

(12) **Österreichische Patentanmeldung**

(21) Anmeldenummer: A 50282/2016
(22) Anmeldetag: 06.04.2016
(43) Veröffentlicht am: 15.11.2017

(51) Int. Cl.: **H01S 3/10** (2006.01)
H01S 3/13 (2006.01)
H01S 3/139 (2006.01)

(56) Entgegenhaltungen:
RÜTZEL, Thomas "Konzeption und Aufbau eines hochstabilen Lasers für Präzisionsmessungen an ultrakalten Quantengasen" Diplomarbeit Universität Hamburg, Department Physik, Institut für Laser-Physik, Januar 2010 <URL: http://photon.physnet.uni-hamburg.de/fileadmin/user_upload/ILP/Sengstock/Research/YtterbiumBEC/Theses/Diploma_Ruetzel.pdf>
OATES, C., W. et al. : "An all-diode-laser optical frequency reference using laser-trapped calcium " Frequency Control Symposium, 1997., Proceedings of the 1997 IEEE International, 30.-31. Mai 1997; Seiten 219 - 224, DOI: 10.1109/FREQ.1997.638547

(71) Patentanmelder:
Technische Universität Wien
1040 Wien (AT)
(72) Erfinder:
Trupke Michael
1010 Wien (AT)
(74) Vertreter:
Kliment & Henhapel Patentanwälte OG
Wien

(54) **Verfahren und Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz**

(57) Verfahren zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf . Erfindungsgemäß ist die Verwendung eines ersten optischen Resonators (3a; 24) und eines zweiten optischen Resonators (25) vorgesehen, wobei der erste Resonator (3a; 24) eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist und der zweite Resonator (25) eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 , wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines Betriebsparameters BP sind und die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt, wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt werden, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen,

wobei Licht der ersten Frequenz f_1 mittels des ersten Resonators auf die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird und Licht der zweiten Frequenz f_2 mittels des zweiten Resonators auf die zweite Frequenz f_2 , und wobei die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, bestimmt wird, um die stabilisierte Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

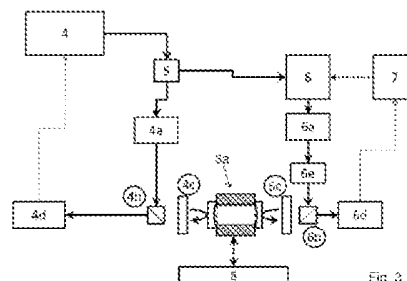


Fig. 3

Z U S A M M E N F A S S U N G

Verfahren zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf .

Erfindungsgemäß ist die Verwendung eines ersten optischen Resonators (3a; 24) und eines zweiten optischen Resonators

- 5 (25) vorgesehen, wobei wobei der erste Resonator (3a; 24) eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist und der zweite Resonator (25) eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 , wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines Betriebsparameters BP sind und
- 10 die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt, wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt werden, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine
- 15 Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen, wobei Licht der ersten Frequenz f_1 mittels des ersten Resonators auf die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird und Licht der zweiten Frequenz f_2 mittels des zweiten Resonators auf die zweite Frequenz f_2 , und wobei die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen
- 20 f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, bestimmt wird, um die stabilisierte Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

(Fig. 3)

5 **VERFAHREN UND VORRICHTUNG ZUR ERZEUGUNG EINER REFERENZFREQUENZ**

GEBIET DER ERFINDUNG

Die vorliegende Erfindung betrifft ein Verfahren zur Erzeugung einer Referenzfrequenz

- 10 Die vorliegende Erfindung betrifft außerdem eine Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz.

STAND DER TECHNIK

- Frequenzreferenzen bzw. deren Erzeugung sind in
- 15 unterschiedlichen Formen bekannt. Als Beispiele seien Quarzoszillatoren, Mikrowellenübergänge in atomaren Grundzuständen (Rubidiumofen, Cäsiumreferenz, Wasserstoffmaser) und optische Übergänge in Atomen (Strontium) oder Ionen (Aluminium) genannt. Im alltäglichen Gebrauch
- 20 werden aus Kostengründen hauptsächlich Quarzoszillatoren verwendet, während Atomreferenzen dort im Einsatz sind, wo höhere Genauigkeiten erforderlich sind, zum Beispiel im wissenschaftlichen, militärischen oder
- telekommunikationstechnischen Bereich. Wichtige Anwendungen,
- 25 neben der Zeitmessung selbst, sind Navigation mittels Satellitensignalen (z.B. GPS) oder direkte Navigation mittels Beschleunigungsmessung sowie Netzwerksynchronisation und Frequenzzuweisung für Kommunikationskanäle in Radio-, Satelliten- oder Zellulärnetzwerken.

Quarzoszillatoren sind günstig und kompakt und können mittels thermischer Stabilisierung, Zeitverzögerungen von unter 100 Millisekunden pro Jahr und Kurzzeitstabilitäten von unter 1 Pikosekunde pro Sekunde aufweisen. Günstige Quarzreferenzen, wie sie in kommerziellen Navigationssystemen verwendet werden, haben Genauigkeiten im Bereich von 10^{-6} , während militärische Systeme mit feiner Temperaturkompensation Genauigkeiten im Bereich von 10^{-8} bis 10^{-10} besitzen. Diese Genauigkeit erlaubt eine präzisere Lokalisierung, da die Position relativ zu den Positionierungssatelliten mittels der Lichtgeschwindigkeit in Zeiteinheiten ausgedrückt wird. Atomare Referenzen sind deutlich kostspieliger, bieten dafür aber wesentlich höhere Genauigkeit. Cäsiumuhren sind der internationale Standard auf deren Basis die Sekunde definiert ist, und sind somit per Definition absolut genau. Sie weisen jedoch trotzdem Kurzzeitschwankungen auf, zum Beispiel wegen der endlichen Wechselwirkungszeit der Atome mit dem oszillierenden Feld. Strontiumuhren und Aluminiumionenuhren sind die genauesten bekannten Referenzen, benötigen jedoch hochkomplexe Lasersysteme und Fallen um die Atome zu kühlen, zu halten und deren Resonanzfrequenz zu messen. Zudem können die hierdurch zur Verfügung gestellten Referenzfrequenzen nicht oder nur unzureichend gewählt bzw. variiert werden. Weitere Informationen zu Quarzreferenzen und atombasierten Frequenzreferenzen sind in Ref. 1 [„Quartz Crystal Resonators and Oscillators for Frequency Control and Timing Applications – A Tutorial“; J. R. Vig; Rev. 8.5.6.2; erhältlich auf <http://www.ieee-uffc.org/frequency-control>] gegeben.

Optische Resonatoren werden seit geraumer Zeit auch als Frequenzreferenzen angewendet, hauptsächlich um die optische Frequenz eines Lasers zu stabilisieren, wie in Ref. 2 [„Laser-Based Measurements for Time and Frequency Domain Applications: A Handbook“; P. Maddaloni, M. Bellini, P. De Natale; Taylor & Francis (2013)] beschrieben. Ein Vorteil solcher Referenzen

ist die ununterbrochene Wechselwirkung des Lichts mit dem Resonator. Nachteile sind die Vibrationsabhängigkeit, Frequenzverschiebungen durch Längenveränderung und Frequenzverschiebung durch Ablagerungen auf oder

- 5 Materialveränderungen in den Spiegeloberflächen. Im Gegensatz zu quarzbasierten Referenzen benötigen optische Referenzen keine beweglichen Teile. Anders als atombasierte Referenzen besitzen optische Referenzen auch keine intrinsische Magnetfeldabhängigkeit. Optische Referenzen sind deutlich
10 kostengünstiger als atomare Referenzen, erreichen jedoch nicht deren Genauigkeit.

- Andererseits wäre es auch im Hinblick auf die zunehmende Umstellung von elektronischen Methoden auf optische Verfahren in Telekommunikation und Datenverarbeitung wünschenswert,
15 hochgenaue optische Referenzen zu haben, welche nahtlos in moderne Datenverbreitungs- und Datenverarbeitungsstrukturen integriert werden können.

- Schließlich besteht neben den genannten Anwendungsproblemen das fundamentale theoretische Problem, dass die derzeitigen
20 atomaren Zeitstandards von physikalischen Größen wie der Feinstrukturkonstante abhängen. Insofern hätte eine langzeitstabile, rein optische Referenz, die nur von Geometrie und Lichtgeschwindigkeit bestimmt wird, einen grundlegenden Reiz, wobei jedoch derzeit die erforderliche Genauigkeit, um
25 mit atomaren Referenzen konkurrieren zu können, von optischen Referenzen nicht erreichbar ist.

AUFGABE DER ERFINDUNG

- Es ist daher Aufgabe der vorliegenden Erfindung, ein Verfahren
30 sowie eine Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz zur Verfügung zu stellen, welche die oben genannten Nachteile

vermeiden. Insbesondere soll die Referenzfrequenz gleichzeitig hochstabil und vergleichsweise kostengünstig sein.

Vorzugsweise soll die Referenzfrequenz in einem Frequenzbereich zwischen ca. 100 MHz und mehreren Terahertz

5 liegen und dabei möglichst frei wählbar sein. Besonders bevorzugt, soll das erfindungsgemäße Verfahren bzw. die erfindungsgemäße Vorrichtung die Integration der Erzeugung der Referenzfrequenz in photonische Strukturen, wie sie zunehmend in der Kommunikations- und Datenverarbeitungstechnik
10 eingesetzt werden, erlauben.

DARSTELLUNG DER ERFINDUNG

Kern der Erfindung ist die Erkenntnis, dass optische Resonatoren so ausgelegt werden können, dass im Bereich der
15 erwünschten Betriebsparameter (wie z.B. eines Drucks oder einer Temperatur; grundsätzlich wären beispielsweise aber auch magnetische oder elektrische Feldstärken denkbar) zwei unterschiedliche optische Moden zwar jeweils eine Abhängigkeit ihrer Frequenz von Änderungen der Betriebsparameter,

20 insbesondere der Länge oder der Temperatur des jeweiligen Resonators zeigen, diese Abhängigkeit für die beiden Moden jedoch nahezu die gleiche Empfindlichkeit aufweist. Folglich ist die Differenz Δf zwischen der Frequenz f_1 der ersten Mode und der Frequenz f_2 der zweiten Mode, d.h. $\Delta f = |f_1 - f_2|$,

25 gegenüber den Parameteränderungen stabil, sodass Δf als stabile Referenzfrequenz dienen kann. Dabei haben Rechnungen gezeigt, dass für ein annähernd gleiches Verhalten der Moden in Abhängigkeit eines Betriebsparameters, insbesondere der Resonatorlänge oder der Temperatur, eine geringfügige
30 Abweichung der Empfindlichkeiten von f_1 und f_2 tolerierbar ist, die typischerweise bis zu $\pm 0,1\%$ betragen kann. Anzumerken ist hierbei, dass unter optischen Moden im Allgemeinen nicht

unbedingt sichtbares Licht zu verstehen ist, sondern es sich auch um langwelligere oder kurzwelligere Moden handeln kann.

Entsprechend ist erfindungsgemäß ein Verfahren zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf unter Verwendung eines ersten

- 5 optischen Resonators und eines zweiten optischen Resonators vorgesehen, wobei der erste Resonator eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist und der zweite Resonator eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 , wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines
- 10 Betriebsparameters BP, insbesondere einer Temperatur, sind und die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt, wobei die Resonatoren so ausgelegt werden, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder
- 15 zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen, wobei Licht der ersten Frequenz f_1 mittels des ersten Resonators auf die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird und Licht der zweiten Frequenz f_2 mittels des zweiten Resonators auf die zweite Frequenz f_2 ,
- 20 und wobei die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, bestimmt wird, um die stabilisierte Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

Die prozentuale Abweichung kann dabei auf f_1 oder f_2 bezogen sein.

- 25 Erläuternd sei bemerkt, dass die genannte Abweichung grundsätzlich vom Schwankungsbereich des Betriebsparameters BP abhängt. Wenn zum Beispiel für die Temperatur als Betriebsparameter eine Stabilisierung auf ± 1 mK erreicht werden kann, dann wird ein Unterschied zwischen den
- 30 thermischen Koeffizienten von 0.1% zu einer Stabilität von 10^{-6} führen, was einem günstigen Quarzoszillator entspricht.

Zur Erzeugung des Lichts der Resonatormoden werden üblicherweise Laser verwendet, es können jedoch auch andere Lichtquellen verwendet werden. Letzteres gilt insbesondere deswegen, weil das Prinzip der Erfindung grundsätzlich nicht auf den optischen Wellenlängenbereich begrenzt ist, d.h. man kann prinzipiell analog auch bei kürzeren oder längeren Wellenlängen vorgehen, z.B. bei mit Radio-, Mikrowellen- oder Terahertzsystemen.

Dabei kann auch ein einzelner Laser verwendet werden, der grundsätzlich Licht der Frequenz f_1 erzeugt und der gleichzeitig in an sich bekannter Weise, z.B. mittels eines akustooptischen Frequenzschiebers, dazu verwendet werden kann, auch Licht der Frequenz f_2 zu erzeugen. Analog ist daher erfindungsgemäß eine Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf vorgesehen, wobei ein erster optischer Resonator vorgesehen ist, der eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist, und ein zweiter optischer Resonator, der eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 aufweist, wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines Betriebsparameters BP, insbesondere einer Temperatur, sind und die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt, wobei die Resonatoren so ausgelegt sind, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen, die Vorrichtung weiters umfassend erste Lichterzeugungsmittel zur Erzeugung von Licht der ersten Frequenz f_1 und zweite Lichterzeugungsmittel zur Erzeugung von Licht der zweiten Frequenz f_2 , wobei die ersten Lichterzeugungsmittel und die zweiten Lichterzeugungsmittel vorzugsweise insgesamt mindestens einen Laser umfassen, die Vorrichtung weiters umfassend erste Stabilisierungsmittel, um die erste Frequenz f_1 zu stabilisieren, und zweite

Stabilisierungsmittel, um die zweite Frequenz f_2 zu stabilisieren, und wobei Bestimmungsmittel vorgesehen sind, um die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, zu bestimmen und die stabilisierte

5 Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

Die wesentliche Einflussgröße bzw. der wesentliche Betriebsparameter ist in der Praxis die Temperatur, da diese eine Änderung der Dimensionen, insbesondere der Resonatorlänge des jeweiligen Resonators bewirkt. Die Frequenz f_1 der ersten

10 Mode eines ersten Resonators einer Resonatorlänge L_1 ist im Falle eines Fabry-Pérot-Resonators gegeben durch die Bedingung $f_1 = c \cdot m_1 / (2 \cdot n_1 \cdot L_1)$, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist, n_1 der Brechungsindex für die erste Resonatormode im ersten Resonator und m_1 eine ganze Zahl. Dies gilt für eine gewisse

15 Temperatur, einer Arbeitspunkttemperatur, bei der die Resonatorlänge L_1 vorliegt. Berücksichtigt man die Temperaturabhängigkeit der Resonatorlänge L_1 mittels eines linearen Temperaturkoeffizienten β_1 des ersten Resonators so ergibt sich die temperaturabhängige Frequenz f_1 zu

20 $f_1(T) = c \cdot m_1 / (2 \cdot L_1 \cdot (1 + \beta_1 \cdot T))$, wobei T die Temperaturdifferenz zur Arbeitspunkttemperatur angibt. Näherungsweise ergibt sich somit $f_1(T) = c \cdot m_1 \cdot (1 - \beta_1 \cdot T) / (2 \cdot L_1)$.

Analog erhält man für die temperaturabhängige Frequenz f_2 eines zweiten Resonators der Resonatorlänge L_2 näherungsweise

25 $f_2(T) = c \cdot m_2 \cdot (1 - \beta_2 \cdot T) / (2 \cdot L_2)$, wobei m_2 eine ganze Zahl ist, n_2 der Brechungsindex der zweiten Resonatormode im zweiten

Resonator und β_2 der lineare Temperaturkoeffizient des zweiten Resonators. Bildet man nun die Differenz $f_1(T) - f_2(T)$ und setzt deren Ableitung nach T null, so erhält man folgende Bedingung,

30 die erfüllt sein muss, um ein exakt gleiches

Temperaturverhalten der beiden Moden zu erzielen:

$$m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$$

Genau dieselbe Bedingung ergibt sich auch, wenn man von Ringresonatoren, auch als Flüstergaleriemoden-Resonatoren bezeichnet, ausgeht, wobei in diesem Fall die Resonatorlängen L_1 , L_2 durch die Umfänge der Resonatoren gegeben sind und

5 näherungsweise

$$f_{1,2}(T) = c \cdot m_{1,2} \cdot (1 - \beta_{1,2} \cdot T) / (2 \cdot L_{1,2})$$

gilt. Die ganzen Zahlen m_1 , m_2 können daher als Anzahl der Wellenlängen der ersten bzw. zweiten Resonatormode im ersten bzw. zweiten Resonator aufgefasst werden.

- 10 Unter Heranziehung obiger Bedingung kann somit die Auslegung der Resonatoren durch den Fachmann so erfolgen, dass bekannte Geometrien und die linearen Temperaturkoeffizienten – insbesondere durch geeignete Materialwahl – entsprechend angepasst werden. Insbesondere kann bei bekanntem Material
- 15 eine entsprechende Dimensionierung durchgeführt werden bzw. kann bei vorgegebener Dimensionierung eine entsprechende Materialwahl getroffen werden.

Typischerweise erfolgt dabei zunächst eine numerische Behandlung und basierend auf dieser die Fertigung des

- 20 Resonators. Dabei kann es aufgrund von Fertigungstoleranzen zu einer geringfügigen Abweichung von obiger Gleichung bei einer gewissen Arbeitspunkttemperatur T_1 kommen. D.h. die Gleichung wäre in diesem Fall nur dann erfüllt, wenn $m_{1,2}$ keine ganzen Zahlen sind. In der Praxis zeigt es sich jedoch, dass
- 25 einerseits über eine gezielte Temperaturänderung bzw. Anpassung der Temperatur die Eigenschaften der optischen Resonatoren derart geändert werden können, dass die Gleichung bei einer weiteren Arbeitspunkttemperatur $T_2 \neq T_1$ schließlich erfüllt ist.

- 30 Andererseits haben aufwendige Rechnungen und Versuche gezeigt, dass für ein annähernd gleiches Verhalten der Moden in Abhängigkeit eines Parameters, insbesondere der Resonatorlänge oder der Temperatur, die obige Gleichung nicht identisch

erfüllt zu sein braucht, sondern eine geringfügige Abweichung tolerierbar ist, die typischerweise bis zu 0,1% betragen kann. Erst bei größeren Abweichungen wird die erzielbare Stabilität der Referenzfrequenz so gering, dass andere Methoden wie z.B.

5 die Erzeugung einer Referenzfrequenz mittels Quarzoszillatoren in der Praxis interessanter sind, insbesondere aus Kostengründen. D.h. die zu erfüllende Auslegungsbedingung für die Auslegung der Resonatoren lautet

$$m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1 \pm 0,1\%$$

10 oder in Worten:

$$m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1 \text{ bis auf eine Abweichung von maximal } \pm 0,1\%.$$

Die prozentuale Abweichung kann dabei auf die linke Seite

($m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2$) oder auf die rechte Seite ($m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$) der

15 Gleichung bezogen sein.

Alternativ kann ein stabiles Modenpaar, also eine erste Resonatormode und eine zweite Resonatormode, deren Frequenzen ein annähernd gleiches Temperaturverhalten aufweisen, durch Kopplung zweier Moden erzeugt werden. Die Kopplung, die durch
20 entsprechende Auslegung der Resonatoren in an sich bekannter Weise erfolgen kann, bewirkt ein aufgespaltenes Modenspektrum, wobei die Stärke der Kopplung, $2 \cdot g$, die Referenzfrequenz Δf darstellt. Entsprechend können im aufgespaltenen Modenspektrum zwei aufeinander folgende Moden gefunden werden, die die erste
25 Resonatormode mit Frequenz f_1 und die zweite Resonatormode f_2 ausbilden, wobei $\Delta f = |f_1 - f_2|$ gilt. Die beiden gekoppelten Resonatormoden werden im Folgenden auch als gekoppeltes Modenpaar bezeichnet.

Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des
30 erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass der erste optische Resonator eine Resonatorlänge L_1 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_1 aufweist und der zweite optische

Resonator eine Resonatorlänge L_2 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_2 , wobei die Resonatoren so ausgelegt werden, dass $m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$ bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ gilt mit m_1, m_2 ganzen Zahlen, die der Anzahl der Wellenlängen der ersten bzw. zweiten Resonatormode im ersten bzw. zweiten Resonator entsprechen, und n_1, n_2 den Brechungsindizes für die erste Resonatormode im ersten Resonator und die zweite Resonatormode im zweiten Resonator oder dass im ersten und zweiten Resonator gekoppelte Moden vorliegen und ein aufgrund der Kopplung aufgespaltes Modenspektrum die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode enthält.

Analog zum oben Gesagten ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass der erste optische Resonator eine Resonatorlänge L_1 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_1 aufweist und der zweite optische Resonator eine Resonatorlänge L_2 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_2 , wobei die Resonatoren so ausgelegt sind, dass $m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$ bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ gilt mit m_1, m_2 ganzen Zahlen, die der Anzahl der Wellenlängen der ersten bzw. zweiten Resonatormode im ersten bzw. zweiten Resonator entsprechen, und n_1, n_2 den Brechungsindizes für die erste Resonatormode im ersten Resonator und die zweite Resonatormode im zweiten Resonator oder dass im ersten und zweiten Resonator gekoppelte Moden vorliegen und ein aufgrund der Kopplung aufgespaltes Modenspektrum die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode enthält.

Zur Stabilisierung der Frequenzen f_1, f_2 können grundsätzlich unterschiedlichste aus dem Stand der Technik bekannte Mittel bzw. Verfahren verwendet werden. Ein wohletabliertes Verfahren ist das Pound-Drever-Hall-Verfahren. Entsprechend ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen

Vorrichtung vorgesehen, dass die ersten Stabilisierungsmittel erste Modulationsmittel umfassen, um dem Licht erster Frequenz f_1 Seitenbänder aufzumodulieren, und erste Demodulationsmittel mit einem ersten Detektor, um mittels des zum ersten Detektor

5 zurück reflektierten oder transmittierten modulierten Lichts erster Frequenz f_1 ein erstes Fehlersignal zu erzeugen, sowie erste Regelmittel, um anhand des ersten Fehlersignals die ersten Lichterzeugungsmittel so zu regeln, dass die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird, und dass die zweiten

10 Stabilisierungsmittel zweite Modulationsmittel umfassen, um dem Licht zweiter Frequenz f_2 Seitenbänder aufzumodulieren, und zweite Demodulationsmittel mit einem zweiten Detektor, um mittels des zum zweiten Detektor zurück reflektierten oder transmittierten modulierten Lichts zweiter Frequenz f_2 ein

15 zweites Fehlersignal zu erzeugen, sowie zweite Regelmittel, um anhand des zweiten Fehlersignals die zweiten Lichterzeugungsmittel so zu regeln, dass die zweite Frequenz f_2 stabilisiert wird. D.h. es wird mit den Demodulationsmitteln die Symmetrie der Intensität der

20 Seitenbänder rund um die zentrale Frequenz bestimmt und das Licht solange feinjustiert, bis eine möglichst symmetrische Verteilung vorliegt.

Zur Erzeugung des stabilen Modenpaars muss es sich beim ersten und zweiten optischen Resonator nicht unbedingt um separate

25 Resonatoren handeln, damit die oben genannte Bedingung erfüllt ist. Vielmehr kann der erste und zweite optische Resonator gleichzeitig durch einen einzigen Resonator ausgebildet werden, in dem beide Moden vorhanden sind. Dies ist auch nicht auf einen speziellen Resonatortyp eingeschränkt, insbesondere

30 können auch in diesem Fall als Resonator ein Fabry-Pérot-Interferometer bzw. -Resonator oder ein Ringresonator verwendet werden. Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass der erste Resonator gleichzeitig auch den zweiten

Resonator ausbildet und identisch mit diesem ist. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass der erste Resonator gleichzeitig auch den zweiten Resonator ausbildet und identisch mit diesem
 5 ist.

Selbstverständlich eignet sich ein solcher erster Resonator, der gleichzeitig auch den zweiten Resonator ausbildet und mit diesem identisch ist, auch zur Herstellung gekoppelter Moden. Beispielsweise kann eine Modenkopplung auf einfache Art und
 10 Weise dadurch erfolgen, dass ein teilweise reflektierendes Element in den Strahlengang gestellt wird, wodurch gegenläufige gekoppelte Moden erzeugt werden. D.h. das reflektierende Element reflektiert vorzugsweise nur einen Teil des Lichts und ist für einen Teil des Lichts durchlässig.

Insbesondere bei Ringresonatoren kann auf diese Weise ein stabiles Modenpaar erzeugt werden, bei dem die Ausbreitungsrichtung der einen Resonatormode im Uhrzeigersinn und die Ausbreitungsrichtung der anderen Resonatormode gegen den Uhrzeigersinn verläuft. Daher ist es bei einer bevorzugten
 20 Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass die Modenkopplung mittels eines zumindest teilweise reflektierenden Elements erzeugt wird. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass ein zumindest teilweise reflektierendes
 25 Element vorgesehen ist, um die Modenkopplung zu erzeugen.

Wenn es sich beim ersten und zweiten Resonator um separate Resonatoren handelt, besteht eine Möglichkeit, gekoppelte Moden zu erzeugen, darin, die Resonatoren zu koppeln, wobei die Kopplung beispielsweise evaneszent erfolgen kann.

30 Ringresonatoren bieten sich für eine solche evaneszente besonders an, da auch die Einkopplung des Lichts in solche Resonatoren üblicherweise evaneszent erfolgt. Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass die Modenkopplung durch

evaneszente Kopplung des ersten Resonators mit dem zweiten Resonator erzeugt wird. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass der erste Resonator mit dem zweiten Resonator evaneszent
 5 gekoppelt ist, um die Modenkopplung zu erzeugen.

Aufwendige Analysen optischer Resonatoren des Fabry-Pérot-Typs haben ergeben, dass bei geschickter Auslegung des Resonators verschiedene räumliche Moden zur Erzeugung eines stabilen Modenpaars verwendet werden können. Dabei kann für Moden mit
 10 gleichem longitudinalen Index, aber verschiedenen transversalen Indizes der Frequenzunterschied der Moden, $\Delta f = |f_1 - f_2|$, äußerst stabil gemacht werden. Die Wahl der Basis zur Beschreibung der Moden mit longitudinalen und transversalen Indizes spielt dabei keine Rolle. Beispielsweise
 15 kann die Hermite-Gauß-Basis verwendet werden. Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass die beiden Resonatormoden durch jeweils einen longitudinalen Index und zwei transversale Indizes beschreibbar sind, wobei die erste Resonatormode und
 20 die zweite Resonatormode denselben longitudinalen Index und zumindest einen unterschiedlichen transversalen Index aufweisen. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass die beiden Resonatormoden durch jeweils einen longitudinalen Index und
 25 zwei transversale Indizes beschreibbar sind, wobei die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode denselben longitudinalen Index und zumindest einen unterschiedlichen transversalen Index aufweisen. Es sei bemerkt, dass bei optischen Resonatoren des Fabry-Pérot-Typs neben der
 30 Resonatorlänge auch Krümmungsradien von Spiegeln variiert werden können, wobei bei geschickter Auslegung dieser Krümmungsradien die Stabilität der Referenzfrequenz weiter verbessert werden kann.

Grundsätzlich kann durch Regelung des jeweiligen Betriebsparameters, insbesondere durch Temperaturregelung, die jeweilige Resonatorlänge der optischen Resonatoren kontrolliert und damit die Stabilität der Referenzfrequenz Δf verbessert werden. Es zeigt sich jedoch, dass die Langzeitstabilität dramatisch verbessert werden kann, indem Licht einer dritten Frequenz f_3 erzeugt wird, welche eine größere Abhängigkeit vom Betriebsparameter, insbesondere eine größere Temperaturabhängigkeit, als Δf aufweist, und die Differenz dieser dritten Frequenz f_3 mit einer der beiden anderen Frequenzen f_1 oder f_2 als Vergleichsfrequenz f_4 verwendet wird. Die größere Abhängigkeit kann mathematisch im Allgemeinen als eine absolut größere erste Ableitung (nach dem jeweiligen Betriebsparameter, insbesondere der Temperatur) oder zumindest als ein absolut größerer Differenzenquotient rund um BP_0 angegeben werden.

Indem das Verhältnis oder die Differenz zwischen f_4 und Δf am Arbeitspunkt (also bei BP_0) einmal bestimmt wird, kann durch den anschließenden, fortlaufenden Vergleich von f_4 und Δf ein Fehlersignal erzeugt werden, dass zur Regelung des Betriebsparameters, insbesondere der Temperatur, beispielsweise mittels einer Heizstromquelle und/oder eines Peltierelements, ausgenutzt werden kann. Aufgrund der höheren Empfindlichkeit von f_3 kann dadurch Δf wesentlich empfindlicher geregelt, als dies allein anhand Δf bzw. f_1 und f_2 möglich wäre. Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, Licht einer dritten Frequenz f_3 erzeugt und mittels eines Resonators stabilisiert wird, wobei f_3 eine größere Abhängigkeit vom Betriebsparameter, insbesondere von der Temperatur, als Δf aufweist, dass eine Vergleichsfrequenz f_4 durch $f_4 = |f_3 - f_1|$ oder $f_4 = |f_3 - f_2|$ gegeben ist und dass das Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder die Differenz $f_4 - \Delta f$ bestimmt und zur

Steuerung von Betriebsparameterregelmitteln, insbesondere Temperaturregelmitteln, welche zur Regelung des Betriebsparameters, insbesondere der Temperatur, des ersten Resonators und/oder zweiten Resonators vorgesehen sind,

- 5 verwendet wird. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass dritte Lichterzeugungsmittel zur Erzeugung von Licht einer dritten Frequenz f_3 vorgesehen sind sowie ein Resonator zur Stabilisierung, wobei f_3 eine größere Abhängigkeit vom
- 10 Betriebsparameter, insbesondere von der Temperatur, als Δf aufweist, dass eine Vergleichsfrequenz f_4 durch $f_4 = |f_3 - f_1|$ oder $f_4 = |f_3 - f_2|$ gegeben ist, wobei weitere Bestimmungsmittel vorgesehen sind, um das Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder die Differenz $f_4 - \Delta f$ zu bestimmen,
- 15 und dass Betriebsparameterregelmittel, insbesondere Temperaturregelmittel, vorgesehen sind, um den Betriebsparameter, insbesondere die Temperatur, des ersten Resonators und/oder des zweiten Resonators in Abhängigkeit vom Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder der Differenz $f_4 - \Delta f$ zu steuern.
- 20 Es sei bemerkt, dass es sich auch beim Licht der Frequenz f_3 nicht unbedingt um sichtbares Licht handeln muss, sondern es sich auch um langwelligeres oder kurzwelligeres Licht handeln kann. Insgesamt kann auf diese Weise die Referenzfrequenz langzeitstabilisiert werden, ohne dass eine externe, atomar
- 25 oder anders erzeugte Referenz benötigt wird.

- Zur Stabilisierung des Lichts der Frequenz f_3 können der vorhandene Resonator oder die vorhandenen Resonatoren oder ein zusätzlicher Resonator verwendet werden, sodass sämtlichen denkmöglichen konstruktiven oder herstellungskostenmäßigen
- 30 Anforderungen Rechnung getragen werden kann. Daher ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass zur Stabilisierung des Lichts der dritten Frequenz f_3 der erste Resonator und/oder der zweite

Resonator oder ein dritter Resonator verwendet werden. Analog ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass der Resonator zur Stabilisierung des Lichts der dritten Frequenz f_3 der erste Resonator und/oder der zweite Resonator oder ein dritter Resonator ist.

Bei einer besonders bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens ist vorgesehen, dass das Licht der dritten Frequenz f_3 durch eine Kammmode eines Frequenzkamms ausgebildet wird. Analog ist es bei einer besonders bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass die dritten Lichterzeugungsmittel einen Frequenzkamm umfassen, um das Licht der dritten Frequenz f_3 als Kammmode des Frequenzkamms oder mittels eines Zahnabstands der Kammmoden des Frequenzkamms auszubilden. Die Stabilisierung von f_3 kann in diesem Fall durch den ersten und/oder zweiten Resonator erfolgen, indem ein Zahnabstand des Frequenzkamms durch das erhaltene Δf , ggf. multipliziert um einen Faktor, gesetzt wird. Diese Stabilisierung erfolgt also, bevor die Rückkopplungsschleife durch den Vergleich von f_4 mit Δf durchgeführt wird. Der Einsatz eines Frequenzkamms hat den Vorteil, dass f_3 bequem so groß gewählt werden kann, dass jedenfalls eine deutlich größere Temperaturabhängigkeit für f_3 bzw. f_4 als für Δf gegeben ist, was für eine entsprechend präzise Langzeitstabilisierung von Δf mittels der oben bereits beschriebenen Temperaturregelung verwendet werden kann. Typischerweise wird bei Anwendungen in der Praxis f_3 im Bereich von 100 bis 1000 THz gewählt.

Wie bereits festgehalten, können unterschiedliche Typen von Resonatoren verwendet werden, insbesondere Fabry-Pérot-Resonatoren bzw. Interferometer oder Ringresonatoren (auch als Flüstergaliermoden-Resonatoren bezeichnet). Entsprechend ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen

Verfahrens vorgesehen, dass als erster Resonator und/oder als zweiter Resonator ein Fabry-Pérot-Resonator verwendet wird. Analog ist es bei einer besonders bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass es sich bei
 5 dem ersten Resonator und/oder dem zweiten Resonator um ein Fabry-Pérot-Resonator handelt. Weiters ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen Verfahrens vorgesehen, dass als erster Resonator und/oder als zweiter Resonator ein optischer Ringresonator verwendet wird. Analog
 10 ist es bei einer besonders bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass es sich bei dem ersten Resonator und/oder dem zweiten Resonator um einen optischen Ringresonator handelt.

Die genannten optischen Resonatoren weisen insbesondere den
 15 Vorteil der Miniaturisierbarkeit auf, sodass sie problemlos in photonische Strukturen auf optischen Chips bzw. in massenfabrikationstaugliche Mikrosysteme integrierbar sind. Fabry-Pérot-Resonatoren können beispielsweise als Wellenleiter mit integrierten Bragg-Spiegeln realisiert werden. Um
 20 Ringresonatoren auszubilden, können geschlossene Wellenleiter verwendet werden, welche zum Beispiel kreisförmig, elliptisch oder stadionförmig sein können, aber prinzipiell jede geschlossene Form annehmen können. Entsprechend ist es bei einer bevorzugten Ausführungsform des erfindungsgemäßen
 25 Verfahrens vorgesehen, dass als erster Resonator und/oder als zweiter Resonator ein als Wellenleiter auf einem optischen Chip ausgebildeter optischer Resonator verwendet wird. Analog ist es bei einer besonders bevorzugten Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung vorgesehen, dass der erste
 30 Resonator und/oder der zweite Resonator als Wellenleiter auf einem optischen Chip ausgebildet ist.

KURZE BESCHREIBUNG DER FIGUREN

Die Erfindung wird nun anhand von Ausführungsbeispielen näher erläutert. Die Zeichnungen sind beispielhaft und sollen den Erfindungsgedanken zwar darlegen, ihn aber keinesfalls

5 einengen oder gar abschließend wiedergeben.

Dabei zeigt:

Fig. 1 zeigt eine schematische Darstellung eines optischen Resonators des Fabry-Pérot-Typs (auch als „Cavity“ bezeichnet)

10 Fig. 2a die Veränderung der Frequenzabhängigkeiten mit der Länge L des Resonators aus Fig. 1

Fig. 2b eine vergrößerte Detailansicht eines Bereichs aus Fig. 2a

15 Fig. 3 eine schematische Darstellung einer Ausführungsform einer erfindungsgemäßen Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz, wobei die Frequenz eines Oszillators auf die Referenzfrequenz stabilisiert wird

20 Fig. 4 eine schematische Darstellung einer weiteren Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung, wobei die Länge des Resonators mittels der Temperatur auf das Verhältnis zweier Frequenzunterschiede zwischen drei optischen Moden stabilisiert wird

25 Fig. 5 eine schematische Darstellung einer weiteren Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung, in der die Länge des Resonators mittels der Temperatur auf den Unterschied zwischen der optischen Frequenz einer Mode des Resonators und einer Mode eines Frequenzkamms stabilisiert wird, wobei der Zahnabstand im Frequenzkamm durch die Referenzfrequenz bestimmt
30 wird

Fig. 6 a) bis d) schematische Darstellungen der relevanten Frequenzen für die Anwendung aus Fig. 5

Fig. 7 a) bis d) den Effekt von Abweichungen von Resonatoreigenschaften von ihren Idealwerten

5 Fig. 8 eine weitere Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung, wobei drei Ringresonatoren verwendet werden

Fig. 9 eine weitere Ausführungsform der erfindungsgemäßen Vorrichtung analog zu Fig. 8, wobei jedoch der erste
10 und der zweite Ringresonator gekoppelt sind

Fig. 10a eine diagrammatische Veranschaulichung der Frequenzen der Moden der einzelnen Ringresonatoren aus Fig. 8 und der gekoppelten Ringresonatoren aus Fig. 9 als Funktion der Temperatur (bezogen auf eine
15 Arbeitspunkttemperatur)

Fig. 10b eine diagrammatische Veranschaulichung der Referenzfrequenz im Falle der gekoppelten Ringresonatoren aus Fig. 9 als Funktion der Temperatur (bezogen auf eine Arbeitspunkttemperatur)

20

WEGE ZUR AUSFÜHRUNG DER ERFINDUNG

Fig. 1 zeigt eine schematische Darstellung eines Fabry-Pérot-Resonators 3a, der erfindungsgemäß zur Erzeugung einer stabilen Referenzfrequenz verwendet werden kann. In einem
25 solchen optischen Resonator 3a ist die Frequenz einer optischen Mode durch Krümmungsradien R_1 , R_2 eines ersten Spiegels 1 und eines zweiten Spiegels 2 sowie durch eine Länge L des Resonators 3a bestimmt. Die Frequenz f einer Mode des Resonators 3a im Vakuum ist

$$f = \frac{c}{2L} \left[l + \frac{1+m+n}{\pi} \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L}{R_1}} \sqrt{1 - \frac{L}{R_2}} \right) \right]$$

Die Länge L des Resonators ist durch die Dimension einer Halterung 3 der Spiegel 1, 2 bestimmt. Die Lichtgeschwindigkeit c bestimmt die Umlaufzeit eines Lichtteilchens bzw. Photons im Resonator 3a. Diese Umlaufzeit
 5 ist weiters durch die transversalen Modenindizes m und n bedingt, welche Teil der Menge der ganzen, positiven Zahlen inklusive 0 sind. Für die obige Formel wurde die Hermite-Gauß-Basis für die Resonatormoden gewählt. Das hierin dargestellte Prinzip ist aber basisunabhängig und lässt sich ebenso in
 10 jeder anderen kompletten Basis beschreiben.

Der longitudinale Modenindex ist durch l gegeben, auch Teil der ganzen positiven Zahlen. Der Frequenzunterschied zwischen zwei Moden mit longitudinalen Indizes l1 und l2 und transversalen Indizes m1=m2=n1=n2=0 ist gegeben durch

$$\Delta f(0,0) = \frac{c}{2L} (l_2 - l_1)$$

15 und ist somit immer von der Länge L des Resonators 3a abhängig. Erfindungsgemäß kann der Frequenzunterschied Δf zwischen zwei Moden mit gleichem longitudinalen Index l, aber verschiedenen transversalen Indizes, zum Beispiel m1=0, n1=0 und m2=1, n2=0, als Referenzfrequenz genutzt werden, da sich
 20 diese als extrem stabil erweist, wie im Folgenden noch weiter ausgeführt wird. Der resultierende Frequenzunterschied Δf ist

$$\Delta f = \frac{c}{2L} \frac{m+n}{\pi} \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L}{R_1}} \sqrt{1 - \frac{L}{R_2}} \right)$$

Durch das nichtmonotone Verhalten der arccos-Funktion wird es möglich, Kombinationen von L, R1 und R2 zu finden, für welche

die Längenabhängigkeit der Frequenz Umkehrpunkte aufweist und sogar erst in der dritten Ordnung vom Referenzwert abweicht.

Diese Tatsache ist in Fig. 2a ersichtlich. Hier wird die erste Ableitung des Frequenzunterschieds bzw. der Referenzfrequenz

- 5 Δf nach der Resonatorlänge L für verschiedene Kombinationen von R_1 und R_2 gezeigt. Die Resonatorlänge L ist in Fig. 2a für alle Funktionen auf die maximale Länge $L_{\max}=R_1+R_2$ normiert. Die Ableitung ist wiederum auf den lokalen Frequenzunterschied bzw. die lokale Referenzfrequenz Δf bei der Länge $L/L_{\max}$
- 10 normiert. Die in Fig. 2a gezeigten Funktionen entsprechen folgenden Konfigurationen des Resonators 3a: Spiegel 1 flach, Spiegel 2 gekrümmt („plan-konkav“, gestrichelte Linie); Spiegel 1 und Spiegel 2 mit gleichem Krümmungsradius („symmetrisch“, gepunktete Linie); Spiegel 1 mit
- 15 Krümmungsradius R_1 , Spiegel 2 mit Krümmungsradius $R_2=\Phi \cdot R_1$ („optimal“, durchgehende Linie). Der Faktor Φ wird im Weiteren noch erläutert.

- Zum Vergleich wird in Fig. 2a weiters auch das Verhalten der normierten Ableitung für die Frequenz einer einzelnen
- 20 optischen Mode mit $m=n=0$ gezeigt (strichpunktierte Linie).

- In Fig. 2b wird die Region um $L/L_{\max} \sim 0,8$ im Detail gezeigt. Hier ist deutlich sichtbar, dass die Ableitungen sowohl für die symmetrische als auch für die plan-konkave Geometrie einen Nulldurchgang aufweisen, während die Ableitung für den
- 25 optimalen Fall sogar quadratisches Verhalten aufweist.

- Der optimale Fall kann erreicht werden, indem das Verhältnis der Krümmungsradien $\Phi \sim 1,7048$ gesetzt wird. Der stabilste Punkt liegt dann bei einer optimalen Resonatorlänge von
- $L_{\text{opt}} \sim 2,0428 \cdot R_1$. Die Größe L_{opt} kann durch Lösen der
- 30 transzendentalen Gleichung

$$L_{opt} = \frac{\tan L_{opt}}{1 + \tan L_{opt}}$$

gefunden werden. Das optimale Verhältnis Φ der Krümmungsradien R_1, R_2 kann damit als

$$\Phi = \frac{L_{opt}(1 - L_{opt})}{1 - L_{opt} - \cos^2 L_{opt}}$$

ausgedrückt werden. Die Nulldurchgangslänge für symmetrische und plan-konkave Resonatoren 3a kann somit durch Lösen der

5 Gleichung

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{L_x}{1 - L_x}} = \cos^{-1}(1 - L_x)$$

mit $L_x = L/L_{\max}$, gefunden werden, und liegt bei $\sim 0,8446 \cdot L_{\max}$.

Es sei hier angemerkt, dass alle Resonatoren 3a mit $R_2/R_1 < \Phi$ mindestens einen Nulldurchgang in der ersten Ableitung haben. Bei günstigen Kombinationen von Radien R_1, R_2 und Länge L kann
 10 also ein stabiler Frequenzunterschied Δf zwischen ausgewählten Moden gemessen werden. Ein solcher Resonator 3a kann also als Frequenzreferenz dienen, welche zum Beispiel gegen durch Vibrationen verursachte Längenveränderungen unempfindlich ist.

Faktoren, welche sowohl die Länge L als auch die

15 Krümmungsradien R_1, R_2 der Spiegel 1, 2 beeinflussen, haben einen merklicheren Effekt auf die Referenzfrequenz Δf .

Insbesondere im Vakuum ist der wichtigste Faktor die Temperatur. Diese kann durch Erweiterung des Ausdrucks für den Frequenzunterschied,

$$\Delta f(T) = \frac{c}{2L(T)} \frac{m+n}{\pi} \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L(T)}{R_1(T)}} \sqrt{1 - \frac{L(T)}{R_2(T)}} \right)$$

Mit

$$L(T) = L(1 + \alpha_{S,1}T + \frac{1}{2}\alpha_{S,2}^2T^2)$$

und

$$R_q(T) = R_q(1 + \alpha_{R_q,1}T + \frac{1}{2}\alpha_{R_q,2}^2T^2)$$

(mit $q=1$ oder $q=2$) eingeführt werden. Hier wurden nur lineare und quadratische Terme der Temperaturabhängigkeit angeführt,

5 welche in praktisch allen Fällen dominant sind. Dabei sind $\alpha_{S,1}$ und $\alpha_{S,2}$ der lineare und der quadratische Expansionskoeffizient der Halterung, während $\alpha_{R_q,1}$ und $\alpha_{R_q,2}$ die

Expansionskoeffizienten der Spiegel sind. T bezeichnet den Temperaturunterschied zu einer Arbeitspunkttemperatur, bei

10 welcher die Länge L vorliegt.

Im Weiteren wird der Einfachheit halber angenommen, dass die zwei Spiegel 1, 2 aus dem gleichen Material bestehen, sodass

$\alpha_{R1,1} = \alpha_{R2,1} = \alpha_{R,1}$ und $\alpha_{R1,2} = \alpha_{R2,2} = \alpha_{R,2}$ gilt. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Temperaturabhängigkeit durch eine
15 geeignete Wahl von verschiedenen Koeffizienten - z.B. durch Auswahl verschiedener Materialien - für die zwei Spiegel 1, 2 noch weiter verringert werden kann.

Da, wie oben erläutert, kleine Längenänderungen vernachlässigbar sind, verändert sich die Referenzfrequenz

20 $\Delta f(T)$ hauptsächlich aufgrund der thermischen Ausdehnung der Spiegel 1, 2. Die Spiegel 1, 2 können aus einem Material bestehen, welches bei einer gewissen Temperatur, vorzugsweise der Arbeitspunkttemperatur, einen Nulldurchgang des linearen Temperaturkoeffizienten aufweist, d.h. $\alpha_{R,1} = 0$, sodass nur
25 eine quadratische Temperaturabhängigkeit vorhanden ist. Diese

Materialien werden in der Optik routinemäßig eingesetzt, wie zum Beispiel ULE® Glas bei Raumtemperatur oder Silizium bei 124K.

Wenn aber die Halterung 3 aus einem Material mit nicht verschwindendem linearen thermischen Koeffizienten besteht, wird der Frequenzunterschied zwischen transversalen Grundmoden $\Delta f(T,0,0)$ sowie deren optische Frequenzen eine dementsprechende thermische Abhängigkeit aufweisen.

Diese Empfindlichkeit wird in den unten beschriebenen Ausführungsbeispielen aus Fig. 4 und Fig. 5 zur Selbststabilisierung des Resonators verwendet.

Im der obigen Beschreibung wurde durchgehend angenommen, dass sich der optische Resonator 3a in einem evakuierten Behälter befindet. Die Erfindung kann jedoch auch in einem lichtdurchlässigen Medium wie Luft funktionsfähig gemacht werden. Hierfür muss die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit vom Brechungsindex und dessen Abhängigkeit von Druck P, Temperatur T und anderen Umwelteinflüssen X, in allen Formeln mittels der Substitution $c \rightarrow c/n(T,P,X)$ eingebracht werden. In dieser Erweiterung können Umwelteinflüsse, welche von der Temperatur abhängen, wie zum Beispiel der Druck P in einem luftdichten Resonator 3a, durch leichte Abänderung der Parameter ausgeglichen werden. Temperaturunabhängige Parameter, z.B. eine Kontamination des Mediums, können nicht ausgeglichen werden und führen zu einem Frequenzschub.

Fig. 3 zeigt schematisch ein Ausführungsbeispiel einer erfindungsgemäßen Vorrichtung zur Erzeugung der Referenzfrequenz Δf , wobei die Frequenz eines regelbaren Oszillators 7 auf die Referenzfrequenz Δf stabilisiert wird. Ein Laser 4 erzeugt eine linear polarisierte optische Welle mit geringer Frequenzbreite. Diese wird zu einem elektrooptischen Modulator 4a geleitet, welcher Seitenbänder

auf der optischen Welle erzeugt. Die modulierte optische Welle wird über einen polarisierenden Strahlteiler 4b und eine Viertelwellenretardationsoptik 4c zum optischen Resonator geleitet. Letzterer ist in Fig. 3 - und auch in Fig. 4 und
 5 Fig. 5 - wieder als Fabry-Pérot-Resonator 3a dargestellt, es könnte jedoch grundsätzlich auch ein anderer Resonatortyp, insbesondere auch ein Ringresonator, verwendet werden.

Die Polarisationsoptiken 4b und 4c sorgen dafür, dass das vom Resonator 3a reflektierte Licht den Strahlteiler 4b in
 10 Richtung eines Demodulators 4d verlässt. Die Seitenbänder ermöglichen es, mittels des Demodulators 4d ein Fehlersignal zu erzeugen, anhand dessen die Laserfrequenz an die Frequenz f_1 einer ersten Resonatormode, die eine transversale Grundmode M1 (mit Modenindizes $l_1, m_1=0, n_1=0$) des optischen Resonators
 15 3a ist, stabilisiert werden kann, was durch den strichlierten, zum Laser 4 weisenden Pfeil in Fig. 3 angedeutet ist. Dieses Stabilisierungsverfahren ist als Pound-Drever-Hall-Verfahren bekannt, vgl. Ref. 6 [Drever, R. W. P., Hall, J. L., Kowalski, F. V., Hough, J., Ford, G. M., Munley, A. J., & Ward, H.;
 20 „Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator“; Applied Physics B, 31(2), 97-105 (1983)].

Ein Teil des Laserstrahls des Lasers 4 wird mittels eines Strahlteilers 5 nun zu einem akustooptischen Frequenzschieber 6 geführt. Dieser Strahl wird durch einen zweiten
 25 elektrooptischen Modulator 6a geführt und wird durch einen zweiten polarisierenden Strahlteiler 6b und eine zweite Viertelwellenretardationsoptik 6c zum optischen Resonator 3a geleitet. Ziel dieses zweiten Strahlgangs ist es, eine zweite Resonatormode in Form einer höheren transversalen Mode M2 mit
 30 demselben longitudinalen Index $l_2=l_1$ (zum Beispiel mit Indizes $m_2=1, n_2=0$) und der Frequenz f_2 anzuregen. Dazu muss das Strahlprofil an das der erwünschten zweiten Resonatormode angepasst werden. Dies kann beispielsweise durch eine

strukturierte Phasenplatte 6e erzielt werden, wie es oft in der Optik und Quantenoptik geschieht.

Auch dieser Strahl wird nach dessen Wiederaustritt bzw. Reflexion durch den Resonator 3a durch die

- 5 Polarisationsoptiken 6b, 6c zu einem zweiten Demodulator 6d geführt. Der zweite elektrooptische Modulator 6a kann bei einer anderen Frequenz als der elektrooptische Modulator 4a betrieben werden, um saubere Demodulation am zweiten Demodulator 6d zu ermöglichen. Das Fehlersignal wird hier
- 10 direkt durch das Pound-Drever-Hall-Verfahren ermittelt: Die Frequenz f_2 ist durch $f_1 + \Delta f$ gegeben. Der Laserstrahl hat aber die Frequenz $f_1 + f(7)$, wo $f(7)$ die Frequenz des Oszillators 7 ist. Wenn $f(7) \neq \Delta f$, dann wird die Pound-Drever-Hall-Messung ein Fehlersignal ausgeben. Das Fehlersignal entsteht also
- 15 durch den Unterschied zwischen $f_1 + f(7)$ und f_2 . Kürzer ausgedrückt kann man daher sagen, dass das resultierende Fehlersignal dem Unterschied zwischen der Oszillatorfrequenz $f(7)$ und Δf entspricht und die Frequenz $f(7)$ des Oszillators 7 an den Frequenzunterschied zwischen den zwei angeregten Moden
- 20 des Resonators 3a, also an die Referenzfrequenz Δf , stabilisiert wird.

- Ein Temperaturregler 8 kann die ohnehin schon geringe Empfindlichkeit des Aufbaus noch weiter minimieren. Solche Regler sind für eine Stabilisierung bis zu Schwankungen um
- 25 10^{-3} K kommerziell erhältlich.

- Der Resonator 3a selbst kann verwendet werden, um eine noch höhere Frequenzgenauigkeit bzw. Stabilität der Referenzfrequenz Δf zu erzielen. Ein Beispiel eines solchen Systems ist im Ausführungsbeispiel der Fig. 4 gezeigt. Hier
- 30 wird vom Strahlteiler 5 ein weiterer Teilstrahl zu einem weiteren akustooptischen Modulator 10 geführt. Dieser wird mit einer Frequenz betrieben, die mittels eines geeigneten, fixen

Frequenzmultiplikators 9, der die eingehende Frequenz um einen Faktor a_f vervielfacht, direkt vom Oszillator 7 erzeugt wird. Der akustooptische Modulator 10 erzeugt dadurch einen Strahl, welcher am erwünschten Arbeitspunkt genau mit einer weiteren

5 longitudinalen, dritten Resonatormode M3 (mit Indizes $l_3 \neq l_1$, $n=0$, $m=0$) mit einer Frequenz f_3 resonant ist. Mittels eines weiteren elektrooptischen Modulators 10a, der dem akustooptischen Modulator 10 nachgeschaltet ist, werden

10 Seitenbänder auf der optischen Welle erzeugt - analog zur oben geschilderten Funktion des elektrooptischen Modulators 4a.

Da der Frequenzabstand f_4 zwischen der Frequenz f_3 dieser dritten Resonatormode und der Laserfrequenz bzw. der Frequenz f_1 der ersten Resonatormode eine weitaus stärkere

15 Temperaturabhängigkeit hat als der Frequenzabstand Δf der zweiten Frequenz f_2 der höheren transversalen Mode M2 von der Laserfrequenz f_1 , wird eine Temperaturabweichung dazu führen, dass die Resonanzbedingung für f_3 nicht mehr erfüllt ist. Diese Abweichung wird durch einen dritten Demodulator 10d erfasst. Ähnlich wie oben geschildert kann das Fehlersignal

20 ermittelt werden als Unterschied zwischen $f_1 + \Delta f \cdot a_f$ und f_3 . Hier ist f_3 die Frequenz der Resonatormode M3 beim Sollwert der Temperatur. Kürzer ausgedrückt entspricht das Fehlersignal also dem Unterschied zwischen f_4 und $\Delta f \cdot a_f$. Das Fehlersignal kann nun an eine Heizstromquelle 12 geleitet werden, um diese

25 zu steuern.

In dem gezeigten Beispiel werden optische Zirkulatoren 11 und eine weitere Polarisationsoptik 13 dazu verwendet, um die verschiedenen Strahlen an die gewünschten Demodulatoren 4d, 10d zu führen. Die absolute Frequenzabweichung f_4 ist

30 proportional zum Unterschied der longitudinalen Indizes $l_3 - l_1$. Dieser Unterschied ist im angeführten Beispiel durch die Modulationsfrequenz des akustooptischen Modulators 10 auf etwa 1 GHz begrenzt, kann aber in anderen Ausführungen um

Größenordnungen höher sein. Letzteres kann beispielsweise dadurch erzielt werden, indem die verschiedenen Lichtfrequenzen f_1 , f_3 und ggf. f_2 von verschiedenen Laserquellen erzeugt werden.

- 5 In der Praxis kann der Modenindex l_1 eine Zahl im Bereich von etwa 10^1 bis 10^5 sein, da die optische Wellenlänge größenordnungsmäßig $\sim 1 \mu\text{m}$ beträgt. Die Frequenz f_1 beträgt dadurch einige 100 THz. Diese Frequenz f_1 ist deutlich größer als Δf und f_4 . Um auch f_4 entsprechend so groß zu wählen und
 10 damit eine wesentlich genauere Selbststabilisierung des Resonators 3a zu ermöglichen, kann ein optischer Frequenzkamm 15 verwendet werden, vgl. Fig. 5.

- In diesem Ausführungsbeispiel sind die Moden des Frequenzkamms 15 direkt ganzzahlig proportional zu der von einem geeigneten,
 15 fixen Frequenzteiler 14 gelieferten Frequenz. Solch ein Frequenzkamm 15 ist kommerziell erhältlich. Im Ausführungsbeispiel der Fig. 5 wird die Frequenz des Oszillators 7 über den Frequenzteiler 14 an den Frequenzkamm 15 geleitet und setzt dort den Zahnabstand zwischen den
 20 Kammmoden. Ein Teil des Laserlichts wird nun von der Strahlteileroptik 5 zu einer Fotodiode 16 geführt, auf die auch Licht vom Frequenzkamm 15 trifft. Hier entstehen Schwebungsfrequenzen durch das Mischen der optischen Frequenzen von Frequenzkamm 15 und Laser 4. Eine dieser
 25 Schwebungen kann mithilfe eines geeigneten Filters isoliert werden. An einem Frequenzkomparator 17a (für gewöhnlich eine Phasenregelschleife) kann diese Schwebungsfrequenz mit der des stabilisierten Oszillators 7 verglichen werden. Dazu muss die Frequenz des stabilisierten Oszillators 7 im Allgemeinen
 30 wieder durch einen fixen weiteren Frequenzmultiplikator 17 an die Schwebungsfrequenz beim gewünschten Arbeitspunkt angeglichen werden. Das resultierende Abweichungssignal kann – wie im vorherigen Ausführungsbeispiel der Fig. 4 – an eine

Heizstromquelle 12 geleitet werden, um die Länge des Resonators 3a mit hoher Genauigkeit zu stabilisieren.

Der Effekt einer Temperaturänderung wird in Fig. 6 gezeigt.

Hier zeigen Zeilen a) und b) die Moden des optischen

- 5 Resonators 3a bei der Solltemperatur, während der Effekt der Temperaturänderung in Zeilen c) und d) dargestellt ist. Eine Temperaturänderung verändert die optische Frequenz f_l der transversalen Grundmode, $f(l1,0,0) \rightarrow f(l1,0,0)(T)$, den Frequenzunterschied von dieser Mode zur nächsten transversalen
- 10 Grundmode, $\Delta f(0,0) \rightarrow \Delta f(0,0)(T)$, sowie auch die Referenzfrequenz $\Delta f \rightarrow \Delta f \times (1+\epsilon)$. Allerdings ist die relative Änderung der Referenzfrequenz ϵ wesentlich kleiner als die relative Änderung der beiden anderen genannten Frequenzen. Für die Anwendung aus Fig. 4 bedeutet dies, dass während sich die
- 15 Temperatur kaum auf die Referenzfrequenz Δf auswirkt, sie eine deutlich messbare Auswirkung auf das Verhältnis der zwei Frequenzen hat, anders gesagt ist

$$1 + \epsilon \cong 1, \text{ aber } \left| \frac{\Delta f(0,0)}{\Delta f} - \frac{\Delta f(0,0)(T)}{\Delta f(1+\epsilon)} \right| \gg 0.$$

In der Anwendung aus Fig. 5 wird die Änderung der

- 20 Referenzfrequenz multiplikativ auf den Zahnabstand des Frequenzkamms 15 übertragen. Die ursprüngliche Vergleichsmode des Frequenzkamms 15 mit Kammmodenindex m_k und Modenabstand Δf_k hat eine Frequenz $m_k \times \Delta f_k$ und wird durch eine Temperatur- oder Längenänderung zur Frequenz $m_k \times \Delta f_k \times (1 + \epsilon)$ verschoben.
- 25 Der ursprüngliche Abstand der ausgewählten transversalen Grundmode des Resonators 3a zur nächstgelegenen Kammode $\delta f = f(l1,0,0) - m_k \times \Delta f_k$ ändert sich dadurch zu $\delta f(T) = f(l1,0,0)(T) - m_k \times \Delta f_k \times (1 + \epsilon)$. Auch hier bleibt die Referenzfrequenz ihrem Ursprungswert nahe, während ein

messbarer Schub des Frequenzabstands $|\delta f(T) - \delta f| \gg 0$ entstehen kann.

D.h. f_1 ist von der Frequenz der Mode m_1 gegeben, an welche der Laser 4 angeglichen wird; f_2 ist von der Frequenz einer höheren transversalen Mode m_2 gegeben, an welche die Frequenz des Lasers 4 zuzüglich der Frequenz des akustooptischen Frequenzschiebers 6, angeglichen wird; f_3 ist die Frequenz der Kammmode in der Nähe von f_1 , gegeben von $m_k \times \Delta f_k$; f_4 ist der Frequenzunterschied $f_3 - f_1$.

- 10 Die Selbstregulierungsstrategien werden nun anhand eines numerischen Beispiels weiter erläutert.

Die Genauigkeit der Stabilisierung hängt von dem Frequenzauflösungsvermögen des Systems ab. Allgemein kann die Resonanzfrequenz einer Mode in einem optischen Resonator 3a mit einer Genauigkeit von

$$\sigma_f = \frac{c}{2L} \frac{1}{4F} \sqrt{\frac{\hbar c}{\lambda P}} \frac{1}{\sqrt{t}}.$$

bestimmt werden. Hier ist t die Messdauer, $\hbar$ die reduzierte Planck-Konstante, λ die Wellenlänge und P die optische Leistung. F gibt die Finesse des Resonators an, welche durch die Qualität der Spiegel gegeben ist.

- 20 Realistische Werte dieser Parameter sind $P=100 \mu\text{W}$ und $F=100000$. Eine höhere optische Leistung kann zwar die Frequenzauflösung verbessern, führt aber bei zu großen Werten zur Erwärmung der Spiegel durch Absorption. Dieser Effekt ist bei $100 \mu\text{W}$ vernachlässigbar. Für die folgenden numerischen
- 25 Beispiele wird $\lambda=1,55 \mu\text{m}$ gewählt da dies eine gängige Wellenlänge in der optischen Telekommunikation ist. Es wird außerdem angenommen, dass der Resonator – wie in Ref. 3

[Hagemann, C., et al; „Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below $5 \times 10^{-19}/s$ “; Optics Letters (39) 17, 5102-5105 (2014)] – eine Länge von $L=21$ cm hat. Für eine Messdauer von einer Sekunde kann somit eine

5 Frequenzauflösung von $\sigma_f(\min)=0,064$ MHz erreicht werden. Die Auflösung für den Unterschied zwischen zwei Frequenzen kann dann mit $\delta f(\min)=\sigma_f(\min) \times \sqrt{2}=0.09$ MHz geschätzt werden.

Im Ausführungsbeispiel der Fig. 5 besteht die Halterung 3 beispielsweise aus Aluminium, mit einem linearen

- 10 Ausdehnungskoeffizienten von 23 ppm/K, während die Spiegel 1, 2 beispielsweise aus ULE® Glas sind. Der Resonator 3a befindet sich bei der Nulldurchgangstemperatur des linearen Ausdehnungskoeffizienten der Spiegel ($\sim 22^\circ\text{C}$) und in Vakuum. Die Spiegel 1, 2 haben die oben beschriebenen Krümmungsradien
- 15 $R_2=\Phi R_1$ und $R_1=L/L_{\text{opt}}$. Wenn die Methode aus Fig. 4 angewendet wird und $l_2-l_1=1$ gilt, dann ergibt sich ein Frequenzunterschied von $\Delta f(0,0)=714$ MHz zwischen zwei benachbarten longitudinalen Grundmoden, während der Unterschied zwischen der ersten longitudinalen Grundmode und
- 20 der ersten transversalen Mode $\Delta f=464\text{MHz}$ beträgt. Damit entspricht die kombinierte Frequenzauflösung einer Temperaturänderung von etwa 10 nK. Dies wiederum entspricht einer relativen Frequenzänderung der Referenzfrequenz von 2×10^{-25} pro Sekunde, was die derzeitige Bestmarke von Ref. 3 um
- 25 6 Größenordnungen unterschreitet. Die relative Längenänderung des Resonators 3a beträgt in diesem Beispiel $2,3 \times 10^{-13}$, und dieser Wert ist um 3 Größenordnungen höher als die derzeit kleinsten thermischen Längenfluktuationen aus Ref. 3.

- Hierzu sei noch folgendes bemerkt: Wenn der Wert von 10^{-16} aus
- 30 Ref. 3 als kleinstmöglicher Wert für thermische Längenfluktuationen angenommen wird, dann beträgt die einer solchen Längenänderung entsprechenden Frequenzverschiebung, welche mittels der Methode aus Fig. 5 mit

Frequenzkammstabilisierung gemessen wird, immer noch 19,5 mHz. Die Änderung wäre also mit den angenommenen Werten auflösbar und somit regelbar. In diesem Fall würde die relative Änderung der Referenzfrequenz weniger als 10^{-31} betragen. Es sei an
 5 dieser Stelle auch unterstrichen, dass Langzeitverschiebungen, wie sie in Ref. 3 beschrieben werden, durch die vorgestellte Selbstkorrektur weitestgehend unterbunden werden.

Die oben angeführten Berechnungen gehen von optimalen Werten aus. Die Abbildungen in Fig. 7 zeigen den Effekt von
 10 Abweichungen von den optimalen Parametern. Es werden große Schwankungen von 1 μ K in der Temperatur und 1 pm in der Länge des Resonators 3a angenommen, um deren Effekte zu veranschaulichen. Die Konturen zeigen die Größenordnung des Absolutwerts der mittleren relativen Abweichung von Δf , welche
 15 aus diesen Schwankungen der Länge und Temperatur resultiert. Nicht alle Konturen sind gezeigt. Fig. 7 a) zeigt den Effekt von Abweichungen der Temperatur (ΔT) und der Länge (ΔL) von ihren Idealwerten rund um den Arbeitspunkt. Hier wird ersichtlich, dass die angenommenen Schwankungen bei den
 20 Idealwerten einen sehr kleinen Effekt haben. Bei Abweichungen von den Idealwerten nimmt der Effekt zu, allerdings wird für steigende Temperaturabweichungen die Bedeutung von Längenabweichungen zunehmend geringer.

Fig. 7 b), c) und d) zeigen den Effekt von Abweichungen in
 25 Länge und Krümmungsradius eines Spiegels für drei verschiedene Temperaturabweichungen. Hier ist wieder ersichtlich, dass kleine Längenabweichungen einen geringen Effekt haben, das System aber relativ empfindlich auf Abweichungen im Krümmungsradius ist. Dennoch kann durch eine Anpassung der
 30 Temperatur auch ein nichtidealer Resonator 3a schwankungsrobust gemacht werden. Zum Vergleich würde bei den genannten Schwankungsbreiten die Frequenz der optischen Mode eines Resonators 3a, welcher zur Gänze aus ULE® Glas besteht,

Werte in der Größenordnung von 10^{-21} durch Temperaturschwankung und 10^{-13} durch Längenschwankungen aufweisen.

Die Methoden zur Selbststabilisierung können natürlich auch für nichtideale optische Resonatoren verwendet werden, wobei
 5 die Referenzfrequenz Δf allerdings nicht die bestmögliche Stabilität aufweisen wird.

Abschließend werden nun Ausführungsbeispiele vorgestellt, die problemlos in massenfabrikationstaugliche Mikrosysteme integrierbar sind. Moderne Kommunikations- und

10 Datenverarbeitungssysteme beinhalten zunehmend photonische Komponenten, welche aus optischen Wellenleitern auf Chips bestehen. Ein optischer Wellenleiter ist im Allgemeinen eine Struktur welche aus einem Kern mit einem höheren Brechungsindex als den ihn umgebenden Medien besteht. Dadurch
 15 hat Licht propagierende Moden im Wellenleiter, was grob durch ein Bild der totalen internen Reflexion verstanden werden kann. Mittlerweile wurden eine Vielzahl von Chip-integrierten Laserquellen, Modulatoren und Detektoren entwickelt. Mit diesen Komponenten können Chip-basierte optische Resonatoren
 20 in einem vollständig integrierten photonischen System als Frequenzreferenzen verwendet werden bzw. kann so eine stabile Referenzfrequenz Δf erfindungsgemäß erzeugt werden.

Dabei existieren verschiedene Arten von Chip-basierten Resonatoren. Es ist zum Beispiel möglich, die oben

25 beschriebenen Methoden auch für Wellenleitergeometrien mit integrierten Bragg-Spiegeln zu modifizieren, womit letztlich ein Resonator erzeugt wird, der dem Fabry-Pérot-Typ entspricht. Eine weitere mögliche Art von Wellenleiterresonator ist der Flüstergaleriemoden-Resonator,
 30 auch Ringresonator genannt, welcher für die Anwendung sehr attraktiv ist da er sehr hohe Güten aufweisen kann, vgl. z.B. Ref. 4 [D. T. Spencer, J. F. Bauters, M. J. R. Heck, and J. E. Bowers; „Integrated waveguide coupled Si₃N₄ resonators in the

ultrahigh-Q regime"; Optica, Vol. 1, No. 3, p. 153, September 20, (2014)]. Diese Art von Resonator besteht im Allgemeinen aus einem geschlossenen Wellenleiter, welcher zum Beispiel kreisförmig, elliptisch oder stadionförmig sein kann, aber

5 prinzipiell jede geschlossene Form annehmen kann. In den folgenden Ausführungsbeispielen werden der Einfachheit halber kreisförmige Resonatoren angenommen, die Beschreibung ist jedoch durch Ersetzen der Resonatorlänge auf jede gewünschte Geometrie anwendbar.

- 10 Licht wird mittels evaneszenter Kopplung in die Ringresonatoren ein- und ausgeführt. Die Resonanzfrequenzen können durch den Umfang und den effektiven Brechungsindex der propagierenden Mode berechnet werden. Für diese Systeme sind allerdings keine analytischen Methoden vorhanden, um das
- 15 Modenspektrum zu berechnen. Daher müssen numerische Minimierungsverfahren angewendet werden. Trotzdem können auch hier Bereiche gefunden werden, für die die Frequenzdifferenz zwischen zwei Moden minimal von der Temperatur abhängt.

- Die Lichtmoden eines Wellenleiters haben einen Anteil in den
- 20 den Kern umgebende Medien, und dieser Anteil ist modenabhängig. Die Tatsache, dass auch hier stabile Modenpaare existieren können, rührt daher, dass verschiedene Moden dadurch verschiedene effektive Brechungsindizes haben, welche auch verschiedene Temperaturabhängigkeiten aufweisen. Daher
- 25 lassen sich auch hier Modenpaare erzeugen, für die die Änderung der Resonanzfrequenzen für kleine Betriesparameterschwankungen, insbesondere Temperaturschwankungen, nahezu identisch ist.

- Die Modenpaare können in mehreren Wellenleiteranordnungen
- 30 erzeugt werden. Zum Beispiel können alle drei benötigten Moden in einem einzigen Ringresonator erzeugt werden (nicht dargestellt). Alternativ dazu können sich die Moden in drei verschiedenen Resonatoren 24, 25, 26 befinden, wodurch sich

größere Freiheiten beim Bestimmen der Modeneigenschaften ergeben, vgl. Fig. 8. Eine weitere Variante ist die Erzeugung eines Paares 35 von Ringresonatoren, welche untereinander gekoppelt sind, vgl. Fig. 9. Durch die Kopplung wird ein

5 Modenpaar erzeugt, dessen Frequenzabstand durch die Fabrikationsparameter (Radien und Abstand zwischen den Ringen) fein abgestimmt werden kann, vgl z.B. Ref. 5 [Zhang, Z., Dainese, M., Wosinski, L., & Qiu, M.; „Resonance-splitting and enhanced notch depth in SOI ring resonators with mutual mode

10 coupling“; Optics Express, 16(7), 4621-4630 (2008)].

Die Resonanzfrequenz in einem kreisförmigen Resonator ist gegeben durch

$$f_r(T) = \frac{mc}{2\pi rn(1+\beta T)} \sim \frac{mc}{2\pi rn} (1 - \beta T).$$

Hier ist m die Anzahl der Wellenlängen im Resonator, n ist der

15 Brechungsindex und β der lineare Temperaturkoeffizient. Der Wert T gibt wieder die Abweichung der Temperatur vom erwünschten Sollwert bzw. der Arbeitpunktemperatur. Es werden kleine Temperaturänderungen angenommen, sodass quadratische Abweichungen vernachlässigt werden können. Der

20 Temperaturkoeffizient β beschreibt dann alle Effekte, die die Propagation der Mode beeinflussen. Diese sind beispielsweise die thermische Ausdehnung, welche den Radius r des Rings und die Dimensionen des Wellenleiters beeinflusst, und die thermische Abhängigkeit des Brechungsindizes n von Kern und

25 Mantel. Im Allgemeinen ist die dimensionale Abhängigkeit für alle Moden gleich sein, die Änderung der Brechungsindizes n jeder Mode ist jedoch unterschiedlich. Dadurch ergibt sich für jede Mode ein leicht unterschiedlicher Koeffizient β . Der Frequenzunterschied zwischen zwei Moden ist dann gegeben durch

30
$$\Delta f_r(T) = \frac{c}{2\pi} \left(\frac{m_2(1-\beta_2 T)}{r_2 n_2} - \frac{m_1(1-\beta_1 T)}{r_1 n_1} \right),$$

worin die Indizes 1 und 2 die jeweilige Mode darstellen. Durch obigen Ausdruck wird der Nulldurchgang der ersten Ableitung mit der Bedingung $m_2\beta_2r_1n_1 = m_1\beta_1r_2n_2$ gefunden. Durch diese zwei Ausdrücke kann das notwendige Verhältnis zwischen

5 Modenindizes, Radien und Brechungsindizes, sowie deren thermischen Abhängigkeiten gefunden werden. Aufwendige Untersuchungen haben ergeben, dass diese Bedingung etwas relaxiert werden kann, um zufriedenstellende Ergebnisse zu erreichen, nämlich auf die Auslegungsbedingung

10 $m_1\beta_1L_2n_2 = m_2\beta_2L_1n_1 \pm 0,1\%.$

Das Verhältnis zwischen Modenindizes und Radien ist durch die Lichtfrequenz eingeschränkt, welche beispielsweise für Telekommunikationsanwendungen im Bereich um 195THz liegt.

Zudem muss für eine gegebene Wellenleitertechnologie auf die
15 Abhängigkeit der Verluste vom Resonatorradius Rücksicht genommen werden, sodass die Wahl der Radien eingeschränkt werden kann. Dies deswegen, da die Wellenleiter endliche Transmission haben. Je länger der Wellenleiter, desto mehr Licht wird verloren. Umgekehrt gilt aber, dass kleinere
20 Ringradien wegen der stärkeren Krümmung auch zu Verlusten führen. Dadurch ergibt sich ein Bereich von besonders brauchbaren Radien.

Des Weiteren hängen sowohl die Brechungsindizes n_1, n_2 wie auch die thermischen Koeffizienten β_1, β_2 von den

25 Wellenleiterdimensionen ab, und müssen daher gemeinsam auf den Zielwert optimiert werden. Prinzipiell kann also ein gewünschter Frequenzunterschied und eine sinnvolle Größeneinschränkung für die Radien r_1, r_2 gewählt werden.

Zusammen mit dem erzielbaren Bereich der Brechungsindizes n_1, n_2 ergeben sich dadurch Grenzen für die wählbaren Modenindizes.
30 Danach können die Brechungsindizes n_1, n_2 und Temperaturkoeffizienten β_1, β_2 für den gewünschten Frequenzunterschied Δf gewählt werden. Aus Ref. 4 ist

beispielsweise ersichtlich, dass Unterschiede im Brechungsindex zwischen $\sim 0\%$ und $\sim 0,15\%$ mittels Dimensionierung des Wellenleiters durchaus erreichbar sind. Der größte dementsprechende Unterschied zwischen den

- 5 Temperaturabhängigkeiten zweier Moden lässt sich zu $\sim 0,8\%$ berechnen. Für Moden in einem einzelnen Ring ($r_1 = r_2$) ergeben sich daraus stabile Modenpaare mit einem kleinsten Frequenzunterschied von ~ 11 GHz bei einem Radius von 5mm. Der Frequenzunterschied kann durch den Radius fein abgestimmt
- 10 werden. Bei zwei verschiedenen Ringen kann der Frequenzunterschied durch die unterschiedlichen Radien feiner und freier abgestimmt werden. Die stabile Frequenz ist sowohl für einen wie auch für zwei Ringe äußerst empfindlich auf die Radien der Ringe. So kann eine Abweichung im Radius um 0,02
- 15 Promille eine Abweichung von bis zu zwei Prozent in der Frequenz verursachen. In der Praxis muss daher der Herstellungsprozess sehr genau auf eine Ausgangsfrequenz eingestellt werden. In der elektronischen Domäne ist jedoch die Frequenzkonversion Routine, daher kann eine bekannte
- 20 Frequenzabweichung zumindest hier korrigiert werden und die Stabilität dennoch genutzt werden. Für viele Anwendungen ist zudem eine stabile, genau bekannte Frequenz ausreichend.

- Dadurch, dass die Modenindizes ganze Zahlen sind, wird die oben beschriebene Auslegungsbedingung in der Praxis nicht
- 25 genau erfüllt werden, da die Dimensionen, Brechungsindizes und thermische Abhängigkeiten gewissen Fabrikationsschwankungen unterliegen werden. Zwei hier bisher vernachlässigte Effekte können dazu benutzt werden, um dennoch einen Nulldurchgang der Temperaturabhängigkeit zu erzeugen: Erstens unterliegen die
- 30 Moden im Allgemeinen verschiedenen Dispersionsrelationen, sodass die Brechungsindizes (bei konstanter Temperatur) durch die Wahl der Modenindizes m_1 und m_2 fein, wenngleich in Stufen, verändert werden können. Zweitens unterliegen die Moden auch thermischen Koeffizienten höherer Ordnung, sodass die Werte β_1

und β_2 durch Änderung der Arbeitspunkttemperatur fein eingestellt werden können.

Eine weitere Variante, um ein stabiles Modenpaar zu erzeugen, ist die Kopplung zweier Moden. Diese Kopplung kann in einem
 5 einzelnen Ring durch ein reflektierendes Element erzeugt werden, oder kann durch evaneszente Kopplung zweier Ringe erzeugt werden (vgl. Ref. 5).

In einem einzelnen Ring werden dadurch die Varianten einer räumlichen Mode, welche im und gegen den Uhrzeigersinn im Ring
 10 propagieren, gekoppelt. Da die räumlichen Moden nominell identisch sind, werden auch deren thermische Koeffizienten nahezu gleich sein, wodurch eine hohe Stabilität erwartet werden kann. Die Stärke der Kopplung, welche in diesem Fall genau die Referenzfrequenz Δf darstellt, kann durch die
 15 Reflektivität bestimmt werden. Ein einfaches reflektierendes Element (wie in Ref. 5 verwendet) wird jedoch im Allgemeinen zu Streuverlusten führen, da es eine nichtadiabatische Änderung der Modenparameter und dadurch eine Streuung in freie Moden im Mantel verursacht.

20 Durch Verwendung zweier Ringe können diese Verluste größtenteils vermieden werden, da die Kopplung mittels Evaneszenz zwischen den Moden der Ringe entstehen kann, wodurch sich die Propagationsparameter nur langsam entlang der Ringe ändern. Diese Variante der Anwendung eignet sich gut für
 25 stabile Frequenzen Δf im Bereich um 250 MHz. Dieser Wert ergibt sich daraus, dass die Linienbreiten guter Ringresonatoren mit Durchmessern um 1 cm im Bereich von 10 MHz liegen, während der Abstand zwischen zwei Moden bei dieser Dimensionierung 6,5 GHz beträgt (Ref. 4). Die stabile
 30 Frequenzdifferenz Δf ist damit deutlich größer als die Linienbreite, wodurch die Moden gut aufgelöst werden können. Andererseits ist sie deutlich kleiner als der Modenabstand in

einem Ring, wodurch der Überlapp mit der nächsten Mode verschwindend klein ist. Die Kopplungsstärke zwischen den Ringen hängt exponentiell von dem Mindestabstand der Ringe ab (welche nicht konzentrisch sein müssen), und kann dadurch
 5 gewählt werden. Durch die Kopplung entstehen dort, wo die Moden der zwei einzelnen Ringe die gleiche Frequenz f_0 haben, zwei Moden, welche durch die Kopplung $2g$ aufgespalten sind. Der Frequenzabstand $\Delta f_K(T)$ zwischen den zwei Moden für Ringe mit thermischen Koeffizienten β_1 und β_2 ist gegeben durch

$$10 \quad \Delta f_g(T) = 2g \sqrt{1 + \left(f_0 \frac{\beta_1 - \beta_2}{2g} T\right)^2} \cong 2g + \frac{1}{4g} ((\beta_1 - \beta_2) f_0 T)^2,$$

welcher also auf Resonanz zu erster Ordnung temperaturunempfindlich ist. Hier wurden mehrere kleine Korrekturen vernachlässigt, beispielsweise ein kleiner Schub der Temperatur $(\sim \left(\frac{2g}{f_0}\right)^2 \frac{\sqrt{\beta_1 \beta_2}}{(\beta_1 - \beta_2)^2})$, welcher für die hier

15 verwendeten Parameter viel kleiner als 1 Kelvin ist, wie auch ein weiterer Schub durch die endliche Breite und Asymmetrie der Resonanzlinien, und ein Schub durch eine geringe Temperaturabhängigkeit der Kopplungsstärke. In der Praxis müssen diese Schübe durch Vermessung bestimmt werden. Des
 20 Weiteren werden im Allgemeinen die Resonanzfrequenzen der zwei Ringe nicht bei der erwünschten Arbeitspunkttemperatur identisch sein. Durch den Unterschied in den thermischen Koeffizienten β_1 und β_2 können die Ringe aber in Resonanz gebracht werden. Da der quadratische Term der
 25 Temperaturabhängigkeit aber auch von diesem Unterschied abhängt, gilt es, die Empfindlichkeit gegen die Verstimmbarkeit abzugleichen. Beispielsweise ist bei einem Unterschied der Temperaturkoeffizienten von 0,2% eine thermische Stimmung von ca. $\pm 15\text{K}$ notwendig, um die
 30 Resonanzbedingung zu erreichen. Nichtsdestotrotz kann diese Variante dann zur Erzeugung einer stabilen Referenzfrequenz verwendet werden, wobei eine weitere Mode des Systems oder

eines dritten Ringes als temperaturabhängiges Element zur erfindungsgemäßen Langzeitstabilisierung dienen kann. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass der gleiche Effekt auch mit gekoppelten Fabry-Pérot-Resonatoren erzielt werden kann.

- 5 Eine Variante mit drei verschiedenen Resonatoren ist in Fig. 8 gezeigt. Hier wird das Licht aus drei verschiedenen, modulierten Laserlichtquellen - einer ersten Laserlichtquelle 18 zur Erzeugung von Licht der Frequenz f_1 , einer zweiten Laserlichtquelle 19 zur Erzeugung von Licht der Frequenz f_2 und einer dritten Laserlichtquelle 20 zur Erzeugung von Licht der Frequenz f_3 - in drei Wellenleiter - einen ersten Wellenleiter 21, einen zweiten Wellenleiter 22 und einen dritten Wellenleiter 23 - geführt. Die Moden dieser Wellenleiter überlappen geringfügig mit denen dreier Ringresonatoren - eines ersten Ringresonators 24, eines zweiten Ringresonators 25 und eines dritten Ringresonators 26 - und koppeln dadurch evaneszent Licht in deren ausgewählte Resonanzmoden. Das transmittierte Licht wird von jeweiligen Detektoren - einem ersten Detektor 27, einem zweiten Detektor 28 und einem dritten Detektor 29 gesammelt. Auch hier wird, mittels der durch die Modulation erzeugten Seitenbänder, die Frequenz jedes Lasers 18, 19, 20 auf die erwünschte Resonanz im jeweiligen Ring 24, 25, 26 gehalten, sodass die Frequenzen f_1 , f_2 , f_3 stabilisiert werden. Dafür wird wieder das Pound-Drever-Hall-Verfahren (Ref. 6) benutzt. Die Modulation der Laser 18, 19, 20, die Demodulation der Detektorsignale und die Regelung des Laserstroms werden an den integrierten Elektronikmodulen 37 vorgenommen. Dort wird die aus der Demodulation ersichtliche Abweichung der Laserfrequenz von der Resonatormodenfrequenz durch eine Korrektur des Laserstroms für jede Laserlichtquelle 18, 19, 20 einzeln vorgenommen.

Des Weiteren wird das Licht aus den Laserlichtquellen 18 und 19 mittels integrierter Strahlteiler - eines ersten

- Strahlteilers 30 und eines zweiten Strahlteilers 31 - an einen weiteren, vierten Detektor 32 geführt, an dem die Schwebungsfrequenz Δf zwischen den zwei Modenfrequenzen f_1 , f_2 in den Ringen 24 und 25 gemessen wird. Dasselbe Verfahren kann
- 5 für die Laserlichtquellen 19 und 20 über den zweiten Strahlteiler 31 und einen dritten Strahlteiler 33 verwendet werden, um auf einem fünften Detektor 34 die Schwebung f_4 zwischen den Modenfrequenzen f_2 und f_3 der Ringe 25 und 26 zu messen.
- 10 Aufgrund der Beschriebenen Auslegung der Resonatoren 24, 25 ist die Schwebungsfrequenz Δf auf dem vierten Detektor 32 hochstabil, während die Schwebungsfrequenz f_4 auf Detektor 34 störungsempfindlich ist. Ein Teil des Lichtes, welches die stabile Schwebungsfrequenz Δf trägt, kann nun als optisches
- 15 Signal vom Chip an einem optischen Ausgang 36 weggeleitet werden und über optische Fasern oder als Freistrahle an andere Geräte verteilt werden.

- Weiters können die ermittelten Schwebungsfrequenzen genau wie in der vorherigen Beschreibung zur Selbststabilisierung der
- 20 Vorrichtung bzw. der Referenzfrequenz Δf dienen: An einer Elektronik 38 können die Schwebungsfrequenzen Δf und f_4 aus den Detektoren 32 und 34 wieder verglichen werden, und Änderungen vom voreingestellten Sollwert für die Regelung einer Heizstromquelle verwendet werden. Dadurch kann die
- 25 Temperatur des Chips, und somit die Taktgeberfrequenz, präzise stabilisiert werden.

- Vorzugsweise muss dies deutlich langsamer geschehen als die Korrektur der Laserströme. In der Praxis ist diese Bedingung leicht erfüllt, da die thermische Regulierung bestenfalls auf
- 30 Millisekunden-Skala geschehen kann, während die Laserströme in weniger als einer Mikrosekunde korrigiert werden können.

Eine Variante mit gekoppelten Resonatoren ist schließlich in Fig. 9 gezeigt. Alle Elemente behalten ihre Funktion wie in Fig. 8, bis auf die Ringe 25 und 26, welche durch das gekoppelte Ringresonatorpaar 35 ersetzt werden. In dieser
 5 Abbildung wurden die Lasermodulations- und regelschleifen, sowie die Temperaturregelung, der Übersichtlichkeit halber ausgelassen, führen hier jedoch ebenfalls die gleichen Funktionen wie in Fig. 8 aus. Die Moden aus den Quellen 18 und 19 koppeln hier über die Welleinleiter 21 und 22 an jeweils
 10 eine Mode des stabilen Modenpaars im Ringresonatorpaar 35. Zur Veranschaulichung hiervon dienen Fig. 10a und Fig. 10b.

In Fig. 10a wird die Kreuzung zwischen zwei Moden des gekoppelten Ringresonatorpaars 35 gezeigt. Die gestrichelten Linien stellen die Frequenzen der Moden der einzelnen
 15 Resonatoren des Ringresonatorpaars 35 dar, während die durchgehenden Linien die Frequenzen der Moden des gekoppelten Systems zeigen. Durch die verschiedenen thermischen Koeffizienten kreuzen sich die Frequenzen der einzelnen Ringe. Durch die Kopplung kommt es um die Resonanz zum nahezu
 20 parallelen Verlauf der Frequenzen des gekoppelten Systems.

In Fig. 10b wird der Verlauf des Frequenzunterschieds $\Delta f_g(T)$ gezeigt, für einen Unterschied von 0,2% zwischen den thermischen Koeffizienten und eine Kopplungsfrequenz von $2g=250$ MHz. Es sei hier angemerkt, dass die Chip-integrierten
 25 Resonatoren natürlich auch für die Frequenzkamm-basierte (anhand von Fig. 5 und Fig. 6 beschriebene) Stabilisierung geeignet sind, und somit zur integrierten Stabilisierung chipbasierter Frequenzkämme benutzt werden können.

In den vorangehenden Beschreibungen wurde durchgehend von an
 30 sich instabilen Lichtquellen ausgegangen. Wenn eine Lichtquelle mit geringen Frequenzschwankungen um eine Frequenz f_1 vorhanden ist, kann das Prinzip der Erfindung ebenso dafür benutzt werden, um diese Stabilität auf die Differenzfrequenz

$f_2 - f_1$ zu übertragen. Dabei werden die Schwankungen der Lichtquellenfrequenz durch die geringere (z.B. quadratische oder kubische) Abhängigkeit der Differenzfrequenz zusätzlich unterdrückt.

- 5 Abschließend sei ganz allgemein zur Materialwahl folgendes bemerkt: Als Materialien werden für Wellenleitersysteme bei Wellenlänge $\lambda \approx 1,5 \mu\text{m}$ für gewöhnlich Siliziumoxid, Titanoxid, Silizium oder Siliziumnitrid verwendet. Als Spiegelsubstrat kann jedes Material verwendet werden, welches in dem
- 10 angepeilten Wellenlängenbereich transparent ist und in die richtige Form gefräst und poliert (oder auf andere Weise in der richtigen Form erzeugt) werden kann. Für die genannten $1,5 \mu\text{m}$ Wellenlänge sind Quarzglas und Silizium sinnvoll. Als Halterung (vgl. Halterung 3 in Fig. 1) können Metalle,
- 15 Kristalle (z.B. Silizium oder Quarzglas) oder Keramiken verwendet werden.

BEZUGSZEICHENLISTE

	1	Erster Spiegel
	2	Zweiter Spiegel
	3	Halterung
5	3a	Fabry-Pérot-Resonator
	4	Laser
	4a	Elektrooptischer Modulator
	4b	Polarisierender Strahlteiler
	4c	Viertelwellenretardationsoptik
10	4d	Demodulator
	5	Strahlteiler
	6	Akustooptischer Frequenzschieber
	6a	Zweiter elektrooptischer Modulator
	6b	Zweiter polarisierender Strahlteiler
15	6c	Zweite Viertelwellenretardationsoptik
	6d	Zweiter Demodulator
	6e	strukturierte Phasenplatte
	7	Oszillator
	8	Temperaturregler
20	9	Frequenzmultiplikator
	10	Weiterer akustooptischer Modulator
	10a	Weiterer elektrooptischer Modulator

	10d	Dritter Demodulator
	11	Optischer Zirkulator
	12	Heizstromquelle
	13	Weitere Polarisationsoptik
5	14	Frequenzteiler
	15	Frequenzkamm
	16	Photodiode
	17	Weiterer Frequenzmultiplikator
	17a	Frequenzkomparator
10	18	Erste Laserlichtquelle
	19	Zweite Laserlichtquelle
	20	Dritte Laserlichtquelle
	21	Erster Wellenleiter
	22	Zweiter Wellenleiter
15	23	Dritter Wellenleiter
	24	Erster Ringresonator
	25	Zweiter Ringresonator
	26	Dritter Ringresonator
	27	Erster Detektor
20	28	Zweiter Detektor
	29	Dritter Detektor
	30	Erster Strahlteiler

	31	Zweiter Strahlteiler
	32	Vierter Detektor
	33	Dritter Strahlteiler
	34	Fünfter Detektor
5	35	Gekoppeltes Ringresonatorpaar
	36	Optischer Ausgang
	37	Elektronikmodule
	38	Elektronik

A N S P R Ü C H E

1. Verfahren zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf unter Verwendung eines ersten optischen Resonators (3a; 24) und eines zweiten optischen Resonators (25),

5

wobei der erste Resonator (3a; 24) eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist und der zweite Resonator (25) eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 , wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines Betriebsparameters BP, insbesondere einer Temperatur, sind und die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt,

10

15

wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt werden, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen,

20

wobei Licht der ersten Frequenz f_1 mittels des ersten Resonators auf die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird und Licht der zweiten Frequenz f_2 mittels des zweiten Resonators auf die zweite Frequenz f_2 ,

25

und wobei die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, bestimmt wird, um die stabilisierte Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

2. Verfahren nach Anspruch 1 **dadurch gekennzeichnet, dass** der erste optische Resonator (3a; 24) eine Resonatorlänge L_1 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_1 aufweist und der zweite optische Resonator (25) eine Resonatorlänge L_2 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_2 , wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt werden,

30

dass $m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$ bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ gilt mit m_1, m_2 ganzen Zahlen, die der Anzahl der Wellenlängen der ersten bzw. zweiten

5 Resonatormode im ersten bzw. zweiten Resonator entsprechen, und n_1, n_2 den Brechungsindizes für die erste Resonatormode im ersten Resonator (3a; 24) und die zweite Resonatormode im zweiten Resonator (25)

10 oder dass im ersten und zweiten Resonator (35) gekoppelte Moden vorliegen und ein aufgrund der Kopplung aufgespaltetes Modenspektrum die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode enthält.

15 3. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 2, **dadurch gekennzeichnet, dass** der erste Resonator (3a) gleichzeitig auch den zweiten Resonator ausbildet und identisch mit diesem ist.

4. Verfahren nach Anspruch 3, **dadurch gekennzeichnet, dass** die Modenkopplung mittels eines zumindest teilweise
20 reflektierenden Elements erzeugt wird.

5. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 2, **dadurch gekennzeichnet, dass** die Modenkopplung durch evaneszente Kopplung des ersten Resonators mit dem zweiten Resonator erzeugt wird.

25 6. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 3, **dadurch gekennzeichnet, dass** die beiden Resonatormoden durch jeweils einen longitudinalen Index und zwei transversale Indizes beschreibbar sind, wobei die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode denselben longitudinalen
30 Index und zumindest einen unterschiedlichen transversalen Index aufweisen.

7. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 6, **dadurch gekennzeichnet, dass** Licht einer dritten Frequenz f_3 erzeugt und mittels eines Resonators (3a; 26) stabilisiert wird,
- 5 wobei f_3 eine größere Abhängigkeit vom Betriebsparameter, insbesondere von der Temperatur, als Δf aufweist, dass eine Vergleichsfrequenz f_4 durch $f_4 = |f_3 - f_1|$ oder $f_4 = |f_3 - f_2|$ gegeben ist
- 10 und dass das Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder die Differenz $f_4 - \Delta f$ bestimmt und zur Steuerung von Betriebsparameterregelmitteln, insbesondere Temperaturregelmitteln (12), welche zur Regelung des Betriebsparameters, insbesondere der Temperatur, des
- 15 ersten Resonators (3a; 24) und/oder zweiten Resonators (3a; 25) vorgesehen sind, verwendet wird.
8. Verfahren nach Anspruch 7, **dadurch gekennzeichnet, dass** zur Stabilisierung des Lichts der dritten Frequenz f_3 der erste Resonator (3a; 24) und/oder der zweite Resonator
- 20 (3a; 25) oder ein dritter Resonator (26) verwendet werden.
9. Verfahren nach einem der Ansprüche 7 bis 8, **dadurch gekennzeichnet, dass** das Licht der dritten Frequenz f_3 durch eine Kammmode eines Frequenzkamms (15) ausgebildet wird.
- 25 10. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 9, **dadurch gekennzeichnet, dass** als erster Resonator und/oder als zweiter Resonator ein Fabry-Pérot-Resonator (3a) verwendet wird.
- 30 11. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 10, **dadurch gekennzeichnet, dass** als erster Resonator und/oder als zweiter Resonator ein optischer Ringresonator (24, 25) verwendet wird.

12. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 11, **dadurch gekennzeichnet, dass** als erster Resonator (3a; 24) und/oder als zweiter Resonator (3a; 25) ein als Wellenleiter auf einem optischen Chip ausgebildeter optischer Resonator verwendet wird.

13. Vorrichtung zur Erzeugung einer Referenzfrequenz Δf ,

wobei ein erster optischer Resonator (3a; 24) vorgesehen ist, der eine erste Resonatormode mit einer ersten Frequenz f_1 aufweist, und ein zweiter optischer Resonator (25), der eine zweite Resonatormode mit einer zweiten Frequenz f_2 aufweist,

wobei die Frequenzen der beiden Resonatormoden Funktionen eines Betriebsparameters BP, insbesondere einer Temperatur, sind und die Werte f_1 und f_2 bei einem vorgegeben Wert BP_0 des Betriebsparameters annehmen, sodass $f_1(BP_0)=f_1$ und $f_2(BP_0)=f_2$ gilt,

wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt sind, dass die erste Ableitung der Frequenzen $f_1(BP)$, $f_2(BP)$ nach BP oder zumindest ein Differenzenquotient rund um BP_0 bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ übereinstimmen,

die Vorrichtung weiters umfassend erste Lichterzeugungsmittel (4; 18) zur Erzeugung von Licht der ersten Frequenz f_1 und zweite Lichterzeugungsmittel (4, 6; 19) zur Erzeugung von Licht der zweiten Frequenz f_2 , wobei die ersten Lichterzeugungsmittel (4; 18) und die zweiten Lichterzeugungsmittel (4, 6; 19) vorzugsweise insgesamt mindestens einen Laser umfassen,

die Vorrichtung weiters umfassend erste Stabilisierungsmittel, um die erste Frequenz f_1 zu stabilisieren, und zweite Stabilisierungsmittel, um die

zweite Frequenz f_2 zu stabilisieren,

und wobei Bestimmungsmittel vorgesehen sind, um die Differenz zwischen den stabilisierten Frequenzen f_1 und f_2 , $\Delta f = |f_1 - f_2|$, zu bestimmen und die stabilisierte Referenzfrequenz Δf zu erhalten.

14. Vorrichtung nach Anspruch 13, **dadurch gekennzeichnet,**

dass der erste optische Resonator (3a; 24) eine Resonatorlänge L_1 und einen linearen

Temperaturkoeffizienten β_1 aufweist und der zweite optische Resonator (25) eine Resonatorlänge L_2 und einen linearen Temperaturkoeffizienten β_2 , wobei die Resonatoren (3a; 24, 25) so ausgelegt sind,

dass $m_1 \cdot \beta_1 \cdot L_2 \cdot n_2 = m_2 \cdot \beta_2 \cdot L_1 \cdot n_1$ bis auf eine Abweichung von maximal $\pm 0,1\%$ gilt mit m_1, m_2 ganzen Zahlen, die der Anzahl der Wellenlängen der ersten bzw. zweiten Resonatormode im ersten bzw. zweiten Resonator entsprechen, und n_1, n_2 den Brechungsindizes für die erste Resonatormode im ersten Resonator (3a; 24) und die zweite Resonatormode im zweiten Resonator (25)

oder dass im ersten und zweiten Resonator (35) gekoppelte Moden vorliegen und ein aufgrund der Kopplung aufgespaltetes Modenspektrum die erste Resonatormode und die zweite Resonatormode enthält.

15. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 14,

dadurch gekennzeichnet, dass die ersten

Stabilisierungsmittel erste Modulationsmittel (4a; 37)

umfassen, um dem Licht erster Frequenz f_1 Seitenbänder aufzumodulieren, und erste Demodulationsmittel (4d; 27, 37) mit einem ersten Detektor, um mittels des zum ersten Detektor zurück reflektierten oder transmittierten

modulierten Lichts erster Frequenz f_1
 ein erstes Fehlersignal zu erzeugen, sowie erste
 Regelmittel (37), um anhand des ersten Fehlersignals die
 ersten Lichterzeugungsmittel (4; 18) so zu regeln, dass
 5 die erste Frequenz f_1 stabilisiert wird,
 und dass die zweiten Stabilisierungsmittel zweite
 Modulationsmittel (6a; 37) umfassen, um dem Licht zweiter
 Frequenz f_2 Seitenbänder aufzumodulieren, und zweite
 Demodulationsmittel (6d; 28, 37) mit einem zweiten
 10 Detektor, um mittels des zum zweiten Detektor zurück
 reflektierten oder transmittierten modulierten Lichts
 zweiter Frequenz f_2 ein zweites Fehlersignal zu erzeugen,
 sowie zweite Regelmittel (37), um anhand des zweiten
 Fehlersignals die zweiten Lichterzeugungsmittel (4, 6; 19)
 15 so zu regeln, dass die zweite Frequenz f_2 stabilisiert
 wird.

16. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 15,
dadurch gekennzeichnet, dass der erste Resonator (3a)
 gleichzeitig auch den zweiten Resonator ausbildet und
 20 identisch mit diesem ist.

17. Vorrichtung nach Anspruch 16, **dadurch gekennzeichnet,**
dass ein zumindest teilweise reflektierendes Element
 vorgesehen ist, um die Modenkopplung zu erzeugen.

18. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 15,
 25 **dadurch gekennzeichnet, dass** der erste Resonator mit dem
 zweiten Resonator evaneszent gekoppelt ist, um die
 Modenkopplung zu erzeugen.

19. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 16,
dadurch gekennzeichnet, dass die beiden Resonatormoden
 30 durch jeweils einen longitudinalen Index und zwei
 transversale Indizes beschreibbar sind, wobei die erste
 Resonatormode und die zweite Resonatormode denselben

longitudinalen Index und zumindest einen unterschiedlichen transversalen Index aufweisen.

20. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 19,
dadurch gekennzeichnet, dass dritte Lichterzeugungsmittel
 5 (4, 10; 20) zur Erzeugung von Licht einer dritten Frequenz f_3 vorgesehen sind sowie ein Resonator (3a; 26) zur Stabilisierung, wobei f_3 eine größere Abhängigkeit vom Betriebsparameter, insbesondere von der Temperatur, als Δf aufweist,
 10 dass eine Vergleichsfrequenz f_4 durch

$$f_4 = |f_3 - f_1| \text{ oder } f_4 = |f_3 - f_2|$$
 gegeben ist, wobei weitere Bestimmungsmittel (10d) vorgesehen sind, um das Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder die Differenz $f_4 - \Delta f$ zu bestimmen,
 15 und dass Betriebsparameterregelmittel, insbesondere Temperaturregelmittel (12), vorgesehen sind, um den Betriebsparameter, insbesondere die Temperatur, des ersten Resonators (3a; 24) und/oder des zweiten Resonators (3a; 25) in Abhängigkeit vom Verhältnis $f_4/\Delta f$ oder der
 20 Differenz $f_4 - \Delta f$ zu steuern.

21. Vorrichtung nach Anspruch 20, **dadurch gekennzeichnet, dass** der Resonator zur Stabilisierung des Lichts der dritten Frequenz f_3 der erste Resonator (3a; 24) und/oder der zweite Resonator (3a; 25) oder ein dritter Resonator
 25 (26) ist.

22. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 20 bis 21,
dadurch gekennzeichnet, dass die dritten
 Lichterzeugungsmittel einen Frequenzkamm (15) umfassen, um
 das Licht der dritten Frequenz f_3 als Kammmode des
 30 Frequenzkamms (15) auszubilden.

23. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 22,
dadurch gekennzeichnet, dass es sich bei dem ersten

Resonator und/oder dem zweiten Resonator um ein Fabry-Pérot-Resonator (3a) handelt.

24. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 23,
dadurch gekennzeichnet, dass es sich bei dem ersten
Resonator und/oder dem zweiten Resonator um einen
optischen Ringresonator (24, 25) handelt.

25. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 13 bis 24,
dadurch gekennzeichnet, dass der erste Resonator (3a; 24)
und/oder der zweite Resonator (3a; 25) als Wellenleiter
auf einem optischen Chip ausgebildet ist.

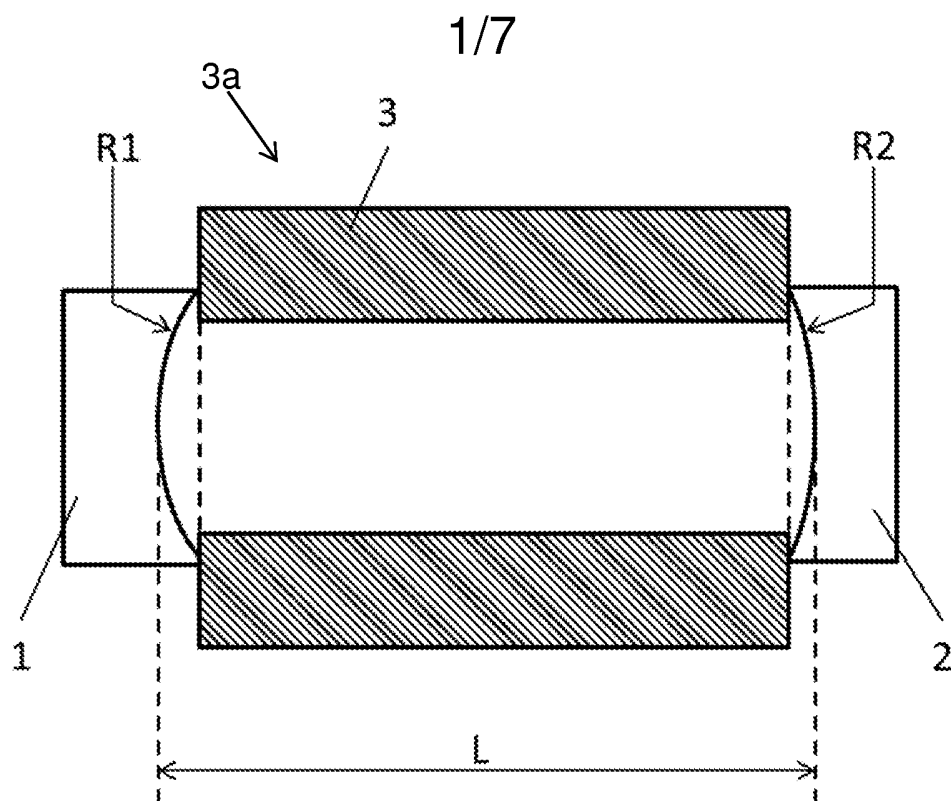


Fig. 1

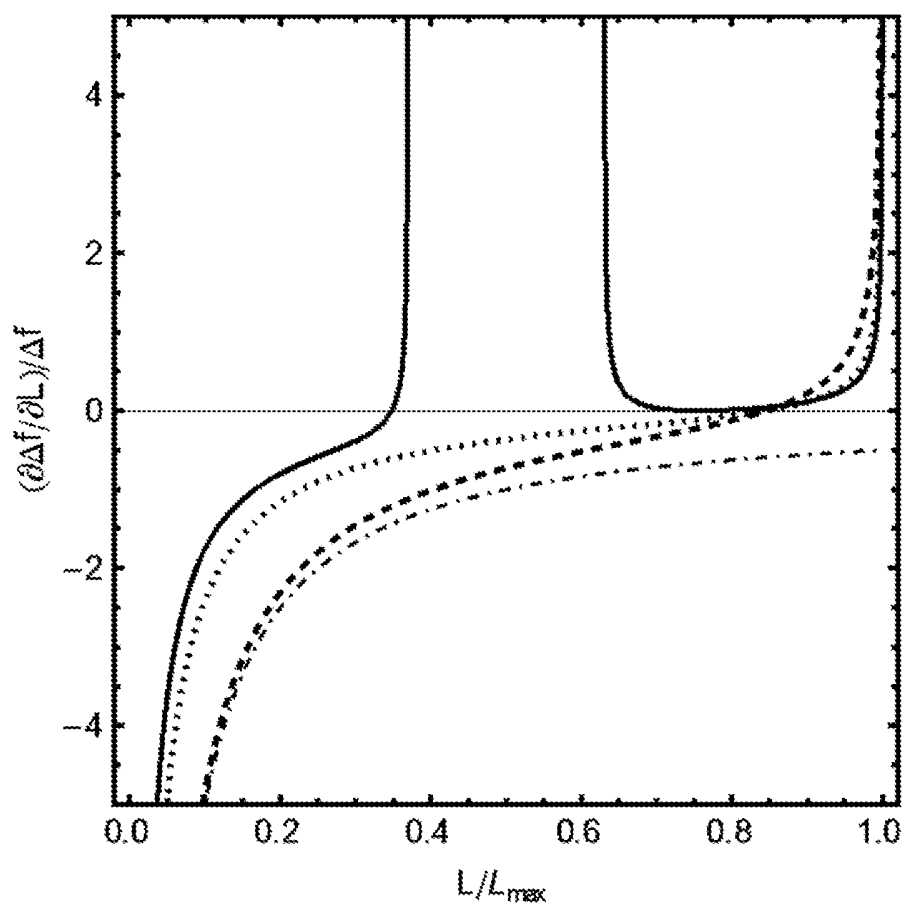


Fig. 2a

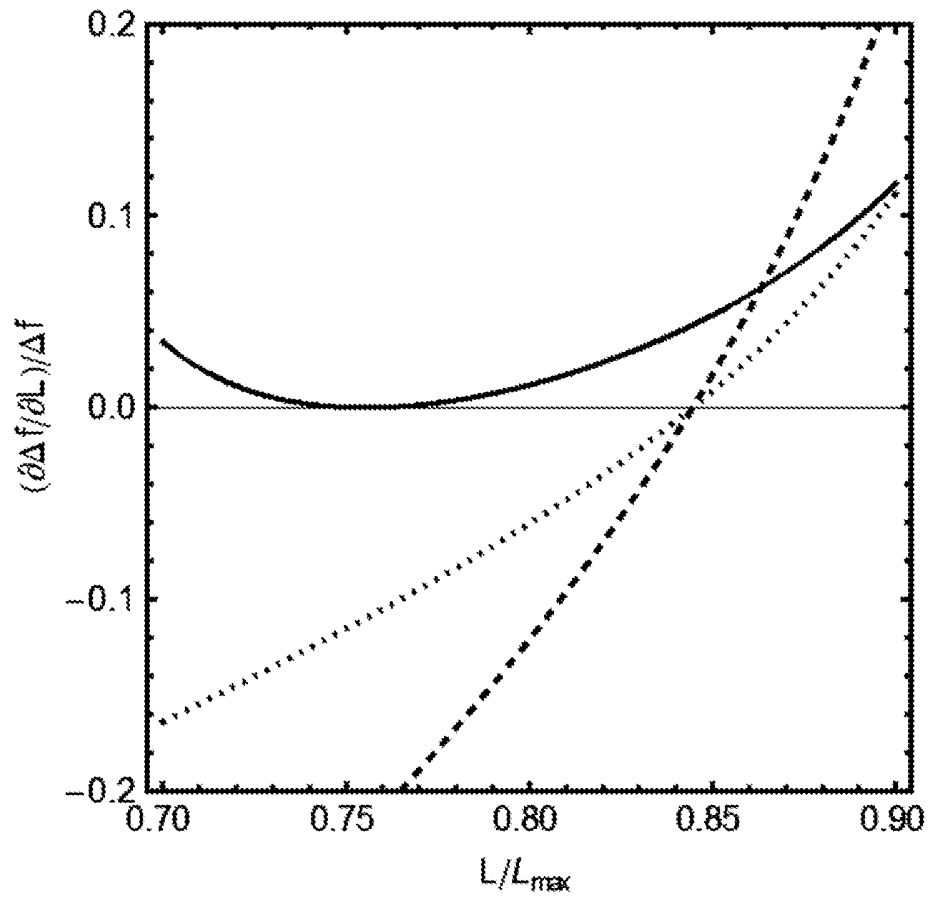


Fig. 2b

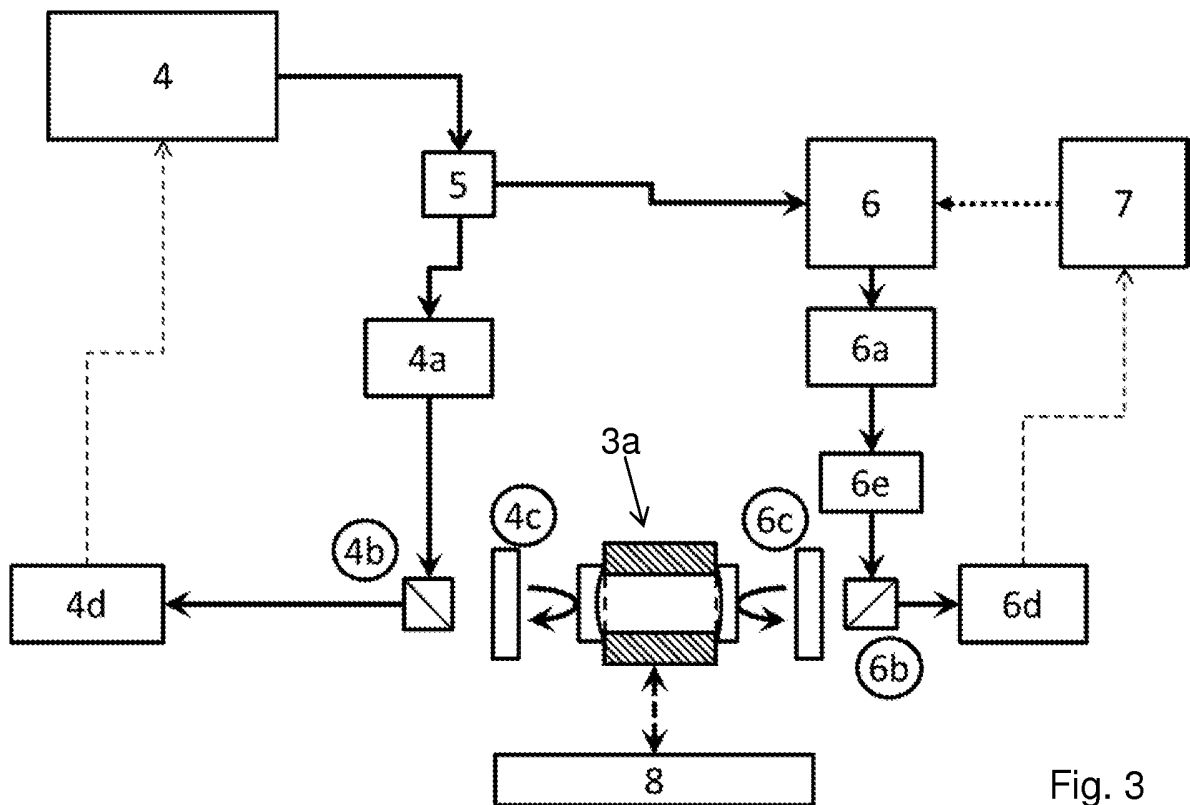


Fig. 3

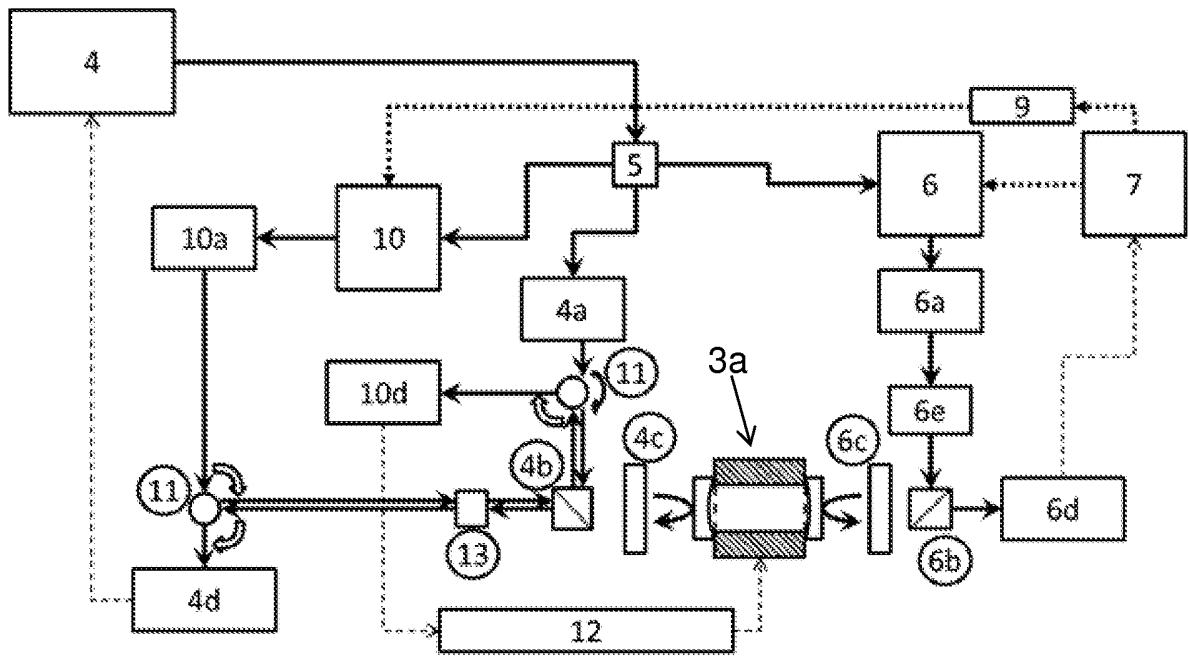


Fig. 4

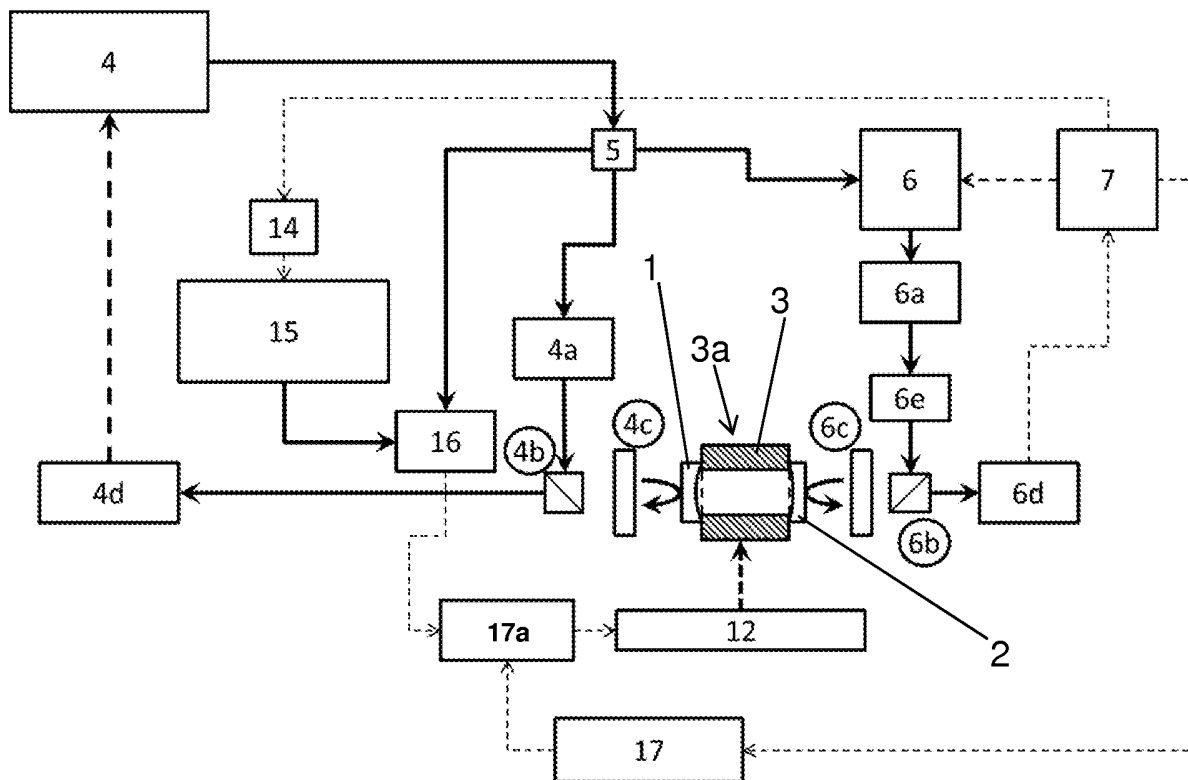


Fig. 5

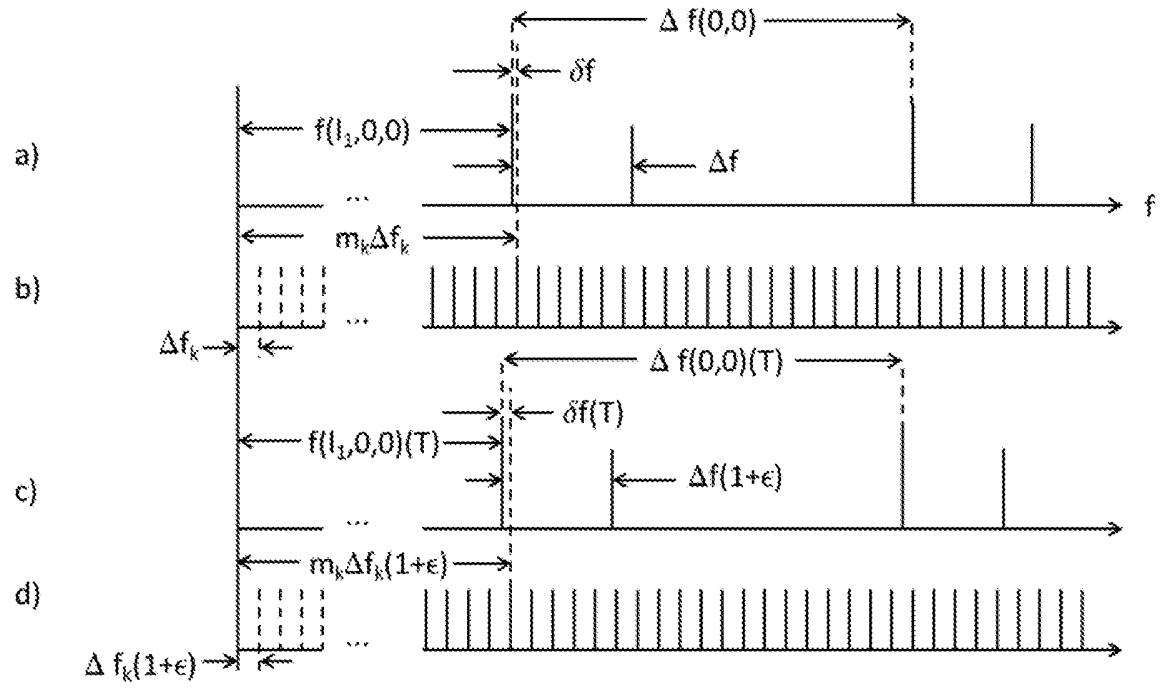


Fig. 6

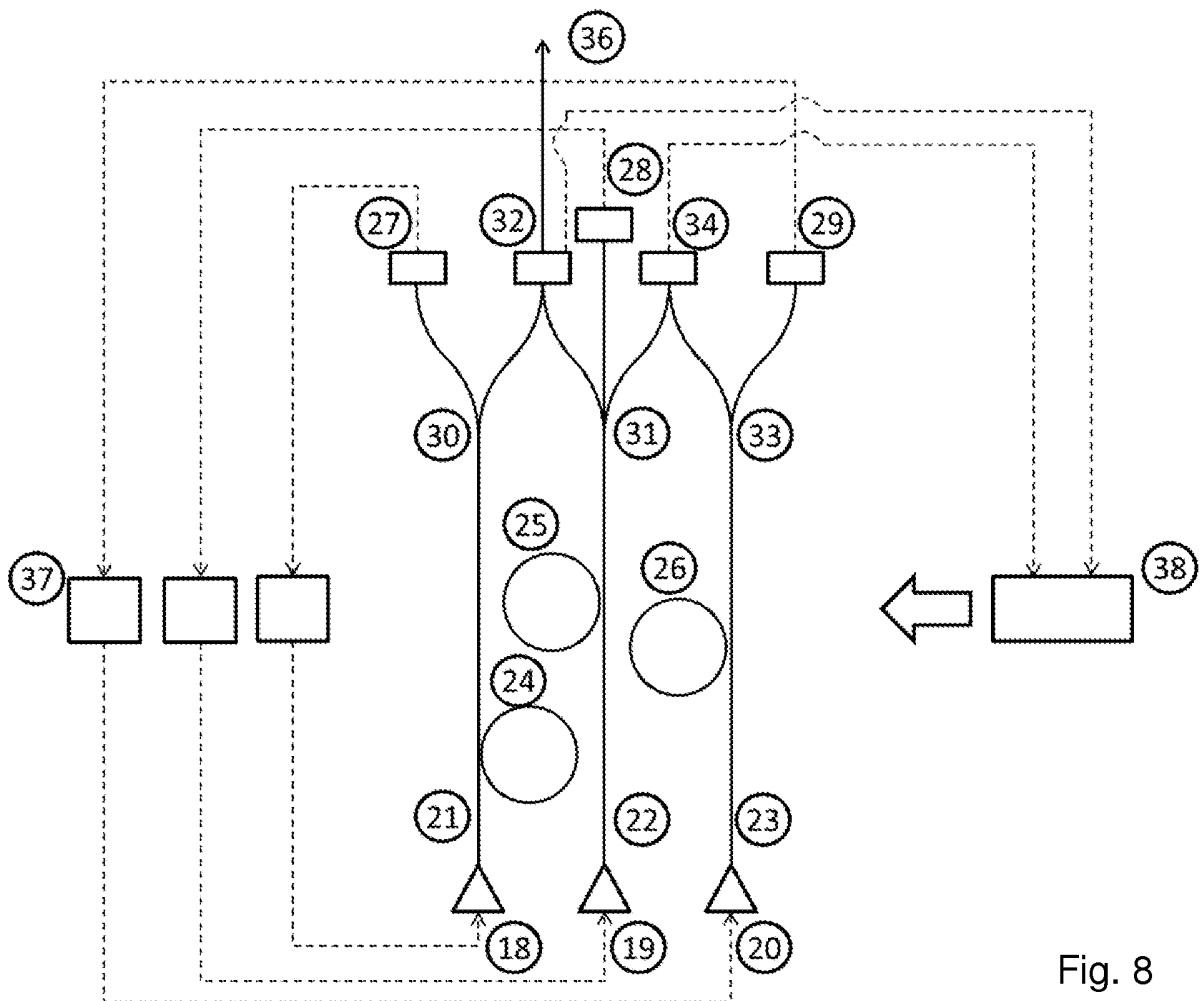
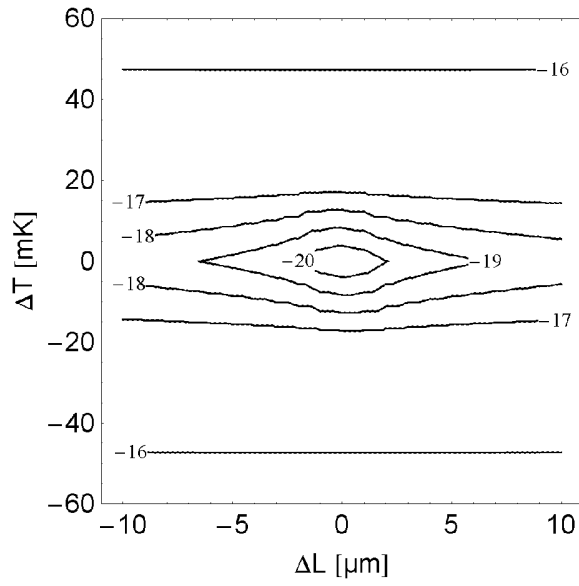
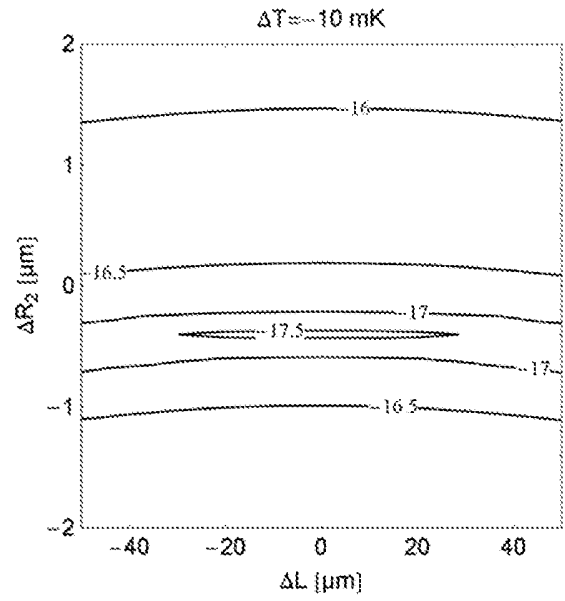


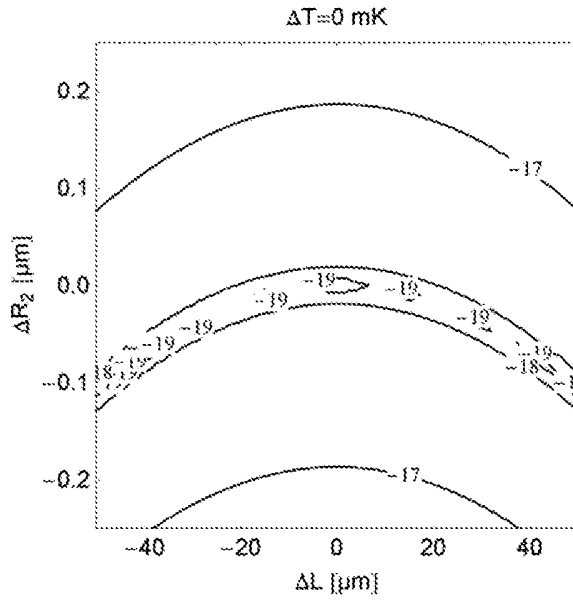
Fig. 8



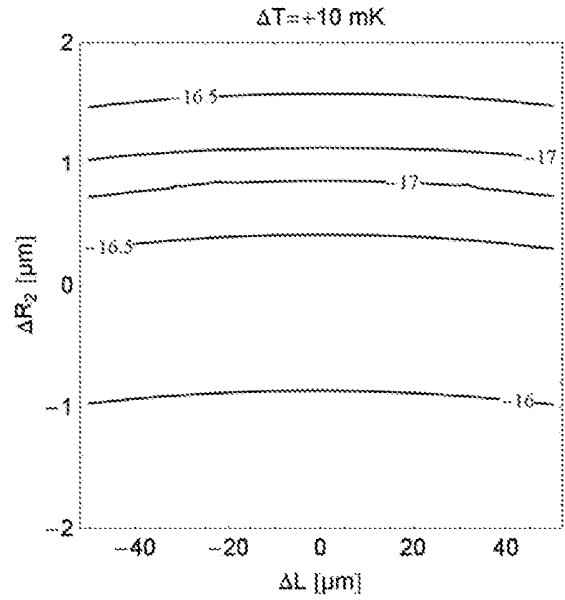
a)



b)



c)



d)

Fig. 7

6/7

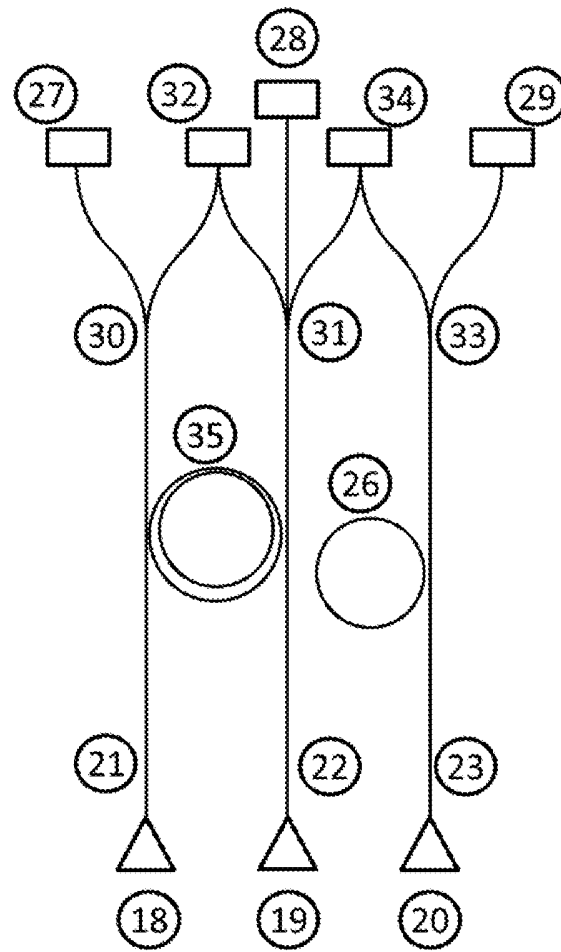


Fig. 9

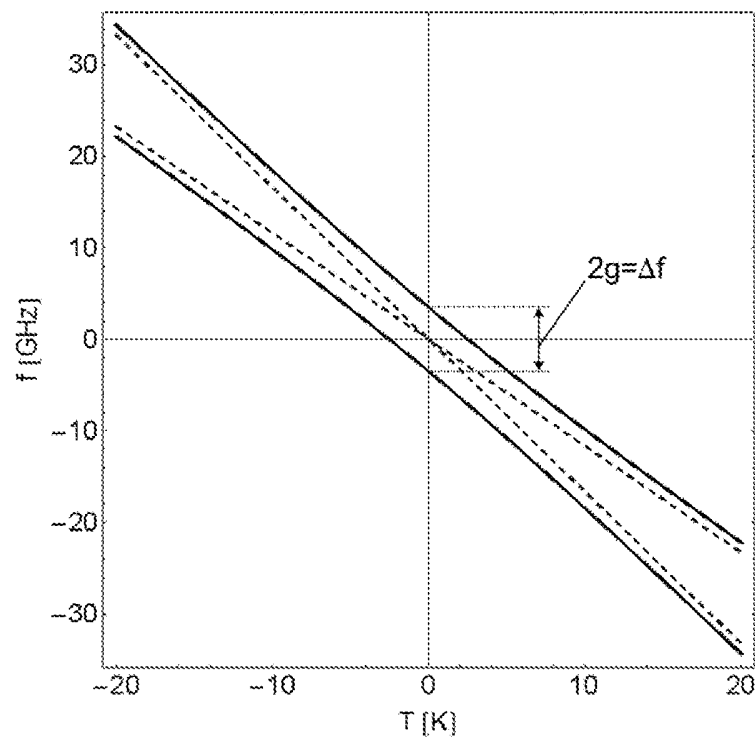


Fig. 10a

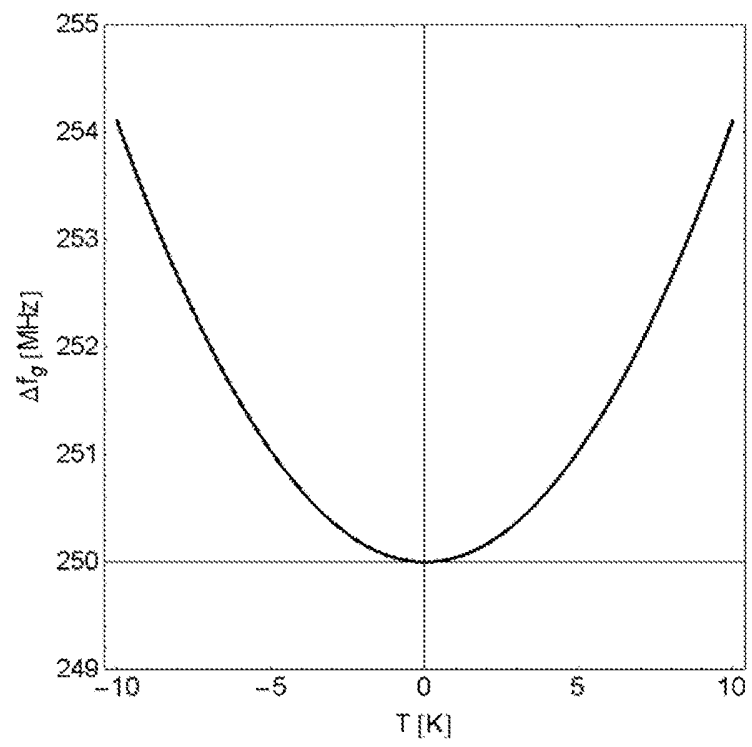


Fig. 10b