

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特 許 公 報(B2)

(11) 特許番号

特許第4662802号
(P4662802)

(45) 発行日 平成23年3月30日(2011.3.30)

(24) 登録日 平成23年1月14日(2011.1.14)

(51) Int.Cl. F I
G09C 1/00 (2006.01) G09C 1/00 620A
G06F 7/72 (2006.01) G06F 7/72

請求項の数 9 (全 37 頁)

(21) 出願番号	特願2005-99980 (P2005-99980)	(73) 特許権者	000005223 富士通株式会社
(22) 出願日	平成17年3月30日(2005.3.30)		神奈川県川崎市中原区上小田中4丁目1番1号
(65) 公開番号	特開2006-276786 (P2006-276786A)	(74) 代理人	100078868 弁理士 河野 登夫
(43) 公開日	平成18年10月12日(2006.10.12)	(72) 発明者	伊藤 孝一 神奈川県川崎市中原区上小田中4丁目1番1号 富士通株式会社内
審査請求日	平成19年12月19日(2007.12.19)	(72) 発明者	向田 健二 神奈川県川崎市中原区上小田中4丁目1番1号 富士通株式会社内
		審査官	青木 重徳

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 計算方法、計算装置及びコンピュータプログラム

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項1】

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを備えた計算装置を用いて計算する計算方法において、

前記計算装置は、

$2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納するステップと、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ1ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが0になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納するステップと、

レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算するステップと

を実行することを特徴とする計算方法。

【請求項2】

計算した同値を用いて、べき乗剰余処理を実行することを特徴とする請求項1に記載の計算方法。

【請求項3】

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、

レジスタと、

剰余の法 n の負数を前記レジスタに格納する手段と、
 レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトする処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返す手段と、
 レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算する手段と
 を備えることを特徴とする計算装置。

【請求項 4】

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、

1 ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタと、
 値 A 及び B 、並びに有効ワード長が m である剰余の法 n に対し、 $2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ として定義されるモンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n$ を実行する演算手段と、

剰余の法 n の負数をレジスタに格納する手段と、
 レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトするシフト処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返す手段と、

前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, REG)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する処理を、
 $2^{p-1} < m \times k \leq 2^p$ を満たす整数である p 回繰り返す手段と、

$2^p > m \times k$ である場合に、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, g)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する手段と（ただし $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ 、かつ $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^p / k$ ）、

レジスタに格納されている値を、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値として出力する手段と
 を備えることを特徴とする計算装置。

【請求項 5】

複数のレジスタと、
 m 個のワードを有する第 1 のレジスタ及び m 個以上のワードを有する第 2 のレジスタに、夫々 n 及び 0 を格納する手段と、
 第 2 のレジスタに格納されている値から、第 1 のレジスタに格納されている値を減じて、剰余の法 n の負数を計算する手段と
 を更に備えることを特徴とする請求項 4 に記載の計算装置。

【請求項 6】

レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、
 レジスタに格納されている値の補数を、剰余の法 n の負数として計算する手段と
 を更に備えることを特徴とする請求項 4 に記載の計算装置。

【請求項 7】

レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、
 レジスタに格納されている値を反転させる手段と、
 レジスタに格納されている値の最下位ビットを 1 として、剰余の法 n の負数を計算する手段と
 を更に備えることを特徴とする請求項 4 に記載の計算装置。

【請求項 8】

前記シフト処理は、レジスタに格納されている値に該値を加算する加算処理であり、
 前記シフト処理によりレジスタからあふれる最上位ビットは、前記加算処理により発生したキャリー値として検出することを特徴とする請求項 4 乃至請求項 7 のいずれかに記載の計算装置。

【請求項 9】

1 ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを備える

10

20

30

40

50

コンピュータに、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算させるコンピュータプログラムにおいて、コンピュータに、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納させる手順と、

コンピュータに、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが 0 になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k+1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納させる手順と、

コンピュータに、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算させる手順と

10

を実行させることを特徴とするコンピュータプログラム。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本発明は、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算方法、該計算方法を適用した計算装置、及び該計算装置を実現するためのコンピュータプログラムに関し、特に計算速度を高速化する計算方法、計算装置及びコンピュータプログラムに関する。

【背景技術】

20

【0002】

今後の情報化社会の発展に伴い、電子マネー、住民基本台帳ネットワーク等の情報ネットワークを利用したサービスが普及すると予想される。これらのサービスを安全に運用するためには、情報セキュリティ技術が必須であり、情報セキュリティの基盤技術として暗号技術が用いられる。暗号技術を用いることで、暗号、デジタル署名、認証等の機能を実現し、個人情報第三者からの不正なアクセスから防御することができる。

【0003】

暗号技術を実現するための暗号方式は現在まで様々な方式が知られており、これらは共通鍵暗号方式と公開鍵暗号方式との 2 種類に大別される。共通鍵暗号方式と呼ばれるものは、暗号化と復号とで同一の鍵(共通鍵)を用いる方式であり、この共通鍵を送信者及び受信者以外の第三者にわからない情報とすることで安全性を保つ方式である。公開鍵暗号方式とは、暗号化と復号とで異なる鍵を用いる方式であり、暗号化を行うための鍵(公開鍵)を一般に公開する代わりに、暗号文を復号するための鍵(秘密鍵)を受信者のみの秘密情報とすることで安全性を保つ方式である。共通鍵暗号方式を用いる場合、前述の共通鍵を送受信者以外の第三者にわからない安全な形で共有する必要がある。これに対し公開鍵暗号方式は、送受信者間で秘密情報を共有する必要がないというメリットを有するが、処理を行うための計算量が共通鍵暗号方式と比べて非常に大きいというデメリットを有する。よって、公開鍵暗号方式においては、計算処理の高速化が大きな課題となる。

30

【0004】

公開鍵暗号方式は、RSA 暗号、楕円曲線暗号が代表的な方式として知られている。RSA 暗号においてはべき乗剰余演算を用いた処理が、楕円曲線暗号においては点のスカラー倍算と呼ばれる演算を用いた処理が夫々行われる。これら 2 つの演算のいずれについても、剰余の法を示す整数 n と、 $0 < a, b < n$ となる整数 a, b とを用いた式 $y = a \times b \pmod{n}$ にて示す乗算剰余演算が基本演算として用いられる。

40

【0005】

ところが乗算剰余演算をそのままハードウェア又はソフトウェアにて実装した場合、処理時間が大きく処理効率が悪くなる。そのため乗算剰余演算の代わりに下記の式にて示す整数 a, b, n を用いたモンゴメリ乗算剰余と呼ばれる演算法を用いて計算するのが一般的に行われており、下記の式に示すモンゴメリ乗算剰余演算を用いることで、通常乗算剰余演算より高速な処理を実現することが可能である。なお下記の式及び以降の説明にお

50

いて、「*」は、乗算記号「x」を示すものとする。

【0006】

$$y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$$

ただし、n：剰余の法を示す整数

a, b：0 < a, b < nとなる整数

R： $2^{m \cdot k}$ にて示される定数

k：1ワードあたりのビット長

m：nを表現するために必要なワードの最小個数

【0007】

図13は、モンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。なお図13に示すアルゴリズムにおいて、 $x = (x_{m-1}, \dots, x_1, x_0)$ は、整数値xを、m個のワード値 x_i ($i = m-1, \dots, 1, 0, 0 \leq x_i < 2^k$)として表現する形式を示す。図13に示す様に夫々mワード値にて示されるa, b, nに基づいて、mワード値で示される値yを算出する場合のモンゴメリ乗算剰余演算 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ を、以降の説明では、 $y = REDC(a, b)n$ 又は単にREDCと表記する。また図13を含む以降の図面及び以降の説明において、「:=」とは、右辺の数値又は数式を左辺に代入することを示す。

10

【0008】

上述した様にモンゴメリ乗算剰余演算は、 $a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ であり、通常の乗算剰余演算 $a \times b \pmod{n}$ とは異なる演算を行う。よってべき乗剰余演算を正しく実行するためには、モンゴメリ乗算剰余に対して与える入力データをモンゴメリ系と呼ばれるデータに変換する必要がある。通常の乗算剰余演算に与える任意の入力データをx、xをモンゴメリ系に変換したデータをx'とし、xからx'への変換(モンゴメリ変換)を $x' = Mont(x)$ として表し、x'からxへの変換(モンゴメリ逆変換)を $x = Mont^{-1}(x')$ と表した場合、これらは下記の式にて与えられる。

20

【0009】

$$\text{モンゴメリ変換： } x' = Mont(x) = x \times R \pmod{n}$$

$$\text{モンゴメリ逆変換： } x = Mont^{-1}(x') = x' \times R^{-1} \pmod{n}$$

【0010】

上記式にて示したモンゴメリ変換及びモンゴメリ逆変換は、REDCを用いた下記の式にて示すことができる。ただしHは $H = R^2 \pmod{n}$ で表されるモンゴメリ変換パラメータと呼ばれる値であり、事前計算により求められる。

30

【0011】

$$\text{モンゴメリ変換： } x' = REDC(x, H)n = x \times R^2 \times R^{-1} = x \times R \pmod{n}$$

ただし、 $H = R^2 \pmod{n}$

$$\text{モンゴメリ逆変換： } x = REDC(x', 1)n = x' \times 1 \times R^{-1} = x' \times R^{-1} \pmod{n}$$

【0012】

上述した数式に基づくモンゴメリ乗算剰余を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムについて説明する。図14は、モンゴメリ乗算剰余演算を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。図14は、バイナリ法と呼ばれるべき乗剰余演算に基づくモンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示しており、入力値a, d, nからべき乗剰余演算結果 $y = a^d \pmod{n}$ を計算する。図14における1行目の処理は、yの初期値として1を与えることを示している。2行目の処理は、モンゴメリ変換パラメータ $H = R^2 \pmod{n}$ を計算することを示している。3行目の処理は、yとaとに対しモンゴメリ変換を行いy'とa'とを得ることを示している。4~7行目のループは、dのビット値に応じてモンゴメリ乗算剰余を1回又は2回繰り返す処理を、dの最下位ビットから最上位ビットまで繰り返すことを示している。8行目の処理は、4~7行目のループで計算されたy'に対し、モンゴメリ逆変換を行うことで、最終的な演算結果yを得ることを示し

40

50

ている。

【0013】

図14に示したアルゴリズムにおいて、2行目で行われるモンゴメリ変換パラメータ $H = R^2 \pmod n$ の計算方法について説明する。図15は、モンゴメリ変換パラメータの計算方法のアルゴリズムを示す説明図である。図15に示すモンゴメリ変換パラメータの計算方法は、加算、比較及び減算を繰り返すことにより、 $R = 2^x$ とする場合の $H = R^2 \pmod n$ を計算する方法である。1行目の処理は、 $H = R \pmod n$ を計算することを示している。 $H = R \pmod n$ の算出方法は様々な方法があるが、例えば $R = 2^x$ に対して n の有効ビット長が x である場合、 $R \pmod n = 0 - n$ により簡単に計算できる。2～5行目のループは、 $H = R \pmod n$ に対し、 $H + H$ を計算した後、結果が n 以上である場合に n を減算することで、 $H + H \pmod n$ の加算剰余(2倍剰余)を行っている。なお $H + H$ の計算は、左1ビットシフト演算でも実現することが可能である。図15に示すアルゴリズムでは、上述した加算剰余演算を x 回繰り返すことにより、 $R \times 2^x \pmod n = R^2 \pmod n$ を算出する。

10

【0014】

しかしながら図15に示したモンゴメリ変換パラメータの計算方法のアルゴリズムは、2～5行目で加算剰余を x 回繰り返すため、処理速度が遅いという欠点を有する。例えば n が 1024 bit である RSA 演算の場合では、 $R = 2^{1024}$ であるため、1024回の加算剰余演算を行う必要があるため、計算量が膨大となり処理速度が遅くなる。

【0015】

そこで REDC 演算、シフト算及び減算を組み合わせることにより、モンゴメリ変換パラメータ $H = R^2 \pmod n$ の計算速度を高速化する幾つかの方法が提案されている。これらの方法を以下に従来法1～3として説明する。なお以下の従来法1乃至従来法3の説明において、1ワードあたりのビット長を k とし、 m ワード値で示された値を n とし、 n の最上位から連続する「0」の個数を q として示す。例えば $k = 8$ の場合、 n のビット列が「00101011 11001111」であれば、 $m = 2$ 、 $q = 2$ であり、 n のビット列が「10001001 11100110 11100101」であれば、 $m = 3$ 、 $q = 0$ である。

20

【0016】

従来法1.

図16は、従来法1におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。図16に示す従来法1では、剰余の法 n を入力し、 $R^2 \pmod n$ を出力するものとする。ただし、 $R = 2^{m \cdot k} \pmod n$ である。従来法1は、主にステップA1及びステップB1にて構成される。ステップA1は、シフト算及び減算を用いて、 $H_0 = 2^v \times R \pmod n$ を計算するステップである。ただし、 v は自然数である。ステップB1は、REDC演算を用いて H_0 から $H = R^2 \pmod n$ を計算するステップである。

30

【0017】

ステップA1のステップS101では、第1レジスタREG1及び第2レジスタREG2に対し、初期値として夫々「 n 」及び「0」を与える。なお n の有効ワード長は m であり、第1レジスタREG1に右詰で格納した初期値 n の最上位ビットから連続する「0」の個数を q として示す。なお以降の説明において第1レジスタREG1に格納した値をREG1として示し、第2レジスタREG2に格納した値をREG2として示す。

40

【0018】

ステップA1のステップS102では、第1レジスタREG1に対し、左1ビットシフト処理を q 回繰り返して、 $REG1 = n' = n \times 2^q$ を計算する。

【0019】

ステップA1のステップS103では、 $REG2 - REG1$ として算出した値を第2レジスタREG2に格納することで、 $REG2 = \underline{2^{m \cdot k} \pmod n'}$ とする。

【0020】

50

ステップA1のステップS104では、第2レジスタREG2に対する左1ビットシフト処理と、REG2 - REG1の真偽判定と、REG2 - REG1が真である場合にREG2 - REG1の演算結果を第2レジスタREG2に格納する処理とを、 $v + q$ 回繰り返し、 $REG2 = 2^{m \cdot k + v + q}$ とする。ただし、 v は、 $v \geq 1$ であり、かつ m, k に対し $(m \times k) / v$ が2のべき乗となる整数である。

【0021】

ステップA1のステップS105では、第1レジスタREG1及び第2レジスタREG2に対し、右1ビットシフト処理を q 回繰り返し、 $REG1 = n, REG2 = H_0 = 2^{m \cdot k + v} \pmod{n}$ を計算する。

【0022】

ステップB1のステップS106では、 $REDC(REG2, REG2)_n$ として示されるREDC演算の結果を第2レジスタREG2に格納する処理を p 回繰り返すことにより、 $REG2 = H = 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n} = R^2 \pmod{n}$ を計算する。ただし、 p は、 $p = \log_2((m \times k) / v)$ を満たす整数であり、 $REDC(REG2, REG2)_n$ は、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n = 2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ を示す。

【0023】

そしてステップS107では、計算した結果である $REG2 = R^2 \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【0024】

図17は、従来法1におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図17では、図16を用いて示した従来法1の計算方法に必要な演算回数を演算の種類及びステップ別に示している。なお図17において、SFTは1ビットシフトを行うシフト演算を、SUBは減算を、CMPは比較演算を、REDCはモンゴメリ乗算剰余演算をそれぞれ示す。

【0025】

ステップS106において、 p は、 $p = \log_2((m \times k) / v)$ を満たす整数であるとの条件を示したが、これを満たすためには、 $(m \times k) / v$ が整数 x を用いて $(m \times k) / v = 2^x$ と示せる値、即ち2のべき乗となる値でなければならないという制約がある。この制約により、従来法1では、 v の値の選択が制限されるため、 n の有効ビット長によっては、 v の値を大きくする必要がある。図17に示す図表から、SFT、SUB及びCMPの計算回数は、 v に依存するため、 v を大きくすることにより、全体の計算量が大きくなる。

【0026】

次に図17に示した図表に基づいて、従来法1における計算方法の演算回数の例を示す。

例1-1. 1024ビットのRSA暗号の計算に適用

上記条件より、 n は1024ビットである。1ワード = 32ビットとすると $k = 32$ であり、 n の有効ワード長 $m = 32$ となる。1ワードあたりのビット長 k と n の有効ワード長 m とを乗算した $k \times m$ と n の全ビット数とが一致することから、 n の最上位ビット = 1となり $q = 0$ となる。また $m \times k = 1024$ であるので、 $v = 1, 2, 4, \dots, 1024$ を選択することが可能である。 $v = 1$ の場合、SFTが $0 \times 5 + 1 = 1$ 回、SUBが $0.5 \times (0 + 1) + 1 = 1.5$ 回、CMPが $0 + 1 = 1$ 回、そしてREDCが $p = \log_2((32 \times 32) / 1) = 10$ 回となる。

【0027】

例1-2. 163ビットの楕円曲線暗号の計算に適用

上記条件より、 n は163ビットである。1ワード = 8ビットとすると $k = 8$ であり、 n の有効ワード長 $m = 21$ となる。 n をビット長 = 8、有効ワード長 $m = 21$ とすると、最上位に位置する $m \times k - 163 = 21 \times 8 - 163 = 5$ ビットが0となり、 $q = 5$ となる。また $m \times k = 168$ であるので、 $v = 21, 42, 84, 168$ を選択することが可

10

20

30

40

50

能である。v = 21 の場合、SFT が $4 \times 5 + 21 = 41$ 回、SUB が $0.5 \times (5 + 21) + 1 = 14$ 回、CMP が $5 + 21 = 26$ 回、そして REDC が $p = \log_2((21 \times 8) / 21) = 3$ 回となる。

【0028】

このような従来法 1 に示す計算方法は、例えば特許文献 1、特許文献 2 及び特許文献 3 に示されている。

【0029】

従来法 2 .

図 18 は、従来法 2 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。図 18 に示す従来法 2 では、剰余の法 n を入力し、 $R^2 \pmod{n}$ を出力するものとする。ただし、 $R = 2^{m+k} \pmod{n}$ である。従来法 2 は、主にステップ A2 及びステップ B2 にて構成される。ステップ A2 は、例えば従来法 1 に示した処理と同様の処理により、シフト算及び減算を用いて $H_0 = 2^v \times R \pmod{n}$ を計算するステップである。ただし、v は自然数である。ステップ B2 は、REDC 演算を用いて H_0 から $H = R^2 \pmod{n}$ を計算するステップである。

10

【0030】

ステップ A2 のステップ S201 では、第 1 レジスタ REG1 及び第 2 レジスタ REG2 に対し、初期値として夫々「n」及び「0」を与える。なお n の有効ワード長は m であり、第 1 レジスタ REG1 に右詰で格納した初期値 n の最上位ビットから連続する「0」の個数を q として示す。

20

【0031】

ステップ A2 のステップ S202 では、第 1 レジスタ REG1 に対し、左 1 ビットシフト処理を q 回繰り返し、 $REG1 = n' = n \times 2^q$ を計算する。

【0032】

ステップ A2 のステップ S203 では、 $REG2 - REG1$ として算出した値を第 2 レジスタ REG2 に格納することで、 $REG2 = n' = n \times 2^q$ とする。

【0033】

ステップ A2 のステップ S204 では、第 2 レジスタ REG2 に対する左 1 ビットシフト処理と、 $REG2 - REG1$ の真偽判定と、 $REG2 - REG1$ が真である場合に $REG2 - REG1$ の演算結果を第 2 レジスタ REG2 に格納する処理とからなる 2 倍剰余演算を、v + q 回繰り返し、 $REG2 = 2^{m+k+v+q}$ とする。ただし、v は、v - 1 であり、かつ m, k に対し $(m \times k) / v$ が自然数となる整数である。

30

【0034】

ステップ A2 のステップ S205 では、第 1 レジスタ REG1 及び第 2 レジスタ REG2 に対し、右 1 ビットシフト処理を q 回繰り返し、 $REG1 = n$, $REG2 = H_0 = 2^{m+k+v} \pmod{n}$ を計算する。そして第 2 レジスタ REG2 に格納されている値を、補助レジスタ REG0 に格納する。

【0035】

ステップ B2 のステップ S206 では、 $REDC(REG2, REG2)_n$ として示される REDC 演算の結果を第 2 レジスタ REG2 に格納し、更に $(m \times k) / v$ の i 番目のビット値 = 1 の場合に、 $REDC(REG2, REG0)_n$ として示される REDC 演算の結果を第 2 レジスタ REG2 に格納する処理を、 $i = p' - 2, \dots, 1, 0$ として $p' - 1$ 回繰り返すことにより、 $REG2 = H = 2^{2^{m+k}} \pmod{n} = R^2 \pmod{n}$ を計算する。ただし、 p' は、 $(m \times k) / v$ のビット長を示す整数であり、 $REDC(A, B)_n$ は、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n = 2^{-m+k} \times A \times B \pmod{n}$ を示す。

40

【0036】

そしてステップ S207 では、計算した結果である $REG2 = R^2 \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【0037】

50

図19は、従来法2におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図19では、図18を用いて示した従来法2の計算方法に必要な演算回数を演算の種類及びステップ別に示している。なお図19において、SFTは1ビットシフトを行うシフト演算を、SUBは減算を、CMPは比較演算を、REDCはモンゴメリ乗算剰余演算をそれぞれ示す。また $W(x)$ は、 x の最上位ビットを除く1の個数を示し、ステップS206において $(m \times k) / v$ のビット値が1である場合のREDC演算の回数である。例えば、 $W((10000)_2) = 0$ であり、 $W((1000101)_2) = 2$ である。ただし、 $(\dots)_2$ は、2進数を示す記号であり、例えば $(1101)_2 = 13$ であり、 $(11100)_2 = 28$ である。

【0038】

ステップS206にて示した様に、 p' は、 $(m \times k) / v$ として示される整数であることから、従来法2では、従来法1より広い条件で v の値を設定することができるので、最適な v の値を設定することで従来法1より少ない計算量でモンゴメリ変換パラメータ H を計算することができる。

【0039】

次に図19に示した図表に基づいて、従来法2における計算回数の例を説明する。

例2-1. 1024ビットのRSA暗号の計算に適用

上記条件より、 n は1024ビットである。1ワード=32ビットとすると $k = 32$ であり、 n の有効ワード長 $m = 32$ となる。1ワードあたりのビット長 k と n の有効ワード長 m とを乗算した $k + m$ と n の全ビット数とが一致することから、 n の最上位ビット=1となり $q = 0$ となる。また $m \times k = 1024$ であるので、 v は1024の任意の因数(factor)から選択することが可能である。 $v = 1$ の場合、SFTが1回、SUBが $0.5 \times (1) + 1 = 1.5$ 回、CMPが1回、そしてREDCが $p = \log_2((32 \times 32) / 1) = 10$ 回となる。

【0040】

例2-2. 163ビットの楕円曲線暗号の計算に適用

上記条件より、 n は163ビットである。1ワード=8ビットとすると $k = 8$ であり、 n の有効ワード長 $m = 21$ となる。 n をビット長=8、有効ワード長 $m = 21$ とすると、最上位に位置する $m \times k - 163 = 21 \times 8 - 163 = 5$ ビットが0となり、 $q = 5$ となる。また $m \times k = 168$ であるので、 v は168の任意の因数(factor)から選択することが可能である。 $v = 21$ の場合、SFTが $4 \times 5 + 21 = 41$ 回、SUBが $0.5 \times (5 + 21) + 1 = 14$ 回、CMPが $5 + 21 = 26$ 回、そしてREDCが $(m \times k) / v = (1000)_2$ から $p' - 1 + W((m \times k) / v) = 4 - 1 + 0 = 3$ 回となる。

【0041】

このような従来法2に示す計算方法は、例えば特許文献4に示されている。

【0042】

従来法3.

図20は、従来法3におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。図20に示す従来法3では、剰余の法 n を入力し、 $R^2 \pmod{n}$ を出力するものとする。ただし、 $R = 2^{m \times k} \pmod{n}$ である。従来法3は、主にステップA3、ステップB3及びステップC3にて構成される。ステップA3は、シフト算及び減算を用いて $H_0 = 2^{m \times k + v}$ を満たす H_0 を計算するステップである。ただし、 v は自然数であり、かつ $(m \times k) / v$ が自然数であることを満たす。ステップB3は、REDC演算を用いて H_0 から $H = 2^{E(p'', m, k)} \pmod{n}$ を計算するステップである。ただし、 p'' は、 $2^{p''-1} < (m \times k) / v < 2^{p''}$ を満たす整数であり、 $E(p'', m, k) = m \times k + v \times 2^{p''}$ である。ステップC3は、 $2^{p''} > (m \times k) / v$ の場合に、 $g = 2^{k \times G(p'', m, k)}$ について、 $H = \text{REDC}(H, G) \pmod{n}$ による補正演算を行うステップである。ただし、 G は、 $G(p'', m, k) = 2 \times m - (v \times 2^{p''}) / k$ と表され、 $1 < G(p'', m, k) < m - 1$ の範囲を満たす整数である。

10

20

30

40

50

【0043】

ステップA3のステップS301では、第1レジスタREG1及び第2レジスタREG2に対し、初期値として夫々「n」及び「 $2^{(m-1) \cdot k}$ 」を与える。なおnの有効ワード長はmである。

【0044】

ステップA3のステップS302では、第2レジスタREG2に対する左1ビットシフト処理と、REG2 REG1の真偽判定と、REG2 REG1が真である場合にREG2 - REG1の演算結果を第2レジスタREG2に格納する処理とからなる2倍剰余演算をk + v回繰り返し、 $REG2 = H_0 = 2^{m \cdot k + v} \pmod{n}$ とする。ただし、vは自然数であり、 $(m \times k) / v$ は整数である。

10

【0045】

ステップB3のステップS303では、 $REDC(REG2, REG2)_n$ として示されるREDC演算の結果を第2レジスタREG2に格納する処理を、 $i = 1, 2, \dots, p$ としてp回繰り返すことにより、 $REG2 = 2^{E(p, m, k)} \pmod{n}$ を計算する。ただし、 p は、 $2^{p-1} < (m \times k) / v < 2^p$ を満たす整数であり、 $E(p, m, k) = m \times k + v \times 2^p$ であり、 $REDC(A, B)_n$ は、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n = 2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ を示す。

【0046】

ステップC3のステップS304では、 $2^p > (m \times k) / v$ の場合に、 $REDC(REG2, g)_n$ として示されるREDC演算の結果を第2レジスタREG2に格納する。ただし、 $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ であり、 $G(p, m, k) = 2 \times m - (v \times 2^p) / k$ である。

20

【0047】

そしてステップS305では、計算した結果である $REG2 = R^2 \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【0048】

図21は、従来法3におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図21では、図20を用いて示した従来法3の計算方法に必要な演算回数を演算の種類及びステップ別に示している。なお図21において、SFTは1ビットシフトを行うシフト演算を、SUBは減算を、CMPは比較演算を、REDCはモンゴメリ乗算剰余演算をそれぞれ示す。

30

【0049】

ステップA3に示される様に、従来法3では、qの値を用いずに H_0 の計算が行われている。またステップS303に対し、ステップS304に示す補正演算処理を追加することにより、 $(m \times k) / v$ が2のべき乗の値であるという制約がなくなるので、vはステップS302にて示す条件にのみ従えばよい。しかも $(m \times k) / v$ の各ビット値の検出を行う必要がない。

【0050】

次に図21に示した図表に基づいて、従来法3における計算回数の例を説明する。

例3-1. 1024ビットのRSA暗号の計算に適用

40

上記条件より、nは1024ビットである。1ワード = 32ビットとすると $k = 32$ であり、nの有効ワード長 $m = 32$ となる。 $m \times k = 1024$ であるので、vは1024の任意の因数(factor)から選択することが可能である。V = 1の場合、SFTが $32 + 1 = 33$ 回、SUBが $0.5 \times (32 + 1) = 16.5$ 回、CMPが $32 + 1 = 33$ 回、そしてREDCが $p = \log_2((32 \times 32) / 1) = 10$ 回となる。

【0051】

例3-2. 163ビットの楕円曲線暗号の計算に適用

上記条件より、nは163ビットである。1ワード = 8ビットとすると $k = 8$ であり、nの有効ワード長 $m = 21$ となる。 $m \times k = 168$ であるので、vは168の任意の因数(factor)から選択することが可能である。v = 21の場合、SFTが $8 + 21 =$

50

29回、SUBが $0.5 \times (8 + 21) = 14.5$ 回、CMPが $8 + 21 = 29$ 回、そしてRED Cが $(m \times k) / v = (1000)_2$ から $p' - 1 + W((m \times k) / v) = 4 - 1 + 0 = 3$ 回となる。

【0052】

このような従来法3に示す計算方法は、例えば特許文献5に示されている。

【特許文献1】特開平8-263316号公報

【特許文献2】特開平8-339310号公報

【特許文献3】特開平11-305995号公報

【特許文献4】米国特許第5777916号明細書

【特許文献5】国際公開第2005/013243号パンフレット

10

【発明の開示】

【発明が解決しようとする課題】

【0053】

しかしながら上述した従来法1乃至従来法3は、以下に示す様な解決すべき課題を有している。

【0054】

課題1.

従来法1として示した計算方法は、ステップA1の処理において、第1レジスタREG1に格納した「n」のビット列中で上位から連続する「0」の個数を以降の計算に要するパラメータであるqとして用いるため、データ値の最上位有効ビット(Most Significant Bit; 以下MSBという)を算出しなければならない。MSBの算出には、ソフトウェア実装における処理効率が悪いビット単位の演算処理が必要となるという問題がある。しかも図17に示した図表から明らかな様にシフト演算、減算及び比較演算の回数は、qの値に依存しており、qが大きい程、処理負荷が大きくなるという問題がある。このようにqに関する処理負荷の増大という問題がある。

20

【0055】

課題2.

さらに従来法1として示した計算方法は、ステップB1の処理において、RED C演算をp回繰り返すことで $H = 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n} = R^2 \pmod{n}$ を計算する。このときpは、 $p = \log_2((m \times k) / v)$ を満たす整数、即ち $(m \times k) / v$ の値が2のべき乗となる値でなければならないという制約となる。この制約を満たすため、m, k, vは、nのビット長及び1ワードあたりのビット長からm及びkを決定し、決定されたm及びkに対し、 $(m \times k) / v$ が2のべき乗の値となるようにvの値を設定するという手順で決定される。即ち $(m \times k) / v$ が2のべき乗の値になるようにvの値を設定しなければならないという制約のため、vの値は大きな値をとる可能性がある。図17に示した図表から明らかな様に、シフト演算、減算及び比較演算の回数は、vの値に依存しており、vが大きい程、処理負荷が大きくなるという問題がある。このように $(m \times k) / v$ が2のべき乗の値との制約に関する処理負荷の増大という問題がある。

30

【0056】

課題3.

従来法2として示した計算方法は、ステップA2の処理が、従来法1のステップA1の処理と同様であるため、従来法1と同様のqに関する処理負荷の増大という問題がある。

40

【0057】

課題4.

さらに従来法2として示した計算方法は、ステップB2の処理において、RED C演算を $p' - 1$ 回繰り返すために、 $(m \times k) / v$ のi番目のビット値を検出するので、ソフトウェア実装における処理効率が悪いビット単位の演算処理が必要となるという問題がある。このようにRED C演算を繰り返すために、 $(m \times k) / v$ の各ビット値の検出に関する問題がある。

【0058】

50

課題 5 .

従来法 3 として示した計算方法は、従来法 1 及び従来法 2 に示す様に M S B の算出及び q の値に依存する処理がないという点で優れている。しかしステップ A 3 の処理において、2 倍剰余演算を $k + v$ 回繰り返すため、図 2 1 に示した図表から明らかな様に、シフト演算、減算及び比較演算の回数は、k の値に依存しており、k が大きい程、処理負荷が大きくなる。

【 0 0 5 9 】

図 2 2 は、従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図 2 2 は、図 1 7 に示した従来法 1 のステップ A 1 の計算量、図 1 9 に示した従来法 2 のステップ A 2 の計算量及び図 2 0 に示した従来法 3 のステップ A 3 の計算量を示している。なお図 2 2 において、夫々の計算方法の処理負荷の比較が容易になる様に、シフト演算 S F T、減算 S U B 及び比較演算 C M P の演算に要する処理負荷を同一とみなし、これらを定数 L C に置き換えて示している。

10

【 0 0 6 0 】

図 2 2 に示す表より、 $(2.5 \times k + 2.5 \times v) \times L C < (5.5 q + 2.5 k + 1) \times L C$ が成立する場合、即ち $(5 \times k - 2) / 11 < q$ が成立する場合、従来法 3 に示した計算方法は、従来法 1 及び従来法 2 より計算量が少なく効率的な方法であることが示される。しかしながら q の値が小さく、 $(5 \times k - 2) > q$ が成立する場合、即ち q が小さい場合、従来法 3 に示した計算方法は、従来法 1 及び従来法 2 より計算量が多く非効率な方法であるということになる。

20

【 0 0 6 1 】

実際に良く用いられる q の値として、例えば R S A 暗号においては、n のビット長が 2 0 4 8、1 0 2 4、5 1 2 等の 2 のべき乗となるビット長が良く用いられており、これらの場合、 $q = 0$ となる。楕円曲線暗号を用いる場合、n のビット長は任意の値をとることになるが、S E C G (S t a n d a r d s f o r E f f e i c i e n t C r y p t o g r a p h y G r o u p) にて S E C 1 として規定される規格では、1 6 0、1 9 2、2 2 4 等の 3 2 の倍数のビット長を推奨しており、これらのパラメータを用いる場合、いずれも $q = 0$ となる。

【 0 0 6 2 】

従って実用上、従来法 3 に示した計算方法は、必ずしも従来法 1 及び従来法 2 より優れている訳ではなく、q の値が小さい場合、ステップ A 3 の処理は、ステップ A 1 及び A 2 の処理より負荷が大きいという問題がある。

30

【 0 0 6 3 】

本発明は斯かる事情に鑑みてなされたものであり、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、n の負数を求めてレジスタに格納し、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが 0 になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納し、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算することにより、従来法 1 乃至従来法 3 の問題を解決することが可能な計算方法、該計算方法を適用した計算装置、及び該計算装置を実現するためのコンピュータプログラムの提供を目的とする。

40

【課題を解決するための手段】

【 0 0 6 4 】

第 1 発明に係る計算方法は、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を、1 ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを備えた計算装置を用いて計算する計算方法において、前記計算装置は、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、n の負数を求めてレジスタに格納するステップと、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが 0 になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納する

50

ステップと、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算するステップとを 実行すること を特徴とする。

【 0 0 6 5 】

第 2 発明に係る計算方法は、第 1 発明において、計算した同値を用いて、べき乗剰余処理を実行することを特徴とする。

【 0 0 6 6 】

第 3 発明に係る計算装置は、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、レジスタと、剰余の法 n の負数を前記レジスタに格納する手段と、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトする処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返す手段と、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算する手段とを備えることを特徴とする。

【 0 0 6 7 】

第 4 発明に係る計算装置は、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタと、値 A 及び B 、並びに有効ワード長が m である剰余の法 n に対し、 $2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ として定義されるモンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n$ を実行する演算手段と、剰余の法 n の負数をレジスタに格納する手段と、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトするシフト処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返す手段と、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, REG)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する処理を、 $2^{p-1} < m \times k < 2^p$ を満たす整数である p 回繰り返す手段と、 $2^p > m \times k$ である場合に、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, g)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する手段と（ただし $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ 、かつ $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^p / k$ ）、レジスタに格納されている値を、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値として出力する手段とを備えることを特徴とする。

【 0 0 6 8 】

第 5 発明に係る計算装置は、第 4 発明において、複数のレジスタと、 m 個のワードを有する第 1 のレジスタ及び m 個以上のワードを有する第 2 のレジスタに、夫々 n 及び 0 を格納する手段と、第 2 のレジスタに格納されている値から、第 1 のレジスタに格納されている値を減じて、剰余の法 n の負数を計算する手段とを更に備えることを特徴とする。

【 0 0 6 9 】

第 6 発明に係る計算装置は、第 4 発明において、レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、レジスタに格納されている値の補数を、剰余の法 n の負数として計算する手段とを更に備えることを特徴とする。

【 0 0 7 0 】

第 7 発明に係る計算装置は、第 4 発明において、レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、レジスタに格納されている値を反転させる手段と、レジスタに格納されている値の最下位ビットを 1 として、剰余の法 n の負数を計算する手段とを更に備えることを特徴とする。

【 0 0 7 1 】

第 8 発明に係る計算装置は、第 4 発明乃至第 7 発明のいずれかにおいて、前記シフト処理は、レジスタに格納されている値に該値を加算する加算処理であり、前記シフト処理によりレジスタからあふれる最上位ビットは、前記加算処理により発生したキャリー値として検出することを特徴とする。

【 0 0 7 2 】

第9発明に係るコンピュータプログラムは、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを備えるコンピュータに、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算させるコンピュータプログラムにおいて、コンピュータに、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納させる手順と、コンピュータに、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ1ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが0になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納させる手順と、コンピュータに、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算させる手順とを実行させることを特徴とする。

10

【0073】

第1発明、第3発明、第4発明及び第9発明では、モンゴメリ乗算剰余演算に用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値として、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算する。剰余値には、0以上かつ法 n 未満でなければならないという制約があるが、同値にはその制約がない。従って剰余値ではなく同値を計算することにより、制約が緩和されるため、制約に基づく様々な処理が不要になるので、計算処理を高速化することが可能である。しかも計算結果を同値とすることにより、計算の途中で発生する中間的なデータに対しても、制約の多い剰余値だけでなく制約の少ない同値を用いることができるので、計算処理を高速化することが可能である。

20

【0074】

例えば上述した従来法1のステップA1及び従来法2のステップA2では、REG2の値が常に n' 未満となる様に調整しながら計算を行うため、 q に依存した回数シフト演算を行わなければならないが、課題1及び課題3として提起した問題があった。また上述した従来法3のステップA3についてもREG2の値が常に n 未満となる様に調整しながら計算を行うため、課題5として提起した問題があった。課題1、課題3及び課題5として示したこれらの問題は、剰余値が0以上かつ法 n 未満である値を計算するために生じたものであり、本発明では、剰余値ではなく、剰余値の同値を計算することで、これらの問題を解消し、計算処理を高速化することが可能である。

30

【0075】

なお本発明では、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ1ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが0になるまで繰り返すという処理を行っている。シフト演算と、破棄する1ビットの値を判定する処理とを繰り返す処理は、従来法1のステップS104、従来法2のステップS204及び従来法3のステップS302にて行われるシフト演算と、比較演算とを繰り返す方法より演算効率が高い。シフト演算及び比較演算は、公開鍵暗号方式にて行われる演算に用いられる160～2048ビットの非常に長いビット長のデータに対する多ビット演算を実行するのに対し、1ビットの値の判定は、1ビット分の演算のみであるので、多ビット演算より高速な処理が可能だからである。1ビットの判定のみを用いた効率的な処理を実現することができたのは、計算の対象を剰余値に限定せずに、同値にまで拡張したことにより、様々な制約から解放されたからである。

40

【0076】

また本発明では、 $(m \times k) / v$ が2のべき乗の値という制約がないので、従来法1の課題2として提起した問題を解消することが可能である。

【0077】

さらに本発明では、RED C演算を $p' - 1$ 回繰り返すために、 $(m \times k) / v$ の i 番目のビット値を検出する処理がないので、従来法2の課題4として提起した問題を解消することが可能である。

【0078】

第2発明では、べき乗剰余処理は、同値を用いても実行することができるので、上述し

50

た様に処理効率が高い同値を用いて実行することにより、全体としての処理速度を向上させることが可能である。

【0079】

第5発明乃至第8発明では、既存の演算チップを用いることができるので、実装が容易である。

【発明の効果】

【0080】

本発明に係る計算方法、計算装置及びコンピュータプログラムは、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを用いるものであり、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納し、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ1ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが0になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納し、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算する。

10

【0081】

従来法にて使用される剰余値には、0以上かつ法 n 未満でなければならないという制約があるが、本発明にて使用される同値にはその制約がない。従って剰余値ではなく同値を計算することにより、制約が緩和されるため、制約に基づく様々な処理が不要になるので、計算処理を高速化することが可能である等、優れた効果を奏する。しかも計算結果を同値とすることにより、計算の途中で発生する中間的なデータに対しても、制約の多い剰余値だけでなく制約の少ない同値を用いることができるので、計算処理を高速化することが可能である等、優れた効果を奏する。

20

【0082】

また本発明では、同値を用いてべき乗剰余処理を実行することにより、上述した様に処理効率が高い同値を用いて実行することとなるので、全体としての処理速度を向上させることが可能である等、優れた効果を奏する。さらにRSA暗号、楕円曲線暗号等の暗号方式を用いた公開鍵暗号方式に適用することができるので、秘匿性の高い通信を高速に実現する情報セキュリティ技術を提供することが可能である等、優れた効果を奏する。

30

【発明を実施するための最良の形態】

【0083】

以下、本発明をその実施の形態を示す図面に基づいて詳述する。図1は、本発明の計算装置の構成例を示すブロック図である。図1中1は、マイクロコンピュータとして機能する演算カード等の本発明の計算装置であり、計算装置1は、パーソナルコンピュータ、サーバコンピュータ等の通信装置2に組み込まれている。計算装置1は、装置全体を制御するMPU等の制御手段11、本発明のコンピュータプログラム3等の各種コンピュータプログラム及びデータを記録したROM、RAM等の記録手段12、計算に用いられる第1レジスタ13a及び第2レジスタ13b、RED C演算を行うコプロセッサ等の演算手段14、並びに通信装置2とのインターフェースである接続手段15を備えている。そして記録手段12に記録された本発明のコンピュータプログラム3を制御手段11により実行することにより、マイクロコンピュータとして機能する演算カードは、本発明の計算装置としての各種手順を実行する。なお第1レジスタ13aは、 k ビットの2進数データを格納することが可能な m 個のワードを有するレジスタであり、第2レジスタ13bは、 m 個以上のワードを有するレジスタである。

40

【0084】

本発明の計算装置1は、公開鍵暗号方式等の暗号技術を用いた通信等の処理において様々な処理を実行する。具体的には、本発明の計算装置1は、接続手段15を介して通信装置2から受け付けた平文情報を、予め記録している公開鍵にて暗号化して暗号文を生成し、生成した暗号文を、接続手段15を介して通信装置2へ出力する。また本発明の計算装

50

置 1 は、通信装置 2 が他の装置から公開鍵にて暗号化された暗号文を受信した場合に、受信した暗号文を通信装置 2 から接続手段 1 5 を介して受け付け、予め記録している秘密鍵にて復号して平文を生成し、生成した平文を、接続手段 1 5 を介して通信装置 2 へ出力する。なお本発明の計算装置 1 では、同様の技術を用いて、平文を秘密鍵にて暗号化し、暗号文を公開鍵にて復号するデジタル署名に係る処理を実行することも可能である。

【 0 0 8 5 】

公開鍵暗号方式の暗号技術には、R S A 暗号、楕円曲線暗号等の暗号方式が用いられる。例えば R S A 暗号では、公開鍵 e にて平文 m を暗号化した暗号文 c は、剰余の法 n を用いて $c = m^e \pmod{n}$ と表される。また秘密鍵 d にて暗号文 c を復号した平文 m は、剰余の法 n を用いて、 $m = c^d \pmod{n}$ と表される。このように R S A 暗号では、 $y = a^x \pmod{n}$ で表されるべき乗剰余演算処理が行われる。また楕円曲線暗号でも、乗算剰余演算処理が用いられている。

10

【 0 0 8 6 】

本発明の計算装置 1 は、乗算剰余演算処理の代わりに下記の式にて示す整数 a, b, n を用いたモンゴメリ乗算剰余と呼ばれる演算法を用いて暗号化及び復号処理を行う。

【 0 0 8 7 】

$$y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$$

ただし、 n : 剰余の法を示す整数

a, b : $0 < a, b < n$ となる整数

R : $2^{m \cdot k}$ にて示される定数

k : 1 ワードあたりのビット長

m : n を表現するために必要なワードの最小個数

20

【 0 0 8 8 】

図 2 は、本発明の計算方法に関するモンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。なお図 2 に示すアルゴリズムにおいて、 $x = (x_{m-1}, \dots, x_1, x_0)$ は、整数値 x を、 m 個のワード値 x_i ($i = m-1, \dots, 1, 0, 0 \leq x_i < 2^k$) として表現する形式を示す。また図 2 を含む以降の図面及び以降の説明において、「 $:$ = 」とは、右辺の数値又は数式を左辺に代入することを示す。図 2 に示す様に夫々 m ワード値にて示される a, b, n に基づいて、 m ワード値で示される値 y を算出する場合のモンゴメリ乗算剰余演算 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ を、以降の説明では、 $y = R E D C(a, b) n$ 又は単に $R E D C$ と表記する。このように定義される $R E D C$ は、以下に示す 3 つの性質を備える。

30

【 0 0 8 9 】

(性質 1) 法 n は、奇数に限定される。

(性質 2) 値 a, b が、両方とも m 個のワード値での表現が可能な場合で、 $a \times b \pmod{R \times n}$ の条件が満たされるとき、 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ の計算が行われる。このとき $0 < y < n$ を満足する。

(性質 3) 値 a, b が、両方とも m 個のワード値での表現が可能な場合で、 $a \times b \pmod{R \times n}$ の条件が満たされないとき、 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ の計算が行われる。このとき $0 < y < n$ を満足するとは限らない。

40

【 0 0 9 0 】

ここで性質 2 に示した計算 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ と、性質 3 に示した計算 $y = a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ との差異について説明する。性質 2 に示した計算と性質 3 に示した計算との差異は、性質 2 に示した計算が、法 n に関する「剰余値」を求めているのに対し、性質 3 に示した計算は、法 n に関する「同値」を求めていることにある。

【 0 0 9 1 】

整数 x に対して自然数の法 n に関する除算にて計算される余り y は、「(法 n に関する) 剰余値」と呼ばれ、 $y = x \pmod{n}$ として表記される。剰余値の計算において、余り y は、0 以上 n 未満の値をとるため、上記の性質 2 の計算では、 $0 < y < n$ を満足することとなる。

50

【0092】

これに対し、0以上n未満を満たすとは限らないが、剰余値が同一となる複数の値 x 、 x' は、「(法nに関する)同値」と呼ばれ、 $x' = x \pmod{n}$ として表記される。即ち x の剰余値 y 、法 n 、及び整数 s が、 $x' = y + s \times n$ の関係にある場合、全ての x' は、 x と同値となる。例えば $n = 5$ 、 $x = 13$ という条件下において、 x の法 n に関する剰余値 y は、 $y = 3$ となる。更に同一条件下において、 $x' = 3, 8, 13, 18, 23, \dots$ の一連の値は、法 n に関して同値であり、その剰余値は3である。このように同値は、法 n に関して余りが同一となる一連の値であり、0以上n未満に限定されない。従って上記の性質3の計算では、 $0 \leq y < n$ を満足するとは限らないこととなる。

【0093】

上述した様にモンゴメリ乗算剰余演算は、 $a \times b \times R^{-1} \pmod{n}$ であり、通常の乗算剰余演算 $a \times b \pmod{n}$ とは異なる演算を行う。よってべき乗剰余演算を正しく実行するためには、モンゴメリ乗算剰余に対して与える入力データをモンゴメリ系と呼ばれるデータに変換する必要がある。通常の乗算剰余演算に与える任意の入力データを x 、 x をモンゴメリ系に変換したデータを x' とし、 x から x' への変換(モンゴメリ変換)を $x' = \text{Mont}(x)$ として表し、 x' から x への変換(モンゴメリ逆変換)を $x = \text{Mont}^{-1}(x')$ と表した場合、これらは下記の式にて与えられる。

【0094】

モンゴメリ変換： $x' = \text{Mont}(x) = x \times R \pmod{n}$

モンゴメリ逆変換： $x = \text{Mont}^{-1}(x') = x' \times R^{-1} \pmod{n}$

【0095】

上記式にて示したモンゴメリ変換及びモンゴメリ逆変換は、REDCを用いた下記の式にて示すことができる。ただし H は $H = R^2 \pmod{n}$ で表されるモンゴメリ変換パラメータと呼ばれる値であり、事前計算により求められる。

【0096】

モンゴメリ変換： $x' = \text{REDC}(x, H)_n = x \times R^2 \times R^{-1} = x \times R \pmod{n}$

ただし、 $H = R^2 \pmod{n}$

モンゴメリ逆変換： $x = \text{REDC}(x', 1)_n = x' \times 1 \times R^{-1} = x' \times R^{-1} \pmod{n}$

【0097】

上述した数式に基づくモンゴメリ乗算剰余を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムについて説明する。図3は、本発明の計算方法に関するモンゴメリ乗算剰余演算を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。図3は、バイナリ法と呼ばれるべき乗剰余演算に基づくモンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示しており、入力値 a, d, n からべき乗剰余演算結果 $y = a^d \pmod{n}$ を計算する。図3における1行目の処理は、 y の初期値として1を与えることを示している。2行目の処理は、モンゴメリ変換パラメータ $H = R^2 \pmod{n}$ を計算することを示している。3行目の処理は、 y と a とに対しモンゴメリ変換を行い y' と a' とを得ることを示している。4～7行目のループは、 d のビット値に応じてモンゴメリ乗算剰余を1回又は2回繰り返す処理を、 d の最下位ビットから最上位ビットまで繰り返すことを示している。8行目の処理は、4～7行目のループで計算された y' に対し、モンゴメリ逆変換を行うことで、最終的な演算結果 y を得ることを示している。

【0098】

図3に示したアルゴリズムにおいて、2行目で行われるモンゴメリ変換パラメータ $H = R^2 \pmod{n}$ を計算する処理について説明する。図4は、本発明の計算装置1の処理を示すフローチャートである。図4は、本発明の計算装置1が、剰余の法 n の入力を受け付け、本発明の計算処理を実行し、 $R^2 \pmod{n}$ の同値である $H = R^2 \pmod{n}$ を出力する処理を示している。なお以降の説明において、 k は、1ワードあたりのビット長を示し、 n は、 m ワード値で示される値である。また $R = 2^{m \times k}$ である。なお以

10

20

30

40

50

降の図面及び以降の説明において、「*」は、乗算記号「×」を示すものとする。

【0099】

本発明のモンゴメリ変換パラメータの変換方法は、主にステップA、ステップB及びステップCにて構成される。ステップAは、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法nに関する同値 $H_0 = 2^{m \cdot k + 1} \pmod{n}$ を計算するステップである。ステップBは、REDC演算により、 H_0 から $2^{E(p, m, k)} \pmod{n}$ の同値 $H = 2^{E(p, m, k)} \pmod{n}$ を計算するステップである。ただし、Pは、 $2^{P-1} < m \times k < 2^P$ を満たす整数であり、 $E(P, m, k) = m \times k + 2^P$ である。ステップCは、 $2^P > m \times k$ の場合に、 $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ について、 $H = \text{REDC}(H, G)n$ による補正演算を行うステップである。ただし、Gは、 $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^P / k$ と表され、 $1 \leq G(p, m, k) \leq m - 1$ の範囲を満たす整数である。

10

【0100】

本発明の計算装置1は、ステップAにおけるステップS1の処理として、第1レジスタ13a及び第2レジスタ13bに対し、初期値として夫々「n」及び「0」を与える初期化を行う。ただし、nの有効ワード長は、mである。

【0101】

図5は、本発明の計算装置1が備える第1レジスタ13a及び第2レジスタ13bに格納される値を概念的に示す説明図である。図5中、REG1は、第1レジスタ13aに格納されている値を示し、REG2は、第2レジスタ13bに格納されている値を示している。図5は、ステップAにおけるステップS1の処理が行われた状態を示しており、第1レジスタ13aには、初期値としてnが格納されており、第2レジスタ13bには、初期値として0が格納されている。

20

【0102】

図4に示すフローチャートに戻り、本発明の計算装置1は、ステップAにおけるステップS2の処理として、 $2^{m \cdot k}$ と法nに関する同値 $\text{REG2} = 2^{m \cdot k} \pmod{n}$ を計算する。ステップAにおけるステップS2の処理は、第2レジスタ13bに格納されている値から第1レジスタ13aに格納されている値を減じて、得られた結果である法nの負数を第2レジスタ13bに格納する処理により行われる。

【0103】

第2レジスタ13bに格納されている値から第1レジスタ13aに格納されている値を減じた結果、即ち $\text{REG2} - \text{REG1} = 0 - n$ は、整数sを用いて $2^{m \cdot k} + s \times n$ という形で示すことができるので、 $2^{m \cdot k}$ と法nに関して同値であり、しかもmワードで示すことが可能な値である。

30

【0104】

なおステップAにおけるステップS2の処理は、演算処理($\text{REG2} := \text{REG2} - \text{REG1}$)を行うのではなく、第1レジスタ13aに格納されている値nに関する2の補数値を求め、求められた2の補数値を第2レジスタ13bに格納するようにしてもよい。値nに関する2の補数値は、第1レジスタ13aに格納されているnの全ビット値を反転させ、更に第1レジスタ13aに格納されている値の最下位ビットに1を加算することにより求められる。

40

【0105】

図6は、本発明の計算装置1が備える第1レジスタ13a及び第2レジスタ13bに格納される値を概念的に示す説明図である。図6は、ステップAにおけるステップS2の処理が行われた状態を示しており、第1レジスタ13aには、初期値として格納されたnが格納されており、第2レジスタ13bには、 $0 - n$ として計算された $2^{m \cdot k}$ の法nに関する同値が格納されている。

【0106】

図4に示すフローチャートに戻り、本発明の計算装置1は、ステップAにおけるステップS3の処理として、 $2^{m \cdot k + 1}$ と法nに関する同値 $\text{REG2} = 2^{m \cdot k + 1} \pmod{n}$ を計算する。ステップAにおけるステップS3の処理は、更に詳細には、第2レジスタ13

50

bに格納されている値を左1ビットシフト演算する処理(ステップS3-1)と、左1ビットシフト演算によりあふれた値、即ち演算前の最上位ビット値を判定する処理(ステップS3-2)とを含む。ステップS3-1の左1ビットシフト演算する処理とは、第2レジスタ13bの各桁の値を繰り上げる処理、即ち第2レジスタ13bに格納されている値を2倍して、最上位の桁のビット値をあふれた値として破棄する処理である。そしてステップS3-2において、あふれた値が「1」であると判定した場合、第2レジスタ13bに格納されている値は、 $2^{m \cdot k}$ と法nに関して同値の値であると判断し、ステップS3-1へ戻り、以降の処理を繰り返す。またあふれた値が「0」であると判定した場合、第2レジスタ13bに格納されている値は、 $2^{m \cdot k+1}$ と法nに関して同値の値であると判断し、ステップS3の処理を終了する。

10

【0107】

なおステップAにおけるステップS3のステップS3-1の処理は、第2レジスタ13bに格納されている値に、第2レジスタ13bに格納されている値を加算する処理、即ち演算処理($REG2 := REG2 + REG2$)を行う処理に代替することも可能である。またステップS3-2の処理は、ステップS3-1の処理により、キャリー値の発生の有無を判定する処理に代替することも可能である。その場合、キャリー値が発生したと判定した場合には、ステップS3-1へ戻り、キャリー値が発生していないと判定した場合、ステップS3の処理を終了する。

【0108】

図7は、本発明の計算装置1が備える第2レジスタ13bに格納される値を概念的に示す説明図である。なお図7中破線で示した四角形内に示された数値は、左1ビットシフト演算によりあふれた値を示す。図7(a)は、ステップAにおけるステップS3の処理を実行する前の状態を示しており、 $REG2 = 2^{m \cdot k} \pmod{n}$ である。図7(b)は、図7(a)の状態からステップS3-1にて左1ビットシフト演算処理を1回実行した状態を示しており、 $REG2 = 2^{m \cdot k} \pmod{n}$ である。図7(b)に示す様にあふれた値は「1」であるので、ステップS3-1へ戻り、再度、左1ビットシフト演算処理を実行する。2度目の左1ビットシフト演算処理を実行した状態が図7(c)であり、 $REG2 = 2^{m \cdot k} \pmod{n}$ である。図7(c)に示す様にあふれた値は、「1」であるので、ステップS3-1へ戻り、再度、左1ビットシフト演算処理を実行する。3度目の左1ビットシフト演算処理を実行した状態が図7(d)である。図7(d)に示す様にあふれた値は、「0」であるので、 $REG2 = 2^{m \cdot k+1} \pmod{n}$ であると判断し、ステップS3の処理を終了する。このようにステップAにおけるステップS3では、あふれたビット値を切り捨てながら左1ビットシフト演算を繰り返すことで、結果を常にmワードの範囲としながらも、ステップS3の終了時には、 $2^{m \cdot k+1}$ との同値を計算することができる。

20

30

【0109】

ステップAにおけるステップS3の処理により、 $2^{m \cdot k+1}$ との同値を計算することができる理由を説明する。図8及び図9は、本発明の計算装置1が備える第2レジスタ13bに格納される値を概念的に示す説明図である。図8は、ステップAにおけるステップS3の処理を実行することによりあふれる値が「0」である場合を示しており、図8(a)が、左1ビットシフト演算処理を実行する前の状態であり、図8(b)が、左1ビットシフト演算処理を実行した後の状態を示している。また図9は、ステップAにおけるステップS3の処理を実行することによりあふれる値が「1」である場合を示しており、図9(a)が、左1ビットシフト演算処理を実行する前の状態であり、図9(b)が、左1ビットシフト演算処理を実行した後の状態を示している。

40

【0110】

図8(b)及び図9(b)に示す様に、左1ビットシフト演算処理を実行した直後のあふれた1ビットを含む $m \cdot k + 1$ ビットの値は、 $2^{m \cdot k} \pmod{n}$ と同値である図8(a)及び図9(a)に示す値を2倍した値であるので、 $2^{m \cdot k+1} \pmod{n}$ と同値である。図8に示す様にあふれた最上位ビットの値が「0」である場合、あふれた最上位

50

ビットの切り捨てにより実質的な値が変わることはないので、第2レジスタ13bに格納されている値は、 $2^{m \cdot k} \pmod{n}$ を2倍した $2^{m \cdot k + 1} \pmod{n}$ と同値である。図9に示す様にあふれた最上位ビットの値が「1」である場合、最上位ビットの切り捨ては、 $2^{m \cdot k} \pmod{n}$ を2倍した $2^{m \cdot k + 1} \pmod{n}$ からの $2^{m \cdot k}$ の減算であり、その結果は、 $2^{m \cdot k} \pmod{n}$ と同値である。即ち $REG2 = 2 \times 2^{m \cdot k} \pmod{n} - 2^{m \cdot k} \pmod{n} = 2^{m \cdot k} \pmod{n}$ である。

【0111】

このように本発明の計算装置1のステップAでは、ステップS3にて、左1ビットシフト演算処理及びあふれたビット値に対する判定処理を繰り返すことにより、 $2^{m \cdot k + 1}$ と法nに関する同値である $H_0 = 2^{m \cdot k + 1} \pmod{n}$ の値を計算することができる。

10

【0112】

図4に示すフローチャートに戻り、本発明の計算装置1は、ステップBにおけるステップS4の処理として、演算手段14により、 $REDC(REG2, REG2)n$ として示されるREDC演算を実行し、その結果を第2レジスタ13bに格納する処理を、 $i = 1, 2, \dots, p$ としてp回繰り返すことにより、 $REG2 = 2^{E(p, m, k)} \pmod{n}$ を計算する。ただし、Pは、 $2^{P-1} < m \times k < 2^P$ を満たす整数であり、 $E(P, m, k) = m \times k + 2^P$ であり、 $REDC(A, B)n$ は、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)n = 2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ を示す。

【0113】

本発明の計算装置1は、ステップCにおけるステップS5の処理として、 $2^P > m \times k$ の真偽を判定し、 $2^P > m \times k$ が真であると判定した場合に、演算手段14により、 $REDC(REG2, g)n$ として示されるREDC演算を実行する補正演算を行い、その結果を第2レジスタ13bに格納する。なお $2^P > m \times k$ が偽であると判定した場合、演算手段14によるREDC演算を実行する補正演算は行われぬ。ただし、 $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ であり、 $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^P / k$ である。

20

【0114】

本発明の計算装置1は、ステップS6の処理として、第2レジスタ13bに格納されている計算結果、即ち $REG2 = R^2 \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。そして本発明の計算装置1は、出力された結果である $R^2 \pmod{n}$ を用いてべき乗剰余処理を実行し、更に暗号化及び/又は復号を行う。

30

【0115】

図10は、本発明のモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図10では、図4を用いて示した本発明のモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を演算の種類及びステップ別に示している。なお図10において、SFTは1ビットシフトを行うシフト演算を、SUBは減算を、CPLは2の補数計算を、BITCHKは1ビット値の検出計算を、REDCはモンゴメリ乗算剰余演算をそれぞれ示す。また図10において、qは、nの最上位から連続する「0」の個数を示す。

【0116】

次に図10に示した図表に基づいて、本発明の計算方法の演算回数の例を説明する。

【実施例1】

40

【0117】

1024ビットのRSA暗号(1ワードが32ビット: $k = 32$)の計算に適用
1024ビットの法nとして、 $n = 2^{1023} + 1$ の場合の実施例について説明する。RSA暗号で用いられる数値は、nが2つの素数p, qの積であるという条件があり、実施例1におけるnはこの条件を満たさない。しかし本発明の計算方法は、法nが任意の奇数値である場合に、 $2^{2 \cdot m \cdot k}$ の法nに関する同値 $H = 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n}$ を計算する方法であり、nが素数の積であることに限定しない。よって本実施例のnはRSA暗号の条件は満たさないが、本発明の計算方法に係る条件は満たすものであり、しかも非常に簡単な形で表現できる値であるので、本発明の実施例1の理解を容易にするものと考えられる。以上を踏まえた上で、1024ビットのnとして、 $n = 2^{1023} + 1$ の場合の実施例につい

50

て説明する。

【0118】

表題の条件に示す様に1ワードが32ビットであることから、1024ビットは32ワードで示されるので $m = 32$ となる。 $H_0 = 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n} = 2^{2048} \pmod{n}$ を計算する場合、必要な計算量は、図10より、SFTが1回、SUB(CPL)が1回、BITCHKが1回、そしてREDCが10回となる。具体的な計算を以下に示す。

【0119】

ステップAにおけるステップS1

$$\text{REG1} := n = (100 \dots 01)_{2,1024}$$

$$\text{REG2} := 0$$

第1レジスタ13a及び第2レジスタ13bを初期化する。ただし、 $a = (b)_{2,c}$ は、数値aをcビットの2進数表現した結果がbであることを示す。

【0120】

ステップAにおけるステップS2

$$\text{REG2} := 0 - n = (0111 \dots 11)_{2,1024}$$

なお $\text{REG2} := (\text{REG1の2の補数})$ とすることによっても同じ結果を得ることが可能である。またREG1の全ビットを反転し、更にその最下位ビットに1をセットする様にしてもよい。

【0121】

ステップAにおけるステップS3

$\text{REG2} = (0111 \dots 11)_{2,1024}$ を左1ビットシフト演算し、 $\text{REG2} = (111 \dots 110)_{2,1024}$ とする。そしてあふれた値が「0」であると判定し、ステップS4へ進む。なおこのとき $\text{REG2} \pmod{n} = (111 \dots 110)_{2,1024} \pmod{n} = (011 \dots 1100)_{2,1024}$ 及び $2^{1025} \pmod{n} = (011 \dots 1100)_{2,1024}$ より、演算結果の正しさが実証される。

【0122】

ステップBにおけるステップS4

$$\text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2})$$

上記処理を $2^9 < m \times k = 1024 = 2^{10}$ より決定される $p = 10$ 回繰り返す。

$$1 \text{ 回目 } \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\ 2^{1024+1} \times 2^{1024+1} \times 2^{-1024} = 2^{1024+2} \pmod{n}$$

$$2 \text{ 回目 } \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\ 2^{1024+2} \times 2^{1024+2} \times 2^{-1024} = 2^{1024+4} \pmod{n}$$

$$3 \text{ 回目 } \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\ 2^{1024+2} \times 2^{1024+2} \times 2^{-1024} = 2^{1024+8} \pmod{n}$$

:

$$9 \text{ 回目 } \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\ 2^{1024+256} \times 2^{1024+256} \times 2^{-1024} = 2^{1024+512} \pmod{n}$$

$$10 \text{ 回目 } \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\ 2^{1024+512} \times 2^{1024+512} \times 2^{-1024} = 2^{1024+1024} \pmod{n}$$

上記計算より $\text{REG2} = 2^{2048} \pmod{n}$ を得る。

【0123】

ステップCにおけるステップS5

$2^p (= 2^{10}) > m \times k (= 1024)$ が偽であるので、補正演算は実行しない。

【0124】

ステップS6

$\text{REG2} = H_0 = 2^{2048} \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【実施例2】

【0125】

10

20

30

40

50

163ビットの楕円曲線暗号(1ワードが8ビット: $k = 8$)の計算に適用

163ビットの法 n として、 $n = 0x7,0263d95a,880adfbc,e3c1648d,44ce22fa,813980fb$ の場合の実施例について説明する。ただし上記の $0x\dots$ は、16進数で表現された数値を示す。1ワードが8ビットであることから、163ビットは21ワードで示されるので $m = 21$ となる。 $H0 \quad 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n} \quad 2^{326} \pmod{n}$ を計算する場合、必要な計算量は、図10より、SFTが6回、SUB(CPL)が1回、BITCHKが6回、そしてRED Cが8回となる。具体的な計算を以下に示す。

【0126】

ステップAにおけるステップS1

REG1 := $n = 0x7,0263d95a,880adfbc,e3c1648d,44ce22fa,813980fb$

10

REG2 := 0

【0127】

ステップAにおけるステップS2

REG2 := $0 - n = 0xf8,fd9c26a5,77f52043,1c3e9b72,bb31dd05,7ec67f05$

なおREG2 := (REG1の2の補数)も同様である。

【0128】

ステップAにおけるステップS3

REG2 = $0xf8,fd9c26a5,77f52043,1c3e9b72,bb31dd05,7ec67f05$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0xf1,fb384d4a,efea4086,387d36e5,7663ba0a,fd8cfe0a$ とする。このときあふれた値が「1」とであると判定し、同様の処理を繰り返す。即ち2回目の処理として、

20

REG2 = $0xf1,fb384d4a,efea4086,387d36e5,7663ba0a,fd8cfe0a$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0xe3,f6709a95,dfd4810c,70fa6dca,ecc77415,fb19fc14$ とする。このときあふれた値が「1」とであると判定し、同様の処理を繰り返す。即ち3回目の処理として、

REG2 = $0xe3,f6709a95,dfd4810c,70fa6dca,ecc77415,fb19fc14$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0xc7,ece1352b,bfa90218,e1f4db95,d98ee82b,f633f828$ とする。このときあふれた値が「1」とであると判定し、同様の処理を繰り返す。即ち4回目の処理として、

REG2 = $0xc7,ece1352b,bfa90218,e1f4db95,d98ee82b,f633f828$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0x8f,d9c26a57,7f520431,c3e9b72b,b31dd057,ec67f050$ とする。このときあふれた値が「1」とであると判定し、同様の処理を繰り返す。即ち5回目の処理として、

30

REG2 = $0x8f,d9c26a57,7f520431,c3e9b72b,b31dd057,ec67f050$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0x1f,b384d4ae,fea40863,87d36e57,663ba0af,d8cfe0a0$ とする。このときあふれた値が「1」とであると判定し、同様の処理を繰り返す。即ち6回目の処理として、

REG2 = $0x1f,b384d4ae,fea40863,87d36e57,663ba0af,d8cfe0a0$ を左1ビットシフト演算し、REG2 = $0x3f,6709a95d,fd4810c7,0fa6dcae,cc77415f,b19fc140$ とする。このときあふれた値が「0」とであると判定し、ステップS4へ進む。なおこのときREG2 ($\pmod{n} = 2^{169} \pmod{n} = 0x5187052f,34e63323,0dda53b7,61380691,269a386d$)より、演算結果の正しさが実証される。

40

【0129】

ステップBにおけるステップS4

REG2 := RED C (REG2, REG2)

上記処理を $2^7 < m \times k = 1024 \quad 2^8$ より決定される $p = 8$ 回繰り返す。

1回目 REG2 := RED C (REG2, REG2)

$$2^{168+1} \times 2^{168+1} \times 2^{-168} \quad 2^{168+2} \pmod{n}$$

2回目 REG2 := RED C (REG2, REG2)

$$2^{168+2} \times 2^{168+2} \times 2^{-168} \quad 2^{168+4} \pmod{n}$$

50

3回目 $REG2 := REDC(REG2, REG2)$
 $2^{168+4} \times 2^{168+4} \times 2^{-168} \quad 2^{168+8} \pmod{n}$
 :
 7回目 $REG2 := REDC(REG2, REG2)$
 $2^{168+64} \times 2^{168+64} \times 2^{-168} \quad 2^{168+128} \pmod{n}$
 8回目 $REG2 := REDC(REG2, REG2)$
 $2^{168+128} \times 2^{168+128} \times 2^{-168} \quad 2^{168+256} \pmod{n}$
 上記計算より $REG2 = 2^{424} \pmod{n}$

【0130】

ステップCにおけるステップS5

10

$2^p (= 2^8) > m \times k (= 168)$ が真であるので、補正演算を実行する。

補正演算

 $REG2 := REDC(REG2, g) \quad 2^{424} \times 2^{80} \times 2^{-168} \quad 2^{336}$

なお上記の計算において、

 $G(p, m, k) = 2 \times m - (2^p / k)$
 $G(8, 21, 8) = 2 \times 21 - (2^8 / 8) = 10$

さらに、

 $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)} = 2^{8 \cdot 10} = 2^{80}$

以上により決定される $g = 2^{80}$ を用いて補正演算が実行される。

【0131】

20

ステップS6

 $REG2 = H \quad 2^{336} \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【実施例3】

【0132】

160ビットの楕円曲線暗号(1ワードが32ビット: $k = 32$)の計算に適用

160ビットの法 n として、 $n = 0x89381a5a, 0ff02e5e, 42d13b94, b6e022e6, 96f53721$ の場合の実施例について説明する。ただし上記の $0x\dots$ は、16進数で表現された数値を示す。1ワードが32ビットであることから、160ビットは5ワードで示されるので $m = 5$ となる。そして $H \quad 2^{2 \cdot m \cdot k} \pmod{n} \quad 2^{320} \pmod{n}$ を計算する場合、必要な計算量は、図10より、SFTが1回、SUB(CPL)が1回、BITCHKが1回、そしてREDCが8回となる。具体的な計算を以下に示す。

30

【0133】

ステップAにおけるステップS1

 $REG1 := n = 0x89381a5a, 0ff02e5e, 42d13b94, b6e022e6, 96f53721$
 $REG2 := 0$

【0134】

ステップAにおけるステップS2

 $REG2 := 0 - n = 0x76c7e5a5, f00fd1a1, bd2ec46b, 491fdd19, 690ac8df$

なお $REG2 := (REG1 \text{ の } 2 \text{ の 補数})$ も同様である。

【0135】

40

ステップAにおけるステップS3

$REG2 = 0x76c7e5a5, f00fd1a1, bd2ec46b, 491fdd19, 690ac8df$ を左1ビットシフト演算子、 $REG2 = 0xed8fcb4b, e01fa343, 7a5d88d6, 923fba32, d21591be$ とする。そしてあふれた値が「0」であると判定し、ステップS4へ進む。なおこのとき $REG2 \pmod{n} = 2^{161} \pmod{n} = 0x6457b0f1, d02f74e5, 378c4d41, db5f974c, 3b205a9d$ より、演算結果の正しさが実証される。

【0136】

ステップBにおけるステップS4

 $REG2 := REDC(REG2, REG2)$

上記処理を $2^7 < m \times k = 1024 \quad 2^8$ より決定される $p = 8$ 回繰り返す。

50

$$\begin{aligned}
 1 \text{ 回目} \quad & \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\
 & 2^{160+1} \times 2^{160+1} \times 2^{-160} \quad 2^{160+2} \pmod{n} \\
 2 \text{ 回目} \quad & \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\
 & 2^{160+2} \times 2^{160+2} \times 2^{-160} \quad 2^{160+4} \pmod{n} \\
 3 \text{ 回目} \quad & \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\
 & 2^{160+4} \times 2^{160+4} \times 2^{-160} \quad 2^{160+8} \pmod{n} \\
 & \vdots \\
 7 \text{ 回目} \quad & \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\
 & 2^{160+64} \times 2^{160+64} \times 2^{-160} \quad 2^{160+128} \pmod{n} \\
 8 \text{ 回目} \quad & \text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, \text{REG2}) \\
 & 2^{160+128} \times 2^{160+128} \times 2^{-160} \quad 2^{160+256} \pmod{n} \\
 & \text{上記計算より REG2} \quad 2^{416} \pmod{n}
 \end{aligned}$$

10

【0137】

ステップCにおけるステップS5

$2^p (= 2^8) > m \times k (= 160)$ が真であるので、補正演算を実行する。

補正演算

$$\text{REG2} := \text{REDC}(\text{REG2}, g) \quad 2^{416} \times 2^{64} \times 2^{-160} \quad 2^{320}$$

なお上記の計算において、

$$G(p, m, k) = 2 \times m - (2^p / k)$$

$$G(8, 5, 32) = 2 \times 5 - (2^8 / 32) = 2$$

20

さらに、

$$g = 2^{k \cdot G(p, m, k)} = 2^{32 \cdot 2} = 2^{64}$$

以上により決定される $g = 2^{64}$ を用いて補正演算が実行される。

【0138】

ステップS6

REG2 H $2^{320} \pmod{n}$ を出力し、処理を終了する。

【0139】

次に本発明の計算方法と、前述した従来法1乃至従来法3との演算回数を比較する。図11は、本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図11は、図10に示した本発明の計算方法のステップA、ステップB及びステップCの計算量、図17に示した従来法1のステップA1及びステップB1の計算量、図19に示した従来法2のステップA2及びステップB2の計算量、並びに図21に示した従来法3のステップA3、ステップB3及びステップC3の計算量を示している。なお図11において、夫々の計算方法の処理負荷の比較が容易になる様に、多ビット演算であるシフト演算SFT、減算SUB、2の補数計算CPL及び比較演算CMPの演算に要する処理負荷を同一と見なし、これらを定数LCに置き換えて示している。また1ビット値の検出計算BITCHKの計算量を定数SCとして示し、モンゴメリ乗算剰余演算REDCの計算量を定数REDCとして示している。なお1ビット演算であるBITCHKは、多ビット演算より計算量が小さいため、 $\text{BITCHK} < \text{LC}$ 、REDCが成立するものとする。図11において、LC及びSCとして示した列は、従来法1のステップA1、従来法2のステップA2、従来法3のステップA3及び本発明の計算方法におけるステップAに係る計算量を示している。またREDCとして示した列は、従来法1のステップB1、従来法2のステップB2、従来法3のステップB3及びステップC3並びに本発明の計算方法におけるステップB及びステップCに係る計算量を示している。

30

40

【0140】

まず従来法1のステップA1、従来法2のステップA2及び従来法3のステップA3と、本発明の計算方法におけるステップAとに係る計算量を比較する。従来法1のステップA1又は従来法2のステップA2の計算量と、本発明の計算方法におけるステップAの計算量との差を以下に計算する。

50

【0141】

$$\begin{aligned}
 & (\text{従来法1又は従来法2の計算量}) - (\text{本発明の計算方法における計算量}) \\
 & = (5.5q + 2.5v + 1) \times LC - ((q + 2) \times LC + (q + 1) \times SC) \\
 & = (4.5q + 2.5v - 1) \times LC - (q + 1) \times SC \\
 & = (3.5q + 2.5v - 2) \times LC + (q + 1) \times (LC - SC)
 \end{aligned}$$

【0142】

上記計算において、 $q \geq 0$ 、 $v \geq 1$ 及び $LC > SC$ であるから、計算結果は正の値をとる。従って従来法1又は従来法2の計算量より、本発明の計算方法における計算量の方が小さいことが証明される。

【0143】

従来法3のステップA3の計算量と、本発明の計算方法におけるステップAの計算量との差を以下に計算する。

【0144】

$$\begin{aligned}
 & (\text{従来法3の計算量}) - (\text{本発明の計算方法における計算量}) \\
 & = (2.5k + 2.5v + 1) \times LC - ((q + 2) \times LC + (q + 1) \times SC) \\
 & = (2.5k + 2.5v - q - 1) \times LC - (q + 1) \times SC \\
 & = (2.5k + 2.5v - 2q - 2) \times LC + (q + 1) \times (LC - SC)
 \end{aligned}$$

【0145】

上記計算結果中、第2項は、 $q \geq 0$ 及び $LC > SC$ であるから正の値をとる。また上記計算結果の第1項の LC の係数は、 $v \geq 1$ より以下の様に示すことができる。

【0146】

$$2.5k + 2.5v - 2q - 2 \geq 2.5 \times (k - q) + 0.5q + 0.5$$

【0147】

上記不等式において、最上位から連続する「0」の個数 q は、1ワードあたりのビット長未満となることは明らかであるので、 $q \geq 0$ 及び $q < k$ が成立する。従って上記不等式は以下の様になり、第1項は正の値をとる。

【0148】

$$2.5k + 2.5v - 2q - 2 \geq 2.5 \times (k - q) + 0.5q + 0.5 > 0$$

【0149】

以上の計算結果より、従来法3の計算量より、本発明の計算方法における計算量の方が小さいことが証明される。従って従来法1のステップA1、従来法2のステップA2、従来法3のステップA3及び本発明の計算方法におけるステップAとに係る計算量を比較した場合、本発明の計算方法におけるステップAに係る計算量が最も小さく本発明の計算方法が優れていることが証明される。

【0150】

次に従来法1のステップB1、従来法2のステップB2、従来法3のステップB3及びステップC3と、本発明の計算方法におけるステップB及びステップCとに係る計算量とを加味して全体の計算量を、実施例を挙げて比較する。REDCの計算量は、条件によって様々に変化する。上述した様に本発明の計算装置1は、コプロセッサを用いた演算手段14により、REDC演算を行うため、高速な計算を実現している。従ってここではREDCの計算量が LC の計算量と同等であるという前提に基づいて、計算量の比較を行う。また v の値は、夫々の実施例及び計算方法において、可及的最小値を選択するものとする。 v が最小の値を選択する理由は、 LC 及び SC の回数は v に比例して大きくなるのに対し、REDCの回数は $\log_2(1/v)$ に比例して減少するからである。例えば v の値を2倍に増加させた場合、 LC 及び SC の回数も2倍されるのに対し、REDCは1回しか減少しない。また $LC = REDC$ という条件では、 LC 及び SC の回数並びにREDCの回数の合計がそのまま全体の計算量となることも合わせて考慮すると、最小の v の値を選択することで全体の計算量が最小になると考えられる。なお以下に示す実施例は、実施例4が前述した実施例1に対応し、実施例5が前述した実施例2に対応し、そして実施例6が前述した実施例3に対応する。

10

20

30

40

50

【実施例 4】

【0151】

1024ビットのRSA暗号(1ワードが32ビット: $k = 32$)の計算に適用
 1ワードが32ビットの場合、1024ビットは32ワードで示される。従って $k = 32$, $m = 32$ となる。また最上位から連続する「0」の個数を示す $q = 0$ である。

【0152】

従来法1.

$m \times k = 1024$ より、 $(m \times k) / v$ が2のべき乗値となるための v の最小値は1であるので、 $v = 1$ を選択する。

ステップA1.

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = 3.5 \times LC$$

ステップB1.

$$p \times REDC = \log_2((m \times k) / v) \times REDC = 10 \times REDC$$

合計

$$3.5 \times LC + 10 \times REDC = 13.5 \times LC$$

【0153】

従来法2.

$(m \times k) / v$ が2のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップA2.

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = 3.5 \times LC$$

ステップB2.

$$p' - 1 + W((m \times k) / v) \times REDC = (11 - 1 + W((1000000000000)2, 11)) \times REDC = 10 \times REDC$$

合計

$$3.5 \times LC + 10 \times REDC = 13.5 \times LC$$

【0154】

従来法3.

$(m \times k) / v$ が2のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップA3.

$$(2.5k + 2.5v) \times LC = 82.5 \times LC$$

ステップB3及びステップC3

$$p'' \times REDC = \log_2((m \times k) / v) \times REDC = 10 \times REDC$$

なお $(m \times k) / v$ が2のべき乗値をとるため、補正演算は行わない。

合計

$$82.5 \times LC + 10 \times REDC = 92.5 \times LC$$

【0155】

本発明の計算方法

ステップA

$$(q + 1) \times LC + (q + 1) \times SC = LC + SC$$

ステップB及びステップC

$$p \times REDC = \log_2(m \times k) \times REDC = 10 \times REDC$$

なお $m \times k$ が2のべき乗値をとるため、補正演算は行わない。

合計

$$LC + SC + 10 \times REDC = 11 \times LC + SC$$

【実施例 5】

【0156】

163ビットの楕円曲線暗号(1ワードが8ビット: $k = 8$)の計算に適用

1ワードが8ビットの場合、163ビットは21ワードで示される。従って $k = 8$, $m = 21$ となる。また最上位から連続する「0」の個数を示す $q = 5$ である。

【0157】

10

20

30

40

50

従来法 1 .

$m \times k = 168$ より、 $(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値となるための v の最小値は 21 であるので、 $v = 21$ を選択する。

ステップ A 1 .

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = (27.5 + 52.5 + 1) \times LC = 81 \times LC$$

ステップ B 1

$$p \times REDC = \log_2((m \times k) / v) \times REDC = 3 \times REDC$$

合計

$$81 \times LC + 3 \times REDC = 84 \times LC$$

【0158】

10

従来法 2 .

$(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップ A 2 .

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = (27.5 + 52.5 + 1) \times LC = 31 \times LC$$

ステップ B 2 .

$$p' - 1 + W((m \times k) / v) \times REDC = (8 - 1 + W((10101000)_2, 8)) \times REDC = 9 \times REDC$$

合計

$$31 \times LC + 9 \times REDC = 40 \times LC$$

【0159】

20

従来法 3 .

$(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップ A 3 .

$$(2.5k + 2.5v) \times LC = 22.5 \times LC$$

ステップ B 3 及びステップ C 3

$$(p'' + 1) \times REDC = (\log_2((m \times k) / v) + 1) \times REDC = (8 + 1) \times REDC = 9 \times REDC$$

なお $(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値ではないため、補正演算を行う。

合計

$$23.5 \times LC + 9 \times REDC = 32.5 \times LC$$

【0160】

30

本発明の計算方法

ステップ A

$$(q + 1) \times LC + (q + 1) \times SC = 6 \times LC + 6 \times SC$$

ステップ B 及びステップ C

$$(p + 1) \times REDC = (\log_2(m \times k) + 1) \times REDC = (8 + 1) \times REDC = 9 \times REDC$$

なお $m \times k$ が 2 のべき乗値ではないため、補正演算を行う。

合計

$$6 \times LC + 6 \times SC + 9 \times REDC = 15 \times LC + 6 \times SC$$

【実施例 6】

【0161】

160 ビットの楕円曲線暗号 (1 ワードが 32 ビット: $k = 32$) の計算に適用

1 ワードが 32 ビットの場合、160 ビットは 5 ワードで示される。従って $k = 32$, $m = 5$ となる。また最上位から連続する「0」の個数を示す $q = 0$ である。

【0162】

従来法 1 .

$m \times k = 160$ より、 $(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値となるための v の最小値は 5 であるので、 $v = 5$ を選択する。

ステップ A 1 .

50

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = (12.5 + 1) \times LC = 13.5 \times LC$$

ステップ B 1

$$p \times REDC = \log_2((m \times k) / v) \times REDC = 5 \times REDC$$

合計

$$13.5 \times LC + 5 \times REDC = 18.5 \times LC$$

【0163】

従来法 2 .

$(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップ A 2 .

$$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC = (2.5 + 1) \times LC = 3.5 \times LC$$

10

ステップ B 2 .

$$p' - 1 + W((m \times k) / v) \times REDC = (8 - 1 + W((10100000)_2, 8)) \times REDC = 8 \times REDC$$

合計

$$3.5 \times LC + 8 \times REDC = 11.5 \times LC$$

【0164】

従来法 3 .

$(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値である必要はないので、 $v = 1$ を選択する。

ステップ A 3 .

$$(2.5k + 2.5v) \times LC = 82.5 \times LC$$

20

ステップ B 3 及びステップ C 3

$$(p'' + 1) \times REDC = (\log_2((m \times k) / v) + 1) \times REDC = (8 + 1) \times REDC = 9 \times REDC$$

なお $(m \times k) / v$ が 2 のべき乗値ではないため、補正演算を行う。

合計

$$82.5 \times LC + 9 \times REDC = 91.5 \times LC$$

【0165】

本発明の計算方法

ステップ A

$$(q + 1) \times LC + (q + 1) \times SC = LC + SC$$

30

ステップ B 及びステップ C

$$(p + 1) \times REDC = (\log_2(m \times k) + 1) \times REDC = (8 + 1) \times REDC = 9 \times REDC$$

なお $m \times k$ が 2 のべき乗値ではないため、補正演算を行う。

合計

$$LC + SC + 9 \times REDC = 10 \times LC + SC$$

【0166】

図 1 2 は、本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。図 1 2 は、実施例 4 乃至実施例 6 として示した結果を纏めて示した図表である。図 1 2 から明らかな様に、本発明の計算方法は、実施例 4 乃至実施例 6 として示したいずれの条件下でも、従来法 1 乃至従来法 3 より優れている。

40

【0167】

前記実施の形態では、計算装置を演算カードに適用した形態を示したが、本発明はこれに限らず、パーソナルコンピュータ、サーバコンピュータ等のコンピュータ本体に適用する形態であっても良い等、様々な形態に適用することが可能である。

【0168】

また前記実施の形態では、REDC 演算を実行するコプロセッサを実装する形態を示したが、本発明はこれに限らず、ソフトウェアの処理により REDC 演算を実行する様にしても良い等、様々な形態に適用することが可能である。

【0169】

50

以上の実施の形態 1 及び 2 を含む実施の形態に関し、更に以下の付記を開示する。

【0170】

(付記 1)

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを用いて計算する計算方法において、

$2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納するステップと、

レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが 0 になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k + 1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納するステップと、

レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算するステップと

を含むことを特徴とする計算方法。

【0171】

(付記 2)

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を、1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタと、値 A 及び B 、並びに有効ワード長が m である剰余の法 n に対し、 $2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ として定義されるモンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n$ を実行する演算手段とを用いて計算する計算方法において、

剰余の法 n の負数をレジスタに格納するステップと、

レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトするシフト処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返すステップと、

前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, REG)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する処理を、 $2^{p-1} < m \times k \leq 2^p$ を満たす整数である p 回繰り返すステップと、

$2^p > m \times k$ である場合に、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, g)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納するステップと (ただし $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ 、かつ $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^p / k$)、

レジスタに格納されている値を、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値として出力するステップと

を含むことを特徴とする計算方法。

【0172】

(付記 3)

計算した同値を用いて、べき乗剰余処理を実行することを特徴とする付記 1 に記載の計算方法。

【0173】

(付記 4)

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、

レジスタと、

剰余の法 n の負数を前記レジスタに格納する手段と、

レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトする処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返す手段と、

レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算する手段と

を備えることを特徴とする計算装置。

【0174】

(付記 5)

10

20

30

40

50

モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算する計算装置において、

1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタと、
値 A 及び B 、並びに有効ワード長が m である剰余の法 n に対し、 $2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ として定義されるモンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n$ を実行する演算手段と、

剰余の法 n の負数をレジスタに格納する手段と、

レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ1ビットシフトするシフト処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが0になるまで繰り返す手段と、

前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, REG)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する処理を、
 $2^{p-1} < m \times k < 2^p$ を満たす整数である p 回繰り返す手段と、

$2^p > m \times k$ である場合に、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, g)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する手段と（ただし $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ 、かつ $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^p / k$ ）、

レジスタに格納されている値を、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値として出力する手段と

を備えることを特徴とする計算装置。

【0175】

(付記6)

複数のレジスタと、

m 個のワードを有する第1のレジスタ及び m 個以上のワードを有する第2のレジスタに、夫々 n 及び0を格納する手段と、

第2のレジスタに格納されている値から、第1のレジスタに格納されている値を減じて、剰余の法 n の負数を計算する手段と

を更に備えることを特徴とする付記5に記載の計算装置。

【0176】

(付記7)

レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、

レジスタに格納されている値の補数を、剰余の法 n の負数として計算する手段と

を更に備えることを特徴とする付記5に記載の計算装置。

【0177】

(付記8)

レジスタに剰余の法 n を格納する手段と、

レジスタに格納されている値を反転させる手段と、

レジスタに格納されている値の最下位ビットを1として、剰余の法 n の負数を計算する手段と

を更に備えることを特徴とする付記5に記載の計算装置。

【0178】

(付記9)

前記シフト処理は、レジスタに格納されている値に該値を加算する加算処理であり、

前記シフト処理によりレジスタからあふれる最上位ビットは、前記加算処理により発生したキャリー値として検出する

ことを特徴とする付記5乃至付記8のいずれかに記載の計算装置。

【0179】

(付記10)

1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタを備えるコンピュータに、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算させるコンピュータプログラムにおいて、

10

20

30

40

50

コンピュータに、 $2^{m \cdot k}$ の法 n に関する同値として、 n の負数を求めてレジスタに格納させる手順と、

コンピュータに、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトして、レジスタからあふれる最上位ビットを破棄する処理を、破棄する最上位ビットが 0 になるまで繰り返すことで、 $2^{m \cdot k+1}$ の法 n に関する同値を求めてレジスタに格納させる手順と

コンピュータに、レジスタに格納されている値に基づくモンゴメリ乗算剰余演算により、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値を計算させる手順と

を実行させることを特徴とするコンピュータプログラム。

10

【0180】

(付記11)

1ワードあたりのビット長が k で、少なくとも m 個のワードを有するレジスタと、値 A 及び B 、並びに有効ワード長が m である剰余の法 n に対し、 $2^{-m \cdot k} \times A \times B \pmod{n}$ として定義されるモンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(A, B)_n$ を実行する演算手段とを備えるコンピュータに、モンゴメリ乗算剰余演算にて用いられ、剰余の法 n に関する剰余値であるモンゴメリ変換パラメータに関する値を計算させるコンピュータプログラムにおいて、

コンピュータに、剰余の法 n の負数をレジスタに格納させる手順と、

コンピュータに、レジスタに格納されている値を桁上がり方向へ 1 ビットシフトするシフト処理を、レジスタからあふれる最上位ビットが 0 になるまで繰り返させる手順と、

20

コンピュータに、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, REG)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納する処理を、 $2^{p-1} < m \times k \leq 2^p$ を満たす整数である p 回繰り返させる手順と、

コンピュータに、 $2^p > m \times k$ である場合に、前記演算手段により、レジスタに格納されている値 REG に対し、モンゴメリ乗算剰余演算 $REDC(REG, g)_n$ を実行して、その結果をレジスタに格納させる手順と(ただし $g = 2^{k \cdot G(p, m, k)}$ 、かつ $G(p, m, k) = 2 \times m - 2^p / k$)、

コンピュータに、レジスタに格納されている値を、モンゴメリ変換パラメータと、法 n に関する剰余値が同じである同値として出力させる手順と

30

を実行させることを特徴とするコンピュータプログラム。

【図面の簡単な説明】

【0181】

【図1】本発明の計算装置の構成例を示すブロック図である。

【図2】本発明の計算方法に関するモンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。

【図3】本発明の計算方法に関するモンゴメリ乗算剰余演算を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。

【図4】本発明の計算装置の処理を示すフローチャートである。

【図5】本発明の計算装置が備える第1レジスタ及び第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図である。

40

【図6】本発明の計算装置が備える第1レジスタ及び第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図である。

【図7】本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図である。

【図8】本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図である。

【図9】本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図である。

【図10】本発明のモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表で

50

ある。

【図 1 1】本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

【図 1 2】本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

【図 1 3】モンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。

【図 1 4】モンゴメリ乗算剰余演算を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムを示す説明図である。

【図 1 5】モンゴメリ変換パラメータの計算方法のアルゴリズムを示す説明図である。

【図 1 6】従来法 1 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。

10

【図 1 7】従来法 1 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

【図 1 8】従来法 2 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。

【図 1 9】従来法 2 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

【図 2 0】従来法 3 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャートである。

【図 2 1】従来法 3 におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

20

【図 2 2】従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表である。

【符号の説明】

【 0 1 8 2 】

1 計算装置

1 1 制御手段

1 2 記録手段

1 3 a 第 1 レジスタ

1 3 b 第 2 レジスタ

1 4 演算手段

1 5 接続手段

2 通信措置

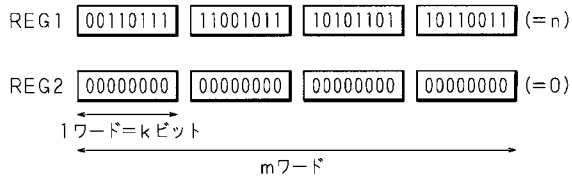
3 コンピュータプログラム

2 0 0 コンピュータプログラム

30

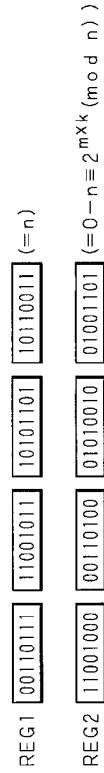
【図5】

本発明の計算装置が備える第1レジスタに及び第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図



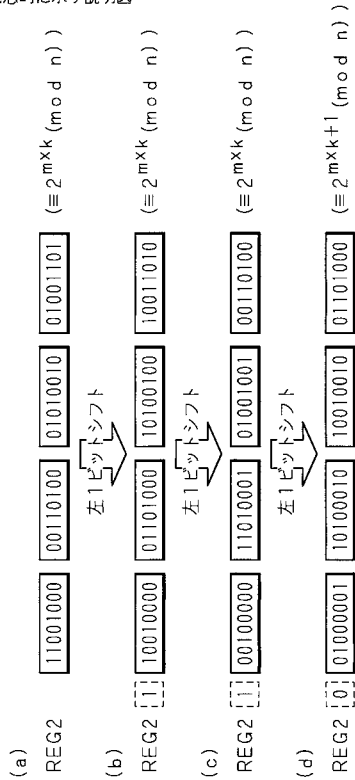
【図6】

本発明の計算装置が備える第1レジスタ及び第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図



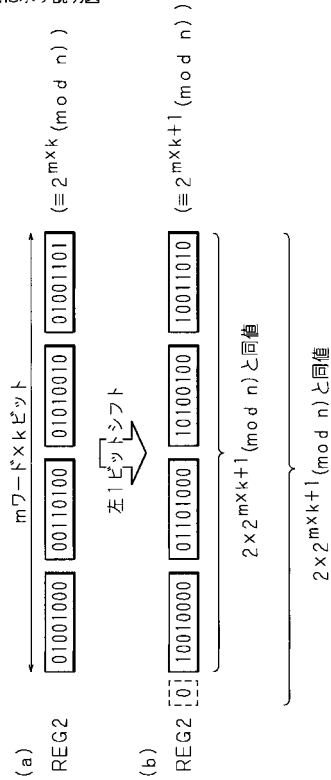
【図7】

本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図



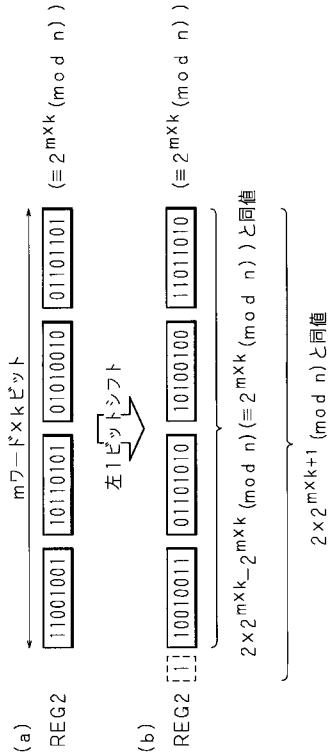
【図8】

本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図



【図 9】

本発明の計算装置が備える第2レジスタに格納される値を概念的に示す説明図



【図 1 2】

本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	従来法 1	従来法 2	従来法 3	本発明
実施例 4	13.5×LC	13.5×LC	92.5×LC	11×LC+SC
実施例 5	84×LC	40×LC	31.5×LC	15×LC+6×SC
実施例 6	18.5×LC	11.5×LC	91.5×LC	10×LC+SC

【図 1 3】

モンゴメリ乗算剰余演算のアルゴリズムを示す説明図

input : $a = (a_{m-1}, \dots, a_1, a_0), b = (b_{m-1}, \dots, b_1, b_0), n = (n_{m-1}, \dots, n_1, n_0),$
 $nd_0 = -n^{-1} \pmod{2^k}$
 output : $y = (y_m, y_{m-1}, \dots, y_1, y_0)$

$(y_{m-1}, \dots, y_1, y_0)_w = (0, \dots, 0, 0)$

for $j := 0$ to $m-1$

(t2, t1) := $y_0 + a_0 \times b_j$

$u := t1 \times nd_0 \pmod{2^k}$

(t4, t1) := $t1 + u \times nd_0$

(c1, c0) := $t2 + t1$

for $i := 1$ to $m-1$

(t3, t2, t1) := $y_i + (c1, c0) + a_i \times b_j$

(t1, y_i) := $t1 + u \times n_i$

(c1, c0) := $t4 + (t3, t2)$

next i

(c1, c0) := $(c1, c0) + y_m$

$y_{m-1} := c0$

$y_m := c1$

next j

if $(y \geq n)$ then $y := y - n$

return y

【図 1 0】

本発明のモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	S1	S2	S3	S4	S5	合計
SFT	0	0	q+1	0	0	q+1
SUB(CPL)	0	1	0	0	0	1
BITCHK	0	0	q+1	0	0	q+1
REDC	0	0	0	p	$0(2^p = m \times k)$ $1(2^p = m \times k)$	$p(2^p = m \times k)$ $p+1(2^p = m \times k)$

【図 1 1】

本発明の計算方法及び従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	LC及びSC (ステップ A ₁ , A ₂ , A ₃ , A)	REDC (ステップ B ₁ , B ₂ , B ₃ , C ₃ , B, C)
従来法 1	$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC$ ($q \geq 0, v \geq 1$)	$p(p - \log_2(m \times k) / v)$
従来法 2	$(5.5q + 2.5v + 1) \times LC$ ($q \geq 0, v \geq 1$)	$p^{-1} + W((m \times k) / v)$ ただし、 p は $(m \times k) / v$ の ビット長であり、 $W(x)$ は x を ビット値で表現したときに、 最上位有効ビット以外の 「1」の個数を表す。
従来法 3	$(2.5k + 2.5v) \times LC$ ($k \geq 8, v \geq 1$)	$p''(2^p = (m \times k) / v)$ $p'' + 1(2^p = (m \times k) / v)$
本発明	$(q+2) \times LC + (q+1) \times SC$ ($q \geq 0$)	$p(2^p = m \times k)$ $p+1(2^p = m \times k)$

【図 1 4】

モンゴメリ乗算剰余演算を用いたべき乗剰余演算のアルゴリズムを示す説明図

input : a, d, n ただし $0 \leq a < n, d = \sum_{i=0}^{v-1} 2^i d_i (d_i = 0, 1)$

output : $y = a^d \pmod{n}$

- 1: $y := 1$
- 2: $H = R^2 \pmod{n}$ モンゴメリ変換パラメータ計算
- 3: $a' := REDC(a, H)_n, y' := REDC(y, H)_n$ モンゴメリ変換
- 4: for $i := 0$ to $v-1$
- 5: if $(d_i = 1) y' := REDC(y', a')_n$ モンゴメリ乗算剰余
- 6: $a' := REDC(a', a')_n$ モンゴメリ乗算剰余
- 7: next i
- 8: $y := REDC(y', 1)_n$ モンゴメリ逆変換
- 9: return y

【図 1 5】

モンゴメリ変換パラメータの計算方法のアルゴリズムを示す説明図

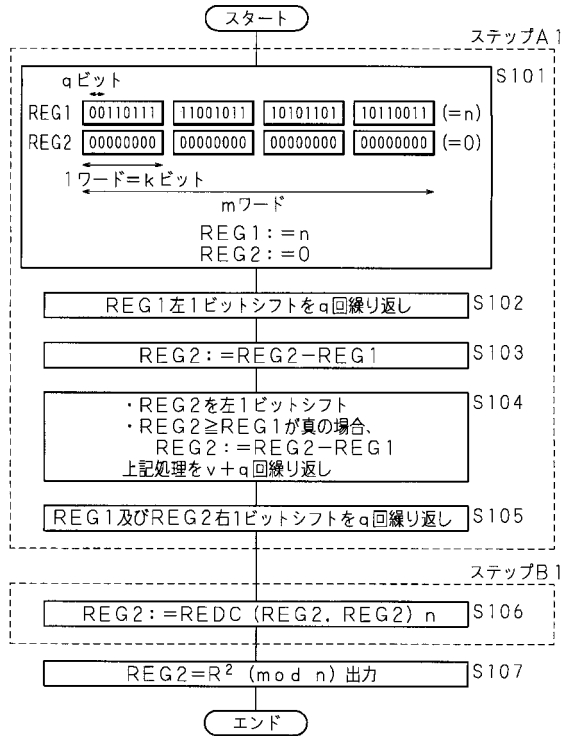
input : x, n

output : $H = R^2 \pmod{n}$ 、ただし $R = 2^x \pmod{n}$

- 1: $H = R \pmod{n}$
- 2: for $i := 0$ to $x-1$
- 3: $H := H + H$
- 4: if $(H \geq n)$ then $H := H - n$
- 5: next i
- 6: return H

【図16】

従来法1におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャート



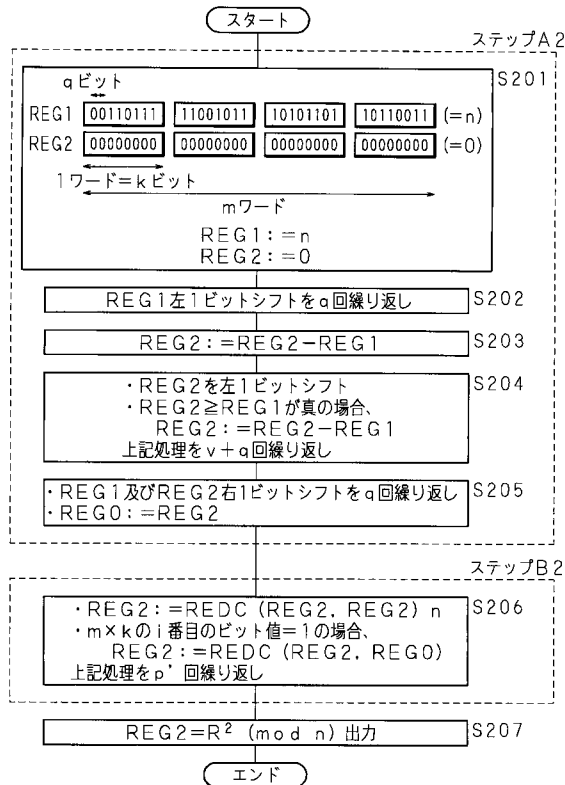
【図17】

従来法1におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	S101	S102	S103	S104	S105	S106	合計
SFT	0	q	0	q+v	2q	0	4q + v
SUB	0	0	1	0.5(q+v)	0	0	0.5(q+v) + 1
CMP	0	0	0	q+v	0	0	q+v
REDC	0	0	0	0	0	p	p

【図18】

従来法2におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャート



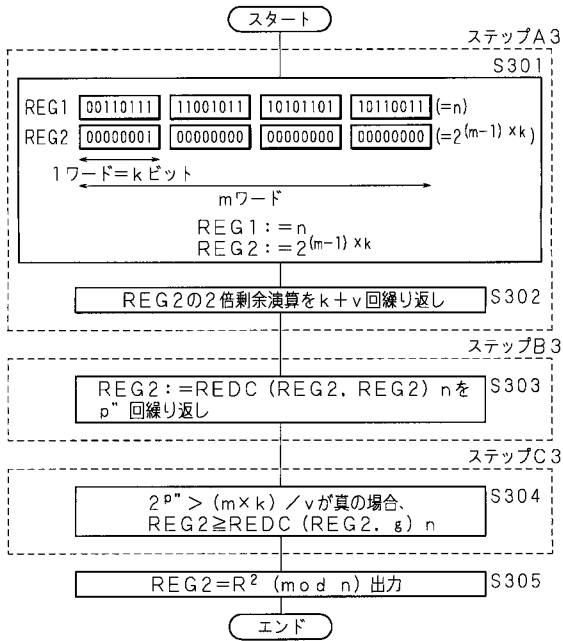
【図19】

従来法2におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	S201	S202	S203	S204	S205	S206	合計
SFT	0	q	0	q+v	2q	0	4q + v
SUB	0	0	1	0.5(q+v)	0	0	0.5(q+v) + 1
CMP	0	0	0	q+v	0	0	q+v
REDC	0	0	0	0	0	$p'-1+W((m \times k)/v)$ $(p'-1 \sim 2(p'-1))$	$p'-1+W((m \times k)/v)$ $(p'-1 \sim 2(p'-1))$

【図20】

従来法3におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法を示すフローチャート



【図21】

従来法3におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

	S301	S302	S303	S304	合計
SFT	0	k+v	0	0	k+v
SUB	0	0.5(k+v)	0	0	0.5(k+v)
CMP	0	k+v	0	0	k+v
REDC	0	0	p''	0(2^{p''} = (m \times k) / v) 1(2^{p''} = (m \times k) / v)	p''(2^{p''} = (m \times k) / v) p''+1(2^{p''} = (m \times k) / v)

【図22】

従来法におけるモンゴメリ変換パラメータの計算方法に要する演算回数を示す図表

方法	ステップ	計算量
従来法1	ステップA1	(5.5xq + 2.5xv + 1) \times LC
従来法2	ステップA2	(5.5xq + 2.5xv + 1) \times LC
従来法3	ステップA3	(2.5 \times k + 2.5 \times v) \times LC

フロントページの続き

(56)参考文献 特開平10-021057(JP,A)

向田健二, 武仲正彦, 榭井昇一, 鳥居直哉, “高速モンゴメリ積和剰余演算回路の設計”, 2004年暗号と情報セキュリティシンポジウム(SCIS2004)予稿集CD-ROM, 日本, 2004年1月27日, 2A3 実装技術, 2A3-2

森下巖, “マイクロコンピュータの基礎”, 日本, 株式会社昭晃堂, 1997年4月20日, 初版11刷, p.87-99

青木由直, 恩田邦夫, “マイクロコンピュータ講義”, 日本, 株式会社昭晃堂, 1996年2月20日, 初版14刷, p.5-7, 136-137

(58)調査した分野(Int.Cl., DB名)

G09C 1/00

G06F 7/72