



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2024-0110292
(43) 공개일자 2024년07월15일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)

G06N 10/60 (2022.01) G06N 10/20 (2022.01)
G06N 3/047 (2023.01) G06N 3/08 (2023.01)
B82Y 10/00 (2017.01)

(52) CPC특허분류

G06N 10/60 (2022.01)
G06N 10/20 (2022.01)

(21) 출원번호 10-2023-0002210

(22) 출원일자 2023년01월06일

심사청구일자 2023년01월06일

(71) 출원인

경희대학교 산학협력단

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 1732 (서천동, 경희대학교 국제캠퍼스내)

(72) 발명자

신현동

경기도 수원시 영통구 청명로 132, 323동 501호(영통동, 벽산삼익아파트)

정해준

경기도 안양시 동안구 부림로 52, 505동 505호 (평촌동, 초원럭키아파트)

(뒷면에 계속)

(74) 대리인

김연권

전체 청구항 수 : 총 12 항

(54) 발명의 명칭 양자 속성 학습 방법 및 그 시스템

(57) 요약

본 개시의 기술적 사상에 의한 일 양태에 따르면, 양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계, 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공신경망을 학습하는 단계, 및 학습된 인공신경망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 단계를 포함하는 양자 속성 학습 방법이 개시된다.

대 표 도 - 도1



(52) CPC특허분류

G06N 3/047 (2023.01)

G06N 3/084 (2023.01)

B82Y 10/00 (2013.01)

(72) 발명자

최민석

경기도 용인시 기흥구 서그대로53번길 3-7, 402호

아매드 파록

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

우만 카리드

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

파커 자만

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

세바 타릭

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

무하마드 서히블 울름

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

나예마 아시프

경기도 용인시 기흥구 덕영대로 7321 경희대학교
국제캠퍼스 전자정보대학관 559호

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	1711172939
과제번호	2022R1A4A3033401
부처명	과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명	한국연구재단
연구사업명	(혁신법) 기초연구실지원사업_개척형
연구과제명	[기초연구실_개척형] 무선-양자통신융합 기초연구실(1/3)
기 여 율	40/100
과제수행기관명	경희대학교 산학협력단
연구기간	2022.06.01 ~ 2025.02.28

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	1711155671
과제번호	2019R1A2C2007037
부처명	과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명	한국연구재단
연구사업명	(혁신법)이공분야기초연구사업/중견연구자지원사업/(유형1-2)중견연구
연구과제명	[중견연구 유형1-2] 양자네트워크 핵심기술 연구(4/5)
기 여 율	40/100
과제수행기관명	경희대학교 산학협력단
연구기간	2019.03.01 ~ 2024.02.29

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	1711152558
과제번호	2021-0-02046-002
부처명	과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명	정보통신기획평가원
연구사업명	(혁신법)정보통신방송혁신인재양성_2022
연구과제명	[정부] 2022 ITRC 6H 차세대 이동통신 기술 개발 (1단계 2차년도)(2/8)
기 여 율	20/100
과제수행기관명	경희대학교 산학협력단
연구기간	2021.07.01 ~ 2028.12.31

명세서

청구범위

청구항 1

양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 단계;

상기 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공지능망을 학습하는 단계; 및

상기 학습된 인공지능망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 단계

를 포함하는 양자 속성 학습 방법.

청구항 2

제1 항에 있어서,

상기 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X 행렬 및 파울리 Z 행렬인, 양자 속성 학습 방법.

청구항 3

제1 항에 있어서,

상기 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계는,

상기 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 상기 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 상기 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계

를 더 포함하는,

양자 속성 학습 방법.

청구항 4

제1 항에 있어서,

상기 양자 속성 학습 방법은,

선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계;

상기 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 단계;

추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 단계;

상기 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 단계

를 더 포함하는 양자 속성 학습 방법.

청구항 5

제4 항에 있어서,

상기 밀도 행렬을 재구성하는 단계는,

경사 하강법을 사용하여 상기 밀도 행렬을 재구성하는 단계

를 더 포함하는,
양자 속성 학습 방법.

청구항 6

제4 항에 있어서,
상기 밀도 행렬을 재구성하는 단계는,
상기 재구성된 밀도 행렬이 양이 아닌 고유 값을 가지는 경우, 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 양자 상태를 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계
를 더 포함하는,
양자 속성 학습 방법.

청구항 7

양자 컴퓨팅 시스템을 동작시키기 위한 명령어를 저장하는 비밀시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체로서,
상기 명령어는,
양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 제1 코드 세그먼트;
상기 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공신경망을 학습하는 제2 코드 세그먼트; 및
상기 학습된 인공신경망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 제3 코드 세그먼트
를 포함하는 비밀시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체.

청구항 8

제7 항에 있어서,
상기 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X 행렬 및 파울리 Z 행렬인, 비밀시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체.

청구항 9

제7 항에 있어서,
상기 제1 코드 세그먼트는,
상기 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 상기 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 상기 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는,
비밀시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체.

청구항 10

제7 항에 있어서,
상기 명령어는,
선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 제4 코드 세그먼트;

상기 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 제5 코드 세그먼트;
추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 제6 코드 세그먼트;
상기 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 제7 코드 세그먼트
를 더 포함하는, 비밀시적 컴퓨터 관독가능 저장 매체.

청구항 11

제10 항에 있어서,
상기 제4 코드 세그먼트는,
경사 하강법을 사용하여 상기 밀도 행렬을 재구성하는,
비밀시적 컴퓨터 관독가능 저장 매체.

청구항 12

제10 항에 있어서,
상기 제4 코드 세그먼트는,
상기 재구성된 밀도 행렬이 양이 아닌 고유 값을 가지는 경우, 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 양자 상태를 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는,
비밀시적 컴퓨터 관독가능 저장 매체.

발명의 설명

기술 분야

[0001] 본 개시(disclosure)의 기술적 사상은 양자 속성 학습 방법 및 그 시스템에 관한 것이다.

배경 기술

[0002] 양자 정보 과학(Quantum Information Science, QIS)이라는 신종 분야에서 상당한 발전이 이루어지고 있다. QIS 지식을 기반으로 하는 기술은 다양한 분야에서 많은 유망한 어플리케이션을 제공한다. 이 분야는 양자 얽힘(quantum entanglement), 양자 조정(quantum steering) 및 비국소성(non-locality)과 같은 양자 속성을 활용하여 통신 및 계산과 관련된 기능을 수행한다. 나아가, 양자 이론의 기초는 이러한 비고전적 상관 관계(non-classical correlation)에 의해 형성된다.

[0003] 이러한 양자 속성을 사용할 때 발생하는 주요 문제는 이들의 탐지 및 분류이다. 이는 다음과 같은 몇 가지 이유로 인해 발생한다: (i) 비고전적 상관관계를 탐지하는 다양한 기준과 부등식이 알려져 있지만 일반적으로 다분할 양자 상태(multipartite quantum state)에 대해 이러한 속성의 분류는 계산적으로 어려운 문제이다. (ii) 기존에 존재하는 방식에는 전체 밀도 행렬, 즉 상태 단층 촬영에 대한 지식이 필요하다. (iii) 각 유형의 양자 속성에는 서로 다른 기준 세트가 있다. 따라서 유사한 측정 세트를 기반으로 모든 다른 속성을 동시에 분류할 수 있는 가능성은 높지 않다.

발명의 내용

해결하려는 과제

[0004] 본 개시의 기술적 사상이 이루고자 하는 기술적 과제는, 서로 다른 양자 상관 관계를 동시에 감지할 수 있는 분류기를 개발하기 위해 양자 데이터 세트의 부분 정보와 함께 인공 신경망을 사용하는 양자 속성 학습 방법을 제공하는 것이다.

- [0005] 본 개시의 기술적 사상이 이루고자 하는 기술적 과제는, 탈분극 잡음(depolarizing noise) 하에서 순수 양자 상태를 추정할 수 있는 양자 속성 학습 방법을 제공하는 것이다.
- [0006] 본 개시의 기술적 사상이 이루고자 하는 기술적 과제는 이상에서 언급한 과제로 제한되지 않으며, 언급되지 않은 또 다른 과제는 아래의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

과제의 해결 수단

- [0007] 상기와 같은 목적을 달성하기 위하여, 본 개시의 기술적 사상에 의한 일 양태(Aspect)에 따르면, 양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 단계, 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공신경망을 학습하는 단계, 및 학습된 인공신경망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 단계를 포함하는 양자 속성 학습 방법이 개시된다.
- [0008] 예시적인 실시예에 따르면, 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X 행렬 및 파울리 Z 행렬일 수 있다.
- [0009] 예시적인 실시예에 따르면, 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계는, 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계를 더 포함할 수 있다.
- [0010] 예시적인 실시예에 따르면, 인공신경망은 복수의 뉴런을 가지는 히든 레이어를 포함할 수 있다.
- [0011] 예시적인 실시예에 따르면, 양자 속성 학습 방법은, 선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계, 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 단계, 추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 단계, 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 단계를 더 포함할 수 있다.
- [0012] 예시적인 실시예에 따르면, 밀도 행렬을 재구성하는 단계는, 경사 하강법을 사용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계를 더 포함할 수 있다.
- [0013] 예시적인 실시예에 따르면, 밀도 행렬을 재구성하는 단계는, 재구성된 밀도 행렬이 양이 아닌 고유 값을 가지는 경우, 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 양자 상태를 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계를 더 포함할 수 있다.
- [0014] 본 개시의 기술적 사상에 의한 다른 양태에 따르면, 양자 컴퓨팅 시스템을 동작시키기 위한 명령어를 저장하는 비일시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체로서, 명령어는, 양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 제1 코드 세그먼트, 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공신경망을 학습하는 제2 코드 세그먼트, 및 학습된 인공신경망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 제3 코드 세그먼트를 포함하는 비일시적 컴퓨터 판독가능 저장 매체가 개시된다.
- [0015] 예시적인 실시예에 따르면, 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X 행렬 및 파울리 Z 행렬일 수 있다.
- [0016] 예시적인 실시예에 따르면, 제1 코드 세그먼트는, 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정할 수 있다.
- [0017] 예시적인 실시예에 따르면, 인공신경망은 복수의 뉴런을 가지는 히든 레이어를 포함할 수 있다.
- [0018] 예시적인 실시예에 따르면, 명령어는, 선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 제4 코드 세그먼트, 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 제5 코드 세그먼트, 추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 제6 코드 세그먼트, 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 제7 코드 세그먼트를 더 포함할 수 있다.
- [0019] 예시적인 실시예에 따르면, 제4 코드 세그먼트는, 경사 하강법을 사용하여 밀도 행렬을 재구성할 수 있다.
- [0020] 예시적인 실시예에 따르면, 제4 코드 세그먼트는, 재구성된 밀도 행렬이 양이 아닌 고유 값을 가지는 경우, 노

름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 양자 상태를 이용하여 밀도 행렬을 재구성할 수 있다.

발명의 효과

- [0021] 본 개시의 기술적 사상에 따른 양자 속성 학습 방법은, 다중 비교전적 상관 관계의 분류에 인공신경망을 사용하므로, 양자 상태 계열에 대해 이진 및 다중 클래스 분류 모두 가능하다. 이에 따라, 양자 상태 단층 촬영을 사용하지 않고도 양자 상태를 분류할 수 있다.
- [0022] 또한, 본 개시의 기술적 사상에 따른 양자 속성 학습 방법은, 탈분극 잡음 하에서 순수한 양자 상태를 재구성할 수 있다. 따라서, 본 개시의 방법을 이용하면, 일반적으로 탈분극 잡음이 발생하는 양자 소자에 대한 벤치마크로 사용할 수 있다. 뿐만 아니라, 본 개시의 방법은 혼합 양자 상태 단층 촬영 알고리즘에 적용될 수 있다.
- [0023] 본 개시의 기술적 사상에 따른 양자 속성 학습 방법이 얻을 수 있는 효과는 이상에서 언급한 효과들로 제한되지 않으며, 언급하지 않은 또 다른 효과들은 아래의 기재로부터 본 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

도면의 간단한 설명

- [0024] 본 개시에서 인용되는 도면을 보다 충분히 이해하기 위하여 각 도면의 간단한 설명이 제공된다.
- 도 1은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 속성 학습 방법의 흐름도이다.
- 도 2는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 상관 관계를 나타내는 영역의 양자 상태 패턴을 도시한다.
- 도 3은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 상관 관계에 대한 히든 레이어의 뉴런 수에 따른 이진 분류 정확도를 도시한다.
- 도 4는 본 개시의 일 실시예에 따른 인공신경망 구조를 도시한다.
- 도 5는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 속성 학습 방법의 다중 분류 성능 결과를 도시한다.
- 도 6 및 도 7은 본 개시의 일 실시예에 따른 오류 막대의 추정된 얽힘 상태를 도시한다.
- 도 8은 본 개시의 일 실시예에 따른 각 방법의 충실도를 도시한다.
- 도 9는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 상태의 블로흐 구에 대한 탈분극 잡음의 영향을 도시하는 도면이다.
- 도 10은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 속성 학습 방법과 표준 LRE 방법을 적용한 경우의 평균 불충실도를 도시한다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

- [0025] 본 개시의 기술적 사상에 따른 예시적인 실시예들은 당해 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 본 개시의 기술적 사상을 더욱 완전하게 설명하기 위하여 제공되는 것으로, 아래의 실시예들은 여러 가지 다른 형태로 변형될 수 있으며, 본 개시의 기술적 사상의 범위가 아래의 실시예들로 한정되는 것은 아니다. 오히려, 이들 실시예들은 본 개시를 더욱 충실하고 완전하게 하며 당업자에게 본 발명의 기술적 사상을 완전하게 전달하기 위하여 제공되는 것이다.
- [0026] 본 개시에서 제1, 제2 등의 용어가 다양한 부재, 영역, 층들, 부위 및/또는 구성 요소들을 설명하기 위하여 사용되지만, 이들 부재, 부품, 영역, 층들, 부위 및/또는 구성 요소들은 이들 용어에 의해 한정되어서는 안 됨은 자명하다. 이들 용어는 특정 순서나 상하, 또는 우열을 의미하지 않으며, 하나의 부재, 영역, 부위, 또는 구성 요소를 다른 부재, 영역, 부위 또는 구성 요소와 구별하기 위하여만 사용된다. 따라서, 이하 상술할 제1 부재, 영역, 부위 또는 구성 요소는 본 개시의 기술적 사상의 가르침으로부터 벗어나지 않고서도 제2 부재, 영역, 부위 또는 구성 요소를 지칭할 수 있다. 예를 들면, 본 개시의 권리 범위로부터 이탈되지 않은 채 제1 구성 요소는 제2 구성 요소로 명명될 수 있고, 유사하게 제2 구성 요소도 제1 구성 요소로 명명될 수 있다.
- [0027] 달리 정의되지 않는 한, 여기에 사용되는 모든 용어들은 기술 용어와 과학 용어를 포함하여 본 개시의 개념이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자가 공통적으로 이해하고 있는 바와 동일한 의미를 지닌다. 또한, 통상적으로 사용되는, 사전에 정의된 바와 같은 용어들은 관련된 기술의 맥락에서 이들이 의미하는 바와 일관되는 의미를 갖는 것으로 해석되어야 하며, 여기에 명시적으로 정의하지 않는 한 과도하게 형식적인 의미로 해

석되어서는 아니 될 것이다.

[0028] 어떤 실시예가 달리 구현 가능한 경우에 특정한 공정 순서는 설명되는 순서와 다르게 수행될 수도 있다. 예를 들면, 연속하여 설명되는 두 공정이 실질적으로 동시에 수행될 수도 있고, 설명되는 순서와 반대의 순서로 수행될 수도 있다.

[0029] 첨부한 도면에 있어서, 예를 들면, 제조 기술 및/또는 공차에 따라, 도시된 형상의 변형들이 예상될 수 있다. 따라서, 본 개시의 기술적 사상에 의한 실시예들은 본 개시에 도시된 영역의 특정 형상에 제한된 것으로 해석되어서는 아니 되며, 예를 들면, 제조 과정에서 초래되는 형상의 변화를 포함하여야 한다. 도면 상의 동일한 구성 요소에 대해서는 동일한 참조부호를 사용하고, 이들에 대한 중복된 설명은 생략한다.

[0030] 여기에서 사용된 '및/또는' 용어는 언급된 부재들의 각각 및 하나 이상의 모든 조합을 포함한다.

[0031] 이하에서는 첨부한 도면들을 참조하여 본 개시의 기술적 사상에 의한 실시예들에 대해 상세히 설명한다.

[0033] 본 개시는 기계 학습을 이용하여 비고전적 상관관계(correlation)를 다중 클래스로 분류한다. 얽힘(entanglement), 양자 조정(steering) 및 비국소성(non-locality)과 같은 비고전적 상관 관계는 양자 정보 처리 작업을 위한 리소스이다. 그러나 복잡한 특성으로 인해 이러한 특성의 분류는 유한한 크기의 양자 시스템에서도 여전히 어렵다. 비고전적 상관 관계 각각을 분류하기 위한 측정 방식은 존재한다. 그러나 다중 상관 관계를 동시에 분류하기 위한 통합 시스템이 필요하다. 본 개시에서는 기계 학습을 사용하여 여러 비고전적 상관 관계를 동시에 분류할 수 있는 방법을 제시한다. 이를 위해, 인공신경망(artificial neural network, ANN)을 이용하여 얽힘, 단방향 조정(one-way steering), 비국소성(non-locality)을 학습한다. 이에 따라, 본 개시의 방법은 높은 정확도의 분류를 달성할 수 있다.

[0034] 도 1은 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 속성 학습 방법의 흐름도이다. 도 1을 참조하면, 본 개시의 양자 속성 학습 방법은, 양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 단계(S110), 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공신경망을 학습하는 단계(S120), 및 학습된 인공신경망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 단계(S130)를 포함한다.

[0035] 구체적으로, 본 개시에서는 여러 비고전적 상관관계, 즉, 양자 상관 관계(quantum correlation)를 동시에 분류하기 위해 인공신경망(ANN)을 사용한다. 기계 학습 방법은 데이터 세트에서 복잡한 패턴을 발견할 수 있고 분류 작업에 효과적으로 작동한다. 따라서 본 개시에서는 서로 다른 양자 상관 관계를 동시에 감지할 수 있는 분류기를 개발하기 위해 양자 데이터 세트의 부분 정보와 함께 인공신경망을 사용한다. 이를 위해 양자 상태 계열을 분류한다.

[0036] 양자 데이터는 아래의 식을 기초로 생성될 수 있다.

[0037] [수학식 1]

$$\rho_{AB}(p, \theta) = p |\psi_{\theta}\rangle \langle \psi_{\theta}| + (1 - p) \frac{I_A}{2} \otimes \rho_B^{\theta}.$$

[0038]

[0039] 여기서, $|\psi_{\theta}\rangle$ 는 양자 상태를 나타내며, 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$|\psi_{\theta}\rangle = \cos \theta |00\rangle + \sin \theta |11\rangle$$

[0040]

그리고 ρ_B^θ 는 부분 밀도 행렬을 나타내며, 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\rho_B^\theta = \text{tr}_A(|\psi_\theta\rangle\langle\psi_\theta|)$$

여기서 양자 상태 계열은 두 파라미터 $\theta \in (0, 2\pi)$ 및 $p \in (0, 1)$ 에 의해 결정된다. 기계 학습을 위한 특징(feature)으로 기계 학습 모델에 대한 입력으로 전체 밀도 행렬

$\langle ab \rangle$, $\langle a'b \rangle$, $\langle ab' \rangle$, $\langle a'b' \rangle$

대신 양자 상태의 네 가지 관찰 가능 항목으로 부분 정보를 사용한다.

일 실시예에 따르면, 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X(Pauli X) 행렬 및 파울리 Z(Pauli Z) 행렬일 수 있다.

여기서,

$$\begin{aligned} a &= \sigma_z, \\ a' &= \sigma_x, \\ b &= \frac{\sigma_z - \sigma_x}{\sqrt{2}}, \\ b' &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

이며,

σ_x 및 σ_z 는 각각 파울리 X(Pauli X) 및 파울리 Z(Pauli Z) 행렬을 나타낸다.

일 실시예에 따르면, 양자 상관 관계에 대한 레이블을 결정하는 단계에서, 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 양자 상관 관계에 대한 레이블이 결정될 수 있다.

구체적으로, 양자 데이터 세트에서 다양한 유형의 양자 상관 관계에 대한 레이블은 아래와 같은 규칙을 사용하여 결정될 수 있다:

1) 분리 가능성(Separability) : PPT 기준을 사용하여 $p < 1/3$ 일 때마다 상태가 분리 가능하고 그 외에는 얽혀 있음

2) 단방향 조정(One-way steering) : $p > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 및 $p < \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 2\theta}}$ 범위에 속할 때 상태는 단방향 조향임

3) 비국소성(non-locality) : $p > \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 2\theta}}$ 일 때 상태는 비국소적임

도 2는 본 개시의 일 실시예에 따른 양자 상관 관계를 나타내는 영역의 양자 상태 패턴을 도시한다. 각 양자 상태의 특징은 도 2에 도시된 바와 같이, 세트 I, II, III 및 IV의 레이블과 연관된다. 도 2를 참조하면, 양자 상태의 패턴이 분리 가능성, 얽힘, 단방향 조정, 벨 비국소 상관관계 각각을 나타내는 영역 I, II, III 및 IV로 표시된다.

300,000개의 샘플을 가진 양자 데이터 세트를 생성하고 기계 학습을 위해 80% 훈련 세트와 20% 테스트 세트로 나눈다. 레이블과 함께 훈련 세트의 네 가지 특징은 히든 레이어(hidden layer)이 있는 인공 신경망으로 전송된다. 일 실시예에서, 인공신경망은 복수의 뉴런을 가지는 히든 레이어를 포함할 수 있다. 히든 레이어 뉴런

(neuron)의 수는 각각의 비교전적 상관관계에 대해 최상의 결과를 얻기 위해 0에서 40개까지 다양할 수 있다. 먼저, 인공 신경망을 적용하여 각 상관 관계에 대한 이진 분류를 수행한다. 손실 함수는 RMSProp에 의해 최소화된다. 이 모델은 활성화 함수로 시그모이드(sigmoid)를 사용한다. 또한, 이 모델은 100 에포크(epoch) 동안 학습된다. 이 경우, 상태 분리 가능 여부를 분류할 때 ANN 모델의 정확도가 99.8% 이상이 될 수 있다. 마찬가지로, 단방향 조정 및 비국소성에 적용했을 때 이 모델 예측 정확도는 각각 99.2% 및 99.7%에 달한다. 10개의 히든 레이어 뉴런을 도입하면 단방향 조정 및 비국소성 감지의 정확도가 증가한다. 그러나 히든 뉴런이 더 증가하면 모델이 무거워질 뿐 정확도가 더 이상 증가하지 않는다.

[0058] 도 3은 본 개시의 일 실시예에 따른 각각의 비교전적 상관관계에 대해 히든 레이어의 뉴런 수(N_H)에 따른 이진 분류의 정확도를 도시한다. 도 3에 도시된 바와 같이, 히든 레이어의 뉴런 수가 0일 때에는 비교전적 상관관계, 예컨대, 단방향 조정 또는 비국소성은 95% 이하의 이진 분류의 정확도를 가진다. 반면, 히든 레이어의 뉴런 수가 10, 20, 30, 및 40인 경우, 단방향 조정 또는 비국소성에 대한 이진 분류의 정확도를 95% 이상이다. 뿐만 아니라, 여기서 알 수 있는 것은, 히든 레이어의 뉴런 수가 10, 20, 30, 40으로 증가하더라도 비교전적 상관관계에 대한 이진 분류의 정확도는 히든 레이어의 뉴런 수가 증가하는 것만큼 크게 증가하지 않는다.

[0059] 도 4는 본 개시의 일 실시예에 따른 인공신경망을 도시한다. 도 4를 참조하면, 인공신경망은 입력 뉴런으로 표시되는 x_1, x_2, x_3, x_4 와, 히든 뉴런으로 표시되는 h_1, h_2, h_3, h_4 와, 출력 뉴런으로 표시되는 y_1, y_2, y_3, y_4 를 가진다. 히든 레이어의 50개의 뉴런과 4개의 출력 노드로 구성된 ANN 모델을 적용하여 4가지 상태 클래스 모두에 레이블을 지정할 수 있다. 이 모델은 옵티마이저(optimizer)로 RMSProp와 함께 활성화 함수로 소프트맥스(softmax)를 사용한다. 이 모델은 콜백을 사용하여 100 에포크(epoch) 동안 학습된다. 본 개시의 양자 데이터 세트는 도 2에 도시된 바와 같이 각 상관관계에 대한 특정 패턴을 보인다. 공간은 I, II, III 및 IV의 상태가 각각 분리 가능성, 얽힘, 단방향 조정 및 벨 비국소성으로 라벨링된 4개의 영역으로 나누어진다.

[0060] 다중 분류 작업에 대한 전체 모델 정확도는 99.2%이다. 대부분의 모델 오류는 서로 다른 영역 간의 경계에 위치한 데이터 포인트로 인해 발생한다. 도 5는 본 개시의 일 실시예에 따른 다중 분류의 성능 결과에 대한 행렬이다. 도 5를 참조하면, 실제 클래스와 예측된 클래스가 일치하는 경우가 그렇지 않은 경우보다 더 높다는 것을 알 수 있다. 다시 말해, 실제 클래스가 분리 가능성인 경우와 예측된 클래스가 분리 가능성인 경우는 99513에 달한다. 실제 클래스가 얽힘인 경우와 예측된 클래스가 얽힘인 경우는 112443에 달한다. 나아가, 실제 클래스가 단방향 조정인 경우와 예측된 클래스가 단방향 조정인 경우는 37417에 달하며, 실제 클래스가 벨 비국소성인 경우와 예측된 클래스가 벨 비국소성인 경우는 48826에 달한다. 도 5를 참조하면, 잘못 분류된 분리 가능성, 얽힘, 단방향 조정 및 벨 비국소성 상태의 수는 각각 205, 212, 805, 579에 불과하다. 따라서, 본 개시의 방법은 비교전적 상관 관계를 동시에 검출하는 데 유용하다.

[0061] 본 개시에서는 다중 비교전적 상관 관계의 분류에 인공신경망을 사용한다. 양자 상태 계열에 대해 이진 및 다중 클래스 분류 모두 가능하다. 이 경우, 양자 상태 단층 촬영을 사용하지 않고도 양자 상태를 분류할 수 있다.

[0062] 한편, 자체 유도 양자 상태 단층 촬영 알고리즘(self-guided quantum state tomography algorithm)의 오류 분석은 양자 장치를 정확하게 특성화하는 데 도움이 된다. 자체 유도 양자 상태 단층 촬영의 잡음 특성의 견고성으로 인해 이 알고리즘은 잡음이 많은 중간 양자 장치(noisy-intermediate quantum device)에서 매우 유용하다. 본 개시에서는 자체 유도 양자 상태 단층 촬영 알고리즘의 오차 막대를 얻기 위한 설정을 제시한다.

[0063] 양자 상태 단층 촬영(quantum state tomography)은 양자 통신, 양자 컴퓨팅 및 양자 기상학에서 응용될 수 있다. 양자 장치의 불완전성은 양자 상태 추정을 통해 특성화될 수 있다. 양자 상태 단층 촬영은 다음 두 단계로 구성된다: i) 일부 고정된 측정 베이스의 집합에서 유한한 양의 양자 상태 측정 ii) 측정된 데이터에 대한 고전적인 후처리.

[0064] 양자 상태 단층 촬영은 최대 공산(maximum likelihood) 및 베이지안 상태 추정 기법(Bayesian state estimation technique)을 통해 구현된다. 이러한 방법은 측정의 고정된 베이스 세트를 사용하여 오류가 발생하기 쉽다. 이에 노이즈에 강한 SGQT(self-guided quantum tomography)로 알려진 적응 프로세스가 제안되었다. 최근, 리소스 부족 시나리오에서 알고리즘의 수렴을 위한 그레디언트(gradient) 방법을 개선하기 위해 Barzilai-Borwein(BB) 스텝 크기 기반 방법이 도입되었다. BB-SGQT에는 세 가지 제한 사항이 있다. (1) 순수한 상태로만 제한되며, (2) 오류 막대를 제공하지 않고, (3) 측정이 로컬 파울리 베이스(local Pauli basis)로 제한되지 않는다. 본 개시에서는 BB-SGQT 방법에 대한 양자 오차 막대를 계산하기 위한 프로토콜을 제시한다. 양자 오차 막대는 고전적인 오차 막대의 역할을 모방하도록 설계되었다.

[0065] 수학적으로 순수한 양자 상태는 단위 놈 벡터 $|\psi\rangle$ 로 나타낼 수 있다. 보다 일반적인 형태의 양자 상태는 밀도 행렬을 통해 표현된다. 밀도 행렬은 순수 양자 상태의 혼합을 통해 다음의 수식을 이용하여 얻을 수 있다:

[0066] [수학식 2]

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

[0067]

[0068] 여기서 $|\psi_i\rangle$ 는 직교 벡터를 형성하고 $\sum_i p_i = 1$ 이다. 양자 시스템에서 정보를 추출하려면 완전한 직교 프로젝터 세트 $\sum_i \Pi_i = \mathbb{I}$ 및 $\Pi_i = |\phi_i\rangle \langle \phi_i|$ 에서 양자 상태에 대한 측정을 수행해야 한다. 프로젝터 Π_i 에서 양자 상태를 측정할 확률은 아래의 본(Born)의 법칙에 의해 주어진다.

[0069] [수학식 3]

$$p_i = \text{tr}(\rho \Pi_i)$$

[0070]

[0071] BB-SGQT는 일련의 적응형 측정을 수행하여 신뢰 영역을 제공하지 않고 양자 상태를 추정한다. 신뢰 수준 $1 - \epsilon$ 의 신뢰 영역은 실제 상태가 적어도 $1 - \epsilon$ 의 확률로 있는 상태 공간의 영역으로 정의된다. 양자 오류 막대의 일반 모델에서 정보적으로 완전한 측정은 이 모델을 통해 오차 막대를 얻기 위한 기본 조건이다. GGM(Generalized Gell-Mann)은 정보적으로 완전한 측정이며 고차원 양자 시스템을 위한 일반화된 파울리 연산자이다. 연산자 $\Lambda^{(m,n)}$ 는 i) 에르미트 행렬(Hermitian) $\Lambda^{(m,n)} = \Lambda^{(m,n)\dagger}$ 이며, ii) $\text{tr}(\Lambda^{(m,n)}) = 0, \forall(m,n) \neq (0,0)$ 으로 대각합이 0(Traceless)이며, iii) $\text{tr}(\Lambda^{(u,v)} \Lambda^{(m,n)}) = \varepsilon_{(u,v),(m,n)}$ 인 대각합 직교성(trace orthonormality relation)을 따른다. 여기서, $\varepsilon_{(u,v),(m,n)} = \delta_{u,m} \delta_{v,n}$ 는 두 크로네커 델타(Kronecker's delta) $\delta_{x,y}$ 함수의 곱이다. d-차원 힐베르트 공간(Hilbert space)에서 총 d^2-1 GGM 행렬은 다음과 같이 정의된다:

- $\frac{d(d-1)}{2}$ symmetric GGM

$$\Lambda_s^{(j,k)} = |j\rangle\langle k| + |k\rangle\langle j|, \quad 1 \leq j < k \leq d,$$

- $\frac{d(d-1)}{2}$ antisymmetric GGM

$$\Lambda_a^{(j,k)} = -\iota |j\rangle\langle k| + \iota |k\rangle\langle j|, \quad 1 \leq j < k \leq d,$$

- $(d-1)$ diagonal GGM

$$\Lambda^{(l,l)} = \sqrt{\frac{2}{l(l+1)}} \left(\sum_{j=1}^l |j\rangle\langle j| - l |l+1\rangle\langle l+1| \right), \quad 1 \leq l \leq d-1.$$

[0072]

[0073] BB-SGQT는 결과 내의 불완전한 정보 측정으로 인해 오류 막대를 제공하지 않는다. BB-SGQT에 대한 오차 막대 설정을 설계하기 위해 다음 단계를 따른다:

[0074] 1) BB-SGQT 알고리즘을 수행하여 순수 양자 상태 $|\phi_1\rangle$ 의 추정치를 얻는다.

[0075] 2) 추정된 순수 양자 상태에 정규 직교 벡터(orthonormal vectors)를 적용한다.

[0076] [수학식 4]

$$[|\psi_2\rangle \quad |\psi_3\rangle \quad \cdots \quad |\psi_d\rangle] \leftarrow \text{nullspace}(|\psi_1\rangle)$$

[0077]

[0078] 추정된 순수 양자 상태를 정규 직교 벡터와 함께 사용하여 회전 유니테리 행렬(rotational unitary matrix) U를 다음과 같이 도출한다:

[0079] [수학식 5]

$$U = [|\psi_1\rangle \quad |\psi_2\rangle \quad |\psi_3\rangle \quad \cdots \quad |\psi_d\rangle]$$

[0080]

[0081] 3) 정보적으로 완전한 새로운 측정 연산자 세트를 제공할 GGM 연산자를 추정한다.

[0082] [수학식 6]

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_s^{j,k} &= U \Lambda_s^{j,k} \\ \hat{\Lambda}_a^{j,k} &= U \Lambda_a^{j,k} \\ \hat{\Lambda}^{l,l} &= U \Lambda^{l,l}. \end{aligned}$$

[0083]

[0084] 4) 이러한 새로운 측정 연산자 세트에서 측정을 수행한다. 그리고 오류 막대 모델에 결과 및 측정 기준(basis)을 제공한다. 이 모델은 BB-SGQT에 대한 양자 오류 막대를 계산한다.

[0085] 본 개시에서는 BB-SGQT 알고리즘의 오차 막대에 대한 예로 2개의 큐비트가 얽힌 벨 상태를 사용한다:

[0086] [수학식 7]

$$|\psi\rangle = \frac{|01\rangle + i|10\rangle}{\sqrt{2}}$$

[0087]

[0088] 트레이스 거리(trace distance)를 성능 지수로 사용하여 BB-SGQT에 대한 양자 오류 막대의 신뢰 수준을 확인한다:

[0089] [수학식 8]

$$D(\rho, \rho_{ref}) = \frac{1}{2} \|\rho - \rho_{ref}\|_1$$

[0090]

[0091] 이에 따른 오류 막대는 도 6 및 도 7의 그래프와 같이 도시될 수 있다. 도 6 및 도 7은 BB-SGQT를 통해 추정된 벨 상태가 96% 신뢰 수준임을 보여준다.

[0092] 양자 오차 막대는 단층 촬영 절차에서 제공하는 정보를 편리하고 정확하게 표현할 수 있다. 양자 암호와 같은 시나리오에서 신뢰 영역을 명시적으로 구성하는 방법을 개선할 수 있다.

[0093] 한편, 본 개시는 노이즈가 많은 환경에서 프로브 상태 준비(probe state preparation)의 두 가지 방법을 제안한다. 첫 번째 방법은 최적 프로브 상태의 대칭성을 이용하여 전체 최적 프로브 상태 세트에 액세스할 수 없는 대가로 프로브 상태를 준비하는 데 필요한 기본 작업 수를 줄인다. 두 번째 방법은 첫 번째 방법에 비해 더 기본적인 작업을 사용한다. 따라서 최적 프로브 상태의 전체 집합에 액세스할 수 있다. 준비된 상태의 충실도를 측정하여 이러한 방법의 성능을 평가할 수 있다. 충실도를 더 높이기 위해 최대화 절차가 수행될 수 있다.

[0094] 양자 계측은 양자 자원을 사용하여 미지의 파라미터 추정치의 정밀 스케일링을 향상시키는 연구이다. 기존의 것과 비교하여 $\sqrt{N}$ 정밀도 스케일링 향상을 제공하며, 여기서 N 은 사용된 입자의 수이다. 양자 계측은 4단계로 구성된다: (i) 프로브 상태 준비, (ii) 파라미터 인코딩, (iii) 측정 및 (iv) 추정.

[0095] 4단계를 모두 최적화하는 것이 필요하지만, 최적의 프로브 상태 준비는 최대 정보량을 인코딩할 수 있도록 하는 중요한 작업이다. 프로브 상태 준비에서 목표는 추정치의 가장 정밀한 스케일링으로 이어지는 최적의 프로브 상태를 찾는 것이다. 최고의 정밀 스케일링을 제공하는 많은 상태가 있다. 그러나 준비 단계에 노이즈가 많은 경우 각각의 최적 프로브 상태가 다르게 영향을 받는다.

[0096] 본 개시에서는 상태 준비의 잡음이 최적 프로브 상태에 어떻게 영향을 미치는지 식별하고 준비할 최적의 프로브 상태를 탐색하는 방법을 제공한다. 본 개시는 최적의 프로브 상태를 준비하는 다양한 방법을 이용하고, 성능을 더욱 향상시키기 위해 준비 단계에서 최적화 절차를 사용한다.

[0097] 단일 파라미터화(unitary parametrization)는 다음 형식으로 작성할 수 있다:

[0098] [수학식 9]

$$U(\eta) = e^{iH\eta},$$

[0099]

[0100] 여기서 η 는 미지의 파라미터, $\eta = \sqrt{-1}$ 이고 H 는 시스템의 해밀턴(Hamiltonian)이다. 편향되지 않은 추정기가 있으면 최소 평균 제곱 오차를 제공하는 최적의 프로브 상태는 아래와 같다:

[0101] [수학식 10]

$$|\psi(\gamma)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_+\rangle + e^{i\gamma} |\lambda_-\rangle)$$

[0102]

[0103] 여기서 $\lambda_+(\lambda_-)$ 는 H 의 최대(최소) 고유값(eigenvalue)이고 γ 는 실수이다.

[0104] 이상적인 경우에는 이러한 상태가 모두 동일하지만 상태 준비 오류를 고려하면 그렇지 않다. 잡음이 있는 경우를 모델링하기 위해 아래의 수식을 사용한다:

[0105] [수학식 11]

$$\mathcal{N}(\rho) = \sum_i A_i \rho A_i^\dagger,$$

[0106]

[0107] 여기서 ρ 는 밀도 행렬이고 A_i 는 크라우스(Kraus) 연산자이다. 크라우스 연산자에는 $\sum_i A_i^\dagger A_i = I$ 라는 제약 조건이 있다. 여기서 I 는 항등 행렬(identity matrix)이다. 준비 단계가 얼마나 좋은지 평가하기 위해 충실도 측정을 사용한다:

[0108] [수학식 12]

$$F = \langle \psi | \mathcal{N}(\rho) | \psi \rangle$$

[0109]

[0110] 일부 장치는 장치의 물리적 제약으로 인해 기본 진화 세트만 있을 수 있다. 예를 들어, IBM 양자 컴퓨터는 $\pi/2$ 의 정수배 각도로 R_x 회전을 사용하고 임의 각도로 R_z 회전을 사용하여 임의의 단일 큐비트 진화를 수행한다:

[0111] [수학식 13]

$$U(\alpha, \beta, \delta) = R_z(\alpha) R_x(-\pi/2) R_z(\beta) R_x(\pi/2) R_z(\delta)$$

[0112]

[0113] 여기서 $R_x(R_y)$ 는 블로흐(Bloch) 구에서 x 축(y 축) 주위의 회전이다.

[0114] 본 개시는 2×2 유니테리 행렬(unitary matrix)로 표현되는 2-레벨 시스템을 고려한다. 잡음은 진폭 감쇠 및 디페이징 노이즈로 모델링된다. 계산을 단순화하기 위해 회전은 순간적인 것으로 가정하고 오류는 전개 기간 동안 영향을 미친다. 가상의 제로 지속 시간(zero-duration) 회전으로 수행될 수 있기 때문에 R_z 회전이 적용된 후에는 잡음은 시스템에 영향을 미치지 않는다. 일 예시로, 본 개시에서는 2022년 5월 5일 평균 $T_1 = 112.65 \mu s$, 평균 $T_2 = 36.61 \mu s$, 전개 기간 $t = 35.6 ns$ 인 IBM 양자 컴퓨터 ibmq jakarta의 노이즈 파라미터를 사용한다. 따라서 진폭 감쇠 및 디페이징의 확률은 $p_a = 1 - e^{-t/T_1} = 3.2 \times 10^{-4}$ 및 $p_d = 1 - e^{-t^*/T_2} = 9.7 \times 10^{-4}$ 이다. 이를 분해하여 전술한 두 가지 방법을 사용하여 프로브 상태를 준비한다.

[0115] [방법 1]

[0116] 방법 1은 수학식 10에 최적 프로브 상태의 대칭성을 이용한다. 먼저, $R_x(\pi/2)$ 를 이용하여 상태 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$ 를 준비한다. 그리고 R_z 회전을 이용하여 집합 $|\psi(\gamma)\rangle$ 의 최적 프로브 상태를 준비한다. 이는 집합 $|\psi(\kappa)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\kappa}|1\rangle)$ 및 $|\psi(\gamma)\rangle$ 의 교집합(intersection)이 비어 있지 않기 때문에 가능하다.

[0117] 이는 다음의 수학식을 통해 확인할 수 있다.

[0118] [수학식 14]

$$|\lambda_+\rangle = a|0\rangle + be^{i\phi}|1\rangle, \quad |\lambda_-\rangle = c|0\rangle + de^{i\varphi}|1\rangle$$

[0119]

[0120] 여기서, $|\lambda_+\rangle$ 및 $|\lambda_-\rangle$ 의 길이는 1이다.

[0121] 직교성에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

[0122] [수학식 15]

$$|\psi(\gamma)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}([a + be^{i\gamma}]|0\rangle + e^{i\phi}[b - ae^{i\gamma}]|1\rangle)$$

[0123]

[0124] [수학식 16]

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_+ |0\rangle + \alpha_- e^{i(\phi+\Delta-\delta)} |1\rangle \right)$$

[0125]

[0126] 여기서, $\alpha_{\pm} = \sqrt{1 \pm 2ab \cos(\gamma)}$, 및 $\Delta - \delta = \gamma$ 이다. 따라서, 최적 프로브 상태는 다음과 같이 표현될 수 있다.

[0127] [수학식 17]

$$|\psi(\gamma)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_+ |0\rangle + \alpha_- e^{i(\phi+\gamma)} |1\rangle \right)$$

[0128]

[0129] $|\phi(\hat{\theta})$ 와 일치하려면, $\alpha_{\pm} = 1$ 및 $\phi + \gamma = \kappa$ 이다. 따라서 $\pi/2$ 가 되도록 γ 를 선택할 수 있다. 이 방법을 사용하면 잡음은 $R_x(\pi/2)$ 가 적용된 후에만 시스템에 영향을 미친다.

[0130] [방법 2]

[0131] 이 방법은 $|\phi(\gamma)$ 집합에서 임의의 상태를 준비할 수 있다. 수학식 13을 사용하여 블로흐 구의 전체 회전에 액세스한다. IBM 양자 컴퓨터는 상태를 제로 상태에서 초기화하므로, δ 를 0으로 설정할 수 있다. R_x 회전이 두

번 적용되기 때문에 잡음도 시스템에 두 번 영향을 미친다. $|\psi(\gamma)\rangle$ 집합에서 가장 잘 준비될 수 있는 상태, 즉 가장 충실도가 높은 상태를 선택할 수 있다.

[0132] 이러한 방법을 비교하기 위해 3개의 서로 다른 해밀토니안(Hamiltonian)을 사용한다:

[0133] [수학식 18]

$$H_1 = X + Y + Z$$

[0134]

[0135] [수학식 19]

$$H_2 = 2X + 3Y + 4Z$$

[0136]

[0137] [수학식 20]

$$H_3 = 5X + 3Y + Z$$

[0138]

[0139] 여기서 X, Y, Z는 파울리 행렬이다.

[0140] 전술한 방법 1은 두 번의 회전만 사용하고 잡음의 영향을 한 번만 받는 장점이 있다. 그러나 $|\psi(\gamma)\rangle$ 집합의 모든 상태에 액세스할 수 없으므로 준비된 상태의 충실도는 달성할 수 있는 최상의 충실도가 아닐 수 있다. 잡음은 z축 회전 후 상태에 영향을 미치지 않기 때문에 최적화 절차는 충실도에 영향을 미치지 않는다. 반대로 방법

2는 $|\psi(\gamma)\rangle$ 집합의 모든 상태를 준비하고 준비할 최상의 상태를 선택하는 기능이 있으며 최적화는 충실도를 높일 수 있다. 그러나 상태를 준비하는 데 4회전이 필요하며 잡음이 두 번 발생한다. 도 8에 도시된 바와 같이, 최적화를 수행하지 않으면 방법 1이 방법 2보다 우수함을 알 수 있다. 그러나 최적화는 방법 2가 방법 1보다 우수함을 나타낸다.

[0141] 본 개시에서는 장치의 기본 작업이 주어진 프로브 상태를 준비하는 두 가지 다른 방법을 비교한다. 방법 1은 최적 프로브 상태 상태의 대칭을 사용하여 프로브 상태를 준비하는 데 필요한 작업을 줄이지만 전체 최적 프로브 상태 상태 집합에 액세스할 수 없다. 방법 2는 최적 프로브 상태의 전체 집합에 액세스할 수 있지만 상태를 준비하려면 더 많은 회전이 필요하다. 그러나 준비된 최적 프로브 상태 상태 중에서 최상의 충실도를 선택할 수

있다. 준비 상태의 충실도는 기본 회전 파라미터의 최적화를 사용하여 더욱 향상될 수 있다.

[0142] 한편, 얽힘(entanglement)을 효율적이고 신뢰할 수 있게 감지하는 것은 양자 암호에서 양자 계측에 이르는 응용 분야에서 양자 정보 이론의 핵심이다. 양자 계측 실험은 얽힘을 이용하여 매우 민감한 측정을 수행함으로써 정밀도의 2차 향상을 제공하는 것을 목표로 한다. 이는 도량형적(metrologically)으로 자원이 풍부한 얽힌 상태를 감지할 수 있다. 감지하기는 어려우나 묶인 얽힘(bound entanglement)은 양자 계측에서 분리 가능한 상태를 벤치마킹하는 데 입증된 중요한 리소스이다. 따라서 묶인 얽힘 감지를 위한 계산 효율적이고 신뢰할 수 있는 솔루션은 양자 도량형 성능 지수를 사용하여 형성될 수 있다. 이와 관련하여 본 개시는 양자 계측의 정보 이론적 도구를 사용하여 묶인 얽힘 감지를 위한 간단한 프레임워크를 제시한다. 본 개시에 따르면, 효율적이고 신뢰할 수 있는 도량형 도구를 사용하여 묶인 얽힘을 감지할 수 있다.

[0143] 얽힘은 양자 기술 개발을 계산 및 도량형으로 벤치마킹하는 양자 정보 처리의 핵심 가능 리소스이다. 이와 같은 중요성에도 불구하고, 얽힘의 많은 기본 속성과 양자 이점을 나타내는 응용 분야별 역할은 완전히 이해되지 않았다. 그러한 속성 중 하나는 증류할 수 없는(nondistillable) 얽힘에서 발생하는 묶인 얽힘(bound entanglement)이다. 묶인 얽힘 상태는 일반적으로 매우 약한 얽힘 상태이지만 PPT(positive partial transpose)를 가지고 있어 신뢰할 수 있는 감지하기는 계산적으로 어렵다.

[0144] 양자 계측은 파라미터 추정에서 고전적인 정밀도 한계를 능가하기 위해 얽힘을 활용한다. 양자 도량형 성능 지수는 또한 정보 이론 정량자 및 얽힘의 신뢰할 수 있는 검출기로 사용된다. 구체적으로, 묶인 얽힌 상태의 대부분의 계는 도량형적으로 분리 가능한 상태보다 성능이 우수할 뿐만 아니라 하이젠베르크(Heisenberg) 정밀도 한계를 달성할 수 있다. 따라서 도량형으로 묶인 얽힘 상태를 식별하고 이러한 탐지 기준의 일반성을 확인하기 위해 도량형 측정을 사용할 수 있다.

[0145] 본 개시에서는 감지할 수 없는 PPT 얽힘을 안정적으로 감지하기 위해 도량형 성능 지수를 활용한다. 묶인 얽힘을 감지하기 위해 양자 왜곡 정보 기반 도량형 이득(quantum skew information-based metrological gain)을 제안한다.

[0146] 본 개시에 따르면, 양자 계측에서 차용한 개념을 통해 경계 얽힘을 감지할 수 있다. 양자 계측은 준비 단계, 인코딩 단계, 측정 단계 및 추정 단계의 네 단계를 포함하는 프로세스이다. 얽힌 프로브 상태는 준비 단계에서 준비된다. 양자 프로브는 미지의 파라미터를 추정할 시스템과 상호 작용할 수 있다. 이 파라미터는 다음과 같이 유니테리 변환(unitary transformation)을 통해 인코딩된다:

[0147] [수학식 21]

$$\rho \rightarrow \rho_{\theta} = U_{\theta} \rho U_{\theta}^{\dagger}$$

[0148]

[0149] 여기서, $U_{\theta} = \exp(i\theta H)$ 이며 H 는 해밀토니안이다. N 분할(partite) 시스템에서 해밀토니안 역학은 다음과 같다:

[0150] [수학식 22]

$$H = \sum_{i=1}^N h^{(i)}$$

[0151]

[0152] 여기서 $h^{(i)} = I_d^{\otimes i-1} \otimes \tau^{(i)} \otimes I_d^{\otimes N-i}$ 는 로컬 해밀토니안이다. 로컬 해밀토

니안 관측가능량(observable) τ 은 일반화된 GGO(Gell-Mann Operator) 기반 표현인 $\tau = \vec{s} \cdot \vec{\sigma}$ 으로 설명될 수 있다. 여기서, 블로흐 벡터 $\vec{s} =$

$$\left(\left\{ s_{\text{sym}}^{j,k} \right\}, \left\{ s_{\text{asym}}^{j,k} \right\}, \left\{ s_{\text{diag}}^l \right\} \right) \text{이며, } 1 \leq j < k \leq d, 1 \leq l \leq d-1, \\ \|\vec{s}\| = 1 \text{ 이고, 대칭성 GGO } \sigma_{\text{sym}}^{j,k} = |j\rangle \langle k| + |k\rangle \langle j|, \text{ 비대칭성 GGO } \\ \sigma_{\text{asym}}^{j,k} = -\iota |j\rangle \langle k| + \iota |k\rangle \langle j| \text{ 및 대각(diagonal) GGO } \\ \sigma_{\text{diag}}^l = \sqrt{\frac{2}{l(l+1)}} \left(\sum_{j=1}^l |j\rangle \langle j| - l |l+1\rangle \langle l+1| \right) \text{ 를 가지는} \\ \vec{\sigma} = \left(\left\{ \sigma_{\text{sym}}^{j,k} \right\}, \left\{ \sigma_{\text{asym}}^{j,k} \right\}, \left\{ \sigma_{\text{diag}}^l \right\} \right) \text{ 를 GGO로 보유하는 벡터이다.}$$

[0153] QCRB(quantum Cram' er-Rao bound)는 양자 상태의 양자 피서 정보(QFI)와 추정된 파라미터의 분산을 다음과 같이 관련된다:

[0154] [수학식 23]

$$\delta^2 \theta \geq \frac{1}{F_Q(\rho, H)}.$$

[0155]

[0156] QFI는 도량형 정밀도를 정량화하기 위해 가장 널리 인정되는 성능 지수이다. 스큐 정보는 아래의 수식을 통해 QFI와 관련된 정보 이론적 측정을 계산하는 것이 상대적으로 더 간단하다.

[0157] [수학식 24]

$$I_Q(\rho, H) \leq F_Q(\rho, H) \leq 2I_Q(\rho, H)$$

[0158]

[0159] 여기서 I_Q 는 다음과 같이 정의된다:

[0160] [수학식 25]

$$I_Q(\rho, H) = \frac{-1}{2} \text{Tr}\{[\sqrt{\rho}, H]^2\}$$

[0161]

[0162] 여기서 함수 I_Q 는 정류자입니다. 양자 상태는 다음과 같이 일부 파라미터 추정 작업에서 분리 가능한 상태를 증가하는 경우 도량형적으로 자원이 풍부하다:

[0163] [수학식 26]

$$I_Q(\rho, H) > \max_{\rho_{\text{sep}}} I_Q(\rho_{\text{sep}}, H) =: I_Q^{(\text{sep})}(H)$$

[0164]

[0165] 분리 가능한 상태에 대한 최대 스큐 정보는 다음과 같다:

[0166] [수학식 27]

$$I_Q^{(\text{sep})}(H) \leq \sum_{i=1}^N (\lambda_{\max}(h^{(i)}) - \lambda_{\min}(h^{(i)}))^2$$

[0167]

[0168] 여기서, $\lambda_{\max}(h^{(i)})$ 및 $\lambda_{\min}(h^{(i)})$ 는 각각 로컬 해밀토니안의 최대 및 최소 고유값이다. 여기서, 도량형 이득을 정량화하는 분수는 다음과 같이 정의된다:

[0169] [수학식 28]

$$g = \max_H \frac{I_Q(\rho, H)}{I_Q^{(\text{sep})}(H)}$$

[0170]

[0171] 여기서 분수는 얽힌 상태에서만 $g > 1$ 및 로컬 해밀토니안에서 최대화된다. 여기서, 이 도량형 성능 지수는 감지할 수 없는 묶인 얽힘 상태에서 숨겨진 얽힘을 감지하는 데 사용된다.

[0172] 예시를 위해 일부 PPT 묶인 얽힘 상태를 감지할 때 도량형 이득을 평가한다. 4 x 4차원 이분(bipartite) PPT 상태 계는 다음과 같다:

[0173] [수학식 29]

$$\rho = p \sum_{i=1}^4 |\phi_i\rangle \langle \phi_i| + q \sum_{i=5}^6 |\phi_i\rangle \langle \phi_i|$$

[0174]

[0175] 여기서

$$q = (\sqrt{2} - 1)/2, p = (1 - 2q)/4$$

[0176]

$$\begin{aligned}
 |\phi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle + |2, 3\rangle), \\
 |\phi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + |3, 2\rangle), \\
 |\phi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 1\rangle + |2, 2\rangle), \\
 |\phi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 0\rangle - |3, 3\rangle), \\
 |\phi_5\rangle &= \frac{1}{2}(|0, 3\rangle + |1, 2\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}|2, 1\rangle \\
 |\phi_6\rangle &= \frac{1}{2}(|1, 2\rangle - |0, 3\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}|3, 0\rangle
 \end{aligned}$$

이다.

수학식 29의 상태에 대한 수학식 28에서 달성 가능한 도량형 이득을 평가하여 얽힘의 존재를 나타내는 $g = 1.163$ 값을 얻는다.

그리고 3 x 3 이분 상태에 대한 예시를 설명하면 다음과 같다:

[수학식 30]

$$\rho = \frac{2}{7} |\psi\rangle \langle\psi| + \frac{p}{7} \sigma_+ + \frac{5-p}{7} \sigma_-$$

여기서 $2 \leq p \leq 5$ 이며, 상태는 $2 \leq p \leq 3$ 에 대해 분리 가능하고, $3 < p \leq 4$ 에 대해 묶인 얽힘이며, $4 < p \leq 5$ 에 대해 얽히지 않으며,

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|0, 0\rangle + |1, 1\rangle + |2, 2\rangle), \\
 \sigma_+ &= \frac{1}{3}(|0, 1\rangle \langle 0, 1| + |1, 2\rangle \langle 1, 2| + |2, 0\rangle \langle 2, 0|) \\
 \sigma_- &= \frac{1}{3}(|1, 0\rangle \langle 1, 0| + |2, 1\rangle \langle 2, 1| + |0, 2\rangle \langle 0, 2|)
 \end{aligned}$$

이다.

도량형 이득은 수학식 30에 대한 p 의 전체 범위에 대해 $g < 0.43$ 으로 유지된다. 따라서, 수학식 28의 기준은 도량형적으로 자원이 없는 양자 상태에서 묶인 얽힘을 감지하지 못한다.

본 개시에 따르면, 도량형 성능 지수를 통해 PPT 상태에서 묶인 얽힘을 감지할 수 있다. 스큐 정보를 기반으로, 도량형 리소스를 정량화할 뿐만 아니라 모든 PPT 얽힘 상태가 아닌 일부에서 묶인 얽힘을 감지할 수 있는 더 간단한 수량을 제안한다. 요약하자면, 모든 묶인 얽힘 상태가 도량형적으로 풍부한 것은 아니다. 본 개시에서는 감지하기 어려우나 도량형적으로 유익하며 증류할 수 없는 고차원 묶인 얽힘 상태의 신뢰할 수 있는 얽힘 인증

을 위한 계산적으로 효율적인 정보 이론 메트릭을 제공할 수 있다.

[0186] 일 실시예에 따르면, 양자 속성 학습 방법은, 선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 단계, 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 단계, 추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 단계, 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 단계를 더 포함할 수 있다.

[0187] 본 개시의 방법은 선형 회귀를 사용한 강력한 양자 상태 단층 촬영을 제공할 수 있다. 구체적으로, 본 개시의 방법은 선형 회귀를 사용하여 추정된 상태의 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 통해 고충실도의 순수 양자 상태를 얻을 수 있다. 양자 상태의 순도(purity)에 대한 정보를 이용하여 가장 높은 고유값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택할 수 있다. 이는 탈분극 잡음(depolarizing noise)에 강인하다.

[0188] NISQ(Noise-Intermediate Scale Quantum) 장치의 인증 및 벤치마킹은 양자 통신, 양자 계측, 양자 컴퓨팅 등에 이르는 응용 분야를 가지는 양자 정보 이론에서 중요한 문제이다. 이는 양자 상태 단층 촬영으로 달성될 수 있다. 양자 상태 단층 촬영은 NISQ 장치의 결함을 설명할 수 있다. 양자 상태 단층 촬영은 두 단계로 구성된다:

[0189] i) 미리 정의된 기준에서 주어진 알려지지 않은 양자 상태를 측정하여 고전 데이터를 획득한다.

[0190] ii) 획득한 데이터를 후처리하여 알려지지 않은 양자 상태를 재구성한다.

[0191] 가장 일반적으로 사용되는 기법은 MLE(Maximum Likelihood Estimation), BME(Bayesian Mean Estimation) 및 선형 반전(linear inversion)이다. MLE와 BME는 모두 리소스 집약적이며 노이즈에 더 취약하다. 최근 연구는 노이즈가 있는 상태에서 미지의 양자 상태를 추정하는 방향으로 진행되고 있다. 본 개시는 백색 잡음에 강한 LRE(Linear Regression estimation)를 이용하여 순수 상태 추정 기법을 제안한다. 먼저 LRE를 통해 알려지지 않은 밀도 행렬을 재구성한다. 그리고 스펙트럴 분해를 수행한다. 주어진 상태가 순수한 경우 추정된 상태의 가장 높은 고유값에 해당하는 고유 벡터를 선택할 수 있다. 이 고유 벡터는 노이즈 강도가 매우 높더라도 실제 순수 양자 상태로 이어진다.

[0192] 순수 양자 상태는 정규화 벡터 $|\phi\rangle$ 를 사용하여 정의할 수 있다. 일반화된 양자 상태를 형성하기 위해 특정 확률과 함께 결합된 순수 상태의 혼합을 혼합 상태라고 한다. 혼합 양자 상태는 다음과 같이 정의할 수 있다.

[0193] [수학식 31]

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

[0194]

[0195] 여기서 $\sum_i p_i = 1$ 이다.

[0196] 블로흐 벡터는 양자 정보를 나타내는 또 다른 방법이다. 이 표현은 정보적으로 완전한 측정 연산자 세트로 구성된다. 이러한 측정 연산자는 다음과 같은 특성을 가진다.

[0197] i) $\text{tr}(\Lambda_i^\dagger \Lambda_j) = \delta_{ij}$, 여기서 $\dagger$ 는 에르미트 수반행렬(Hermitian adjoint)을 나타내며, δ_{ij} 는 크로네커 델타 함수(Kronecker delta function)이다.

[0198] ii) $\tilde{\Lambda}_0 = (1/d)^{\frac{1}{2}} \mathbb{I}$ 를 제외하고 $\Lambda_i = \Lambda_i^\dagger$

[0199] 정보적으로 완전한 측정 연산자 세트의 한 가지 예는 GGO(Generalized Gellmann operator)이다. 이러한 GGO를 사용하여 밀도 행렬을 다음과 같이 작성할 수 있다.

[0200] [수학식 32]

$$\rho = \frac{\mathbb{I}}{d} + \sum_{i=1}^{d^2-1} \Gamma_i \Lambda_i,$$

[0201]

[0202] 여기서 $\Gamma_i = \text{tr}(\rho \Lambda_i)$ 이다.

[0203] GGO 형식으로 측정 기준을 다음과 같이 표현할 수 있다.

[0204] [수학식 33]

$$|\Psi\rangle\langle\Psi|^{(n)} = \frac{\mathbb{I}}{d} + \sum_{i=1}^{d^2-1} \psi_i^{(n)} \Lambda_i,$$

[0205]

[0206] 여기서 $\psi_i^{(n)} = \text{tr}\left(|\Psi\rangle\langle\Psi|^{(n)} \Lambda_i\right)$ 이다.

[0207] $|\Psi\rangle\langle\Psi|^{(n)}$ 의 결과를 얻을 확률은 다음과 같다:

[0208] [수학식 34]

$$\begin{aligned} p_n &= \text{tr}\left(|\Psi\rangle\langle\Psi|^{(n)} \rho\right) \\ &= \frac{1}{d} + \sum_{i=1}^{d^2-1} \Gamma_i \psi_i^{(n)} \\ &= \frac{1}{d} + \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Psi}^{(n)}. \end{aligned}$$

[0209]

[0210] 위의 수식에서 변수를 $Y = p_n - \frac{1}{d}$ 과 $X = (\Psi^{(1)}, \Psi^{(2)}, \dots, \Psi^{(n)})^T$ 으로 변경하면, 아래와 같은 선형 회귀 방정식으로 나타낼 수 있다.

[0211] [수학식 35]

$$Y = X\mathbf{\Gamma}.$$

[0212]

[0213] 선형 반전은 알려지지 않은 파라미터 추정하는 효율적인 방법이다. 일 실시예에서, 차원이 매우 높으면 경사 하강법(gradient descent)을 사용할 수도 있다. 선형 회귀의 훈련 가능한 파라미터 $\mathbf{\Gamma}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다:

[0214] [수학식 36]

$$\mathbf{\Gamma} = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

[0215]

[0216] 파라미터 Γ_i 를 얻은 후 (2)를 사용하여 밀도 행렬을 재구성한다. 일 실시예에서, LRE는 때때로 물리적으로 유효하지 않은 양자 상태를 재구성할 수 있다. 즉, 밀도 행렬이 양이 아닌(non-positive) 고유값을 가진다. 이 경우, 유효한 밀도 행렬을 만들기 위해 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 가능한 물리적 유효 양자 상태를

찾을 수 있다.

[수학식 37]

$$\begin{aligned} \min_{\rho} \quad & \|\mu - \rho\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & \rho \succeq 0, \quad \text{tr}(\rho) = 1. \end{aligned}$$

탈분극 잡음은 다음과 같은 방식으로 양자 상태를 최대로 혼합된 상태로 만들 수 있다:

[수학식 38]

$$\mathcal{N}(\rho) = (1 - \lambda)\rho + \lambda \frac{\mathbb{I}}{d}$$

그 결과 밀도 행렬 정확도는 탈분극 잡음에 영향을 받는 경우 감소한다. 알려지지 않은 양자 상태가 순수하다는 것을 안다면 잡음이 없는 경우와 동일한 정확도를 얻을 수 있다.

도 9는 탈분극 잡음 하에서 블로흐(Bloch) 구체가 어떻게 작동하는지 보여준다. 블로흐의 모양은 다른 것은 변경하지 않고 축소만 된다. 즉, 탈분극 잡음이 추가 고유 벡터를 더한다는 것이다. 그러나 가장 높은 고유값에 해당하는 고유 벡터는 실제 순수 상태와 같은 방향으로 유지된다. 따라서, 본 개시의 방법은 이 속성을 추정해 사용한다. 본 개시는 백색 잡음 하에서 미지의 순수한 양자 상태에 LRE 추정을 적용하여 밀도 행렬을 얻는다. 그리고 추정된 밀도 행렬에 고유값 분해를 수행한다. 가장 높은 고유값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 탈분극 잡음의 영향을 받는 순수 양자 상태의 추정 상태를 알 수 있다.

전술한 방법의 성능을 비교하기 위해 불충실도(infidelity)를 성능 지수로 사용한다. 임의의 두 양자 상태 사이의 불충실도는 다음과 같이 정의된다:

[수학식 39]

$$1 - F(\rho, \sigma) = 1 - \text{tr} \left(\sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}} \right)^2$$

λ 의 함수에 대해 전술한 방법과 표준 LRE를 통해 얻은 하르(Haar) 측정으로 생성된 100개의 무작위 양자 상태의 평균 불충실도를 그래프로 나타내면 도 10과 같다. 도 10에서 본 개시에 따른 방법은 잡음이 있을 때 상당히 강인함을 알 수 있다. 반면 표준 LRE는 적당한 수준의 백색 잡음 강도를 도입하면 정확도가 떨어진다. 또한 잡음이 없는 경우에도 본 개시의 방법을 통해 재구성하면 더 높은 정확도를 얻을 수 있다.

본 개시의 방법에 따르면, 탈분극 잡음 하에서 순수한 양자 상태를 재구성할 수 있다. 따라서, 본 개시의 방법을 이용하면, 일반적으로 탈분극 잡음이 발생하는 양자 소자에 대한 벤치마크로 사용할 수 있다. 뿐만 아니라, 본 개시의 방법은 혼합 양자 상태 단층 촬영 알고리즘에 적용될 수 있다.

나아가, 본 개시는 양자 컴퓨팅 시스템을 동작시키기 위한 명령어를 저장하는 비밀시적 컴퓨터 관독가능 저장 매체를 제공한다. 비밀시적 컴퓨터 관독가능 저장 매체에 저장된 명령어는, 양자 상태에 대한 확률을 기초로 양자 상관 관계(quantum correlation)에 대한 레이블을 결정하는 제1 코드 세그먼트, 결정된 양자 상관 관계에 대한 레이블을 기초로 인공지능망을 학습하는 제2 코드 세그먼트, 및 학습된 인공지능망에 양자 상태에 대한 부분 정보를 밀도 행렬로 입력하여 양자 상관 관계에 대한 다중 분류를 수행하는 제3 코드 세그먼트를 포함할 수 있다.

일 실시예에 따르면, 양자 상태에 대한 부분 정보는 파울리 X 행렬 및 파울리 Z 행렬일 수 있다. 기계 학습을 위한 특징(feature)으로 기계 학습 모델에 대한 입력으로 전체 밀도 행렬 대신 양자 상태의 네 가지 관찰 가능 항목으로 부분 정보를 사용할 수 있다.

일 실시예에 따르면, 제1 코드 세그먼트는, 양자 상태에 대한 확률이 속하는 범위에 따라 양자 상관 관계가 분리 가능성(separability), 단방향 조정(one-way steering) 및 비국소성(non-locality)으로 양자 상관 관계에

대한 레이블을 결정할 수 있다.

[0232] 구체적으로, 양자 데이터 세트에서 다양한 유형의 양자 상관 관계에 대한 레이블은 아래와 같은 규칙을 사용하여 결정될 수 있다:

[0233] 1) 분리 가능성(Separability) : PPT 기준을 사용하여 $p < 1/3$ 일 때마다 상태가 분리 가능하고 그 외에는 없 있음

[0234] 2) 단방향 조정(One-way steering) : $p < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때 상태는 단방향 조향임

[0235] 3) 비국소성(non-locality) : $p > \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 2\theta}}$ 일 때 상태는 비국소적임

[0236] 일 실시예에 따르면, 인공신경망은 복수의 뉴런을 가지는 히든 레이어를 포함할 수 있다. 히든 레이어 뉴런(neuron)의 수는 각각의 비고전적 상관관계에 대해 최상의 결과를 얻기 위해 다양한 개수를 포함할 수 있다.

[0237] 일 실시예에 따르면, 명령어는, 선형 회귀 추정(Linear Regression estimation, LRE)을 이용하여 밀도 행렬을 재구성하는 제4 코드 세그먼트, 재구성된 밀도 행렬에 스펙트럴 분해(spectral decomposition)를 수행하는 제5 코드 세그먼트, 추정된 상태에서 가장 높은 고유 값(eigenvalue)에 해당하는 고유 벡터(eigenvector)를 선택하는 제6 코드 세그먼트, 가장 높은 고유 값에 해당하는 고유 벡터를 이용하여 순수 양자 상태를 추정하는 제7 코드 세그먼트를 더 포함할 수 있다. 먼저 LRE를 통해 알려지지 않은 밀도 행렬을 재구성한다. 그리고 스펙트럴 분해를 수행한다. 주어진 상태가 순수한 경우 추정된 상태의 가장 높은 고유값에 해당하는 고유 벡터를 선택할 수 있다. 이 고유 벡터는 노이즈 강도가 매우 높더라도 실제 순수 양자 상태로 이어진다.

[0238] 일 실시예에 따르면, 제4 코드 세그먼트는, 경사 하강법을 사용하여 밀도 행렬을 재구성할 수 있다. 예컨대, 차원이 매우 높으면 경사 하강법(gradient descent)을 사용할 수도 있다.

[0239] 일 실시예에 따르면, 제4 코드 세그먼트는, 재구성된 밀도 행렬이 양이 아닌 고유 값을 가지는 경우, 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 양자 상태를 이용하여 밀도 행렬을 재구성할 수 있다. LRE는 때때로 물리적으로 유효하지 않은 양자 상태를 재구성할 수 있다. 즉, 밀도 행렬이 양이 아닌(non-positive) 고유값을 가진다. 이 경우, 유효한 밀도 행렬을 만들기 위해 노름-2(norm-2) 최소화에서 가장 가까운 가능한 물리적 유효 양자 상태를 찾을 수 있다.

[0241] 상기한 실시예들의 설명은 본 개시의 더욱 철저한 이해를 위하여 도면을 참조로 예를 든 것들에 불과하므로, 본 개시의 기술적 사상을 한정하는 의미로 해석되어서는 안될 것이다.

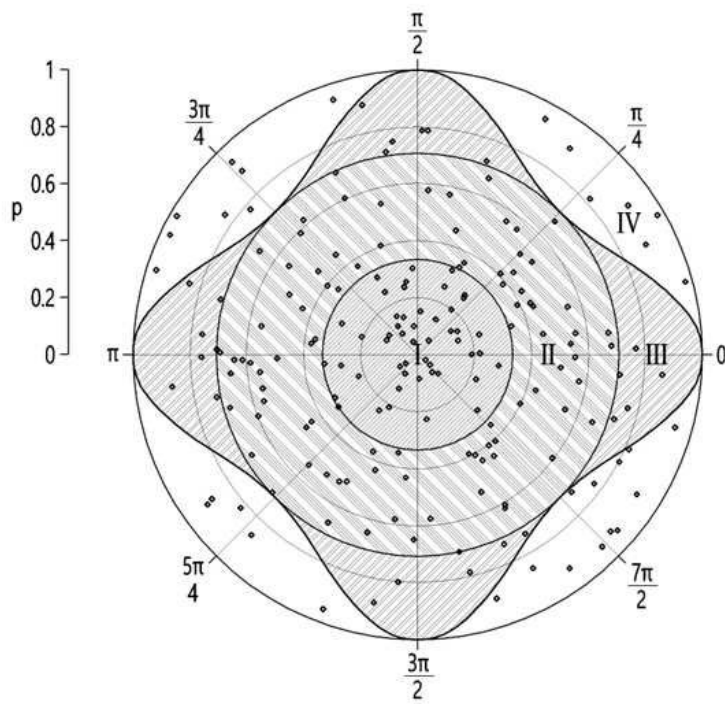
[0242] 또한, 본 개시가 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자에게 있어 본 개시의 기본적 원리를 벗어나지 않는 범위 내에서 다양한 변화와 변경이 가능함은 명백하다 할 것이다.

도면

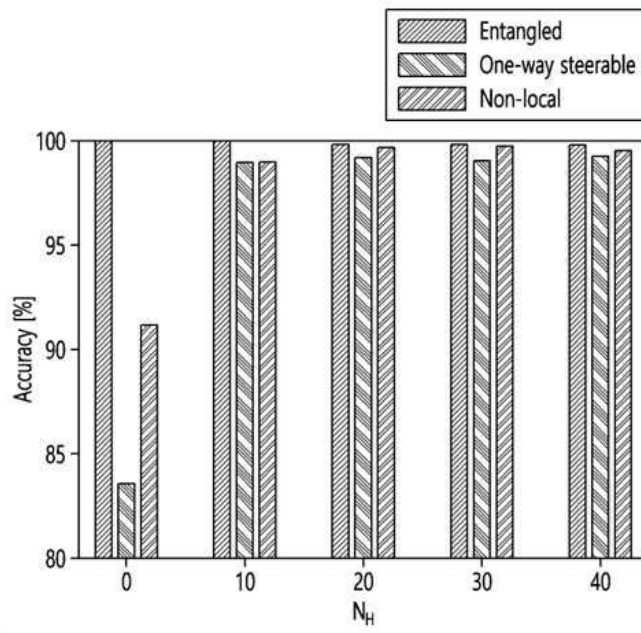
도면1



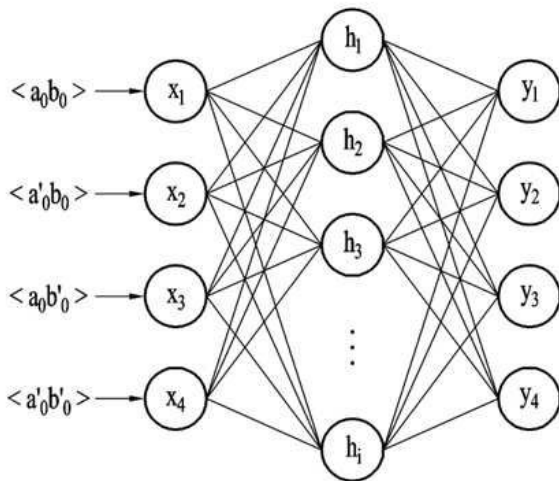
도면2



도면3



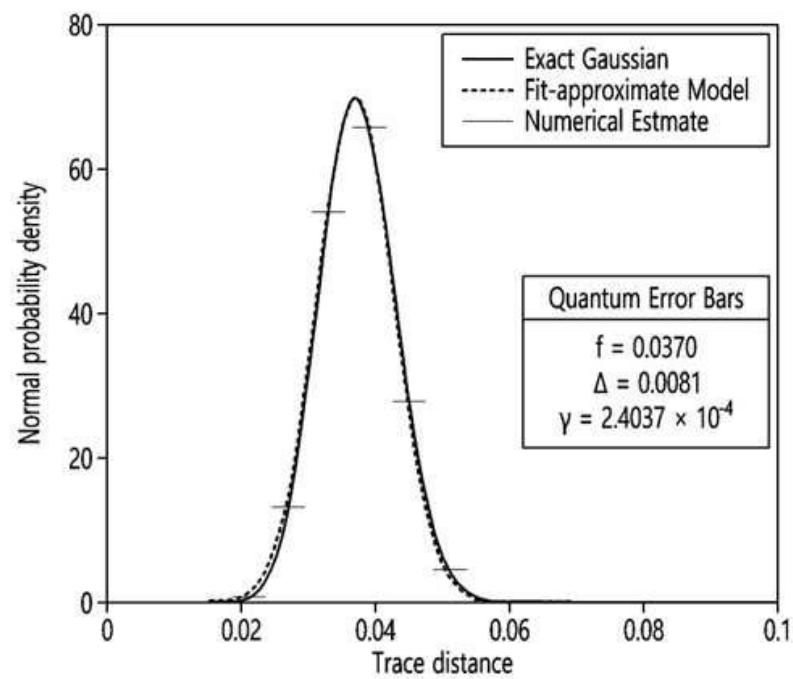
도면4



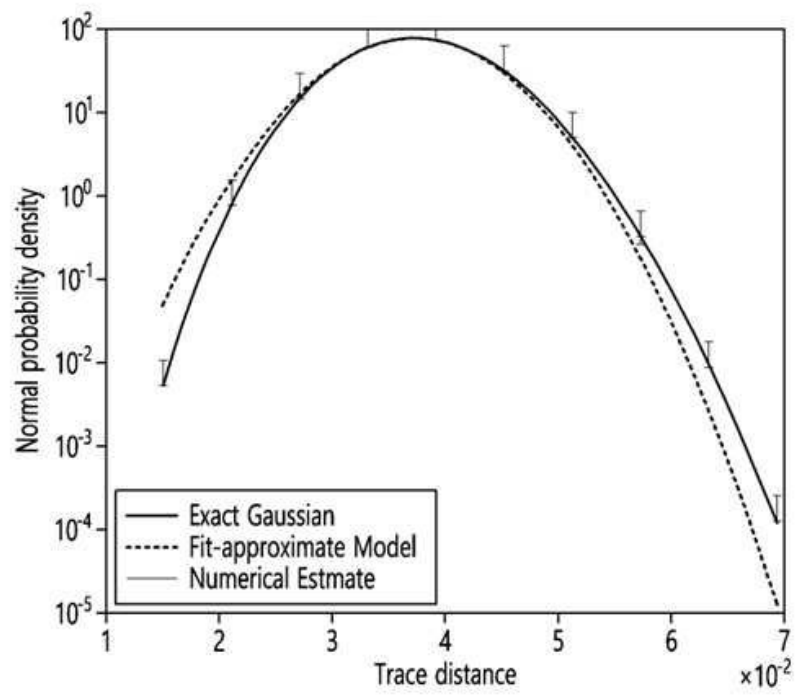
도면5

Actual Class	I	99513	205	0	0
	II	0	112443	212	0
	III	0	238	37417	567
	IV	0	65	514	48826
		I	II	III	IV
		Predicted Class			

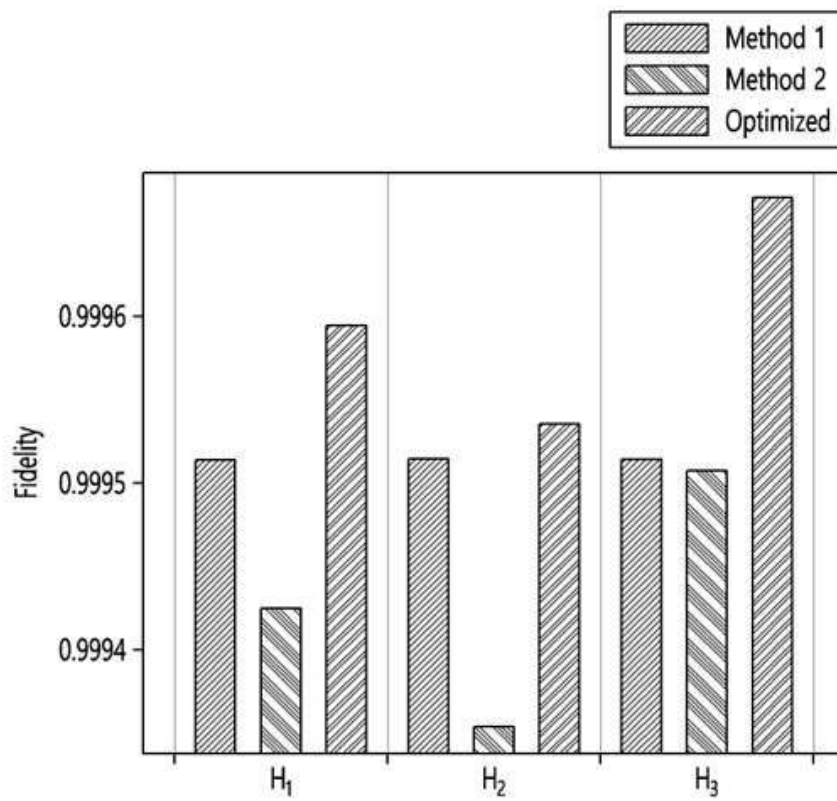
도면6



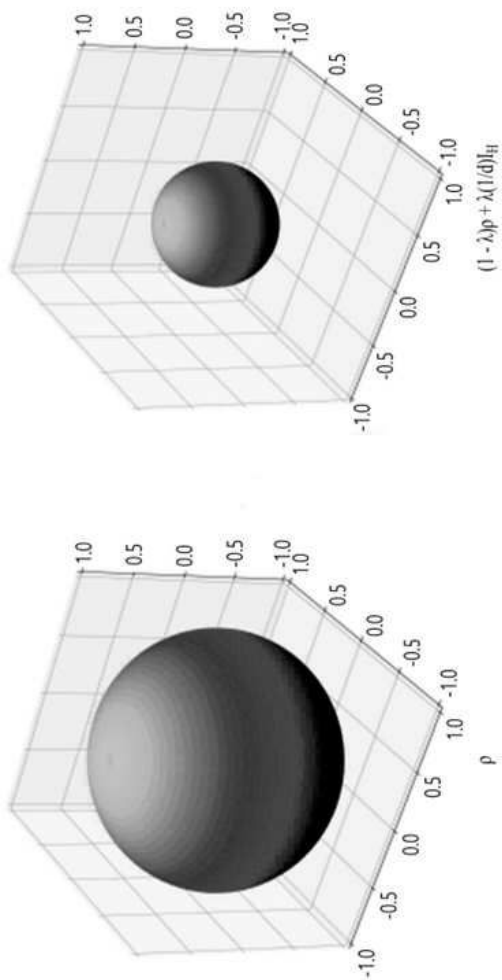
도면7



도면8



도면9



도면10

