地址 110819 辽宁省沈阳市和平区文化路三巷11号

(72)发明人 张学良 马辉 徐金林 张永华 李晖 赵春雨 闻邦椿

(74)专利代理机构 大连理工大学专利中心 21200
代理人 梅洪玉

(51)Int.Cl.
B07B 1/40(2006.01)
B07B 1/42(2006.01)
B07B 1/46(2006.01)

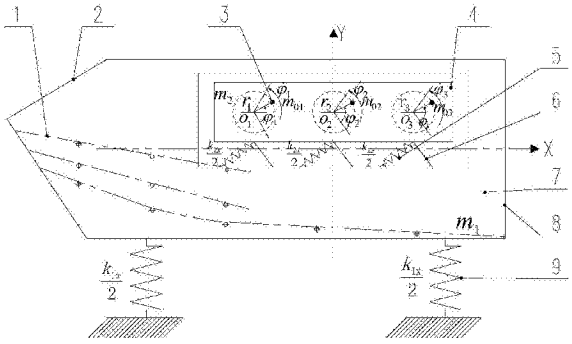
权利要求书8页 说明书13页 附图12页

(54)发明名称

一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛及参数确定方法

(57)摘要

本发明公开了一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛，主要用于工矿企业。本发明的双质体是新型结构，一个质体驱动另一个质体。形成了一个敏感的亚共振系统，不因为装载量的变化而影响整体机械性能的发挥。与单质体系统相比，双质体系统用较小的功率就可以达到相同的功效。与传统的单级和双级相比增大了驱动的频率，使得筛分更彻底，进一步提升了工作效率。使三个不相同的耦合激振器具有相同的旋转方向，实现自同步驱动，达到了节能。概率等厚筛分理论的应用，实现了机体上物料的概率快速分层、防堵筛以及等厚高效筛分，提高了筛分效率和产量，并可实现筛分机械的大型化，采用三机自同步驱动增加了激振力在筛机上的均衡分布。



CN 107252780 A

1.一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛，其特征在于，包括偏心转子、交流电动机、挠性联轴器、主振弹簧、导向板、筛箱、三成筛板、减振弹簧、基座、支撑架，分为上质体和下质体：上质体有交流电动机驱动偏心转子组成激振器构成上质体，筛箱构成下质体；在基座上分别有四组减震弹簧组与箱体通过弹簧组相连接前后左右对称分布在筛箱两侧，筛箱中部两侧均有一伸出结构作为支撑面，与主振弹簧和导向板互成夹角与上质体连接，上质体有三个偏心转子和三个交流电动机通过挠性联轴器共同组成三个激振器组成筛箱，前部为进料端，后部为出料端，与进料端邻接处装有三层筛分的筛板，电动机支撑架支撑三个驱动电动机，位于筛箱的一侧。

2.根据权利要求1所述的一种三机驱动双质体亚共自同步振概率等厚筛，其特征在于，主振弹簧与导向板弹簧夹角为90°，且主振弹簧与物料前进方向成45°。

3.权利要求1或2所述的一种三机驱动双质体亚共自同步振概率等厚筛的参数确定方法，其特征在于，包括如下步骤：

步骤1，建立动力学模型和运动微分方程

术语表	
f_{0i}	感应电动机 i 的轴的安培系数，$i=1,2,3$
f_{jx}	刚体 j 在 x 方向上的阻尼常数，$j=1,2$
k_{jx}	弹簧在 x 方向上的常数，$j=1,2$
m_1	刚体 A 的质量
m_2	刚体 B 和三个电动机质量
m_0	标准偏心转子质量
m_{0i}	偏心转子 i 的质量，$i=1,2,3$
m	振动系统的诱导质量
M_1	刚体 A 的质量
M_2	刚体 B，三个电动机，和三个偏心转子的质量
M	总振动系统的质量

r_i	三个偏心转子的偏心半径，$r_i = r$，$i = 1,2,3$
r_m	标准偏心转子和总系统之间的质量比，$r_m = m_0 / M$
r_{m1}	刚体 A 与整个系统之间的质量的比，$r_{m1} = M_1 / M$
r_{m2}	标准偏心转子和刚体 B 之间的质量比，$r_{m2} = m_0 / M_2$
T_{ei}	电动机 i 的电磁转矩，$i = 1,2,3$
T_{e0i}	感应电动机 i 以角速度 ω_{m0} 稳定运行时的的电磁转矩，$i = 1,2,3$
z_i	工作频率和固有频率之间的频率比，$z_i = \omega_{m0} / \omega_i$
ω_{m0}	当感应电动机稳定运行时三个偏心转子的角速度
ω_i	振动系统的固有频率
ξ_{jx}	刚体 j 在 x 方向上的临界阻尼比
η_i	偏心转子对 i 和标准偏心转子之间的质量比 $\eta_i = m_{0i} / m_0$
$(\dot{\bullet})$	$d\bullet / dt$
$(\ddot{\bullet})$	$d^2\bullet / dt^2$

振动系统的动力学模型，其中主振动体由两个刚体和三对偏心转子组成；刚体A通过弹簧和导向板分别连接到基座和刚体B上，而三个偏心转子安装在刚体B上；另外，振动弹簧与x轴平行且和导向板垂直；三个偏心转子分别绕偏心转子旋转轴中心o_1，o_2和o_3旋转，并且旋转中心o_1，o_2，o_3共线；感应电动机驱动三个偏心转子以逆时针方向旋转；φ_1，φ_2，φ_3分别是三个偏心转子的旋转角；由于导向板的限制作用，整个系统只有沿x方向的一个自由度，用x表示；

1) 基于拉格朗日方程，振动系统的运动微分方程推导如下；

$$M_1\ddot{x}_1 - f_{2x}\dot{x}_2 + (f_{1x} + f_{2x})\dot{x}_1 - k_{2x}x_2 + (k_{1x} + k_{2x})x_1 = 0$$

$$M_2\ddot{x}_2 + f_{2x}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_{2x}(x_2 - x_1) = \sum_{i=1}^{3} m_{0i}r_i(\dot{\varphi}_i^2 \sin\varphi_i - \ddot{\varphi}_i \cos\varphi_i)$$

$$J_{01}\ddot{\varphi}_1 + f_{01}\dot{\varphi}_1 = T_{e1} - m_{01}r_1\ddot{x}\cos\varphi_1$$

$$J_{02}\ddot{\varphi}_2 + f_{02}\dot{\varphi}_2 = T_{e2} - m_{02}r_2\ddot{x}\cos\varphi_2$$

$$J_{03}\ddot{\varphi}_3 + f_{03}\dot{\varphi}_3 = T_{e3} - m_{03}r_3\ddot{x}\cos\varphi_3 \qquad (1)$$

$M_1 = m_1$；$M_2 = m_2 + m_{01} + m_{02} + m_{03}$；$M = M_1 + M_2 J_{oi} = m_{0i}r_i^2$；$r_1 = r_2 = r$；$m_{01} = m_{02} = m_0$

2) 两个刚体在x方向的相对运动微分方程

假设三个偏心转子的质量：$m_{01} = \eta_1 m_0$；$m_{02} = \eta_2 m_0$；$m_{03} = \eta_3 m_0$ (和$\eta_1 = 1$)；

三个偏心转子的平均相位为$\varphi_i\ (i = 1,2,3)$，其相位差为$2\alpha_1$，$2\alpha_2$，$2\alpha_2$，它们的关系如下

$$\varphi_1-\varphi_2=2\alpha_1,\varphi_2-\varphi_3=2\alpha_2,\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=3\varphi$$

$$\varphi_1=\varphi+\frac{4}{3}\alpha_1+\frac{2}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_1$$

$$\varphi_2=\varphi-\frac{2}{3}\alpha_1+\frac{2}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_2$$

$$\varphi_3=\varphi-\frac{2}{3}\alpha_1-\frac{4}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_3 \qquad (2)$$

当三个偏心转子同步运行时，它们的同步角速度为$\dot{\varphi}=\omega_{m0}$；然后，在稳态下，其位移和角加速度的关系可表示如下

$$\ddot{x}_1=-\omega_{m0}^2x_1,\quad \ddot{x}_2=-\omega_{m0}^2x_2 \qquad (3)$$

其角加速度在稳定状态下接近于零，即$\ddot{\varphi}=0$，将式(3)代入到(1)的前两个公式中，且忽略f_{1x}(相对于其他参数，f_{1x}非常小)；

$$M_1'\ddot{x}_1-f_{2x}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)-k_{2x}(x_2-x_1)=0 \qquad (4)$$

$$M_2'\ddot{x}_2+f_{2x}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_{2x}(x_2-x_1)$$
$$=m_0r\omega_{m0}^2[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1)+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2)+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3)] \qquad (5)$$

在式(4)和(5)中，$k_{1x}<<k_{2x}$，$M_1'=M_1-\frac{k_{1x}}{\omega_{m0}^2}\approx M_1$，$M'_2=M_2$；

在稳态下有$\dot{\varphi}_i=\omega_{m0}$，变换公式(4)和(5)：$(5)\times\frac{M_1'}{M_1'+M_2'}-(4)\times\frac{M_2'}{M_1'+M_2'}$，并代入公式(2)，得到两个刚体$m_1$，$m_2$在x方向上的相对运动微分方程；

$$m\ddot{x}_{21}+f_{2x}\dot{x}_{21}+k_{2x}x_{21}=\frac{M_1'}{M_1'+M_2'}m_0r\omega_{m0}^2\sum_{i=1}^{3}\eta_i\sin(\varphi+\nu_i) \qquad (6)$$

$$m=\frac{M_1'M_2'}{M_1'+M_2'},\quad \ddot{x}_{21}=\ddot{x}_2-\ddot{x}_1,\quad \dot{x}_{21}=\dot{x}_2-\dot{x}_1,x_{21}=x_2-x_1$$

m是振动系统的诱导质量；

根据式(6)可得到两个刚体的相对运动的固有频率ω_0；

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k_{2x}}{m}}=\sqrt{\frac{k_{2x}(M_1'+M_2')}{M_1'M_2'}} \qquad (7)$$

且方程(6)的响应如下

$$x_{21}=A_{21}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{21})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{21})+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{21})] \qquad (8)$$

$$A_{21}=\frac{r_{m2}z_0^2r}{\sqrt{(1-z_0^2)^2+(2\xi_{2x}z_0)^2}},\gamma_{21}=\arctan\left(\frac{2\xi_{2x}z_0}{1-z_0^2}\right),z_0=\frac{\omega_{m0}}{\omega_0},r_{m2}=\frac{m_0}{M_2'}\approx\frac{m_0}{M_2}$$

有$f_{2x}=2\xi_{2x}m\omega_0$；其中$\xi_{2x}$是等效的相对阻尼系数，且$\xi_{2x}\leq0.07$；根据式(8)，当$z_0=1$时(即$\omega_{m0}=\omega_0$)，$A_{21}$的值达到最大；表明$\omega_0$是x方向上两个刚体之间的反相位运动的固有频率；

基于求解极值的规则，具有反相位相对运动的响应的幅值λ_{21}表示如下；

$$\lambda_{21}=A_{21}\sqrt{\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2+2\eta_1\eta_2\cos 2\alpha_1+2\eta_2\eta_3\cos 2\alpha_2+2\eta_1\eta_3\cos(2\alpha_1+2\alpha_2)} \quad (9)$$

步骤2,推导同步性条件

考虑式(2),通过使用传递函数方法求解(1)的前两个公式

$$x_1=m_0r\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{c_1^2+d_1^2}{a_1^2+b_1^2}}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{1x})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{1x})$$

$$+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{1x})]$$

$$x_2=m_0r\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{g_1^2+f_1^2}{a_1^2+b_1^2}}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{2x})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{2x})$$

$$+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{2x})]$$

(10)

$$\gamma_{1x}=\begin{cases}\arctan\dfrac{b_1c_1-a_1d_1}{a_1c_1+b_1d_1}, & a_1c_1+b_1d_1>0\\ \pi+\arctan\dfrac{b_1c_1-a_1d_1}{a_1c_1+b_1d_1}, & a_1c_1+b_1d_1<0\end{cases}$$

$$\gamma_{2x}=\begin{cases}\arctan\dfrac{b_1g_1-a_1f_1}{a_1g_1+b_1f_1}, & a_1g_1+b_1f_1>0\\ \pi+\arctan\dfrac{b_1g_1-a_1f_1}{a_1g_1+b_1f_1}, & a_1g_1+b_1f_1<0\end{cases}$$

$$r_m=\frac{m_0}{M},r_{m1}=\frac{M_1}{M},\omega_1=\sqrt{\frac{k_{1x}+k_{2x}}{M_1}},\omega_g=\sqrt{\frac{k_{1x}}{M}},$$

$$z_1=\frac{\omega_{m0}}{\omega_1},z_2=\frac{\omega_{m0}}{\omega_2},z_g=\frac{\omega_{m0}}{\omega_g},\xi_{1x}=\frac{f_{1x}}{2\sqrt{k_{1x}M}},\xi_{2x}=\frac{f_{2x}}{2\sqrt{k_{2x}m}}$$

$$a_1=M_1M_2\omega_{m0}^4-(M_1k_{2x}+M_2k_{2x}+M_2k_{1x}+f_{1x}f_{2x})\omega_{m0}^2+k_{1x}k_{2x}$$

$$b_1=-(M_1f_{2x}+M_2f_{2x}+M_2f_{1x})\omega_{m0}^3+(k_1f_{2x}+k_2f_{1x})\omega_{m0}$$

$$c_1=k_2,d_1=f_{2x}\omega_{m0},g_1=-M_1\omega_{m0}^2+k_1+k_2,f_1=(f_{1x}+f_{2x})\omega_{m0},g_2=-M_2\omega_{m0}^2+k_2$$

三个偏心转子的同步性判据

根据式(1)的前两个公式,得到x方向上的两个刚体的耦合矩阵和特征方程;

$$\mathbf{M}'=\begin{pmatrix}M_1&0\\0&M_2\end{pmatrix},\mathbf{K}'=\begin{pmatrix}k_{1x}+k_{2x}&-k_{2x}\\-k_{2x}&k_{2x}\end{pmatrix}$$

$$\Delta(\omega^2)=\begin{vmatrix}k_{1x}+k_{2x}-M_1\omega^2&-k_{2x}\\-k_{2x}&k_{2x}-M_1\omega^2\end{vmatrix}$$

(11)

其中M'是惯性耦合矩阵,K'是刚度耦合矩阵,Δ(ω²)是特征值的特征方程;当Δ(ω²)=0时,有

$$\omega^4 M_1 M_2 - \omega^2 M_1 k_2 - \omega^2 M_2 k_2 - \omega^2 M_2 k_1 + k_1 k_2 = 0 \tag{12}$$

基于方程(12)，求解两个刚体在x方向上的两个固有频率：

$$\omega_{\mathrm{inv}}^{'} = \sqrt{\frac{M_1 k_{2x} + M_2 k_{2x} + M_2 k_{1x} + \sqrt{(M_1 k_{2x} + M_2 k_{2x})^2 + M_2 k_{1x}(M_2 k_{1x} + 2M_2 k_{2x} - 2M_1 k_{2x})}}{2M_1 M_2}}$$

$$\omega_{\mathrm{sa}}^{'} = \sqrt{\frac{M_1 k_{2x} + M_2 k_{2x} + M_2 k_{1x} - \sqrt{(M_1 k_{2x} + M_2 k_{2x})^2 + M_2 k_{1x}(M_2 k_{1x} + 2M_2 k_{2x} - 2M_1 k_{2x})}}{2M_1 M_2}} \tag{13}$$

当三个偏心转子同步运行时，它们的同步角速度，为$\dot{\varphi} = \omega_{\mathrm{m0}}$；对式(10)二次微分，然后将结果分别代入到式(1)后面的三个公式中，并将它们在$\varphi = 0 \sim 2\pi$积分；在重排之后，获得三个偏心转子的平衡微分方程；

$$T_{e01} - f_{01}\omega_{\mathrm{m0}} = \overline{T}_{L1}$$

$$T_{e02} - f_{02}\omega_{\mathrm{m0}} = \overline{T}_{L2}$$

$$T_{e03} - f_{03}\omega_{\mathrm{m0}} = \overline{T}_{L3} \tag{14}$$

其中$\overline{T}_{Li}$为电动机i的输出电磁力矩；$T_u = \frac{1}{2} m_0 r^2 \omega_{\mathrm{m0}}^2$是标准偏心转子的动能

$$\begin{aligned}\overline{T}_{L1} = T_u F_2[&\eta_1^2 \sin\gamma_{2x} + \eta_1\eta_2 \cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x} + \eta_1\eta_3 \cos(2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x} \\ &+ \eta_1\eta_2 \sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x} + \eta_1\eta_3 \sin(2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{T}_{L2} = T_u F_2[&\eta_2^2 \sin\gamma_{2x} + \eta_1\eta_2 \cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x} + \eta_2\eta_3 \cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x} \\ &- \eta_1\eta_2 \sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x} + \eta_2\eta_3 \sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{T}_{L3} = T_u F_2[&\sin\gamma_{2x} + \cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x} + \cos(2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x} \\ &- \sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x} - \sin(2\overline{\alpha}_1 + 2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

$$F_1 = m_0\omega_{\mathrm{m0}}^2\sqrt{\frac{c_1^2 + d_1^2}{a_1^2 + b_1^2}} = \sqrt{\frac{r_{\mathrm{m}}^2 f_1(\xi_{1x}, \xi_{2x})}{\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{inv}}^2}\right)^2\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{sa}}^2}\right)^2 + f_3(\xi_{1x}, \xi_{2x}) + f_4(\xi_{1x}, \xi_{2x})}},$$

$$F_2 = m_0\omega_{\mathrm{m0}}^2\sqrt{\frac{g_1^2 + f_1^2}{a_1^2 + b_1^2}} = \sqrt{\frac{f_2(\xi_{1x}, \xi_{2x})}{\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{inv}}^2}\right)^2\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{sa}}^2}\right)^2 + f_3(\xi_{1x}, \xi_{2x}) + f_4(\xi_{1x}, \xi_{2x})}},$$

$$z_{\mathrm{inv}} = \frac{\omega_{\mathrm{m0}}}{\omega_{\mathrm{inv}}^{'}}, \quad z_{\mathrm{sa}} = \frac{\omega_{\mathrm{m0}}}{\omega_{\mathrm{sa}}^{'}}, \quad f_1(\xi_{1x}, \xi_{2x}) = \frac{1 + 4z_0^2\xi_{2x}^2}{z_0^4},$$

$$f_2(\xi_{1x}, \xi_{2x}) = r_{\mathrm{m2}}^2\left(1 - \frac{1}{z_1^2}\right)^2 + \left(\frac{2r_{\mathrm{m2}}\xi_{1x}}{r_{\mathrm{m1}}z_g} + r_{\mathrm{m}}\frac{\xi_{2x}}{z_0}\right)^2,$$

$$f_3(\xi_{1x}, \xi_{2x}) = \frac{8\xi_{1x}\xi_{2x}}{z_0^2 z_{\mathrm{g}}}\left[\frac{2\xi_{1x}\xi_{2x}}{z_{\mathrm{g}}} - z_0\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{inv}}^2}\right)\left(1 - \frac{1}{z_{\mathrm{sa}}^2}\right)\right],$$

$$f_4(\xi_{1x},\xi_{2x})=\frac{4}{z_0^4}\left[-z_0\xi_{2x}+\frac{1}{z_g}\left(\xi_{1x}-\frac{\xi_{1x}z_0^2}{r_{m1}}+\frac{\xi_{2x}z_0}{z_g}\right)\right]^2$$

在上述积分过程期间，与φ随时间t的变化($\dot{\varphi}=\omega_{m0}$)相比，$2\alpha_1$和$2\alpha_2$的变化小得多，其被看作为慢变参数，故$2\alpha_1$和$2\alpha_2$用它们的积分均值$2\overline{\alpha}_1$和$2\overline{\alpha}_2$代替；

电动机A和B之间以及电动机B和C之间的输出电磁力矩之差如下：

$$\Delta T_{012}=\overline{T}_{L1}-\overline{T}_{L2}$$
$$=T_uF_2[(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$+2\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]$$
$$\Delta T_{023}=\overline{T}_{L2}-\overline{T}_{L3}$$
$$=T_uF_2[(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_2\cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}-\eta_1\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$-\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+2\eta_2\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]$$

（15）

重新整理公式(15)，有

$$\frac{\Delta T_{012}}{T_uF_2}-(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}=\tau_{c12}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)\qquad(16)$$

$$\frac{\Delta T_{023}}{T_uF_2}-(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}=\tau_{c23}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)\qquad(17)$$

$$\tau_{c12}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)=\eta_1\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$+2\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}\qquad(18)$$

$$\tau_{c23}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)=\eta_1\eta_2\cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}-\eta_1\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$-\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+2\eta_2\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}\qquad(19)$$

其中，$\tau_{c12}(\alpha_1,\alpha_2)$，$\tau_{c23}(\alpha_1,\alpha_2)$分别是电动机A和B的无量纲耦合转矩，以及电动机B和C的无量纲耦合转矩；约束函数如下：

$$\left|\tau_{c12}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)\right|\le\tau_{cI2max}\qquad(20)$$

$$\left|\tau_{c23}(\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2)\right|\le\tau_{c23max}$$

（21）

由此得到三个偏心转子的同步性判据；

$$\left|\frac{\Delta T_{012}}{F_2T_u}-(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}\right|\le\tau_{c12max}\qquad(22)$$

$$\left|\frac{\Delta T_{023}}{F_2T_u}-(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}\right|\le\tau_{c23max}\qquad(23)$$

方程(22)和(23)可以被描述为：任意两个电动机之间的无量纲残余力矩之差的绝对值小于或等于其无量纲耦合力矩的最大值；

将式(14)相加，并重新排列，得到三个电动机的平均无量纲负载力矩；

$$\tau_a(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\frac{1}{3T_uF_2}\sum_{i=1}^{3}\tilde{T}_{L1}$$
$$=\frac{1}{3}[(\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}+2\eta_1\eta_2\cos(2\bar{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x} \quad (24)$$
$$+2\eta_2\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}+2\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}]$$

约束函数如下

$$\left|\tau_a(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)\right|\le\tau_{a\max} \quad (25)$$

定义$\zeta_{i,j}$(i，j＝1，2，3)为偏心转子A和B，B和C，A和C之间的同步能力的系数，其表达式如下；

$$\zeta_{12}=\frac{\tau_{c12\max}}{\tau_{a\max}},\quad \zeta_{23}=\frac{\tau_{c23\max}}{\tau_{a\max}},\quad \zeta_{31}=\frac{\tau_{c31\max}}{\tau_{a\max}} \quad (26)$$

步骤3推导稳定性条件

振动系统的动能(T)和势能(V)如下

$$T=\frac{1}{2}(M_1\dot{x}_1^2+M_2\dot{x}_2^2+\sum_{i=1}^{2}J_{0i}\dot{\varphi}_i^2)$$
$$V=\frac{1}{2}[k_{1x}x_1^2+k_{2x}(x_1-x_2)^2] \quad (27)$$

获得在单个周期中的动能和势能的平均值；

$$E_T=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}T\mathrm{d}\varphi=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}(M_1\dot{x}_1^2+M_2\dot{x}_2^2+\sum_{i=1}^{2}J_{0i}\dot{\varphi}_i^2)\mathrm{d}\varphi \quad (28)$$
$$=\frac{1}{2}r^2\omega_{m0}^2\left(M_1F_1^2+M_2F_2^2\right)q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)+\frac{1}{2}\left(\eta_1+\eta_2+\eta_3\right)m_0r^2\omega_{m0}^2$$

$$E_V=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}V\mathrm{d}\varphi=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}[k_{1x}x_1^2+k_{2x}(x_1-x_2)^2]\mathrm{d}\varphi \quad (29)$$
$$=\frac{1}{2}r^2\left[k_{1x}F_1^2+k_{2x}F_1^2+k_{2x}F_2^2-2k_{2x}F_1F_2\cos\left(\gamma_{2x}-\gamma_{1x}\right)\right]q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)$$

$$q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\eta_1\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\bar{\alpha}_1\right)+\eta_2\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_2\right)+\frac{1}{2}\left(\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2\right) \quad (30)$$

单周期Hamilton平均动作量：

$$I=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(T-V)\mathrm{d}\varphi \quad (31)$$

在同步状态下，系统的稳定相位差解($2\bar{\alpha}_{10}$，$2\bar{\alpha}_{20}$)对应于Hamilton的平均作用量的最小值；即I的Hesse矩阵应该在稳定同步解的邻域内正定；

$$A=\frac{\partial^2 I}{\partial\bar{\alpha}_1^2}=H\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_{10}+2\bar{\alpha}_{20}\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\bar{\alpha}_{10}\right)\right]$$
$$B=\frac{\partial^2 I}{\partial\bar{\alpha}_1\partial\bar{\alpha}_2}=H\eta_1\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_{10}+2\bar{\alpha}_{20}\right)$$

$$C=\frac{\partial^2 I}{\partial \overline{\alpha}_2^2}=H\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\eta_2\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{20}\right)\right] \quad (32)$$

$$H=-2r^2\omega_{m0}^2\left(M_1F_1^2+M_2F_2^2\right)+2r^2\left[k_{1x}F_1^2+k_{2x}F_1^2+k_{2x}F_2^2-2k_{2x}F_1F_2\cos\left(\gamma_{2x}-\gamma_{1x}\right)\right]$$

如果I的Hesse矩阵是正定的，则有系统的稳定性判据为：

$A>0, AC-B^2>0$ (33)。

一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛及参数确定方法

技术领域

[0001] 本发明属于现代振动筛分装置，涉及一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛。

背景技术

[0002] 在现代筛选机械技术领域内，振动筛是工矿企业普遍应用的筛分机械，用作物料的筛分、分级、洗涤、脱介、脱水之用。筛分技术的水平的高低和质量的优劣，关系到工艺效果的好坏生产效率的高低和能源的节省的程度，从而直接影响企业的经济效益。一般振动筛筛分效率低、筛分时间长，振动筛机构过于传统，不能实现设备的大型化，作为现在筛分机械的新理念，振动筛要求要与原有筛分机械在结构上有所创新，打破机体的整体化，和结构的统一化，其次，传统筛分效率低、物料筛分不彻底、能耗大、结构笨重，这些从较大的方面限制了传统筛的使用寿命。本发明在解决传统振动筛的缺点之余，应用三机自同步理论、亚共振的机构、概率等厚筛分方法的应用，使得振动筛的效率成倍的提高。

[0003] 本发明属于振动筛分设备中一种新型结构和新技术的整体有机结合，原理和传统振动筛分机相，同采用的电动机驱动筛分物料，传统筛分机往往产生许多问题：

[0004] 1.传统振动筛一般采用单机驱动或双机同步驱动所需的电动机功率大，进而能耗增加，电动机本身体积也大，对电动机的技术要求也提高。

[0005] 2.传统振动筛通常采用单质体，在实现设备大型化有很大的难度，传给基础的动载荷较大，对振动筛本身的强度要求特别高。

[0006] 3.传统振动筛一般采用齿轮传动强迫联系的激振器，虽然结构紧凑成本低，但是由于振动筛振动次数较高，振幅较大，对齿轮的加工精度和润滑要求特别高。随着对振动筛的要求不断的提高，使得振动筛的机构、性能各方面都有进一步的创新。

发明内容

[0007] 针对目前传统振动筛，由于筛分效率低，筛分物料分离不彻底，和结构上过于陈旧，核心理论方法上不创新。本发明在传统的结构上打破了传统结构保守的结构模式，并应用新的同步理论和现代筛分技术来实现新的革新，结合三机自同步理论、亚共振机构、概率等厚筛分方法的应用，使得振动筛的效率成倍提高。

[0008] 本发明是通过以下技术方案来实现的：

[0009] 一种三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛，包括偏心转子、交流电动机、挠性联轴器、主振弹簧、导向板、筛箱、三成筛板、减振弹簧、基座、支撑架，分为上质体和下质体：上质体有交流电动机驱动偏心转子组成激振器构成上质体，筛箱构成下质体；在基座上分别有四组减震弹簧组与箱体通过弹簧组相连接前后左右对称分布在筛箱两侧，筛箱中部两侧均有一伸出结构作为支撑面，与主振弹簧和导向板互成夹角与上质体连接，上质体有三个偏心转子和三个交流电动机通过挠性联轴器共同组成三个激振器组成筛箱，前部为进料

端，后部为出料端，与进料端邻接处装有三层筛分的筛板，用于概率快速分层物料，电动机支撑架支撑三个驱动电动机，位于筛箱的一侧。它采用双质体亚共振设计理论，运动方式为两个质体相对运动；具有亚共振系统设备的激振频率小于振动系统的固有频率；当振动电动机所带动的偏心转子在上质体工作时，所产生的激振力使得上质体振动，激振力通过主振弹簧使得下质体振(箱体)振动；由偏向转子产生的激振力驱动上质体，上质体的振幅通过主振弹簧加以放大，从而产生下质体所要求的有效振幅，物料从进料端进入，均匀分散在筛板之上快速实现概率分层以防物料堆积，并通过振动而输送至单层筛网段并实现等厚高效筛分；下质体所产生的振动被减振弹簧有效隔离，从而保证大振动不能传播到地基，避免造成对周边环境的影响。

[0010] 进一步地，主振弹簧与导向板弹簧夹角为90°，且主振弹簧与物料前进方向成45°，也即振动方向角为45°。

[0011] 上述三机驱动双质体亚共振自同步概率等厚筛的参数确定方法，包括如下步骤：

[0012] 步骤1，建立动力学模型和运动微分方程

[0013] 振动系统的动力学模型，其中主振动体由两个刚体和三对偏心转子组成；刚体A通过弹簧和导向板分别连接到基座和刚体B上，而三个偏心转子安装在刚体B上；另外，振动弹簧与x轴平行且和导向板垂直；三个偏心转子分别绕偏心转子旋转轴中心o_1，o_2和o_3旋转，并且旋转中心o_1，o_2，o_3共线；感应电动机驱动三个偏心转子以逆时针方向旋转；$\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$分别是三个偏心转子的旋转角；由于导向板的限制作用，可以假定整个系统只有沿x方向的一个自由度，用x表示；

[0014] 基于拉格朗日方程，振动系统的运动微分方程得出如下。

[0015] $$M_1\ddot{x}_1-f_{2x}\dot{x}_2+(f_{1x}+f_{2x})\dot{x}_1-k_{2x}x_2+(k_{1x}+k_{2x})x_1=0$$

[0016] $$M_2\ddot{x}_2+f_{2x}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_{2x}(x_2-x_1)=\sum_{i=1}^{3}m_{0i}r_i(\dot{\varphi}_i^2\sin\varphi_i-\ddot{\varphi}_i\cos\varphi_i)$$

[0017] $$J_{01}\ddot{\varphi}_1+f_{01}\dot{\varphi}_1=T_{e1}-m_{01}r_1\ddot{x}\cos\varphi_1$$

[0018] $$J_{02}\ddot{\varphi}_2+f_{02}\dot{\varphi}_2=T_{e2}-m_{02}r_2\ddot{x}\cos\varphi_2$$

[0019] $$J_{03}\ddot{\varphi}_3+f_{03}\dot{\varphi}_3=T_{e3}-m_{03}r_3\ddot{x}\cos\varphi_3 \qquad (1)$$

[0020] $M_1=m_1$；$M_2=m_2+m_{01}+m_{02}+m_{03}$；$M=M_1+M_2$ $J_{oi}=m_{0i}r_i^2$；$r_1=r_2=r$；$m_{01}=m_{02}=m_{0}1$、两个刚体在x方向的相对运动微分方程

[0021] 假设三个偏心转子的质量：$m_{01}=\eta_1m_0$；$m_{02}=\eta_2m_0$；$m_{03}=\eta_3m_0$(和$\eta_1=1$)三个偏心转子的平均相位为$\varphi_i\ (i=1,2,3)$，其相位差为$2\alpha_1$，$2\alpha_2$，$2\alpha_2$，且它们的关系如下

[0022] $$\varphi_1-\varphi_2=2\alpha_1,\varphi_2-\varphi_3=2\alpha_2,\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=3\varphi$$

[0023] $$\varphi_1=\varphi+\frac{4}{3}\alpha_1+\frac{2}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_1$$

[0024] $$\varphi_2=\varphi-\frac{2}{3}\alpha_1+\frac{2}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_2$$

[0025] $$\varphi_3=\varphi-\frac{2}{3}\alpha_1-\frac{4}{3}\alpha_2=\varphi+\nu_3 \qquad (2)$$

[0026] 当三个偏心转子同步运行时，它们的同步角速度为$\dot{\varphi}=\omega_{m0}$。然后，在稳态下其位移

和角加速度的关系可以如下表示

[0027] $$\ddot{x}_1=-\omega_{m0}^2x_1,\quad \ddot{x}_2=-\omega_{m0}^2x_2 \tag{3}$$

[0028] 偏心转子的角加速度在稳定状态下接近于零，即$\ddot{\varphi}=0$，将公式(3)插入到(1)的前两个公式中，且其中f_{1x}可以被忽略(相对于其他参数，f_{1x}非常小)。

[0029] $$M_1'\ddot{x}_1-f_{2x}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)-k_{2x}(x_2-x_1)=0 \tag{4}$$

[0030] $$M_2'\ddot{x}_2+f_{2x}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_{2x}(x_2-x_1)=m_0r\omega_{m0}^2[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1)+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2)+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3)] \tag{5}$$

[0031] 在式(4)和(5)，$k_{1x}<<k_{2x}$，$M_1'=M_1-\frac{k_{1x}}{\omega_{m0}^2}\approx M_1$，$M'_2=M_2$。

[0032] 在稳态下，有$\dot{\varphi}_i=\omega_{m0}$，变换公式(4)和(5)：$(5)\times\frac{M_1'}{M_1'+M_2'}-(4)\times\frac{M_2'}{M_1'+M_2'}$，然后代入公式(2)，得出两个刚体$m_1$和$m_2$在x方向上的相对运动微分方程。

[0033] $$m\ddot{x}_{21}+f_{2x}\dot{x}_{21}+k_{2x}x_{21}=\frac{M_1'}{M_1'+M_2'}m_0r\omega_{m0}^2\sum_{i=1}^{3}\eta_i\sin(\varphi+\nu_i) \tag{6}$$

[0034] $$m=\frac{M_1'M_2'}{M_1'+M_2'},\quad \ddot{x}_{21}=\ddot{x}_2-\ddot{x}_1,\quad \dot{x}_{21}=\dot{x}_2-\dot{x}_1,\quad x_{21}=x_2-x_1$$

[0035] m是振动系统的诱导质量。

[0036] 根据公式(6)可以得到两个刚体的相对运动固有频率ω_0(也称为主振动系统的固有频率)。

[0037] $$\omega_0=\sqrt{\frac{k_{2x}}{m}}=\sqrt{\frac{k_{2x}(M_1'+M_2')}{M_1'M_2'}} \tag{7}$$

[0038] 方程(6)的响应如下

[0039] $$x_{21}=A_{21}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{21})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{21})+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{21})] \tag{8}$$

[0040] $$A_{21}=\frac{r_{m2}z_0^2r}{\sqrt{(1-z_0^2)^2+(2\xi_{2x}z_0)^2}},\gamma_{21}=\arctan\left(\frac{2\xi_{2x}z_0}{1-z_0^2}\right),z_0=\frac{\omega_{m0}}{\omega_0},r_{m2}=\frac{m_0}{M_2'}\approx\frac{m_0}{M_2}$$

[0041] 对于具有小阻尼的振动机，在工程上有$f_{2x}=2\xi_{2x}m\omega_0$。其中$\xi_{2x}$是等效的相对阻尼系数，且$\xi_{2x}\leqslant0.07$。

[0042] 根据式(8)，当$z_0=1$(即$\omega_{m0}=\omega_0$)，A_{21}的值达到最大。这表明ω_0是x方向上两个刚体之间的反相位运动的固有频率。

[0043] 基于求解极值规则，具有反相位相对运动的响应幅值λ_{21}可以表示如下。

[0044] $$\lambda_{21}=A_{21}\sqrt{\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2+2\eta_1\eta_2\cos2\alpha_1+2\eta_2\eta_3\cos2\alpha_2+2\eta_1\eta_3\cos(2\alpha_1+2\alpha_2)} \tag{9}$$

[0045] λ_{21}的值在工程中非常重要，其将在后面部分中详细讨论。

[0046] 步骤2，推导同步性条件

[0047] 考虑式(2)，通过传递函数方法求解(1)的前两个公式，得系统稳态下的响应：

[0048] $$x_1 = m_0 r\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{c_1^2+d_1^2}{a_1^2+b_1^2}}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{1x})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{1x})$$
$$+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{1x})]$$

[0049] $$x_2 = m_0 r\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{g_1^2+f_1^2}{a_1^2+b_1^2}}[\eta_1\sin(\varphi+\nu_1-\gamma_{2x})+\eta_2\sin(\varphi+\nu_2-\gamma_{2x})$$
$$+\eta_3\sin(\varphi+\nu_3-\gamma_{2x})] \qquad (10)$$

[0050] $$\gamma_{1x} = \begin{cases} \arctan\dfrac{b_1c_1-a_1d_1}{a_1c_1+b_1d_1}, & a_1c_1+b_1d_1>0 \\ \pi+\arctan\dfrac{b_1c_1-a_1d_1}{a_1c_1+b_1d_1}, & a_1c_1+b_1d_1<0 \end{cases}$$

[0051] $$\gamma_{2x} = \begin{cases} \arctan\dfrac{b_1g_1-a_1f_1}{a_1g_1+b_1f_1}, & a_1g_1+b_1f_1>0 \\ \pi+\arctan\dfrac{b_1g_1-a_1f_1}{a_1g_1+b_1f_1}, & a_1g_1+b_1f_1<0 \end{cases}$$

[0052] $$r_m = \frac{m_0}{M}, r_{m1} = \frac{M_1}{M}, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_{1x}+k_{2x}}{M_1}}, \omega_g = \sqrt{\frac{k_{1x}}{M}},$$

[0053] $$z_1 = \frac{\omega_{m0}}{\omega_1}, z_2 = \frac{\omega_{m0}}{\omega_2}, z_g = \frac{\omega_{m0}}{\omega_g}, \xi_{1x} = \frac{f_{1x}}{2\sqrt{k_{1x}M}}, \xi_{2x} = \frac{f_{2x}}{2\sqrt{k_{2x}m}}$$

[0054] $$a_1 = M_1M_2\omega_{m0}^4-(M_1k_{2x}+M_2k_{2x}+M_2k_{1x}+f_{1x}f_{2x})\omega_{m0}^2+k_{1x}k_{2x}$$

[0055] $$b_1 = -(M_1f_{2x}+M_2f_{2x}+M_2f_{1x})\omega_{m0}^3+(k_1f_{2x}+k_2f_{1x})\omega_{m0}$$

[0056] $$c_1 = k_2, d_1 = f_{2x}\omega_{m0}, g_1 = -M_1\omega_{m0}^2+k_1+k_2, f_1 = (f_{1x}+f_{2x})\omega_{m0}, g_2 = -M_2\omega_{m0}^2+k_2$$

[0057] (1)三个偏心转子的同步判据

[0058] 从式(1)的前两个公式中,可以得到x方向上的两个刚体的耦合矩阵和特征方程。

[0059] $$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}, \mathbf{K}' = \begin{pmatrix} k_{1x}+k_{2x} & -k_{2x} \\ -k_{2x} & k_{2x} \end{pmatrix}$$

[0060] $$\Delta(\omega^2) = \begin{vmatrix} k_{1x}+k_{2x}-M_1\omega^2 & -k_{2x} \\ -k_{2x} & k_{2x}-M_1\omega^2 \end{vmatrix} \qquad (11)$$

[0061] 其中M'是惯性耦合矩阵,K'是刚度耦合矩阵,Δ(ω²)是特征值的特征方程。当Δ(ω²)=0时,有

[0062] $$\omega^4M_1M_2-\omega^2M_1k_2-\omega^2M_2k_2-\omega^2M_2k_1+k_1k_2=0 \qquad (12)$$

[0063] 基于式(12),可以求解两个刚体在x方向上的两个固有频率:

[0064] $$\omega_{inv}' = \sqrt{\frac{M_1k_{2x}+M_2k_{2x}+M_2k_{1x}+\sqrt{(M_1k_{2x}+M_2k_{2x})^2+M_2k_{1x}(M_2k_{1x}+2M_2k_{2x}-2M_1k_{2x})}}{2M_1M_2}}$$

[0065]

$$\omega_{sa}^{'}=\sqrt{\frac{M_1k_{2x}+M_2k_{2x}+M_2k_{1x}-\sqrt{(M_1k_{2x}+M_2k_{2x})^2+M_2k_{1x}(M_2k_{1x}+2M_2k_{2x}-2M_1k_{2x})}}{2M_1M_2}} \tag{13}$$

[0066] 在工程中，隔振系统的刚度k_{1x}远小于主振动系统的刚度k_{2x}（即$k_{1x}<<k_{2x}$）。因此，忽略ω'_{inv}中的k_{1x}（即$k_{1x}=0$），我们有$\omega'_{inv}\approx\omega_{0}$。这表明，$\omega'_{inv}$是两个刚体在x方向上的反相位相对运动的固有频率。显然，ω'_{sa}则是两个刚体在x方向上同相位相对运动的固有频率。

[0067] 当三个偏心转子同步运行时，它们的同步角速度$\dot{\varphi}=\omega_{m0}$。对式(10)二次微分，然后将结果分别代入式(1)后面的三个公式中，并将它们在$\varphi=0\sim2\pi$上积分。在重排之后，可以获得三个偏心转子的平衡微分方程。

[0068] $$T_{e01}-f_{01}\omega_{m0}=\overline{T}_{L1}$$

[0069] $$T_{e02}-f_{02}\omega_{m0}=\overline{T}_{L2}$$

[0070] $$T_{e03}-f_{03}\omega_{m0}=\overline{T}_{L3} \tag{14}$$

[0071] 其中$\overline{T}_{Li}$为电动机i的输出电磁转矩。$T_u=\frac{1}{2}m_0r^2\omega_{m0}^2$是标准偏心转子对的动能

[0072]
$$\begin{aligned}\overline{T}_{L1}=T_uF_2[&\eta_1^2\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_2\cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}\\&+\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

[0073]
$$\begin{aligned}\overline{T}_{L2}=T_uF_2[&\eta_2^2\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_2\cos(2\overline{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}+\eta_2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}\\&-\eta_1\eta_2\sin(2\overline{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+\eta_2\eta_3\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

[0074]
$$\begin{aligned}\overline{T}_{L3}=T_uF_2[&\sin\gamma_{2x}+\cos(2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}+\cos(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}\\&-\sin(2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}-\sin(2\overline{\alpha}_1+2\overline{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]\end{aligned}$$

[0075] $$F_1=m_0\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{c_1^2+d_1^2}{a_1^2+b_1^2}}=\sqrt{\frac{r_m^2f_1(\xi_{1x},\xi_{2x})}{\left(1-\frac{1}{z_{inv}^2}\right)^2\left(1-\frac{1}{z_{sa}^2}\right)^2+f_3(\xi_{1x},\xi_{2x})+f_4(\xi_{1x},\xi_{2x})}},$$

[0076] $$F_2=m_0\omega_{m0}^2\sqrt{\frac{g_1^2+f_1^2}{a_1^2+b_1^2}}=\sqrt{\frac{f_2(\xi_{1x},\xi_{2x})}{\left(1-\frac{1}{z_{inv}^2}\right)^2\left(1-\frac{1}{z_{sa}^2}\right)^2+f_3(\xi_{1x},\xi_{2x})+f_4(\xi_{1x},\xi_{2x})}},$$

[0077] $$z_{inv}=\frac{\omega_{m0}}{\omega_{inv}^{'}},\quad z_{sa}=\frac{\omega_{m0}}{\omega_{sa}^{'}},\quad f_1(\xi_{1x},\xi_{2x})=\frac{1+4z_0^2\xi_{2x}^2}{z_0^4},$$

[0078] $$f_2(\xi_{1x},\xi_{2x})=r_{m2}^2\left(1-\frac{1}{z_1^2}\right)^2+\left(\frac{2r_{m2}\xi_{1x}}{r_{m1}z_g}+r_m\frac{\xi_{2x}}{z_0}\right)^2,$$

[0079] $$f_3(\xi_{1x},\xi_{2x})=\frac{8\xi_{1x}\xi_{2x}}{z_0^2z_g}\left[\frac{2\xi_{1x}\xi_{2x}}{z_g}-z_0\left(1-\frac{1}{z_{inv}^2}\right)\left(1-\frac{1}{z_{sa}^2}\right)\right],$$

[0080] $$f_4(\xi_{1x},\xi_{2x})=\frac{4}{z_0^4}\left[-z_0\xi_{2x}+\frac{1}{z_g}\left(\xi_{1x}-\frac{\xi_{1x}z_0^2}{r_{m1}}+\frac{\xi_{2x}z_0}{z_g}\right)\right]^2$$

[0081] 在上述积分过程期间，与φ随时间t的的变化($\dot{\varphi}=\omega_{m0}$)相比，$2\alpha_1$和$2\alpha_2$的变化小得多，其可以被看作为是慢变参数.因此，故$2\alpha_1$和$2\alpha_2$可以用它们的积分均值$2\bar{\alpha}_1$和$2\bar{\alpha}_2$代替。

[0082] 电动机A和B之间以及电动机B和C之间的输出电磁转矩之差如下：

$$\Delta T_{012}=\bar{T}_{L1}-\bar{T}_{L2}$$

[0083] $$=T_uF_2[(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$+2\eta_1\eta_2\sin(2\bar{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}]$$

[0084]

$$\Delta T_{023}=\bar{T}_{L2}-\bar{T}_{L3}$$
$$=T_uF_2[(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}+\eta_1\eta_2\cos(2\bar{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}-\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$-\eta_1\eta_2\sin(2\bar{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+2\eta_2\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}] \quad (15)$$

[0085] 重新整理公式(15)

[0086] $$\frac{\Delta T_{012}}{T_uF_2}-(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}=\tau_{c12}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2) \quad (16)$$

[0087] $$\frac{\Delta T_{023}}{T_uF_2}-(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}=\tau_{c23}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2) \quad (17)$$

[0088]

$$\tau_{c12}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$+2\eta_1\eta_2\sin(2\bar{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}-\eta_2\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x} \quad (18)$$

[0089]

$$\tau_{c23}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\eta_1\eta_2\cos(2\bar{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x}-\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}$$
$$-\eta_1\eta_2\sin(2\bar{\alpha}_1)\cos\gamma_{2x}+2\eta_2\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x}+\eta_1\eta_3\sin(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\cos\gamma_{2x} \quad (19)$$

[0090] 其中，$\tau_{c12}(\alpha_1,\alpha_2)$，$\tau_{c23}(\alpha_1,\alpha_2)$分别是电动机A和B，B和C的无量纲耦合力矩。其约束函数如下：

[0091] $$\left|\tau_{c12}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)\right|\le\tau_{c12max} \quad (20)$$

[0092] $$\left|\tau_{c23}(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)\right|\le\tau_{c23max} \quad (21)$$

[0093] 因此得到三个偏心转子的同步判据如下

[0094] $$\left|\frac{\Delta T_{012}}{F_2T_u}-(\eta_1^2-\eta_2^2)\sin\gamma_{2x}\right|\le\tau_{c12max} \quad (22)$$

[0095] $$\left|\frac{\Delta T_{023}}{F_2T_u}-(\eta_2^2-\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}\right|\le\tau_{c23max} \quad (23)$$

[0096] 方程(22)和(23)可以描述为：任意两个激振器之间的无量纲残余力矩之差的绝对

值小于或等于其无量纲耦合力矩的最大值。

[0097] 将式(14)中公式相加并重新排列，得到三个电动机的平均无量纲负载力矩。

$$\tau_a(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\frac{1}{3T_u F_2}\sum_{i=1}^{3}\tilde{T}_{L1}$$

[0098]
$$=\frac{1}{3}[(\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2)\sin\gamma_{2x}+2\eta_1\eta_2\cos(2\bar{\alpha}_1)\sin\gamma_{2x} \quad (24)$$
$$+2\eta_2\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}+2\eta_1\eta_3\cos(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2)\sin\gamma_{2x}]$$

[0099] 其约束函数如下

[0100] $$\left|\tau_a(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)\right|\le\tau_{a\max} \quad (25)$$

[0101] 定义$\zeta_{i,j}$(i,j=1,2,3)为偏心转子A和B，B和C，A和C之间的同步能力的系数，其表达式如下。

[0102] $$\zeta_{12}=\frac{\tau_{c12\max}}{\tau_{a\max}},\quad \zeta_{23}=\frac{\tau_{c23\max}}{\tau_{a\max}},\quad \zeta_{31}=\frac{\tau_{c31\max}}{\tau_{a\max}} \quad (26)$$

[0103] 同步能力的系数ζ_{12}，ζ_{23}和ζ_{31}越大，振动系统的同步能力越强，振动系统更容易实现同步。

[0104] 步骤3推导稳定性条件

[0105] 振动系统的动能(T)和势能(V)如下

[0106] $$T=\frac{1}{2}(M_1\dot{x}_1^2+M_2\dot{x}_2^2+\sum_{i=1}^{2}J_{0i}\dot{\varphi}_i^2)$$

[0107] $$V=\frac{1}{2}[k_{1x}x_1^2+k_{2x}(x_1-x_2)^2] \quad (27)$$

[0108] 单个周期内振动系统的平均动能和势能可求得：

[0109]
$$E_T=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}T\mathrm{d}\varphi=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}(M_1\dot{x}_1^2+M_2\dot{x}_2^2+\sum_{i=1}^{2}J_{0i}\dot{\varphi}_i^2)\mathrm{d}\varphi \quad (28)$$
$$=\frac{1}{2}r^2\omega_{m0}^2\left(M_1F_1^2+M_2F_2^2\right)q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)+\frac{1}{2}\left(\eta_1+\eta_2+\eta_3\right)m_0r^2\omega_{m0}^2$$

[0110]
$$E_V=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}V\mathrm{d}\varphi=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}[k_{1x}x_1^2+k_{2x}(x_1-x_2)^2]\mathrm{d}\varphi \quad (29)$$
$$=\frac{1}{2}r^2\left[k_{1x}F_1^2+k_{2x}F_1^2+k_{2x}F_2^2-2k_{2x}F_1F_2\cos\left(\gamma_{2x}-\gamma_{1x}\right)\right]q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)$$

[0111]
$$q(\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2)=\eta_1\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_1+2\bar{\alpha}_2\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\bar{\alpha}_1\right)+\eta_2\eta_3\cos\left(2\bar{\alpha}_2\right)+\frac{1}{2}\left(\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2\right) \quad (30)$$

[0112] 振动系统单周期上的Hamilton平均作用量：

[0113] $$I=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(T-V)\mathrm{d}\varphi \quad (31)$$

[0114] 在同步状态下，系统的稳定相位差解($2\bar{\alpha}_{10}$，$2\bar{\alpha}_{20}$)对应于Hamilton的平均作用

量的最小值。即I的Hesse矩阵应该在稳定同步解的邻域内正定。

[0115] $$A=\frac{\partial^2 I}{\partial\overline{\alpha}_1^2}=H\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}\right)\right]$$

[0116] $$B=\frac{\partial^2 I}{\partial\overline{\alpha}_1\partial\overline{\alpha}_2}=H\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)$$

[0117] $$C=\frac{\partial^2 I}{\partial\overline{\alpha}_2^2}=H\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\eta_2\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{20}\right)\right] \qquad (32)$$

[0118] $$H=-2r^2\omega_{m0}^2\left(M_1F_1^2+M_2F_2^2\right)+2r^2\left[k_{1x}F_1^2+k_{2x}F_1^2+k_{2x}F_2^2-2k_{2x}F_1F_2\cos\left(\gamma_{2x}-\gamma_{1x}\right)\right]$$

[0119] 如果I的Hesse矩阵是正定的，则有

[0120] $A>0, AC-B^2>0$ (33)

[0121] (1)考虑系统阻尼的情况

[0122] 将式(32)代入式(33)中，并重新排列，可以获得同步状态的稳定性判据。

[0123] $$H\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}\right)\right]>0 \qquad (34)$$

[0124] $$\begin{aligned}&\eta_1^2\eta_2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_{20})+\eta_1^2\eta_2\eta_3\cos(4\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20})+\eta_1\eta_2^2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_{10}-2\overline{\alpha}_{20})\\&+\eta_1\eta_2^2\eta_3\cos(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20})+\eta_1\eta_2\eta_3^2\cos(2\overline{\alpha}_{10})+\eta_1\eta_2\eta_3^2\cos(2\overline{\alpha}_{10}+4\overline{\alpha}_{20})>0\end{aligned} \qquad (35)$$

[0125] 其中H可以称为振动系统的同步稳定性系数。

[0126] (2)忽略系统阻尼的情况

[0127] 通常，振动机的系统阻尼小，因此可以忽略。在忽略系统阻尼之后，式(34)可以表示如下。

[0128] $$H_1\left[\eta_1\eta_3\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\eta_1\eta_2\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}\right)\right]>0 \qquad (36)$$

[0129] $$H_1=r_{m2}\left(1-\frac{1}{z_1^2}\right)^2\left(\frac{r_{m1}}{z_0^2}-1\right)+\frac{r_m r_{m1}}{z_0^4}\left(1-\frac{1}{z_1^2}\right)$$

[0130] (3)在一些工程机械振动中

[0131] 在工程中，如振动输送机，考虑到机械结构和工程设计要求，三台电动机的参数相同，工作时其相位差接近零。此外，通常在设计过程中得到一系列系统的固有频率，且有$0<\omega'_{sa}<\omega_1<\omega'_{inv}$。因此，等式(36)可以大致简化如下。

[0132] $$\left(\omega_1^2-\omega_{m0}^2\right)<0,\ \left(\omega_0^2-\omega_{m0}^2\right)>0,\ \cos\left(2\overline{\alpha}_{10}+2\overline{\alpha}_{20}\right)+\cos\left(2\overline{\alpha}_{10}\right)>0 \qquad (37)$$

[0133] 方程(35)和方程(37)可以被认为是工程设计中稳定性判据的最简表达式。在这种条件下，当三个偏心转子工作在亚谐振状态或亚临近谐振状态时，它们的相位差稳定并接近零。

[0134] 该新型振动筛采用了双质体亚共振结构、三机自同步理论，提高了设备的运转效率，降低了设备的高度、减少了维护量，适合于各种大型、超大型工业应用。

[0135] 本发明的有益效果：

[0136] 1)双质体是振动设备的一类新型结构，采用一个质体驱动另一个质体。激发质体通常有电动机驱动的偏心转子外壳和筛箱的一组弹簧构成，使用弹簧链接另一个质体，这

样就形成了一个敏感的亚共振系统，并不因为装载量的变化而影响整体机械性能的发挥。与单质体系统相比，双质体系统用较小的功率就可以达到相同的功效，双质体驱动系统能够很好的降低电能消耗，在同样工作的条件下能节约50％～70％的电能。

[0137] 2)三机驱动，改变传统驱动理论的思想，采用三机驱动应用了自同步理论。与传统的单级和双级驱动相比增大了驱动的频率，使得筛分更彻底，进一步提升了工作效率。振动系统具有两个刚体，三个不相同的耦合激振器具有相同的旋转方向，实现自同步理论。

[0138] 3)概率等厚筛分技术的应用，与传统的单层筛分所不同，不仅能够实现物料的分层，还能有利于物料筛分更彻底，使物料获得更精确地筛分。概率等厚筛分法综合了概率筛分法的单位面积产量大以及设备尺寸小的优点，同时克服了概率筛分法效率低和筛下产品中常含有粗颗粒的缺陷以及等候筛分法筛面长度较大的缺点。因此概率等候筛分法已经成为一种较为完善的筛分方法，具有单位面积产量大、筛分效率高、所需筛面长度较小的优点。

[0139] 4)筛网，采用若干个小块拼接来代替传统的整体式筛网，筛面无螺栓连接，可以保证平缓的无障碍的筛分过程，筛网可以根据损坏程度进行局部更换，方便节约成本。

附图说明

[0140] 图1为振动筛结构示意图主视图；

[0141] 图2为振动筛结构示意图俯视图；

[0142] 图3为振动筛结构示意图左视图；

[0143] 图4为振动系统动力学模型图；

[0144] 图5为频率-振幅曲线图；

[0145] 图6为不同η_i下τ_{cijmax}(ij＝1,2,3)随ω_{m0}的变化图；

[0146] 图7为不同η_i下CGDSs随ω的变化图：(a)$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$下$\varsigma_{ij}(ij=12,23,13)$曲线；(b)$\eta_1=\eta_2=1$，$\eta_3=0.6$下$\varsigma_{ij}(ij=12,23,13)$曲线；(c)$\eta_1=1\eta_2=0.8$，$\eta_3=0.6$下$\varsigma_{ij}(ij=12,23,13)$曲线；

[0147] 图8为不同η_i下偏心转子间的相位差随ω的变化图：(a)$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$；(b)$\eta_1=\eta_2=1,\eta_3=0.6$；(c)$\eta_1=1,\eta_2=0.8,\eta_3=0.6$；

[0148] 图9为不同η_i下振动系统的同步稳定性系数随ω的变化图：(a)$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$；(b)$\eta_1=\eta_2=1,\eta_3=0.6$；(c)$\eta_1=1,\eta_2=0.8,\eta_3=0.6$；

[0149] 图10为两个刚体的相位滞后角随ω的变化图；

[0150] 图11为$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时在亚共振状态下($z_0\approx0.24$)的仿真结果图：(a)三个电动机的旋转速度；(b)偏心转子A和B之间的相位差、(c)偏心转子B和C之间的相位差；(d)偏心转子A和C之间的相位差；(e)刚体A在x方向上的位移；(f)刚体B在x方向上的位移；(g)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0151] 图12为$\eta_1=1,\eta_2=0.8,\eta_3=0.6$时亚谐振状态下($z_0\approx0.24$)的仿真结果图：(a)偏心转子A和B之间的相位差；(b)偏心转子B和C之间的相位差；(c)偏心转子A和C之间的相位差；(d)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0152] 图13为$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时亚共振状态下($z_0\approx0.63$)的仿真结果图：(a)三个电动机

的转速；(b)偏心转子A和B之间的相位差；(c)偏心转子B和C之间的相位差；(d)偏心转子A和C之间的相位差；(e)刚体A在x方向上的位移；(f)刚体B在x方向上的位移；(g)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0153] 图14为$\eta_1=1,\eta_2=0.8,\eta_3=0.6$时亚共振状态下($z_0\approx0.63$)的仿真结果图：(a)偏心转子A和B之间的相位差；(b)偏心转子B和C之间的相位差；(c)偏心转子A和C之间的相位差；(d)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0154] 图15为$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时超共振状态下($z_0\approx1.26$)的仿真结果图：(a)三个电动机的转速；(b)偏心转子A和B之间的相位差；(c)偏心转子B和C之间的相位差；(d)偏心转子A和C之间的相位差；(e)刚体A在x方向上的位移；(f)刚体B在x方向上的位移；(g)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0155] 图16为$\eta_1=1,\eta_2=0.8,\eta_3=0.6$时超共振状态下($z_0\approx1.26$)的仿真结果图：(a)偏心转子A和B之间的相位差；(b)偏心转子B和C之间的相位差；(c)偏心转子A和C之间的相位差；(d)刚体A和B在x方向上的相对位移；

[0156] 图中：1筛板；2进料口；3偏心转子；4激振器；5主振弹簧；6导向板；9减振弹簧；10支撑面；11隔板；12挠性联轴器；13电动机。

具体实施方式

[0157] 如图4振动系统的动力学模型，其中主振动体由两个刚体和三个偏心转子组成。刚体A通过弹簧和导向板分别与基座和刚体B连接，且三个偏心转子安装在刚体B上。另外，振动弹簧与x轴平行且和导向板垂直。三个偏心转子分别绕偏心旋转轴中心o_1,o_2和o_3旋转，并且旋转中心o_1,o_2,o_3共线。感应电动机驱动三个偏心转子一起逆时针旋转。在文中，φ_1，φ_2，φ_3分别是三个偏心转子的旋转角。由于导向板的限制作用，可以假定整个系统只有沿x方向的一个自由度，用x表示。

[0158] 给出了一些数值分析以验证理论结果。在分析过程中，研究了系统的特点，振动系统的参数为：$k_{1x}=100kN/m,k_{2x}=8000kN/m,m_1=1500kG,m_2=10kG,m_0=10kG,r=0.15m,\xi_{2x}=0.02,\xi_{1x}=0.07$。根据参数，$\omega_0$和$\omega_1$的值易得，$\omega_0\approx134rad/s$，$\omega_1\approx74rad/s$。另外，三个电动机的类型是相同的(三相鼠笼，50Hz，380V，6极，0.75kW，额定速度980r/min)，并且电动机的参数：转子电阻$R_r=3.40\Omega$，定子电阻$R_s=3.35\Omega$，互感$L_m=164mH$，转子电感$L_r=170mH$，定子电感$L_s=170mH$，$f_1=f_2=f_3=0.05$。

[0159] 1)稳态下的幅频特性

[0160] 基于式(8)～(9)，频率-振幅曲线如图5所示。从图5中可以清楚地看出，三条曲线的趋势是相同的，曲线都可以分为三部分，它们分别表示两个刚体的三种运动状态：(i)当偏心转子运动频率满足$\omega<\omega_1$，刚体A与刚体B之间的相对位移的幅度为零；(ii)当偏心转子运动频率满足$\omega_1<\omega<\omega_0$的条件时，刚体B的刚体A之间相对位移的振幅随着外激频率的增加而增加；(iii)当偏心转子运动频率满足$\omega>\omega_0$，两个刚体的运动关系与在$\omega<\omega_1$的条件下相同，它们是相对静态的。在工程中，一般状态(ii)满足工作要求。

[0161] 2)动态特性的讨论

[0162] 在上述分析中，定义了系统的同步能力系数$\zeta_{ij}(ij=12,23,13)$，ζ_{ij}是τ_{cijmax}和τ_{amax}之间的比值，其中τ_{cijmax}是三个偏心转子的无量纲耦合力矩的最大值，τ_{amax}是三个电动机平

均无量纲负载力矩。通常，ζ_{ij}也称为广义动态对称系数(CGDS)，它取决于振动系统的参数。在分析过程中，CGDS越好，振动系统的同步能力越强。

[0163] 根据式(18)～(24)可以得到如图4所示的CGDS曲线。图6所示的曲线描述了对于不同的η_i(i＝1,2,3)，τ_{cijmax}随着激励频率ω的变化。在图6中，可以清楚地发现，当ω接近ω_1或ω_0时，CGDS将突然减小。τ_{cijmax}的这种变化可以表明当激励频率ω等于ω_1或ω_0时，三个任意偏心转子对的无量纲耦合力矩最大值达到最小。此外，从图7中还可以清楚地看到，当ω接近ω_1或ω_0时同步能力最弱。分析可知，ω_1和ω_0分别是振动系统的两个固有频率，当ω等于ω_1或ω_0时，系统实现共振，同步能力弱。从图7中的CGDS的变化，容易发现振动系统打的广义动态对称性：(a)当$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时，三个偏心转子的质量相同，我们可以认为三个偏心转子是对称的，并且同步能力相同，$\zeta_{12}=\zeta_{23}=\zeta_{13}$；(b)当$\eta_1=\eta_2=1>\eta_3=0.6$时，偏心转子A和B的质量是相同的，换句话说，偏心转子A和B是对称的，因此CGDS满足$\zeta_{12}>\zeta_{23}=\zeta_{13}$；(c)当$\eta_1=1>\eta_2=0.8>\eta_3=0.6$时，三个偏心转子彼此不同，并且CGDS满足$\zeta_{12}>\zeta_{23}>\zeta_{13}$

[0164] 3)同步状态下的稳定相位差的讨论

[0165] 在振动系统同步状态的分析过程中，稳定相位差的研究是必不可少的。当振动系统稳定运行时，三个电动机的输出电磁转矩分别相等。换句话说，在振动系统满足同步判据和稳定性判据的条件下，三个电动机的输出电磁转矩的差值为零(即$\Delta T_{012}=\Delta T_{023}=0$)。基于此，考虑公式(15)，通过改变外激频率ω的值，可以得到稳定的相位差$2\alpha_1^*$，$2\alpha_2^*$的值，振动系统稳定相位差与外激频率之间的关系曲线如图5所示。

[0166] 在图8中，随着ω的增加，稳定相位差值可以分为两组，I和II，然而，可以清楚地看到，I和II的结果是相反的，考虑到动力学模型的对称性，其可被看作为是一组稳定相位差。从图8(a)，(b)，(c)可以看出，偏心转子的稳定相位差值可以分为三个区域：

[0167] (i)$z_0<z_1<1$(即$\omega<\omega_1<\omega_0$)。在该情况下，考虑到当ω非常小时(通常，ω≤25rad/s)振动系统不稳定，因此该区域可以忽略。在ω>25rad/s的情况下，根据图8所示，当$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时，三个偏心转子相同，稳定相位差值满足$2\alpha_1^*=2\alpha_2^*=120^\circ$；当$\eta_1=\eta_2=1$和$\eta_3=0.6$时，偏心转子A和B是相同且对称的，偏心转子1与3，2与3之间的稳定相位差相等·，并且稳定相位差值满足$2\alpha_1^*\approx145^\circ$，$2\alpha_2^*\approx107^\circ$，根据结果，可以得知$2\alpha_1^*+2\alpha_2^*\approx-108^\circ$；当三个偏心转子对不同时，在$\eta_1=1$，$\eta_2=0.8$和$\eta_3=0.6$的情况下有$2\alpha_1^*\approx143^\circ$，$2\alpha_2^*\approx88^\circ$。基于不同$\eta_i$(i＝1,2,3)下的稳定相位差值，可以发现三个偏心转子实现了力的平衡。根据结果，可以得出，在这种情况下，两个刚体随着时间的推移而趋于静止。

[0168] (ii)$z_0<1<z_1$(即$\omega_1<\omega<\omega_0$)。在工程中，可以在该区域中选择工作点。如图8所示，不同η_i下的稳定相位差值在零附近，并且具有广义动态对称性。在$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$的条件下，三个偏心转子是对称的，稳定相位差值都为零，而在$\eta_1=\eta_2=1$和$\eta_3=0.6$的条件下，偏心转子A和B是对称的，$2\alpha_1^*=0$。当三个偏心转子对不同时，稳定相位差值随着ω变化不在恒为零。

[0169] (iii)$1<z_0<z_1$(即$\omega_1<\omega_0<\omega$)。该情况下振动系统的运动状态与$z_0<z_1<1$时的运动状态相同。

[0170] 4)同步状态稳定性的讨论

[0171] 根据理论分析，三个电动机以ω_{m0}的速度(ω_{m0}等于外激频率ω)实现同步稳定运

转，对于不同的ω，系统的同步稳定性是不一样的。基于式(34)和式(35)，定义了H为振动系统的同步稳定性系数，H随外激频率的变化趋势如图9所示。从图9中可以看出，对于不同的η_i，系统的同步稳定能力系数近似相等。图中可以清楚地看到，曲线在点ω_0上突变，而在ω_1的点上变化缓慢。另外，在$z_0<z_1<1$的情况下，H的值小于零并且接近于零，这表示此时振动系统的同步稳定性非常弱。

[0172] 5)稳态的相位滞后角的讨论

[0173] 为了分析刚体A和B之间的运动关系，将讨论两个刚体相对于偏心转子的相位滞后角。根据式(10)，η_i对相位滞后角的影响非常小，忽略η_i的影响，在$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时，相位滞后角γ_{xi}(i=1,2)和外激频率ω的关系曲线如图10所示。从图10可以看出，$\gamma_{x2}-\gamma_{x1}$的曲线可以分为两组：(1)当γ_{xi}(i=1,2)时，有$\gamma_{x2}-\gamma_{x1}\approx360°$，两个刚体在这种情况下以同相位运行；(2)当$\omega>\omega_1$，有$\gamma_{x2}-\gamma_{x1}\approx180°$，此时两个刚体以反相位运行。

[0174] 仿真模拟实验

[0175] 为了进一步分析数值结果，通过Runge-Kutta法得到三组仿真结果。振动系统和电动机的参数在上面部分已列出。在本节中，为了获得当ω位于不同区域时系统的运动状态，频率比z_0和z_1可以通过改变弹簧刚度k_{2x}而得到。同时，在每组中给出两个仿真结果以进行比较。

[0176] 1)$z_0<z_1<1$

[0177] 图11和图12分别展示了在三个偏心转子相同或不同的条件下系统的响应。从图11(a)可以看出，同步旋转速度约为983r/min，并且满足弹簧刚度$k_{2x}=80000$kN/m，则频率比$z_0\approx0.24$，$z_1\approx0.45$。通过改变偏心转子的质量比η_i(i=1,2,3)，另一组仿真结果也可以得到，如图12。此外，在两组仿真的过程中，电动机2在25s时受到π/3的干扰。

[0178] 从图11和图12可以清楚地看到稳定相位差值满足：$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时$2\alpha_1=2\alpha_2=120°$；$\eta_1=1$，$\eta_2=0.8$，$\eta_3=0.6$时有$2\alpha_1\approx143.2°$，$2\alpha_2\approx88.7°$。此外，刚体的位移接近于零，换句话说，两个刚体静止。在图11中，16s之后，偏心转子对以稳定的相位差旋转。在25s时，π/3的扰动被加到电动机2上，三个偏心转子之间的相位差在短时间内出现波动，并且$2\alpha_1$，$2\alpha_2$随时间的推移恢复到120°。此外，在图12中，相位差的变化规律与图11中的相同，两个刚体之间的相对位移在25s时出现短时间的增加，后随着时间的推移趋于零。在图11中，还可以注意到，在大约16s之前，运动的状态是不稳定的，因此这段时间可以被称为过渡区。此外，对比数值结果，可以发现仿真结果的稳定相位差值对应于图7(a)，(c)中的$l_1\left(2\alpha_1^*=120^o,\ 2\alpha_2^*=120^o\right)$和$l_4\left(2\alpha_1^*=144^o,\ 2\alpha_2^*=88^o\right)$。而两个刚体相对运动振幅对应于图5中的点A，与数值结果相比，仿真结果有微小的差异。作者认为，导致这种现象的因素是系统的阻尼。

[0179] 2)$z_0<1<z_1$

[0180] 在仿真过程中，为了获得相同的频率比，两个仿真的弹簧刚度k_{2x}取值不同，$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时$k_{2x}=5000$kN/m，$\eta_1=1$，$\eta_2=0.8$，$\eta_3=0.6$时$k_{2x}=8000$kN/m。根据系统参数和仿真结果，求得频率比：$z_0\approx0.63$，$z_1\approx1.15$。图13和图14分别显示了$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$和$\eta_1=1$，$\eta_2=0.8$，$\eta_3=0.6$时的仿真结果。和上一组仿真一样，电动机2在15秒时受到π/3的扰动。

[0181] 如图13和图14所示，稳定相位差值满足：$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$时$2\alpha_1=2\alpha_2=0°$；$\eta_1=1$，$\eta_2=0.8$，$\eta_3=0.6$时有$2\alpha_1\approx-5.8°$，$2\alpha_2\approx-10.5°$。在$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$的情况下，刚体A的振幅为约7mm，刚体B的振幅为约14mm，同时两个刚体相对位移的振幅约为21mm。此外，当$\eta_1=1$，$\eta_2=$

0.8，η_3＝0.6时，两个刚体的相对位移的振幅接近15.9mm。

[0182] 对比图7(a)，(b)，仿真结果的稳定相位差值对应于图7(a)，(c)中的$l_2(2\alpha_1^*=0^o,2\alpha_2^*=0^o)$和$l_5(2\alpha_1^*=-2^o,2\alpha_2^*=-3^o)$，两个刚体之间的相对位移的振幅分别对应于图5中的B和D点。将数值结果与仿真结果进行比较，可以发现稳定相位差的仿真结果差异较大。针对这种现象，作者认为，由于阻尼的影响，系统的负载增加，为了平衡系统的负载，感应电动机将通过增加稳定相位差来产生足够的耦合转矩。

[0183] 3) $1<z_0<z_1$

[0184] 改变弹簧刚度k_{2x}＝3000kN/m，在15s时给电动机加π/3的扰动上，此后，在不同质量比下的仿真结果如图15和图16所示。相比于$z_0<z_1<1$时的仿真结果，当振动系统以稳定相位差运行时，两种状态下的稳定相位差和位移是相同的。另外，此时仿真得出的稳定相位差值对应于图11(a)，(c)中的$l_3(2\alpha_1^*=120^o,2\alpha_2^*=120^o)$和$l_6(2\alpha_1^*=144^o,2\alpha_2^*=88^o)$，两个刚体之间的相对位移的振幅对应于图5中的点E。基于力学分析，在$z_0<z_1<1$和$1<z_0<z_1$的状态下，三个偏心转子对实现了力的平衡。

[0185] 总结

[0186] 基于以上的数值分析和计算机仿真，得出以下几点：

[0187] 通过数值分析，获得振动系统的同步判据和同步状态下的稳定性判据，并定义了同步能力系数和稳定性能力系数。根据同步能力系数和稳定性能力系数曲线，振动系统的同步能力和同步状态下的稳定性能力在共振点ω_1和ω_0处最弱。通过比较外激频率和两个固有频率的值，振动系统的运动状态可以分为三个区域：(i)亚共振状态(即$\omega<\omega_1$)；(ii)近亚共振状态(即$\omega_1<\omega<\omega_0$)；(iii)超共振状态(即$\omega>\omega_0$)。

[0188] 根据数值分析和计算机仿真结果，当系统稳定运行时，刚体在亚共振和超共振下的运动状态是类似的，并且此时三个偏心转子实现力的平衡，因此两个刚体是静止的。在近亚共振状态下，刚体的运动类型为直线往复运动，稳定相位差区域为(-π/2,π/2)，两个刚体以反相位运行。

[0189] 实际工程上，在设计振动机的过程中，为了使振动机正常工作并执行其功能，工作点只能选择在近亚共振状态下。通常，当偏心转子相同时，振动机工作效率是最好的。

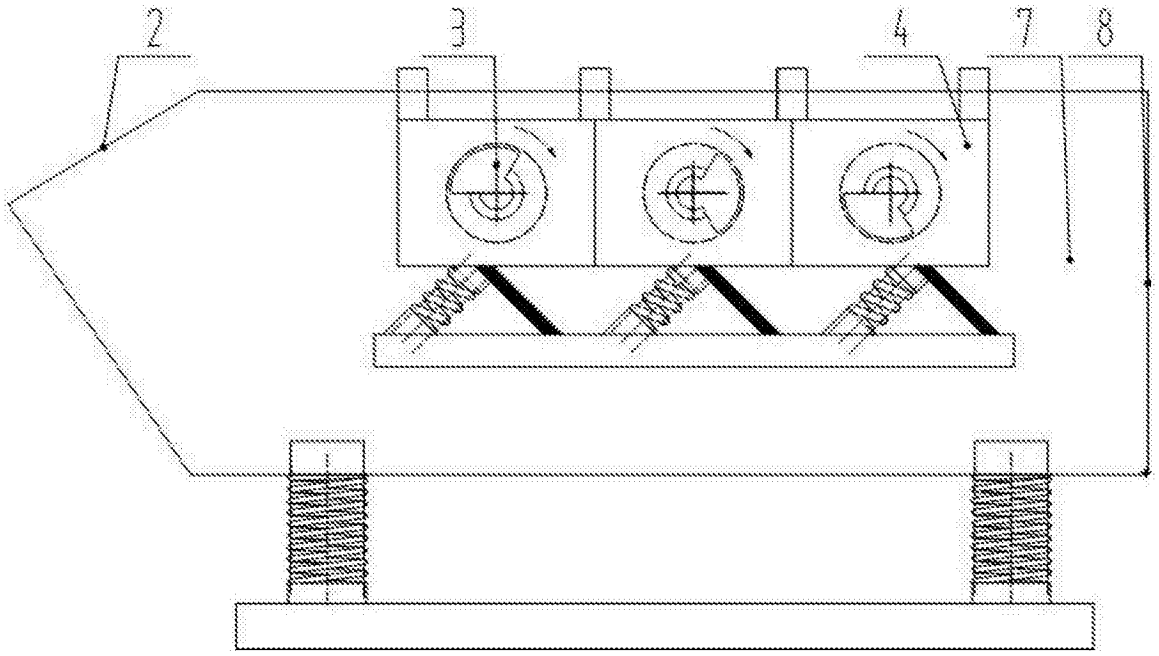


图1

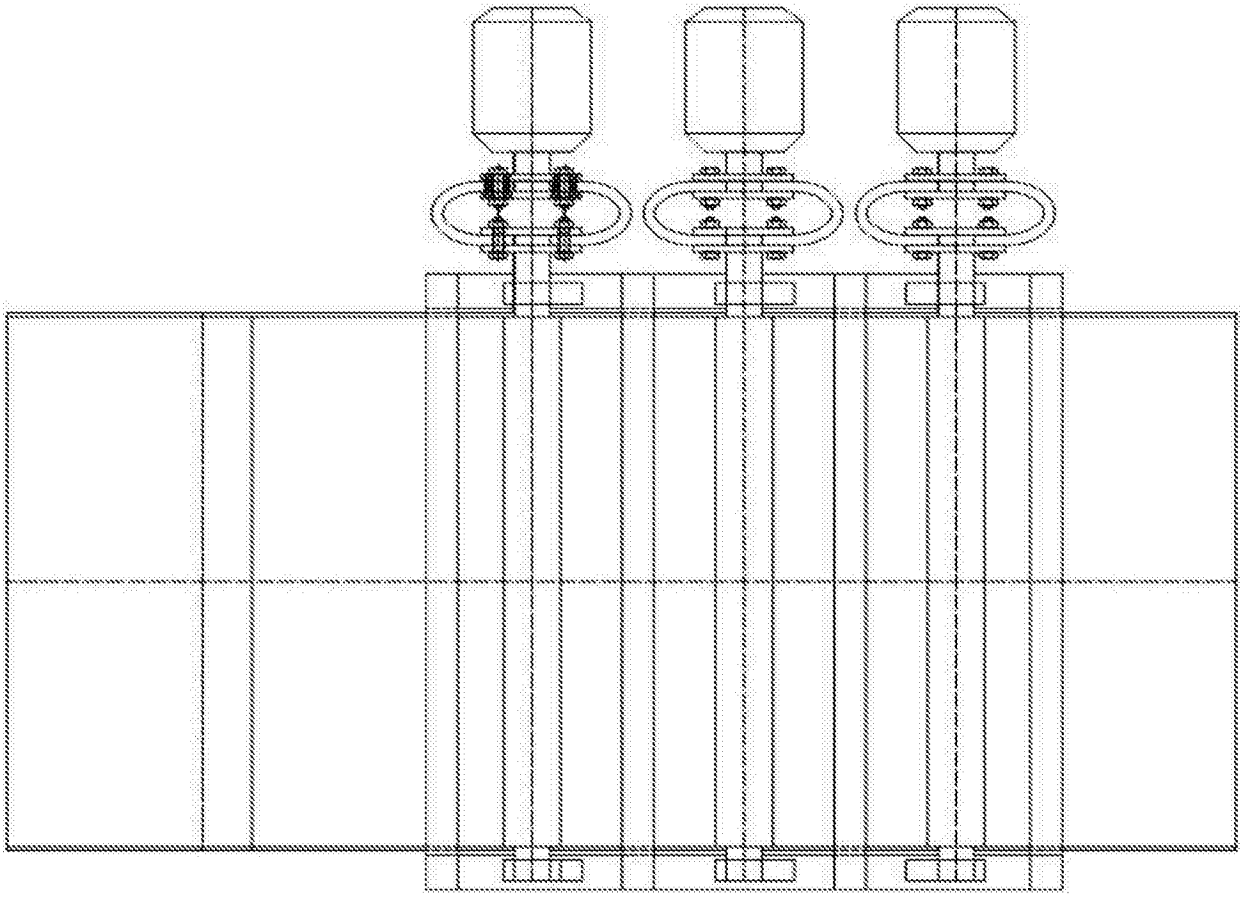


图2

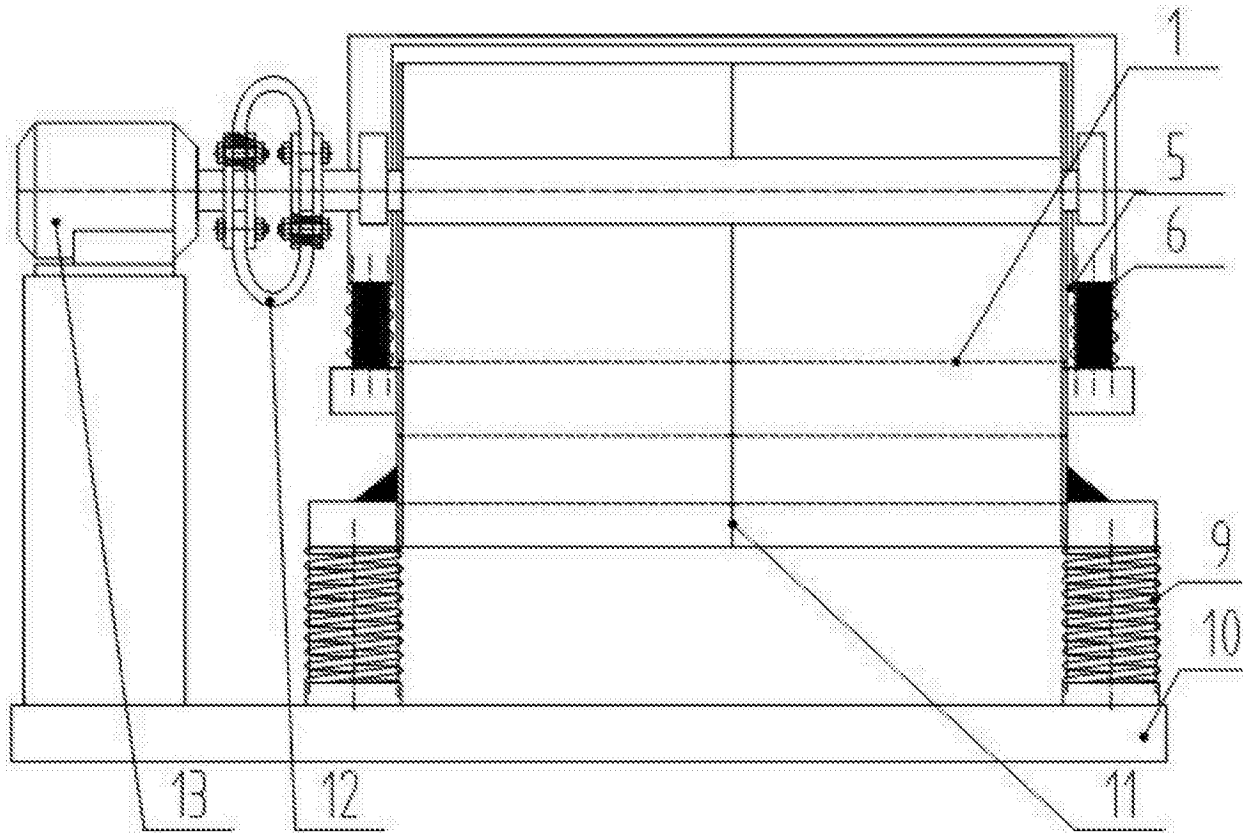

1
5
6
9
10
13
12
11

图3

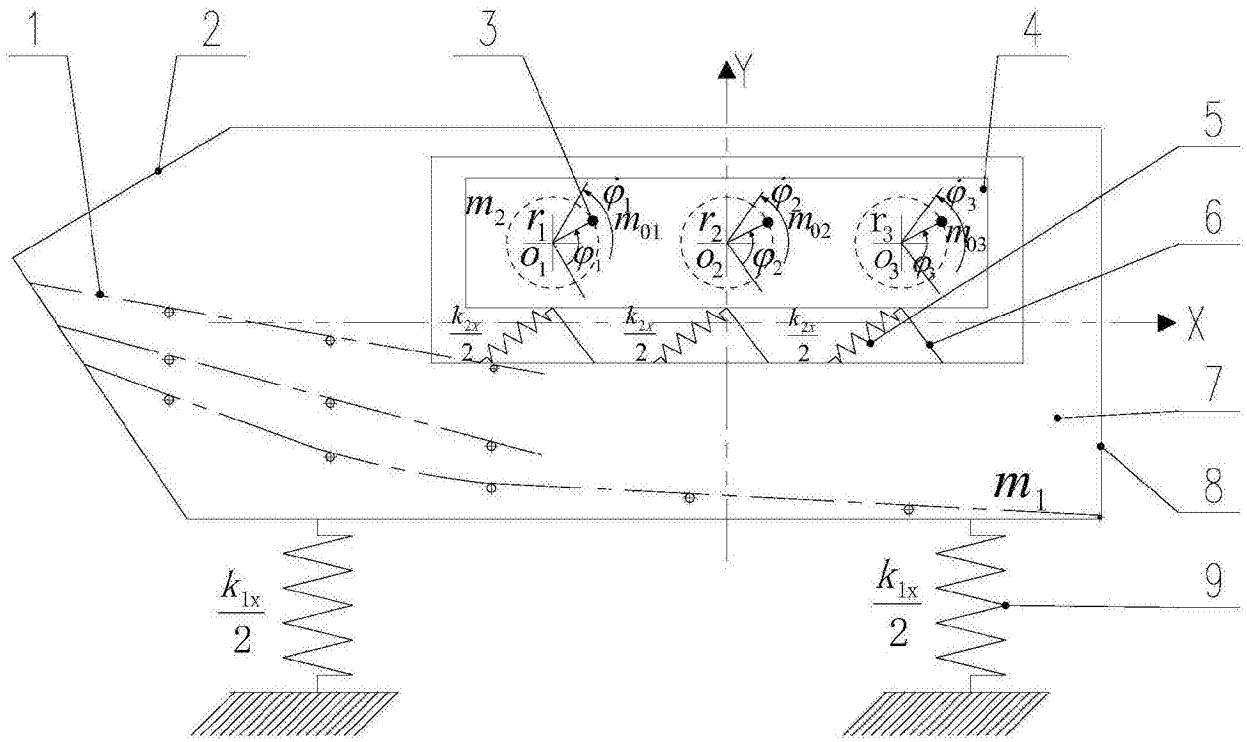

1
2
3
4
Y
5
6
X
7
8
9
m_2
r_1
O_1
φ_1
m_{01}
r_2
O_2
φ_2
m_{02}
r_3
O_3
φ_3
m_{03}
$\frac{k_{2x}}{2}$
m_1
$\frac{k_{1x}}{2}$

图4

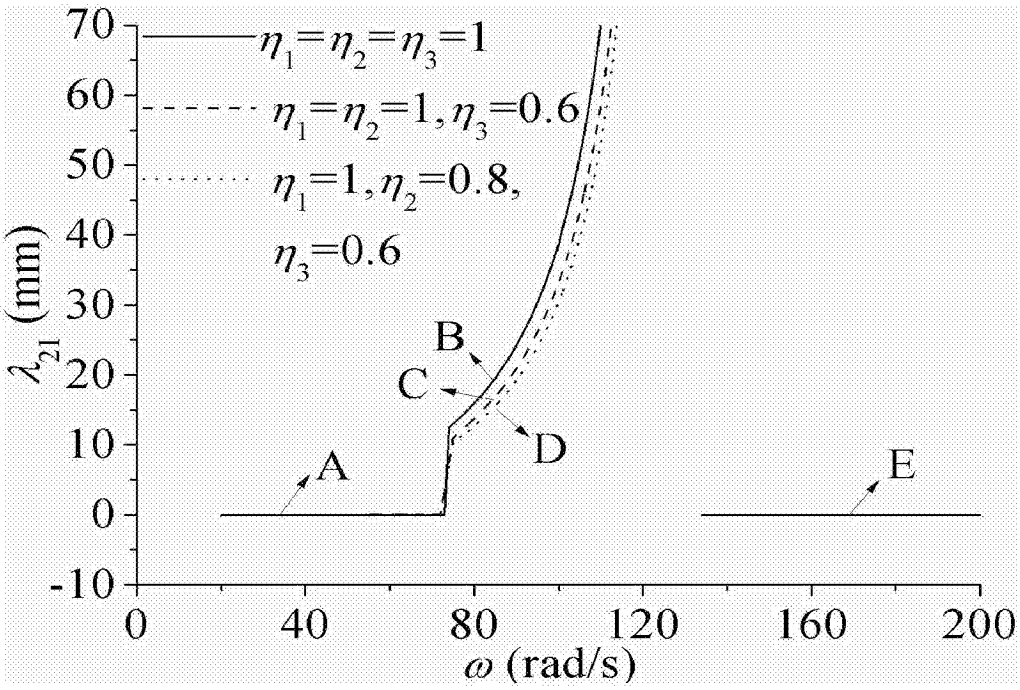

$\eta_1=\eta_2=\eta_3=1$
$\eta_1=\eta_2=1,\eta_3=0.6$
$\eta_1=1,\eta_2=0.8,$
$\eta_3=0.6$
λ_{21} (mm)
A
B
C
D
E
ω (rad/s)

图5

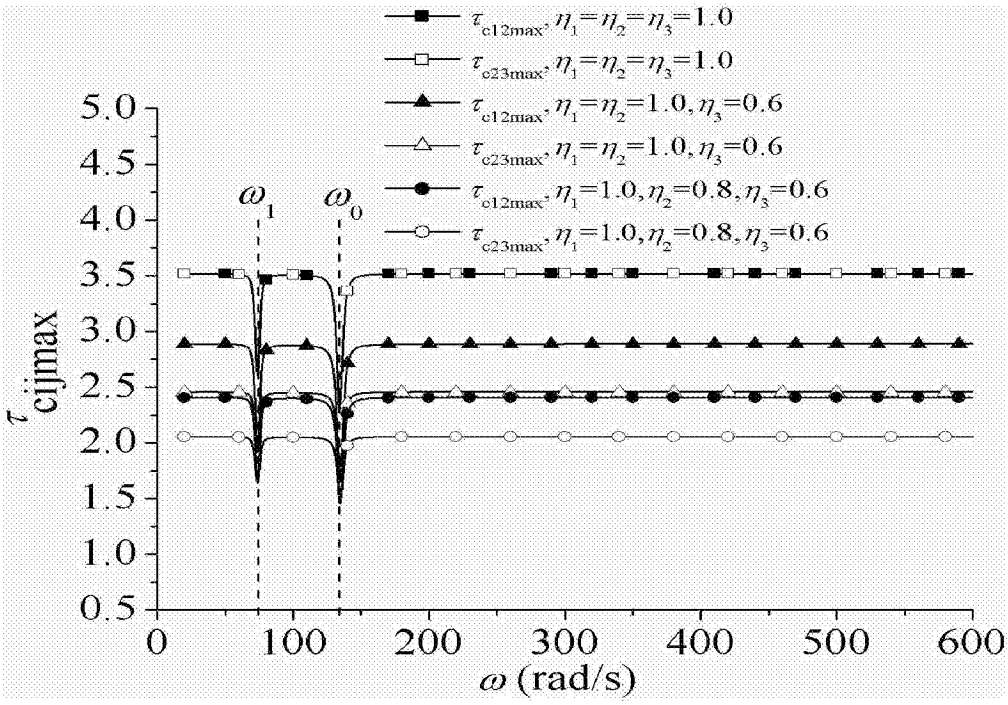

$\tau_{c12max}, \eta_1=\eta_2=\eta_3=1.0$
$\tau_{c23max}, \eta_1=\eta_2=\eta_3=1.0$
$\tau_{c12max}, \eta_1=\eta_2=1.0, \eta_3=0.6$
$\tau_{c23max}, \eta_1=\eta_2=1.0, \eta_3=0.6$
$\tau_{c12max}, \eta_1=1.0, \eta_2=0.8, \eta_3=0.6$
$\tau_{c23max}, \eta_1=1.0, \eta_2=0.8, \eta_3=0.6$
ω_1
ω_0
τ_{cijmax}
ω (rad/s)

图6

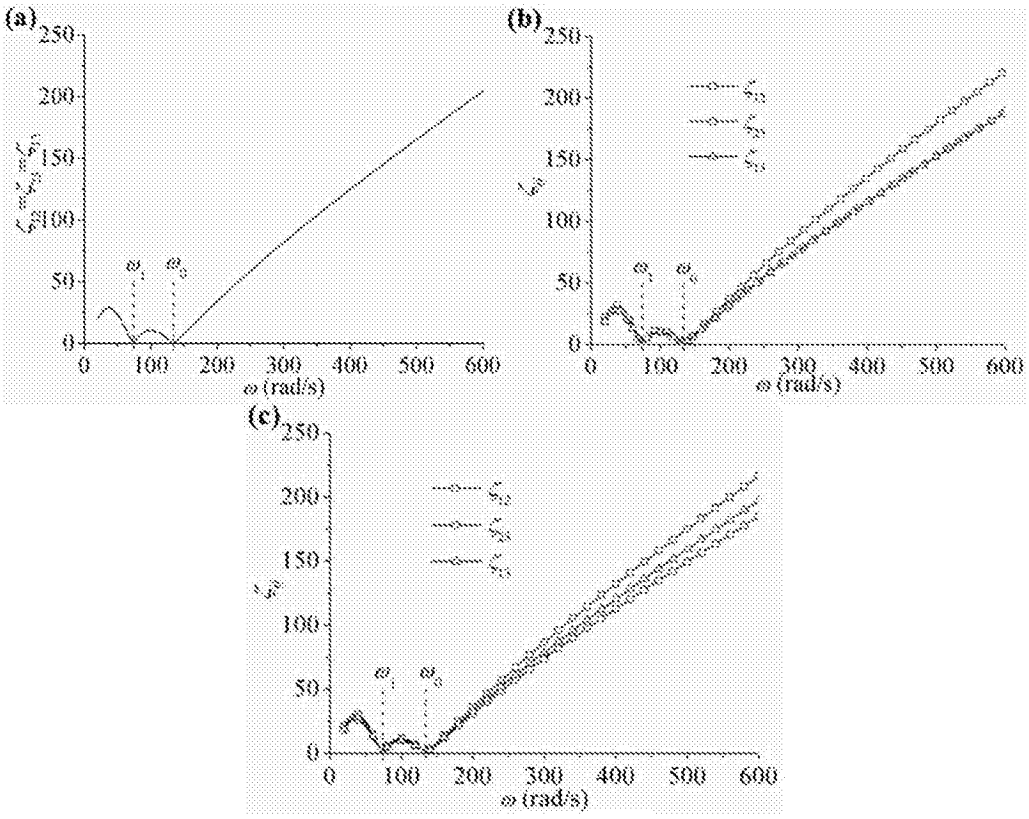


图7

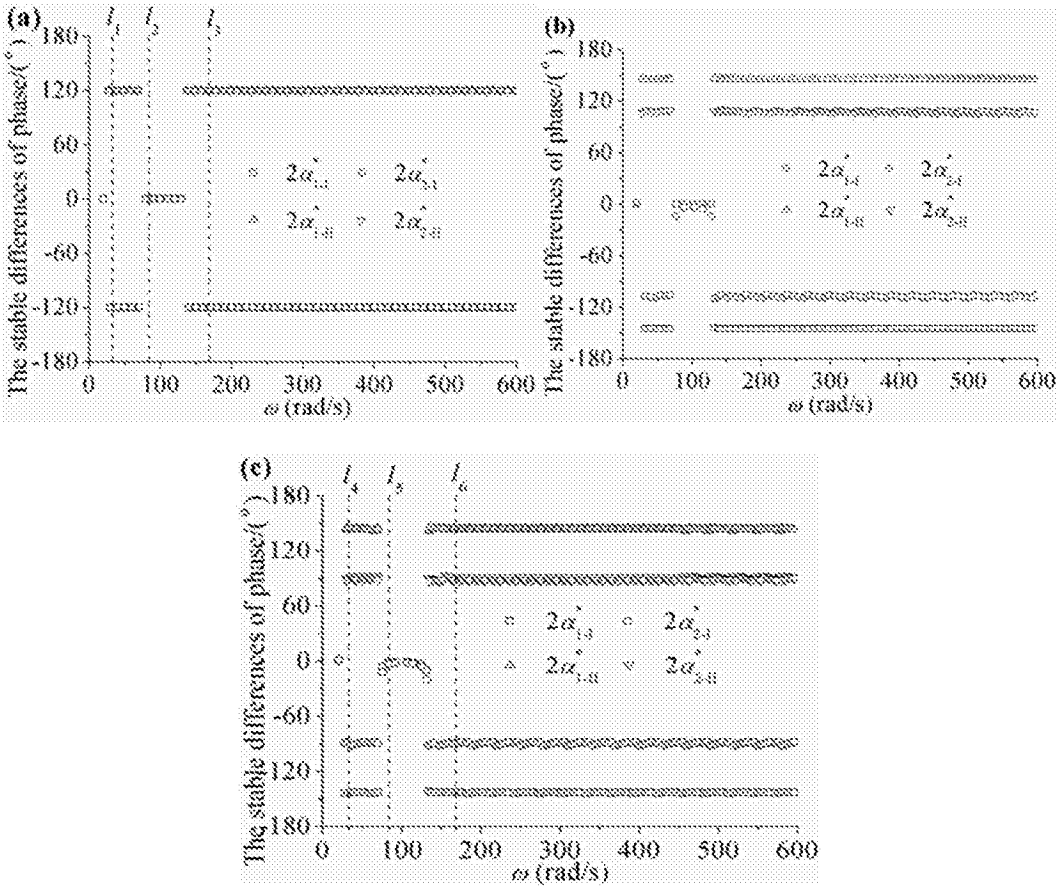

(a)
(b)
(c)
The stable differences of phase/(°)
ω (rad/s)
180
120
60
0
-60
-120
-180
0
100
200
300
400
500
600

图8

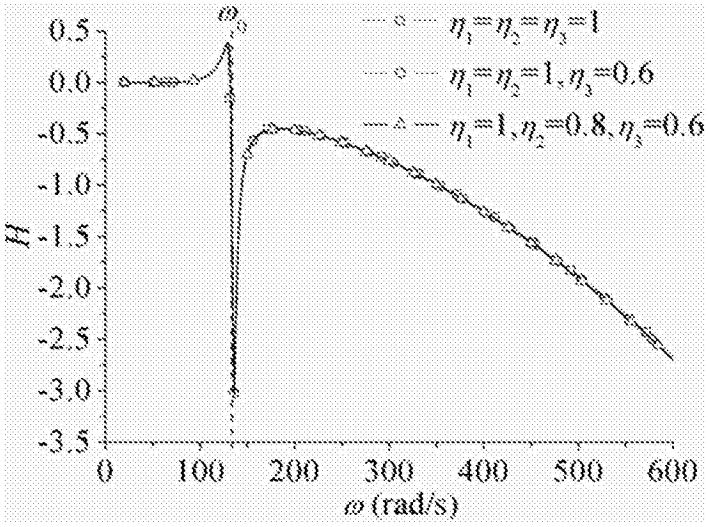

H
ω (rad/s)
η1=η2=η3=1
η1=η2=1, η3=0.6
η1=1, η2=0.8, η3=0.6
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
-3.0
-3.5
0
100
200
300
400
500
600

图9

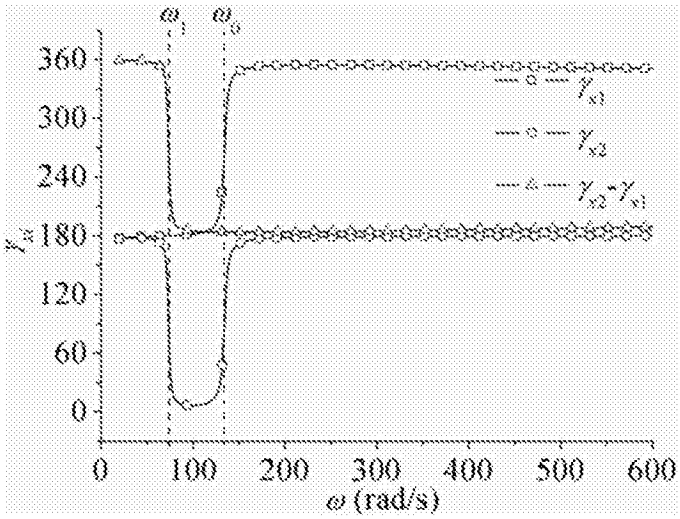


图10

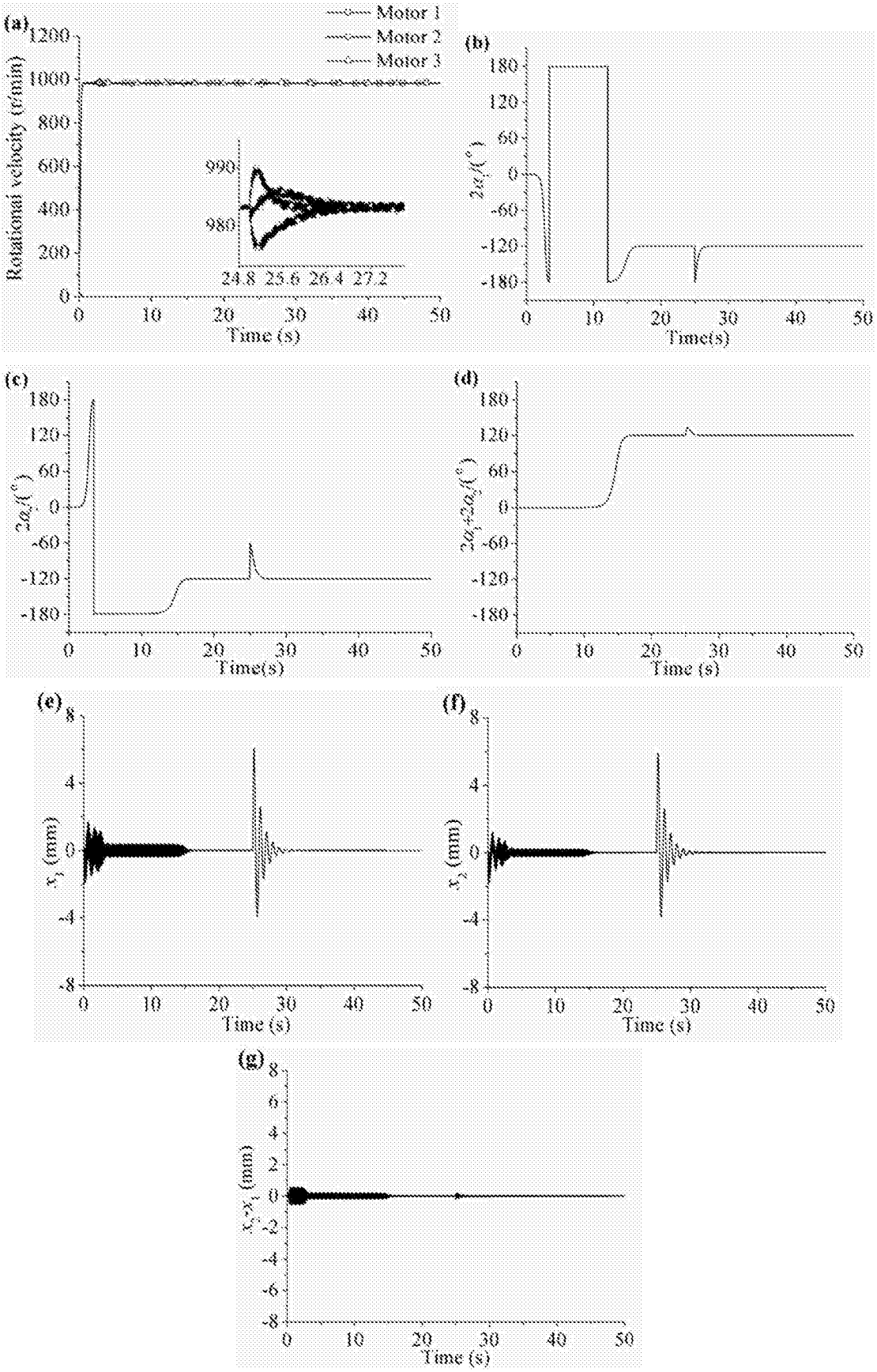

(a)
Motor 1
Motor 2
Motor 3
Rotational velocity (r/min)
Time (s)
(b)
Time(s)
(c)
Time(s)
(d)
Time (s)
(e)
Time (s)
(f)
Time (s)
(g)
Time (s)

图11

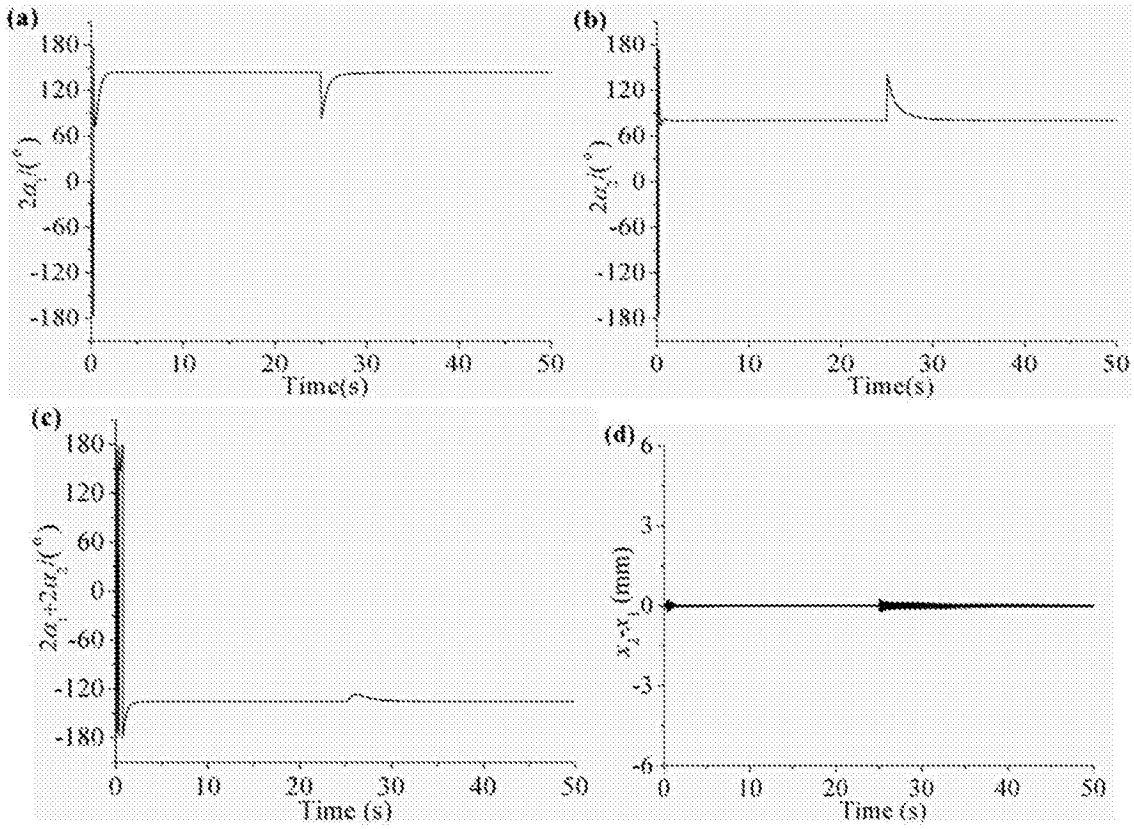

(a)
180
120
60
0
-60
-120
-180
0 10 20 30 40 50
Time(s)
(b)
180
120
60
0
-60
-120
-180
0 10 20 30 40 50
Time(s)
(c)
180
120
60
0
-60
-120
-180
0 10 20 30 40 50
Time (s)
(d)
6
3
0
-3
-6
0 10 20 30 40 50
Time (s)

图12

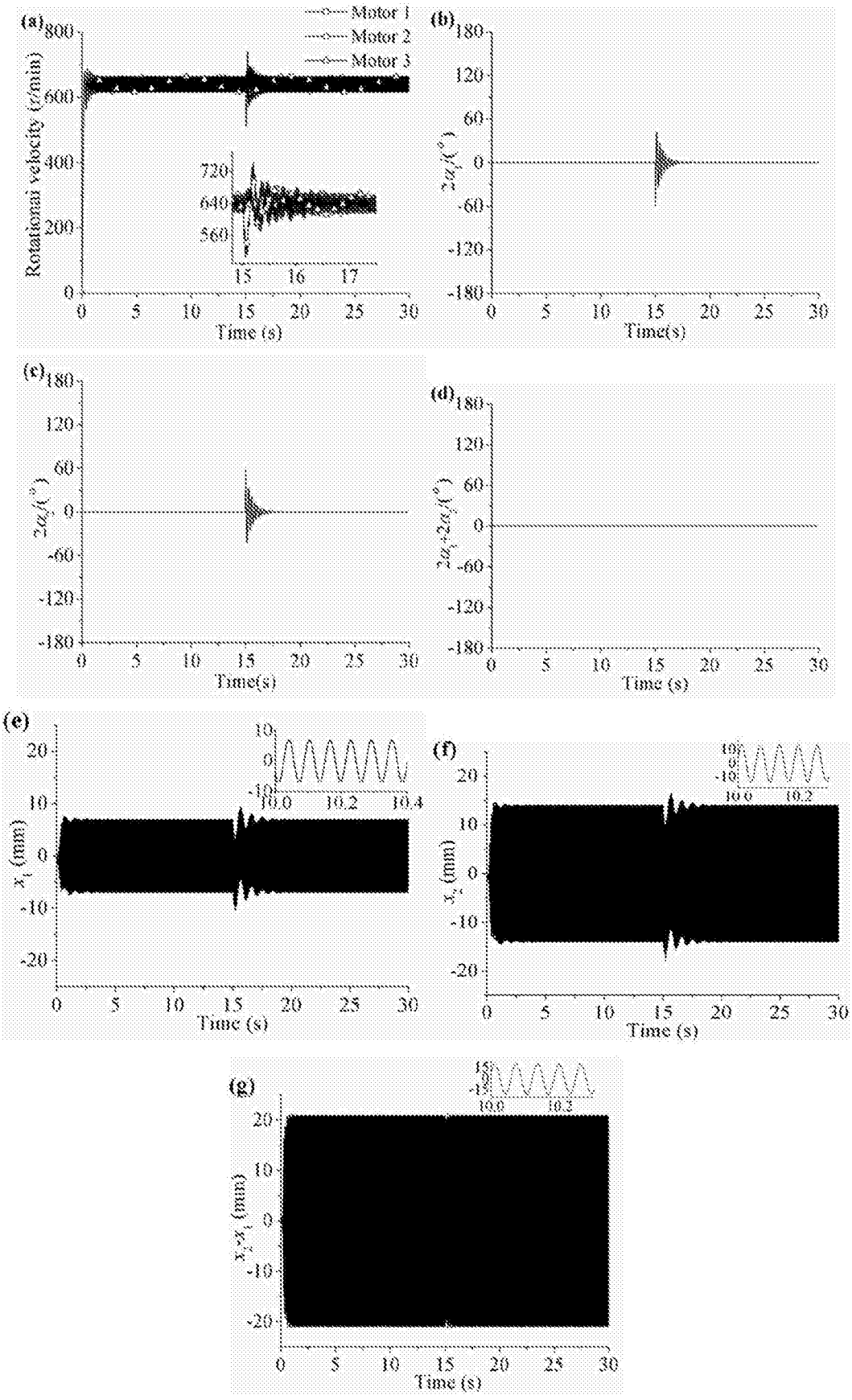

(a)
Motor 1
Motor 2
Motor 3
Rotational velocity (r/min)
Time (s)
(b)
Time(s)
(c)
Time(s)
(d)
Time (s)
(e)
Time (s)
(f)
Time (s)
(g)
Time (s)

图13

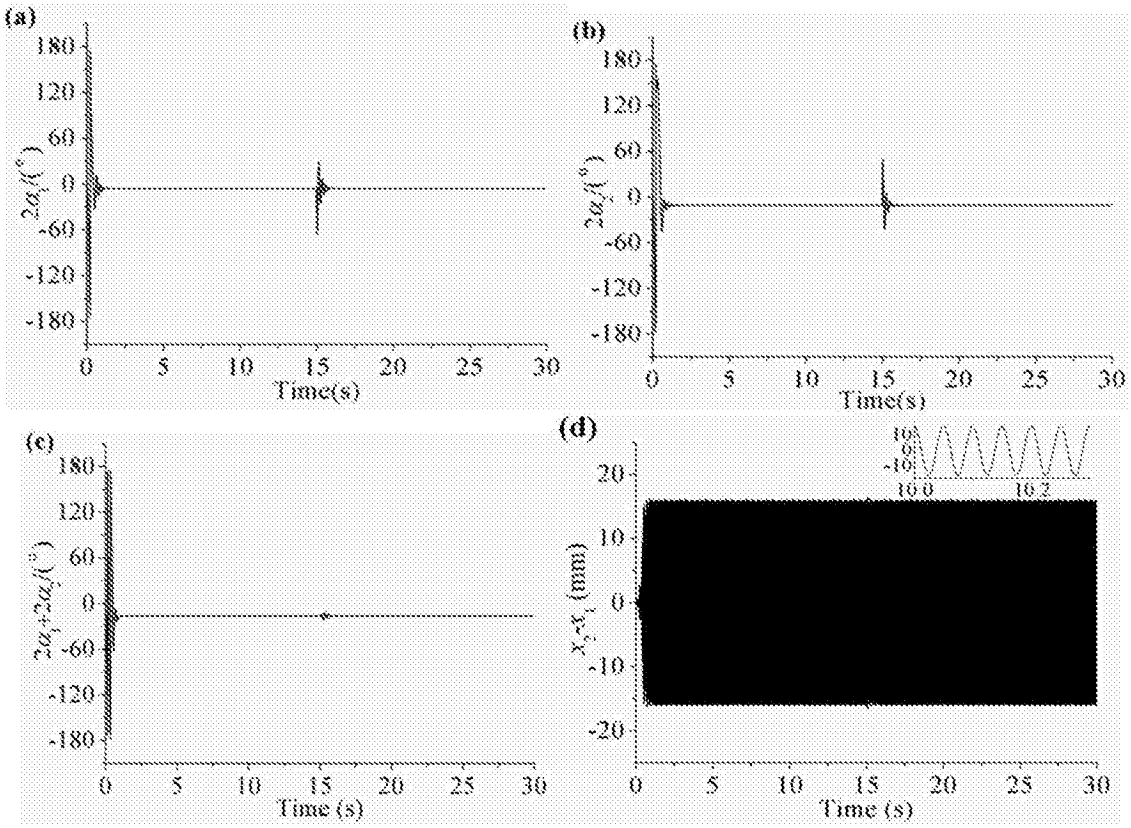


图14

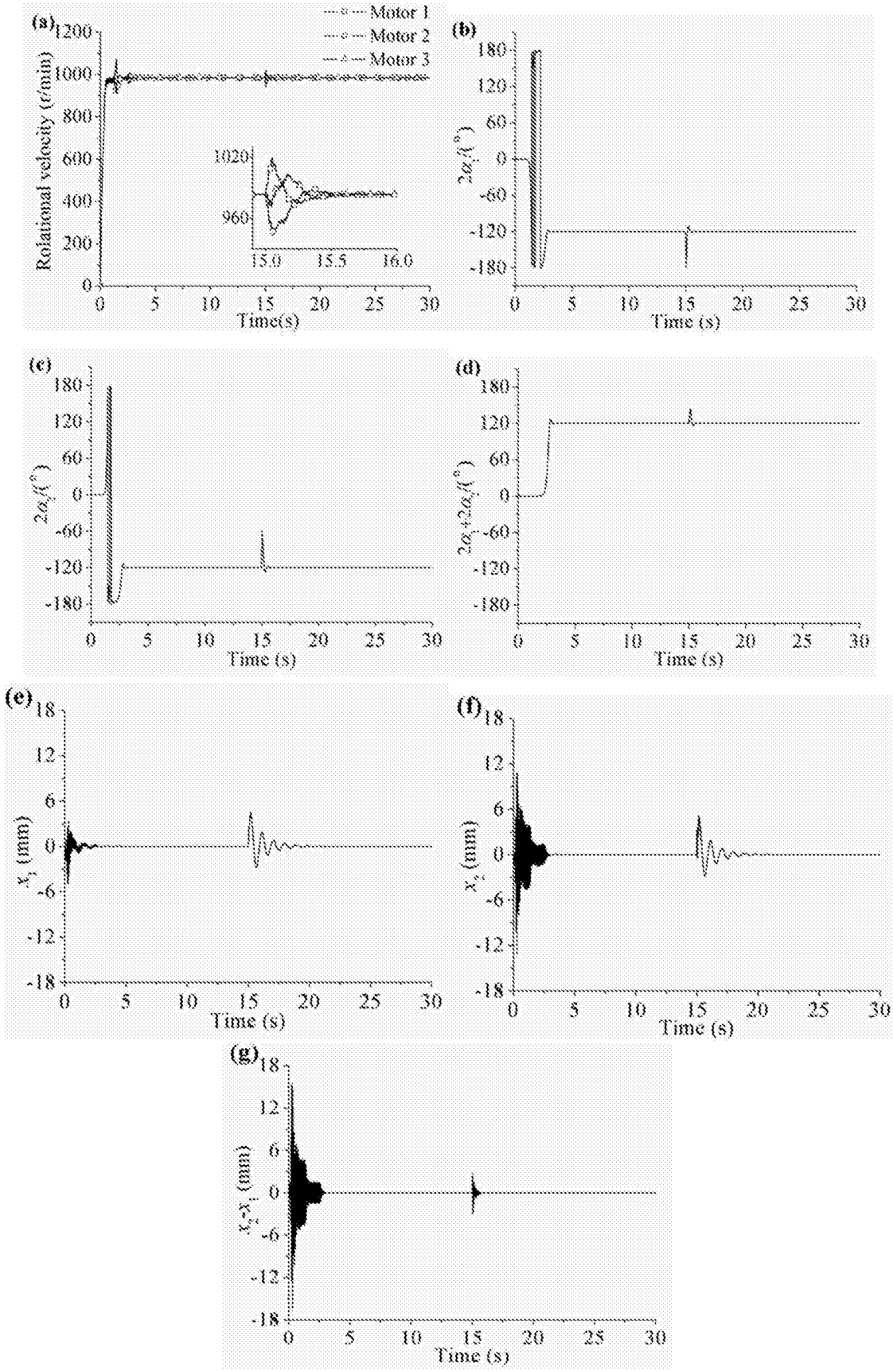

(a)
Motor 1
Motor 2
Motor 3
Rotational velocity (r/min)
Time(s)
(b)
Time (s)
(c)
Time (s)
(d)
Time (s)
(e)
Time (s)
(f)
Time (s)
(g)
Time (s)

图15

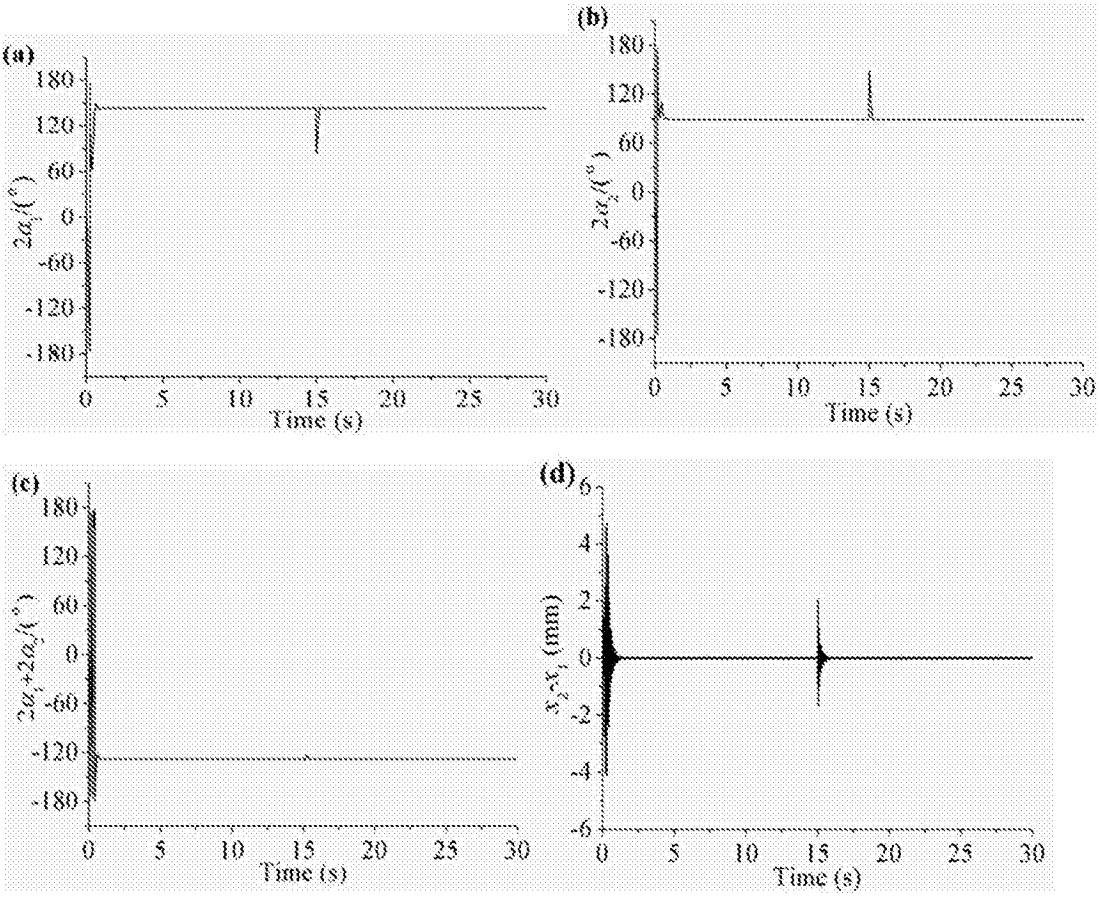

(a)
180
120
60
0
-60
-120
-180
$2\alpha_1/(^\circ)$
0 5 10 15 20 25 30
Time (s)
(b)
180
120
60
0
-60
-120
-180
$2\alpha_2/(^\circ)$
0 5 10 15 20 25 30
Time (s)
(c)
180
120
60
0
-60
-120
-180
$2\alpha_1+2\alpha_2/(^\circ)$
0 5 10 15 20 25 30
Time (s)
(d)
6
4
2
0
-2
-4
-6
x_2-x_1 (mm)
0 5 10 15 20 25 30
Time (s)

图16