



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2024-0116251
(43) 공개일자 2024년07월29일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
G01M 13/022 (2019.01) G01M 13/025 (2019.01)
G06F 17/10 (2006.01) G06F 30/20 (2020.01)
(52) CPC특허분류
G01M 13/022 (2019.01)
G01M 13/025 (2019.01)
(21) 출원번호 10-2023-0008944
(22) 출원일자 2023년01월20일
심사청구일자 2023년01월20일

(71) 출원인
인천대학교 산학협력단
인천광역시 연수구 갯벌로 27, 인천대학교 이노베이션센터(송도동)
(72) 발명자
윤중윤
인천광역시 연수구 해송로 70, 216동 602호(송도동, 송도웰카운티2단지)
(74) 대리인
김정수

전체 청구항 수 : 총 8 항

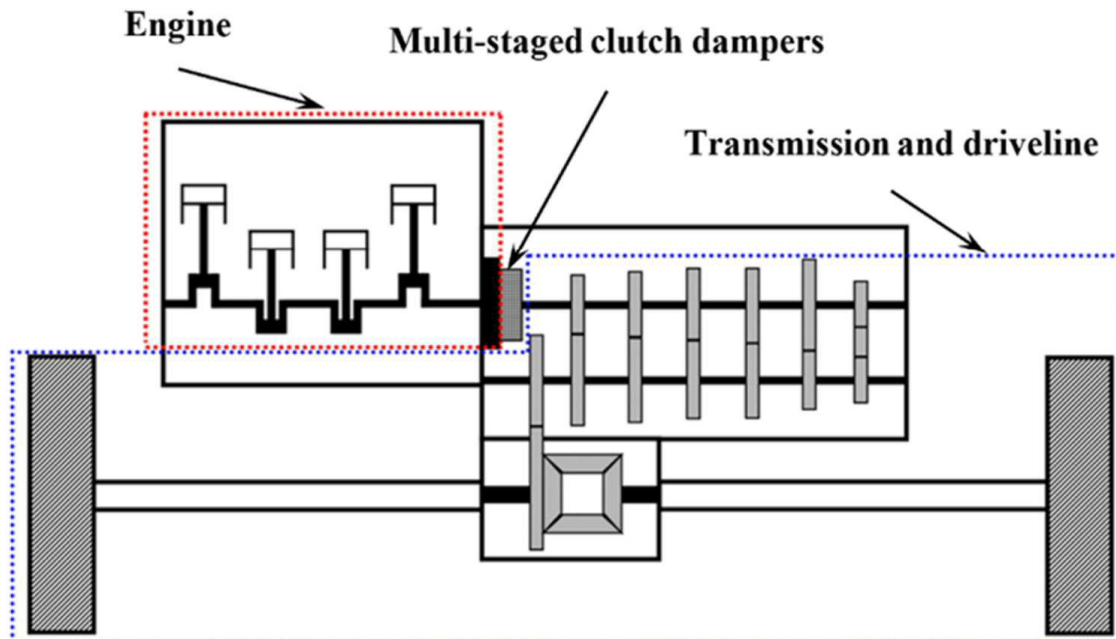
(54) 발명의 명칭 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법

(57) 요약

본 발명에서 서브 하모닉 응답에 관계된 비선형 동적 거동들을 조사하기 위해 하모닉 균형법(HBM)을 사용하는 것은, 수퍼 하모닉 일때와 비교하면 하모닉 균형법(HBM)의 한계 때문에 어렵다. 서브 하모닉 움직임들은 다양한 초기 조건들하에서 서로 다르기 때문에 이러한 방법이 서브 하모닉 공명속에서 가능한 모든 해들을 계산하는데 사

(뒷면에 계속)

대표도 - 도1



용될 때, 어려움이 발생할 수 있다. 서브 하모닉 공명영역에서, 복잡한 동적 거동들을 탐구하기 위하여 이 연구는 다양한 초기 조건들에 따라 서브 하모닉 응답들을 추정할 수 있는 수학적 그리고 수치적인 테크닉들을 제안한다.

첫번째, 서브 하모닉 응답들은 하모닉 균형법(HBM) 공식의 서브 하모닉 입력 위치와 연관된 다양한 가진 조건들 하에서 계산된다.

두번째, 하모닉 균형법(HBM) 결과들은 서로 다른 주파수 상향의 경로들에 관한 다양한 초기 조건들하에서 수치 시뮬레이션(NS) 결과들과 비교하여 다양하다.

마지막으로, 고유값들의 양의 실수부는 분기 특성들을 예상하기 위해 검토되는데, 그것은 고유값들의 불안정한 해들 속에서의 복잡한 동적 거동의 관련성을 반영한다.

전체적으로, 이 연구는 기재된 테크닉들과 방법들이 복잡한 서브 하모닉 응답들을 확인하는데 적합하다는 것을 성공적으로 입증하고, 하모닉 균형법(HBM)을 이용하여 서브 하모닉 공명들 속에서 비선형 동적 거동들을 분석하기 위한 기본 아이디어를 제공한다.

(52) CPC특허분류

G06F 17/10 (2013.01)

G06F 30/20 (2020.01)

명세서

청구범위

청구항 1

하모닉 균형법(HBM)의 서브 하모닉 입력 위치와 연관된 다양한 조건하에서 서브 하모닉 응답들이 계산되는 단계;

서로 다른 주파수 상향의 경로에 관한 초기 조건하에서 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계; 및

분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계;

를 포함하는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 2

제 1항에 있어서,

상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계는 주파수 상향 조건하에서 $\eta = 2$ 및 $N_{max} = 12$ 일때 수행되는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 3

제 1항에 있어서,

상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계는, 상기 하모닉 균형법(HBM)은 불안정성을 표시하는 일반적인 하모닉 응답 경로를 따르는 반면, 상기 수치 시뮬레이션(NS)은 서브 하모닉 공명을 잘 시뮬레이션 하는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 4

제 1항에 있어서,

상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)을 비교하는 단계는, $F_{a(1)}$ 및 $F_{b(1)}$ 같은 서브 하모닉 위치들과 관련된 입력 토크 값들은 $F_{a(1)} = \epsilon F_{a(2)}$ 및 $F_{b(1)} = \epsilon F_{b(2)}$, ($\epsilon = 1 \times 10^{-5}$) 에 의해 주어지는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 5

제 1항에 있어서,

상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)을 비교하는 단계는, 관련 있는 가진(excitation) 하모닉스를 따르는 실제 시스템으로부터 얻은 응답들을 표시하고, 비선형 동적 거동들을 검토하기 위해 수치 시

플레이션(NS)의 초기 조건들에 $\theta_f(0) = -1.89(rad)$ 및 $\dot{\theta}_f(0) = -1.04 (\frac{rad}{s})$ 가 적용되며 이 조건들을 물리적으로 갑작스럽게 바뀔 수 있다고 가정하는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 6

제 1항에 있어서,

상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는 다음의 수학식으로 나타내도록 구성되는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

$$\underline{\theta}_f(t) = \underline{\theta}_{fp}(t) + \underline{\xi}_f(t),$$

$$\underline{\xi}_f(t) = \underline{p}(t)e^{\lambda t}$$

상기 수학식에서 $\theta_f(t)$ 는 해들의 정상상태 부분, $\xi_f(t)$ 는 과도응답 부분이고, $p(t)$ 는 주기함, $e^{\lambda t}$ 는 감쇠항을 의미한다.

청구항 7

제 6항에 있어서,

상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는, $Re(\lambda_i) < 0$ 인 조건하에서, 연관된 과도 응답 $\xi_f(t)$ 는 0에 도달하고, 이것은 시스템 응답을 안정시키고 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 라는 특수해를 유지시키는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

청구항 8

제 6항에 있어서,

상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는, $Re(\lambda_i) > 0$ 및 $Re(\lambda_i) \gg 0$ 인 조건하에서, 시스템 응답들이 특수 해를 유지하지 못하도록 함으로써 시스템이 분기하는 조건들에 놓이도록 유도하며, $Re(\lambda_i) \gg 0$ 보다 $Re(\lambda_i) > 0$ 이 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 의 주기 해로부터 시스템 응답을 점진적으로 분기시키는 것을 특징으로 하는 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법.

발명의 설명

기술 분야

[0001] 본 발명은 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법에 관한 것으로, 하모닉 균형법(HBM)의 서브 하모닉 입력 위치와 연관된 다양한 조건하에서 서브 하모닉 응답들을 계산하고, 서로 다른 주파수 상향의 경로에 관한 초기 조건하에서 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하며, 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 방법에 관한 것이다.

배경 기술

- [0003] 도 1에 도시된 바와 같이 실제 시스템에서 관찰되는 비선형 동적 응답들은 일반적으로 수퍼 및 서브 하모닉, 주기적, 준주기적, 그리고 카오스로 불리는 다양한 형태의 동적 현상을 반영한다. 이러한 응답들은 일반적으로 수퍼 및 서브 하모닉 공명 영역에서 다양한 형태의 분기들에 의해 표현된다. 서브 하모닉 공명속에서 복잡한 비선형 동적 거동들은 프라이머리 및 수퍼 하모닉 영역들과 같은 다른 공명에 비해 특히 알아내기 어렵고, 이 때 하모닉 균형법(HBM)이 적용된다.
- [0004] 하모닉 균형법(HBM)을 사용하여 복잡한 비선형 문제들을 해결하는 방법들은 몇십년 동안 보고되어 왔다. 예를 들어, Peng 등은 고전적인 주파수 응답 함수(FRF)를 비선형인 경우로 확장하는 Volterra 급수를 적용함으로써, 강한 비선형 방정식들 가운데 비선형 결과값의 주파수 응답 함수들(NOFRFs)을 구현했다. Al-shyyab과 Kahraman은 시변화 비선형 동적 모델을 사용하는 다중항 기어 트레인에서 서브 하모닉 및 카오스 움직임들을 조사했다. 여기서 비선형 동적 움직임들은 다중항 하모닉 균형법으로 시뮬레이션 하였고, 직접 수치적분의 결과들로 수정되었다. Chen 등은 비압축성 유동에서 변수 다양성을 수반하는 2차원 날개의 한계 사이클 오실레이션(limit cycle oscillation)을 조사하는 점진적인 하모닉 균형법(IHB)을 사용했다. 나아가 강한 비선형 큐빅 강성을 평가하는 점진적인 하모닉 균형법(IHB)을 사용하였는데, 이것은 (1)확률은 아니지만 제한된 불확실성 또는 (2)제한된 확률 매개변수 중 하나에 따르는 것이었다. Kim 등은 적응적인 호-길이 연속법 및 안정성 계산 용량들을 포함함으로써 다중항 하모닉 균형법을 제안했고 증명하였으며, 이는 간극형태의 비선형성을 수반하는 회전체 시스템의 비선형 주파수 응답 계산들을 발전시키는 데 있어 호-길이 연속법 및 안정성 계산 용량들에 도움을 주었다. Miguel 등은 하모닉 균형법(HBM)을 수반하는 평활 과정을 발전시킴으로써, Bouc-Wen 및 LuGre 모델의 닫힌 형태의 해들을 제안했다. 하모닉 균형법(HBM)을 적용한 분기 분석 테크닉들은 Detroux 및 Xie 등에 의해 제안됐다. Galerkin 형식들을 사용함으로써 하모닉 균형법(HBM)의 수학적 모델들은 선행 연구들에 의해 조사되었다. Masiani 등은 다중항 하모닉 균형법(HBM)을 수반하는 요소들의 히스테릭 거동을 분석하는 메이싱 모델(masing model)을 제안했다. Raghothama 및 Narayanan은 점진적인 하모닉 균형법(IHB)을 사용하여 기어 있는 로터 베어링 및 조각별 비선형 강성에서 발생하는 분기 및 카오스를 조사했다. Shen 등은 백래쉬, 시변 강성 및 정지 변속기 에러를 포함함으로써, 평 기어의 동적 모델을 창안했다. Wong 등은 비대칭 조각별 선형 강성하에서 복원력 내의 비선형성을 보여주었다. 시스템 응답들의 안정성을 결정하기 위하여 Hill의 방법이 제안되고 적용되었다. Comparin과 Singh은 간극형태의 비선형성에 의해 내재된 드라이브라인 모델을 제안했고, 그것의 복잡한 시스템 응답들을 연구하였다. Sundararajan과 Noah는 슈팅/호-길이 연속법을 적용함으로써 로터 시스템 내의 비선형 응답들을 검토하였다.
- [0005] 그러나, 서브 하모닉 응답들의 복잡한 움직임을 포착하는데 있어 여러가지 어려움이 남아있는데, 특히 다양한 초기 조건들에 따라 이러한 동적 거동들이 달라질 때 그렇다. 그러므로, 서브 하모닉 응답들을 조사하기 위해 서브 하모닉 지수는 사용되어야만 하고, 기본 행렬 공식이 구성된다. 서브 하모닉 응답들을 포착하기 위해, 입력 조건들의 수치 변경과 같은 더 나은 테크닉들이 사용되어야만 한다. 이 연구는 하모닉 균형법(HBM)을 사용하여 초기 조건들에 민감한 서브 하모닉 공명 영역들에서 비선형 동적 거동들을 조사함으로써, 서브 하모닉 응답들을 명확하게 결정할 수 없었던 선행 연구들의 이론적 그리고 수치적 방법론을 확장한다. 그 구체적인 목표는 다음과 같다.
- [0006] 첫째로, 하모닉 균형법(HBM)의 서브 하모닉 입력 요소들이 인위적으로 정의될 때 다양한 입력 가진 조건들하에서 비선형 동적 움직임들을 조사하기 위한 것이다.
- [0007] 둘째로, 다양한 초기 조건들하에서 수치 시뮬레이션(NS)과 서로 다른 주파수 상향 경로들을 비교함으로써, 하모닉 균형법(HBM)의 서브 하모닉 응답들을 검증하기 위한 것이다.
- [0008] 그리고 마지막으로, 분기 특성들을 위한 고유값들의 불안정한 해들을 확인하는 것인데, 이것은 안정성 조건들이 Hill의 방법에 기반하여 동시에 결정되는 동안 분기 특성들을 예상하기 위한 가이드를 제공해 줄 것이다.
- [0009] 그러므로, 서브 하모닉 공명 영역들에서 동적 거동들을 이해하는 것은 차량 관성운전 조건하에서 기어 래틀(gear rattle)과 같은 심각한 진동 문제들을 해결하기 위한 합리적 통찰력을 제공할 것이다. 이러한 주요 이슈들을 분석하기 위해, 이 연구는 도 2에 제시된 것처럼 조각별 형태의 비선형성에 의해 영향을 받는 1-자유도를 수반하는 회전체 시스템에 초점을 맞춘다. 이 시스템은 도 1에 도시된 물리적 시스템으로부터 단순화되어 왔다.

선행기술문헌

비특허문헌

[0011]

- (비특허문헌 0001) 1. Peng, Z. K., Lang, Z. Q., Billings, S. A. & Tomlinson, G. R. Comparison between harmonic balance and nonlinear output frequency response function in nonlinear system analysis. J. Sound Vib. 311, 56-73.
- (비특허문헌 0002) <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.08.035> (2008).
- (비특허문헌 0003) 2. Al-shyyab, A. & Kahraman, A. Non-linear dynamic analysis of a multi-mesh gear train using multi-term harmonic balance method: Sub-harmonic motions. J. Sound Vib. 279, 417-451.
- (비특허문헌 0004) <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2003.11.029> (2005).
- (비특허문헌 0005) 3. Chen, Y. M., Liu, J. K. & Meng, G. Incremental harmonic balance method for nonlinear flutter of an airfoil with uncertain-but-bounded parameters. Appl. Math. Model. 36, 657-667.
- (비특허문헌 0006) <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.07.016> (2012).
- (비특허문헌 0007) 4. Kim, T. C., Rook, T. E. & Singh, R. Super- and sub-harmonic response calculation for a torsional system with clearance nonlinearity using the harmonic balance method. J. Sound Vib. 281, 965-993.
- (비특허문헌 0008) <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.02.039> (2005).
- (비특허문헌 0009) 5. Miguel, L. P., Teloli, R. O. & Silva, S. Some practical regards on the application of the harmonic balance method for hysteresis models. Mech. Syst. Signal Process. 143, 106842.
- (비특허문헌 0010) <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106842> (2020).
- (비특허문헌 0011) 6. Detroux, T., Renson, L., Masset, L. & Kerschen, G. The harmonic balance method for bifurcation analysis of large-scale nonlinear mechanical systems. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 296, 18-38.
- (비특허문헌 0012) <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.07.017> (2015).
- (비특허문헌 0013) 7. Xie, L., Baguet, S., Prabel, B. & Dufour, R. Bifurcation tracking by Harmonic Balance Method for performance tuning of nonlinear dynamical systems. Mech. Syst. Signal Process. 88, 445-461.
- (비특허문헌 0014) <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.09.037> (2017).
- (비특허문헌 0015) 8. Yoon, J. Y. & Yoon, H. S. Nonlinear frequency response analysis of a multistage clutch damper with multiple nonlinearities. ASME. J. Comput. Nonlinear Dyn. 9(3), 031007. <https://doi.org/10.1115/1.4026036> (2014).
- (비특허문헌 0016) 9. Von Groll, G. & Ewins, D. J. The harmonic balance method with arc-length continuation in rotor/stator contact problems. J. Sound Vib. 241(2), 223-233.
- (비특허문헌 0017) <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3298> (2001).
- (비특허문헌 0018) 10. Royston, T. J. & Singh, R. Periodic response of mechanical systems with local non-linearities using an enhanced galerkin technique. J. Sound Vib. 194(2), 243-263. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0355> (1996).
- (비특허문헌 0019) 11. Lee, J. H. & Singh, R. Nonlinear frequency responses of quarter vehicle models with amplitude-sensitive engine mounts. J. Sound Vib. 313, 784-805.
- (비특허문헌 0020) <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.12.006> (2008).
- (비특허문헌 0021) 12. Masiani, R., Capecchi, D. & Vestroni, F. Resonant and coupled response of

hysteretic two-degree-of-freedom systems using harmonic balance method. *Int. J. Non-Linear Mech.* 37, 1421-1434.

(비특허문헌 0022) [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(02\)00023-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(02)00023-9) (2002).

(비특허문헌 0023) 13. Raghothama, A. & Narayanan, S. Bifurcation and chaos in geared rotor bearing system by incremental harmonic balance method. *J. Sound Vib.* 226(3), 469-492. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2264> (1999).

(비특허문헌 0024) 14. Raghothama, A. & Narayanan, S. Bifurcation and chaos of an articulated loading platform with piecewise non-linear stiffness using the incremental harmonic balance method. *Ocean Eng.* 27, 1087-1107.

(비특허문헌 0025) [https://doi.org/10.1016/S0029-8018\(99\)00025-6](https://doi.org/10.1016/S0029-8018(99)00025-6) (2000).

(비특허문헌 0026) 15. Shen, Y., Yang, S. & Liu, X. Nonlinear dynamics of a spur gear pair with time-varying stiffness and backlash based on incremental harmonic balance method. *Int. J. Mech. Sci.* 48, 1256-1263.

(비특허문헌 0027) <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.06.003> (2006).

(비특허문헌 0028) 16. Wong, C. W., Zhang, W. S. & Lau, S. L. Periodic forced vibration of unsymmetrical piecewise-linear systems by incremental harmonic balance method. *J. Sound Vib.* 48, 1256-1263.

(비특허문헌 0029) [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90913-5](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90913-5) (2006).

(비특허문헌 0030) 17. Deconinck, B. & Nathan Kutz, J. Computing spectra of linear operators using the Floquet-Fourier-Hill method. *J. Comput. Phys.* 219, 296-321.

(비특허문헌 0031) <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.03.020> (2006).

(비특허문헌 0032) 18. Duan, C., Rook, T. E. & Singh, R. Sub-harmonic resonance in a nearly pre-loaded mechanical oscillator. *Nonlinear Dyn.* 50, 639-650.

(비특허문헌 0033) <https://doi.org/10.1007/s11071-006-9185-y> (2007).

(비특허문헌 0034) 19. Comparin, R. J. & Singh, R. Non-linear frequency response characteristics of an impact pair. *J. Sound Vib.* 134(2), 259-290. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(89\)90652-4](https://doi.org/10.1016/0022-460X(89)90652-4) (1989).

(비특허문헌 0035) 20. Sundararajan, P. & Noah, S. T. Dynamics of forced nonlinear systems using shooting/arc-length continuation method-application to rotor systems. *Trans. ASME J. Vib. Acoust.* 119, 9-20. <https://doi.org/10.1115/1.2889694> (1997).

(비특허문헌 0036) 21. Sundararajan, P. & Noah, S. T. An algorithm for response and stability of large order non-linear systems-application to rotor systems. *J. Sound Vib.* 214(4), 695-723. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1614> (1998).

(비특허문헌 0037) 22. Yoon, J.Y. & Lee, H.I. Dynamic vibratory motion analysis of a multi-degree-of-freedom torsional system with strongly stiff nonlinearities. In: *Proc. IMechE Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 229(8), 1399-1414,

(비특허문헌 0038) <https://doi.org/10.1177/0954406214543674> (2014).

(비특허문헌 0039) 23. Yoon, J.Y. & Singh, R. Effect of multi-staged clutch damper characteristics on transmission gear rattle under two engine conditions. In: *Proc. IMechE Part D: Journal of Automobile Engineering* 227(9), 1273-1294,

(비특허문헌 0040) <https://doi.org/10.1177/0954407013493267> (2013).

(비특허문헌 0041) 24. Seydel, R. *Practical Bifurcation and Stability Analysis* (Springer, Cham, 1994).

발명의 내용

해결하려는 과제

- [0012] 따라서, 본 발명은 종래기술의 문제점을 해결하고자 제안된 것으로, 본 발명이 해결하고자 하는 과제는 다양한 초기 조건들을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)을 사용하면서 서브 하모닉 공명들의 두 가지 분기들을 시뮬레이션함으로써, 가능한 모든 서브 하모닉 공명들을 결정하는 방법을 제시하는 것이다.
- [0013] 또한, 본 발명을 통해 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 수치 시뮬레이션(NS)을 비교함으로써 다양한 초기 조건들의 비선형 응답들의 다양한 경로들을 조사하는 방법을 제공하는 것이다.
- [0014] 또한, 본 발명을 통해 불안정한 해들 가운데 발생하는 분기 특성들을 고유값들에 기초하여 검토하고, 분기 특성들을 수치적으로 예상할 수 있는 기본 아이디어를 제공하는 것이다.

과제의 해결 수단

- [0016] 본 발명에 따른 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법은 하모닉 균형법(HBM)의 서브 하모닉 입력 위치와 연관된 다양한 조건하에서 서브 하모닉 응답들이 계산되는 단계; 서로 다른 주파수 상향의 경로에 관한 초기 조건하에서 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계; 및 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계;를 포함하여 구성되는 것을 특징으로 한다.
- [0017] 또한, 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계는 주파수 상향 조건하에서 $\eta = 2$ 및 $N_{max} = 12$ 일때 수행되는 것을 특징으로 한다.
- [0018] 또한, 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 비교하는 단계는, 상기 하모닉 균형법(HBM)은 불안정성을 표시하는 일반적인 하모닉 응답 경로를 따르는 반면, 상기 수치 시뮬레이션(NS)은 서브 하모닉 공명을 잘 시뮬레이션 하는 것을 특징으로 한다.
- [0019] 또한, 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)을 비교하는 단계는, $F_{a(1)}$ 및 $F_{b(1)}$ 와 같은 서브 하모닉 위치들과 관련된 입력 토크 값들은 에 $F_{a(1)} = \epsilon F_{a(2)}$ 및 $F_{b(1)} = \epsilon F_{b(2)}$, ($\epsilon = 1 \times 10^{-5}$) 의해 주어지는 것을 특징으로 한다.
- [0020] 또한, 상기 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 상기 수치 시뮬레이션(NS)을 비교하는 단계는, 관련 있는 가진(excitation) 하모닉스를 따르는 실제 시스템으로부터 얻은 응답들을 표시하고, 비선형 동적 거동들을 검토하기 위해 수치 시뮬레이션(NS)의 초기 조건들에 $\theta_f(0) = -1.89(rad)$ 및 $\dot{\theta}_f(0) = -1.04 (\frac{rad}{s})$ 가 적용되며 이 조건들을 물리적으로 갑작스럽게 바뀔 수 있다고 가정하는 것을 특징으로 한다.
- [0021] 또한, 상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는 다음의 수학식으로 나타내도록 구성되는 것을 특징으로 한다.

$$\underline{\theta}_f(t) = \underline{\theta}_{fp}(t) + \underline{\xi}_f(t),$$

$$\underline{\xi}_f(t) = \underline{p}(t)e^{\lambda t}$$

- [0026] 상기 수학식에서 $\theta_f(t)$ 는 해들의 정상상태 부분, $\xi_f(t)$ 는 과도응답 부분이고, $p(t)$ 는 주기항, $e^{\lambda t}$ 는 감쇠항을 의미한다.

[0027] 또한, 상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는, $Re(\lambda_i) < 0$ 인 조건하에서, 연관된 과도 응답 $\xi_f(t)$ 는 0에 도달하고, 이것은 시스템 응답을 안정시키고 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 라는 특수해를 유지시키는 것을 특징으로 한다.

[0028] 또한, 상기 분기 특성을 예상하기 위해 고유값의 양의 실수부를 검토하는 단계는, $Re(\lambda_i) > 0$ 및 $Re(\lambda_i) \gg 0$ 인 조건하에서, 시스템 응답들이 특수 해를 유지하지 못하도록 함으로써 시스템이 분기하는 조건들에 놓이도록 유도하며, $Re(\lambda_i) \gg 0$ 보다 $Re(\lambda_i) > 0$ 이 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 의 주기 해로부터 시스템 응답을 점진적으로 분기시키는 것을 특징으로 한다.

발명의 효과

[0030] 본 발명에 따른 다양한 초기조건에 따라 다단계 클러치 댐퍼에 의해 야기되는 서브 하모닉 응답특성 분석방법은 서로 다른 초기 조건들에 따라 시스템 응답들이 하모닉 균형법(HBM)으로부터 얻은 호-길이 해들의 서로 다른 경로를 따르는 모습을 보여준다.

[0031] 또한, 본 발명을 통해 다양한 초기 조건들을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)을 사용하면서 서브 하모닉 공명들의 두 가지 분기들을 시뮬레이션 함으로써, 가능한 모든 서브 하모닉 공명들을 결정하는 방법을 제시하는 효과가 있다.

[0032] 또한, 본 발명을 통해 하모닉 균형법(HBM)의 결과와 수치 시뮬레이션(NS)을 비교함으로써 다양한 초기 조건들의 비선형 응답들의 다양한 경로들을 조사할 수 있는 효과가 있다.

[0033] 또한, 본 발명을 통해 불안정한 해들 가운데 발생하는 분기 특성들을 고유값들에 기초하여 검토하고, 분기 특성들을 수치적으로 예상할 수 있는 기본 아이디어를 제시하는 효과가 있다.

도면의 간단한 설명

[0035] 도 1은 다단계 클러치 댐퍼를 수반하는 프론트 엔진 및 전륜 레이아웃에 기반한 물리적 드라이브 라인 시스템을 도시한 도면이다.

도 2a는 물리적인 시스템에 기반한 조각별 형태의 비선형성을 수반하는 1-자유도 시스템을 도시한 도면으로, 1-자유도를 수반하는 비선형 회전체 시스템 모델이다.

도 2b는 물리적인 시스템에 기반한 조각별 형태의 비선형성을 수반하는 1-자유도 시스템을 도시한 도면으로, 다단계 클러치 댐퍼의 토크 $T_c(\delta_1)$ 의 프로파일을 도시한 도면이다.

도 3a는 주파수 상향 안정성 조건하에서 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 도시한 도면으로, 하모닉 균형법(HBM)과 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 도면이다.

도 3b는 주파수 상향 안정성 조건하에서 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 도시한 도면으로, 서브 하모닉 공명에서 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)을 비교하는 도면이다. 도 3a 및 도 3b에서 파란색 원은 주파수 상향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS); 초록색 두꺼운 라인은 주파수 하향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS), 검은색 라인은 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 두꺼운 선은 불안정한 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 의미한다.

도 4a는 서브 하모닉 공명을 반영하는 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 도시한 것으로, 서브 하모닉 공명을 수반하는 불안정 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 나타낸 도면이다.

도 4b는 서브 하모닉 공명을 반영하는 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 도시한 것으로, 특정 안정한 영역에 초점을 맞추으로써 하모닉 균형법(HBM)과 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 도면이다. 도 4a 및 도 4b에서 검은색 라인은 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 라인은 불안정한 조건하에서의 하모닉 균형법(HBM) 결과, 파란색 사각형은 주파수 하향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS) 결과, 초록색 다이아몬드는 주파수 상향을 수반하는 수

치 시뮬레이션(NS) 결과를 의미한다.

도 5a는 다양한 가진 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 비교하는 것으로, 주파수 상향 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 나타낸 도면이다.

도 5b는 다양한 가진 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 비교하는 것으로, 다양한 가진조건들(excitations)하의 서브 하모닉 응답들을 비교한 도면이다. 도 5a 및 도 5b에서 검은색 선은 $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ 일 때 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 대쉬라인은 $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ 일 때 하모닉 균형법(HBM), 파란색 점선은 $\epsilon = 2.9 \times 10^{-3}$ 일 때 하모닉 균형법(HBM)을 의미한다.

도 6a는 서브 하모닉 공명에서 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 나타낸 것으로, 안정성 조건들을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 나타낸 도면이다.

도 6b는 서브 하모닉 공명에서 RMS를 수반하는 비선형 주파수 응답을 나타낸 것으로, 다양한 초기 조건 경로를 수반하는 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 도면이다. 도 6a 및 도 6b에서 검은색 선은 $\epsilon = 2.9 \times 10^{-3}$ 일 때 하모닉 균형법(HBM)을, 빨간색 두꺼운 선은 불안정 조건을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)의 결과를, 빨간색 원들은 수치 시뮬레이션(NS)의 결과를 의미한다.

도 7a는 다양한 초기 조건하에서 수치 시뮬레이션(NS)을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)을 비교한 것으로, $\bar{\omega} = 1.22$ 일 때 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 도면이다.

도 7b는 다양한 초기 조건하에서 수치 시뮬레이션(NS)을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)을 비교한 것으로, $\bar{\omega} = 1.5$ 일 때 계산되는 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 도면이다. 도 7a 및 도 7b에서 검은색 라인은 $\epsilon = 2.9 \times 10^{-3}$ 일 때 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 파란색 사각형은 주파수 하향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS)의 결과, 초록색 다이아몬드는 주파수 상향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS)을 의미한다.

도 8은 고유값들의 다양한 실수부에 따른 비선형 동적 거동들을 나타낸 것으로, (a)는 과도 응답의 분기점들 및 다양한 가지(branches)를 나타낸 도면, (b)는 $Re(\lambda_i) < 0$ 하의 시스템 응답을 나타낸 도면, (c)는 $Re(\lambda_i) > 0$ 하의 시스템 응답을 나타낸 도면, (d)는 $Re(\lambda_i) \gg 0$ 하의 시스템 응답을 나타낸 도면이다.

도 9는 $Re(\lambda_i)$ 의 특성들과 비교되는 불안정 조건하에서 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 나타낸 것으로, (a)는 다양한 특정 영역들을 수반하는 서브 하모닉 공명에서의 하모닉 균형법(HBM)을 나타낸 도면, (b)는 다른 해들의 경로에 따른 양의 $Re(\lambda_i)$ 의 분포를 나타낸 도면, (c)는 서로 다른 경로를 따른 양의 $Re(\lambda_i)$ 의 최대값을 나타낸 도면이다. 도 9(a) 내지 (c)에서 검은색 라인은 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 두꺼운 선은 불안정한 조건을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)의 결과를 의미한다.

도 10은 하모닉 균형법(HBM) 및 분기 다이어그램을 초기 조건 경로 (C)를 수반하는 수퍼 하모닉 공명에 초점을 맞춰진 RMS값과 비교한 것을 나타낸 도면이다. 검은색 라인은 안정한 조건일 때의 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 두꺼운 라인은 불안정한 조건일 때의 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 파란색 원은 분기 다이어그램을 의미한다.

도 11은 하모닉 균형법(HBM) 및 분기 다이어그램과 초기 조건 경로 (A)를 수반하는 서브 하모닉 공명에 초점을 맞춰진 RMS를 비교하는 도면이다. 검은색 라인은 안정한 조건을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 빨간색 라인은 불안정한 조건을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)의 결과, 파란색 원은 분기 다이어그램을 의미한다.

도 12는 하모닉 균형법(HBM) 및 분기 다이어그램과 초기 조건 경로 (B)를 수반하는 서브 하모닉 공명에 초점을 맞춰진 RMS를 비교하는 도면이다. 검은색 라인은 안정한 조건을 수반하는 하모닉 균형법(HBM) 결과, 빨간색 라인은 초기 조건 경로 (B)를 수반하는 하모닉 균형법(HBM) 결과, 파란색 원은 분기 다이어그램을 의미한다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

본 발명의 실시예들을 설명함에 있어서, 본 발명과 관련된 공지기술에 대한 구체적인 설명이 본 발명의 요지를 불필요하게 흐릴 수 있다고 판단되는 경우에는 그 상세한 설명을 생략하기로 한다. 그리고, 후술되는 용어들은

본 발명에서의 기능을 고려하여 정의된 용어들로서 이는 사용자, 운용자의 의도 또는 관례 등에 따라 달라질 수 있다. 그러므로 그 정의는 본 명세서 전반에 걸친 내용을 토대로 내려져야 할 것이다. 상세한 설명에서 사용되는 용어는 단지 본 발명의 실시예들을 기술하기 위한 것이며, 결코 제한적으로 해석되어서는 안 된다. 명확하게 달리 사용되지 않는 한, 단수 형태의 표현은 복수 형태의 의미를 포함한다. 본 설명에서, "포함" 또는 "구비"와 같은 표현은 어떤 특성들, 숫자들, 단계들, 동작들, 요소들, 이들의 일부 또는 조합을 가리키기 위한 것이며, 기술된 것 이외에 하나 또는 그 이상의 다른 특성, 숫자, 단계, 동작, 요소, 이들의 일부 또는 조합의 존재 또는 가능성을 배제하는 것으로 해석되어서는 안 된다.

[0037] 이하, 도면을 참조하여 본 발명의 구체적인 실시형태를 설명하기로 한다. 이하의 상세한 설명은 본 명세서에서 기술된 방법, 장치 및/또는 시스템에 대한 포괄적인 이해를 돕기 위해 제공된다. 또한, 도면들 중 동일한 구성 요소 또는 부품들은 가능한 한 동일한 참조부호를 나타내고 있음에 유의해야 한다. 그러나 이는 예시에 불과하며 본 발명은 이에 제한되지 않는다. 이하, 첨부된 도면을 참조하여 본 발명에 따른 바람직한 실시예를 설명한다.

[0039] < 물리 시스템 및 그 문제 형식 >

[0040] 1. 물리 시스템 및 그 모델링

[0041] 도 1에는 전면 엔진 및 전륜 구동(FF) 레이아웃에 근거한 물리적인 드라이브라인 시스템을 나타낸다. 전체 시스템은 세 개의 주요 부분을 가진다고 여겨질 수 있다. 동력 발생 시스템인 엔진; 진동 절연체로 작동하는 다단계 클러치 댐퍼; 엔진에서 비롯된 토크를 휠로 전달하는 변속기 및 드라이브라인 서브시스템이 그것이다.

[0042] 변속기 및 드라이브라인 시스템의 집중질량의 관성 값이 상대적으로 엔진 관성보다 크다고 가정하면, 도 2a에 도시된 바와 같이 물리적 시스템은 1-자유도로 단순화될 수 있다. 다단계 클러치 댐퍼들은 표 1에 제시된 특성들을 가지고 있으며, 다단계 클러치 댐퍼들은 시스템의 주요 비선형성이라 하고, 반면에 변속기 및 드라이브라인 시스템은 접지 상태로 가정된다. 클러치 댐퍼 실험 설정에서부터 측정된, 표 1에 제시된 값들을 사용하면 도 2b에 도시된 것과 같이 클러치 토크의 자세한 사항이 표시된다.

[0043] 그러므로, 선행연구에 기초하여, 비선형 1-자유도 회전체 시스템은 다단계 클러치 댐퍼들을 수반한 플라이 휠의 집중질량 및 크랭크축에서 관찰되는 회전 움직임에 집중함으로써, 드라이브라인의 일부분으로 여겨질 수 있다.

이 연구에서 플라이 휠의 관성 및 크랭크축의 집중질량, $I_f = 1.38 \times 10^{-1} \text{kgm}^2$, 및 점성 댐핑 $C_f = 1.59 \text{ Nms/rad}$ 은 도 2a에 도시된 회전체 시스템에 사용되는 변수들이고, 입력 토크 T_E , 드래그 토크 T_D , 및 클러치 토크 $f_n(\theta_f, \dot{\theta}_f)$ 는 추가적인 변수들을 정의한다. 여기서, θ_f 및 $\dot{\theta}_f$ 은 도 2a에 도시된 바와 같이 각각 플라이 휠(첨자 f)의 각 변위 및 각속도를 의미한다. 또한, 적용된 시스템 변수들은 드라이브라인 시스템의 수동 변속기 형태를 기반으로 측정 및 제공된다.

[0045] 2. 조각별 형태의 비선형성을 수반하는 수학적 모델의 발전

[0046] 도 2a에 도시된 1-자유도 시스템의 모션 방정식은 다음과 같이 유도된다.

[0048] [수학식 1]

$$I_f \ddot{\theta}_f(t) + c_f \dot{\theta}_f(t) + f_n(\theta_f, \dot{\theta}_f) = T_E(t) - T_D$$

[0049]

[0051] 여기서 $f_n(\theta_f, \dot{\theta}_f)$ 는 비선형 함수인데, 조각별 형태의 비선형성으로 설명될 것이다. $T_E(t)$ 및 T_D 는 각각 사인파 형태의 입력 및 드래그 토크이다. 입력 토크에 대한 시스템의 가진(excitation)은 다음과 같이 측정된 데이터로부터 얻은 푸리에 계수들에 의해 주어진다.

[0053] [수학식 2]

$$T_E(t) = T_m + \sum_{i=1}^{N_{\max}} T_{pi} \cos(i\omega_p t + \varphi_{pi})$$

[0054]

[0056] 여기서, T_m 및 T_{pi} 는 각각 입력 토크의 평균 및 교변 부분이고, ω_p 및 φ_{pi} 는 각각 가진 주파수 및 위상각이며, $N_{\max}$ 는 하모닉 균형법(HBM)의 하모닉 지수와 연관된 하모닉스의 최대값이다. 입력 토크는 표 2에 제시된 특성들을 사용하면서 기재되어 있고, 시스템이 정상 상태 조건들하에 있다는 것을 가정하면 드래그 토크는 $T_D = T_m$ 으로 표현될 수 있으며, 또한 토크의 교변부 T_{pi} 에 적용된 수는 $i = 1$ 이다. 여기서, 표 2에 적용된 토크의 자세 한 사항은 4-기통 엔진에 기반한 WOT(Wide Open Throttle) 조건들하의 엔진 동력계 설정으로부터 측정된다.

[0057] 게다가, 입력 토크가 드라이브라인 시스템의 엔진으로부터 드라이브라인 시스템의 나머지로 전달되는 동안, 클러치 토크는 다양한 요소들에 의존한다. 다단계 클러치 댐퍼들에 의해 유발된 조각별 형태의 비선형성의 기본적인 프로파일은 도 2b에 표현되는데, 여기서 $k_{ci}(i = 1, 2, 3, 4)$ 는 강성 단계를 나타낸다. 클러치 토크가 고려해야 할 주요 요소들에는 다단계 선형 스프링으로부터 발생된 클러치 토크 T_s , 클러치 판과 마찰 부재들 사이의 건조 마찰(dry friction)로부터 발생된 두번째 클러치 토크 T_H , 그리고 다양한 실제 조건하에서 디자인 컨셉으로 인한 예비하중 효과 T_{spr} 가 있다. 비선형 토크 $f_n(\theta_f, \dot{\theta}_f)$ (또는 T_c)의 수학적 모델은 선행 연구로부터 유도될 수 있다.

[0058] 첫째로, 평활 요소 $\sigma_c = 1 \times 10^3$ 를 수반하는 강성으로부터 발생하는 클러치 토크 $T_s(\theta_f)$ 는 다음과 같이 기재된다.

[0060] [수학식 3a]

$$T_s(\theta_f) = k_{C1}\theta_f + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^N (k_{C(i)} - k_{C(i-1)}) (T_{sp(i-1)} - T_{sn(i-1)}),$$

[0061]

[0063] [수학식 3b]

$$T_{sp(i)} = (\theta_f - \phi_{p(i)}) [\tanh\{\sigma_C(\theta_f - \phi_{p(i)})\} + 1],$$

[0064]

[0066] [수학식 3c]

$$T_{sn(i)} = (\theta_f + \phi_{n(i)}) [\tanh\{\sigma_C(\theta_f + \phi_{n(i)})\} - 1],$$

[0067]

[0069] 여기서 $k_{C(N)}$ (또는 $k_{C(i)}$)는 클러치 강성의 N번째 단계이고(첨자는 N 또는 i), $T_{sp(i)}$ (또는 $T_{sn(i)}$)는 i단계에서

(첨자 p 또는 n) 강성에 의해 유발되는 클러치 토크의 양수부(또는 음수부)이며, $\phi_{p(i)}$ (또는 $-\phi_{n(i)}$)은 양수부(또는 음수부)의 i번째 전이각이다.

[0070] 두번째, 건조 마찰에 의해 유발되는 클러치 토크 T_H 는 0.1의 평활 요소 σ_H 로 유도된다.

[0072] [수학식 4a]

$$T_H(\theta_f, \dot{\theta}_f) = \frac{H_{(N)}}{2} \tanh(\sigma_H \dot{\theta}_f) + \sum_{i=2}^N \left(\frac{H_{(i)}}{4} - \frac{H_{(i-1)}}{4} \right) [T_{Hp(i-1)} + T_{Hn(i-1)}],$$

[0075] [수학식 4b]

$$T_{Hp(i)} = \tanh\{\sigma_C(\theta_f - \phi_{p(i)})\} [1 + \tanh(\sigma_H \dot{\theta}_f)],$$

[0078] [수학식 4c]

$$T_{Hn(i)} = \tanh\{\sigma_C(\theta_f + \phi_{n(i)})\} [1 - \tanh(\sigma_H \dot{\theta}_f)],$$

[0081] 여기서, H_N (또는 $H_{(i)}$)는 히스테리시스(첨자는 N 또는 i)의 N번째(또는 i번째) 단계이고, $T_{Hp(i)}$ (또는 $T_{Hn(i)}$)는 i번째 단계(첨자는 p 또는 n)의 히스테리시스에 의해 유발되는 클러치 토크의 양수부(또는 음수부)이다 수학식 3a 내지 3c, 4a 내지 4c를 사용하여 토크를 계산하는 것에 더하여, 예비하중 T_{Pri} (양의 값(또는 음의 값)에서 첨자 i = 1(또는 2))는 θ_{1pr} 의 함수로 취급되어야만 한다.

[0083] [수학식 5a]

$$T_{Spr}(\theta_{1pr}) = \frac{1}{2} T_{Pr1} [\tanh(\sigma_C \theta_{1pr}) + 1] + \frac{1}{2} T_{Pr2} [-\tanh(\sigma_C \theta_{1pr}) + 1]$$

[0086] [수학식 5b]

$$\theta_{1pr} = \theta_f - \phi_{Pr}.$$

[0089] 여기서, T_{Spr} 은 예비하중에 의해 유발되는 총 클러치 토크이고, T_{Pr1} (또는 T_{Pr2})은 예비하중에 의해 유발되는 양의(또는 음의) 토크이며, ϕ_{Pr} 은 예비하중이 위치한 각이다. 그러므로, 전체 클러치 토크 T_C 는 수학식 3a 내지 5b로부터 얻은 $T_S(\theta_f)$, $T_H(\theta_f, \dot{\theta}_f)$, 및 $T_{Spr}(\theta_{1pr})$ 의 합에 의해 가정되는데, 다음과 같다.

[0091] [수학식 6]

$$f_n(\theta_f, \dot{\theta}_f) = T_C(\theta_{1pr}, \dot{\theta}_{1pr}) = T_S(\theta_{1pr}) + T_H(\theta_{1pr}, \dot{\theta}_{1pr}) + T_{Spr}(\theta_{1pr}).$$

[0094] 도 2b는 수학식 3a 내지 6을 사용하여 획득한 물리적 클러치 토크의 세부사항을 보여준다.

[0096] 3. Galerkin 구조에 기반한 하모닉 균형법(HBM) 모델의 발전

[0097] 수학식 1에서의 Galerkin 구조는 다음과 같이 표현될 수 있다.

[0099] [수학식 7]

$$-\omega^2 m \underline{\underline{HP}}'' \underline{\theta_c} + \omega c \underline{\underline{HP}}' \underline{\theta_c} + \underline{f_n}(\underline{\theta_f}, \underline{\dot{\theta}_f}) - \underline{F_E}(t) = \underline{0}$$

[0102] 그와 연관된 항들은 다음과 같이 정의된다.

[0104] [수학식 8a]

$$\underline{\theta_f}(t) = \underline{\underline{H}} \underline{\theta_c},$$

[0107] [수학식 8b]

$$\underline{\theta_f}(t) = [\theta_f(t_0) \ \theta_f(t_1) \ \cdots \ \theta_f(t_{m-2}) \ \theta_f(t_{m-1})]^T,$$

[0110] [수학식 8c]

$$\underline{\theta_c} = [\theta_m \ \theta_{a(1)} \ \theta_{b(1)} \ \cdots \ \theta_{a(k)} \ \theta_{b(k)} \ \cdots \ \theta_{a(\eta N_{\max})} \ \theta_{b(\eta N_{\max})}]^T,$$

[0113] [수학식 8d]

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cos(k\psi_0) & \sin(k\psi_0) & \cdots \\ 1 & \cdots & \cos(k\psi_1) & \sin(k\psi_1) & \cdots \\ & \ddots & & & \ddots \\ 1 & \cdots & \cos(k\psi_{N-2}) & \sin(k\psi_{N-2}) & \cdots \\ 1 & \cdots & \cos(k\psi_{N-1}) & \sin(k\psi_{N-1}) & \cdots \end{bmatrix}, \underline{\underline{H}}' = \omega \underline{\underline{HP}}, \underline{\underline{H}}'' = -\omega^2 \underline{\underline{HP}}'',$$

[0116] [수학식 8e]

$$\underline{\underline{\mathbf{P}}}' = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \begin{bmatrix} 0 & k \\ -k & 0 \end{bmatrix} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix},$$

[0117]

[0119] [수학식 8f]

$$\underline{\underline{\mathbf{P}}}'' = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \begin{bmatrix} k^2 & 0 \\ 0 & k^2 \end{bmatrix} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

[0120]

[0122] 게다가, 비선형 및 입력 함수들은 다음과 같이 정의된다.

[0124] [수학식 9a]

$$\underline{\mathbf{f}}_{\mathbf{n}}(\underline{\theta}_{\mathbf{f}}, \dot{\underline{\theta}}_{\mathbf{f}}) = \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\mathbf{f}}_{\mathbf{nc}},$$

[0125]

[0127] [수학식 9b]

$$\underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{E}}(\mathbf{t}) = \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{Ec}}$$

[0128]

[0130] [수학식 9c]

$$\underline{\mathbf{f}}_{\mathbf{nc}} = \left[f_m \ f_{a(1)} \ f_{b(1)} \ \cdots \ f_{a(k)} \ f_{b(k)} \ \cdots \ f_{a(\eta N_{\max})} \ f_{b(\eta N_{\max})} \right]^{\mathbf{T}},$$

[0131]

[0133] [수학식 9d]

$$\underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{Ec}} = \left[F_m \ F_{a(1)} \ F_{b(1)} \ \cdots \ F_{a(k)} \ F_{b(k)} \ \cdots \ F_{a(\eta N_{\max})} \ F_{b(\eta N_{\max})} \right]^{\mathbf{T}}.$$

[0134]

[0136] 이 방정식 안에서, 관련 변수들은 비차원화된 시간 스케일 $\bar{\omega}t = \psi$; ω_n 의 고유 주파수를 수반하는 정규화 주파수 값 $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$; $0 \leq t < T \rightarrow 0 \leq \psi < \frac{2\pi}{\omega_n}$ 에 대한 관련 주기 $T = \eta\tau$; 서브 하모닉 지수 η ; 기본 가진 주기 τ ; $k = \omega_n, 2\omega_n, 3\omega_n, \cdots$ 에 의해 정의된 점차 증가하는 지수 k ;

[0137] $\theta(t) = \frac{d\theta}{dt} = \bar{\omega} \frac{d\theta}{d\psi} = \bar{\omega}\theta'$ 및 $\ddot{\theta}(t) = \bar{\omega}^2 \theta''$ 사이의 관계를 적용하면, 수학식 7의 전체 Galerkin 구조는 다음과

같이 표현된다.

[수학식 10a]

$$\underline{H\Psi} = \underline{0},$$

[수학식 10b]

$$\underline{\Psi} = -\varpi^2 m \underline{\underline{P''}} \underline{\theta_c} + \varpi c \underline{\underline{P'}} \underline{\theta_c} + \underline{f_{nc}} - \underline{F_{Ec}} = \underline{0}$$

각 단계의 θ_c 및 $\bar{\omega}$ 의 해들을 결정하기 위해, Newton-Raphson법 $\psi \rightarrow 0$ 인 조건하에서 실행되는데, ψ 는 θ_c 의 함수로 여겨지고, $\bar{\omega}$ 는 $\psi(\theta_c, \bar{\omega})$ 의 함수로 여겨진다. 하모닉 균형법(HBM)상의 더 많은 유도식 및 설명들을 위해 선행 연구들을 참조할 수 있다.

4. 주파수 상향 조건하에서 서브 하모닉 응답들의 조사

도 3은 선행 연구에서 또한 연구되었던 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)을 비교한 것을 보여준다. 하모닉 균형법(HBM)은 주파수 상향 조건하에서 $\eta = 2$ 및 $N_{max} = 12$ 에서 수행되었다. Hill의 방법은 안정성 조건을 결정하기 위해 사용되었고, 입력 토크 벡터의 유효한 요소들은 수학식 9d에서 $F_m = 168.9, F_{(a)} = -87.97$, 및 $F_{b(2)} = 235.65$ 로 표현된다. 도 3은 또한 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)으로부터 도출되는 시뮬레이션들 사이의 상관관계를 보여준다. 그러나, 도 3b에 도시된 바와 같이 붉은 선으로 표시된 서브 하모닉 영역에서 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)의 결과가 서로 일치하지 않는다. 상기 수치 시뮬레이션(NS) 결과는 서브 하모닉 공명을 잘 시뮬레이션 하는데 반해, 상기 하모닉 균형법(HBM)은 불안정성을 표시하는 일반적인 하모닉 응답 경로를 따른다.

선행 연구에 기반하여, 수치적인 테크닉들은 서브 하모닉 공명 거동들을 결정하기 위해 있어야만 한다; 따라서, 이러한 서브 하모닉 응답들을 밝혀내기 위하여, $F_{a(1)}$ 및 $F_{b(1)}$ 와 같이 서브 하모닉 위치들과 관련된 입력 토크 값들은 $F_{a(1)} = \epsilon F_{a(2)}$ 및 $F_{b(1)} = \epsilon F_{b(2)}$ 에 의해 주어진다. 여기서, 1×10^{-5} 는 일반적인 입력 토크에 따른 시스템 응답들을 회피하기 위해 ϵ 에 인위적으로 적용된다. 도 4a는 성공적으로 시뮬레이션 된 결과들이 파란 점선으로 표시된 서브 하모닉 공명을 포함한다는 것을 보여준다. 일반적으로, 하모닉 균형법(HBM)의 불안정한 조건들은 수퍼 및 서브 하모닉 공명들 및 분기와 같이, 복잡한 동적 거동들과 밀접하게 연관되어 있다. 그러나, 안정한 조건들은 항상 도 4b에 도시된 바와 같이, 관련 있는 가진 하모닉스를 따르는 실제 시스템으로부터 얻은 응답들을 표시하는데, 그것은 안정한 조건들하에 특정 영역은 $\bar{\omega} = 1.22$ 에서 집중된 서브 하모닉 공명 영역 주위에서 관찰된다. 비선형 동적 거동들을 검토하기 위해, 수치 시뮬레이션(NS)은 인위적으로 초기 조건들에 $\theta_f(0) = -1.89(rad)$ 및 $\dot{\theta}_f(0) = -1.04(\frac{rad}{s})$ 를 적용하면서 수행되었고, 이 조건들은 물리적으로 갑작스럽게 바뀔 수 있다고 가정하였다.

도 4b에 표시된 파란색 직사각형 및 초록 다이아몬드는 $\bar{\omega} = 1.22$ 일 때 서브 하모닉 공명에서 안정한 영역으로부터 주파수의 하향 및 상향 결과들을 각각 보여준다. 게다가, 도 4b에서 (1) 및 (2)로 표시된 영역들은 하모닉 균형법(HBM)과 비교할 때, 이 영역에서의 비선형 응답들이 더 많은 서브 하모닉 공명들에 의해 영향을 받는다는 것을 표시하면서 수치 시뮬레이션(NS)로부터 얻은 부가적인 시스템 결과들을 개시한다. 또한, 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)에 기반한 결과들은 모두 이전 스텝에서 계산된 해들을 초기 조건으로 간주하여

다음 스텝의 해를 도출하기 때문에, 도 4b에 나타난 해들은 모든 가능한 응답특성을 반영하지는 않는다.

[0151] 상기 영역에서 관련있는 모든 서브 하모닉 공명들을 파악하기 위해, 수학적 9c의 서브 하모닉 요소들은 적절한 입력 토크 값들은 인위적으로 ϵ 의 다양한 값들을 사용하면서 얻어질 수 있다. 서브 하모닉 공명들을 유발시키기 위해, ϵ 은 수치적으로 거의 0으로 가정되는 어떤 범주의 값들안에서 증가되는 것이 틀림없다.

[0152] 도 5a 내지 도 5d는 ϵ 값으로 1×10^{-5} , 1×10^{-3} , 2.9×10^{-3} 을 이용하는 하모닉 균형법(HBM)의 세 가지 결과들을 비교한다. 기준선이 $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ 일 때의 하모닉 균형법(HBM) 시뮬레이션이라고 가정하면, $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ 및 $\epsilon = 2.9 \times 10^{-3}$ 일 때의 결과들은 기준선의 비선형 시스템 응답을 잘 따라간다. 그러나, 도 5a 내지 도 5d에 도시된 바와 같이, $\epsilon = 2.9 \times 10^{-3}$ 일 때의 시뮬레이션은 모든 서브 하모닉 응답들을 성공적으로 포착하는 유일한 시뮬레이션이었다. 도 6a에는 호-길이 연속 구조를 수반하는 안정성 조건들을 개시하고, 도 6b에서는 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)로부터 얻은 두 가지 결과들을 비교한다. 후자는 상위 서브 하모닉 공명 영역에서 $\bar{\omega} = 1.22$ 일 때의 초기 조건들을 사용하여 계산하는 것이고, 세 개의 다른 해 경로들이 제시되었으며, 경로 (A), (B) 및 (C)는 이 연구에서 상위, 하위 및 일반 경로들로 정의된다. 서브 하모닉 공명 영역에서 복잡한 동적 거동들은 도 6b에 도시된 정보를 이용하여 분석될 수 있다.

[0153] 첫째로, 도 3a 및 도 3b에 도시된 바와 같이, $\bar{\omega} = 0.93$ 에서의 주파수 상향 및 $\bar{\omega} = 1.7$ 에서의 주파수 하향을 수반하는 수치 시뮬레이션(NS)은 경로 (C)를 따른다.

[0154] 둘째로, 경로 (A) 및 (B) 상의 비선형 해들은 도 6a에 도시된 바와 같이 각각의 안정한 영역의 특정 초기 조건들을 이용함으로써 획득될 수 있다.

[0155] 셋째로, $\bar{\omega} = 1$ 및 $\bar{\omega} = 1.7$ 사이의 동적 거동들은 다양한 초기 조건들에 민감하다.

[0156] 따라서, 시스템 응답들은 경로 (A), (B) 및 (C) 가운데 갑작스럽게 변경될 수 있다. 물리적 시스템의 상기 초기 조건들은 다양한 외부 요인들에 따라 결정될 수 있는데, 도로 조건에서 마찰에 따른 갑작스러운 트랙 토크 및 속도 변화와 같은 것들이 있다.

[0157] 예를 들어, 기어 래틀과 같은 진동 충격은 서로 다른 주행 조건에서 발생한다. 일반적으로 기어 래틀은 약 1800rpm의 가속 범위에서 발생하는 반면, 시스템이 관성운전(coast) 조건하에 있을 때 똑같은 진동 충격은 3200rpm의 고속 범위에서도 발견된다. 도 6의 비선형 공명 이슈에서도 볼 수 있듯이, 이는 동일한 동적 거동들이 서로 다른 초기 조건들하에서 발생할 수 있다는 것을 보여준다.

[0158] 도 7a 및 7b는 서로 다른 두 개의 초기 조건들하에서 두 가지 결과를 비교한다. 계산된 하모닉 균형법(HBM) 및 수치 시뮬레이션(NS)간의 비교는 $\bar{\omega} = 1.22$ 에서의 초기 조건들하에서 경로 (A)에 대한 해들이 (A), (B), 및 (C)의 모든 경로들을 따른다는 것을 나타내고, 하모닉 균형법(HBM)의 안정한 해들로 지정된다는 것을 나타낸다. 경로 (B)의 초기 조건들이 $\bar{\omega} = 1.5$ 에서 $\theta_f(0) = -0.15(rad)$ 및 $\dot{\theta}_f(0) = -12.54(\frac{rad}{s})$ 일 때, 수치 시뮬레이션(NS) 결과들은 오로지 경로 (B) 및 (C)를 따르고, 절대 경로 (A)상에 나타나지 않는다. 이러한 동적 특성들은 도 6 및 도 7에 명백하게 개시된다.

[0160] 5. 고유값들의 실수부를 수반하는 분기 특성들의 검토

[0161] 도 3, 도 4, 및 도 6에 도시된 바와 같이 하모닉 균형법(HBM)에서 결정되었던 안정성 조건들이 검토되고, 고유값들의 실수부들은 고려된다. Hill의 방법의 기본 절차들을 적용하면, 시스템 응답은 다음과 같다.

[0163] [수학식 11a]

$$\underline{\theta}_f(t) = \underline{\theta}_{fp}(t) + \underline{\xi}_f(t),$$

[0166] [수학식 11b]

$$\underline{\xi}_f(t) = \underline{p}(t)e^{\lambda t}$$

[0169] 여기서, $\theta_f(t)$ 및 $\xi_f(t)$ 는 각각 해들의 정상상태 부분 및 과도응답 부분이고, $\xi_f(t)$ 는 $p(t)$ 및 $e^{\lambda t}$ 로 이루어져 있는데, 각각 주기항 및 감쇠항을 의미한다. $i = 1, 2, \dots, 2(2\eta N_{max} + 1)$ 일 때 계산된 고유값 λ_i 에 기반하여, 적어도 λ_i 의 실수부 $Re(\lambda_i)$ 가운데 하나의 양의 값은 시스템을 불안정하게 한다. 게다가, $Re(\lambda_i) = 0$ 이라는 것은 도 8a에 도시된 바와 같이, 시스템 응답이 분기점으로 나뉘는 조건을 충족시킨다. 이런 점으로부터, 이 연구는 양의 $Re(\lambda_i)$ 의 특성들이 분기 특성들을 보여주는 것을 가정하고, 주파수 상향 방향에 초점을 맞추므로써, 이 분기는 불안정하다가 결정되는 영역들에서 발생하는 것으로 가정된다. 그러므로, 오로지 이런 불안정한 영역들은 호-길이 해들의 역방향을 제외하고 검토될 것이다. $Re(\lambda_i)$ 의 다양한 조건들이 조사되어도, 그것들은 일반적으로 세 가지 형태로 고려된다: $Re(\lambda_i) < 0$, $Re(\lambda_i) > 0$, 및 $Re(\lambda_i) \gg 0$.

[0170] $Re(\lambda_i) < 0$ 인 조건하에서, 그것과 연관된 과도 응답 $\xi_f(t)$ 는 0에 도달하는데, 이것은 시스템 응답을 안정화시키고 도 8b에 도시된 바와 같이 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 라는 특수 해를 유지시킨다. 그러나, $Re(\lambda_i) > 0$ 및 $Re(\lambda_i) \gg 0$ 는 도 8c 및 8d에 도시된 바와 같이, 시스템 응답들이 특수 해를 유지하지 못하도록 함으로써 시스템이 분기하는 조건들에 놓이도록 유도한다.

[0171] $Re(\lambda_i) \gg 0$ 보다 오히려 $Re(\lambda_i) > 0$ 가 $\theta_f(t) = \theta_{fp}(t)$ 의 주기 해로부터 시스템 응답이 점진적으로 분기하는 것으로 가정한다.

[0172] 따라서 $Re(\lambda_i) > 0$ 은 주기-더블링 또는 주기-반감 캐스케이드(period-halving cascade)와 연관 있는 것으로 가정된다. 반면에, $Re(\lambda_i) \gg 0$ 는 준-주기적 또는 카오스처럼 시스템 응답들이 더 복잡한 현상들로 급격하게 변화하도록 허용한다고 가정된다.

[0173] 하모닉 균형법(HBM)의 각 불안정한 해 및 $Re(\lambda_i)$ 의 특성들 사이의 관계들이 도 9에 도시되어 있다. 앞서 제시된 아이디어들을 수행하기 위해, 양의 $Re(\lambda_i)$ 분포 E_d 및 양의 $Re(\lambda_i)$ 의 최대값 E_{max} 가 수행될 수 있다. 여기서, $Re(\lambda_i)$ 의 정수값들로부터 E_d 는 다음과 같이 정의된다.

[0175] [수학식 12]

$$E_d = \frac{\text{Number of positive } Re(\lambda_i)}{\text{Overall number of } Re(\lambda_j)} \text{ with } i, j = 1, 2, \dots$$

[0178] 도 9는 또한 영역 (a) 내지 (e)를 도시하는데, 이것은 조심스럽게 다음과 같이 검토되어 왔다. 영역 (a) 내지

(e)는 E_d 및 E_{max} 가 획득되지 않는 안정한 응답 영역이고, 영역 (a)에서의 E_d 의 소수는 서브 하모닉 공명이 아니라 프라이머리 공명의 불안정한 조건들과 연관되어 있다. 영역 (b)가 검토되었을 때, E_d 의 값은 0.45보다 크고 E_{max} 의 값은 5보다 크며, 시스템 응답들은 준-주기적 또는 카오스 움직임들을 수반하면서 훨씬 더 복잡하다. 게다가, 상기 시스템 응답들은 그것이 도 6b에 도시된 호-길이 경로 (A)를 따른다고 하여도, 영역 (a) 및 (c) 사이에서 원활히 연결된다.

(a) 및 (c)에 두 개의 안정한 영역들이 (b)의 불안정한 응답들 근처에 위치하기 때문에 호-길이 경로 (A)에 따르는 대신 동적 거동들은 다음의 순서대로 발생한다:

(1) 영역 (a)의 안정한 응답

(2) 영역 (b)의 불안정한 응답

(3) 영역 (c)의 안정한 응답

영역 (a)에서 (c)까지의 안정성 조건들 속에서 일련의 평활 변화들 때문에, 영역 (c)는 순수 하모닉 응답들 가운데 있을 것으로 예상되고, 따라서 E_d 및 E_{max} 의 계산된 결과들은 오로지 영역 (c)에 대해서만 무시될 수 있다. 추가적으로, 도 10, 11 및 12에서 관찰되는 분기 다이어그램의 특성들은 특히 영역 (a), (b) 및 (c)에 집중될 때 또한 잘 연결된다. 영역 (d)의 녹색 점으로 된 원들 및 타원들은 서브 하모닉 공명의 아래쪽 분기에 대한 역 경로 결과들인데, 이는 이 연구의 주요 관심사항이 아니다.

계산된 결과값들 E_d 및 E_{max} 에 대한 검토는 영역 (d)에 대한 비선형 동적 거동들을 조사할 때, 조심스럽게 수행되어야만 한다. 이는 도 6b에 도시된 바와 같이 상기 값들은 두 개의 서로 다른 경로 (A) 및 (B)로부터 획득되기 때문이다. 도 11 및 도 12에서 보여지는 분기 특성들이 비교될 때, 두 시스템 응답들 가운데 확실한 차이점은 초기 조건에 따라 관찰된다.

예를 들어, 도 11은 도 4에 도시된 것처럼 초기 조건들이 경로 (A)상에서 $\bar{\omega} = 1.22$ 로 준비되었을 때의 결과들을 개시한다. 이런 점에서, 해들은 주파수 하향을 따르고, 먼저 영역 (d)에서 카오스로 빠지는 주기 반감 및 주기 반감 캐스케이드(cascade)를 개시한다. 해들이 주파수 상향을 따를 때, 해들은 주기-더블링 캐스케이드(cascade)로 진입하고 마침내 순수 하모닉 응답 영역에 도달한다. 이러한 복잡한 분기 현상을 도 9b 및 도 9c와 비교할 때, 각각의 분기 특성은 (A) 및 (B)에 표시된 것처럼, 관련 있는 서브 하모닉 공명들에 기반하여 초록색 점선으로 표시된 E_d 및 E_{max} 의 계산된 결과값들과 연관되어 있다.

반면에, 도 7b에도 보이는 것처럼, 도 11 및 도 12와 비교하면 더 단순한 응답들이 보인다; 그러므로, 분기들은 오로지 호-길이 경로 (B) 및 (C)에서 발생한다. 도 11 및 12의 두 개의 분기 다이어그램들은 $\bar{\omega} = 1.22$ 인 영역 주변의 응답들을 제외하면, 서로 연관되어 있고, 도 9, 10, 11 및 12의 신중한 검토를 통해 영역 (c) 및 (d)의 결과들은 복잡한 비선형 동적 거동들을 맵핑하는데 요구되는 기본적인 아이디어들을 제공한다.

첫째로, 다양한 초기 조건들하에서 시스템 응답들은 갑작스럽게 변화될 수 있고, 도 6에 도시된 것처럼 일반적인 해의 경로 (C)를 따르는 초기 조건들속의 평활 변화를 위한 잠재력에도 불구하고 다양한 해의 경로들을 따라야만 한다.

둘째로, 분기 특성들은 다양한 초기 조건들은 다양한 초기 조건들 하에서 정의될 수 있고, 도 9에 도시된 것처럼 불안정한 조건들에서 관련 고유값 E_d 및 E_{max} 과 함께 예상될 수 있다.

< 결론 >

이 연구는 다양한 초기 조건들 하에서 서브 하모닉 공명 영역 내의 비선형 동적 거동들을 조사하였다. 이러한

서로 다른 초기 조건들에 따라 시스템 응답들은 하모닉 균형법(HBM)으로부터 얻은 호-길이 해들의 서로 다른 경로들을 따랐다. 복잡한 비선형 현상들에 대해 이 연구가 기여한 점은 다음과 같다.

[0194] 첫째, 이 연구는 다양한 가진 조건들을 적용함으로써 그리고 다양한 초기 조건들을 수반하는 하모닉 균형법(HBM)을 사용하면서 성공적으로 서브 하모닉 공명들의 두 가지 분기들을 시뮬레이션 함으로써, 가능한 모든 서브 하모닉 공명들을 결정하는 방법을 제안했다.

[0195] 둘째, 이 연구는 수치 시뮬레이션(NS)과 비교하여 하모닉 균형법(HBM)을 적용함으로써 다양한 초기 조건들 하에서 비선형 응답들의 다양한 경로들을 조사했다. 이 결과들은 동적 거동들이 다양한 호-길이 해의 경로들을 따르는 동안, 다양한 시스템 응답들을 개시한다.

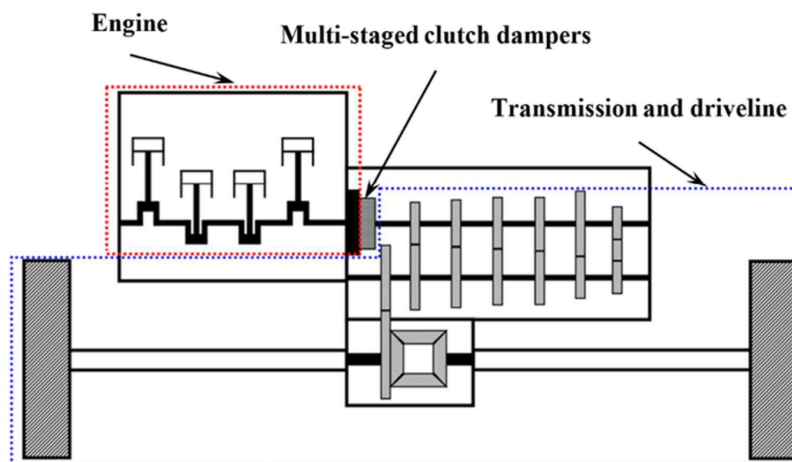
[0196] 마지막으로, 불안정한 해들 가운데 발생하는 분기 특성들은 E_d 및 E_{max} 에 관한 고유값들에 기초하여 검토되었다. 이는 분기 특성들을 수치적으로 예상하는 기본 아이디어를 제시하였다.

[0197] 현재 연구는 전체 드라이브라인 시스템의 일부분인 1-자유도를 수반하는 단순 회전체 시스템을 다뤘었다. 향후 진행될 연구로, 이 연구에 적용된 개념적 접근이, 기어 래틀(gear rattle) 혹은 기어 와인(gear whine)에 연관된 드라이브라인 시스템에서 발생하는 심각한 진동-충격 문제들을 조사하는 것으로 확장될 수 있다.

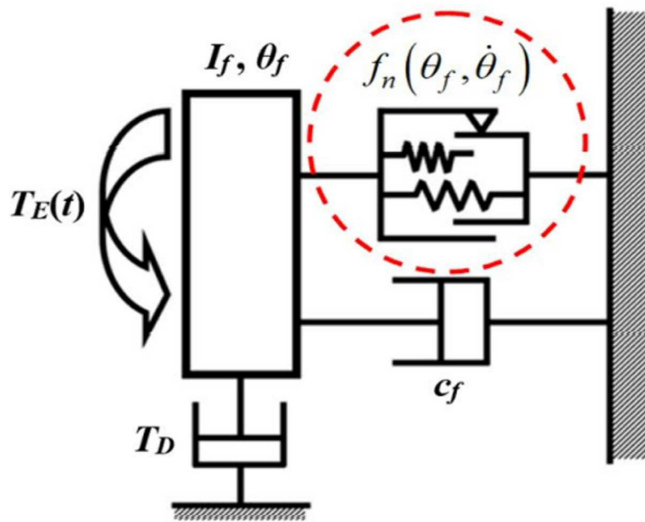
[0199] 이상에서 다양한 실시예를 들어 본 발명을 설명하였으나, 이에 한정되는 것은 아니며 본 발명의 권리범위로부터 합리적으로 해석될 수 있는 것이라면 무엇이든 본 발명의 권리범위에 속하는 것은 당연하다.

도면

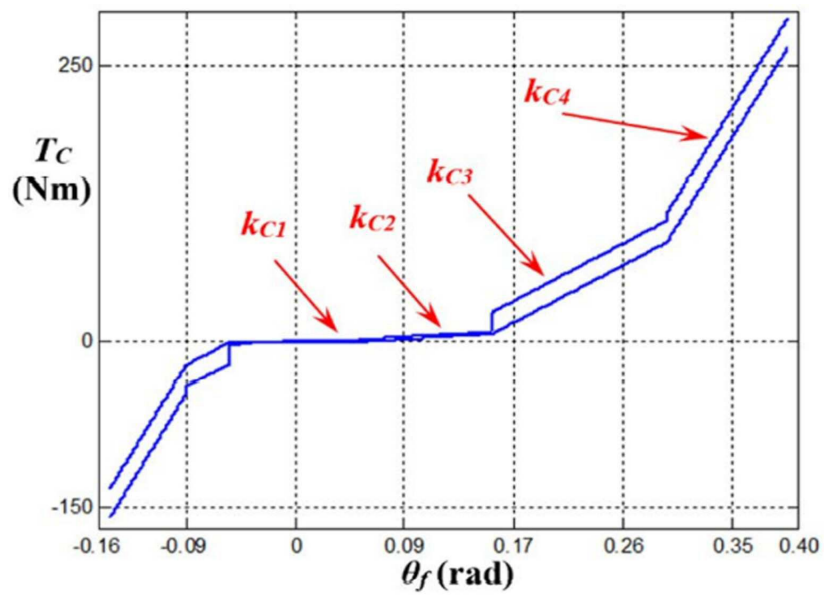
도면1



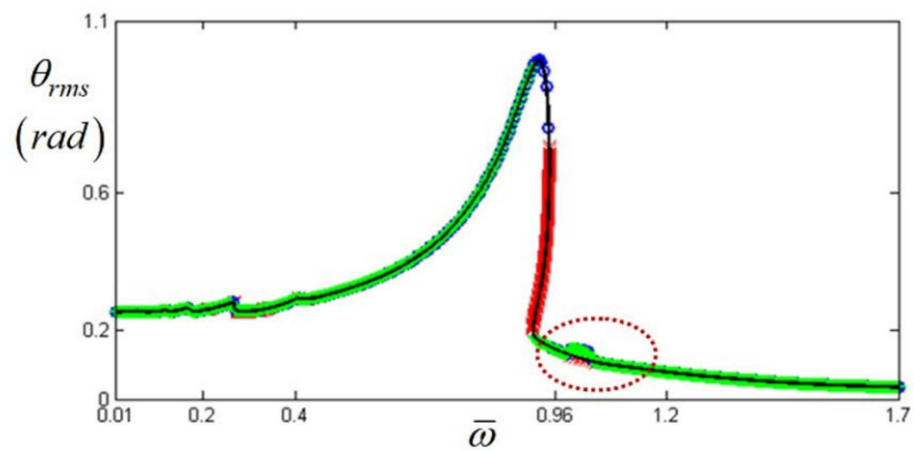
도면2a



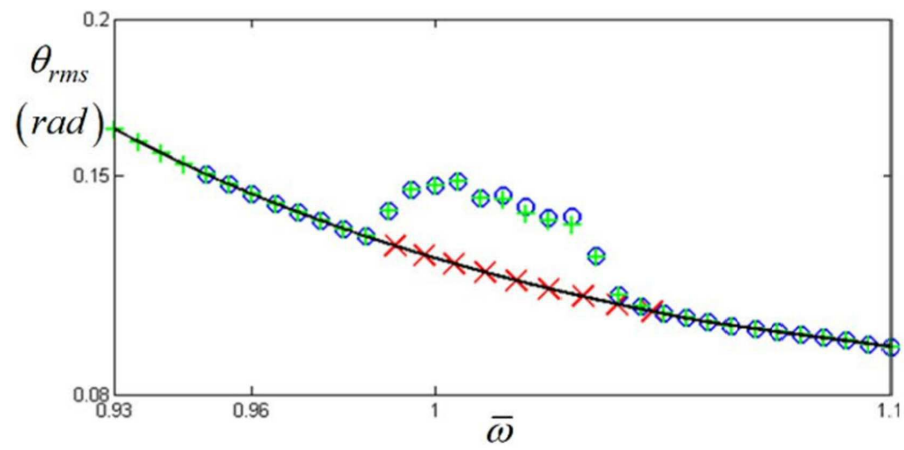
도면2b



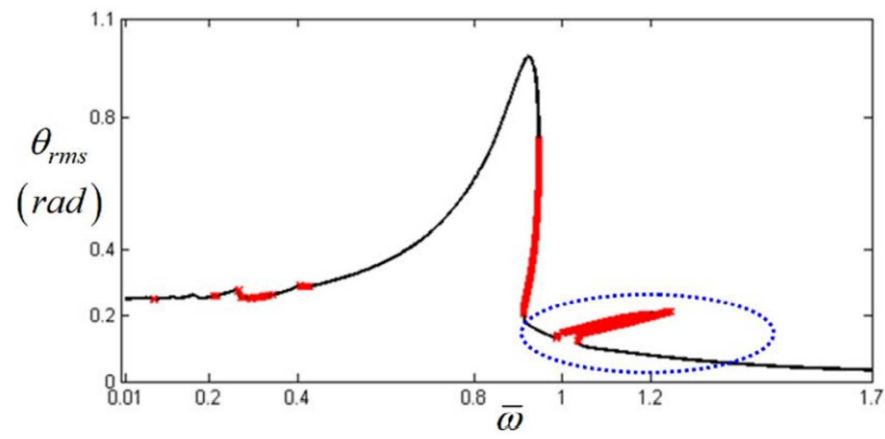
도면3a



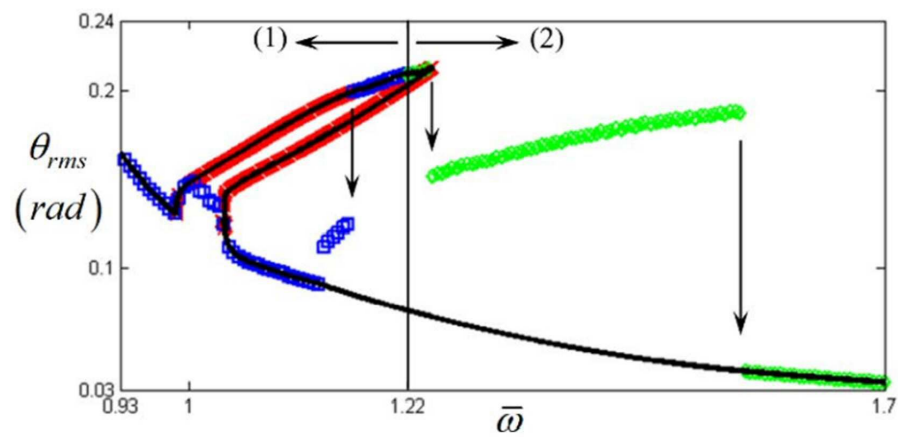
도면3b



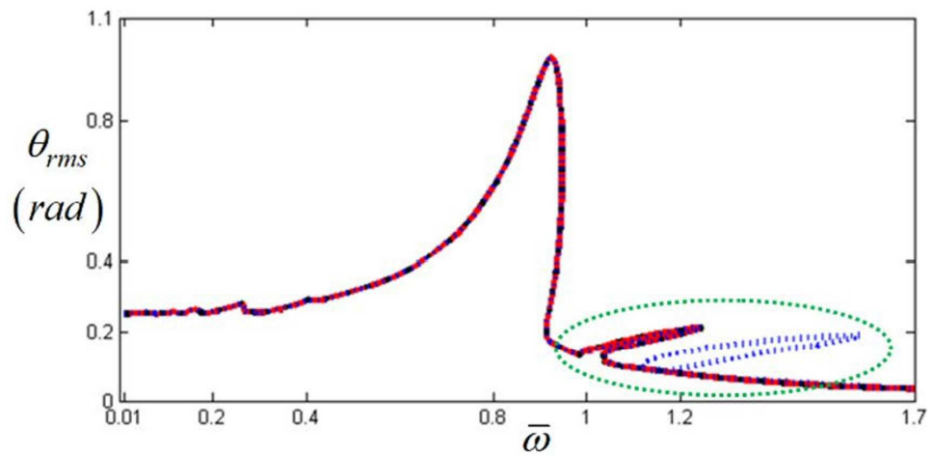
도면4a



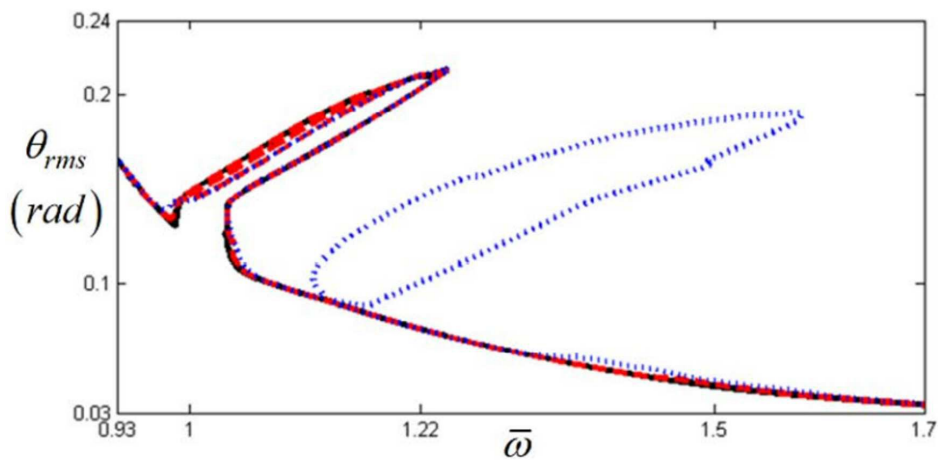
도면4b



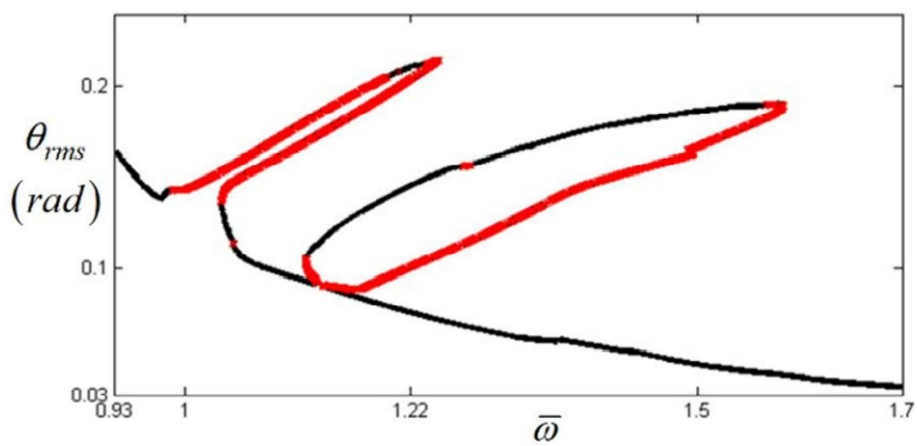
도면5a



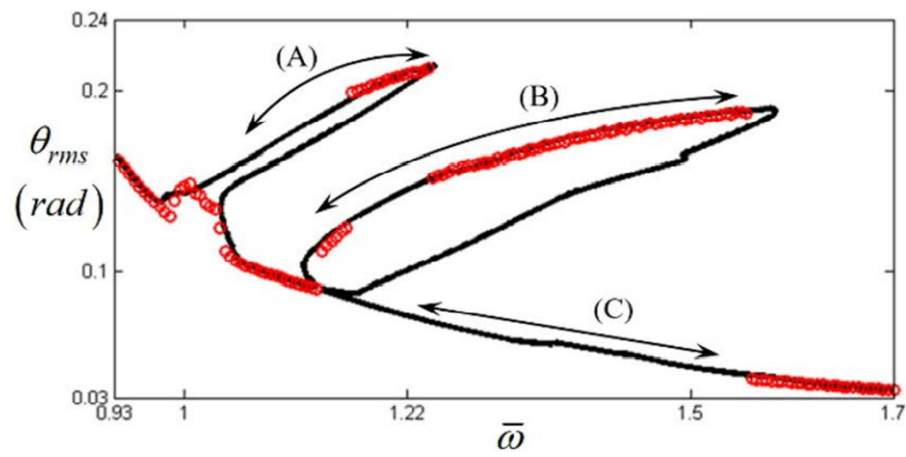
도면5b



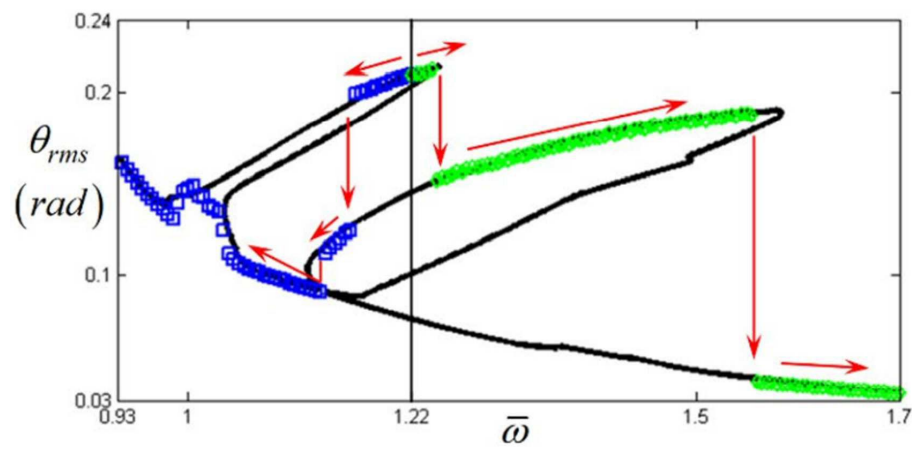
도면6a



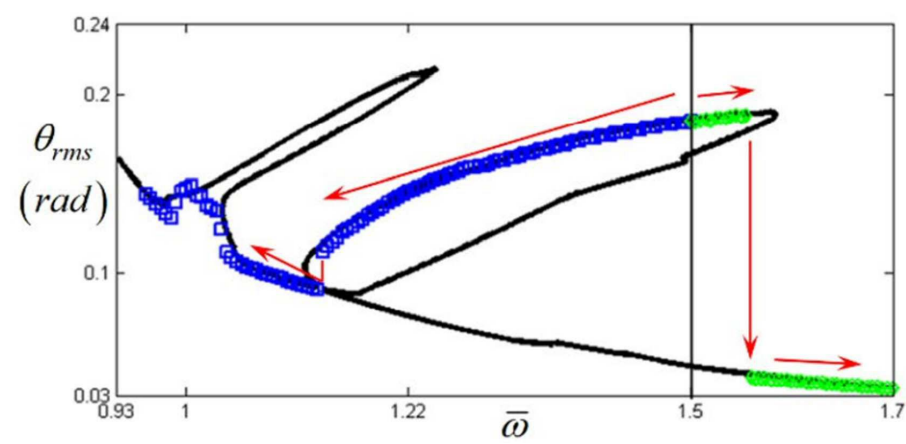
도면6b



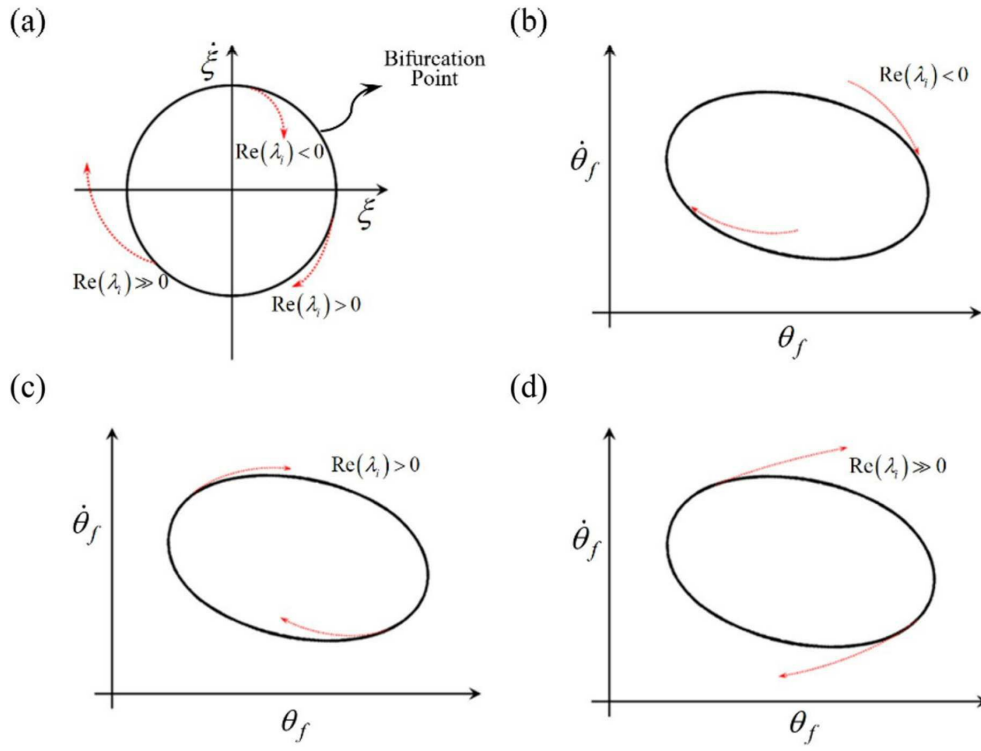
도면7a



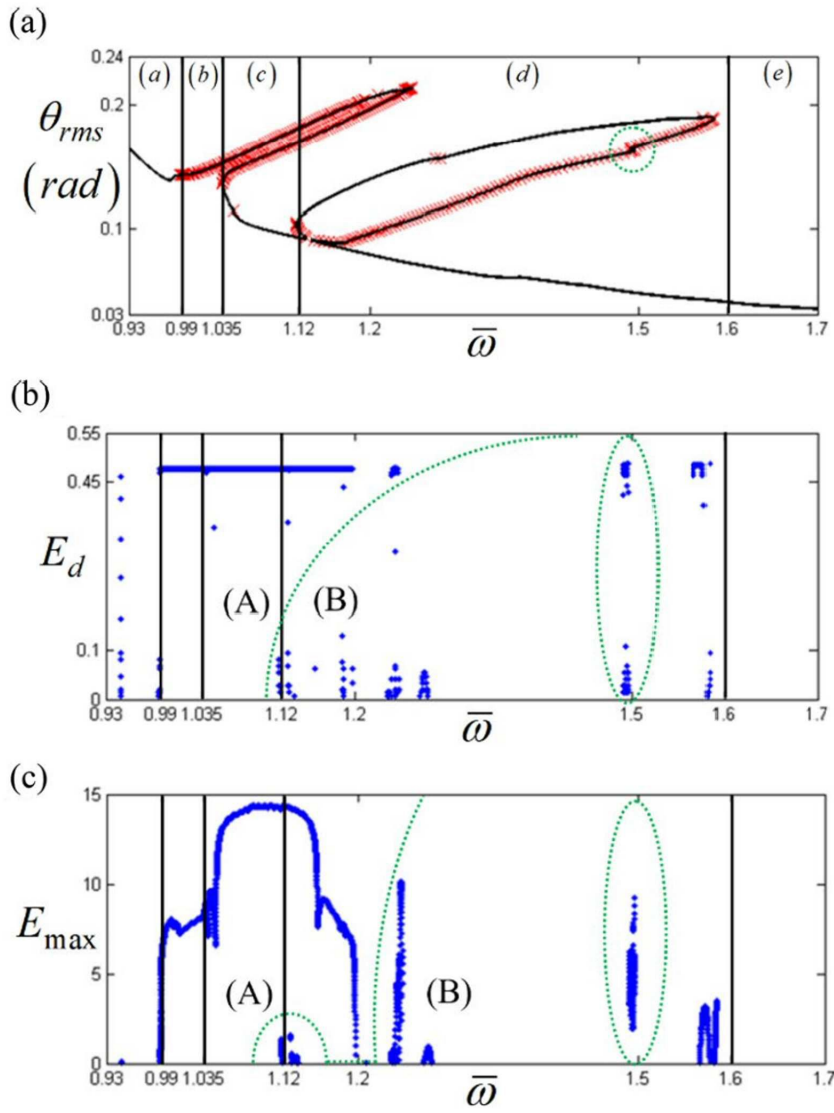
도면7b



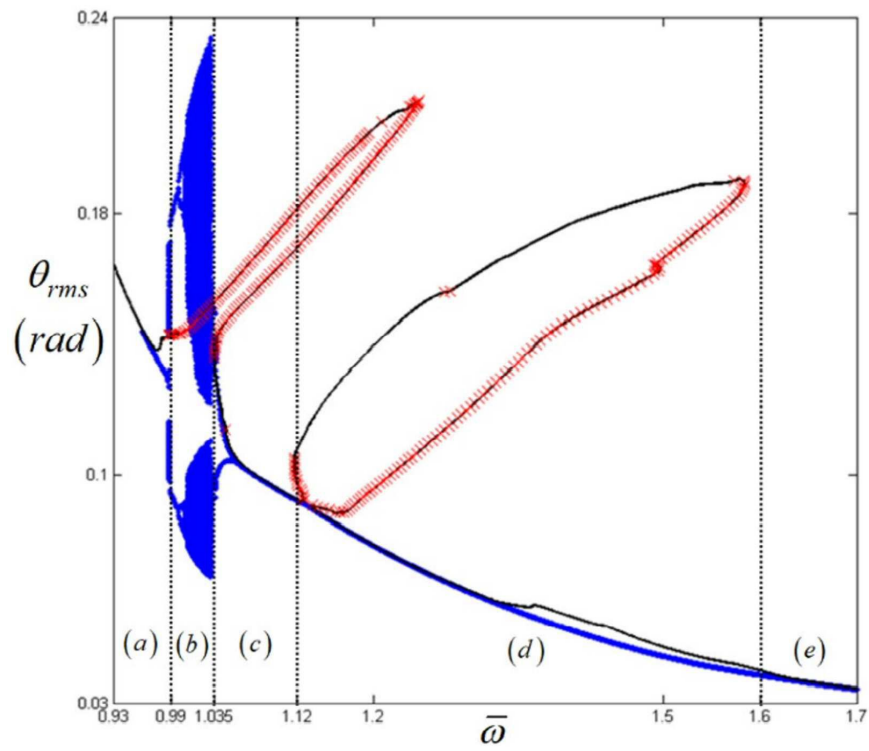
도면8



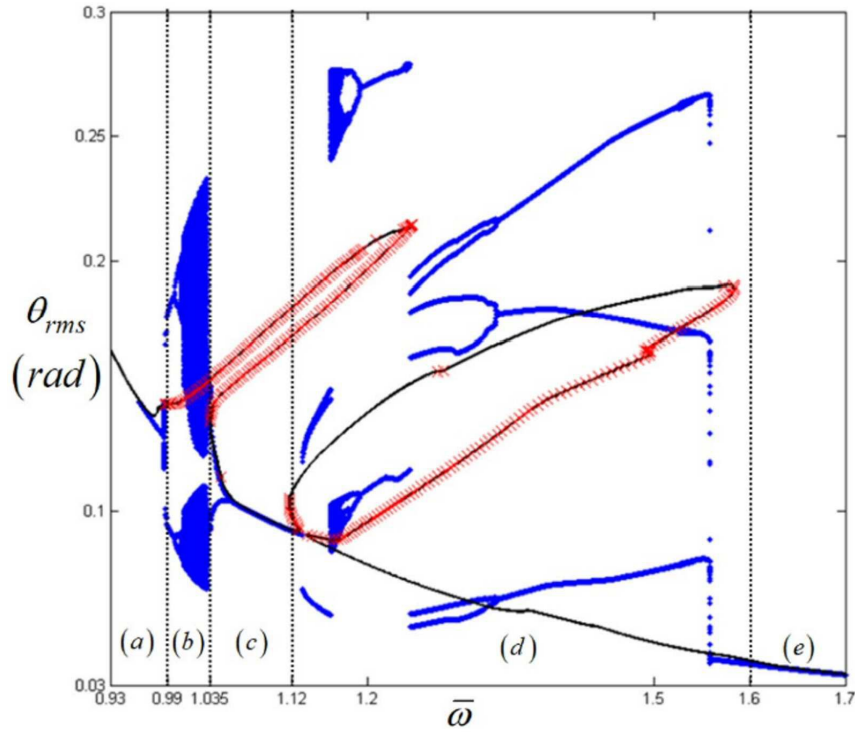
도면9



도면10



도면11



도면12

