



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2017년04월27일
(11) 등록번호 10-1731077
(24) 등록일자 2017년04월21일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
G01W 1/02 (2006.01) G01W 1/06 (2006.01)
(52) CPC특허분류
G01W 1/02 (2013.01)
G01W 1/06 (2013.01)
(21) 출원번호 10-2015-0190408
(22) 출원일자 2015년12월30일
심사청구일자 2015년12월30일
(56) 선행기술조사문헌
KR101491022 B1
KR100938656 B1
KR100981983 B1

(73) 특허권자
부경대학교 산학협력단
부산광역시 남구 신선로 365 (용당동,
부경대학교)
(72) 발명자
정형빈
부산광역시 남구 용소로 45, 4308B (대연동, 부경
대학교대연캠퍼스)
정한별
부산광역시 남구 용소로 45, 4308B (대연동, 부경
대학교대연캠퍼스)
(74) 대리인
오위환, 나성곤, 정기택

전체 청구항 수 : 총 18 항

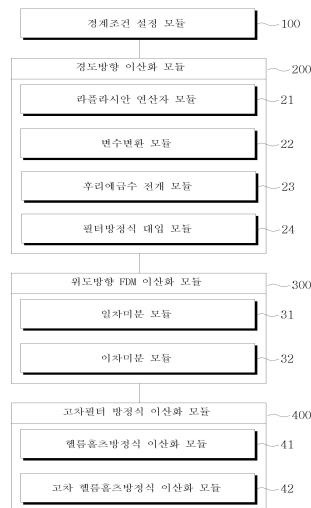
심사관 : 김홍래

(54) 발명의 명칭 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법

(57) 요약

본 발명은 구면좌표계 기상자료를 위한 연산의 효율을 높이고 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법에 관한 것으로, 구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 모듈; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 경도 방향에 대하여 스펙트럴법을 이용하여 이산화하는 경도 방향 이산화 모듈; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 위도 방향에 대하여 일차, 이차 미분을 하여 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 모듈; 고차 필터 방정식의 이산화를 수행하는 고차 필터방정식 이산화 모듈;을 포함하는 것이다.

대표도 - 도1



(52) CPC특허분류

G01W 2201/00 (2013.01)

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호 CD20150376

부처명 기상청

연구관리전문기관 한국기상산업진흥원

연구사업명 기상기술개발사업

연구과제명 각운동량 분석을 통한 열대저기압의 역학적 특성 연구

기 여 율 1/1

주관기관 한국기상산업진흥원

연구기간 2015.05.01 ~ 2016.04.30

공지예외적용 : 있음

명세서

청구범위

청구항 1

구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 모듈;

경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 경도 방향에 대하여 스펙트럴법을 이용하여 이산화하는 경도 방향 이산화 모듈;

경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 위도 방향에 대하여 일차, 이차 미분을 하여 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 모듈;

고차 필터 방정식의 이산화를 수행하는 고차 필터방정식 이산화 모듈;을 포함하는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 2

제 1 항에 있어서, 경도 방향 이산화 모듈은 스펙트럴법을 이용한 경도 방향 이산화를 위하여,

구면좌표계 라플라시안 연산을 수행하는 라플라시안 연산자 모듈과,

구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠 방정식을 이용하여 변수 변환을 도입하는 변수 변환 모듈과,

경도 함수를 후리에 급수 전개를 하는 후리에 급수 전개 모듈과,

필터방정식 대입으로 후리에 계수에 대한 헬름홀츠 방정식 산출하여 이산화하는 필터방정식 대입 모듈을 포함하는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 3

제 2 항에 있어서, 라플라시안 연산자는,

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{\cos^2\theta} \left[\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right]$$

$$0 \leq \lambda \leq 2\pi$$

$$-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$$

이고,

여기서, λ 와 θ 는 각각 경도와 위도이고,

구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식은,

$$(\psi - \nu \zeta) = F,$$

$$\zeta = \nabla^2 \psi$$

이고,

여기서, ψ 와 F 는 각각 구면에서 정의되는 적분 가능한 함수인 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 4

제 2 항에 있어서, 경도방향으로 주기성을 가질 때, 경도의 함수를,

$$\psi(\lambda, \theta) = \text{Re} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_m(\theta) e^{im\lambda} \right], \quad i = \sqrt{-1},$$

후리에급수로 전개하고,

여기서, m 은 동서 파수. $\text{Re}[*]$ 는 $*$ 의 실수부, 그리고 $\hat{\psi}_m$ 은 복소수형태의 후리에계수를 나타내는 것을 특징으로 하는 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 5

제 2 항에 있어서, 후리에 계수에 대한 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식은,

$$\left[1 - \nu \left(-\frac{m^2}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] \hat{\psi}_m = \hat{F}_m$$

으로 산출되고,

$\theta = \pm \pi/2$ 에서 $\cos \theta = 0$ 이므로 $\cos \theta$ 로 나누는 항은 극에서 특이성을 일으키게 되고 이는 $\hat{\psi}_m$ 에 따라 결정되는 것을 특징으로 하는 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 6

제 1 항에 있어서, 위도방향 FDM 이산화 모듈은,

일차 미분 모듈과 이차 미분 모듈을 포함하고, 유한 차분법을 이용한 위도 방향의 이산화를 위하여 남북의 영역을 N 개의 격자 구간으로 분할하고, 일차, 이차 미분을 하여 4차 유한차분법으로 이산화하는 것을 특징으로 하는 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 7

제 6 항에 있어서, 일차, 이차 미분이,

$$\left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} - 8\Psi_{m,j+1} + 8\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial \theta^2} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} + 16\Psi_{m,j+1} - 30\Psi_{m,j} + 16\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d^2}$$

으로 4차 유한차분법으로 이산화되고,

여기서, $d(=\pi/N)$ 는 라디안으로 격자 간격을 나타내고, $j(=0, 1, 2, 3, \dots, N)$ 는 $\theta_j = dj - \pi/2$ 과 같이 격자 인덱스(index)를 의미하는 것을 특징으로 하는 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 8

제 1 항에 있어서, 고차 필터방정식 이산화 모듈은,

헬름홀츠 방정식 이산화 모듈과 고차 헬름홀츠 이산화 모듈을 포함하고, 고차 필터 방정식의 이산화를 위하여, 헬름홀츠 방정식 이산화 및 고차 헬름홀츠 방정식 이산화를 수행하는 것을 특징으로 하는 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 9

제 8 항에 있어서, 이산 라플라시안 연산자와 관련된 행렬은 오각 대각행렬이며, 헬름홀츠 방정식은,

$(I - \nu D) = F$ 의 행렬 방정식으로 나타내고,

여기서, I, D 와 F 는 칼럼과 열의 크기가 $N+1$ 인 단위행렬, 이산 라플라시안 연산자 행렬 [size of $(N+1)*(N+1)$], 그리고 forcing function과 관련된 칼럼벡터인 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 10

제 9 항에 있어서, 주어진 함수 ψ 에 대해 차수 q 의 구면고차필터는,

$$[1 + \gamma(-1)^q \nabla^{2q}] \psi^* = \psi \text{ 이고,}$$

여기서, *은 필터가 적용된 함수를 의미하고,

행렬 방정식은 복소계수로 구성된 다중 헬름홀츠 방정식으로 나뉘지고, 필터는 헬름홀츠 방정식의 연속적인 역산으로 수행되는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템.

청구항 11

구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 단계;

경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 경도 방향에 대하여 스펙트럴법을 이용하여 이산화하는 경도 방향 이산화 단계;

경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 위도 방향에 대하여 일차, 이차 미분을 하여 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 단계;

헬름홀츠 방정식 이산화 및 고차 헬름홀츠 방정식 이산화를 하여 고차 필터 방정식의 이산화를 수행하는 고차 필터방정식 이산화 단계;를 포함하는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 12

제 11 항에 있어서, 경도 방향 이산화 단계는,

구면좌표계 라플라시안 연산을 수행하는 단계와,

구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠 방정식을 이용하여 변수 변환을 도입하는 단계와,

경도 함수를 후리에 급수 전개를 하는 단계와,

필터방정식 대입으로 후리에 계수에 대한 헬름홀츠 방정식 산출하여 이산화하는 단계를 포함하는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 13

제 12 항에 있어서, 라플라시안 연산자는,

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right]$$

$$0 \leq \lambda \leq 2\pi$$

$$-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \text{ 이고,}$$

여기서, λ 와 θ 는 각각 경도와 위도이고,

구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식은,

$$(\psi - \nu \zeta) = F,$$

$$\zeta = \nabla^2 \psi$$

이고,

여기서, ψ 와 F 는 각각 구면에서 정의되는 적분 가능한 함수인 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면 좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 14

제 12 항에 있어서, 경도방향으로 주기성을 가질 때, 경도의 함수를,

$$\psi(\lambda, \theta) = \text{Re} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_m(\theta) e^{im\lambda} \right], \quad i = \sqrt{-1},$$

후리에급수로 전개하고,

여기서, m 은 동서 파수. $\text{Re}[*]$ 는 $*$ 의 실수부, 그리고 $\hat{\psi}_m$ 은 복소수형태의 후리에계수를 나타내는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 15

제 12 항에 있어서, 후리에계수에 대한 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식은,

$$\left[1 - \nu \left(-\frac{m^2}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] \hat{\psi}_m = \hat{F}_m$$

으로 산출되고,

$\theta = \pm \pi/2$ 에서 $\cos \theta = 0$ 이므로 $\cos \theta$ 로 나누는 항은 극에서 특이성을 일으키게 되고 이는 $\hat{\psi}_m$ 에 따라 결정되는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 16

제 11 항에 있어서, 위도방향 FDM 이산화 단계에서,

일차, 이차 미분이,

$$\left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} - 8\Psi_{m,j+1} + 8\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial \theta^2} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} + 16\Psi_{m,j+1} - 30\Psi_{m,j} + 16\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d^2}$$

으로 4차 유한차분법으로 이산화되고,

여기서, $d(=\pi/N)$ 는 라디안으로 격자 간격을 나타내고, $j(=0, 1, 2, 3, \dots, N)$ 는 $\theta_j = dj - \pi/2$ 과 같이 격자 인덱스(index)를 의미하는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 17

제 11 항에 있어서, 고차 필터방정식 이산화 단계에서,

이산 라플라시안 연산자와 관련된 행렬은 오각 대각행렬이며, 헬름홀츠 방정식은,

$(I - \nu D) = F$ 의 행렬 방정식으로 나타내고,

여기서, I, D 와 F 는 칼럼과 열의 크기가 $N+1$ 인 단위행렬, 이산 라플라시안 연산자 행렬 [size of $(N+1)*(N+1)$], 그리고 forcing function과 관련된 칼럼벡터인 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

청구항 18

제 17 항에 있어서, 주어진 함수 ψ 에 대해 차수 q 의 구면고차필터는,

$$[1 + \gamma(-1)^q \nabla^{2q}] \psi^* = \psi \text{ 이고,}$$

여기서, *은 필터가 적용된 함수를 의미하고,

행렬 방정식은 복소계수로 구성된 다중 헬름홀츠 방정식으로 나뉘지고, 필터는 헬름홀츠 방정식의 연속적인 역산으로 수행되는 것을 특징으로 하는 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법.

발명의 설명

기술 분야

[0001] 본 발명은 디지털 필터링에 관한 것으로, 구체적으로 구면좌표계 기상자료를 위한 연산의 효율을 높이고 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법에 관한 것이다.

배경 기술

[0002] 최근 기상과 기후 등과 같은 영역에서 처리되어야 할 영상자료가 방대해지고 있으며, 이러한 자료를 빠른 속도로 처리해야 하는 경우가 많아지고 있다.

[0003] 이에 따라, 3차원 공간 자료처리용 디지털 필터링 방법은 점차 정확성을 유지하면서도 빠른 처리 속도가 요구되고 있다.

[0004] 이러한 3차원 공간 자료처리용 디지털 필터링 방법은 구면에서는 르장드르(Legendre)함수를 기저함수로 사용하는 르장드르스펙트럴법(Legendre spectral method)이 일반적으로 많이 사용된다.

[0005] 그러나 자료의 해상도가 커지면 처리속도(계산의 효율성)가 떨어진다는 단점을 가지고 있다. 따라서, 이러한 단점을 해결하기 위해 르장드르스펙트럴법을 대체할 수 있는 이중 푸리에스펙트럴법(Double Fourier Series(DFS) spectral method)이 개발되어 기상, 기후 및 지구과학분야에서 사용되고 있다.

[0006] 미분방정식의 해를 구하는 방법중의 하나인 스펙트럴법에서는 임의의 함수를 경계조건으로 만족하는 기저함수(Basis Function)의 급수로 전개하고 공간미분은 기저함수의 미분으로 나타낸다.

[0007] 스펙트럴법은 다른 방법, 예를 들어, 유한차분법(Finite Difference Method) 등과 비교하여 정확도가 높으며 비선형항의 계산에 있어서도 높은 효율성을 거의 그대로 유지한다.

[0008] 이와 같은 장점에 의해 현재 각국의 대부분의 일기예보모델과 기후모델에서는 스펙트럴법이 사용되고 있다.

[0009] 하지만, 종래 기술의 이중 후리에 급수 스펙트럴법을 이용한 구면좌표계상의 섹터영역에 대한 디지털 필터는 계산의 정확도가 높은 장점이 있지만, 격자의 개수 혹은 자유도가 증가함에 따라 계산시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

[0010] 또한, 유한차분법과 유한요소법을 이용한 디지털 필터는 계산시간은 적게 소요되지만 계산의 정확도가 낮은 단점이 있다.

[0011] 따라서, 구면좌표계 기상자료를 위한 연산의 효율을 높이고 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 새로운 필터링 시스템에 관한 기술 개발이 요구되고 있다.

선행기술문헌

특허문헌

- [0012] (특허문헌 0001) 대한민국 등록특허번호 제10-1491022호
(특허문헌 0002) 대한민국 등록특허번호 제10-0981983호

발명의 내용

해결하려는 과제

- [0013] 본 발명은 이와 같은 종래 기술의 3차원 공간 자료처리용 디지털 필터링 방법의 문제를 해결하기 위한 것으로, 구면좌표계 기상자료를 위한 연산의 효율을 높이고 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 제공하는데 그 목적이 있다.
- [0014] 본 발명은 구면 고차 필터를 위경도 격자체계에서 후리에-유한차분법(FFDM)을 적용하여 계산의 정확도를 극대화하고, 로스비-하우어비츠 파동과 기상자료에 응용할 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 제공하는데 그 목적이 있다.
- [0015] 본 발명은 구면좌표계 전구기상자료에 필터를 적용하는 것으로 오각대각행렬을 처리하여 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 제공하는데 그 목적이 있다.
- [0016] 본 발명은 RMSE(Root Mean Square Error) 특성이 해상도(동서방향격자수 M)에 따라 다양하게 나타나고, FFEM(Fourier Finite Element Method)에 비하여 오차를 줄일 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM(Fourier Finite Difference Method) 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 제공하는데 그 목적이 있다.
- [0017] 본 발명은 구면좌표계 기상자료를 위한 고성능 연산효율의 FFDM 필터링 시스템 및 이를 이용한 필터링 방법을 구현하여 환경 기상 분야뿐만 아니라 다양한 분야에 적용될 수 있도록 한 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 제공하는데 그 목적이 있다.
- [0018] 본 발명의 목적들은 이상에서 언급한 목적들로 제한되지 않으며, 언급되지 않은 또 다른 목적들은 아래의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

과제의 해결 수단

- [0019] 이와 같은 목적을 달성하기 위한 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템은 구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 모듈; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 경도 방향에 대하여 스펙트럴법을 이용하여 이산화하는 경도 방향 이산화 모듈; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 위도 방향에 대하여 일차, 이차 미분을 하여 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 모듈; 고차 필터 방정식의 이산화를 수행하는 고차 필터방정식 이산화 모듈;을 포함하는 것을 특징으로 한다.
- [0020] 다른 목적을 달성하기 위한 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 방법은 구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 단계; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 경도 방향에 대하여 스펙트럴법을 이용하여 이산화하는 경도 방향 이산화 단계; 경계조건 설정에 의한 영역에 대응하는 격자자료를 위도 방향에 대하여 일차, 이차 미분을 하여 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 단계; 헬름홀츠 방정식 이산화 및 고차 헬름홀츠 방정식 이산화를 하여 고차 필터 방정식의 이산화를 수행하는 고차 필터방정식 이산화 단계;를 포함하는 것을 특징으로 한다.

발명의 효과

- [0021] 이와 같은 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법은 다음과 같은 효과를 갖는다.
- [0022] 첫째, 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링에 위해 구면좌표계 기상자료를 위한 연산의 효율을

높이고 계산의 정확도를 높일 수 있다.

- [0023] 둘째, 구면 고차 필터를 위경도 격자체계에서 후리에-유한차분법(FFDM)을 적용하여 계산의 정확도를 극대화하고, 로스비-하우어비츠 파동과 기상자료에 응용할 수 있다.
- [0024] 셋째, 구면좌표계 전구기상자료에 필터를 적용하는 것으로 오각대각행렬을 처리하여 계산의 정확도를 높일 수 있다.
- [0025] 넷째, RMSE(Root Mean Square Error) 특성이 해상도(동서방향격자수 M)에 따라 다양하게 나타나고, FFEM(Fourier Finite Element Method)에 비하여 오차를 줄일 수 있다.
- [0026] 다섯째, 구면좌표계 기상자료를 위한 고성능 연산효율의 FFDM 필터링 시스템 및 이를 이용한 필터링 방법을 구현하여 환경 기상 분야뿐만 아니라 다양한 분야에 응용이 가능하다.

도면의 간단한 설명

- [0027] 도 1은 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 구성도
- 도 2는 본 발명에 따른 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 과정을 나타낸 플로우 차트
- 도 3은 후리에계수의 극조건을 나타낸 그래프
- 도 4는 동서파수 4의 로스비하우어비츠 파동의 (a)기본장, (b)고차필터의 해석해로부터 계산된 결과, (c)FFDM 디지털 필터의 결과, (d)FFEM 디지털 필터의 결과를 나타낸 구성도
- 도 5는 필터링 규모에 따른 500hPa 지오폠펜셜 고도를 나타낸 구성도
- 도 6은 열대저기압 할롱(HALONG)의 발달 과정에서 500hPa 지오폐텐셜 고도장과 속도장을 나타낸 구성도

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

- [0028] 이하, 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법의 바람직한 실시 예에 관하여 상세히 설명하면 다음과 같다.
- [0029] 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법의 특징 및 이점들은 이하에서의 각 실시 예에 대한 상세한 설명을 통해 명백해질 것이다.
- [0030] 도 1은 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 구성도이다.
- [0031] 그리고 도 2는 본 발명에 따른 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 과정을 나타낸 플로우 차트이다.
- [0032] 본 발명은 구면 고차 필터를 위경도 격자체계에서 후리에-유한차분법(FFDM)을 적용하여 계산의 정확도를 극대화하고, 오각대각행렬을 처리하여 계산의 정확도를 높일 수 있도록 한 것이다.
- [0033] 구면상에서 등방적으로 날카롭게 컷오프(cut-off) 필터링이 가능한 고차 라플라시안-타입 필터는 기상자료를 처리함에 있어 필수적이다.
- [0034] 구면좌표계 라플라시안 연산자를 이산화하여 격자자료를 처리하는 방법 중 갤러킨법과 유한차분법이 매우 광범위하게 사용된다.
- [0035] 본 발명에 따른 고차 필터는 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식의 역산에 의해 수행되고, 스펙트럴법과 유한차분법을 혼합하여 이산화하고 역산할 수 있으므로 고차 필터를 구축할 수 있다.
- [0036] 이를 위한 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템은 도 1에서와 같이, 경계조건 설정 모듈(100)과, 경도 방향 이산화 모듈(200)과, 위도방향 FDM 이산화 모듈(300)과, 고차 필터방정식 이산화 모듈(400)을 포함한다.
- [0037] 여기서, 경계조건 설정 모듈(100)은 구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하기 위한 것이다.
- [0038] 경계조건 설정 모듈(100)에 의해 설정되는 섹터 영역의 크기는, 동서 $0^{\circ} \sim 360^{\circ}$ 의 일부분, 남북 $-90^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 의

일부분 또는 전체가 될 수 있다.

- [0039] 그리고 경도 방향 이산화 모듈(200)은 스펙트럴법을 이용한 경도 방향 이산화를 위하여, 구면좌표계 라플라시안 연산을 수행하는 라플라시안 연산자 모듈(21)과, 구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠 방정식을 이용하여 변수 변환을 도입하는 변수 변환 모듈(22)과, 경도 함수를 후리에 급수 전개하는 후리에 급수 전개 모듈(23)과, 필터방정식 대입으로 후리에 계수에 대한 헬름홀츠 방정식 산출하여 이산화하는 필터방정식 대입 모듈(24)을 포함한다.
- [0040] 그리고 위도방향 FDM 이산화 모듈(300)은 일차 미분 모듈(31)과 이차 미분 모듈(32)을 포함하고, 유한 차분법을 이용한 위도 방향의 이산화를 위하여 남북의 영역을 N개의 격자 구간으로 분할하고, 일차, 이차 미분을 하여 4차 유한차분법으로 이산화하는 것이다.
- [0041] 그리고 고차 필터방정식 이산화 모듈(400)은 헬름홀츠 방정식 이산화 모듈(41)과 고차 헬름홀츠 이산화 모듈(42)을 포함하고, 고차 필터 방정식의 이산화를 위하여, 헬름홀츠 방정식 이산화 및 고차 헬름홀츠 방정식 이산화를 수행하는 것이다.
- [0042] 본 발명에 따른 본 발명에 따른 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템의 제어 과정은 다음과 같다.
- [0043] 도 2에서와 같이, 구면좌표계의 전지구 영역 또는 섹터 영역의 크기를 설정하는 경계조건 설정 단계(S201)와, 스펙트럴법을 이용한 경도 방향 이산화를 위하여, 구면좌표계 라플라시안 연산을 수행하는 라플라시안 연산 단계(S202)와, 구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠 방정식을 이용하여 변수 변환을 도입하는 변수변환 단계 및 경도 함수를 후리에 급수 전개하는 후리에급수 전개 단계(S203)와, 필터방정식 대입으로 후리에 계수에 대한 헬름홀츠 방정식 산출하여 이산화하는 필터방정식 대입 단계(S204)와, 유한 차분법을 이용한 위도 방향의 이산화를 위하여 남북의 영역을 N개의 격자 구간으로 분할하고(S205), 일차, 이차 미분을 하여 4차 유한차분법으로 이산화하는 위도방향 FDM 이산화 단계(S206)와, 고차필터 방정식의 이산화를 위하여, 헬름홀츠 방정식 이산화 및 고차 헬름홀츠 방정식 이산화를 수행하는 고차필터 방정식 이산화 단계(S207)를 포함한다.
- [0044] 구체적으로 스펙트럴법을 이용한 경도 방향 이산화 과정을 설명하면 다음과 같다.
- [0045] 구면좌표계 라플라시안 연산자는 수학식 1에서와 같다.

수학식 1

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{\cos^2\theta} \left[\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right]$$

$$0 \leq \lambda \leq 2\pi$$

$$-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$$

- [0046]
- [0047] 여기서, λ 와 θ 는 각각 경도와 위도를 나타내며, 구면좌표계의 고차 필터를 구성하는 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식은 수학식 2에서와 같이 정리할 수 있다.

수학식 2

$$(\psi - \nu \zeta) = F,$$

$$\zeta = \nabla^2 \psi$$

- [0048]
- [0049] 여기서, ψ 와 F 는 각각 구면에서 정의되는 적분 가능한 함수이다.
- [0050] 수학식 1은 위도와 경도에 따라 분리된 이차 미분연산자로 구성되므로 변수 분리를 이용하여 계산이 가능하다.

[0051] 그리고 경도방향으로 주기성을 가질 때, 경도의 함수를 다음과 같이 후리에급수로 전개 할 수 있다.

수학식 3

[0052]

$$\psi(\lambda, \theta) = \text{Re} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_m(\theta) e^{im\lambda} \right], \quad i = \sqrt{-1},$$

[0053] 여기서, m은 동서 파수. $\text{Re}[*]$ 는 *의 실수부, 그리고 $\hat{\psi}_m$ 은 복소수형태의 후리에계수를 나타낸다.

[0054] 이를 수학식 2에 대입하면, 후리에계수에 대한 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식을 산출할 수 있다.

수학식 4

[0055]

$$\left[1 - \nu \left(-\frac{m^2}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] \hat{\psi}_m = \hat{F}_m$$

[0056] $\theta = \pm \pi/2$ 에서 $\cos \theta = 0$ 이므로 수학식 4의 $\cos \theta$ 로 나누는 항은 극에서 특이성을 일으키게 되는데, 이는 $\hat{\psi}_m$ 에 따라 결정된다.

[0057] $m=0$ 의 경우 수학식 4는 위도만의 함수이고, 아래의 성질에 따라 극에서 특이성을 피할 수 있다.

수학식 5

[0058]

$$\begin{aligned} & -\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial \hat{\psi}_m}{\partial \theta} \\ \Rightarrow & -\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)'} \frac{\partial^2 \hat{\psi}_m}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 \hat{\psi}_m}{\partial \theta^2} \quad \text{at } \theta = \pm \pi/2 \end{aligned}$$

[0059] 등간격 격자자료가 주어지면, 후리에계수는 극 주변에서 $\hat{\psi}_m \propto \cos^m \theta$ 으로 적용되며 수학식 6에서와 같은 관계를 나타낸다.

수학식 6

[0060]

$$\frac{d^{m-1} \hat{\psi}_m}{d\theta^{m-1}} = 0 \quad \text{for } m > 0.$$

[0061] 따라서, $m \geq 2$ 에서 극 특이성은 사라지고, $m=1$ 일 때, 수학식 6을 만족하지 않기 때문에 극 특이성이 나타나지 않는다.

[0062] 그리고 유한 차분법을 이용한 위도 방향의 이산화 과정을 설명하면 다음과 같다.

[0063] 변수변환된 라플라시안 연산자는 다음과 같다.

수학식 7

$$Z_m = \frac{\partial}{\partial x} \left[(1-x^2) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_m - 2(2k)x\Psi_m \right] - 2k(2k-1)\Psi_m + \frac{(2k)^2 - m^2}{1-x^2} \Psi_m,$$

[0064]

[0065] 여기서, $x = \sin \theta$ 이고,

수학식 8

$$(\Psi_m, Z_m) = (\hat{\psi}_m, \hat{\zeta}_m)(\cos^{2k}\theta)^{-1}$$

[0066]

[0067] 여기서, $m = 0, \text{ odd, even } (m > 0)$ 에 대하여 $k=0, 1, 2$ 가 된다.

[0068] 수학식 7의 $\cos \theta$ 로 나누는 항은 수학식 6을 적용하여 다음과 같이 재구성 한다.

수학식 9

$$Z_m = -(4k+1) \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial \theta^2} - 2k(2k+1)\Psi_m + \frac{(2k)^2 - m^2}{\cos^2 \theta} \Psi_m.$$

[0069]

[0070] 극에서, 수학식 9는 다음과 같이 정리할 수 있다.

수학식 10

$$Z_m = \begin{cases} -(4k+2) \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial \theta^2} - 2k(2k+1)\Psi_m & m=0,1,2, \\ 0 & m \geq 3 \end{cases},$$

[0071]

[0072] 유한차분법을 적용하여 이산화하기 위하여 남북의 영역을 N개의 격자구간으로 분할하고, 극을 포함하여 전구는 $2N*(N+1)$ 개의 격자점으로 구성된다.

[0073] 수학식 9는 일차, 이차 미분이 다음과 같이 주어지는 4차 유한차분법으로 이산화된다.

수학식 11

$$\left. \frac{\partial \Psi_m}{\partial \theta} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} - 8\Psi_{m,j+1} + 8\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial \theta^2} \right|_j = \frac{-\Psi_{m,j+2} + 16\Psi_{m,j+1} - 30\Psi_{m,j} + 16\Psi_{m,j-1} - \Psi_{m,j-2}}{12d^2}$$

[0074]

[0075] 여기서, $d(=\pi/N)$ 는 라디안으로 격자 간격을 나타내고, $j(=0, 1, 2, 3, \dots, N)$ 는 $\theta_j = dj - \pi/2$ 과 같이 격자 인덱스(index)를 의미한다.

[0076] 미분을 성공적으로 수행하기 위해서는 극에서 두 개의 섀도우 포인트(shadow point)가 필요하다. ($\Psi_{m,-1}, \Psi_{m,-2}, \Psi_{m,N+1}, \Psi_{m,N+2}$)

[0077] 도 3은 후리에계수의 극조건을 나타낸 그래프이다.

[0078] 이 조건을 수학식으로 나타내면 다음과 같다.

수학식 12

$$m=0 \quad \begin{aligned} \Psi_{0,N+2} &= \Psi_{0,N-2} \\ \Psi_{0,N+1} &= \Psi_{0,N-1} \end{aligned}$$

$$m=1,3,5,\dots \quad \begin{aligned} \Psi_{m,N+2} &= -\Psi_{m,N-2} \\ \Psi_{m,N+1} &= -\Psi_{m,N-1} \\ \Psi_{m,N} &= 0 \end{aligned}$$

$$m=2,4,6,\dots \quad \begin{aligned} \Psi_{m,N+2} &= \Psi_{m,N-2} \\ \Psi_{m,N+1} &= \Psi_{m,N-1} \\ \Psi_{m,N} &= 0 \end{aligned}$$

[0079]

[0080] 수학식 10의 미분을 수학식 4와 수학식 8에 적용하여 선형 대수방정식을 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다.

[0081] 이산 라플라시안 연산자와 관련된 행렬은 오각 대각행렬이며, 수학식 4의 헬름홀츠 방정식은 다음의 수학식 13에서와 같이 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다.

수학식 13

$$(I - \nu D) = F$$

[0082]

[0083] 여기서, I, D 와 F는 칼럼과 열의 크기가 N+1인 단위행렬, 이산 라플라시안 연산자 행렬 [size of (N+1)*(N+1)], 그리고 forcing function과 관련된 칼럼벡터이다.

[0084] 주어진 함수 ψ 에 대해 차수 q 의 구면고차필터는 다음과 같다.

수학식 14

$$[1 + \gamma(-1)^q \nabla^{2q}] \psi^* = \psi$$

[0086] 여기서, $*$ 은 필터가 적용된 함수를 의미한다.

[0087] 수학식 13은 복소계수로 구성된 다중 헬름홀츠 방정식으로 나뉘지고, 필터는 헬름홀츠 방정식의 연속적인 역산으로 수행된다.

[0088] 이와 같은 본 발명에 따른 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법은 구면좌표계 지구기상자료에 필터를 적용하는 것으로 오각 대각행렬을 처리하여 계산의 정확도를 높일 수 있다.

[0089] 로스비-하우어비츠 파동에 본 발명에 따른 필터를 적용하여 이론치와의 차이인 RMSE(Root Mean Square Error)를 나타내었으며, 동시에 FFEM 디지털 필터의 결과와 비교하여 표1에 나타내었다.

표 1

	M	RMSE
FFDM	180	1.44E-09
	360	8.99E-11
	720	5.62E-12
FFEM	180	1.46E-07
	360	3.67E-08
	720	9.20E-09

[0090]

[0091] 표 1은 동서 파수 4의 로스비-하우어비츠 파동의 오차를 나타낸 것으로, M은 동서방향 격자수이며, FFDM과 FFEM의 각각의 RMSE를 나타낸다.

[0092] 해상도(동서방향 격자수 M)에 따라, RMSE는 $O(10^{-9}) \sim O(10^{-12})$ 까지 다양하게 나타나고, FFDM의 오차는 해상도에 따라 FFEM의 오차보다 더 작게 나타나는 것을 알 수 있다.

[0093] 본 발명에 따른 지구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 적용한 로스비-하우어비츠 파동의 필터링에 대하여 설명하면 다음과 같다.

[0094] 도 4는 동서파수 4의 로스비-하우어비츠 파동의 (a)기본장, (b)고차필터의 해석해로부터 계산된 결과, (c)FFDM 디지털 필터의 결과, (d)FFEM 디지털 필터의 결과를 나타낸 구성도이다.

[0095] $P_5^4(\sin\theta)\cos 4\lambda$ 으로 표현되는 동서파수 4의 로스비-하우어비츠 파동을 필터에 적용하였다.

[0096] 로스비-하우어비츠 파동은 라플라시안 연산자의 고유해법 중 하나이므로 고차 필터의 해석해는 다음과 같다.

수학식 15

$$\psi^* = \frac{P_5^4 \cos 4\lambda}{1 + \gamma(-1)^q (-30)^q}$$

[0097]

[0098] 필터링은 $N=180$ 과 $\gamma=1/(20 \times 21)^4$ 으로 수행되었으며, 그 결과를 FFEM 디지털 필터의 결과와 함께 비교하여 도 4

에 나타내었다. 결과는 육안상 차이가 거의 나타나지 않음을 알 수 있다.

[0099]

그리고 전구 기상자료의 평활화를 설명하면 다음과 같다.

[0100]

필터의 계수 γ 는 주어진 자료를 정해진 규모보다 작은 규모와 큰 규모로 나누는 기준이 된다.

[0101]

정해진규모인 N_f 는 $\gamma = 1/[N_f(N_f + 1)]^q$ 으로 계수를 설정한다.

[0102]

도 5는 필터링 규모에 따른 500hPa 지오폠펜셜 고도를 나타낸 구성도이다.

[0103]

도 5는 2015년 1월 1일 관측된 지오폠펜셜 고도를 필터에 적용한 결과로 N_f 는 10,20,30의 3가지의 경우에 대하여 결과를 비교하였다.

[0104]

N_f 값에 따라 환경장과 요란장의 진폭이 달라진다.

[0105]

그리고 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법을 태풍예측모델의 초기화에 적용한 일 예를 설명하면 다음과 같다.

[0106]

도 6은 열대저기압 할롱(HALONG)의 발달 과정에서 500hPa 지오폠펜셜 고도장과 속도장을 나타낸 구성도이다.

[0107]

태풍예측모델의 초기화 과정에서 전구 관측장으로부터 환경장을 분리하여 계산을 수행하는데, 이 과정에서 고차 필터가 적용된다.

[0108]

도 6은 열대저기압 할롱(HALONG)이 태평양 북서쪽에서 발달하는 때인 2014년 8월 11의 관측자료를 필터에 적용한 결과이다.

[0109]

환경장과 열대저기압 규모를 포함하는 요란장을 정확하게 분리하였으며, FFDM 디지털 필터의 결과와 비교할 수 있다.

[0110]

도 6의 (a)는 지오폠펜셜 고도의 환경장, (b)는 열대 저기압 규모의 요란이고, (c)와 (d)는 속도장인 것을 제외하고 (a),(b)와 동일하다.

[0111]

(e)는 FFEM 디지털 필터와 FFDM 필터로 계산된 종관규모 지오폠펜셜 고도장의 차이이며 (f)는 속도장인 것을 제외하고 (e)와 동일하다.

[0112]

이상에서 설명한 본 발명에 따른 전구 기상자료를 위한 구면좌표계 고차 FFDM 필터링 시스템 및 그의 제어 방법은 구면 고차 필터를 위경도 격자체계에서 후리에-유한차분법(FFDM)을 적용하여 계산의 정확도를 극대화하고, 오각대각행렬을 처리하여 계산의 정확도를 높일 수 있도록 하여, RMSE(Root Mean Square Error) 특성이 해상도(동서방향격자수 M)에 따라 다양하게 나타나고, FFEM(Fourier Finite Element Method)에 비하여 오차를 줄일 수 있도록 한 것이다.

[0113]

이상에서의 설명에서와 같이 본 발명의 본질적인 특성에서 벗어나지 않는 범위에서 변형된 형태로 본 발명이 구현되어 있음을 이해할 수 있을 것이다.

[0114]

그러므로 명시된 실시 예들은 한정적인 관점이 아니라 설명적인 관점에서 고려되어야 하고, 본 발명의 범위는 전술한 설명이 아니라 특허청구 범위에 나타나 있으며, 그와 동등한 범위 내에 있는 모든 차이점은 본 발명에 포함된 것으로 해석되어야 할 것이다.

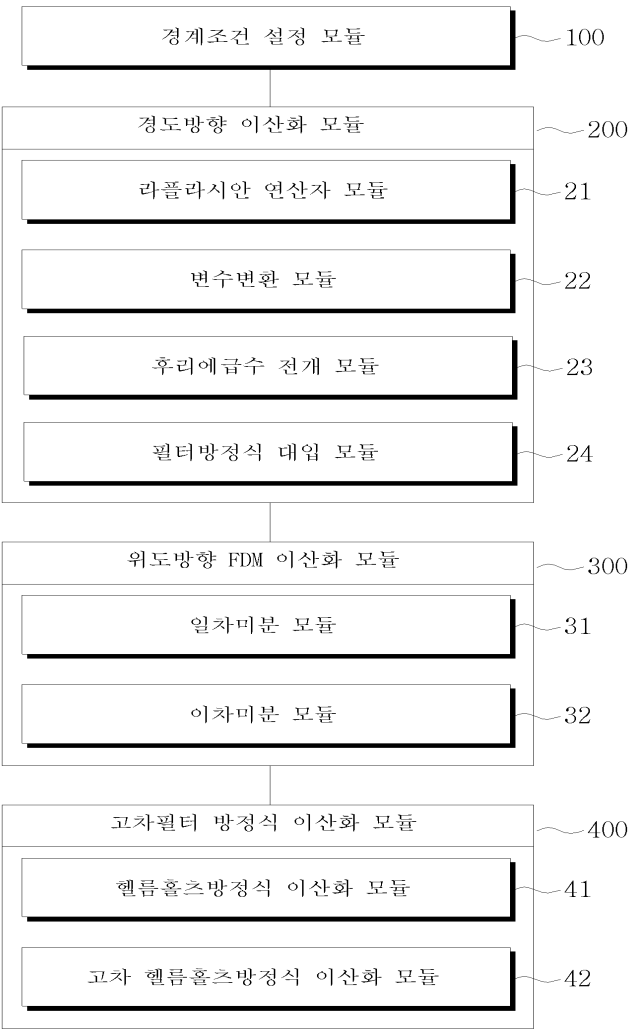
부호의 설명

[0115]

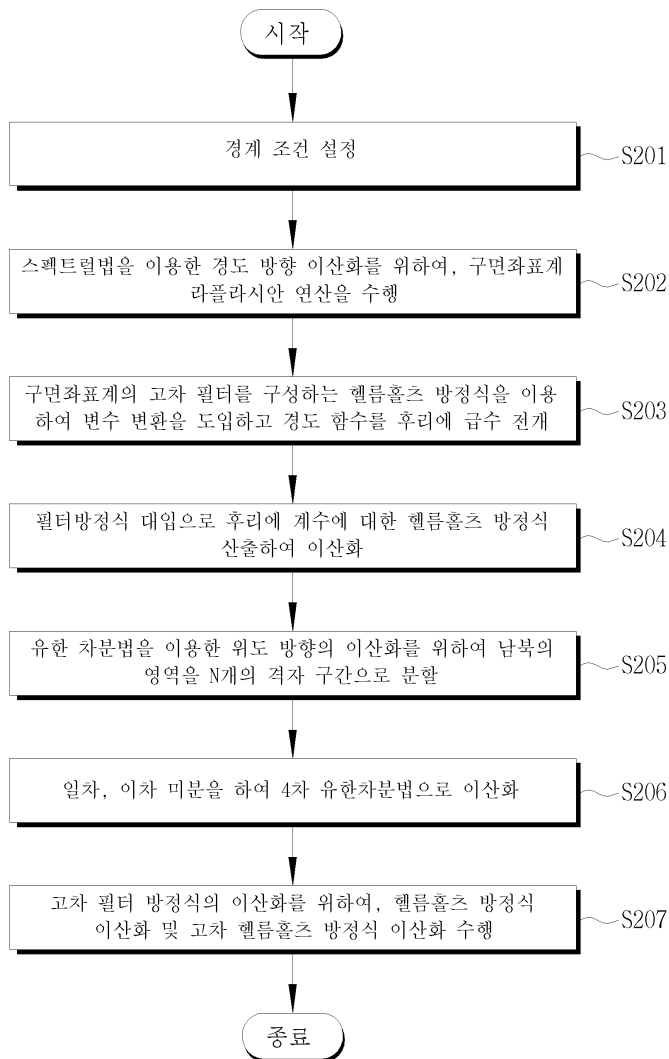
100. 경계조건 설정 모듈 200. 경도방향 이산화 모듈
300. 위도방향 FDM 이산화 모듈 400. 고차필터 방정식 이산화 모듈

도면

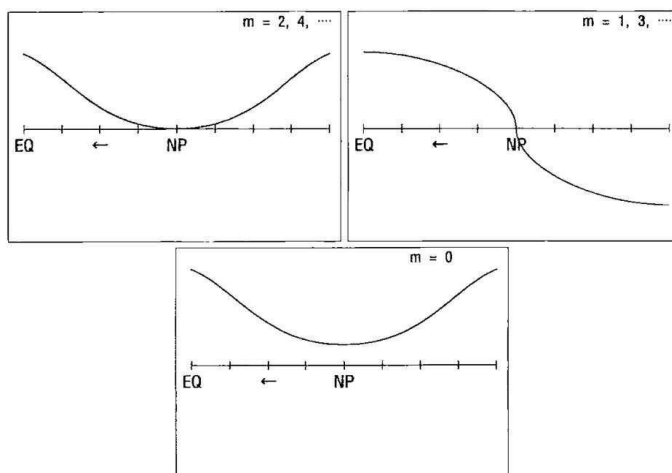
도면1



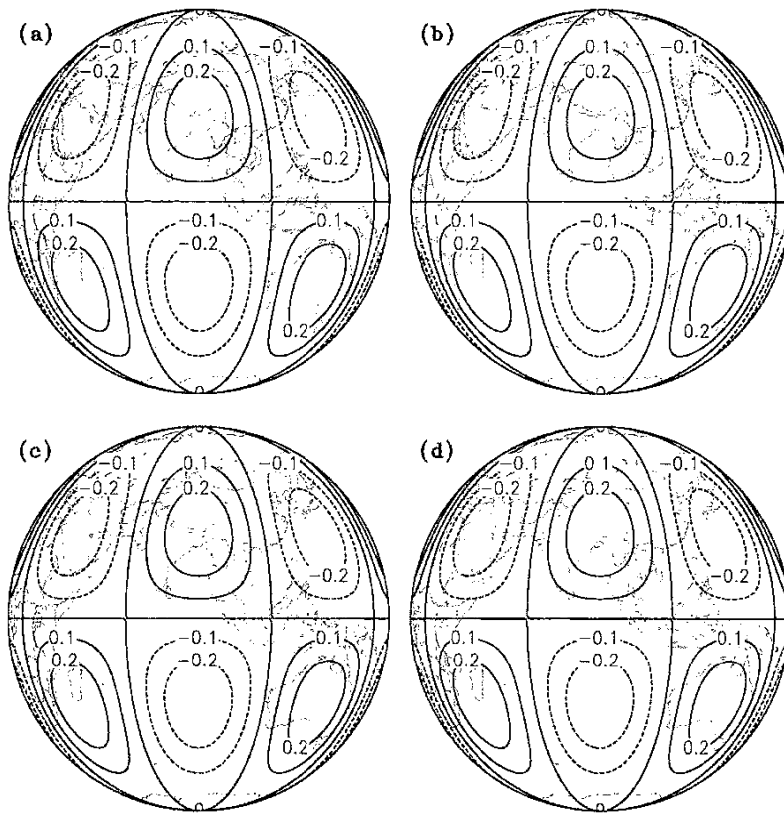
도면2



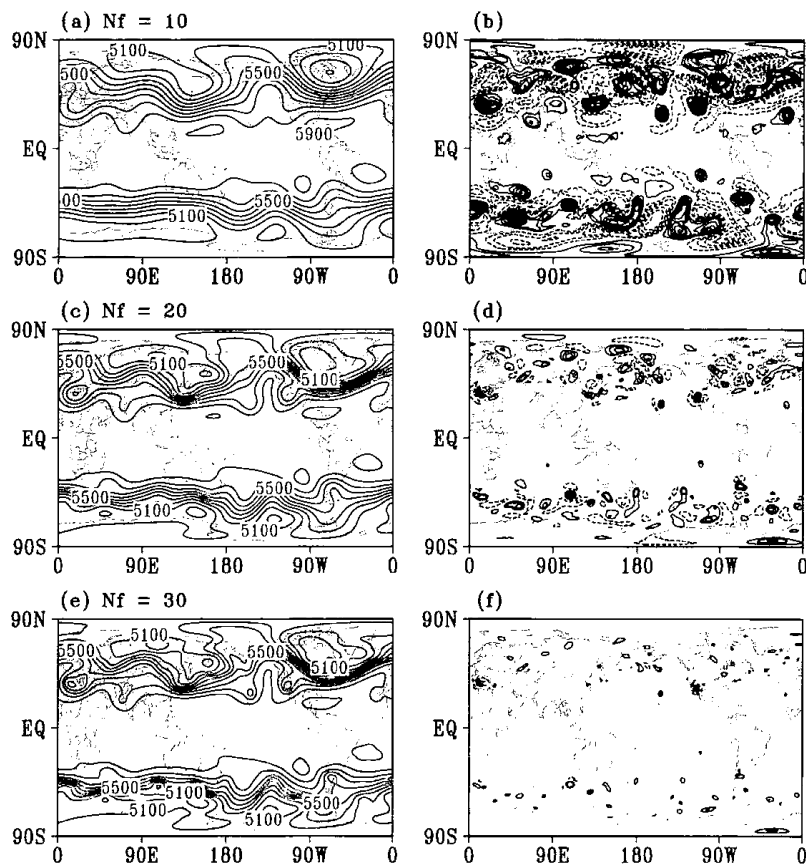
도면3



도면4



도면5



도면6

