



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2020-0093874
(43) 공개일자 2020년08월06일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)

G05D 1/08 (2006.01)

(52) CPC특허분류

G05D 1/0825 (2013.01)

B64C 39/024 (2013.01)

(21) 출원번호 10-2019-0011132

(22) 출원일자 2019년01월29일

심사청구일자 2019년01월29일

(71) 출원인

한밭대학교 산학협력단

대전광역시 유성구 동서대로 125 (덕명동)

(72) 발명자

김도완

대전광역시 유성구 동서대로 125 (덕명동)

(74) 대리인

이은철, 이우영

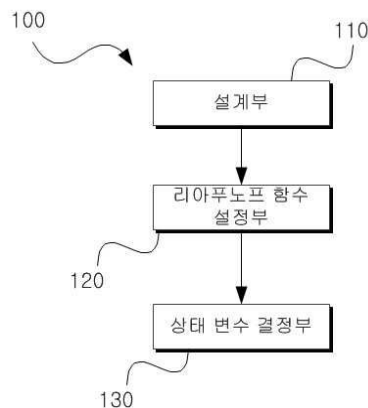
전체 청구항 수 : 총 7 항

(54) 발명의 명칭 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템 및 방법

(57) 요약

본 기술은 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템 및 방법이 개시되어 있다. 본 기술의 구체적인 실시 예에 의거 기 구축된 동역학 방정식과 제어 입력에 대해 각 추력기의 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식에 포함된 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하며, 도출된 상태 방정식에 대해 리아푸노프 안정조건에 의거 지수 안정한 다음 선형 행렬 부등식에 대한 수치적 풀이를 통해 상태 변수를 결정에 따라, 기존의 전체 동역학 방정식의 전역에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하는 방식과 비교하여 TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 줄일 수 있다.

대표도 - 도2



(52) CPC특허분류

B64F 5/00 (2013.01)

G05D 1/0858 (2013.01)

B64C 2201/14 (2013.01)

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호 NRF-2017R1A1A1A05001024

부처명 과학기술정보통신부

연구관리전문기관 한국연구재단

연구사업명 개인연구지원사업(신진연구)

연구과제명 입력 포화를 가지는 비선형 샘플치 제어 시스템의 해석 및 설계 연구: 이산화 입력 지연 접근법

기 여 율 1/1

주관기관 한밭대학교 산학협력단

연구기간 2018.03.01 ~ 2020.02.28

명세서

청구범위

청구항 1

쿼드로터의 자세 및 위치 제어를 수행하는 제어기를 포함하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템에 있어서, 상기 제어 시스템은

기 정해진 동역학 방정식과 각 추력기의 제어 입력을 토대로 각 추력기의 동역학 방정식인 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하는 설계부;

상기 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화된 리아푸노프 안정도 해석 조건을 만족하는 리아푸노프 함수를 설정하는 리아푸노프 함수 설정부; 및

상기 설정된 리아푸노프 함수에 의해 변환된 상태 방정식의 선형 행렬 부등식의 수치적 풀이를 통해 상기 상태 방정식의 상태 변수를 결정하는 상태 변수 결정부를 포함하는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템.

청구항 2

제1항에 있어서, 상기 설계부는,

기 구축된 TS 퍼지 기반으로 모델을 토대로 상기 상태 방정식에 포함된 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 를 도출하고 도출된 비선형항은 하기 식을 만족하도록 구비되는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템.

$$F_1(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \hat{F}_{1i}$$

$$F_2(\phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) \hat{F}_{2i}$$

여기서, 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 는 $\mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에서 $\frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) a_{1i}$ 와 $\frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) a_{2i}$ 로 각각 표시되고,

$$\vartheta_{11} = \frac{\frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}, \quad \vartheta_{12} = 1 - \vartheta_{11}, \quad \vartheta_{21} = \frac{\frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} - a_{22}}{a_{21} - a_{22}}, \quad \vartheta_{22} = 1 - \vartheta_{21},$$

$$a_{11} = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)},$$

$$a_{12} = \inf_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)},$$

$$a_{21} = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)},$$

$$\text{및} \quad a_{22} = \inf_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)}$$

으로 정의되고,

$$\hat{F}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{으로 정의된다.}$$

청구항 3

제1항에 있어서, 상기 상태 변수 결정부는,

상기 상태 방정식의 비선형항에 대해 결함 변환(congruence transformation)을 수행한 다음 상기 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 해석 조건을 만족하는 슈어 컴플리멘터리(Schur complements)를 이용하여 상기 비선형항을 포함하는 상태 방정식을 선형 행렬 부등식(LMI)으로 변환하고,

변환된 선형 행렬 부등식(LMI)의 해로 상기 상태 방정식의 상태 변수를 결정하도록 구비되는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템.

청구항 4

제3항에 있어서, 상기 상태 변수 결정부는,

상기 상태 방정식의 해 $\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ 를 $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, and $P_3 = P_3^T > 0$ 에 대해 $\Omega := \{\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in \mathbb{R}^{10} : \xi_1^T P_1 \xi_1 + \xi_2^T P_2 \xi_2 + \alpha \xi_3^T P_3 \xi_3 < 1\}$ 이고, $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\alpha, 1\}}$ 및 ξ_4 로 가정하면 설계 함수 $\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi)$, $\Gamma_{\xi_2}(\phi)$ 를 하기 식으로 정의하고,

$$\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi) := \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) K_{\xi_1 i}$$

$$\Gamma_{\xi_2}(\phi) := \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) K_{\xi_2 i}$$

그리고, $\tilde{P}_1 = \tilde{P}_1^T > 0$, $\tilde{P}_2 = \tilde{P}_2^T > 0$, $\tilde{P}_3 = \tilde{P}_3^T > 0$, $\tilde{P}_4 = \tilde{P}_4^T > 0$, $\tilde{K}_{\xi_1 i}$, $\tilde{K}_{\xi_2 i}$, $\tilde{K}_{\xi_3}$, $\tilde{K}_{\xi_4}$, $\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_1^T > 0$, and $\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}_2^T > 0$ 라고 가정하여 변환된 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식(LMI) 조건은 식 5 내지 식 10으로 정리되며,

[식 5]

$$\text{sym}\left\{\tilde{F}_{1i}\tilde{P}_1 + G\tilde{K}_{\xi_1 i}\right\} + \tilde{Q}_1 < 0$$

[식 6]

$$\text{sym}\left\{\tilde{F}_{2i}\tilde{P}_2 + G\tilde{K}_{\xi_2 i}\right\} + \tilde{Q}_2 < 0$$

[식 7]

$$\text{sym}\left\{A\tilde{P}_3 + B\tilde{K}_{\xi_3}\right\} < 0$$

[식 8]

$$\text{sym}\left\{A\tilde{P}_4 + B\tilde{K}_{\xi_4}\right\} < 0$$

[식 9]

$$E\tilde{P}_1 E^T - \Delta_\theta^2 < 0$$

[식 10]

$$E\tilde{P}_2 E^T - \Delta_\phi^2 < 0 \quad \text{되면,}$$

상기 상태 변수를 하기 식으로 결정하는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템.

$$K_{\xi_1 i} = \tilde{K}_{\xi_1 i} \tilde{P}_1^{-1}, K_{\xi_2 i} = \tilde{K}_{\xi_2 i} \tilde{P}_2^{-1}, K_{\xi_3} = \tilde{K}_{\xi_3} \tilde{P}_3^{-1}, K_{\xi_4} = \tilde{K}_{\xi_4} \tilde{P}_4^{-1},$$

$$P_1 = \tilde{P}_1^{-1}, P_2 = \tilde{P}_2^{-1}, P_3 = \tilde{P}_3^{-1}, P_4 = \tilde{P}_4^{-1} \quad \text{및}$$

$$\tilde{\alpha} = \lambda_{\max} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_{\min}(\tilde{P}_1^{-1} \tilde{Q}_1 \tilde{P}_1^{-1}) & 0 \\ 0 & \lambda_{\min}(\tilde{P}_2^{-1} \tilde{Q}_2 \tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} I_1 \lambda_{\max}(\tilde{P}_1^{-1}) \\ I_2 \lambda_{\max}(\tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \lambda_{\max}(\tilde{P}_1^{-1}) \\ I_2 \lambda_{\max}(\tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix}^T \right\}$$

$$\text{여기서} \quad \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \text{ and } \vartheta_{2i}(\phi) \text{ 는} \quad \vartheta_{11} = \frac{\frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}, \vartheta_{12} = 1 - \vartheta_{11}, \vartheta_{21} = \frac{\frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} - a_{22}}{a_{21} - a_{22}}, \vartheta_{22} = 1 - \vartheta_{21}, \quad a_{11} = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}$$

$$a_{12} = \inf_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}, \quad a_{21} = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)}, \quad \text{및} \quad a_{22} = \inf_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} \quad \text{이고,} \quad i \in \mathcal{I}_2 \quad \text{에} \quad \text{대해,}$$

$$\hat{F}_{1i}, \hat{F}_{2i}, G, A, B \text{ and } E \text{ 는}$$

$$\hat{F}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \text{ 이다.}$$

청구항 5

쿼드로터의 자세 및 위치 제어를 수행하는 제어기를 포함하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법에 있어서,

기 정해진 동역학 방정식과 각 추력기의 제어 입력을 토대로 각 추력기의 동역학 방정식인 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하는 설계단계;

상기 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화된 리아푸노프 안정도 해석 조건을 만족하는 리아푸노프 함수를 설정하는 리아푸노프 함수 설정단계; 및

상기 설정된 리아푸노프 안정도 해석 조건에 의거 변환된 상태 방정식의 선행 행렬 부등식에 대한 수치적 풀이를 통해 설계된 상태 방정식의 상태 변수를 결정하는 상태 변수 결정단계를 포함하는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법.

청구항 6

제5항에 있어서, 상기 설계단계는

TS 퍼지 기반으로 모델을 토대로 상기 상태 방정식에 포함된 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 를 도출하고 도출된 비선형항은 하기 식을 만족하도록 구비되는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법.

$$F_1(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \hat{F}_{1i}$$

$$F_2(\phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) \hat{F}_{2i}$$

여기서, 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 는 $\mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에서 $\frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) a_{1i}$ 와 $\frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) a_{2i}$ 로 각각

표시되고, $\vartheta_{11} = \frac{\frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}, \vartheta_{12} = 1 - \vartheta_{11}, \vartheta_{21} = \frac{\frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} - a_{22}}{a_{21} - a_{22}}, \vartheta_{22} = 1 - \vartheta_{21},$ $a_{11} = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}$

$$a_{12} = \inf_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}, \quad a_{21} = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)}, \quad \text{및} \quad a_{22} = \inf_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} \quad \text{으로 정의되고,}$$

$$\hat{F}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{으로 정의된다.}$$

청구항 7

제6항에 있어서, 상기 상태 변수 결정단계는,

상기 상태 방정식의 비선형항에 대해 결함 변환(congruence transformation)을 수행한 다음

상기 리아푸노프(Lyapunov) 안정화 해석 조건을 만족하는 슈어 컴플리멘터리(Schur complements)를 이용하여 상기 상태 방정식의 비선형항을 선행 행렬 부등식(LMI)으로 변환하고,

변환된 선행 행렬 부등식(LMI)의 해로 상기 상태 방정식의 상태 변수를 결정하도록 구비되는 것을 특징으로 하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법.

발명의 설명

기술 분야

본 발명은 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템 및 방법에 관한 것으로, 보다 상세하게는 동역학 모델로부터

도출된 상태 방정식의 비선형항을 TS(Takagi-Sugeno) 퍼지 모델을 기반으로 도출하는 제어 시스템을 설계함에 있어, TS 퍼지 모델링 수행에 따른 연산 복잡도를 절감할 수 있도록 한 기술에 관한 것이다.

배경 기술

- [0002] 최근 무인항공기의 관심이 지속적으로 증가함에 따라 무인 항공시스템인 드론(drone)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 여러 종류의 무인항공기 중에서도 쿼드로터(quadrotor)는 신속하게 다양한 임무를 수행할 수 있고 조종의 편리성과 안정성으로 인하여 학계와 산업계에서 많은 주목을 받고 있다. 실제로 무인항공기는 이미 군사 용을 넘어 민간에서도 그 사용 용도가 다변화 되고 있는 추세이다.
- [0003] 이런 관심이 증가하는 상황이지만 무인항공기에 대한 사고 대처방안에 대해서는 미미한 수준이다. 따라서 쿼드로터의 안전한 운용을 위한 호버링 시스템이 필요한 실정이다.
- [0004] 도 1은 전기모터 및 피치각을 고정시키는 프로펠러로 구성되는 추력기 4개를 가지는 전형적인 쿼드로터의 모델로서, 모델 중심으로부터 길이가 1 인 곳에 프로펠러가 장착되어 전기 모터와 연결이 되어 있고, 전기신호에 따라 프로펠러의 회전수를 변경하여 추력을 변화시킨다.
- [0005] 이러한 쿼드로터는 4개의 운동을 한다. 즉, 쿼드로터는 추력기 1과 3의 차이에 의해 피치(Pitch)운동을 하고, 추력기 2와 4의 차이에 의해 롤(Roll)운동을 하고, 추력기 1, 2, 3, 4의 총합의 제어로 고도운동을 하고, 추력기 1, 3과 2, 4의 차이에 의해 생기는 반토크에 의해 요(Yaw)운동을 한다.
- [0006] 따라서 쿼드로터의 동역학 제어를 위해 PID 제어, 신경망 제어, 모델 예측 제어, 중첩 포함에 기반한 비선형 피드백 제어, 슬라이딩 제어, 적응적 제어, 선형 행렬 부등식(LMI: Linear Matrix Inequality) 접근 등이 적용된다.
- [0007] 이러한 선형 행렬 부등식(LMI) 접근법은 쿼드로터의 동역학 모델을 수학식으로 유도하여 섹터 비선형화시킴으로써 획득될 수 있으며, 이에 LMI 접근법은 부분 또는 전역 선형화 모델과 선형 파라미터 변화 또는 퍼지 모델로부터 도출된다.
- [0008] 이러한 선형 행렬 부등식의 접근을 위한 퍼지 모델링은 전역에 대해 수행되므로 이를 제어하는 제어기의 구조가 매우 복잡하고 연산 복잡도가 증가되는 한계에 도달하였다.
- [0009] 이에 본 출원인은 쿼드로터의 동역학 모델로부터 도출된 동역학 방정식과 TS(Takagi-Sugeno) 퍼지 모델을 통해 상태 방정식의 비선형 항을 도출하고, 도출된 비선형항을 포함하는 상태 방정식에 대해 리아푸노프 안정도 해석 조건을 만족하는 선형 행렬 부등식(LMI)의 해로 상태 변수를 결정하는 제어 시스템을 제안하고자 한다.

선행기술문헌

비특허문헌

- [0011] (비특허문헌 0001) 최인호 et. al, “쿼드로터 무인기 비선형 적응 자세제어기 설계”, Journal of the Korea Academia -Industrial cooperation Society, Vol. 13, No. 6 pp. 2421-2427, 2012.

발명의 내용

해결하려는 과제

- [0012] 본 발명의 목적은, 동역학 모델로부터 도출된 상태 방정식의 비선형항을 TS(Takagi-Sugeno) 퍼지 모델을 기반으로 도출하는 제어 시스템을 설계함에 있어, TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 감소할 수 있는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템 및 방법을 제공하고자 함에 있다.
- [0013] 본 발명의 목적은 이상에서 언급된 목적으로 제한되지 않으며, 언급되지 않은 다른 목적들은 아래의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

과제의 해결 수단

- [0014] 이러한 목적을 이루기 위한 하나의 양태에 따르면, 본 실시 예는 쿼드로터의 자세 및 위치 제어를 수행하는 제어기를 포함하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템에 있어서, 상기 제어 시스템은 기 정해진 동역학 방정식과 각 추력기의 제어 입력을 토대로 각 추력기의 동역학 방정식인 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하는 설계부;
- [0015] 상기 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화된 리아푸노프 안정도 해석 조건을 만족하는 리아푸노프 함수를 설정하는 리아푸노프 함수 설정부; 및
- [0016] 상기 설정된 리아푸노프 함수에 의거 변환된 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식의 수치적 풀이를 통해 상기 상태 방정식의 상태 변수를 결정하는 상태 변수 결정부를 포함하는 것을 일 특징으로 한다.
- [0017] 상기 목적을 이루기 위한 다른 양태에 따르면, 본 실시 예는 쿼드로터의 자세 및 위치 제어를 수행하는 제어기를 포함하는 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법에 있어서, 기 정해진 동역학 방정식과 각 추력기의 제어 입력을 토대로 각 추력기의 동역학 방정식인 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하는 설계단계; 상기 비선형항을 포함하는 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화하는 리아푸노프 안정도 해석 조건으로 리아푸노프 함수를 설정하는 리아푸노프 함수 설정단계; 및 상기 설정된 리아푸노프 함수에 의거 변환된 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식의 수치적 풀이를 통해 설계된 상태 방정식의 상태 변수를 결정하는 상태 변수 결정단계를 포함하는 것을 다른 특징으로 한다.

발명의 효과

- [0019] 본 발명에 따른 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템 및 방법은 기 구축된 동역학 방정식과 제어 입력에 대해 각 추력기의 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식에 포함된 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하며, 도출된 상태 방정식에 대해 리아푸노프 안정도 해석 조건에 의거 지수 안정화한 리아푸노프 함수로 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식의 수치적 풀이를 수행하여 설계된 상태 방정식의 상태 변수를 결정에 따라, 기존의 동역학 방정식의 전역에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하는 방식과 비교하여 상태 방정식의 비선형항에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하므로, TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 줄일 수 있다.
- [0020] 이에 쿼드로터의 자세 및 위치를 제어하는 제어기의 구조를 단순화할 수 있다.

도면의 간단한 설명

- [0022] 본 명세서에서 첨부되는 다음의 도면들은 본 발명의 바람직한 실시 예를 예시하는 것이며, 후술하는 발명의 상세한 설명과 함께 본 발명의 기술사상을 더욱 이해시키는 역할을 하는 것이므로, 본 발명은 그러한 도면에 기재된 사항에만 한정되어 해석되어서는 아니된다.
- 도 1은 본 실시 예가 적용되는 쿼드로터의 좌표계를 나타내는 개념도이다.
- 도 2는 본 실시 예의 제어기의 구성을 나타낸 블록도이다.
- 도 3은 본 실시 예에 의해 설계된 상태 방정식의 궤적을 보인 도이다.
- 도 4는 본 실시 예의 오일러 각 각각의 시간 응답 파형도이다.
- 도 5는 본 실시 예에 따른 제어기의 제어 입력 각각을 보인 도이다.
- 도 6은 본 실시 예에 따른 불변 집합 Ω 를 보인 파형도이다.
- 도 7은 본 다른 실시 예의 쿼드로터 제어 방법을 나타낸 흐름도이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

- [0023] 이하, 첨부한 도면들 및 후술되어 있는 내용을 참조하여 본 발명의 바람직한 실시 예들을 상세히 설명한다. 그러나, 본 발명은 여기서 설명되어지는 실시 예들에 한정되지 않고 다른 형태로 구체화될 수도 있다. 오히려, 여기서 소개되는 실시예들은 개시된 내용이 철저하고 완전해질 수 있도록 그리고 당업자에게 본 발명의 사상이 충분히 전달될 수 있도록 하기 위해 제공되어지는 것이다. 명세서 전체에 걸쳐서 동일한 참조번호들은 동일한 구

성요소들을 나타낸다. 한편, 본 명세서에서 사용된 용어는 실시 예들을 설명하기 위한 것이며 본 발명을 제한하고자 하는 것은 아니다. 본 명세서에서, 단수형은 문구에서 특별히 언급되지 않는 한 복수형도 포함된다. 명세서에서 사용되는 "포함한다(comprises)" 및/또는 "포함하는(comprising)"은 언급된 구성요소, 단계, 동작 및/또는 소자가 하나 이상의 다른 구성요소, 단계, 동작 및/또는 소자의 존재 또는 추가를 배제하지 않는다.

[0024] 이하, 첨부된 도면을 참조하여 본 발명의 일 실시예에 따른 쿼드로터의 퍼지모델 기반의 제어 시스템 및 방법에 대하여 상세히 설명하기로 한다.

[0025] 쿼드로터의 동역학 모델은 오일러 라그랑주 공식으로 유도되고 이에 동역학 모델은 관성 좌표계(x, y, z, ψ , θ , ϕ)는 질량 중심의 상대적 쿼드로터의 위치(x, y, z)와 각 x, y, z 축을 기준으로 회전 각도(rad)인 야(Yaw), 롤(Roll), 및 피치(Pitch)로 정의된 쿼드로터의 자세를 나타내는 오일러 각(rad)(ψ , θ , ϕ)를 포함한다.

[0026] 이러한 동역학 모델은 다음과 같은 가정하에서 유도된다.

[0027] 1) 쿼드로터의 무게 중심을 쿼드로터의 중심에 위치하도록 대칭 설계된다.

[0028] 2) 공기에 의한 역학적 힘 및 모멘트는 무시한다.

[0029] 3) 각 오일러 각(ψ , θ , ϕ) 각각은 $|\psi| \leq \pi$, $|\theta| < \frac{\pi}{2}$, $|\phi| < \frac{\pi}{2}$ 조건을 만족한다.

[0030] 이러한 가정하에서 쿼드로터의 병진 및 회전 운동을 각각에 대한 오일러 라그랑주 공식은 다음 식 1 및 식 2로 나타낸다.

[0031] [식 1]

$$m\ddot{\zeta} + \varsigma = f(\eta)$$

[0033] [식 2]

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau$$

[0035] 여기서, 변수 $\zeta := [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$, $f = [-\sin(\theta) \ \cos(\theta)\sin(\phi) \ \cos(\theta)\cos(\phi)]^T u_1 \in \mathbb{R}^3$ 는 주 제어 입력 u_1 에 의한 쿼드로터의 가해진 병진력이고, 변수 $\eta = [\psi \ \theta \ \phi]^T \in \mathbb{R}^3$, $\tau = [\tau_\psi \ \tau_\theta \ \tau_\phi]^T \in \mathbb{R}^3$ 정의된다. 여기서, m은 쿼드로터의 질량이고, g는 중력 가속도이다.

[0036] 그리고 모멘트 $M = W(\eta)IW(\eta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 는 회전 변환 $W \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 과 관성 행렬 $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, 코리올리 항 $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 을 포함하고 자이로스코프 및 원심항을 포함한다.

[0037] 이러한 쿼드로터의 위치 및 자세 제어를 수행하는 제어 시스템은 기 구축된 동역학 방정식과 제어 입력에 대해 각 추력기에 대한 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식에 포함된 비선형항에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하여 설계된 상태 방정식의 비선형항을 도출하며, 도출된 비선형항을 포함하는 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화하는 리아푸노프 안정화 해석 조건을 토대로 리아푸노프 함수를 설정하고 설정된 리아푸노프 함수에 의거 변환된 선형 행렬 부등식(LMI: Linear Matrix Inequality)의 수치적 풀이를 통해 설계된 상태 방정식의 상태 변수를 결정하도록 구비된다.

[0038] 도 2는 도 1에 도시된 쿼드로터의 자세 및 위치를 제어하기 위한 제어 시스템의 구성을 보인 도면으로서, 도 2를 참조하면 제어 시스템(100)은, 설계부(110), 리아푸노프 함수 설정부(120), 및 상태 변수 결정부(130)를 포함할 수 있다.

[0039] 설계부(110)는 기 정해진 동역학 방정식과 제어 입력 u_1, u_2, u_3, u_4 을 토대로 각 추력기의 상태 방정식 ξ 을 설계한다.

[0040] 즉, 제어 입력 $[u_2 \ u_3 \ u_4]^T := M(\eta)^{-1}\tau - M(\eta)^{-1}C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}$ 에 의해, 식 1의 병진력 및 식 2의 모멘트를 포함하는 동역학 방정식은 하기 식 3으로 정리된다.

[0041] [식 3]

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}\sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m}\cos(\theta)\sin(\phi) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m}\cos(\theta)\cos(\phi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

[0043] 이때 (x_d, y_d, z_d, ψ_d) 은 일정하고, (x_d, y_d, z_d) 은 원하는 위치(또는 직교좌표에서 주어진 고정점에 대해 쿼드로터가 현재 추적 중인 웨이포인트)로 정의되며, 야(yaw)각 ψ_d 가 원하는 각도로 정의되면, 쿼드로터의 고정점에 대한 웨이포인트는 $e_x := x - x_d, e_y := y - y_d, e_z := z - z_d$, and $e_\psi := \psi - \psi_d$ 로 정의된다.

[0044] 이에 제어 시스템은 쿼드로터의 $\text{col}\{e_x, e_y, e_z, e_\psi, \theta, \phi\}$ 가 지수적으로 영점에 수렴하도록 제어 입력 $u_i, i \in \mathcal{I}_4$ 을 설계하여야 한다. 즉, 제어 시스템은 다음과 같이 오차를 유도한다.

[0045] k+1번째 웨이포인트 $(x_{d(k+1)}, y_{d(k+1)}, z_{d(k+1)})$ 가 $\rho \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대해 $\|\text{col}\{e_x, e_y, e_z\}\| \leq \rho$ 이면, 도달하고자 하는 다음 웨이포인트는 (x_{dk}, y_{dk}, z_{dk}) 에서 $(x_{d(k+1)}, y_{d(k+1)}, z_{d(k+1)})$ 로 시프트 된다.

[0046] 또한, 각 추력기에 대한 상태 방정식 $\xi_1 := [e_x \ \dot{e}_x \ \theta \ \dot{\theta}]^T \in \mathbb{R}^4, \xi_2 := [e_y \ \dot{e}_y \ \phi \ \dot{\phi}]^T \in \mathbb{R}^4, \xi_3 := [e_z \ \dot{e}_z]^T \in \mathbb{R}^2$, 및 $\xi_4 := [e_\psi \ \dot{e}_\psi]^T \in \mathbb{R}^2$ 로 정의되면, 제어 입력 u_1, u_2, u_3, u_4 는 식 4를 만족한다.

[0047] [식 4]

$$\begin{aligned} u_1 &:= \frac{m}{\cos(\theta)\cos(\phi)}(K_{\xi_3}\xi_3 + g) \\ u_2 &:= K_{\xi_4}\xi_4 \\ u_3 &:= \Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi)\xi_1 \\ u_4 &:= \Gamma_{\xi_2}(\phi)\xi_2 \end{aligned}$$

[0049] 여기서, K_{ξ_3} and K_{ξ_4} 는 상수 제어 게인이고, $\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi)$ and $\Gamma_{\xi_2}(\phi)$ 은 설계 함수이다.

[0050] 즉, 식 3의 동역학 방정식에 대해 식 4의 입력 제어 u_1, u_2, u_3 , 및 u_4 을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Sigma_1: \dot{\xi}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{m}\sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} \\ \Sigma_2: \dot{\xi}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m}\cos(\theta)\sin(\phi) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_4 \end{bmatrix} \\ \Sigma_3: \dot{\xi}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m}\cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix} \\ \Sigma_4: \dot{\xi}_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2. \end{aligned}$$

[0052] 다시 식 4에 적용하여 정리하면 상태 방정식이 도출되며, 상태 방정식은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Sigma_1: \dot{\xi}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g \sin(\theta)}{\cos(\theta)\cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Gamma_{\xi_1}\xi_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)\cos(\phi)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K_{\xi_3}\xi_3 \\ \Sigma_2: \dot{\xi}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g \sin(\phi)}{\cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Gamma_{\xi_2}\xi_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K_{\xi_3}\xi_3 \\ \Sigma_3: \dot{\xi}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} K_{\xi_3}\xi_3 \\ \Sigma_4: \dot{\xi}_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} K_{\xi_4}\xi_4. \end{aligned}$$

[0054] 여기서, $f_1(\theta, \phi, \xi_1) = (F_1(\theta, \phi) + G\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi))\xi_1$, $f_2(\phi, \xi_2) = (F_2(\phi) + G\Gamma_{\xi_2}(\phi))\xi_2$ 로 정의되고, $F_1(\theta, \phi)$, $F_2(\phi)$, G ,

$p_1(\theta, \phi, \xi_3)$, $p_2(\phi, \xi_3)$, A , and B 는

$$F_1 := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g \operatorname{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F_2 := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g \operatorname{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K_{\xi_3} \xi_3, \quad p_2 := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K_{\xi_3} \xi_3, \quad A := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

로 정의되면, 상기 상태 방정식은 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 를 포함하며, 하기 식 5 내지 식 8로 나타낼 수 있다.

[식 5]

$$\Sigma_1 : \dot{\xi}_1 = f_1(\theta, \phi, \xi_1) + p_1(\theta, \phi, \xi_3)$$

[식 6]

$$\Sigma_2 : \dot{\xi}_2 = f_2(\phi, \xi_2) + p_2(\phi, \xi_3)$$

[식 7]

$$\Sigma_3 : \dot{\xi}_3 = (A + BK_{\xi_3})\xi_3$$

[식 8]

$$\Sigma_4 : \dot{\xi}_4 = (A + BK_{\xi_4})\xi_4$$

그리고, 변수 $\Delta\theta \in \mathbb{R}(0, \pi/2)$ and $\Delta\phi \in \mathbb{R}(0, \pi/2)$ 를 포함하는 $(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에서 $p_1(\theta, \phi, \xi_3) \leq l_1 \|\xi_3\|$ and $p_2(\phi, \xi_3) \leq l_2 \|\xi_3\|$ 인 길
이 $l_1 \in \mathbb{R}_{>0}$ and $l_2 \in \mathbb{R}_{>0}$ 가 존재한다. 여기서 중심에서 추력기 축까지의 길이는 $l_1 = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \sqrt{\tan(\theta)^2 / \cos(\phi)^2} \|K_{\xi_3}\|$ 및
 $l_2 = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \sqrt{\tan(\phi)^2} \|K_{\xi_3}\|$ 이다.

이러한 상태 방정식에 포함된 $p_1(\theta, \phi, \xi_3)$ 의 norm은 $\|p_1(\theta, \phi, \xi_3)\| \leq \sqrt{\tan(\theta)^2 / \cos(\phi)^2} \|K_{\xi_3}\| \|\xi_3\|$ 으로 주어지고,
 $\sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \sqrt{\tan(\theta)^2 / \cos(\phi)^2} \|K_{\xi_3}\| < \infty$ 로 주어지므로, $\|p_1(\theta, \phi, \xi_3)\|$ 는 바운드(bound)된다. 유사하게 $p_2(\phi, \xi_3)$ 역시
 $\sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \sqrt{\tan(\phi)^2} \|K_{\xi_3}\| < \infty$ 로 바운드된다.

그리고, 식 5 및 식 6의 상태 방정식에 포함된 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 은 TS 퍼지 기반 모델링을 통해 도출
할 수 있다.

즉, 섹터 비선형에 의거 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 은 $\mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에서 $\frac{g \operatorname{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) a_{1i}$ 와 $\frac{g \operatorname{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) a_{2i}$
로 각각 표시되고, $\vartheta_{11} = \frac{\frac{g \operatorname{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}$, $\vartheta_{12} = 1 - \vartheta_{11}$, $\vartheta_{21} = \frac{\frac{g \operatorname{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} - a_{22}}{a_{21} - a_{22}}$, $\vartheta_{22} = 1 - \vartheta_{21}$, $a_{11} = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \operatorname{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}$

$$a_{12} = \inf_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \operatorname{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}, \quad a_{21} = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \operatorname{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)}, \quad \text{및} \quad a_{22} = \inf_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \operatorname{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} \quad \text{으로 정의되고,}$$

$$\hat{F}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{으로 정의되면, 식 5 내지 6의 상태 방정식에 포함된 비선형항 } F_1(\theta, \phi) \text{ and } F_2(\phi) \text{ 는 다음 식}$$

9 및 10에 의해 모델링될 수 있다.

[식 9]

$$F_1(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \hat{F}_{1i}$$

[0071] [식 10]

$$F_2(\phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) \hat{F}_{2i}$$

[0072]

[0073] 또한, $\star \in \mathcal{I}_2$ 에 대해 $i \in \mathcal{I}_2$, $\sum_{i=1}^2 \vartheta_{\star i} = 1$, $\vartheta_{\star i} \in \mathbb{R}_{(0,1]}$ 이므로, 비선형 항 $F_1(\theta, \phi)$ 및 $F_2(\phi)$ 은 콜리토프 행렬 $F_1(\theta, \phi) \in \text{Co}\{\hat{F}_{11}, \hat{F}_{12}\}$ and $F_2(\phi) \in \text{Co}\{\hat{F}_{21}, \hat{F}_{22}\}$ 이 포함된다.

[0074] 즉, 쿼드러터의 상태 방정식에 포함된 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ 및 $F_2(\phi)$ 에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하며, 이에 대한 TS 퍼지 모델은 식 9 및 식 10와 같다.

[0075] 이에 본 실시 예는 상태 방정식의 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ 및 $F_2(\phi)$ 를 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하므로, 기존의 전체 동역학 방정식의 전역에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하는 방식과 비교하여 TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 줄일 수 있다.

[0076] 한편, 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ 및 $F_2(\phi)$ 를 포함하는 식 5 내지 7의 상태 방정식은 라이푸노프 함수 설정부(120)로 전달된다.

[0077] 이에 TS 퍼지 모델로부터 도출된 비선형항을 포함한 식 5 내지 식 7의 상태 방정식이 기 정해진 리아푸노프 안정도 조건에 의해 지수적으로 안정됨을 알 수 있다.

[0078] 즉, 상태 방정식 $\xi_1 = 0, \xi_2 = 0, \text{ and } \xi_3 = 0$ 을 포함하는 각 도메인(해)를 토대로 리아푸노프 안정도 해석 조건으로 지수적으로 안정화된 리아푸노프 함수를 설정한다.

[0079] 이하 전술한 상태 방정식은 TS 퍼지 모델로부터 도출된 비선형항을 포함되고 각 상태 방정식 간의 상호 결합 시스템이다.

[0080] 즉, 상태 방정식 $\xi_1 = 0, \xi_2 = 0, \text{ and } \xi_3 = 0$ 을 포함하는 각 도메인(해) $\Omega_1 \subset \mathbb{R}^4, \Omega_2 \subset \mathbb{R}^4, \Omega_3 \subset \mathbb{R}^2$ 에 대한 식 5 내지 식 7의 상호 결합 시스템 및 공칭(nominal) 시스템은 하기 식 11 및 12로 정의된다.

[0081] [식 11]

$$\Sigma'_1 : \dot{\xi}_1 = f_1(\theta, \phi, \xi_1)$$

[0083] [식 12]

$$\Sigma'_2 : \dot{\xi}_2 = f_2(\phi, \xi_2)$$

[0085] 이하 전술한 식 11 및 식 12의 상호 결합 시스템은 다음과 같이 정리된다.

[0086] A1. 식 11의 상호 결합 시스템은 모든 $\xi_1 \in \Omega_1/\{0\}$ 에 대해

$$\begin{aligned} k_1 \|\xi_1\|^2 &\leq V_1(\xi_1) \leq k_2 \|\xi_1\|^2 \\ \dot{V}_1(\xi_1)|_{(11)} &< -k_3 \|\xi_1\|^2 \\ \left\| \frac{\partial V_1(\xi_1)}{\partial \xi_1} \right\| &\leq k_4 \|\xi_1\| \end{aligned}$$

[0087]

[0088] 로 만족하는 리아푸노프 함수 $V_1(\xi_1) : \Omega_1 \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ 는 지수적으로 안정하다.

[0089] 여기서, $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \mathbb{R}_{>0}$ 이다.

[0090] A2. 식 12의 상호 결합 시스템은 모든 $\xi_2 \in \Omega_2/\{0\}$ 에 대해

$$\begin{aligned} k_5 \|\xi_2\|^2 &\leq V_2(\xi_2) \leq k_6 \|\xi_2\|^2 \\ \dot{V}_2(\xi_2)|_{(12)} &< -k_7 \|\xi_2\|^2 \\ \left\| \frac{\partial V_2(\xi_2)}{\partial \xi_2} \right\| &\leq k_8 \|\xi_2\| \end{aligned}$$

[0091]

[0092] 를 만족하는 리아푸노프 함수 $V_2(\xi_2) : \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ 는 지수적으로 안정하다.

[0093] 여기서 $k_5, k_6, k_7, k_8 \in \mathbb{R}_{>0}$ 이다.

[0094] A3. 식 4의 허즈비 행렬 $A + BK_{\xi_3}$ 는 $\xi_3 \in \Omega_3 \setminus \{0\}$ 에 대해

$$k_9 \|\xi_3\|^2 \leq V_3(\xi_3) \leq k_{10} \|\xi_3\|^2$$

$$\dot{V}_3(\xi_3)|_{(7)} < -k_{11} \|\xi_3\|^2$$

[0095]

[0096] 를 만족하는 리아푸노프 함수 $V_3(\xi_3) : \Omega_3 \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ 가 존재한다.

[0097] 여기서 $k_9, k_{10}, k_{11} \in \mathbb{R}_{>0}$ 이다.

[0098] A4. $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 를 포함하는 $\Omega = \{\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in \mathbb{R}^{10} | V_1(\xi_1) + V_2(\xi_2) + \alpha V_3(\xi_3) < 1\} \subset \Omega_1 \times \Omega_2 \times \Omega_3$ 에 대해,

$$\Omega \subset \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi \text{ 이고, 여기서, 상태 변수 } \bar{\alpha} = \lambda_{\max} \left\{ \begin{bmatrix} k_3 & 0 \\ 0 & k_7 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ \frac{1}{2}k_8 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ \frac{1}{2}k_8 l_2 \end{bmatrix}^T \right\} \text{ 이다.}$$

[0099] 따라서, 식 5 내지 7의 상호결합 시스템은 $\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)\} \in \Omega$ 에 대해 입력 도메인을 포함하는 수축 불변 집합 Ω 을 갖는 영점에 지수적으로 안정하다.

[0100] 구체적으로 설명하면, 식 5 내지 7에 대해 리아푸노프 함수는 $V(\xi_1, \xi_2, \xi_3) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ 는 $\alpha \in \mathbb{R}_{>1}$ 을 포함하는 $V(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = V_1(\xi_1) + V_2(\xi_2) + \alpha V_3(\xi_3)$ 이다. 그리고 식 5 내지 7의 상태 방정식의 궤적에 따른 리아푸노프 함수 V 의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(5),(6),(7)} &= \frac{\partial V_1(\xi_1)}{\partial \xi_1} f_1(\theta, \phi, \xi_1) + \frac{\partial V_1(\xi_1)}{\partial \xi_1} p_1(\theta, \phi, \xi_3) + \frac{\partial V_2(\xi_2)}{\partial \xi_2} f_2(\phi, \xi_2) \\ &\quad + \frac{\partial V_2(\xi_2)}{\partial \xi_2} p_2(\phi, \xi_3) + \alpha \frac{\partial V_3(\xi_3)}{\partial \xi_3} (A + BK_{\xi_3}) \xi_3 \\ &\leq \dot{V}_1(\xi_1)|_{(11)} + \dot{V}_2(\xi_2)|_{(12)} + \alpha \dot{V}_3(\xi_3)|_{(7)} \\ &\quad + \left\| \frac{\partial V_1(\xi_1)}{\partial \xi_1} \right\| \|p_1(\theta, \phi, \xi_3)\| + \left\| \frac{\partial V_2(\xi_2)}{\partial \xi_2} \right\| \|p_2(\phi, \xi_3)\|. \end{aligned}$$

[0101]

[0102] 여기서, A1 내지 A4의 가정에서 $p_1(\theta, \phi, \xi_3)$ and $p_2(\phi, \xi_3)$ 는 경계성(boundedness property)을 가지므로 리아푸노프 함수 V 의 미분은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(5),(6),(7)} &\leq -k_3 \|\xi_1\|^2 - k_7 \|\xi_2\|^2 - \alpha k_{11} \|\xi_3\|^2 + k_4 l_1 \|\xi_1\| \|\xi_3\| + k_8 l_2 \|\xi_2\| \|\xi_3\| \\ &= \begin{bmatrix} \|\xi_1\| \\ \|\xi_2\| \\ \|\xi_3\| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -k_3 & 0 & \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ 0 & -k_7 & \frac{1}{2}k_8 l_2 \\ \frac{1}{2}k_4 l_1 & \frac{1}{2}k_8 l_2 & -\alpha k_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\xi_1\| \\ \|\xi_2\| \\ \|\xi_3\| \end{bmatrix} \end{aligned}$$

[0103]

[0104] 또한, $\mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에서 슈어 컴플리먼트(Schur complement condition) 조건을 적용하면, 리아푸노프 함수 V 의 미분은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(5),(6),(7)} < 0 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -k_3 & 0 & \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ 0 & -k_7 & \frac{1}{2}k_8 l_2 \\ \frac{1}{2}k_4 l_1 & \frac{1}{2}k_8 l_2 & -\alpha k_{11} \end{bmatrix} < 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\alpha k_{11}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ \frac{1}{2}k_8 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_4 l_1 \\ \frac{1}{2}k_8 l_2 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} k_3 & 0 \\ 0 & k_7 \end{bmatrix} < 0 \\ \alpha k_{11} > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

[0105]

[0106] A4의 가정 하에서 $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 을 선택하면, $k_{12} \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대해 리아푸노프 함수의 미분은 $\dot{V} < -k_{12} \|\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}\|^2$ 를 만족한다.

[0107] A1 내지 A3의 가정하에서 $\min\{k_1, k_5, \alpha k_9\} \|\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}\|^2 < V < \max\{k_2, k_6, \alpha k_{10}\} \|\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}\|^2$ 를 만족하므로, 리아푸노프 함수 V 의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &< -\frac{k_{12}}{\max\{k_2, k_6, \alpha k_{10}\}} V \\ &\Rightarrow V < e^{-\frac{k_{12}(t-t_0)}{\max\{k_2, k_6, \alpha k_{10}\}}} V(\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)) \\ &\Rightarrow \|\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}\| < \sqrt{\frac{\max\{k_2, k_6, \alpha k_{10}\}}{\min\{k_1, k_5, \alpha k_9\}}} e^{-\frac{k_{12}(t-t_0)}{2 \max\{k_2, k_6, \alpha k_{10}\}}} \\ &\quad \times \|\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)\}\|.\end{aligned}$$

[0108]

[0109] 그러므로, $\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)\} \in \Omega$ 에 대해 식 5 내지 7의 상호결합 시스템의 지수적으로 안정화하고하고 역시 리아푸노프 함수 $V < V(t_0)$ 이다.

[0110]

따라서, $t \in \mathbb{R}_{>t_0}$ 에 대해 $\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)\} \in \Omega \Rightarrow \text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in \Omega$ 이다. 즉, Ω 는 수축 불변 집합이다.

[0111]

그리고, 상태 변수 결정부(130)는 식 5 내지 8의 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식(LMI)으로의 수치화 공식을 통해 상태 방정식의 상태 변수를 결정할 수 있다.

[0112]

즉, 식 5 내지 7의 상태 방정식의 해 $\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ 는 $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, and $P_3 = P_3^T > 0$ 를 포함하는 $\Omega := \{\text{col}\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in \mathbb{R}^{10} : \xi_1^T P_1 \xi_1 + \xi_2^T P_2 \xi_2 + \alpha \xi_3^T P_3 \xi_3 < 1\}$ 이고, $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 과 식 8의 상태 방정식의 해는 ξ_4 이다.

[0113]

그리고, 식 4의 설계 함수 $\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi)$, $\Gamma_{\xi_2}(\phi)$ 는 하기 식 13 및 14로 정의된다.

[0114]

[식 13]

[0115]

$$\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi) := \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) K_{\xi_{1i}}$$

[0116]

[식 14]

[0117]

$$\Gamma_{\xi_2}(\phi) := \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) K_{\xi_{2i}}$$

[0118]

여기서, $\vartheta_{1i}(\theta, \phi)$ and $\vartheta_{2i}(\phi)$ 는 $\vartheta_{11} = \frac{\frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)} - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}$, $\vartheta_{12} = 1 - \vartheta_{11}$, $\vartheta_{21} = \frac{\frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)} - a_{22}}{a_{21} - a_{22}}$, $\vartheta_{22} = 1 - \vartheta_{21}$, $a_{11} = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}$, $a_{12} = \inf_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\theta)}{\cos(\theta) \cos(\phi)}$, $a_{21} = \sup_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)}$, 및 $a_{22} = \inf_{\phi \in \mathcal{B}_\phi} \frac{g \text{sinc}(\phi)}{\cos(\phi)}$ 으로 주어진다. 또한

$\tilde{P}_1 = \tilde{P}_1^T > 0$, $\tilde{P}_2 = \tilde{P}_2^T > 0$, $\tilde{P}_3 = \tilde{P}_3^T > 0$, $\tilde{P}_4 = \tilde{P}_4^T > 0$, $\tilde{K}_{\xi_{1i}}$, $\tilde{K}_{\xi_{2i}}$, $\tilde{K}_{\xi_3}$, $\tilde{K}_{\xi_4}$, $\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_1^T > 0$, and $\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}_2^T > 0$ 가정하면, 상태 방정식에 대한 선형 행렬 부등식(LMI) 조건은 다음 식 15 내지 20를 만족한다.

[0119]

[식 15]

$$\text{sym}\left\{\hat{F}_{1i} \tilde{P}_1 + G \tilde{K}_{\xi_{1i}}\right\} + \tilde{Q}_1 < 0$$

[0120]

[식 16]

$$\text{sym}\left\{\hat{F}_{2i} \tilde{P}_2 + G \tilde{K}_{\xi_{2i}}\right\} + \tilde{Q}_2 < 0$$

[0122]

[식 17]

$$\text{sym}\left\{A \tilde{P}_3 + B \tilde{K}_{\xi_3}\right\} < 0$$

[0124]

[식 18]

$$\text{sym}\left\{A \tilde{P}_4 + B \tilde{K}_{\xi_4}\right\} < 0$$

[0126]

[식 19]

$$E \tilde{P}_1 E^T - \Delta_\theta^2 < 0$$

[0128]

[0129] [식 20]

[0130] $E \tilde{P}_2 E^T - \Delta_\phi^2 < 0$

[0131] $i \in \mathcal{I}_2$ 에 대해, $\hat{F}_{1i}$, $\hat{F}_{2i}$, G , A , B and E 는 다음과 같다.

[0132]
$$\hat{F}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

[0133] 따라서, $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 을 포함하는 $\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0)\}, \xi_4(t_0) \in \Omega \times \mathbb{R}^2$ 에 대해 식 5 내지 7의 상태 방정식은 입력 도메인을 포함하는 수축 불변 집합(contractively invariant set) Ω 을 갖는 영점에서 지수적으로 안정하다.

[0134] 따라서, 상태 변수 $K_{\xi_{1i}} = \tilde{K}_{\xi_{1i}} \tilde{P}_1^{-1}$, $K_{\xi_{2i}} = \tilde{K}_{\xi_{2i}} \tilde{P}_2^{-1}$, $K_{\xi_3} = \tilde{K}_{\xi_3} \tilde{P}_3^{-1}$, $K_{\xi_4} = \tilde{K}_{\xi_4} \tilde{P}_4^{-1}$, $P_1 = \tilde{P}_1^{-1}$, $P_2 = \tilde{P}_2^{-1}$, $P_3 = \tilde{P}_3^{-1}$, $P_4 = \tilde{P}_4^{-1}$ 및 $\tilde{\alpha} = \lambda_{\max} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_{\min}(\tilde{P}_1^{-1} \tilde{Q}_1 \tilde{P}_1^{-1}) & 0 \\ 0 & \lambda_{\min}(\tilde{P}_2^{-1} \tilde{Q}_2 \tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} l_1 \lambda_{\max}(\tilde{P}_1^{-1}) \\ l_2 \lambda_{\max}(\tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \lambda_{\max}(\tilde{P}_1^{-1}) \\ l_2 \lambda_{\max}(\tilde{P}_2^{-1}) \end{bmatrix}^T \right\}$ 이다.

[0135] 즉, 식 7 및 8, 식 11 및 12에 대해 리아푸노프 함수 V 는 $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, $P_3 = P_3^T > 0$, and $P_4 = P_4^T > 0$ 에 대해 $V_1(\xi_1) = \xi_1^T P_1 \xi_1$, $V_2(\xi_2) = \xi_2^T P_2 \xi_2$, $V_3(\xi_3) = \xi_3^T P_3 \xi_3$, and $V_4(\xi_4) = \xi_4^T P_4 \xi_4$ 으로 주어지고, 이에 리아푸노프 함수는 식 21을 만족한다.

[0136] [식 21]

[0137]
$$\lambda_{\min}(P_1) \|\xi_1\|^2 \leq V_1(\xi_1) \leq \lambda_{\max}(P_1) \|\xi_1\|^2$$

$$\left\| \frac{\partial V_1(\xi_1)}{\partial \xi_1} \right\| \leq 2\lambda_{\max}(P_1) \|\xi_1\|$$

$$\lambda_{\min}(P_2) \|\xi_2\|^2 \leq V_2(\xi_2) \leq \lambda_{\max}(P_2) \|\xi_2\|^2$$

$$\left\| \frac{\partial V_2(\xi_2)}{\partial \xi_2} \right\| \leq 2\lambda_{\max}(P_2) \|\xi_2\|.$$

[0138] 그리고 식 11의 상태 방정식의 궤적에 따른 리아푸노프 함수 $V_1(\xi_1)$ 의 미분은 $\dot{V}_1(\xi_1)|_{(11)} = 2\xi_1^T P_1 f_1(\theta, \phi, \xi_1) = \xi_1^T (\text{sym}\{P_1(F_1(\theta, \phi) + G\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi))\}) \xi_1$ 이 된다.

[0139] 또한 $Q_1 = Q_1^T > 0$ 에 대해 $\text{sym}\{P_1(F_1(\theta, \phi) + G\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi))\} + Q_1 < 0$ 은 $\dot{V}_1(\xi_1)|_{(11)} < -\lambda_{\min}(Q_1) \|\xi_1\|^2$ 을 의미한다. 유사하게 $\dot{V}_2(\xi_2)|_{(12)} < -\lambda_{\min}(Q_2) \|\xi_2\|^2$, $\dot{V}_3(\xi_3)|_{(7)} < 0$, and $\dot{V}_4(\xi_4)|_{(8)} < 0$. 각각에 대해 다음 조건을 만족한다.

[0140] [식 23]

[0141] $\text{sym}\{P_2(F_2(\phi) + G\Gamma_{\xi_2}(\phi))\} + Q_2 < 0$

[0142] [식 24]

[0143] $\text{sym}\{P_3(A + BK_{\xi_3})\} < 0$

[0144] [식 25]

[0145] $\text{sym}\{P_4(A + BK_{\xi_4})\} < 0$

[0146] 여기서, $Q_2 = Q_2^T > 0$ 이다.

[0147] 이에 본 실시 예의 상태 변수 결정부(130)는 식 22 내지 식 25에 대한 선행 행렬 부등식(LMI)의 해로 도 5 내지 도 8의 상태 방정식의 상태 변수를 유도할 수 있다.

[0148] 즉, 식 9 및 식 10의 상태 방정식의 비선형항 $F_1(\theta, \phi)$ and $F_2(\phi)$ 의 모델과 식 13 및 식 14을 정리하면 상태 방정식은 다음 식 26 및 27로 얻을 수 있다.

[0149] [식 26]

$$[0150] \quad F_1(\theta, \phi) + G\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \left(\hat{F}_{1i} + GK_{\xi_{1i}} \right)$$

[0151] [식 27]

$$[0152] \quad F_2(\phi) + G\Gamma_{\xi_2}(\phi) = \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) \left(\hat{F}_{2i} + GK_{\xi_{2i}} \right)$$

[0153] P_1^{-1} , P_2^{-1} , P_3^{-1} , and P_4^{-1} 에 대한 결함 변환(Congruence Transformation) 함수는 $\tilde{P}_1 := P_1^{-1}$, $\tilde{P}_2 := P_2^{-1}$, $\tilde{P}_3 := P_3^{-1}$, $\tilde{P}_4 := P_4^{-1}$, $\tilde{Q}_1 := P_1^{-1}Q_1P_1^{-1}$, $\tilde{Q}_2 := P_2^{-1}Q_2P_2^{-1}$, $\tilde{K}_{\xi_{1i}} := K_{\xi_{1i}}P_1^{-1}$, and $\tilde{K}_{\xi_{2i}} := K_{\xi_{2i}}P_2^{-1}$ 이고, 식 22 내지 식 25의 상태 방정식에 대한 선형행렬 부등식(LMI) 각각은 모든 $i \in \mathcal{I}_2$ on $\mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 에 대해 식 28 내지 31로 정리된다.

[0154] [식 28]

$$[0155] \quad (22) \Leftrightarrow \text{sym} \left\{ P_1 \sum_{i=1}^2 \vartheta_{1i}(\theta, \phi) \left(\hat{F}_{1i} + GK_{\xi_{1i}} \right) \right\} + Q_1 < 0 \Leftrightarrow \text{LMI (15)}$$

[0156] [식 29]

$$[0157] \quad (23) \Leftrightarrow \text{sym} \left\{ P_2 \sum_{i=1}^2 \vartheta_{2i}(\phi) \left(\hat{F}_{2i} + GK_{\xi_{2i}} \right) \right\} + Q_2 < 0 \Leftrightarrow \text{LMI (16)}$$

[0158] [식 30]

$$[0159] \quad (24) \Leftrightarrow \text{LMI (17)}$$

[0160] [식 31]

$$[0161] \quad (25) \Leftrightarrow \text{LMI (18)}$$

[0162] 또한, 도메인 $\Omega \subset \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 를 보장하기 위해 선형 행렬 부등식(LMI) 조건이 필요하다. 이에 슈어 컴플리멘트리에 의거, $E\tilde{P}_1E^T < \Delta_\theta^2 \Leftrightarrow \text{LMI (19)} \Rightarrow \Omega \subset \mathcal{B}_\theta$ 로부터 $\xi_1 \in \Omega \Rightarrow \xi_1^T P_1 \xi_1 < 1 \Leftrightarrow \xi_1^T \xi_1^T < \tilde{P}_1 \Rightarrow \theta\theta^T < E\tilde{P}_1E^T$ 이다. 유사한 방법으로 $\text{LMI (20)} \Rightarrow \Omega \subset \mathcal{B}_\phi$ 이다. 즉, 식 19 및 20의 LMI는 $\Omega \subset \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi$ 이다.

[0163] 그러므로, 식 15 내지 20의 상태 방정식이 선형 행렬 부등식(LMI)을 유지한다고 가정하면, A4로부터 $k_3 = \lambda_{\min}(Q_1)$, $k_7 = \lambda_{\min}(Q_2)$, $k_4 = 2\lambda_{\max}(P_1)$, and $k_8 = 2\lambda_{\max}(P_2)$ 이고, $\bar{u}$ 를 선택할 수 있다. 또한 식 18의 상태 방정식이 선형 행렬 부등식(LMI)를 유지한다면, 식 8의 상태 방정식은 $\xi_4(t_0) \in \mathbb{R}^2$ 에 대해 지수 안정하다.

[0164] 또한 상태 변수 결정부(130)는 각 제어 입력이 $\bar{u}_1 \in \mathbb{R}_{>vg}$, $\bar{u}_3 \in \mathbb{R}_{>0}$, and $\bar{u}_4 \in \mathbb{R}_{>0}$ 으로 주어지면, 모든 $i \in \mathcal{I}_2$ 에 대해, LMI에 종속된 입력 제약 조건으로 도메인을 최대화하기 위해 각 제어 입력을 최적화할 수 있다.

$$[0165] \quad \Omega \subset \{u_1 \in \mathbb{R} : |u_1| < \bar{u}_1\} \times \{u_3 \in \mathbb{R} : |u_3| < \bar{u}_3\} \times \{u_4 \in \mathbb{R} : |u_4| < \bar{u}_4\};$$

$$[0166] \quad \begin{aligned} & \text{Minimize} && \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 \\ & \gamma_1 \in \mathbb{R}_{>0}, \gamma_2 \in \mathbb{R}_{>0}, \gamma_3 \in \mathbb{R}_{>0}, \\ & \gamma_4 \in \mathbb{R}_{>0}, \gamma_5 \in \mathbb{R}_{>0}, \gamma_6 \in \mathbb{R}_{>0}, \\ & \bar{P}_1 > 0, \bar{P}_2 > 0, \bar{P}_3 > 0, \bar{P}_4 > 0, \\ & \tilde{K}_{\xi_{1i}}, \tilde{K}_{\xi_{2i}}, \tilde{K}_{\xi_3}, \tilde{K}_{\xi_4}, \tilde{Q}_1 > 0, \tilde{Q}_2 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -\gamma_1 I & * \\ I & -\tilde{P}_1 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -\gamma_2 I & * \\ I & -\tilde{P}_2 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -\gamma_3 I & * \\ I & -\tilde{P}_3 \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} -\gamma_5 I & * \\ \tilde{P}_1 & -\tilde{Q}_1 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -\gamma_6 I & * \\ \tilde{P}_2 & -\tilde{Q}_2 \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} -\tilde{u}_3^2 & * \\ \tilde{K}_{\xi 1}^T & -\tilde{P}_1 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -\tilde{u}_4^2 & * \\ \tilde{K}_{\xi 2}^T & -\tilde{P}_2 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -\left(\frac{\tilde{u}_1}{v} - g\right)^2 & * \\ \tilde{K}_{\xi 3}^T & -\tilde{P}_3 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

[0167]

이다.

[0168]

여기서, $v = \sup_{(\theta, \phi) \in \mathcal{B}_\theta \times \mathcal{B}_\phi} \left| \frac{m}{\cos(\theta) \cos(\phi)} \right|$ 이다.

[0169]

$\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 을 포함하는 $\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0), \xi_4(t_0)\} \in \Omega \times \mathbb{R}^2$ with $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 에 대해, 식 5 내지 8의 상태 방정식은 입력 도메인을 포함하는 수축 불변 집합 Ω 를 갖는 영점에서 지수적으로 안정하다.

[0170]

즉, 상태 변수 결정부(130)는 비선형항을 포함하는 상태 방정식을 결합 변환 및 슈어 컴플리멘터리를 이용하여 선형 행렬 부등식으로 변환한 다음 선형 행렬 부등식에 대한 수치적 해석을 토대로 상태 방정식의 상태 변수를 결정한다.

[0171]

따라서, 본 실시 예는 다음과 같이 정리된다.

[0172]

i) 전체 상호 연결된 시스템의 지수 안정도는 상호연결되지 아니한 서브 시스템의 지수 안정도로부터 도출할 수 있다.

[0173]

ii) 분리 설계가 검증되지 아니한 경우, 기존의 식 5의 p_1 과 식 6의 p_2 를 고려하여 제어기는 식 13 및 14를 포함하는 식 4보다 더 복잡한 설계로 유도된다. 이에 설계된 제어기는 퍼지 모델링 보다 단순한 구조를 가진다.

[0174]

iii) 로컬 결과와 다르게 제어 시스템에 대한 안정성 분석과 설계를 위한 가장 중요한 도구 중 하나인 불변 집합 Ω 을 제공한다. 이에 $\alpha \in \mathbb{R}_{>\max\{\bar{\alpha}, 1\}}$ 를 포함하는 $(\text{col}\{\xi_1(t_0), \xi_2(t_0), \xi_3(t_0), \xi_4(t_0)\}) \in \Omega \times \mathbb{R}^2$ 에 대해 식 5 내지 식 8의 상태 방정식의 궤적은 영점으로 수렴한다.

[0175]

본 실시 예에 대해 예를 들어 설명하면 다음과 같다.

[0176]

즉, $m = 1$ and $g = 9.8$ 에 대해 $(x_d(k+1), y_d(k+1), z_d(k+1))$ 업데이트의 기준으로

[0177]

$(x_{dk}, y_{dk}, z_{dk}) = \begin{cases} (0, 1.25k, 1.25k), & k \in \mathcal{I}_{15} \\ \left(-20 \sin\left(\frac{2\pi(k-16)}{85}\right), 20 \cos\left(\frac{2\pi(k-16)}{85}\right), 20\right), & k \in \mathcal{I}_{[16, 101]} \end{cases}$, $\psi_d = 0$ and $\rho = 0.1$ 으로 주어지면, 모든 각 추력기에 대한 상태 방정식 ξ_1, ξ_2, ξ_3 , and ξ_4 가 입력 도메인을 포함하는 수축 불변 집합 Ω 를 갖는 영점에서 수렴하는 식 4의 제어 입력 u_1, u_2, u_3, u_4 이 설계된다.

[0178]

식 15 내지 20의 상태 방정식은 $\Delta\theta = \frac{2\pi}{5}, \Delta\phi = \frac{2\pi}{5}$, and $(\bar{u}_1, \bar{u}_3, \bar{u}_4) = (1.6196 \times 10^4, 10^2, 10^2)$ 을 포함하는 최적화 문제를 토대로 식 15 내지 20을 근거로 선형 행렬 부등식(LMI)를 풀고, 이에 수축 불변 집합 Ω 와 식 4의 상태 변수 $K_{\xi 1}, K_{\xi 2}, K_{\xi 3}$, and $K_{\xi 4}$ 를 도출한다.

[0179]

도 3 내지 도 6는 상태 방정식 $\xi_1(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \xi_2(0) = [-1.25 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \xi_3(0) = [-1.25 \ 0]^T, \xi_4(0) = [\pi \ 0]^T$ 일 때의 시뮬레이션 결과를 보인 도면이다. 도 3 및 도 4는 제안된 제어기의 쿼드로터의 궤적 (x, y, z) 와 (ψ, θ, ϕ) 를 보인 도면이다. 이에 도시된 바와 같이, 쿼드로터는 제어기의 구도를 유지하면서 원하는 웨이포인트 $(x_{dk}, y_{dk}, z_{dk}), k \in \mathcal{I}_{101}$ 에 근접하게 추적된다.

[0180]

그리고, 도 5은 입력 제어를 보여준다. 더욱이 도 6은 도메인 Ω 이 속하는 제어기의 궤적과 도메인 Ω 의 플로팅에 의해 도메인 Ω 를 벗어나지 아니함을 알 수 있다.

[0181]

이에 본 실시 예는 제어 입력 및 기 구축된 동역학 방정식으로 각 추력기에 대한 상태 방정식을 설계하고 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델로부터 도출하고 도출된 비선형항을 포함하는 상태 방정식에 대해 지역적으로 지수 안정하다.

[0182]

이에 기 구축된 동역학 방정식과 제어 입력에 대해 각 추력기의 상태 방정식을 설계한 다음 설계된 상태 방정식

에 포함된 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출하며, 도출된 상태 방정식에 대해 지수 안정한 리아푸노프 안정화 해석 조건으로 변환된 선형 행렬 부등식에 대한 수치적 풀이를 통해 상태 변수를 결정에 따라, 기존의 전체 동역학 방정식의 전역 항목에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하는 방식과 비교하여 TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 줄일 수 있다.

[0183] 도 7은 본 실시 예의 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 시스템을 동작하는 과정을 나타낸 전체 흐름도이다.

[0184] 도 7을 참조하면, 퍼지모델 기반 쿼드로터의 제어 방법은, 제어 시스템은 기 구축된 동역학 모델과 제어 입력에 대해 각 추력기의 동역학 방정식인 상태 방정식을 설계하고(311), 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델링을 통해 도출한다(312). 설계된 각 추력기의 제어 입력에 대한 상태 방정식은 수학식 5 내지 8로 표현되고, 이러한 상태 방정식의 비선형항은 수학식 9 및 10에 의해 TS 퍼지 모델을 기반으로 도출되며, 도출된 상태 방정식은 식 11 및 12로 나타낸다.

[0185] 리아푸노프 함수 설정단계(313)는 TS 퍼지 모델을 통해 비선형항이 도출된 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정화된 리아푸노프 안정화 해석 조건을 만족하는 리아푸노프 함수를 설정한다.

[0186] 상태 변수 결정단계(314)는 설정된 리아푸노프 함수에 의거 변환된 선형행렬 부등식(LMI)을 구성한 다음 구성된 선형행렬 부등식의 해로 상태 방정식의 상태 변수를 결정한다.

[0187] 즉, 상태 방정식의 해를 도출하기 위해 정의된 설계 함수 $\Gamma_{\xi_1}(\theta, \phi)$ and $\Gamma_{\xi_2}(\phi)$ 및 상태 방정식에 대한 리아푸노프 함수를 설정한 다음 상태 방정식의 비선형 행렬 부등식을 결합 변환 및 슈어 컴플리멘타리를 사용하여 선형 행렬 부등식으로 변환한 다음 선형 행렬 부등식의 해를 도출하여 상태 변수를 결정한다. 여기서, 설계 함수는 식 13 및 14로 표현되고, 리아푸노프 안정화 해석 조건에 의거 변환된 선형 행렬 부등식은 식 15 내지 20로 나타내며, 비선형항을 포함하는 상태 방정식은 식 26 및 식 27로 표현되고, 비선형 행렬 부등식을 결합 변환 및 슈어 컴플리멘타리를 사용하여 변환된 선형 행렬 부등식을 정리하면 식 28 내지 식 31로 나타낸다.

[0188] 전술한 과정을 통해 선형 행렬 부등식 조건을 도출한 다음 그 해를 구하여 설계된 상태 방정식의 상태변수들을 구할 수 있다.

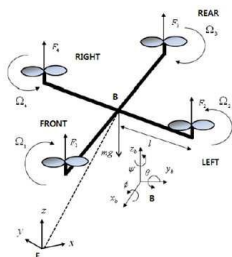
[0189] 본 실시 예에 따르면, 제어 입력 및 기 구축된 동역학 방정식으로 각 추력기에 대한 상태 방정식을 설계하고 설계된 상태 방정식의 비선형항을 TS 퍼지 모델로부터 도출하고 도출된 비선형항을 포함하는 상태 방정식에 대해 지수적으로 안정한 리아푸노프 안정화 해석 조건을 설정하고 설정된 리아푸노프 안정화 해석 조건으로 변환된 선형 행렬 부등식의 해로 상태 방정식의 상태 변수를 결정할 수 있다.

[0190] 이에 기존의 전체 동역학 방정식의 모든 항목에 대해 TS 퍼지 모델링을 수행하는 방식과 비교하여 TS 퍼지 모델링에 대한 연산 복잡도를 줄일 수 있다.

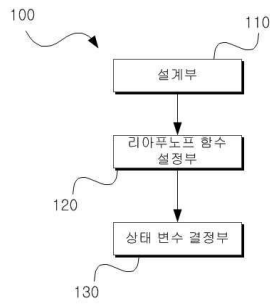
[0191] 이상에서는 본 발명의 바람직한 실시 예를 참조하여 설명하였지만, 해당 기술 분야의 숙련된 당업자라면 하기의 특허 청구범위에 기재된 본 발명의 사상 및 영역으로부터 벗어나지 않는 범위 내에서 본 발명을 다양하게 수정 및 변경시킬 수 있음을 이해할 수 있을 것이다.

도면

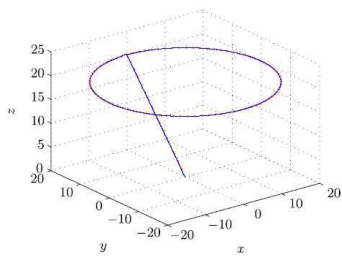
도면1



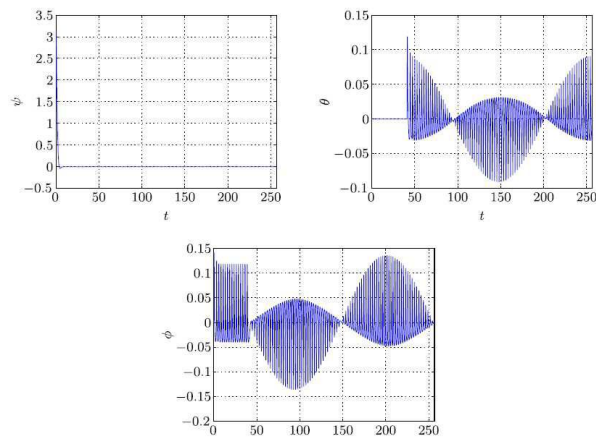
도면2



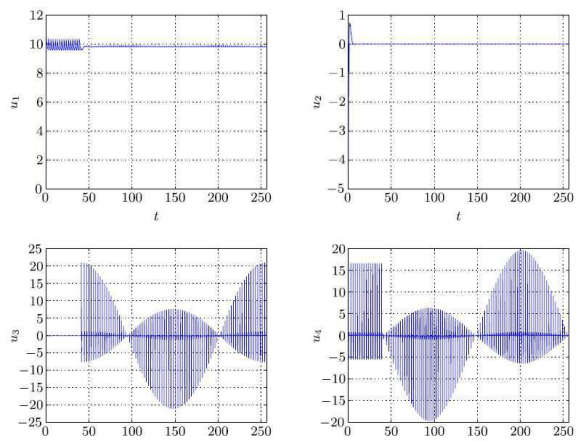
도면3



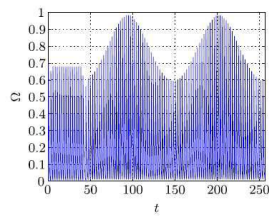
도면4



도면5



도면6



도면7

