

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 公開特許公報(A)

(11) 特許出願公開番号

特開2010-9166

(P2010-9166A)

(43) 公開日 平成22年1月14日(2010.1.14)

(51) Int.Cl.
G06F 17/16 (2006.01)F I
G06F 17/16テーマコード (参考)
5B056

審査請求 未請求 請求項の数 4 O L (全 13 頁)

(21) 出願番号 特願2008-165472 (P2008-165472)
(22) 出願日 平成20年6月25日 (2008. 6. 25)(71) 出願人 391016358
東芝情報システム株式会社
神奈川県川崎市川崎区日進町 1 番地 5 3
(74) 代理人 100074147
弁理士 本田 崇
(72) 発明者 大黒 昭宣
神奈川県川崎市川崎区日進町 1 番地 5 3
東芝情報システム株式会社内
(72) 発明者 日本 善行
神奈川県川崎市川崎区日進町 1 番地 5 3
東芝情報システム株式会社内
(72) 発明者 大川 崇
神奈川県川崎市川崎区日進町 1 番地 5 3
東芝情報システム株式会社内

最終頁に続く

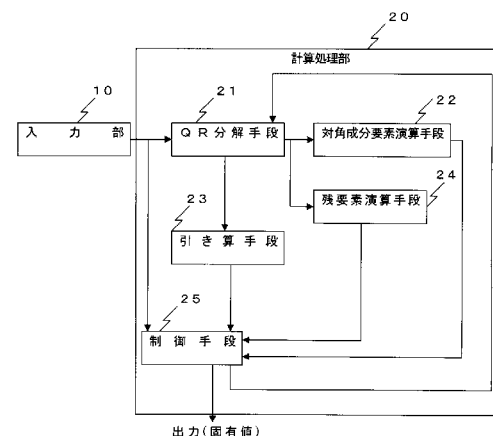
(54) 【発明の名称】 固有値計算装置及び固有値計算プログラム

(57) 【要約】

【課題】 積和演算回数を減少させ、高速に固有値を求める。

【解決手段】 入力行列のQR分解を行うQR分解手段21、QR分解手段21により得られた結果によるRQ演算を行った結果の対角成分要素中の1要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段22、直前の入力行列における対角成分要素の総和Dから上記対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段23、QR分解結果を用いたRQ演算結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段24、分解済回数が入力QR分解回数に満たない場合には、残要素演算手段24による演算の演算結果と対角成分要素演算手段22及び引き算手段23による演算結果を入力行列としてQR分解手段21に帰還する一方、分解済回数が入力QR分解回数と一致すると、対角成分要素演算手段22と引き算手段23の演算結果を固有値として出力する制御手段25を具備する。

【選択図】 図1



【特許請求の範囲】**【請求項 1】**

入力行列の Q R 分解を行う Q R 分解手段と、

前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、R Q 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段と、

前記 Q R 分解手段に入力された直前の入力行列における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から前記対角成分要素演算手段が求めた対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段と、

前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、R Q 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段と、

Q R 分解回数の入力を受け、前記 Q R 分解手段による分解済回数を監視し、分解済回数が Q R 分解回数に満たない場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させて、この演算結果と前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を入力行列として前記 Q R 分解手段に帰還する一方、分解済回数が Q R 分解回数に一致した場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させることなく、前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を固有値として出力する制御手段と

を具備することを特徴とする固有値計算装置。

【請求項 2】

精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかを前記制御手段へ入力するための入力部を備え、

前記制御手段は、前記入力部から精度優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせ、前記入力部からサイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせることを特徴とする請求項 1 に記載の固有値計算装置。

【請求項 3】

種々の数値演算により固有値計算を行うためにコンピュータを、

入力行列の Q R 分解を行う Q R 分解手段、

前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、R Q 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段、

前記 Q R 分解手段に入力された直前の入力行列における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から前記対角成分要素演算手段が求めた対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段、

前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、R Q 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段、及び

Q R 分解回数の入力を受け、前記 Q R 分解手段による分解済回数を監視し、分解済回数が Q R 分解回数に満たない場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させて、この演算結果と前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を入力行列として前記 Q R 分解手段に帰還する一方、分解済回数が Q R 分解回数に一致した場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させることなく、前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を固有値として出力する制御手段、

として機能させることを特徴とする固有値計算プログラム。

【請求項 4】

制御手段は、精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかを入力するための入力部から受け取るように機能し、

前記制御手段は、前記入力部から精度優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実

10

20

30

40

50

行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせ、前記入力部からサイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせるように機能することを特徴とする請求項 3 に記載の固有値計算プログラム。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

この発明は、エルミート行列における固有値を求める固有値計算装置及び固有値計算プログラムに関するものである。

10

【背景技術】

【0002】

従来、エルミート行列における固有値を求めるためには、QR 分解が知られており、例えば特許文献 1 に述べられている（特許文献 1 の 0002 欄参照）。

【0003】

この QR 分解では、次の式（1）により示す n 行 n 列の行列 A について、次の式（2）に示す直交行列 Q 及び式（3）に示す行列 R に分解する。ここに、 $A = QR$ である。QR 分解には、ギブンス回転、グラム・シュミット分解などがある。

【0004】

【数 1】

20

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} + iA_{11} & a_{13} + iA_{13} & \cdots & a_{1n} + iA_{1n} \\ a_{12} + iA_{12} & a_{22} & a_{23} + iA_{23} & & a_{2n} + iA_{2n} \\ a_{13} + iA_{13} & & & & a_{3n} + iA_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{1n} + iA_{1n} & a_{2n} + iA_{2n} & a_{3n} + iA_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

30

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} + iQ_{11} & q_{13} + iQ_{13} & \cdots & q_{1n} + iQ_{1n} \\ q_{12} + iQ_{12} & q_{22} & q_{23} + iQ_{23} & & q_{2n} + iQ_{2n} \\ q_{13} + iQ_{13} & & & & q_{3n} + iQ_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ q_{1n} + iQ_{1n} & q_{2n} + iQ_{2n} & q_{3n} + iQ_{3n} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

40

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} + iR_{11} & r_{13} + iR_{13} & \cdots & r_{1n} + iR_{1n} \\ r_{12} + iR_{12} & r_{22} & r_{23} + iA_{23} & & r_{2n} + iR_{2n} \\ r_{13} + iR_{13} & & & & r_{3n} + iR_{3n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ r_{1n} + iR_{1n} & r_{2n} + iR_{2n} & r_{3n} + iR_{3n} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

【0005】

50

上記 Q R 分解を用いて固有値を求める場合には、次のような処理を行う。

初期入力行列 $A_1 = A$ とすると、 A_1 について Q R 分解を行い、 $A_1 = Q_1 R_1$ を満たす Q_1 と R_1 を求める。次に、 Q_1 と R_1 を交換して、 $R_1 Q_1 = A_2$ を求める。更に、行列 A_2 について Q R 分解を行い、同様に $A_2 = Q_2 R_2$ を満たす Q_2 と R_2 を求める。次に、 Q_2 と R_2 を交換して $R_2 Q_2 = A_3$ を求める。以降、同様な繰り返し演算を k サイクル行い、 A_k ($K=1,2,3, \dots$ の任意の整数) を求める。

【0006】

上記 A_k については、 K が無限大 (∞) のときに、対角行列または上三角行列に収束し、 A_k の対角要素に固有値が並ぶことになる。つまり、 A_k の対角要素に並んだ固有値を取り出せば良い。

10

【0007】

しかしながら、上記のような Q R 分解を用いた固有値の計算手法によると、固有値を求める 1 サイクルについて $N \times N^2$ 回の膨大な積和演算が必要という問題点がある。更に、複素数を扱う場合には、これの 4 倍の $4 \times N \times N^2$ 回の膨大な積和演算が必要である。

【特許文献 1】特願 2006 - 139575 号公報

【発明の開示】

【発明が解決しようとする課題】

【0008】

本発明は上記のような Q R 分解を用いた固有値の計算手法における問題点を解決せんとしなされたもので、その目的は、積和演算回数を減少させ、高速に固有値を求めることが可能となる固有値計算装置及び固有値計算プログラムを提供することである。

20

【課題を解決するための手段】

【0009】

本発明に係る固有値計算装置は、入力行列の Q R 分解を行う Q R 分解手段と、前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 $R Q$ 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段と、前記 Q R 分解手段に入力された直前の入力行列における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から前記対角成分要素演算手段が求めた対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段と、前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 $R Q$ 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段と、Q R 分解回数の入力を受け、前記 Q R 分解手段による分解済回数を監視し、分解済回数が Q R 分解回数に満たない場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させて、この演算結果と前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を入力行列として前記 Q R 分解手段に帰還する一方、分解済回数が Q R 分解回数に一致した場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させることなく、前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を固有値として出力する制御手段とを具備することを特徴とする。

30

【0010】

本発明に係る固有値計算装置は、精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかを前記制御手段へ入力するための入力部を備え、前記制御手段は、前記入力部から精度優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせ、前記入力部からサイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせることを特徴とする。

40

【0011】

本発明に係る固有値計算プログラムは、種々の数値演算により固有値計算を行うためにコンピュータを、入力行列の Q R 分解を行う Q R 分解手段、前記 Q R 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 $R Q$ 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段、前記 Q R 分解手段に入力された

50

直前の入力行列における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から前記対角成分要素演算手段が求めた対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段、前記 QR 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 RQ 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段、及び QR 分解回数の入力を受け、前記 QR 分解手段による分解済回数を監視し、分解済回数が QR 分解回数に満たない場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させて、この演算結果と前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を入力行列として前記 QR 分解手段に帰還する一方、分解済回数が QR 分解回数に一致した場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させることなく、前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を固有値として出力する制御手段、として機能させることを特徴とする。

10

【0012】

本発明に係る固有値計算プログラムでは、制御手段は、精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかを入力するための入力部から受け取るように機能し、前記制御手段は、前記入力部から精度優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせ、前記入力部からサイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせるように機能することを特徴とする。

20

【発明の効果】

【0013】

本発明によると、入力行列の QR 分解を行う QR 分解手段、前記 QR 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 RQ 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求める対角成分要素演算手段、前記 QR 分解手段に入力された直前の入力行列における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から前記対角成分要素演算手段が求めた対角成分要素の和の引き算を行う引き算手段、前記 QR 分解手段により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 RQ 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う残要素演算手段、及び制御手段を備え、分解済回数が QR 分解回数に一致した場合には、前記残要素演算手段による演算を実行させることなく、前記対角成分要素演算手段及び前記引き算手段による演算結果を固有値として出力するので、演算回数を減少させて高速に固有値を得ることができる。

30

【0014】

また、本発明では、精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかを入力することができ、これにより、精度優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせ、サイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせるので、必要な演算結果を得ることができる。

40

【発明を実施するための最良の形態】

【0015】

以下、添付図面を参照して本発明の固有値計算装置及び固有値計算プログラムの実施例を説明する。図 1 に固有値計算装置の実施例のブロック図を示す。固有値計算装置は、入力部 10、計算処理部 20 とを構成要素としている。

【0016】

入力部 10 はキーボードやマウスなどのデータ等を入力可能な一般的に入力部と称されるものの他、入力行列 A を与える記憶媒体やデータ出力装置などを含むものである。入力部 10 からは、入力行列 A 、 QR 分解を行う回数である QR 分解回数、精度優先の演算指示とサイクル優先の演算指示とのいずれかの指示、上記に加えて計算のスタート指示が与えられる。

50

【 0 0 1 7 】

計算処理部 20 には、QR 分解手段 21、対角成分要素演算手段 22、引き算手段 23、残要素演算手段 24、制御手段 25 とが備えられている。QR 分解手段 21 は、入力行列の QR 分解を行うものである。QR 分解の結果は、対角成分要素演算手段 22 と残要素演算手段 24 へ送付される。QR 分解としては、ギブンス回転、グラム・シュミット分解、その他の公知手法のいずれかが用いられる。

【 0 0 1 8 】

ギブンス回転は、入力行列 A が次式 (4) のようである場合に、この入力行列 A をハウスホルダー変換を用いて次式 (5) のような三重対角行列 B を得る。

【 0 0 1 9 】

10

【 数 2 】

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} & b_{34} & 0 \\ 0 & 0 & b_{43} & b_{44} & b_{45} \\ 0 & 0 & 0 & b_{54} & b_{55} \end{bmatrix} \quad (5)$$

20

【 0 0 2 0 】

ここで、予め用意された次の式 (6) に示す直交行列 P を、上記三重対角行列 B に左から掛けて対角成分以外を 0 とした行列 R を得る (式 (7))。

【 0 0 2 1 】

【 数 3 】

30

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cos \theta_i & \sin \theta_i & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & -\sin \theta_i & \cos \theta_i & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

40

$$P_n P_{n-1} \cdots P_1 A = R \quad (7)$$

【 0 0 2 2 】

また、次の式 (8) に示すように、単位行列に上記直交行列 P を右から掛けて式 (8) に示す行列 Q^T を得る。ここに、Q は直交行列であり、

【 0 0 2 3 】

式 (7) と式 (8) により、次式 (9) に示すように三重対角行列 B を直交行列 Q と対

50

角行列 R とに分解できている。つまり、入力行列 A はハウスホルダー変換を介して Q R 分解される。

【 0 0 2 4 】

【 数 4 】

$$P_1 P_2 \cdots P_n = Q^T \quad (8)$$

$$A = QR \quad (9)$$

10

【 0 0 2 5 】

複素行列について考慮する場合には、次に示すように、複素行列 $n \times n$ の固有値問題の式 (10A) であるが、行列により示すことにより $2n \times 2n$ の式 (10B) となり、実数問題として処理する。

【 0 0 2 6 】

【 数 5 】

$$(X + iY) \cdot (u + iv) = \lambda(u + iv) \quad (10A)$$

$$\begin{bmatrix} X & -Y \\ Y & X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (10B)$$

20

【 0 0 2 7 】

グラム・シュミット分解は、式 (1) に示した行列 A を直接分解して式 (3) に示す行列 R と式 (2) に示す行列 Q を得る。即ち、 5×5 行列の場合、 $A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_5)$ を分解する手順は、次の式 (11) から式 (13) に示すようにして q 、 r を得る。虚数に対する場合には、この小文字 (q 、 r) を大文字 (Q 、 R) として考えれば良い。

【 0 0 2 8 】

30

【 数 6 】

$$(1) k = 1$$

$$u_1 = a_1 \quad q_1 = \frac{u_1}{|u_1|} \quad r_{11} = |u_1| \quad (11)$$

$$(2) k = 2, 3, \dots, n \text{ に対して}$$

$$u_k = a_k - (a_k, q_1) \cdot q_1 - (a_k, q_2) \cdot q_2 - \dots - (a_k, q_{k-1}) \cdot q_{k-1}$$

$$q = \frac{u_k}{|u_k|} \quad (12)$$

40

$$r_{jk} = \begin{cases} |u_k| : j = k \\ (a_k, q_j) : j < k \\ 0 : j > k \end{cases} \quad \because (a_k, q_{k-1}) = a_k^T \cdot q_k^* \quad (13)$$

【 0 0 2 9 】

対角成分要素演算手段 22 は、上記 Q R 分解手段 21 により得られた行列 Q と行列 R を用いて、R Q 演算を行った結果における対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要

50

素を求めるものである。

【 0 0 3 0 】

具体的に、式 (3) に示す行列 R と式 (2) に示す行列 Q とを用いて R Q の演算を行った場合について説明する。説明を簡素化するために、4 × 4 行列の場合により示すと、R Q は式 (1 4) に示されるようであり、この演算結果は、式 (1 5) により示される。この式 (1 5) における行列 R 中の固有値 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{44} が「R Q 演算を行った結果における対角成分要素」である。そして、対角成分要素演算手段 2 2 は、 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{44} 中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めるものである。

【 0 0 3 1 】

つまり、固有値 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{44} は、次の式 (1 6) による演算により得られるものであるが、対角成分要素演算手段 2 2 は、固有値 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{44} 中のいずれか 1 要素については、これを求める演算を行わず、残り 3 要素について式 (1 6) による演算を行う。演算結果は、引き算手段 2 3 に、必要に応じて Q R 分解手段 2 1 へ送み出される。

10

【 0 0 3 2 】

【 数 7 】

$$RQ = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} + iR_{12} & r_{13} + iR_{13} & r_{14} + iR_{14} \\ 0 & r_{22} & r_{23} + iR_{23} & r_{24} + iR_{24} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} + iR_{34} \\ 0 & 0 & 0 & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} + iQ_{12} & q_{13} + iQ_{13} & q_{14} + iQ_{14} \\ q_{21} + iQ_{21} & q_{22} + iQ_{22} & q_{23} + iQ_{23} & q_{24} + iQ_{24} \\ q_{31} + iQ_{31} & q_{32} + iQ_{32} & q_{33} + iQ_{33} & q_{34} + iQ_{34} \\ q_{41} + iQ_{41} & q_{42} + iQ_{42} & q_{43} + iQ_{43} & q_{44} + iQ_{44} \end{bmatrix} \quad (14)$$

20

$$= \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & R_{34} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} & R_{44} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{11} &= (iQ_{21} + q_{21})(iR_{12} + r_{12}) + q_{11}r_{11} + (iQ_{31} + q_{31})(iR_{13} + r_{13}) + (iQ_{41} + q_{41})(iR_{14} + r_{14}) \\ R_{22} &= (iQ_{12} + q_{12})(iR_{23} + r_{23}) + (iQ_{42} + q_{42})(iR_{24} + r_{24}) + r_{22}(iQ_{22} + q_{22}) \\ R_{33} &= (iQ_{13} + q_{13})(iR_{34} + r_{34}) + r_{33}(iQ_{33} + q_{33}) \\ R_{44} &= r_{44}(iQ_{44} + q_{44}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

30

【 0 0 3 3 】

引き算手段 2 3 は、上記 Q R 分解手段 2 1 に入力された直前の入力行列 A_k における対角成分要素全ての和 D を求め、この和 D から上記対角成分要素演算手段 2 2 が求めた対角成分要素の和の引き算を行う。

40

【 0 0 3 4 】

具体的には、引き算手段 2 3 は、対角成分要素演算手段 2 2 が R_{11} を求める演算を行わない場合には、次の式 (1 7) に示す演算を行う。式 (1 7) における ($R_{22} + R_{33} + R_{44}$) は、「上記対角成分要素演算手段 2 2 が求めた対角成分要素の和」であり、和 D は、Q R 分解手段 2 1 に入力された直前の入力行列 A_k ($k=4$) が次式 (1 8) であると、次式 (1 9) により表すことができる。

【 0 0 3 5 】

【数 8】

$$R_{11} = D - (R_{44} + R_{33} + R_{22}) \quad (17)$$

$$A_k = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$D = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} \quad (19)$$

10

【0036】

引き算手段23が行う演算の一つは、一般化すると、 $k=1,2,3,\dots,N-1$ のとき、次の式(20)により示す $N-1$ 個の固有値を求めることである。

【0037】

引き算手段23が行う他の演算は、QR分解手段21に入力された直前の入力行列 A_k が式(1)であると、和 D を次式(21)により求め、次式(22)により上記 $N-1$ 個の固有値の和 $Esum$ を求め、次式(23)により和 D から和 $Esum$ を減算して残り1個の固有値を求めることである。

20

【0038】

【数 9】

$$\sum_{n=1}^N R_{1,n} Q_{n,1}, \sum_{n=1}^N R_{2,n} Q_{n,2}, \dots, \sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} \quad (20)$$

$$D = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \dots + a_{NN} \quad (21)$$

$$Esum = \sum_{n=1}^N R_{1,n} Q_{n,1} + \sum_{n=1}^N R_{2,n} Q_{n,2} + \dots + \sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} \quad (22)$$

30

$$\sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} = D - Esum \quad (23)$$

【0039】

残要素演算手段24は、上記QR分解手段21により得られた行列 Q と行列 R を用いて、 RQ 演算を行った結果における対角成分要素以外の要素を求める演算を行う。つまり、 RQ 演算中の対角成分要素演算手段22と引き算手段23により得られない全ての結果を求める。

【0040】

40

制御手段25は、入力部10からQR分解回数を入力を受け、上記QR分解手段21による分解済回数を監視し、分解済回数がQR分解回数に満たない場合には、上記残要素演算手段24による演算を実行させて、この演算結果と上記対角成分要素演算手段22及び上記引き算手段23による演算結果を入力行列として上記QR分解手段21に帰還する一方、分解済回数がQR分解回数に一致した場合には、上記残要素演算手段24による演算を実行させることなく、上記対角成分要素演算手段22及び上記引き算手段23による演算結果を固有値として出力する制御を行うものである。

【0041】

前述の通り、入力部10から精度優先の演算指示と、サイクル優先の演算指示とのいずれかが上記制御手段25へ入力される。上記制御手段25は、上記入力部10から精度優

50

先の演算指示を受けた場合には、上記対角成分要素演算手段 2 2 に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせる。つまり、実際の演算では、データの量子化、正規化が行われ、R Q 演算の結果に係る行列の右下に位置する対角成分要素ほど、小数点以下第 3 位まで 0 のような値となる場合があり、これを防ぐために、演算回数の多い要素から求める演算を実行することにより、乗算による桁落ちを防ぐようにしたものである。

【 0 0 4 2 】

この場合、和 E s u m と引き算手段 2 3 による引き算は、4 行 4 列の前述の行列においては、それぞれ次の式 (2 4) と式 (2 5) により求められる。

【 0 0 4 3 】

10

【 数 1 0 】

$$Esum = \sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} + \cdots + \sum_{n=1}^N R_{3,n} Q_{n,3} + \sum_{n=1}^N R_{2,n} Q_{n,2} \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^N R_{1,n} Q_{n,1} = D - Esum \quad (25)$$

【 0 0 4 4 】

20

一方、前記入力部からサイクル優先の演算指示を受けた場合には、前記対角成分要素演算手段に対し、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めさせる。

【 0 0 4 5 】

この場合、和 E s u m と引き算手段 2 3 による引き算は、4 行 4 列の前述の行列においては、それぞれ次の式 (2 6) と式 (2 7) により求められる。

【 0 0 4 6 】

【 数 1 1 】

$$Esum = \sum_{n=1}^N R_{1,n} Q_{n,1} + \sum_{n=1}^N R_{2,n} Q_{n,2} + \cdots + \sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} \quad (26)$$

30

$$\sum_{n=1}^N R_{k,n} Q_{n,k} = D - Esum \quad (27)$$

【 0 0 4 7 】

以上の構成に係る固有値計算装置において、計算処理部 2 0 は、コンピュータにより実現され、図 2 に示すフローチャートのプログラムに基づき各部が実現されるので、これに基づき動作を説明する。まず、処理すべき初期行列 A を取り込む (S 1 1) 。また、入力部 1 0 から入力される Q R 分解回数 N を取り込み、更に、精度優先かサイクル優先かの指示を取り込み、保持する (S 1 2) 。

40

【 0 0 4 8 】

次に、行列 A について既に説明したように Q R 分解を行い、行列 Q と行列 R を得る (S 1 3) 。

【 0 0 4 9 】

次に、上記ステップ S 1 2 において保持した精度優先かサイクル優先かの指示に基づき、いずれを実行するか検出し (S 1 4) 、精度優先であれば、対角成分要素を得る場合に演算回数の多い要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の 1 要素を除く残りの対角成分要素を求めるため、式 (2 6) 、式 (2 7) を用いた演算を行って固有値を求め (

50

S 1 5)、暫定的な精度優先固有値としてこれを保持しておき(S 1 6)、入力されたQR分解回数Nに達したかを検出する(S 1 7)。

【0050】

ここで入力されたQR分解回数Nに達していなければ、RQ演算を行ってステップS 1 5において求めた対角成分以外の要素を算出し、次のQR分解の入力行列としてセットし(S 1 8)、ステップS 1 4へ戻って処理を続ける。

【0051】

上記処理の繰り返しを行うことにより、入力されたQR分解回数Nに達するので、ステップS 1 7においてYESへ分岐することになり、ステップS 1 6において保持した暫定的な精度優先固有値を他の処置装置や演算部へ出力し(S 1 9)、処理を終了する。

10

【0052】

一方、ステップS 1 4において、サイクル優先の指示が出されていることを検出すると、対角成分要素を得る場合に演算回数の少ない要素から求める演算を実行させて対角成分要素中の1要素を除く残りの対角成分要素を求めるため、式(24)、式(25)を用いた演算を行って固有値を求め(S 2 1)、暫定的なサイクル優先固有値として保持しておき(S 2 2)、入力されたQR分解回数Nに達したかを検出する(S 1 7)。

【0053】

ここで入力されたQR分解回数Nに達していなければ、RQ演算を行ってステップS 1 5において求めた対角成分以外の要素を算出し、次のQR分解の入力行列としてセットし(S 1 8)、ステップS 1 4へ戻って処理を続ける。

20

【0054】

上記処理の繰り返しを行うことにより、入力されたQR分解回数Nに達するので、ステップS 1 7においてYESへ分岐することになり、ステップS 2 2において保持した暫定的なサイクル優先固有値を他の処置装置や演算部へ出力し(S 1 9)、処理を終了する。

【0055】

なお、本実施例の計算処理部20は、QR分解毎に得られる行列 Q_k ($k=1,2,3,4\cdots$)を保持して、固有値ベクトル $V=Q_1Q_2Q_3\cdots$ を得ている(S 3 0)。以上のようにして、本実施例では、固有値の1つを、直近の入力行列 A_k の対角和Dと当該1つの固有値を除く固有値の和とを用いて算出するようにして、演算回数を大きく減少させることができる。前述の例では、 $4 \times (N \times N^2)$ 回の演算が必要であったが、これを $4 \times (N^2 - N)$ 回へ減少させている。

30

【図面の簡単な説明】

【0056】

【図1】本発明に係る固有値計算装置の構成を示すブロック図。

【図2】本発明に係る固有値計算装置の動作を示すためのフローチャート。

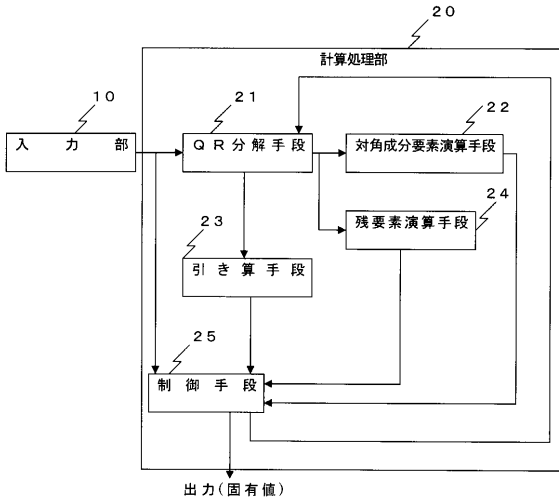
【符号の説明】

【0057】

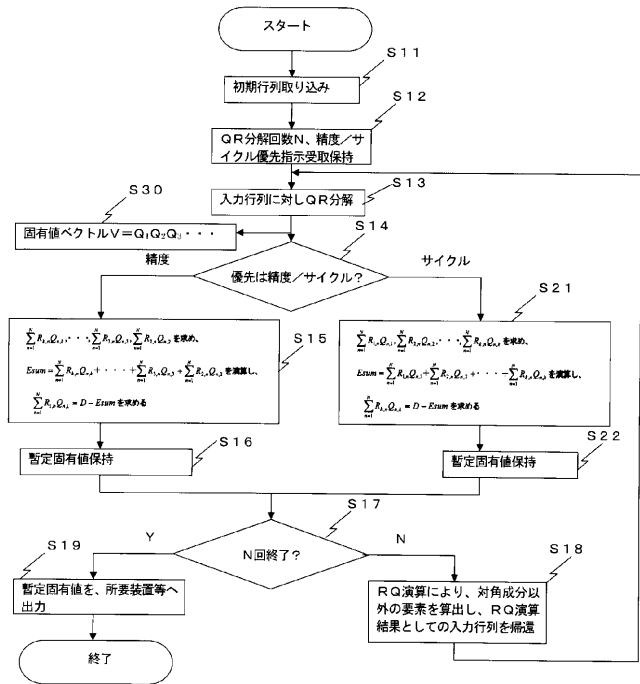
- 10 入力部
- 20 計算処理部
- 21 分解手段
- 22 対角成分要素演算手段
- 23 引き算手段
- 24 残要素演算手段
- 25 制御手段

40

【図 1】



【図 2】



フロントページの続き

(72)発明者 上野 美由紀

神奈川県川崎市川崎区日進町 1 番地 5 3 東芝情報システム株式会社内

F ターム(参考) 5B056 AA06 BB42