

(12) NACH DEM VERTRAG ÜBER DIE INTERNATIONALE ZUSAMMENARBEIT AUF DEM GEBIET DES
PATENTWESENS (PCT) VERÖFFENTLICHTE INTERNATIONALE ANMELDUNG

(19) Weltorganisation für geistiges Eigentum
Internationales Büro



(43) Internationales Veröffentlichungsdatum
16. Dezember 2004 (16.12.2004)

PCT

(10) Internationale Veröffentlichungsnummer
WO 2004/109559 A2

(51) Internationale Patentklassifikation⁷: **G06F 17/50**

(21) Internationales Aktenzeichen: PCT/EP2004/005776

(22) Internationales Anmeldedatum:
28. Mai 2004 (28.05.2004)

(25) Einreichungssprache: Deutsch

(26) Veröffentlichungssprache: Deutsch

(30) Angaben zur Priorität:
103 26 229.6 11. Juni 2003 (11.06.2003) DE

(71) Anmelder (für alle Bestimmungsstaaten mit Ausnahme von
US): **DAIMLERCHRYSLER AG** [DE/DE]; Epplestrasse
225, 70567 Stuttgart (DE).

(72) Erfinder; und

(75) Erfinder/Anmelder (nur für US): **AGEORGES, Christophe** [FR/DE]; Kirchstrasse 14, 71120 Grafenau (DE). **JOST, Reiner** [DE/DE]; Tulpenstrasse 6, 75365 Calw (DE). **MARTIN, Matthias** [DE/DE]; Alpenstrasse 32, 89075 Ulm (DE).

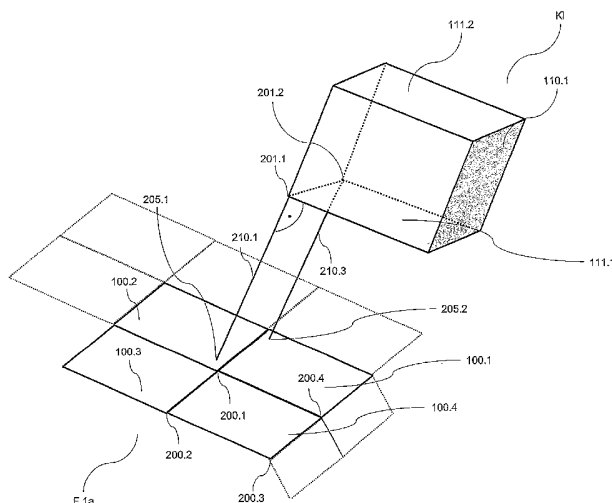
(74) Anwälte: **NÄRGER, Ulrike** usw.; DaimlerChrysler AG, Intellectual Property Management, IPM - C106, 70546 Stuttgart (DE).

(81) Bestimmungsstaaten (soweit nicht anders angegeben, für jede verfügbare nationale Schutzrechtsart): AE, AG, AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DK, DM, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE,

[Fortsetzung auf der nächsten Seite]

(54) Title: METHOD FOR SIMULATING A JOINING CONNECTION

(54) Bezeichnung: VERFAHREN ZUR SIMULATION EINER FÜGEVERBINDUNG



(57) **Abstract:** Disclosed is a method for automatically establishing a system of equations according to the finite element process. Said system of equations relates to nodes of a structure comprising a body and an adjacent layer (K1). Finite elements are created for the body. The layer (K1) is automatically subdivided into volume elements by using geometrical data about the layer as well as specifications for meshing the layer. A finite element (110.2) of the body and one closest point (205.1) on said finite element are determined for at least one node (201.1) that is part of a volume element of the layer, said finite element (110.2) being located closest to said node. A function is created for a physical relationship between the value that the physical variable takes at the closest point (205.1) and the values which said variable takes at the nodes of the closest finite element (100.2). The value of the physical variable at the determined point is eliminated by using the function when the system of equations is established. The invention allows the number of unknowns to be reduced in the system of equations.

(57) **Zusammenfassung:** Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum automatischen Aufstellen eines Gleichungssystems gemäss der Finite-Elemente-Methode. Das Gleichungssystem bezieht sich auf Knotenpunkte einer Konstruktion, die einen Körper und eine angrenzende Schicht (K1) umfasst. Finite Elemente für den Körper werden erzeugt. Die Schicht (K1) wird automatisch

[Fortsetzung auf der nächsten Seite]

WO 2004/109559 A2



KG, KP, KR, KZ, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LV, MA, MD, MG, MK, MN, MW, MX, MZ, NA, NI, NO, NZ, OM, PG, PH, PL, PT, RO, RU, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SY, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, YU, ZA, ZM, ZW.

RO, SE, SI, SK, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

Veröffentlicht:

— ohne internationalen Recherchenbericht und erneut zu veröffentlichen nach Erhalt des Berichts

(84) **Bestimmungsstaaten** (soweit nicht anders angegeben, für jede verfügbare regionale Schutzrechtsart): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LS, MW, MZ, NA, SD, SL, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), eurasisches (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), europäisches (AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HU, IE, IT, LU, MC, NL, PL, PT,

Zur Erklärung der Zweibuchstaben-Codes und der anderen Abkürzungen wird auf die Erklärungen ("Guidance Notes on Codes and Abbreviations") am Anfang jeder regulären Ausgabe der PCT-Gazette verwiesen.

in Volumenelemente zerlegt, wobei geometrischen Informationen über die Schicht und Vorgaben für die Vernetzung der Schicht verwendet werden. Für mindestens einen Knotenpunkt (201.1), der zu einem Volumenelement der Schicht gehört, werden ein dem Knotenpunkt nächstliegendes Finites Element (100.2) des Körpers und ein nächstliegender Punkt (205.1) auf diesem Finiten Element ermittelt. Eine Funktion für einen physikalischen Zusammenhang zwischen dem Wert, den die physikalische Grösse im nächstliegenden Punkt (205.1) annimmt, und den Werten, den diese Grösse in den Knotenpunkten des nächstliegenden Finiten Elements (100.2) annimmt, wird erzeugt. Beim Aufstellen des Gleichungssystems wird der Wert der physikalischen Grösse im ermittelten Punkt durch Einsetzen der Funktion eliminiert. Die Erfindung spart Unbekannte im Gleichungssystem ein.

Verfahren zur Simulation einer Fügeverbindung

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum automatischen Aufstellen eines Gleichungssystems zur Beschreibung eines physikalischen Verhaltens eines vorgegebenen Systems gemäß der Finite-Elemente-Methode.

Die Methode der Finiten Elemente ist aus „Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau“, 20. Auflage, Springer-Verlag, 2001, C 48 bis C 50, sowie aus T. R. Chandrupalta & A. D. Belegundu: „Introduction to Finite Element in Engineering“, Prentice-Hall, 1991, bekannt. Durch Simulation mit Hilfe Finiten Elemente werden Festigkeitsaufgaben aller Art, z. B. zur Spannungsverteilung oder Stabilität, numerisch gelöst. Beispielsweise wird ermittelt, wie sich ein System aus starren Körpern unter äußeren Belastungen verformt und verbiegt und wie sich die Körper relativ zueinander verschieben. Gegeben ist eine rechnerverfügbare Konstruktion eines zu untersuchenden Systems. In der Konstruktion wird eine bestimmte Menge von Punkten festgelegt, die Knotenpunkte („nodes“) heißen. Als Finite Elemente werden die Flächen- oder Volumenelemente bezeichnet, die mit Hilfe der Knotenpunkte als deren Ecken gebildet werden. Gekrümmte Flächen oder Körper, die näherungsweise als Flächen behandelt werden, z. B. Bleche einer Karosserie eines Kraftfahrzeugs, werden hierbei oft in Schalelemente („shell elements“) zerlegt. Die Knotenpunkte bilden ein Netz in der Konstruktion, weswegen der Vorgang, Knotenpunkte festzulegen und Finite Elemente zu erzeugen, Vernetzung („meshing“) der Konstruktion genannt wird. Je nach Aufgabenstellung werden die Verschiebungen dieser Knotenpunk-

te und/oder Rotationen der Finiten Elemente in diesen Knotenpunkten oder die Spannungen in diesen Finiten Elementen als Unbekannte eingeführt. Gleichungen werden aufgestellt, welche die Verschiebungen, Rotationen oder Spannungen innerhalb eines Finiten Elements näherungsweise beschreiben. Weitere Gleichungen resultieren aus Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Finiten Elementen, z. B. daraus, daß das Prinzip der virtuellen Arbeit in den Knotenpunkten erfüllt sein muß und die berechneten Verschiebungen stetig sein müssen und die Randbedingung erfüllen müssen, daß in der Realität Klaffungen oder Durchdringungen nicht auftreten.

In vielen Fällen sind derartige Gleichungen linear in den Unbekannten. Die Methode der Finiten Elemente läßt sich aber ebenfalls im Falle nichtlinearer Gleichungen anwenden, z. B. für Gleichungen in Form von Polynomen. Insgesamt wird ein oft sehr umfangreiches Gleichungssystem mit den Knotenpunkt-Verschiebungen, Knotenpunkt-Rotationen, Element-Spannungen oder weitere Größen als Unbekannte aufgestellt und numerisch gelöst. Die Lösung beschreibt beispielsweise den Verformungszustand des Systems unter vorgegebenen Belastungen. Aus dieser Lösung lassen sich z. B. Spannungsverteilungen, Schwingungsverhalten, Beulverhalten oder Vorhersage der Lebensdauer ableiten. Sind z. B. die Verschiebungen und Rotationen aller Knotenpunkte eines Finiten Elements bestimmt, so läßt sich die Spannung im Element herleiten.

Verschiedene Körper einer Konstruktion eines Systems werden oft unabhängig voneinander vernetzt. Beispielsweise ist das System Teil der Karosserie eines zu konstruierenden Kraftfahrzeuges, und die Körper sind Teilsysteme, die von verschiedenen Lieferanten zeitlich parallel konstruiert werden, ohne daß die Vernetzungen aneinander angepaßt werden. Weil die Körper unabhängig voneinander vernetzt sind, liegen die Knotenpunkte auf aneinander angrenzenden Oberflächen der Körper oft nicht aufeinander, sondern sind z. B. gegeneinander verschoben oder gehören zu Finiten Elementen unterschiedlicher Größen und unterschiedlicher Orientierungen im Raum.

Derartige Vernetzungen von aneinander angrenzenden Körpern werden als inkompatible Vernetzungen bezeichnet.

Eine realitätsnahe Finite-Elemente-Simulation muß die Wechselwirkungen und Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Körpern, die aufgrund der aneinander angrenzenden Oberflächen hervorgerufen werden, berücksichtigen. Im Falle eines Systems mit einem Körper und einer Schicht sind die Wechselwirkungen und Abhängigkeiten zwischen Körper und Schicht zu berücksichtigen. Gewünscht werden Finite-Elemente-Simulationen, die diese Wechselwirkungen und Abhängigkeiten auch bei unabhängigen und daher in der Regel inkompatiblen Vernetzungen von Körper und Schicht berücksichtigen. Denn wenn eine kompatible Vernetzung für die Aufstellung des Gleichungssystems und Durchführung der Simulationen notwendig sein würde, könnten die Körper nicht unabhängig voneinander vernetzt werden.

Ein Verfahren zur Finite-Elemente-Simulation einer Klebeverbindung ist aus G. Tokar: „Punktschweißkleber – Eigenschaften und Berechnungsmethode für lineare Karosseriesteifigkeiten“, VDI-Berichte Nr. 1559, S. 549 – 575, 2000, bekannt. Das System umfaßt zwei Körper und eine Schicht, welche die beiden Körper verbindet. Die beiden Körper sind zwei Bleche, die durch eine Schicht in Form einer Klebnaht verbunden werden. Aufgrund äußerer Belastungen treten Verschiebungen zwischen den Blechen und Verformungen der beiden Bleche auf.

Ausgehend von einer rechnerverfügbaren Konstruktion des Systems werden die Bleche näherungsweise durch Flächen in der Blechmitte repräsentiert. Für jedes Blech wird eine Menge von Schalenelementen in der Blechmittenebene erzeugt. Die Verschiebungen der Knotenpunkte dieser Schalenelemente fungieren als Unbekannte einer Finite-Elemente-Simulation. Die Vernetzungen der beiden Bleche können unabhängig voneinander erzeugt worden sein, eine kompatible Vernetzung wird nicht vorausgesetzt. Eine sogenannte Interpolationsfläche auf derjenigen Oberfläche jedes Blechs, die der Klebnaht zugewandt ist, wird erzeugt. Die Klebnaht wird in der Konstruktion durch diese Interpolationsflächen begrenzt und ebenfalls in Finite

Elemente mit Knotenpunkten zerlegt. Um Wechselwirkungen zwischen einer Interpolationsfläche als Begrenzungsfläche der Klebnaht und dem angrenzenden Blech zu berücksichtigen, werden Knotenpunkte der Schalenelemente auf die Interpolationsfläche abgebildet und Interpolationen in der Interpolationsfläche durchgeführt.

Diese in G. Tokar, a.a.O., beschriebene kontinuums-mechanisch korrekte Abbildung der Vorgänge erfordert die Einführung vieler Knotenpunkte und führt damit zu umfangreichen Gleichungssystemen mit vielen Unbekannten. Die Aufstellung und numerische Lösung dieses Gleichungssystems ist zeitaufwendig, insbesondere dann, wenn das Aufstellen und das Lösen wiederholt durchzuführen sind. Eine ebenfalls offenbarte Vereinfachung ist nicht kontinuums-mechanisch, d. h. behandelt die Klebnaht nicht als Kontinuum, sondern approximiert sie durch einzelne Klebepunkte. Diese Vereinfachung führt in vielen Situationen, z. B. bei Spannungsberechnungen, zu Simulationsergebnissen, die nicht realitätsnah genug sind.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren bereitzustellen, durch das automatisch ein Gleichungssystem für eine realitätsnahe Finite-Elemente-Simulation dergestalt erzeugt wird, daß die Aufstellung und das numerische Lösen des Gleichungssystems mit einem geringeren Rechenaufwand als bei Anwendung bekannter Verfahren verbunden sind. Die Simulation soll sich auf ein System, das einen Körper und eine angrenzende Schicht umfaßt, beziehen.

Die Aufgabe wird durch ein Verfahren nach Anspruch 1 gelöst. Vorteilhafte Ausgestaltungen sind in den Unteransprüchen angegeben.

Das automatisch erzeugte Gleichungssystem bezieht sich auf Knotenpunkte einer Konstruktion, die einen Körper und eine angrenzende Schicht umfaßt. Finite Elemente für den Körper werden erzeugt. Die Schicht wird automatisch in Volumenelemente zerlegt, wobei geometrischen Informationen über die Schicht und Vorgaben für die Vernetzung der Schicht verwendet

werden. Für mindestens einen Knotenpunkt, der zu einem Volumenelement der Schicht gehört, werden ein dem Knotenpunkt nächstliegendes Finites Element des Körpers und ein nächstliegender Punkt auf diesem Finiten Element ermittelt. Eine Funktion für einen physikalischen Zusammenhang zwischen dem Wert, den die physikalische Größe im nächstliegenden Punkt annimmt, und den Werten, den diese Größe in den Knotenpunkten des nächstliegenden Finiten Elements annimmt, wird erzeugt.

Die physikalische Größe ist beispielsweise eine mechanische, kinematische, elektrische oder thermodynamische Größe. Ihre Werte können Skalare oder Vektoren sein. Beispielsweise ist der Wert der physikalischen Größe in einem Punkt:

- die räumliche Verschiebung des Punktes in einem dreidimensionalen Koordinatensystem,
- die Rotationswinkel im Punkt von demjenigen Finiten Element, zu dem der Punkt gehört, in einem dreidimensionalen Koordinatensystem und
- die Temperatur im Punkt.

Das physikalische Verhalten der Schicht läßt sich nur dann realitätsnah vorhersagen, wenn die physikalischen Abhängigkeiten und Wechselwirkungen zwischen dem Körper und der angrenzenden Schicht berücksichtigt werden. Bei der Aufstellung des Gleichungssystems werden daher nicht nur die Knotenpunkte der Finiten Elemente des Körpers und der Schicht berücksichtigt, sondern auch weitere Punkte des Körpers. Einige oder alle dieser weiteren Punkte können Knotenpunkte sein. Möglich ist aber auch, daß kein weiterer Punkt ein Knotenpunkt ist. Erfindungsgemäß werden als weitere Punkte solche Punkte in Finiten Elementen des Körpers ermittelt, die Knotenpunkten von Finiten Elementen der Schicht nächstliegend sind. Zwischen Knotenpunkten der Schicht und nächstliegenden Punkten der Finiten Elemente des Körpers bestehen physikalische, z. B. mechanische, kinematische oder elektrische, Abhängigkeiten. Ein Beispiel für eine solche Abhängigkeit ist das Prinzip der virtuellen Arbeit, demzufolge die Kräfte und Momente

zwischen den Knotenpunkten auf einer Begrenzungsfläche der Schicht und den nächstliegenden Punkten des angrenzenden Körpers im Gleichgewicht sind. Für eine realitätsnahe Simulation müssen diese Abhängigkeiten in das zu erzeugende Gleichungssystem einfließen.

Der Knotenpunkt, für den das nächstliegende Finite Element und der nächstliegende Punkt ermittelt werden, kann sowohl auf einer Begrenzungsfläche als auch im Inneren der Schicht liegen. Die Begrenzungsflächen können ebene oder gekrümmte Flächen sein. Sie können zueinander parallel sein oder relativ zueinander geneigt sein.

Eine Möglichkeit, die Abhängigkeiten zwischen Körper und Schicht zu berücksichtigen, ist die, die jeweils nächstliegenden Punkte der Finiten Elemente des Körpers als zusätzliche Knotenpunkte mit zusätzlichen Freiheitsgraden zu verwenden und dadurch die Finiten Elemente zu unterteilen. Dies hätte aber den Nachteil, daß das zu lösende Gleichungssystem aufgrund der zusätzlichen Freiheitsgrade zusätzliche Unbekannte hat, z. B. die Verschiebungen dieser zusätzlichen Knotenpunkte und Rotationen des Finiten Elements in diesen zusätzlichen Knotenpunkten.

Die Erfindung zeigt einen Weg auf, die Abhängigkeiten zwischen Körper und Schicht adäquat zu berücksichtigen, ohne daß zusätzliche Freiheitsgrade auftreten und dadurch das Gleichungssystem aufgrund zusätzlicher Unbekannter vergrößert wird. Dank der Erfindung treten keine zusätzlichen Unbekannten auf. Durch die Berücksichtigung zusätzlicher Unbekannte würde das ohnehin meist sehr umfangreiche Gleichungssystem noch größer werden. Erfindungsgemäß wird eine Funktion für einen physikalischen Zusammenhang zwischen dem Wert, den die physikalische Größe im nächstliegenden Punkt annimmt, und den Werten, den diese Größe in den Knotenpunkten des nächstliegenden Finiten Elements annimmt, erzeugt. Diese Funktion drückt den physikalischen Zusammenhang mit zureichender Genauigkeit aus. In allen erzeugten Gleichungen wird der Wert der physikalischen Größe im nächstliegenden Punkt durch die

Funktion ersetzt. Die Unbekannten, die aus den Freiheitsgraden des nächstliegenden Punktes resultieren, treten nicht im Gleichungssystem auf, sondern werden nach dem Lösen des Gleichungssystems mit Hilfe der Funktion für den physikalischen Zusammenhang berechnet.

Ein Beispiel für eine solche Gleichung, in welche die Funktion eingesetzt wird, ist eine Gleichung, die aus einer oben beschriebenen Abhängigkeit zwischen Knotenpunkten der Schicht und nächstliegenden Punkten der Körper resultiert und die in der Simulation berücksichtigt wird.

Durch das Einsetzen wird der Wert im nächstliegenden Punkt eliminiert. Eine Unbekannte wird somit eingespart. Deshalb tritt der Wert im ermittelten Punkt nicht mehr als Unbekannte im Gleichungssystem auf, sondern hängt von den Werten der physikalischen Größe in den Knotenpunkten ab, die ohnehin als Unbekannte des Gleichungssystems auftreten.

Der Vorteil, daß im Gleichungssystem Unbekannte eingespart werden, fällt insbesondere bei umfangreichen Systemen, z. B. einem Teil einer Karosserie eines Kraftfahrzeugs, ins Gewicht. Das Gleichungssystem umfaßt dann oft Hunderttausende oder gar Millionen von Unbekannten. Seine Lösung erfordert erhebliche Rechenkapazität und Rechenzeit. Der Vorteil fällt dann noch stärker ins Gewicht, wenn das Gleichungssystem während des Konstruierens des Systems verändert wird und daher mehrmals gelöst und ausgewertet werden muß. Dies ist z. B. dann erforderlich, wenn verschiedene mögliche Konstruktionen eines technischen Systems verglichen werden sollen oder wenn verschiedene Konstruktionsstände durchlaufen werden und für jede Variante oder jedem Konstruktionsstand eine Finite-Elemente-Simulation durchgeführt und das physikalische Verhalten der Variante oder des Konstruktionsstandes vorhergesagt werden soll.

Der Vorteil der eingesparten Unbekannten fällt auch dann besonders stark ins Gewicht, wenn Verformungen und/oder Spannungen des technischen Systems unter einer zeitlich veränder-

lichen äußeren Belastung vorhergesagt werden sollen. In diesem Fall werden durch Diskretisierung der Zeitachse viele Zeitpunkte oder Zeitintervalle festgelegt. Für jeden Knotenpunkt und jeden dieser Zeitpunkte wird eine Unbekannte erzeugt, nämlich der Wert der physikalischen Größe an diesem Knotenpunkt und zu diesem Zeitpunkt. Falls beispielsweise die Diskretisierung 1000 Zeitpunkte liefert, so spart das erfindungsgemäße Verfahren bereits bei einer einzigen Anwendung $N * 1000$ Unbekannte ein, wobei N die Anzahl der Freiheitsgrade des gesamten Systems ist.

Der Vorteil der eingesparten Knotenpunkte fällt dann besonders stark ins Gewicht, wenn das Gleichungssystem nichtlineare Gleichungen umfaßt und daher näherungsweise gelöst wird, nämlich iterativ durch mehrfaches Lösen je eines linearen Gleichungssystems. Oft sind mehrere Dutzend Iterationen, in denen je ein lineares Gleichungssystem gelöst wird, erforderlich, um eine zureichend genaue Näherungslösung für ein nichtlineares Gleichungssystem zu ermitteln. Dank der Erfindung werden für jeden Iterationsschritt Unbekannte eingespart.

Das erfindungsgemäße Verfahren läßt sich auch dann anwenden, wenn der Körper und die angrenzende Schicht unabhängig voneinander vernetzt werden und daher inkompatible Vernetzungen aufweisen. Daher können der Körper und die Schicht parallel konstruiert werden, z. B. von unterschiedlichen Bearbeitern, die sich nicht über die Vernetzung abstimmen müssen. Weil paralleles Konstruieren und paralleles Vernetzen ermöglicht wird und keine Abstimmung über die Vernetzungen erforderlich ist, wird Zeit eingespart und ein simultaner Produktentwurf ermöglicht. Das Verfahren läßt sich für eine Konstruktion mit einem Körper und einer angrenzenden Schicht, z. B. einem Blech mit einer Lackschicht, anwenden. Es läßt sich auch auf eine Konstruktion mit zwei Körpern und einer die Körper verbindenden Schicht, z. B. eine Klebefläche oder Klebenaht oder Isolierschicht, anwenden. Möglich ist, die Körper unabhängig voneinander zu vernetzen und zunächst Finite-Elemente-

Simulationen für jeden Körper unabhängig von anderen Körpern durchzuführen. Für die erfindungsgemäße Finite-Elemente-Simulation der gesamten Konstruktion lassen sich die einmal erzeugten Vernetzungen der einzelnen Körper wiederverwenden.

Das erfindungsgemäße Verfahren erfordert keine kompatible Vernetzung der Körper und angrenzender bzw. verbindenden Schicht. Insbesondere hängt die Erzeugung der Knotenpunkte für die Schicht, also die Vernetzung der Schicht, nicht von der Vernetzung der Körper ab und läßt sich daher gut an die jeweilige Aufgabenstellung, die mit Hilfe der Lösung des erfindungsgemäß erzeugten Gleichungssystems behandelt werden soll, anpassen. Beispielsweise wird je nach Aufgabenstellung die angrenzende bzw. verbindende Schicht in viele kleine oder wenige große Finite Elemente zerlegt. Die Dicke der Schicht wird berücksichtigt - auch dann, wenn die Schicht an verschiedenen Stellen unterschiedliche Dicken aufweist. Die Schicht wird im Gleichungssystem kontinuums-mechanisch behandelt. Weiterhin lassen sich mechanische Kenngrößen der Schicht in Gleichungen des Gleichungssystems berücksichtigen. Ist die Schicht z. B. eine Klebnaht, können mechanische Kenngrößen des verwendeten Klebstoffs berücksichtigt werden. Das mechanische Verhalten der verbindenden Schicht bei Verschiebungen des Körpers relativ zur angrenzenden Schicht oder bei relativen Verschiebungen von zwei Körpern, die durch die Schicht verbunden werden, läßt sich vorhersagen.

Ein weiterer Vorteil des Verfahrens ist der, daß es nicht erforderlich ist, ein Ersatzmodell aufzustellen. Das Aufstellen und Validieren eines Ersatzmodells erfordert Arbeitszeit und ist fehlerträchtig. Der Vorteil, ohne Ersatzmodell auszukommen, fällt insbesondere dann ins Gewicht, wenn verschiedene Konstruktionen eines technischen Systems mittels der Finite-Elemente-Methode verglichen werden sollen.

Erfindungsgemäß werden Volumenelemente für die Schicht automatisch erzeugt. Weil die Schicht in Volumenelemente zerlegt wird, läßt sich ein kontinuums-mechanisches Verhalten der Schicht vorhersagen, indem das Gleichungssystem gelöst und

die Lösung analysiert wird. Die komplette Schicht wird in das Gleichungssystem einbezogen. Erst durch Einbeziehung der gesamten Schicht wird es ermöglicht, mindestens eine oder auch mehrere der folgenden Berechnungen für die Konstruktion des Systems vorzunehmen:

- geometrische Verschiebungen aufgrund äußerer Belastungen,
- Steifigkeit,
- lokale Spannungsverteilung in der verbindenden Schicht und Position der Punkte mit maximaler Spannung,
- momentane Festigkeit und Dauerfestigkeit im laufenden Betrieb bei zeitlich veränderlichen äußeren Belastungen,
- Verhalten und Ausmaß von Verformungen des Systems bei einem Aufprall,
- Schwingungsverhalten und Eigenfrequenzen des Systems und
- Beulverhalten,
- Temperaturverteilung,
- Verteilung des akustischen Drucks,
- elektrisches Potential,
- Richtung und Geschwindigkeit einer dreidimensionalen Strömung, z. B. eine elektrische Strömung, die einer Flüssigkeit oder eines Gases.

Durch numerisches Lösen des Gleichungssystems werden die Werte der entsprechenden physikalischen Größe in den Knotenpunkten ermittelt. Der Wert der Größe in dem mindestens einen Knotenpunkt wird ermittelt, indem die Werte in den Knotenpunkten in die Funktion für den Zusammenhang eingesetzt werden. Die Lösung wird mittels bekannter Verfahren ausgewertet, um das gesuchte mechanische Verhalten vorherzusagen.

Für praktische Anwendungen, z. B. für komplexere Teilsysteme eines Kraftfahrzeugs, ist es nicht in vertretbarer Zeit möglich, von Hand Volumenelemente derart zu erzeugen, daß Simulationen auf Basis dieser Volumenelemente zu realitätsnahen

Ergebnissen führen. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Vernetzung mit Volumenelementen mehrmals durchzuführen ist, z. B. mit Volumenelementen unterschiedlicher Kantenlängen für verschiedene physikalische Größen. Die Erfindung zeigt einen Weg auf, wie die Vernetzung der Schicht mit Volumenelementen automatisch, schnell, systematisch, nachvollziehbar und in kurzer Zeit ausgeführt wird.

Möglich ist, die Schicht senkrecht zur Schichtdicke in mehrere Volumenelemente zu zerlegen. Falls z. B. die Schicht 0,8 mm dick ist und vorgegeben ist, daß die Schicht senkrecht zur Schichtdicke in zwei Volumenelemente zerlegt werden soll, so werden Volumenelemente erzeugt, die senkrecht zur Schichtdicke, also senkrecht zu den Begrenzungsflächen der Schicht, eine Kantenlänge von je 0,4 mm haben. Die Vernetzung der Schicht wird durch wenige und anschauliche Parameter gesteuert. Diese Parameter lassen sich so auswählen, daß die Vernetzung für die jeweilige Aufgabenstellung die besten Ergebnisse liefert. Vorzugsweise sind die Volumenelemente Quader, aber auch andere Formen von Volumenelementen sind möglich.

Vorzugsweise wird das erfindungsgemäße Verfahren für jeden Knotenpunkt der Schicht durchgeführt, der auf derjenigen Begrenzungsfläche der Schicht liegt, die an den Körper angrenzt (Anspruch 2). Damit lassen sich mechanische Abhängigkeiten zwischen den Knotenpunkten auf der angrenzenden Begrenzungsfläche der Schicht und den jeweils nächstliegenden Punkten des Körpers bei der Aufstellung des Gleichungssystems berücksichtigen, ohne hierfür zusätzliche Unbekannte zu erzeugen. Für eine realitätsnahe Simulation ist gerade das mechanische Verhalten im Übergangsbereich zwischen Schicht und Körper zu berücksichtigen.

Für jeden Knotenpunkt auf der angrenzenden Begrenzungsfläche der Schicht werden die erfindungsgemäßen Verfahrensschritte durchgeführt, insbesondere Ermittlung von nächstliegendem Finitem Element und nächstliegendem Punkt auf diesem Finiten Element, die Erzeugung der Funktion und die Ersetzung des Werts im ermittelten Punkt mittels der Funktion.

Vorzugs werden darüber hinaus Gleichungen für mechanische Zusammenhänge zwischen Knotenpunkten der Schicht und ermittelten Punkten der Körper erzeugt und dadurch mechanische Abhängigkeiten zwischen Schicht und Körper in vorteilhafter Weise berücksichtigt (Anspruch 3). Für diese Abhängigkeiten werden beispielsweise Finite Elemente der Form „RBE2“ verwendet. Diese Abhängigkeiten resultieren oft aus kinematischen Wechselwirkungen, die sich durch eine lineare Näherung beschreiben lassen. Das erfindungsgemäße Verfahren liefert besonders realitätsnahe Ergebnisse, weil durch Ermittlung der Punkte in den Körper die Einwirkungen, welche die Schicht auf die Körper ausübt, berücksichtigt werden, ohne daß zusätzliche Unbekannte erzeugt und verwendet werden.

In der Ausgestaltung nach Anspruch 6 wird der Körper in der Simulation durch eine Fläche approximiert. Im Falle eines dünnen Blechs als Körper ist die approximierende Fläche bevorzugt dessen Mittelfläche. Als Finite Elemente der Flächen werden Flächenelemente erzeugt. Die Fläche und die Flächenelemente treten in der Vernetzung und Simulation an Stelle des Körpers und der Finiten Elemente des Körpers.

Weil Finite Elemente in Flächen in der Regel weniger Knotenpunkte besitzen als Finite Elemente in Körpern, spart diese Ausgestaltung weitere Unbekannte ein. Damit werden Gleichungssysteme mit weniger Unbekannten erzeugt, die sich schneller und mit weniger erforderlicher Rechenkapazität erzeugen und numerisch lösen lassen.

Für die automatische Zerlegung der angrenzenden Schicht in Volumenelemente wird gemäß Anspruch 12 mindestens eine der folgenden Vorgabe verwendet - möglich ist, daß mehrere Vorgaben kombiniert werden:

- Vorgabe eines Vernetzungsverfahrens,
- eine untere und/oder obere Schranke für das Verhältnis von längster zu kürzester Kante eines Volumenelements,
- Anzahl der Volumenelemente, in welche die Schicht senkrecht zur Schichtdicke zerlegt werden soll,

- eine untere und/oder obere Schranke für die Kantenlänge eines Volumenelements parallel zur Begrenzungsfläche der Schicht,
- Vorgabe durch Projektion,
- die geometrische Form der Volumenelemente, z. B. Quader, Hexaeder oder Pentagone.

Wird die Projektion als Vorgabe festgelegt, so werden die Finiten Elemente des Körpers auf die an den Körper angrenzende Begrenzungsfläche der Schicht projiziert. Durch die Projektion werden die Begrenzungsflächen der Volumenelemente vorgegeben.

Falls die Schicht sich zwischen zwei Körpern befindet und die Finiten Elemente des einen Körpers auf die Begrenzungsfläche der Schicht projiziert werden, so ist die Vernetzung der Schicht in der Regel nicht kompatibel mit der Vernetzung des anderen Körpers.

Die angrenzende Schicht ist gemäß Anspruch 13

- eine Lackschicht,
- eine Schutzschicht oder
- eine isolierende Schicht.

Beispielsweise ist die Schicht eine Verzinkung, die auf einem Blech als dem Körper aufgetragen ist, oder eine organische Beschichtung, z. B. mit Polymeren, die den Körper gegen Korrosion schützt, oder eine Wärme- oder Kälteisolierung oder eine gegen Feuchtigkeit schützende Schicht.

Der Begriff „angrenzende Schicht“ umfaßt eine Schicht, die den Körper von der Umgebung des Systems isoliert, z. B. eine Lackschicht auf einem Blech oder eine isolierende Schicht auf einem Kabel. Unter dem Begriff „angrenzende Schicht“ wird auch eine Schicht verstanden, die sich zwischen zwei Körpern des Systems befindet und an beide Körper angrenzt. Die Schicht hat beispielsweise die Funktion, die beiden Körper zu verbinden oder einen Mindestabstand zwischen den Körpern si-

cherzustellen oder Kollisionen zwischen den Körpern zu dämpfen Beispiele für eine derartige Schicht sind eine Klebeverbindung zwischen einem Blech und einem Kunststoffteil, eine isolierende Schicht zwischen zwei Kabeln und eine Gummidichtung zwischen zwei Blechen.

Im Falle einer Konstruktion mit zwei Körpern und einer Schicht zwischen den Körpern wird das erfindungsgemäße Verfahren für jeden Knotenpunkt der Schicht durchgeführt, der auf einer Begrenzungsfläche der Schicht liegt (Anspruch 15). Hierbei wird die Schicht einmal in Volumenelemente zerlegt. Für jeden Knotenpunkt der Schicht, der auf einer der beiden Begrenzungsflächen der Schicht liegt und an einen der beiden Körper angrenzt, werden folgende Verfahrensschritte durchgeführt:

- die Ermittlung des jeweils nächstliegenden Finiten Elements und des nächstliegenden Punkts,
- die Erzeugung der Funktion für den Zusammenhang und
- die Eliminierung des Werts im ermittelten Punkt.

Für einen Knotenpunkt auf einer Begrenzungsfläche wird als nächstliegender Körper derjenige Körper ermittelt, an den die Begrenzungsfläche angrenzt. Für jeden Knotenpunkt auf einer Begrenzungsfläche der Schicht werden die erfindungsgemäßen Verfahrensschritte durchgeführt, insbesondere Ermittlung von nächstliegendem Finitem Element und nächstliegendem Punkt auf diesem Finiten Element, die Erzeugung der Funktion und die Ersetzung des Werts im ermittelten Punkt mittels der Funktion.

Die Ausgestaltung nach Anspruch 15 zeigt einen Weg auf, ein Gleichungssystem für eine Konstruktion mit zwei Körpern und einer Klebeverbindung zwischen diesen zu erzeugen, ohne zusätzliche Unbekannte zu erzeugen und dadurch das Gleichungssystem zu vergrößern. Die Klebeverbindung wird dabei als Kontinuum behandelt und nicht näherungsweise durch einzelne Klebepunkte ersetzt. Für die Aufstellung des Gleichungssystems brauchen lediglich Konstruktionen der beiden verbundenen Kör-

per, ihre Anordnung zueinander in einem System, mechanische Kenngrößen der Klebeverbindung und einwirkende Kräfte, z. B. durch Einspannung in einer Aufspannvorrichtung während der Fertigung, vorgegeben zu sein. Die Körper brauchen noch nicht physikalisch produziert worden zu sein, weswegen die Vorhersage zu einem frühen Zeitpunkt der Produktentwicklung vorgenommen werden kann.

Die Schicht, welche die beiden Körper verbindet, ist gemäß Anspruch 16 z. B. eine Klebeverbindung. Klebeverbindungen werden z. B. im Automobilbau zunehmend angewendet, weil eine Schweißverbindung technisch nicht herstellbar ist, die zu verbindenden Flächen für Schweißer oder Schweißautomaten schwer zugänglich sind oder weil die Schweißverbindung den auftretenden Belastungen und Kräften nicht standhalten kann. Eine Schweißverbindung ist insbesondere dann oft nicht möglich oder unwirtschaftlich, wenn die beiden Körper aus unterschiedlichen Werkstoffen gefertigt werden, z. B. Aluminium und Stahl oder Aluminium und Magnesium, oder wenn mindestens einer der Begrenzungsflächen der Körper aus Kunststoff besteht.

Vorzugsweise wird das erfindungsgemäß erzeugte Gleichungssystem numerisch gelöst (Anspruch 17). Dadurch werden wenigstens näherungsweise die Werte ermittelt, welche die physikalische Größe in den Knotenpunkten der Konstruktion annimmt. Bevorzugt werden anschließend weitere Berechnungen vorgenommen, um das mechanische Verhalten des Systems zu ermitteln. Falls beispielsweise der Wert der physikalischen Größe in einem Punkt die Verschiebung des Punktes ist, so werden durch Lösen des Gleichungssystems die Verschiebungen aller Knotenpunkte ermittelt. Für jedes Finite Element wird anschließend in Abhängigkeit von den Verschiebungen seiner Knotenpunkte die Spannung oder der Spannungstensor ermittelt, denen das Finite Element aufgrund der Verschiebungen ausgesetzt ist. Der Spannungstensor wird ermittelt und mit einem vorgegebenen Kriterium bewertet. Beispielsweise wird die maximale Spannung al-

ler Finiten Elemente mit einer vorgegebenen oberen Schranke verglichen.

Im folgenden wird ein Ausführungsbeispiel der Erfindung anhand der beiliegenden Zeichnungen näher beschrieben. Dabei zeigen:

Fig. 1. ein System mit einer Klebeverbindung zwischen zwei Flächen;

Fig. 2. die Ermittlung eines nächstliegenden Finiten Elements und eines nächstliegenden Punktes im Falle annähernd paralleler Flächen;

Fig. 3. die Überprüfung auf Parallelität im Beispiel der Fig. 2;

Fig. 4. die Ermittlung eines nächstliegenden Finiten Elements und eines nächstliegenden Punktes im Falle nicht paralleler Flächen;

Fig. 5. bilineare Interpolation in einem viereckigen Finiten Element mit vier Knotenpunkten in einer Ebene;

Fig. 6. die geometrische Bedeutung der transformierten Koordinaten s und t ;

Fig. 7. bilineare Interpolation in einem dreieckigen Finiten Element.

Die Ausführungsform bezieht sich auf eine Karosserie eines Kraftfahrzeugs als technischem System. Die Karosserie umfaßt verschiedene Bleche sowie andere Körper. Gegeben ist eine rechnerverfügbare Konstruktion dieses Systems. Ermittelt werden soll, wie die Karosserie sich unter einer vorgegebenen Belastung verformt. Um dies zu ermitteln, werden Finite Elemente erzeugt. Die räumlichen Verschiebungen aller Knotenpunkte aufgrund der Belastungen sind gesucht. Diese Verschiebungen bilden die Unbekannten des zu erzeugenden Gleichungssystems. Jeder Knotenpunkt hat sechs Freiheitsgrade. Pro Knotenpunkt werden sechs Unbekannte erzeugt, nämlich eine Unbekannte pro Freiheitsgrad:

- drei Unbekannte für die Verschiebung des Knotenpunkts in x-, y- und z-Richtung eines dreidimensionalen Euklidischen Koordinatensystems
- drei weitere Unbekannte für die Rotation, die das Finite Element im Knotenpunkt aufgrund der Belastung ausführt, wobei die Rotation durch die drei Rotationswinkel um die drei Koordinatenachsen ausgedrückt wird.

In Fig. 1 wird ein Ausschnitt aus dieser Konstruktion gezeigt. Dieser Ausschnitt umfaßt ein Blech und einen volumenhaften Körper K.1. Das Blech wird in der Finite-Elemente-Simulation durch eine Fläche F.1 in der Mitte des Blechs, also durch eine Mittelfläche, approximiert. Durch die Konstruktion ist die Dicke d_1 desjenigen Blechs gegeben, das durch F.1 approximiert wird. Der Körper K.1 umfaßt eine zum Blech zeigende Begrenzungsfläche F.6. F.6 besteht aus den beiden Teilflächen F.6a und F.6b. Der Abstand zwischen der Fläche F.1 und dem Körper K.1 sowie die unterschiedlichen Orientierungen des Blechs und des Körpers K.1 im Raum sind in Fig. 1 zur Verdeutlichung stark übertrieben dargestellt.

Das Blech und der Körper K.1 werden durch eine Klebeverbindung verbunden. Diese Klebeverbindung Kl fungiert in diesem Beispiel als die „angrenzende Schicht“. Die zu untersuchende Konstruktion umfaßt den Körper K.1, die Fläche F.1 und die

Klebeverbindung Kl. Diese Klebeverbindung Kl überdeckt nur einen Teil des Blechs sowie nur einen Teil des Körpers K.1 und daher nur die Teilfläche F.6a der Begrenzungsfläche F.6 des Körpers K.1. Die Teilfläche F.6b liegt auf der an die Klebeverbindung Kl angrenzenden Begrenzungsfläche F.6 des Körpers K.1. Der überdeckte Teil des Blechs wird durch eine Teilfläche F.1a der approximierenden Fläche F.1 repräsentiert. Die Klebeverbindung Kl, die das Blech und den Körper K.1 verbindet, füllt den Zwischenraum zwischen den Flächen F.1b und F.6c vollständig aus. Zur besseren Darstellung ist in Fig. 1 ein Abstand zwischen der Klebeverbindung Kl und dem Körper K.1 eingetragen. In der Konstruktion fallen die Flächen F.6a und F.6c zusammen. Die Fläche F.1b liegt auf der an die Klebeverbindung Kl angrenzenden und in Fig. 1 nicht gezeigten Oberfläche des Blechs und damit auch auf einer Begrenzungsfläche der Klebeverbindung Kl. F.1b ist parallel zu F.6c, weil eine Klebeverbindung mit zwei parallelen Begrenzungsflächen leichter zu konstruieren ist als eine mit nicht parallelen Begrenzungsflächen. Die Flächen F.1a und F.6a sind annähernd parallel. Der Abstand zwischen F.1a und F.1b beträgt $0,5 \cdot d_1$ (also die halbe Dicke des Blechs).

Die beiden Flächen F.1b und F.6a sowie die Klebeverbindung Kl werden unabhängig voneinander vernetzt und dabei in Finite Elemente zerlegt. Die Vernetzungen können inkompatibel zueinander sein. Durch die Vernetzung werden die beiden Flächen F.1b und F.6a in Flächenelemente zerlegt, die Klebeverbindung Kl in Volumenelemente, z. B. Hexaeder.

Die Vernetzung der Klebeverbindung Kl wird automatisch ausgeführt. Hierbei werden folgende Informationen aus der rechnerverfügbaren Konstruktion des Systems übernommen:

- die räumliche Lage der beiden Flächen F.1 und F.6 und
- die Dicke des Blechs, das durch die Fläche F.1 approximiert wird - in diesem Beispiel hat das Blech eine über die gesamte Ausdehnung gleichbleibende Dicke, möglich ist aber auch eine veränderliche Dicke.

In diesem Beispiel beträgt die Dicke der Klebeverbindung Kl 0,8 mm. Die Dicke und die räumliche Ausdehnung des Überlappungsbereichs von F.1 und F.6 und damit der Klebeverbindung Kl werden automatisch aus diesen geometrischen Informationen über die Flächen gewonnen. Möglich ist auch, statt dessen direkt die beiden begrenzenden Teilflächen F.1b und F.6b vorzugeben.

Für die Vernetzung der Klebeverbindung Kl werden weiterhin folgende vorgegebene Parameter verwendet:

- eine untere und/oder obere Schranke für die Kantenlänge eines Volumelements der Klebeverbindung Kl parallel zur Begrenzungsfläche der Klebeverbindung Kl,
- die geometrische Form der Volumelemente, z. B. Quader, Hexaeder oder Pentagone,
- die Anzahl von Finiten Elementen senkrecht zur Dicke der Klebeverbindung Kl,
- ein Vernetzungsverfahren, z. B. „paving“ oder „free meshing“,
- die Finiten Elemente des Körpers werden auf die an den Körper angrenzende Begrenzungsfläche der Schicht projiziert. Durch die Projektion werden die Begrenzungsflächen der Volumelemente vorgegeben und
- die geometrische Form der Volumelemente, z. B. Quader, Hexaeder oder Pentagone.

Möglich ist auch, anstelle einer Kantenlänge parallel zur Begrenzungsfläche die Anzahl der Volumelemente, in welche die Klebeverbindung Kl parallel zu ihren Begrenzungsflächen zerlegt werden soll, oder die Anzahl der Volumelemente pro Längeneinheit vorzugeben.

Weiterhin ist es möglich, die Finiten Elemente der Fläche F.1 auf die an das Blech angrenzende Begrenzungsfläche F.1b der Klebeverbindung Kl zu projizieren. Dadurch werden die Begrenzungsflächen der Volumelemente der Klebeverbindung Kl vorgegeben. Die Vernetzung der Fläche F.1 und damit die der Kle-

beverbindung Kl ist in der Regel nicht kompatibel mit der Vernetzung der Fläche F.1. Umgekehrt ist es auch möglich, die Finiten Elemente der Begrenzungsfläche F.6a des Körpers K.1 auf die an den Körper K.1 angrenzenden Begrenzungsfläche F.6c der Klebeverbindung Kl zu projizieren.

Vorzugsweise haben alle Volumenelemente die Form von Quadern oder wenigstens von Hexaedern. Möglich sind z. B. auch Finite Elemente in Form von Pentagonen. In diesem Beispiel beträgt die Anzahl der Volumenelemente senkrecht zur Dicke der Klebeverbindung Kl 2. Senkrecht zur Dicke sollen also jeweils zwei nebeneinanderliegende Volumenelemente erzeugt werden. Standardmäßig haben beide Volumenelemente dieselbe Kantenlänge senkrecht zur Dicke, so daß alle Kanten senkrecht zur Dicke $0,8 \text{ mm} : 2 = 0,4 \text{ mm}$ lang sind. Weiterhin wird in diesem Beispiel eine Kantenlänge parallel zur Begrenzungsfläche von 5 mm in ebenen Bereichen der Klebeverbindung Kl und 4 mm in gekrümmten Bereichen vorgegeben.

Alternativ hierzu wird nicht die Kantenlänge parallel zur Begrenzungsfläche vorgegeben, sondern eine untere und/oder obere Schranke für das Verhältnis von längster zu kürzester Kante eines Volumenelements. Beispielsweise wird ein Verhältnis von 10 in gekrümmten und 12,5 in ebenen Bereichen der Klebeverbindung Kl vorgegeben. Wie gerade dargelegt, beträgt die kürzeste Kantenlänge 0,4 mm. Daraus wird automatisch als Länge der übrigen Kanten eines Volumenelements $0,4 \text{ mm} * 12,5 = 5 \text{ mm}$ in gekrümmten und $0,4 \text{ mm} * 10 = 4 \text{ mm}$ in ebenen Bereichen der Klebeverbindung Kl hergeleitet.

Fig. 2 zeigt einen Hexaeder 110.1, der zur Klebeverbindung Kl gehört, sowie vier Flächenelemente 100.1, 100.2, 100.3 und 100.4 der Fläche F.1a und damit der Fläche F.1. Beschrieben wird im folgenden, wie das erfindungsgemäße Verfahren für den Knotenpunkt 201.1 dieses Hexaeders durchgeführt wird.

Nachdem die Vernetzung der Konstruktion abgeschlossen ist, werden die physikalischen Zusammenhänge und Randbedingungen ergänzt. Ein Beispiel für einen solchen Zusammenhang be-

schreibt die Spannung in einem Finiten Element abhängig von der Verschiebung seiner Knotenpunkte. Abhängig von der Verschiebung der Knotenpunkte wird ein Dehnungstensor ε des Finiten Elements bestimmt. Vorgegeben ist eine Steifigkeits-Matrix („compliance matrix“) D . Zwischen dem Spannungstensor σ des Finiten Elements und dem Dehnungstensor ε besteht der Zusammenhang $\sigma = D * \varepsilon$.

Möglich ist, daß die Verformungen aus einer Temperaturveränderung ΔT resultieren. Sei α der Ausdehnungs-Koeffizient des für die Fertigung des jeweiligen Körpers verwendeten Werkstoffs. Dann besteht der Zusammenhang $\sigma = D * (\varepsilon - \alpha * \Delta T)$.

Weiterhin wird der Zusammenhang zwischen einwirkender Kraft F und Verformung U bestimmt. Aus Eigenschaften der Werkstoffe, die für die Herstellung des jeweiligen Körpers verwendet werden, z. B. Elastizitäts-Modul und Poisson-Zahl, und aus der Geometrie des Körpers wird eine Steifigkeits-Matrix K des Körpers hergeleitet. Zwischen der Verformung und der einwirkenden Kraft besteht der Zusammenhang $U = K * F$. Möglich ist, daß einige Komponenten von U bekannt sind, z. B. gleich Null sein müssen, und einige Komponenten von F bekannt und andere unbekannt sind.

Das zum Knotenpunkt 201.1 nächstliegende Flächenelement wird ermittelt. Zunächst werden die Begrenzungsflächen des Hexaeders 110.1 ermittelt, die auf eine Fläche weisen, die an die Klebeverbindung K_1 angrenzt. Im Falle des Hexaeders 110.1 werden die Begrenzungsflächen 111.1 und 111.2 ermittelt. Gesucht sind das zum Knotenpunkt 201.1 nächstliegende Finite Element, das die Form eines Flächenelements hat, und der nächstliegende Punkt auf diesem Flächenelement.

Ein schnell durchzuführendes und durch Fig. 2 illustriertes Verfahren sieht vor, eine Normale 210.1 auf die Begrenzungsfläche 111.1 zu erzeugen, die durch den Knotenpunkt 201.1 verläuft. Diese Normale 210.1 trifft die Fläche F_{1a} im Flächenelement 100.2 und dort im Punkt 205.1. Dieser Schnittpunkt 205.1 wird als nächstliegender Punkt ermittelt. Das

Flächenelement 100.2, zu dem der Schnittpunkt gehört, wird als nächstliegendes Finites Element ermittelt.

Die Normale auf die Begrenzungsfläche 111.1 wird nacheinander in die Knotenpunkte des Hexaeders 110.1 verschoben. In Fig. 2 ist zusätzlich die Normale 210.3 durch den Knotenpunkt 201.2 gezeigt. Diese schneidet die Fläche F1.a im Punkt 205.2. Für den Knotenpunkt 201.2 werden als nächstliegender Punkt der Punkt 205.2 und als nächstliegendes Finites Element das Flächenelement 100.1 ermittelt.

Falls die Begrenzungsfläche 111.1 und die Fläche F.1a parallel zueinander liegen, so ist der Schnittpunkt 205.1 von 210.1 und 100.2 genau der nächstliegende Punkt. Falls der in Fig. 3 gezeigte Winkel 230.1 zwischen der Begrenzungsfläche 111.1 und die Fläche F.1a klein ist, so liegt der Schnittpunkt 205.1 nahe dem nächstliegenden Punkt. In einer Ausführungsform wird daher zusätzlich geprüft, ob der Winkel 230.1 zureichend klein ist. Diese Prüfung illustriert Fig. 3. Zusätzlich zur Normalen 210.1 durch 201.1 wird eine Normale 210.2 durch dasjenige Flächenelement 100.2 erzeugt, die im Beispiel der Fig. 3 als nächstliegendes Finites Element ermittelt wurde. Der Winkel 230.1 zwischen diesen beiden Normalen wird ermittelt. Im Falle paralleler Flächen beträgt der Winkel 0. Ist dieser Winkel kleiner oder gleich einer vorgegebenen oberen Schranke, so werden der Schnittpunkt 205.1 und das Flächenelement 100.2, die wie oben beschrieben ermittelt wurden, als nächstliegender Punkt bzw. nächstliegendes Finites Element verwendet.

Ist der Winkel 230.1 größer als die obere Schranke, so wird bevorzugt das im folgenden beschriebene Verfahren durchgeführt. Zunächst wird der zu 201.1 nächstliegende Knotenpunkt in der Fläche F.1a ermittelt. Im Beispiel der Fig. 4 ist dies der Knotenpunkt 200.1. Um die Abstandsberechnungen durchzuführen, werden vorab alle Abstände zwischen verschiedenen Knotenpunkten der Konstruktion ermittelt und in einer Tabelle zwischengespeichert. Der Knotenpunkt gehört zu den vier Flächenelementen 100.1, 100.2, 100.3 und 100.4. Liegen diese

vier Flächenelemente in einer Ebene, so wird eine Normale 210.4 auf den vier Flächenelementen durch 201.1 ermittelt. Diese Normale schneidet die Fläche F1.a im Punkt 205.3, der zum Flächenelement 100.4 gehört. Damit sind 205.3 und 100.4 ermittelt. Falls die vier Flächenelemente nicht in einer Ebene liegen, werden vier Normalen und vier Schnittpunkte ermittelt und der nächstliegende Schnittpunkt als nächstliegender Punkt verwendet.

Fig. 5 veranschaulicht die bilineare Interpolation für ein beliebiges viereckiges Flächenelement. Das Flächenelement hat die vier Knotenpunkte 200.a, 200.b, 200.c und 200.d, die in einer Ebene liegen, als Ecken. In dem Gleichungssystem, das mit Hilfe der Finiten Elemente erzeugt wird, treten die Verschiebungen P.a, P.b, P.c und P.d dieser vier Knotenpunkte als vier Unbekannte auf. Als nächstliegender Punkte wurde der Punkt 205.x des Flächenelements ermittelt. Die Verschiebung P.x des Punktes 205.x wird näherungsweise als lineare Funktion der Verschiebungen P.a, P.b, P.c und P.d ausgedrückt:

$$P.x = g.a * P.a + g.b * P.b + g.c * P.c + g.d * P.d$$

In Gleichungen des zu erzeugenden Gleichungssystems wird P.x durch die Linearkombination auf der rechten Seite dieser linearen Funktion ersetzt.

Die Gewichtungsfaktoren g.a, g.b, g.c und g.d werden so bestimmt, daß gilt: $g.a + g.b + g.c + g.d = 1$. Weiterhin werden sie so bestimmt, daß sie sich linear in den Koordinaten von 205.x verändern, wenn 205.x im Flächenelement bewegt wird, und daß gilt:

- Wenn $205.x = 200.a$, dann ist $P.x = P.a$ und $g.a = 1$ und $g.b = g.c = g.d = 0$.
- Wenn $205.x = 200.b$, dann ist $P.x = P.b$ und $g.b = 1$ und $g.a = g.c = g.d = 0$.
- Wenn $205.x = 200.c$, dann ist $P.x = P.c$ und $g.c = 1$ und $g.b = g.a = g.d = 0$.

- Wenn $205.x = 200.d$, dann ist $P.x = P.d$ und $g.d = 1$ und $g.b = g.c = g.d = 0$.

In Fig. 5 sind die vier Mittelpunkte 200.ab, 200.bc, 200.cd und 200.ad der vier Seiten des Flächenelements eingetragen. Die Verbindungsstrecken 210.e von 200.ad nach 200.bc und 210.f von 200.ac nach 200.bd schneiden sich in 200.m. 200.m liegt auf der Mitte zwischen 200.ad und 200.bc und ebenfalls auf der Mitte zwischen 200.ab und 200.cd. Die beiden Verbindungsstrecken 210.e und 210.f halbieren sich also.

Die Lage des Punktes 205.x im Flächenelement vor der Verschiebung wird durch zwei Koordinaten s und t bezüglich eines Koordinatensystems, dessen Achsen die beiden Verbindungsstrecken 210.e und 210.f sind, beschrieben. Diese Koordinaten s und t werden so festgelegt, daß folgendes erfüllt ist:

- Falls 205.x - wie in Fig. 5 - zwischen den Punkten 200.a, 200.ab, 200.ad und 200.m liegt, ist $-1 \leq s \leq 0$ und $-1 \leq t \leq 0$.
- Falls 205.x zwischen den Punkten 200.ab, 200.b, 200.bc und 200.m liegt, ist $0 \leq s \leq 1$ und $-1 \leq t \leq 0$.
- Falls 205.x zwischen den Punkten 200.bc, 200.c, 200.cd und 200.m liegt, ist $0 \leq s \leq 1$ und $0 \leq t \leq 1$.
- Falls 205.x zwischen den Punkten 200.cd, 200.d, 200.ad und 200.m liegt, ist $-1 \leq s \leq 0$ und $0 \leq t \leq 1$.
- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.d nach 200.a gilt: $s = -1$ und $-1 \leq t \leq +1$.
- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.a nach 200.b gilt: $t = -1$ und $-1 \leq s \leq +1$.
- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.b nach 200.c gilt: $s = 1$ und $-1 \leq t \leq +1$.
- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.c nach 200.d gilt: $t = 1$ und $-1 \leq s \leq +1$.
- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.cd nach 200.ab gilt: $s = 0$ und $-1 \leq t \leq +1$.

- Für alle Punkte auf der Strecke von 200.ad nach 200.bc gilt: $t = 0$ und $-1 \leq s \leq +1$.
- Für den Knotenpunkt 200.a gilt: $s = -1$ und $t = -1$.
- Für den Knotenpunkt 200.b gilt: $s = +1$ und $t = -1$.
- Für den Knotenpunkt 200.c gilt: $s = +1$ und $t = +1$.
- Für den Knotenpunkt 200.d gilt: $s = -1$ und $t = +1$.

Die vier Gewichtungsfaktoren werden durch folgende Rechenvorschrift bestimmt:

$$g.a = \frac{1}{4} * (1-s) * (1-t)$$

$$g.b = \frac{1}{4} * (1+s) * (1-t)$$

$$g.c = \frac{1}{4} * (1+s) * (1+t)$$

$$g.d = \frac{1}{4} * (1-s) * (1+t)$$

Fig. 6 illustriert die geometrische Bedeutung der beiden Koordinaten s und t . Die Lage jedes Punkts des in Fig. 5 gezeigte Vierecks wird nach einer Koordinatentransformation durch zwei Koordinaten (x, y) beschrieben. In Fig. 6 im linken Viereck ist der Punkt 205.x durch die Koordinaten (x, y) beschrieben, der Schnittpunkt 200.m durch (x_m, y_m) , die Ecken 200.a, 200.b, 200.c und 200.d durch die Koordinaten (x_a, y_a) , (x_b, y_b) , (x_c, y_c) , (x_d, y_d) . Das Quadrat auf der rechten Hälfte von Fig. 6 veranschaulicht die Berechnung der Koordinaten s und t . Der Punkt (x, y) hat nach der Transformation in das natürliche Koordinatensystem im Quadrat die Koordinaten (s, t) . Der Punkt (x_m, y_m) hat die Koordinaten $(0, 0)$, der Punkt (x_a, y_a) $(-1, -1)$, der Punkt (x_b, y_b) $(1, -1)$, der Punkt (x_c, y_c) $(-1, 1)$ und der Punkt (x_d, y_d) $(1, 1)$.

Die Koordinaten s und t werden bevorzugt gemäß der folgenden Berechnungsvorschrift berechnet:

Falls der Punkt (x, y) auf der Kante zwischen (x_a, y_a) und (x_b, y_b) liegt, ist

$$s = \frac{2x - x_a - x_b}{x_b - x_a} \text{ und}$$

$$t = -1.$$

Falls der Punkt (x, y) auf der Kante zwischen (x_c, y_c) und (x_d, y_d) liegt, so gilt

$$s = \frac{2x - x_c - x_d}{x_c - x_d} \text{ und}$$

$$t = 1.$$

Falls der Punkt (x, y) auf der Kante zwischen (x_a, y_a) und (x_d, y_d) liegt, so gilt

$$s = -1 \text{ und}$$

$$t = \frac{2y - y_c - y_d}{y_d - y_c}$$

$$t = -1.$$

Falls der Punkt (x, y) auf der Kante zwischen (x_b, y_b) und (x_c, y_c) liegt, so gilt

$$s = 1 \text{ und}$$

$$t = \frac{2y - y_b - y_c}{y_c - y_b}$$

Falls der Punkt (x, y) im Inneren des Vierecks von Fig. 6 links liegt, ist

$$t = \frac{-B_1 - \sqrt{\Delta}}{2A_1} \text{ oder } t = \frac{-B_1 + \sqrt{\Delta}}{2A_1}, \text{ je nachdem, welche Berechnungs-}$$

vorschrift zu einem Wert von t zwischen 0 und 1 führt, und

$$\text{und } s = \frac{4x - A_x - B_x t}{C_x + D_x t}$$

Hierbei sind

$$\Delta = B_1^2 - 4A_1C_1$$

$$A_1 = B_y D_x - D_y B_x$$

$$B_1 = -4_y D_x + A_y D_x + B_y C_x - C_y B_x + 4_x D_y - A_x D_y$$

$$C_1 = -4_y C_x + A_y C_x + 4_x C_y - C_y A_x$$

$$A_x = x_a + x_b + x_c + x_d$$

$$B_x = -x_a - x_b + x_c + x_d$$

$$C_x = -x_a + x_b + x_c - x_d$$

$$D_x = x_a - x_b + x_c - x_d$$

$$A_y = y_a + y_b + y_c + y_d$$

$$B_y = -y_a - y_b + y_c + y_d$$

$$C_y = -y_a + y_b + y_c - y_d$$

$$D_y = y_a - y_b + y_c - y_d$$

Sobald also die Koordinaten s und t und die vier Verschiebungen $P.a$, $P.b$, $P.c$ und $P.d$ bestimmt sind, wird die Verschiebung $P.x$ durch Einsetzen der dann bekannten Koordinaten und Verschiebungen bestimmt.

Analog wird der Fall eines Flächenelements mit drei Knotenpunkten 200.a, 200.b und 200.c behandelt. Diesen Fall illustriert Fig. 7. Die Verschiebung $P.x$ des Punkts 205.x wird näherungsweise durch die Funktion

$$P.x = g.a * P.a + g.b * P.b + g.c * P.c$$

ausgedrückt. Die Gewichtungsfaktoren $g.a$, $g.b$ und $g.c$ werden so bestimmt, daß gilt: $g.a + g.b + g.c = 1$. Die Lage des Punktes 205.x im Flächenelemente bezüglich eines Koordinatensystems, dessen Achsen die Strecke von 200.a nach 200.b und die Strecke von 200.a nach 200.c sind, wird durch zwei Koordinaten s und t festgelegt. Die Koordinaten s und t werden so festgelegt, daß folgendes gilt:

$$0 \leq s \leq 1 \text{ und } 0 \leq t \leq 1 \text{ und } s + t \leq 1.$$

Diese Koordinaten s und t werden so festgelegt, daß folgendes erfüllt ist:

- Falls 205.x auf der Strecke von 200.a nach 200.b liegt, ist $s+t = 1$.
- Falls 205.x auf der Strecke von 200.a nach 200.c liegt, ist $t = 0$.

- Falls 205.x auf der Strecke von 200.b nach 200.c liegt, ist $s = 0$.
- Falls $205.x = 200.a$ ist, ist $s = 1$ und $t = 0$.
- Falls $205.x = 200.b$ ist, ist $s = 0$ und $t = 1$.
- Falls $205.x = 200.c$ ist, ist $s = 0$ und $t = 0$.

Die Gewichtungen $g.a$, $g.b$ und $g.c$ werden abhängig von s und t wie folgt festgelegt:

$$g.a = s,$$

$$g.b = t \text{ und}$$

$$g.c = 1 - s - t.$$

Das Dreieck wird wie oben beschrieben durch eine geeignete Koordinatentransformation so transformiert, daß der Punkt 205.x die Koordinaten (x, y) hat. Der Punkt 200.a hat die Koordinaten (x_a, y_a) , der Punkt 200.b die Koordinaten (x_b, y_b) und 200.c die Koordinaten (x_c, y_c) . Die Koordinaten s und t werden wie folgt bestimmt:

Falls (x, y) auf der Kante zwischen (x_a, y_a) und (x_c, y_c) liegt, ist

$$s = \frac{y - y_c}{y_a - y_c} \text{ und}$$

$$t = 0$$

Falls (x, y) auf der Kante zwischen (x_b, y_b) und (x_c, y_c) liegt, ist $s = 0$ und

$$t = \frac{y - y_c}{y_b - y_c}$$

Falls (x, y) auf der Kante zwischen (x_a, y_a) und (x_b, y_b) oder im Inneren des Dreiecks liegt, ist

$$t = \frac{-B}{A}$$

$$s = -\left[\frac{t(x_b - x_c) + (x_c - x)}{x_a - x_c} \right]$$

Hierbei ist

$$A = -\frac{(y_a - y_c)(x_b - x_c)}{x_a - x_c} + (y_b - y_c)$$

und

$$B = -\frac{(y_a - y_c)(x_c - x)}{x_a - x_c} - (y_c - y)$$

Falls ein Flächenelement vier Ecken hat, die nicht in einer Ebene liegen, so wird einer der folgenden beiden Schritte ausgeführt:

Die Koordinaten s und t werden nicht bezüglich des Flächenelements mit den Ecken 200.a, 200.b, 200.c und 200.d bestimmt, sondern bezüglich eines approximierenden Flächenelements mit den vier in einer Ebene liegenden Ecken 200.a', 200.b', 200.c' und 200.d'. Die Ecken werden z. B. so bestimmt, daß 200.a' = 200.a, 200.b' = 200.b und 200.c' = 200.c gilt. 200.d' ist der Fußpunkt einer Normalen durch 200.d auf der Ebene, die durch 200.a, 200.b und 200.c bestimmt ist. Oder die vier Ecken werden so bestimmt, daß

$$\begin{aligned} &|| 200.a' - 200.a || + || 200.b' - 200.b || + \\ &|| 200.c' - 200.c || + || 200.d' - 200.d || \end{aligned}$$

minimiert wird. Hierbei ist $200.a' - 200.a$ der Vektor von 200.a' nach 200.a und $|| x ||$ die Euklidische Länge eines Vektors x .

Der zweite mögliche Schritt sieht vor, daß automatisch entschieden wird, ob 205.x im Dreieck mit den Ecken 200.a, 200.b und 200.c oder im Dreieck mit den Ecken 200.a, 200.b und 200.d liegt. Für das Dreieck, in dem 205.x liegt, wird das oben beschriebene Verfahren für dreieckige Flächenelemente durchgeführt.

Software-Programme zur Vernetzung von Konstruktionen besitzen eine elektronische Bibliothek mit Bausteinen. In dieser Bibliothek ist typischerweise ein Baustein namens RBE3 (RBE = Rigid Body Element) enthalten, das die Anwendung der Gewichtsfaktoren $g.a$, $g.b$, $g.c$ und $g.d$ ermöglicht.

Nachdem die Vernetzung der Begrenzungsfläche F.6 des Körpers K.1, der Mittelfläche F.1 des Blechs und der verbindenden der Klebeverbindung Kl abgeschlossen sind und das Gleichungssystem erzeugt worden ist, wird das Gleichungssystem mit einem kommerziellen Software-Werkzeug für die Finite-Elemente-Methode (FEM-Werkzeug) gelöst.

Der Fachmann kennt verschiedene FEM-Werkzeuge, z. B.

- MSC.NASTRAN und MSC.PATRAN, beide beschrieben unter <http://www.mscsoftware.com/products/>, abgefragt am 5. 2. 2003,
- ABAQUS, beschrieben unter http://www.hks.com/products/products_overview.html, abgefragt am 5. 2. 2003,
- PAMCRASH für Finite-Elemente-Simulationen von Kollisionen, beschrieben unter <http://www.esi-group.com/products/crash/index.php>, abgefragt am 5. 2. 2003.

Die Lösung liefert für jeden Knotenpunkt der Konstruktion den Wert, den die physikalische Größe in diesem Knotenpunkt annimmt. Durch Einsetzen in die Funktion werden die Werte der physikalischen Größe in den ermittelten nächstliegenden Punkten berechnet. Die Lösung wird ausgewertet, um die Konstruktion des Systems zu analysieren.

Patentansprüche

1. Verfahren zum automatischen Aufstellen eines Gleichungssystems zur Beschreibung eines physikalischen Verhaltens eines technischen Systems,
wobei eine rechnerverfügbare Konstruktion vorgegeben ist, die einen Körper und eine Schicht (Kl), die an den Körper angrenzt, umfaßt,
mit den Schritten
 - Erzeugen von Finiten Elementen (100.1, 100.2, ...) für den Körper,
 - vollständiges Zerlegen der Schicht (Kl) in Finite Elemente (110.1), die Volumenelemente sind und automatisch unter Verwendung von geometrischen Informationen über die Schicht (Kl) und Vorgaben für die Vernetzung der Schicht (Kl) erzeugt werden, und
 - Aufstellen eines Gleichungssystems gemäß der Finite-Elemente-Methode, in dem als Unbekannte die Werte auftreten, die eine räumlich veränderliche physikalische Größe in den Knotenpunkten (200.1, 200.2, 201.1, 201.2, ...) der Finiten Elemente des Körpers und der Schicht (Kl) annimmt,
 - wobei für mindestens einen Knotenpunkt (201.1, 201.2), der zu einem Volumenelement (110.1) der Schicht (Kl) gehört,

- ein dem Knotenpunkt nächstliegendes Finites Element (100.1, 100.2, ...) des Körpers und ein nächstliegender Punkt (205.1, 205.2, ...) auf diesem Finiten Element ermittelt werden,
- eine Funktion für einen physikalischen Zusammenhang zwischen dem Wert, den die physikalische Größe im nächstliegenden Punkt (205.1, 205.2, ...) annimmt, und den Werten, den diese Größe in den Knotenpunkten (200.1, 200.2, ...) des nächstliegenden Finiten Elements (100.1, 100.2, ...) annimmt, erzeugt wird
- und beim Aufstellen des Gleichungssystems der Wert der physikalischen Größe im nächstliegenden Punkt (205.1, 205.2, ...) durch Einsetzen der Funktion eliminiert wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß für jeden Knotenpunkt (201.1, 201.2) der Schicht (K1), der auf der an den Körper angrenzenden Begrenzungsfläche (F1.b) der Schicht (K1) liegt,

- die Ermittlung des jeweils nächstliegenden Finiten Elements (100.1, 100.2, ...) und des nächstliegenden Punkts (205.1, 205.2, ...),
- die Erzeugung der Funktion für den Zusammenhang
- und die Eliminierung des Werts im nächstliegenden Punkt (205.1, 205.2, ...)

durchgeführt werden.

3. Verfahren nach Anspruch 2,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß Gleichungen für physikalische Zusammenhänge zwischen

- den Werten, welche die physikalische Größe in einer Menge von Knotenpunkten (201.1, 201.2), die auf der angrenzenden Begrenzungsfläche (F1.b) der Schicht (K1) liegen, annimmt
- und den Werten, welche die physikalische Größe in einer Menge von Punkten des Körpers, die jeweils zu einem Knotenpunkt (201.1, 201.2) der Menge nächstliegend sind, annimmt,

erzeugt und beim Aufstellen des Gleichungssystems verwendet werden.

4. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 3,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,
daß

- mindestens ein Finites Element (110.1) der Schicht (K1) erzeugt wird, das einen Knotenpunkt im Inneren der Schicht (K1) besitzt,
- und eine Gleichung für den Zusammenhang zwischen den Werten, die eine physikalische Größe in den Knotenpunkten (201.1, 201.2) dieses Finiten Elements (110.1) der Schicht (K1) annimmt, erzeugt und beim Aufstellen des Gleichungssystems verwendet wird.

5. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 4,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß der Wert der physikalischen Größe in einem Punkt mindestens einen der folgenden Bestandteile umfaßt:

- die räumliche Verschiebung des Punktes in einem dreidimensionalen Koordinatensystem,
- die Rotationswinkel im Punkt von demjenigen Finiten Element, zu dem der Punkt gehört, in einem dreidimensionalen Koordinatensystem,

- die Temperatur im Punkt,
- die Temperaturveränderung im Punkt,
- das elektrische Potential im Punkt,
- der akustische Druck im Punkt,
- der Richtungsvektor, den eine Strömung im Punkt hat,
- die Geschwindigkeit, den eine Strömung im Punkt hat.

6. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 5,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß

- eine Fläche (F.1), die zum Körper gehört, erzeugt wird,
- Finite Elemente (100.1, 100.2, ...) für die Fläche (F.1) erzeugt werden
- und als nächstliegendes Finites Element ein nächstliegendes Finites Element (100.1, 100.2, ...) der Fläche (F.1) ermittelt wird.

7. Verfahren nach Anspruch 6,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß die Funktion für den Zusammenhang durch bilineare Interpolation über den Knotenpunkten (200.1, 200.2, ...) des nächstliegenden Finiten Elements (100.1, 100.2, ...) erzeugt wird.

8. Verfahren nach Anspruch 6 oder Anspruch 7,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß

- eine Normale (210.1, 210.3) durch den Knotenpunkt der Schicht (K1) auf einer dem Körper nächstliegenden Be-

grenzungsfläche (111.1) des Volumenelements (110.1) erzeugt wird,

- der Schnittpunkt (205.1, 205.2, ...) dieser Normalen (210.1, 210.3) mit der Fläche (F.1) ermittelt und als nächstliegender Punkt verwendet wird
- und ein Finites Element (100.1, 100.2, ...) der Fläche (F.1a), zu dem der Schnittpunkt (205.1, 205.2, ...) gehört, als nächstliegendes Finites Element verwendet wird.

9. Verfahren nach einem der Ansprüche 6 bis 8,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,
daß

- eine Normale (210.4) durch den Knotenpunkt der Schicht (K1) auf das nächstliegende Finite Element (100.4) erzeugt wird
- und als nächstliegender Punkt der Fußpunkt (205.3) der Normalen (210.4) im Finiten Element (100.4) ermittelt wird.

10. Verfahren nach einem der Ansprüche 6 bis 9,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,
daß der Körper ein Blech ist
und die Fläche (F.1) in der Mitte des Blechs erzeugt wird.

11. Verfahren nach einem der Ansprüche 6 bis 10,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,
daß

- die Finiten Elemente (100.1, 100.2, ...) der Fläche (F.1) Schalenelemente

- und die Volumenelemente (110.1) der Schicht (Kl) Quadern sind.

12. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 11,
dadurch gekennzeichnet,
daß für die Erzeugung der Volumenelemente (110.1) in der Schicht (Kl) mindestens eine der folgenden Vorgaben verwendet werden:

- Vorgabe eines Vernetzungsverfahrens,
- eine untere und/oder obere Schranke für das Verhältnis von längster zu kürzester Kante eines Volumenelements,
- Anzahl der Volumenelemente, in welche die Schicht senkrecht zur Schichtdicke zerlegt werden soll,
- eine untere und/oder obere Schranke für die Kantenlänge eines Volumenelements parallel zur Begrenzungsfläche der Schicht,
- Projektion der Finiten Elemente des Körpers auf die an den Körper angrenzende Begrenzungsfläche der Schicht und
- die geometrische Form der Volumenelemente.

13. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 12,
dadurch gekennzeichnet,
daß die angrenzende Schicht (Kl)

- eine Lackschicht,
- eine Schutzschicht oder
- eine isolierende Schicht

auf dem Körper ist.

14. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 13,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß

- das System einen weiteren Körper (K.1) umfaßt,
- die Schicht (Kl) an beide Körper angrenzt,
- finite Elemente für den weiteren Körper (K.1) erzeugt werden
- der dem Knotenpunkt näherliegende Körper des Systems ermittelt wird
- und als nächstliegendes Finites Element ein nächstliegendes Finites Element des näherliegenden Körpers ermittelt wird.

15. Verfahren nach Anspruch 14,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß für jeden Knotenpunkt der Schicht (Kl), der auf einer der beiden Begrenzungsflächen der Schicht (Kl) liegt und an einen der beiden Körper angrenzt,

- die Ermittlung des jeweils nächstliegenden Finiten Elements und des nächstliegenden Punkts,
- die Erzeugung der Funktion für den Zusammenhang
- und die Eliminierung des Werts im ermittelten Punkt durchgeführt werden.

16. Verfahren nach Anspruch 14 oder Anspruch 15,

d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,

daß die Schicht (Kl)

- eine Klebeverbindung,
- eine Abdichtung oder

- eine Isolierung

zwischen den beiden Körpern des Systems ist.

17. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 12,
d a d u r c h g e k e n n z e i c h n e t ,
daß die Werte, welche die physikalische Größe in den Knotenpunkten der Konstruktion annimmt, ermittelt werden, indem das Gleichungssystem numerisch gelöst wird.
18. Computerprogramm-Produkt, das direkt in den internen Speicher eines Computers geladen werden kann und Softwareabschnitte umfaßt, mit denen ein Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 17 ausgeführt werden kann, wenn das Produkt auf einem Computer läuft.
19. Computerprogramm-Produkt, das auf einem von einem Computer lesbaren Medium gespeichert ist und das von einem Computer lesbare Programm-Mittel aufweist, die den Computer veranlassen, ein Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 17 auszuführen.

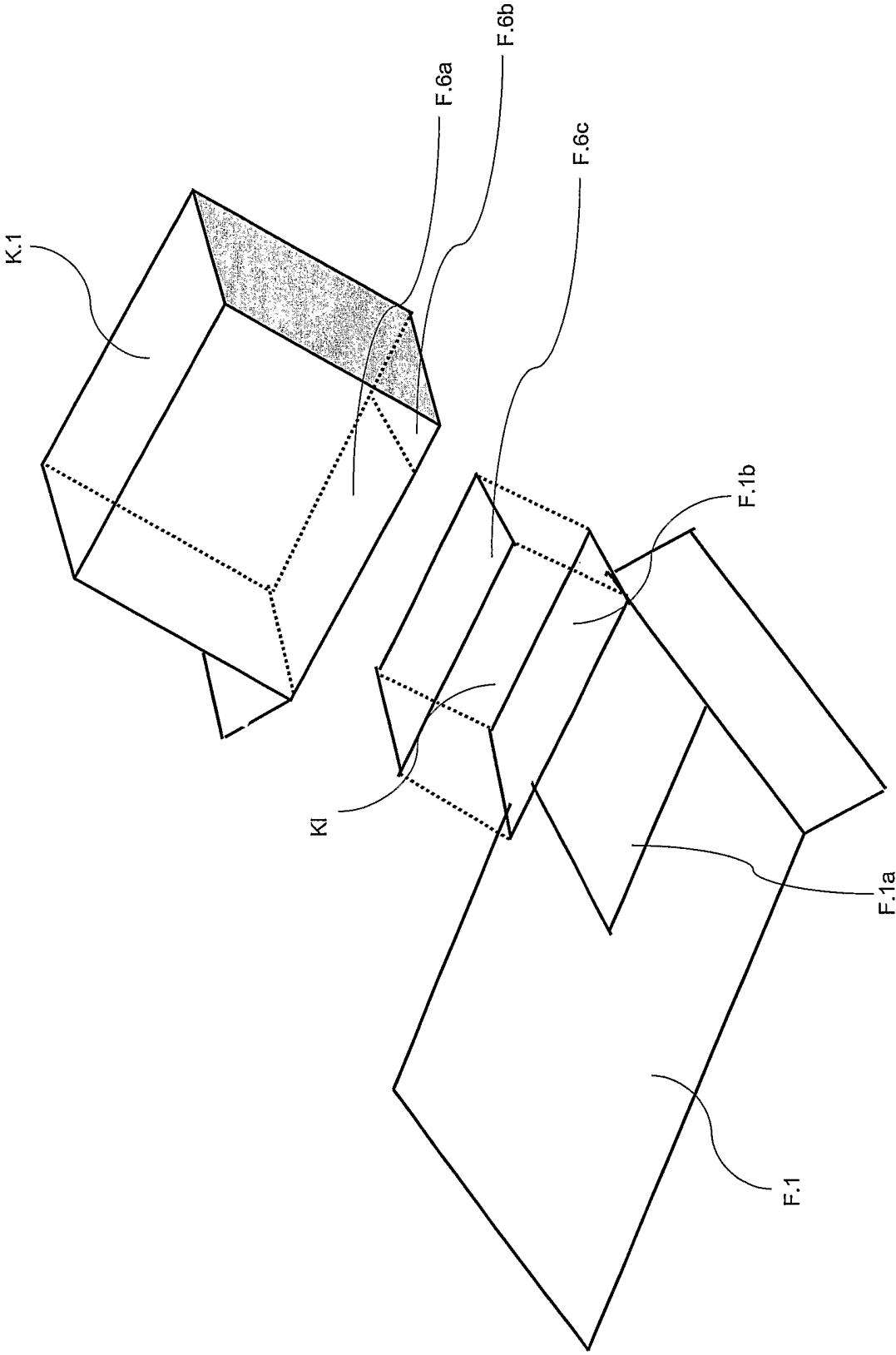


Fig. 1

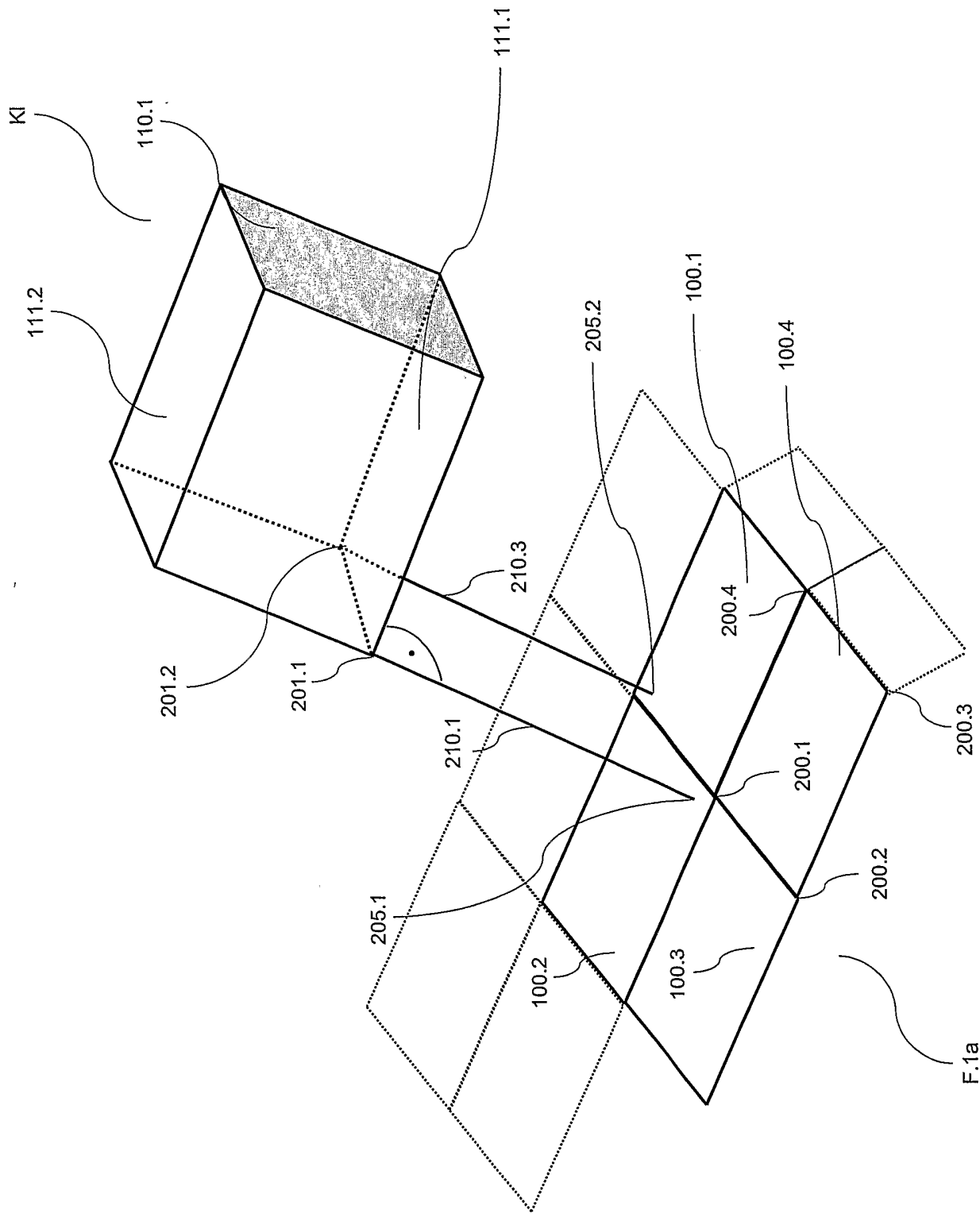


Fig. 2

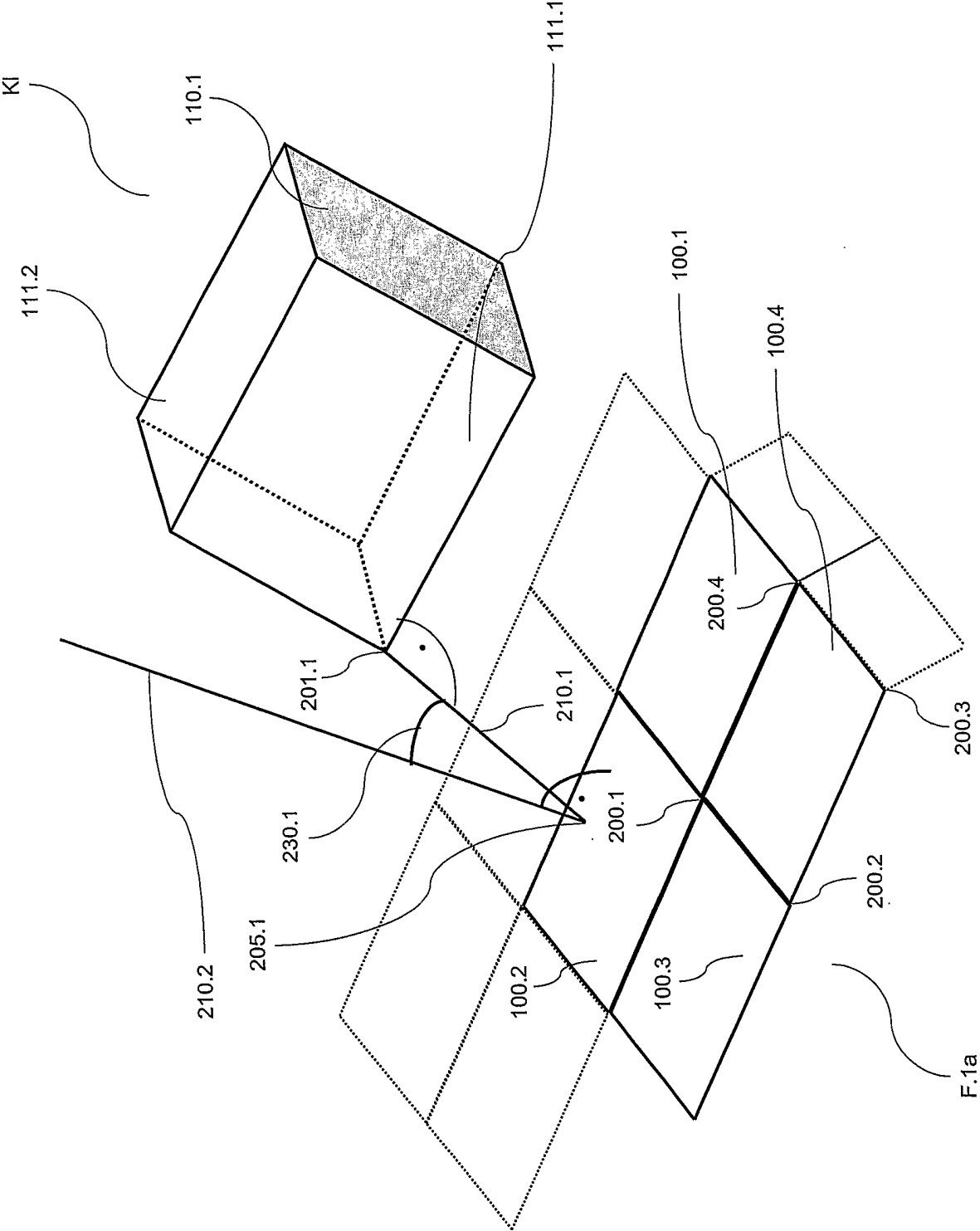


Fig. 3

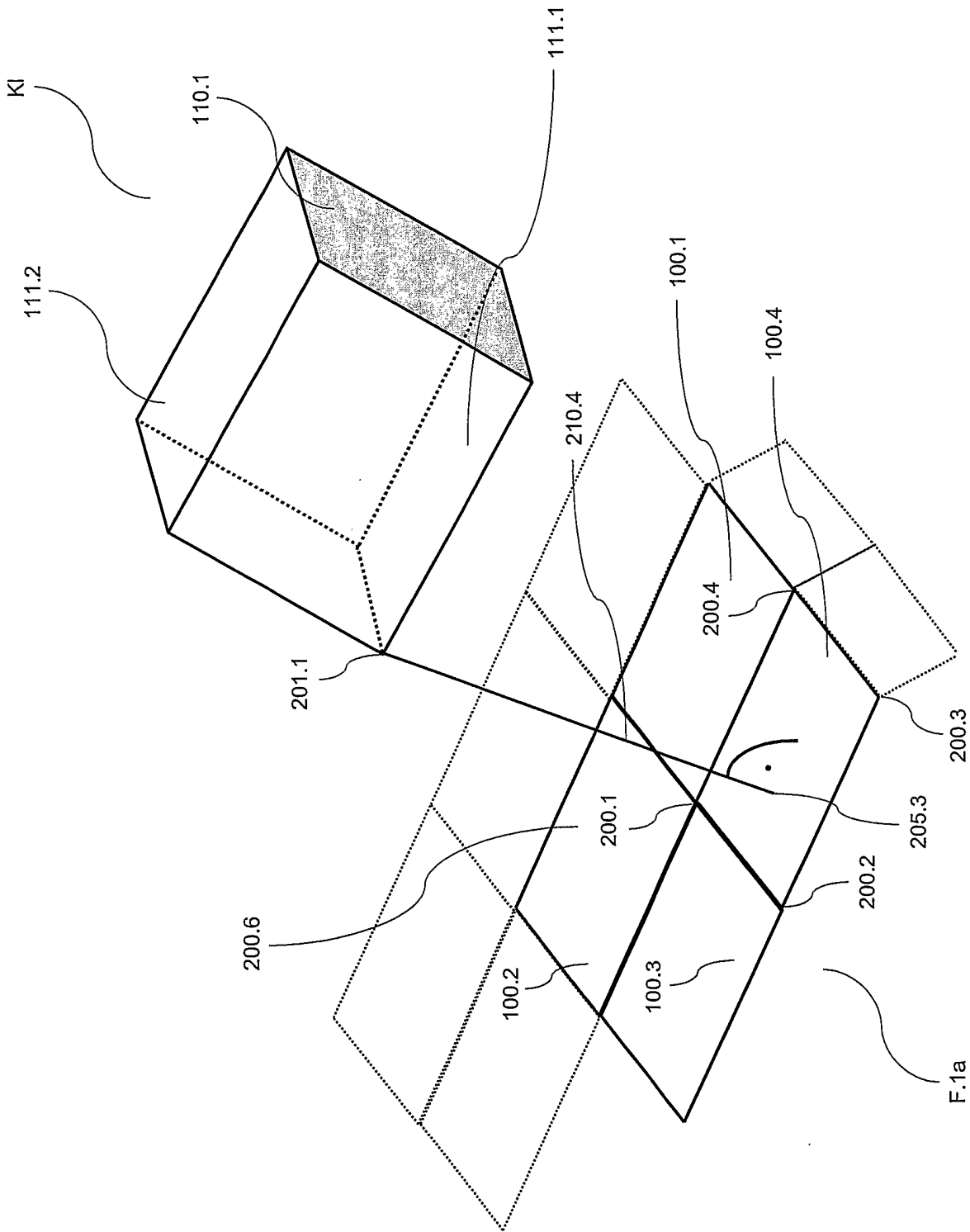


Fig. 4

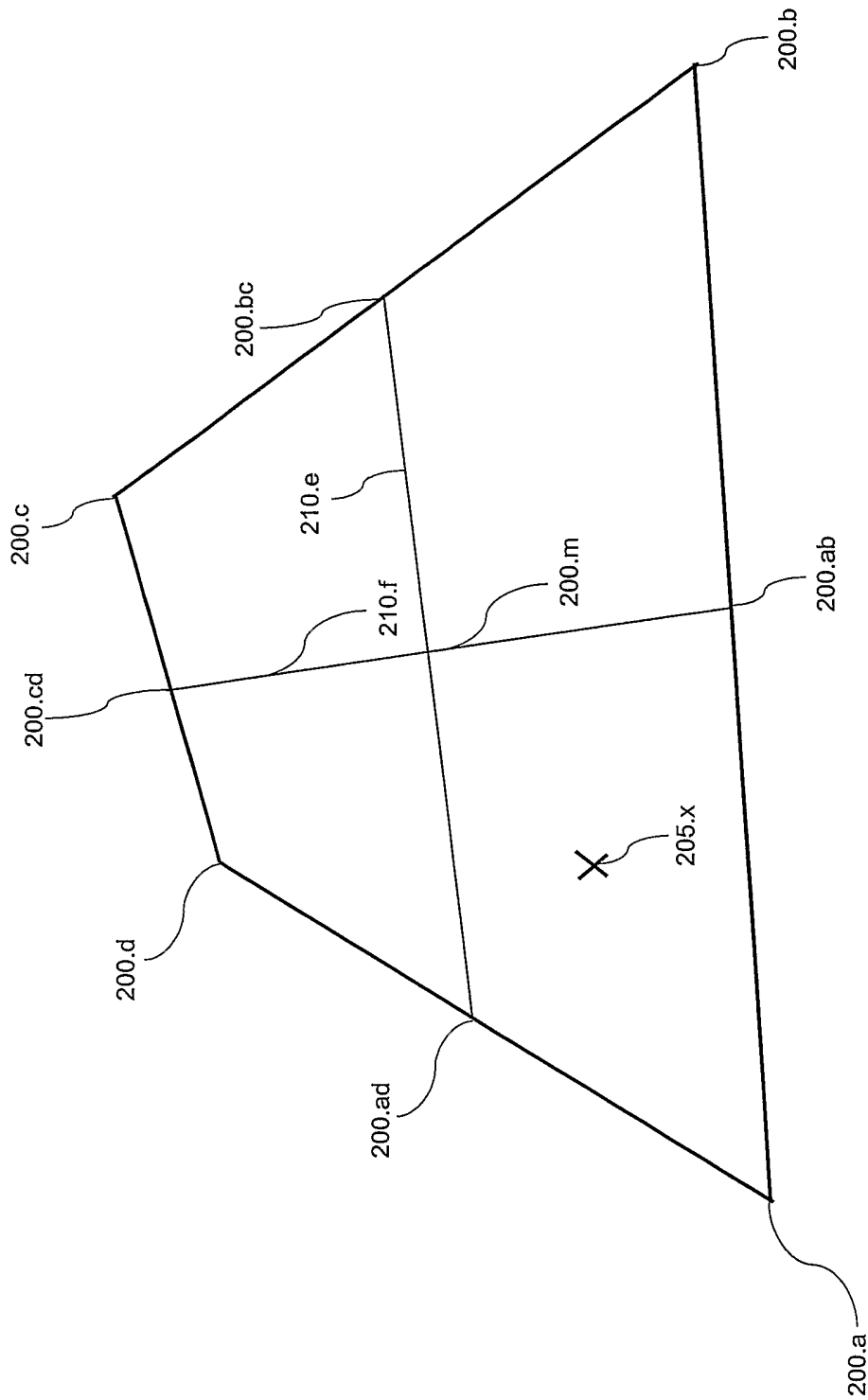


Fig. 5

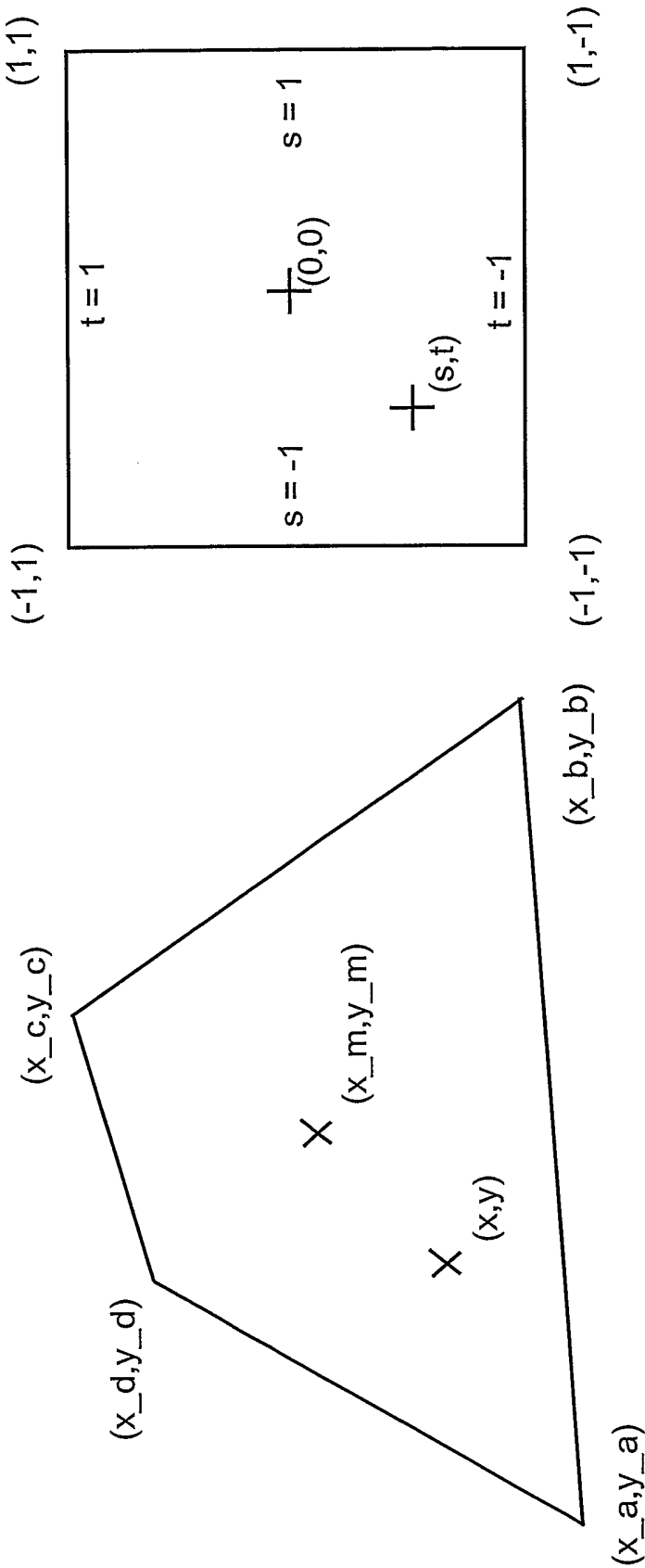


Fig. 6

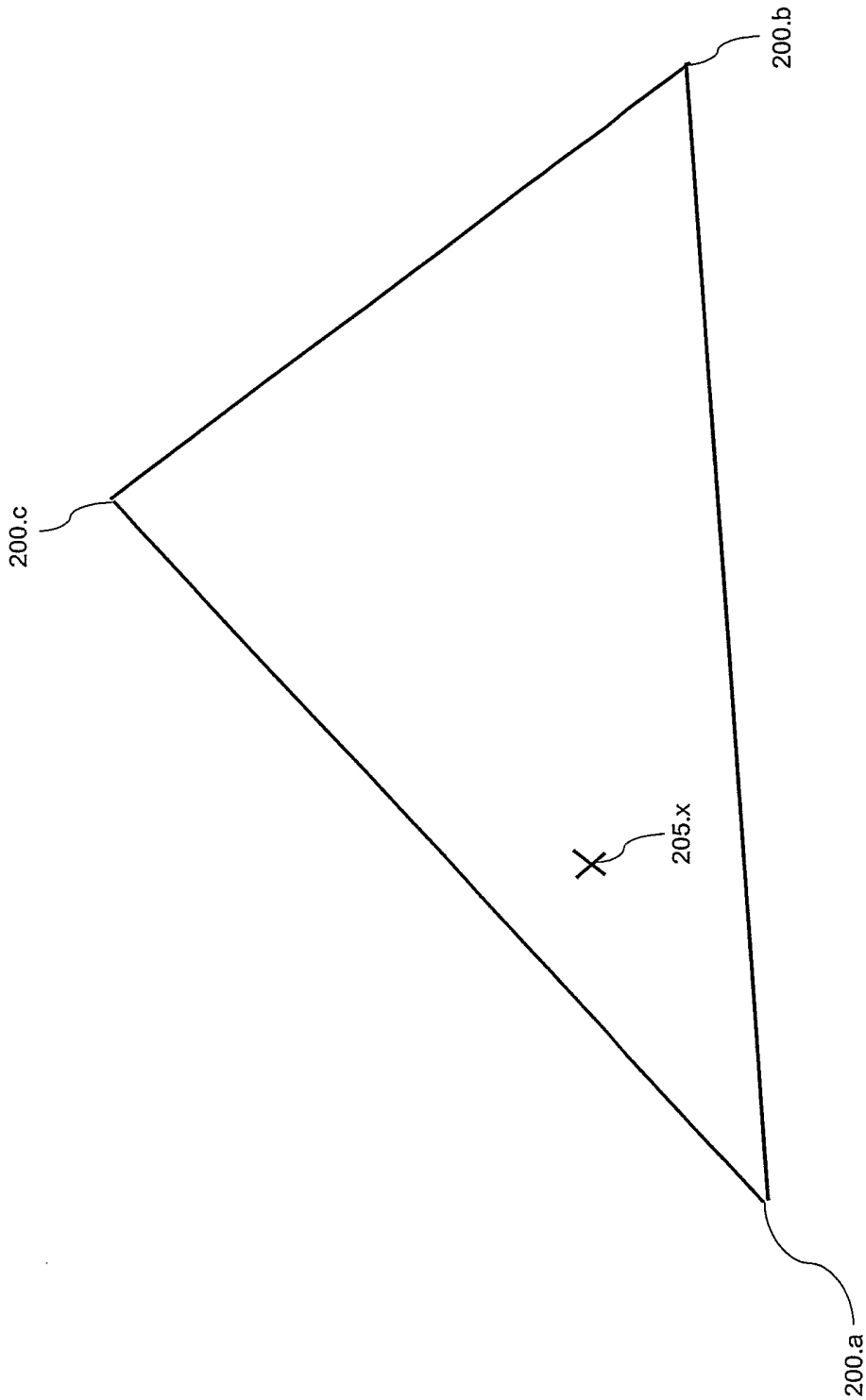


Fig. 7