

(12) 按照专利合作条约所公布的国际申请

(19) 世界知识产权组织
国际局

(43) 国际公布日
2022 年 1 月 20 日 (20.01.2022)



(10) 国际公布号
WO 2022/012156 A1

- (51) 国际专利分类号:
G05B 13/04 (2006.01)
- (21) 国际申请号: PCT/CN2021/094746
- (22) 国际申请日: 2021 年 5 月 20 日 (20.05.2021)
- (25) 申请语言: 中文
- (26) 公布语言: 中文
- (30) 优先权:
202010674033.X 2020年7月14日 (14.07.2020) CN
- (71) 申请人: 江南大学(JIANGNAN UNIVERSITY) [CN/CN]; 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。
- (72) 发明人: 陶洪峰(TAO, Hongfeng); 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。 庄志和(ZHUANG, Zhihe); 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。 周龙辉(ZHOU,

Longhui); 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。 刘巍(LIU, Wei); 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。 沈凌志(SHEN, Lingzhi); 中国江苏省无锡市蠡湖大道 1800 号, Jiangsu 214122 (CN)。

(74) 代理人: 苏州市中南伟业知识产权代理事务所(普通合伙)(CENTRAL SOUTH WELL INTELLECTUAL PROPERTY OFFICE); 中国江苏省苏州市吴中区石湖西路 188 号吴中万达广场 A 座苏州大学国家科技园 2303, Jiangsu 215000 (CN)。

(81) 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的国家保护): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, IT, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK,

(54) **Title:** ITERATIVE FEEDBACK TUNING CONTROL FOR ROTATING INVERTED PENDULUM AND ROBUST OPTIMISATION METHOD THEREFOR

(54) 发明名称: 一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法

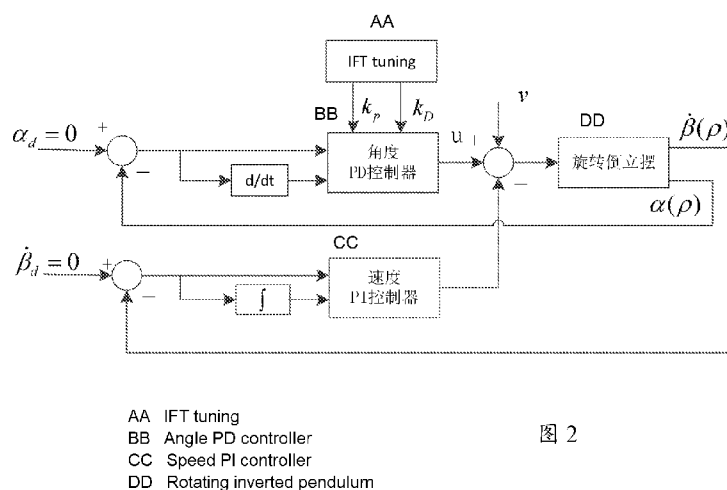


图 2

(57) **Abstract:** Disclosed in the present invention are iterative feedback tuning control for a rotating inverted pendulum and a robust optimisation method therefor, relating to the field of robot optimised control, the method comprising: establishing Lagrangian and state-space mathematical models of a rotating inverted pendulum on the basis of an inverted pendulum machine and a hardware structure; designing a rotating inverted pendulum iterative feedback tuning dual closed loop controller; and performing algorithmic convergence analysis for the iterative feedback tuning PD controller; the introduction of an auxiliary factor further optimises the robust iterative feedback tuning angle PD controller, enabling the rotating inverted pendulum system to implement rapid, high-precision tracking of the desired motion trajectory; the control algorithm of the method of the present application is simple and efficient, does not require the acquisition of the parameters of the model itself, and drives the calculation of the unbiased gradient of the indicator function to the controller parameters by means of I/O data; and the algorithm introduces an auxiliary factor, enabling the control system to respond better to changes in the input signal and thereby have better robustness.

LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX,
MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL,
PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL,
ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US,
UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW。

(84) 指定国 (除另有指明, 要求每一种可提供的地区
保护): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ,
NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 欧亚 (AM,
AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 欧洲 (AL, AT, BE, BG,
CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU,
IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT,
RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI,
CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG)。

本国际公布:

— 包括国际检索报告 (条约第21条(3))。

(57) 摘要: 本发明公开了一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法, 涉及机器人优化控制领域, 该方法包括: 基于倒立摆机械和硬件结构建立旋转倒立摆的拉格朗日和状态空间数学模型; 设计旋转倒立摆迭代反馈整定双闭环控制器; 针对迭代反馈整定PD控制器进行算法的收敛性分析; 引入辅助因子对鲁棒迭代反馈整定角度PD控制器进一步优化, 实现旋转倒立摆系统能够快速、高精度跟踪上期望运动轨迹; 本申请的方法控制算法简单高效, 不需要获取模型本身的参数, 通过I/O数据驱动计算指标函数对控制器参数的无偏梯度; 算法引入辅助因子, 使得控制系统能够更好地响应输入信号的变化从而具有较好的鲁棒性。

一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法

技术领域

本发明涉及机器人优化控制领域，尤其是一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法。

背景技术

旋转倒立摆作为一个典型的欠驱动非线性系统，具有不稳定、多变量、强耦合等特点，并很好的将数学、电学和力学这三门基础学科融合起来。因此，对于倒立摆系统的控制不仅意义重大，而且极具挑战，深受世界各地控制学科的专家学者的重视。除此之外，旋转倒立摆作为机器人、火箭飞行姿态等许多控制对象的最简单模型，是验证各种控制理论策略正确性的理想实验平台，并为控制理论和工程实际应用搭建了一个桥梁。同时作为一种实验装置，结构简单并且控制效果直观，是验证各种控制方法的理想实验平台。其中枢轴为旋转移动的类型又被称为旋转倒立摆，相比于直线型倒立摆通过小车运动控制摆杆，其通过旋臂带动摆杆旋转来保持直立状态，非线性更强。将旋转倒立摆作为被控对象，能够检验迭代反馈整定算法是否具有针对多状态、非线性和绝对不稳定控制系统的优化能力。

作为一种典型的被控模型，对旋转倒立摆系统的控制研究几乎涉及到了绝大部分的控制方法，其中在传统控制领域主要有状态反馈控制、滑膜控制和 PID 控制等。但这些方法都存在一些局限性，例如状态反馈控制必须要有被控系统的精确模型，在模型精确度不足的情况下难以实现对倒立摆尤其是高阶倒立摆的稳定控制；而滑膜控制在旋转倒立摆切换状态时引起的抖振制约了其应用；PID 控制依然是最为普遍的控制方式，其中多闭环 PID 对阶次较低的旋转倒立摆的控制效果良好，但多闭环 PID 相比于基础的 PID，其参数整定较为复杂。

发明内容

本发明人针对上述问题及技术需求，提出了一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法，首先建立起基于双闭环控制的旋转倒立摆实验平台，并再此基础上使用迭代反馈整定算法优化旋转倒立摆系统的角度 PD 控制器，

在PD控制策略框架下,基于IFT算法的基本原理、参数最优化理论和实验整定方法,根据闭环系统的性能准则函数和输入、输出信号自动整定PID控制器参数,运用Gauss-Newton算法得到PID控制器参数的最优值,引入辅助因子不断迭代性能准则函数的权重因子达到改善系统鲁棒性的目的,最终实现对旋转倒立摆的稳定控制。

本发明的技术方案如下:

一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法,包括如下步骤:

第一步:建立旋转倒立摆的拉格朗日和状态空间模型;

旋转倒立摆系统包括底座、传动装置、摆杆及旋臂,底座用于保证摆杆摆动时机械结构的稳定;旋臂末端连接摆杆,直流电机的旋转通过传动装置带动摆杆的运动;旋臂的角度及角速度则通过直流电机自带的增量式旋转编码器获取;通过联轴器连接增量式旋转编码器与摆杆,带动增量式旋转编码器旋转从而获取摆杆的角度及角速度;在构建旋转倒立摆的动力学模型中,忽略空气阻力、摩擦力及微小项以简化建模过程,把旋臂及摆杆视为均匀的长杆,设摆杆处于稳定直立时旋转倒立摆系统的势能为零;

摆杆偏离直立位置角度 α 时,旋臂通过旋转 β 带动摆杆趋于直立位置,因此旋臂末端速度 v_m 为:

$$v_m = r_1 \dot{\beta} \quad (1)$$

其中, r_1 为旋臂旋转中心到与摆杆连接点的距离, $\dot{\beta}$ 为旋臂旋转时角速度;

由于摆杆为均匀长杆,视摆杆为一质点则得到摆杆转动速度为 v_z 为:

$$v_z = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \quad (2)$$

其中, L 为摆杆长度, $\dot{\alpha}$ 为摆杆旋转时角速度;

将摆杆转动速度 v_z 在旋臂末端速度 v_m 垂直方向进行分解,并以摆杆旋转平面与地面水平方向速度 v_r 所指方向为正方向,得到:

$$v_r = v_z \cos \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_u = v_z \sin \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \sin \alpha \quad (4)$$

在旋臂末端速度 v_m 和地面水平方向速度 v_r 的共同作用下,摆杆在水平方向上的速度 v_b 为:

$$v_b = v_r - v_m = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha - r_1 \dot{\beta} \quad (5)$$

摆杆的动能包含有旋转产生的转动动能以及在水平方向上移动产生的动能,另

外旋转倒立摆系统整体动能还包含有直流电机带动的旋臂的动能，因此得到旋转倒立摆系统的整体动能 V ，令 J_1 为摆杆的转动惯量， J_2 为旋臂的转动惯量， m 为摆杆质量，并将式（4）及（5）带入得到：

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m(v_b^2 + v_u^2) \\ &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\cos\alpha - r_1\dot{\beta}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\sin\alpha\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{2}\left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha \end{aligned} \quad (6)$$

摆杆直立时设为零势能点， H 为旋转倒立摆系统整体势能， E 为拉格朗日函数，则偏转 α 角度后势能降为：

$$H = \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \quad (7)$$

拉格朗日函数 E 为：

$$\begin{aligned} E &= V - H \\ &= \frac{1}{2}\left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \end{aligned} \quad (8)$$

可知旋臂旋转带动摆杆运动，无外界能力输入，令 T_{output} 为电机输出转矩， B_{eq} 为等效粘性摩擦，得到拉格朗日方程为：

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\beta}}\right) - \frac{\partial E}{\partial \beta} = T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \quad (10)$$

式（8）带入式（9）及（10）得到旋转倒立摆的非线性模型：

$$\begin{aligned} \left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha &= T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \end{aligned} \quad (11)$$

从在式（11）得到的旋转倒立摆的非线性模型中，其输入为直流电机转矩，但通常情况下以直流电机电压为控制输入，因此接下来对直流电机进行建模，最终建立以直流电机电压为输入的倒立摆非线性模型：

令 I_d 为直流电机电流， E_d 为反电动势，并考虑传动装置的效率和齿轮比值， K_T 为电机转矩系数， K_E 为电机转速系数， K_g 为旋臂与直流电机的齿轮比， η_g 为齿轮传动效率， η_d 为电机效率， U 为直流电机电压， R 为电枢电阻，得到：

$$U = E_d + I_d R = K_E K_g \dot{\beta} \quad (12)$$

$$T_{output} = \eta_d \eta_g K_g K_T I_d \quad (13)$$

将式 (12)、(13) 带入式 (11) 中, 得到以直流电机电压为输入的倒立摆非线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (14)$$

为了进一步建立旋转倒立摆的状态空间模型, 需要将倒立摆非线性模型进行线性化, 注意到摆杆在稳摆控制中处于直立状态, 因此摆杆角度较小, 此时存在 $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$, 则得到旋转倒立摆线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mgL\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha} + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (15)$$

接下来以旋转倒立摆线性模型为基础来建立旋转倒立摆的状态空间模型, 为了简化书写设置如下定义:

$$a = J_1 + \frac{1}{4}mL^2 \quad (16)$$

$$b = J_2 + mr_1^2 \quad (17)$$

$$c = \frac{1}{2}mr_1L \quad (18)$$

$$d = \frac{1}{2}mgL\alpha \quad (19)$$

$$e = \frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq} \quad (20)$$

$$f = \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R} \quad (21)$$

将式 (16) 至 (21) 带入式 (15) 解得 $\ddot{\alpha}$ 与 $\ddot{\beta}$ 为:

$$\ddot{\alpha} = \frac{bd\alpha - ec\dot{\beta} + fcU}{ab - c^2} \quad (22)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{cd\alpha - ae\dot{\beta} + afU}{ab - c^2} \quad (23)$$

选取状态向量 $[\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \beta \quad \dot{\beta}]$, 其中 β 为旋臂旋转角度, 输入为直流电机电压 U , 得到旋转倒立摆的状态空间模型为:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{bd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ec}{ab-c^2} \\ \frac{cd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ae}{ab-c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{fc}{ab-c^2} \\ \frac{af}{ab-c^2} \end{bmatrix} U \quad (24)$$

其中由于摆杆及旋臂视为均匀长杆，则其转动惯量 J_1 、 J_2 可以得出：

$$J_1 = \int r^2 dm = \int_0^L \rho r^2 dr = \frac{1}{3} mL^2$$

$$J_2 = \int r^2 dM = \int_{-r_2}^{-r_1} \rho r^2 dr = \frac{1}{3} M(r_1^2 - r_2^2) \quad (25)$$

其中， r_2 为旋臂长度， M 旋臂质量， ρ 为旋臂和摆杆的密度；

第二步：设计旋转倒立摆迭代反馈整定双闭环控制器；

针对旋转倒立摆的状态空间模型设计双闭环控制器，使用迭代反馈整定算法优化角度PD控制器参数，若 $C(\rho)=[C_r(\rho) \ C_y(\rho)]$ ， $C_r(\rho)$ 、 $C_y(\rho)$ 是线性时不变传递函数， G 是被控对象的传递函数， $u(t)$ 是控制器输出， $r(t)$ 是参考输入， $y(t)$ 是旋转倒立摆系统输出， $v(t)$ 是均值为零的外部随机扰动，PID控制器参数为 $\rho=[K_p \ K_d]$ ，在此基础上反馈控制系统作用下的响应输出为：

$$y(\rho) = \frac{C_r(\rho)G}{1+C_y(\rho)G}r + \frac{1}{1+C_y(\rho)G}v = T_0(\rho)r + S_0(\rho)v \quad (27)$$

为了简化书写，将 $T_0(\rho)$ 、 $S_0(\rho)$ 简写为 T_0 、 S_0 ，定义 y_d 是给定的期望输入信号，则期望输出与实际输出之间的跟踪误差为：

$$\tilde{y}(\rho) = y(\rho) - y_d \quad (28)$$

对于控制器参数为 ρ 的固定结构PID控制器，通过最小化 $\tilde{y}(\rho)$ 以改善反馈控制系统的跟踪控制效果，定义性能优化指标函数 $J(\rho)$ 为：

$$J(\rho) = \frac{1}{2N} \left[\sum_{t=1}^N (L_y \tilde{y}_t(\rho))^2 + \lambda \sum_{t=1}^N (L_u u_t(\rho))^2 \right] \quad (29)$$

其中 L_y 、 L_u 表示基于时间序列的滤波器，通常 $L_y = L_u = 1$ ，采样点个数为 N ，性能度量的权重因子为 λ ；IFT算法是通过最小化性能优化指标函数 $J(\rho)$ 直接求得系统的PID控制器参数 ρ ，然后通过 i 次迭代逐步获取PID控制器参数 ρ 的最优值， ρ_i 为 ρ 在第 i 次迭代中的值，在每个迭代批次中，变量 $y(\rho_i)$ 和 $u(\rho_i)$ 关于控制器参数 ρ_i 的偏导数为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i) &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 y(\rho_i) \right] \\ &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) \right) T_0 r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) T_0 (r - y(\rho_i)) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i) &= S_0 \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) u(\rho_i) \right] \\ &= S_0(\theta) \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\theta) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) \right) r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) (r - u(\rho_i)) \right]\end{aligned}\quad (31)$$

IFT 算法通过在自由度控制系统中进行三次实验，以获得 $T_0 r$ ， $T_0(r-y)$ 的估计值，在三次实验中，前两次用来估计信号 T_0 ，首先在第 i 次迭代中，第一次实验以 $r_i^{(1)}=r$ 为输入的参考信号， $y^{(1)}(\rho_i)$ 为采样得到的控制系统的输出值；其次，以该两信号差值 $r-y^{(1)}(\rho_i)$ 为第二次实验输入的参考信号 $r_i^{(2)}$ ，采样得到 $y^{(2)}(\rho_i)$ ：

$$r_i^{(1)}=r, \quad y^{(1)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(1)} \quad (32)$$

$$r_i^{(2)}=r-y^{(1)}(\rho_i), \quad y^{(2)}(\rho_i)=T_0(r-y^{(1)}(\rho_i)) + S_0 v_i^{(2)} \quad (33)$$

第三次实验用来估计信号 $T_0 r$ ，以 $r_i^{(3)}=r$ 作为输入的参考信号：

$$r_i^{(3)}=r, \quad y^{(3)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(3)} \quad (34)$$

根据三次实验的控制器输出值以及旋转倒立摆系统输出值得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 的无偏估计，同理 $\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)$ 可以也得到：

$$\text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i) \right] \quad (35)$$

$$\text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i) \right]$$

基于实验数据的第 i 次迭代的性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度为：

$$\text{est}\left[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}(\rho_i) \text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] + \lambda u(\rho_i) \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right]) \quad (36)$$

根据性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度以及上一次迭代的PID控制器参数 ρ_i 使用 Gauss-Newton 算法计算下一次迭代更新的 ρ_{i+1} ：

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i R_i^{-1} \text{est}\left[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \quad (37)$$

其中 $\gamma_i > 0$ 表示步长， R_i 为正定 Hessian 矩阵表示优化搜索方向：

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right]^T + \lambda \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right]^T) \quad (38)$$

第三步：迭代反馈整定角度 PD 控制器的收敛性分析；

为保证算法的收敛性，条件 1 是保证性能优化指标函数的估计梯度是无偏的，条件 2 是步长序列 γ_i 要求能够收敛到零，为了保证条件 1，由式(18)到(20)得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 为：

$$est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)y^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(2)}] \quad (39)$$

$$est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)u^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)u^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0 C_y}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(2)}] \quad (40)$$

基于 IFT 算法的实验中设定三次实验的 $v_i^{(m)}, m=1,2,3$ 是同一系统相互独立的零均值有界随机噪声, 即 $|v_i^{(m)}| < C$, 其中假设三次实验中界限值 C 和随机噪声的均方值保持不变, 则得到式(21)和(22)的无偏估计;

条件 2 需要保证算法收敛的条件通常要求步长序列 γ_i 的所有元素满足:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \infty, \quad \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty \quad (41)$$

第四步: 鲁棒迭代反馈整定角度 PD 控制器的进一步优化;

IFT 算法依靠经验选择如 λ 一类的权重值, 但由于各个性能度量之间的物理意义并不相同, 运行环境也不尽一致, 它们之间的取值范围相差巨大, 因此若同时控制多个相同系统, 依靠经验选择的性能度量的权重因子 λ 并不具有普适性, 考虑各个性能度量之间的取值范围, 构建了一个辅助因子 L_i , 辅助因子 L_i 为性能度量之间的取值范围之比:

$$L_i = \frac{y_{d,\max} - y_{d,\min}}{u_{\max} - u_{\min}} \quad (42)$$

在此基础上准则函数 $J(\theta)$ 修改为:

$$J(\theta_i) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [\tilde{y}(\theta_i)^2 + L_i \lambda u(\theta_i)^2] \quad (43)$$

其中, $\tilde{y}(\theta_i)$ 为跟踪误差, $u(\theta_i)$ 为控制器输出,

且 $\partial J(\theta_i)/\partial \theta$ 和近似 Hessian 矩阵 R_i 修改为:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(\theta_i) \frac{\partial e}{\partial \theta}(\theta_i)] + L_i \lambda \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)] \quad (44)$$

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i)^T + L_i \lambda \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)^T) \quad (45)$$

式中 $y_{d,\max}$ 和 $y_{d,\min}$ 为期望输出的最大值与最小值, $u_{\max}$ 和 $u_{\min}$ 表示第 i 次迭代过程中控制信号在所有 N 个采样点中的最大值与最小值; 由于这些值都是在每次迭代结束时给出, 所有的采样点都会被考虑在内, 因而引入辅助因子 L_i 使得权重因子 λ 在不同系统中都代表了当前迭代优化后 $\tilde{y}(\theta_i)$ 与 $u(\theta_i)$ 权重比的最佳范围。

本发明的有益技术效果是:

针对旋转倒立摆实验平台角度 PD 控制器参数进行优化, 迭代反馈整定算法通过三次闭环实验求取 Gauss-Newton 梯度进行参数更新, 能够使得控制系统能够快速响应输入信号的变化从而具有较好的鲁棒性。本发明将迭代设计与数值优化的思想相结合, 将性能指标函数与 I/O 数据联系了起来, 不需要获取模型本身的参数, 避免了优化过程中对被控对象以及扰动特性模型的精确估计的要求。同时贡献出了一种计算指标函数对控制器参数的无偏梯度(也即系统输出微分的无偏信号)的无模型方法, 提高了算法在复杂系统控制上的适用性。

附图说明

图 1 为旋转倒立摆摆动模型示意图。

图 2 为旋转倒立摆迭代反馈整定双闭环控制结构框图。

图 3 为旋转倒立摆实验平台机械结构图。

图 4 为旋转倒立摆实验平台硬件结构图。

图 5 为 DSPACE 总体程序设计图。

图 6 为迭代过程中旋转倒立摆摆杆轨迹、准则函数及控制器参数变化示意图。

图 7 为引入辅助因子 L_i 前后旋转倒立摆跟踪误差示意图。

具体实施方式

下面结合附图对本发明的具体实施方式做进一步说明。

本申请公开了一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法,

第一步: 基于倒立摆机械和硬件结构建立旋转倒立摆的拉格朗日和状态空间模型;

图1为旋转倒立摆摆动模型示意图, 在此基础上进行旋转倒立摆数学模型的构建, 旋转倒立摆系统包括底座、传动装置、摆杆及旋臂, 底座用于保证摆杆摆动时机械结构的稳定; 旋臂末端连接摆杆, 直流电机的旋转通过传动装置带动摆杆的运动; 旋臂的角度及角速度则通过直流电机自带的增量式旋转编码器获取; 通过联轴器连接增量式旋转编码器与摆杆, 带动增量式旋转编码器旋转从而获取摆杆的角度及角速度; 在构建旋转倒立摆的动力学模型中, 忽略空气阻力、摩擦力及微小项以简化建模过程, 把旋臂及摆杆视为均匀的长杆, 设摆杆处于稳定竖立时旋转倒立摆系统的势能为零。结合表1所示, 旋转倒立摆各物理量的含义为:

表 1 旋转倒立摆各物理量意义

符号(单位)	物理意义	符号(单位)	物理意义
$r_1(\text{m})$	旋转中心距离摆杆连接点处	$m(\text{kg})$	摆杆质量
$r_2(\text{m})$	旋臂长度	$M(\text{kg})$	旋臂质量
$L(\text{m})$	摆杆长度	$K_T(\text{N} \cdot \text{m}/\text{A})$	电机转矩系数
$\alpha(\text{rad})$	摆杆偏离直立位置角度	$K_E(\text{V} \cdot \text{s}/\text{r})$	电机转速系数
$\beta(\text{rad})$	旋臂旋转角度	$R(\Omega)$	电枢电阻
$\dot{\alpha}(\text{rad}/\text{s})$	摆杆角速度	$g(\text{m}/\text{s}^2)$	重量加速度
$\dot{\beta}(\text{rad}/\text{s})$	旋臂角速度	K_g	旋臂与电机的齿轮比
η_g	齿轮传动效率	η_d	电机效率
$U(\text{V})$	电机电压	$J_1(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	摆杆的转动惯量
$J_2(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	旋臂的转动惯量	$B_{eq}(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad})$	等效粘性摩擦
$T_{\text{output}}(\text{N} \cdot \text{m})$	电机输出转矩	$V(\text{J})$	电机转矩系数
$H(\text{J})$	系统整体势能	E	拉格朗日函数

摆杆偏离直立位置角度 α 时,旋臂通过旋转 β 带动摆杆趋于直立位置,因此旋臂末端速度 v_m 为:

$$v_m = r_1 \dot{\beta} \quad (1)$$

其中, r_1 为旋臂旋转中心到与摆杆连接点的距离, $\dot{\beta}$ 为旋臂旋转时角速度;

由于摆杆为均匀长杆,视摆杆为一质点则得到摆杆转动速度为 v_z 为:

$$v_z = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \quad (2)$$

其中, L 为摆杆长度, $\dot{\alpha}$ 为摆杆旋转时角速度;

将摆杆转动速度 v_z 在旋臂末端速度 v_m 垂直方向进行分解,并以摆杆旋转平面与地面水平方向速度 v_r 所指方向为正方向,得到:

$$v_r = v_z \cos \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_u = v_z \sin \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \sin \alpha \quad (4)$$

在旋臂末端速度 v_m 和地面水平方向速度 v_r 的共同作用下,摆杆在水平方向上的速度 v_b 为:

$$v_b = v_r - v_m = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha - r_1 \dot{\beta} \quad (5)$$

摆杆的动能包含有旋转产生的转动动能以及在水平方向上移动产生的动能,另外旋转倒立摆系统整体动能还包含有直流电机带动的旋臂的动能,因此得到旋

转倒立摆系统的整体动能 V ，令 J_1 为摆杆的转动惯量， J_2 为旋臂的转动惯量， m 为摆杆质量，并将式（4）及（5）带入得到：

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m(v_b^2 + v_u^2) \\ &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m[(\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\cos\alpha - r_1\dot{\beta})^2 + (\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\sin\alpha)^2] \\ &= \frac{1}{2}(J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha \end{aligned} \quad (6)$$

摆杆直立时设为零势能点， H 为旋转倒立摆系统整体势能， E 为拉格朗日函数，则偏转 α 角度后势能降为：

$$H = \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \quad (7)$$

拉格朗日函数 E 为：

$$\begin{aligned} E &= V - H \\ &= \frac{1}{2}(J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \end{aligned} \quad (8)$$

可知旋臂旋转带动摆杆运动，无外界能力输入，令 T_{output} 为电机输出转矩， B_{eq} 为等效粘性摩擦，得到拉格朗日方程为：

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial E}{\partial \dot{\alpha}}) - \frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial E}{\partial \dot{\beta}}) - \frac{\partial E}{\partial \beta} = T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \quad (10)$$

式（8）带入式（9）及（10）得到旋转倒立摆的非线性模型：

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha &= T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \end{aligned} \quad (11)$$

从在式（11）得到的旋转倒立摆的非线性模型中，其输入为直流电机转矩，但通常情况下以直流电机电压为控制输入，因此接下来对直流电机进行建模，最终建立以直流电机电压为输入的倒立摆非线性模型：

令 I_d 为直流电机电流， E_d 为反电动势，并考虑传动装置的效率和齿轮比值， K_T 为电机转矩系数， K_E 为电机转速系数， K_g 为旋臂与直流电机的齿轮比， η_g 为齿轮传动效率， η_d 为电机效率， U 为直流电机电压， R 为电枢电阻，得到：

$$U = E_d + I_d R = K_E K_g \dot{\beta} \quad (12)$$

$$T_{output} = \eta_d \eta_g K_g K_T I_d \quad (13)$$

将式 (12)、(13) 带入式 (11) 中, 得到以直流电机电压为输入的倒立摆非线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (14)$$

为了进一步建立旋转倒立摆的状态空间模型, 需要将倒立摆非线性模型进行线性化, 注意到摆杆在稳摆控制中处于直立状态, 因此摆杆角度较小, 此时存在 $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$, 则得到旋转倒立摆线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mgL\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha} + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (15)$$

接下来以旋转倒立摆线性模型为基础来建立旋转倒立摆的状态空间模型, 为了简化书写设置如下定义:

$$a = J_1 + \frac{1}{4}mL^2 \quad (16)$$

$$b = J_2 + mr_1^2 \quad (17)$$

$$c = \frac{1}{2}mr_1L \quad (18)$$

$$d = \frac{1}{2}mgL\alpha \quad (19)$$

$$e = \frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq} \quad (20)$$

$$f = \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R} \quad (21)$$

将式 (16) 至 (21) 带入式 (15) 解得 $\ddot{\alpha}$ 与 $\ddot{\beta}$ 为:

$$\ddot{\alpha} = \frac{bd\alpha - ec\dot{\beta} + fcU}{ab - c^2} \quad (22)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{cd\alpha - ae\dot{\beta} + afU}{ab - c^2} \quad (23)$$

选取状态向量 $[\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \beta \quad \dot{\beta}]$, 其中 β 为旋臂旋转角度, 输入为直流电机电压 U , 得到旋转倒立摆的状态空间模型为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{bd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ec}{ab-c^2} \\ \frac{cd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ae}{ab-c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{fc}{ab-c^2} \\ \frac{af}{ab-c^2} \end{bmatrix} U \quad (24)$$

其中由于摆杆及旋臂视为均匀长杆，则其转动惯量 J_1 、 J_2 可以得出：

$$J_1 = \int r^2 dm = \int_0^L \rho r^2 dr = \frac{1}{3} mL^2$$

$$J_2 = \int r^2 dM = \int_{-r_2}^{-r_1} \rho r^2 dr = \frac{1}{3} M(r_1^2 - r_2^2) \quad (25)$$

其中， r_2 为旋臂长度， M 旋臂质量， ρ 为旋臂和摆杆的密度。

将如表 2 所示的倒立摆实际参数值带入式 (16) 至 (25)，得到旋转倒立摆的具体状态空间模型如下所示：

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 30.3442 & 0 & 0 & -1.8815 \\ 8.5646 & 0 & 0 & -3.6473 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.9199 \\ 7.5985 \end{bmatrix} U \quad (26)$$

根据该状态空间模型，由李雅普诺夫判据及秩判据可以得到旋转倒立摆是一个不稳定的但完全能控能观的系统，因此能够通过控制直流电动机电压对旋臂的角度、角速度和摆杆的角度、角速度进行控制，并且这些参数是完全可以观测的。

表 2：旋转倒立摆各实际参数

物理量	数值	单位	物理量	数值	单位
r_1	0.324	m	R	0.9	Ω
r_2	0.195	m	g	9.8	m/s^2
L	0.324	m	η_g	1	
m	0.098	kg	η_d	0.9	
M	1.278	kg	B_{eq}	0.004	$N \cdot m \cdot s / rad$
K_T	0.07113	$N \cdot m / A$	r_1	0.324	m
K_E	0.48	$V \cdot s / r$	r_2	0.195	m
K_g	1		L	0.324	m

第二步：设计旋转倒立摆迭代反馈整定双闭环控制器；

结合图2所示，针对旋转倒立摆的状态空间模型设计双闭环控制器，使用迭

代反馈整定算法优化角度PD控制器参数, 若 $C(\rho)=[C_r(\rho) \ C_y(\rho)]$, $C_r(\rho)$ 、 $C_y(\rho)$ 是线性时不变传递函数, G 是被控对象的传递函数, $u(t)$ 是控制器输出, $r(t)$ 是参考输入, $y(t)$ 是旋转倒立摆系统输出, $v(t)$ 是均值为零的外部随机扰动, PID 控制器参数为 $\mathbf{p}=[K_p \ K_d]$, 在此基础上反馈控制系统作用下的响应输出为:

$$y(\rho) = \frac{C_r(\rho)G}{1+C_y(\rho)G}r + \frac{1}{1+C_y(\rho)G}v = T_0(\rho)r + S_0(\rho)v \quad (27)$$

为了简化书写, 将 $T_0(\rho)$ 、 $S_0(\rho)$ 简写为 T_0 、 S_0 , 定义 y_d 是给定的期望输入信号, 则期望输出与实际输出之间的跟踪误差为:

$$\tilde{y}(\rho) = y(\rho) - y_d \quad (28)$$

对于控制器参数为 ρ 的固定结构 PID 控制器, 通过最小化 $\tilde{y}(\rho)$ 以改善反馈控制系统的跟踪控制效果, 定义性能优化指标函数 $J(\rho)$ 为:

$$J(\rho) = \frac{1}{2N} \left[\sum_{i=1}^N (L_y \tilde{y}_i(\rho))^2 + \lambda \sum_{i=1}^N (L_u u_i(\rho))^2 \right] \quad (29)$$

其中 L_y 、 L_u 表示基于时间序列的滤波器, 通常 $L_y = L_u = 1$, 采样点个数为 N , 性能度量的权重因子为 λ ; IFT 算法是通过最小化性能优化指标函数 $J(\rho)$ 直接求得系统的 PID 控制器参数 ρ , 然后通过 i 次迭代逐步获取 PID 控制器参数 ρ 的最优值, ρ_i 为 ρ 在第 i 次迭代中的值, 在每个迭代批次中, 变量 $y(\rho_i)$ 和 $u(\rho_i)$ 关于控制器参数 ρ_i 的偏导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i) &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 y(\rho_i) \right] \\ &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) \right) T_0 r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) T_0 (r - y(\rho_i)) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i) &= S_0 \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) u(\rho_i) \right] \\ &= S_0(\theta) \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\theta) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) \right) r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) (r - u(\rho_i)) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

IFT 算法通过在自由度控制系统中进行三次实验, 以获得 $T_0 r$, $T_0(r-y)$ 的估计值, 在三次实验中, 前两次用来估计信号 T_0 , 首先在第 i 次迭代中, 第一次实验以 $r_i^{(1)}=r$ 为输入的参考信号, $y^{(1)}(\rho_i)$ 为采样得到的控制系统的输出值; 其次, 以该两信号差值 $r-y^{(1)}(\rho_i)$ 为第二次实验输入的参考信号 $r_i^{(2)}$, 采样得到 $y^{(2)}(\rho_i)$:

$$r_i^{(1)}=r, \ y^{(1)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(1)} \quad (32)$$

$$r_i^{(2)}=r-y^{(1)}(\rho_i), \ y^{(2)}(\rho_i)=T_0 (r-y^{(1)}(\rho_i)) + S_0 v_i^{(2)} \quad (33)$$

第三次实验用来估计信号 $T_0 r$, 以 $r_i^{(3)}=r$ 作为输入的参考信号:

$$r_i^{(3)}=r, \ y^{(3)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(3)} \quad (34)$$

根据三次实验的控制器输出值以及旋转倒立摆系统输出值得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 的无偏估计, 同理 $\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)$ 可以也得到:

$$est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i)] \quad (35)$$

$$est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i)]$$

基于实验数据的第 i 次迭代的性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度为:

$$est[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}(\rho_i) est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] + \lambda u(\rho_i) est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)]) \quad (36)$$

根据性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度以及上一次迭代的PID控制器参数 ρ_i 使用 Gauss-Newton 算法计算下一次迭代更新的 ρ_{i+1} :

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i R_i^{-1} est[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)] \quad (37)$$

其中 $\gamma_i > 0$ 表示步长, R_i 为正定 Hessian 矩阵表示优化搜索方向:

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)]^T + \lambda est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)] est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)]^T) \quad (38)$$

为了设计稳摆控制器以维持摆杆稳定直立, 首先对摆杆角度设计一个闭环, 直立状态作为动态平衡, 不需要积分控制, 但加入微分控制提高角度变化率大时的调控速度, 最终对摆杆角度采用 PD 控制器; 摆杆稳定直立时旋臂应该保持静止, 因此再次添加一个闭环对旋臂位置进行控制, 基于位置是速度的积分, 因此旋臂速度采用 PI 控制器; 由于速度的闭环是角度控制的一个干扰量, PI 控制器对角度控制的影响需要降低, 因此迭代反馈整定算法被用于稳摆过程中旋转倒立摆角度 PD 控制器参数的整定优化。

将推导出来的式 (26) 旋转倒立摆具体状态空间模型作为控制系统未知的不确定被控对象, 通过获得增量式旋转编码器采集到的摆杆实际角度与给定角度的跟踪误差, 设计角度 IFT-PD 控制器用以输出直流电机电压。

本申请中, 旋转倒立摆的起摆控制采用旋臂位置反馈以及摆杆的速度反馈实现, 旋臂的位置反馈限制摆杆在期望位置周边进行摆动, 而摆杆的速度反馈则使摆杆的摆角幅度逐渐变大。

第三步: 迭代反馈整定角度 PD 控制器的收敛性分析;

为保证算法的收敛性, 条件 1 是保证性能优化指标函数的估计梯度是无偏的, 条件 2 是步长序列 γ_i 要求能够收敛到零, 为了保证条件 1, 由式(18)到(20)

得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 为：

$$est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) v_i^{(2)}] \quad (39)$$

$$est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) u^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) u^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0 C_y}{C_r(\rho_i)} [\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) v_i^{(2)}] \quad (40)$$

基于 IFT 算法的实验中设定三次实验的 $v_i^{(m)}, m=1,2,3$ 是同一系统相互独立的零均值有界随机噪声，即 $|v_i^{(m)}| < C$ ，其中假设三次实验中界限值 C 和随机噪声的均方值保持不变，则得到式(21)和(22)的无偏估计：

条件 2 需要保证算法收敛的条件通常要求步长序列 γ_i 的所有元素满足：

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \infty, \quad \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty \quad (41)$$

这些收敛条件的基本要求是在整个优化迭代过程中参考输入信号 $r(t)$ 始终保持有界。虽然确定更新方向的矩阵 $\mathbf{R}_i$ 不会影响 IFT 的收敛能力，但理想选择是通过 Gauss-Newton 方向来加速收敛速度。因此使用 Gauss-Newton 优化算法可以保证算法的收敛性，使得设计的 IFT 算法能够很快覆盖到一个固定的优化点。该结论除了时不变性条件外，对系统的性质没有任何假设，因此结论适用于简单的 PID 控制器或者更复杂的控制器。

第四步：引入辅助因子对鲁棒迭代反馈整定角度 PD 控制器的进一步优化；

IFT 算法依靠经验选择如 λ 一类的权重值，但由于各个性能度量之间的物理意义并不相同，运行环境也不尽一致，它们之间的取值范围相差巨大，因此若同时控制多个相同系统，依靠经验选择的性能度量的权重因子 λ 并不具有普适性，考虑各个性能度量之间的取值范围，构建了一个辅助因子 L_i ，辅助因子 L_i 为性能度量之间的取值范围之比：

$$L_i = \frac{y_{d,\max} - y_{d,\min}}{u_{\max} - u_{\min}} \quad (42)$$

在此基础上准则函数 $J(\theta)$ 修改为：

$$J(\theta_i) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [\tilde{y}(\theta_i)^2 + L_i \lambda u(\theta_i)^2] \quad (43)$$

其中， $\tilde{y}(\theta_i)$ 为跟踪误差， $u(\theta_i)$ 为控制器输出，

且 $\partial J(\theta_i) / \partial \theta$ 和近似 Hessian 矩阵 R_i 修改为：

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(\theta_i) \frac{\partial e}{\partial \theta}(\theta_i)] + L_i \lambda \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)] \quad (44)$$

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i)^T + L_i \lambda \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)^T \right) \quad (45)$$

式中 $y_{d,\max}$ 和 $y_{d,\min}$ 为期望输出的最大值与最小值, $u_{\max}$ 和 $u_{\min}$ 表示第 i 次迭代过程中控制信号在所有 N 个采样点中的最大值与最小值; 由于这些值都是在每次迭代结束时给出, 所有的采样点都会被考虑在内, 因而引入辅助因子 L_i 使得权重因子 λ 在不同系统中都代表了当前迭代优化后 $\tilde{y}(\theta_i)$ 与 $u(\theta_i)$ 权重比的最佳范围。

图 3 是旋转倒立摆实验平台的机械结构, 包含底座、传动装置、直流电机、摆杆及旋臂等部分, 图 4 为旋转倒立摆实验平台硬件结构图, 旋转倒立摆的硬件结构由 DSPACE 可编程控制器、IR2104 直流电机驱动板、ETS25 绝对式旋转编码器、50V/4.9A 的直流电机及与 ETS25 进行 SPI 通信的 STM32 板组成。DSPACE 发出 PWM 信号给 IR2104 直流电机驱动板, 而 IR2104 直流电机驱动板根据 PWM 控制直流电机的电压及转向, 进一步 DSPACE 读取电机的位置及转速且电机通过传动带带动旋臂进行旋转, 摆杆通过联轴器带动旋转编码器旋转, 最后摆杆的位置及速度通过 SPI 由 STM32 最小系统读取, 并通过串口发送至 DSPACE。

DSPACE 实时仿真系统是由德国 DSPACE 公司开发的一套基于 MATLAB/Simulink 的控制系统在实时环境下的开发及测试工作平台, 它可以和 MATLAB/Simulink 进行无缝衔接。在本申请中, 所采用的 DSPACE 的型号为 DS1104, 它是一个基于 PowerPC603 浮点处理器的实时控制系统, 运行频率可达 250MHz。为了满足对于一些高级 I/O 口的需求, 该型号包括了一个基于 TMS320F204DSP 微控制器的从 DSP 子系统。为了快速控制原型 (RCP), 特定的接口连接器和连接器面板可以方便地访问 DSPACE 的所有输入和输出信号。

本申请还提供了基于 DSPACE 旋转倒立摆软件和硬件的具体设计:

基于迭代反馈整定的旋转倒立摆双闭环控制具体的鲁棒优化方案如下:

- 1) 针对旋转倒立摆线性模型 (15), 设定该摆杆初始角度 θ_0 , 初始控制信号 Δu_0 , 期望轨迹 y_d , 采样周期 ΔT 。
- 2) 选择角度 PD 控制器最初的参数 ρ_1 并根据式 (17) 设计性能优化指标 $J(\rho_i)$, 给定一个阈值 $J_{\max}$ 。
- 3) 进行三次旋转倒立摆摆动实验, 实验的三次输入分别为: $r_i^{(1)} = y_d$ 、 $r_i^{(2)} = y^{(1)}(\rho_i)$ 、 $r_i^{(3)} = y_d$, 第一次实验所得 $y^{(1)}(\rho_i)$ 作为第二次实验的参考输入, 第二次和第三次

实验获取控制器输入值 $u^{(2)}(\rho_i)$ 、 $u^{(3)}(\rho_i)$ 和系统输出值 $y^{(2)}(\rho_i)$ 、 $y^{(3)}(\rho_i)$ 来计算控制器参数的梯度。

- 4) 运用第二、三次实验的结果根据式(21)和(22)计算估计梯度 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$, $\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)$, 引入因子 K_i 获取权重因子 λ 的值并在式(30)基础上求取 Hessian 阵 $\mathbf{R}_i$ 。
- 5) 判断系统性能优化指标 $J(\rho_i)$ 是否小于 $J_{\max}$, 若小于则转 6) 结束, 否则重新执行步骤 3)。
- 6) 结束;

为了实现直流电机的调速及正反转, 本专利采用了直流电机的典型控制电路——H 桥式驱动电路。通过控制 MOS 管的导通及关断, 改变电机电压的大小及电流的方向, 实现对于直流电机的控制。

旋转倒立摆系统中的摆杆角度及速度的采集通过一款 SPI 信号发送数据的旋转编码器 ETS25。在本次设计中, 采用一块 STM32 最小系统作为中介, 即通过 STM32 板与 ETS25 通信, 再通过 RS232 串口通信将编码器信号发送给 DSPACE。旋转编码器 ETS25 所使用的 SPI 信号数据线仅有一根, 并需要 5V 进行上拉以提供高电平, 而对于传感器来说属于从设备, 因此与 STM32 单片机的 MOSI 相连。旋臂角度及速度的获取通过直流电机自带的霍尔传感器进行检测。由于 DSPACE 上集成了此类传感器的读取程序, 因此, 对于旋臂角度及速度的读取相对简单。

图 5 为 DSPACE 总体程序设计图, 本申请中倒立摆的摆杆初始角度 θ_0 为 0.1rad, PD 控制器增益为 $\theta = [150 \ 45]$, 将其作为 θ_1 , 导入基于 DSPACE 的旋转倒立摆双闭环控制系统中以获取摆杆的轨迹采样数据, 并将这些数据在 MATLAB 中进行离线运算进而更新 PD 控制器。随着迭代次数逐步增加, 在此基础上检验 IFT 算法的优化效果。其中迭代数 $i=1$ 、 $i=3$ 及 $i=20$ 的旋转倒立摆摆杆的轨迹如图 6(a)所示, 并在这些迭代次数下准则函数 $J(\theta_i)$ 、 k_P 以及 k_D 的变化情况如图 6(b)、(c)、(d)所示, 看出随着 IFT 算法的不断迭代, 摆杆角度的控制效果得到了明显的改善, 对应的准则函数 $J(\theta_i)$ 的变化趋势表明输入输出误差随着迭代进行逐渐减小, PD 控制器参数 θ_i 也最终收敛至 $\theta_{20} = [325 \ 45.7]$ 。进一步为此分别选取 $\lambda_1=10^{-4}$ 和 $\lambda_2=10^{-5}$, 然后引入随批次变化的辅助因子 L_i , 引入辅助因子 L_i 前后旋转倒立摆跟踪误差为图 7 所示, 旋转倒立摆跟踪误差随着迭代过程的进行稳步下降, 并且在引入辅助因子 L_i 后, 跟踪误差进一步减小, 表明系统

的整体控制性能进一步提升。

以上所述的仅是本申请的优选实施方式，本发明不限于以上实施例。可以理解，本领域技术人员在不脱离本发明的精神和构思的前提下直接导出或联想到的其他改进和变化，均应认为包含在本发明的保护范围之内。

权 利 要 求 书

1、一种旋转倒立摆的迭代反馈整定控制及其鲁棒优化方法，其特征在于，所述方法包括：

第一步：建立旋转倒立摆的拉格朗日和状态空间模型；

旋转倒立摆系统包括底座、传动装置、摆杆及旋臂，所述底座用于保证所述摆杆摆动时机械结构的稳定；旋臂末端连接所述摆杆，直流电机的旋转通过所述传动装置带动所述摆杆的运动；所述旋臂的角度及角速度则通过所述直流电机自带的增量式旋转编码器获取；通过联轴器连接所述增量式旋转编码器与所述摆杆，带动所述增量式旋转编码器旋转从而获取所述摆杆的角度及角速度；在构建所述旋转倒立摆的动力学模型中，忽略空气阻力、摩擦力及微小项以简化建模过程，把所述旋臂及摆杆视为均匀的长杆，设所述摆杆处于稳定竖立时所述旋转倒立摆系统的势能为零；

所述摆杆偏离直立位置角度 α 时，所述旋臂通过旋转 β 带动所述摆杆趋于直立位置，因此旋臂末端速度 v_m 为：

$$v_m = r_1 \dot{\beta} \quad (1)$$

其中， r_1 为旋臂旋转中心到与摆杆连接点的距离， $\dot{\beta}$ 为旋臂旋转时角速度；

由于所述摆杆为均匀长杆，视所述摆杆为一质点则得到摆杆转动速度为 v_z 为：

$$v_z = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \quad (2)$$

其中， L 为摆杆长度， $\dot{\alpha}$ 为摆杆旋转时角速度；

将所述摆杆转动速度 v_z 在所述旋臂末端速度 v_m 垂直方向进行分解，并以摆杆旋转平面与地面水平方向速度 v_r 所指方向为正方向，得到：

$$v_r = v_z \cos \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_u = v_z \sin \alpha = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \sin \alpha \quad (4)$$

在所述旋臂末端速度 v_m 和地面水平方向速度 v_r 的共同作用下，所述摆杆在水平方向上的速度 v_b 为：

$$v_b = v_r - v_m = \frac{1}{2} L \dot{\alpha} \cos \alpha - r_1 \dot{\beta} \quad (5)$$

所述摆杆的动能包含有旋转产生的转动动能以及在水平方向上移动产生的动能，另外所述旋转倒立摆系统整体动能还包含有所述直流电机带动的所述旋臂

的动能，因此得到所述旋转倒立摆系统的整体动能 V ，令 J_1 为摆杆的转动惯量， J_2 为旋臂的转动惯量， m 为摆杆质量，并将式（4）及（5）带入得到：

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m(v_b^2 + v_u^2) \\ &= \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\cos\alpha - r_1\dot{\beta}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}L\dot{\alpha}\sin\alpha\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{2}\left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha \end{aligned} \quad (6)$$

所述摆杆直立时设为零势能点， H 为所述旋转倒立摆系统整体势能， E 为拉格朗日函数，则偏转 α 角度后势能降为：

$$H = \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \quad (7)$$

拉格朗日函数 E 为：

$$\begin{aligned} E &= V - H \\ &= \frac{1}{2}\left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + mr_1^2)\dot{\beta}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}mr_1L\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL(\cos\alpha - 1) \end{aligned} \quad (8)$$

可知旋臂旋转带动所述摆杆运动，无外界能力输入，令 T_{output} 为电机输出转矩， B_{eq} 为等效粘性摩擦，得到拉格朗日方程为：

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\beta}}\right) - \frac{\partial E}{\partial \beta} = T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \quad (10)$$

式（8）带入式（9）及（10）得到旋转倒立摆的非线性模型：

$$\begin{aligned} \left(J_1 + \frac{1}{4}mL^2\right)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha &= T_{output} - B_{eq}\dot{\beta} \end{aligned} \quad (11)$$

从在式（11）得到的所述旋转倒立摆的非线性模型中，其输入为直流电机转矩，但通常情况下以直流电机电压为控制输入，因此接下来对所述直流电机进行建模，最终建立以所述直流电机电压为输入的倒立摆非线性模型；

令 I_d 为直流电机电流， E_d 为反电动势，并考虑所述传动装置的效率和齿轮比值， K_T 为电机转矩系数， K_E 为电机转速系数， K_g 为旋臂与直流电机的齿轮比， η_g 为齿轮传动效率， η_d 为电机效率， U 为所述直流电机电压， R 为电枢电阻，得到：

$$U = E_d + I_d R = K_E K_g \dot{\beta} \quad (12)$$

$$T_{output} = \eta_d \eta_g K_g K_T I_d \quad (13)$$

将式 (12)、(13) 带入式 (11) 中, 得到以所述直流机电压为输入的所述倒立摆非线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta}\cos\alpha - \frac{1}{2}mgL\sin\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha}\cos\alpha + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (14)$$

为了进一步建立旋转倒立摆的状态空间模型, 需要将所述倒立摆非线性模型进行线性化, 注意到所述摆杆在稳摆控制中处于直立状态, 因此摆杆角度较小, 此时存在 $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$, 则得到旋转倒立摆线性模型为:

$$\begin{aligned} (J_1 + \frac{1}{4}mL^2)\ddot{\alpha} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mgL\alpha &= 0 \\ (J_1 + mr_1^2)\ddot{\beta} - \frac{1}{2}mr_1L\ddot{\alpha} + (\frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq})\dot{\beta} &= \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R}U \end{aligned} \quad (15)$$

接下来以所述旋转倒立摆线性模型为基础来建立所述旋转倒立摆的状态空间模型, 为了简化书写设置如下定义:

$$a = J_1 + \frac{1}{4}mL^2 \quad (16)$$

$$b = J_2 + mr_1^2 \quad (17)$$

$$c = \frac{1}{2}mr_1L \quad (18)$$

$$d = \frac{1}{2}mgL\alpha \quad (19)$$

$$e = \frac{\eta_d\eta_gK_TK_EK_g^2}{R} + B_{eq} \quad (20)$$

$$f = \frac{\eta_d\eta_gK_gK_T}{R} \quad (21)$$

将式 (16) 至 (21) 带入式 (15) 解得 $\ddot{\alpha}$ 与 $\ddot{\beta}$ 为:

$$\ddot{\alpha} = \frac{bd\alpha - ec\dot{\beta} + fcU}{ab - c^2} \quad (22)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{cd\alpha - ae\dot{\beta} + afU}{ab - c^2} \quad (23)$$

选取状态向量 $[\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \beta \quad \dot{\beta}]$, 其中 β 为旋臂旋转角度, 输入为所述直流机电压 U , 得到所述旋转倒立摆的状态空间模型为:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{bd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ec}{ab-c^2} \\ \frac{cd}{ab-c^2} & 0 & 0 & -\frac{ae}{ab-c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{fc}{ab-c^2} \\ \frac{af}{ab-c^2} \end{bmatrix} U \quad (24)$$

其中由于所述摆杆及旋臂视为均匀长杆, 则其转动惯量 J_1 、 J_2 可以得出:

$$J_1 = \int r^2 dm = \int_0^L \rho r^2 dr = \frac{1}{3} mL^2$$

$$J_2 = \int r^2 dM = \int_{-r_2}^{-r_1} \rho r^2 dr = \frac{1}{3} M(r_1^2 - r_2^2) \quad (25)$$

其中, r_2 为旋臂长度, M 旋臂质量, ρ 为旋臂和摆杆的密度;

第二步: 设计旋转倒立摆迭代反馈整定双闭环控制器;

针对所述旋转倒立摆的状态空间模型设计所述双闭环控制器, 使用迭代反馈整定算法优化角度PD控制器参数, 若 $C(\rho) = [C_r(\rho) \ C_y(\rho)]$, $C_r(\rho)$ 、 $C_y(\rho)$ 是线性时不变传递函数, G 是被控对象的传递函数, $u(t)$ 是控制器输出, $r(t)$ 是参考输入, $y(t)$ 是所述旋转倒立摆系统输出, $v(t)$ 是均值为零的外部随机扰动, PID 控制器参数为 $\mathbf{p} = [K_p \ K_d]$, 在此基础上反馈控制系统作用下的响应输出为:

$$y(\rho) = \frac{C_r(\rho)G}{1+C_y(\rho)G}r + \frac{1}{1+C_y(\rho)G}v = T_0(\rho)r + S_0(\rho)v \quad (27)$$

为了简化书写, 将 $T_0(\rho)$ 、 $S_0(\rho)$ 简写为 T_0 、 S_0 , 定义 y_d 是给定的期望输入信号, 则期望输出与实际输出之间的跟踪误差为:

$$\tilde{y}(\rho) = y(\rho) - y_d \quad (28)$$

对于控制器参数为 ρ 的固定结构 PID 控制器, 通过最小化 $\tilde{y}(\rho)$ 以改善所述反馈控制系统的跟踪控制效果, 定义性能优化指标函数 $J(\rho)$ 为:

$$J(\rho) = \frac{1}{2N} \left[\sum_{t=1}^N (L_y \tilde{y}_t(\rho))^2 + \lambda \sum_{t=1}^N (L_u u_t(\rho))^2 \right] \quad (29)$$

其中 L_y 、 L_u 表示基于时间序列的滤波器, 通常 $L_y = L_u = 1$, 采样点个数为 N , 性能度量的权重因子为 λ ; IFT 算法是通过最小化所述性能优化指标函数 $J(\rho)$ 直接求得系统的所述 PID 控制器参数 ρ , 然后通过 i 次迭代逐步获取所述 PID 控制器参数 ρ 的最优值, ρ_i 为 ρ 在第 i 次迭代中的值, 在每个迭代批次中, 变量 $y(\rho_i)$ 和 $u(\rho_i)$ 关于控制器参数 ρ_i 的偏导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i) &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) T_0 y(\rho_i) \right] \\ &= \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) \right) T_0 r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\rho_i) T_0 (r - y(\rho_i)) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i) &= S_0 \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) r - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) u(\rho_i) \right] \\ &= S_0(\theta) \left[\left(\frac{\partial C_r}{\partial \theta}(\theta) - \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) \right) r + \frac{\partial C_y}{\partial \theta}(\theta) (r - u(\rho_i)) \right]\end{aligned}\quad (31)$$

所述 IFT 算法通过在自由度控制系统中进行三次实验, 以获得 $T_0 r$, $T_0(r-y)$ 的估计值, 在三次实验中, 前两次用来估计信号 T_0 , 首先在第 i 次迭代中, 第一次实验以 $r_i^{(1)}=r$ 为输入的参考信号, $y^{(1)}(\rho_i)$ 为采样得到的控制系统的输出值; 其次, 以两信号差值 $r-y^{(1)}(\rho_i)$ 为第二次实验输入的参考信号 $r_i^{(2)}$, 采样得到 $y^{(2)}(\rho_i)$:

$$r_i^{(1)}=r, \quad y^{(1)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(1)} \quad (32)$$

$$r_i^{(2)}=r-y^{(1)}(\rho_i), \quad y^{(2)}(\rho_i)=T_0 (r-y^{(1)}(\rho_i)) + S_0 v_i^{(2)} \quad (33)$$

第三次实验用来估计信号 $T_0 r$, 以 $r_i^{(3)}=r$ 作为输入的参考信号:

$$r_i^{(3)}=r, \quad y^{(3)}(\rho_i)=T_0 r + S_0 v_i^{(3)} \quad (34)$$

根据三次实验的控制器输出值以及所述旋转倒立摆系统输出值得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 的无偏估计, 同理 $\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)$ 可以也得到:

$$\text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i) \right] \quad (35)$$

$$\text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{C_r(\rho_i)} \left[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i) y^{(2)}(\rho_i) \right]$$

基于实验数据的第 i 次迭代的所述性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度为:

$$\text{est}\left[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)\right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}(\rho_i) \text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] + \lambda u(\rho_i) \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right]) \quad (36)$$

根据所述性能优化指标函数 $J(\rho_i)$ 的估计梯度以及上一次迭代的所述 PID 控制器参数 ρ_i 使用 Gauss-Newton 算法计算下一次迭代更新的 ρ_{i+1} :

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i R_i^{-1} \text{est}\left[\frac{\partial J}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \quad (37)$$

其中 $\gamma_i > 0$ 表示步长, R_i 为正定 Hessian 矩阵表示优化搜索方向:

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \text{est}\left[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)\right]^T + \lambda \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right] \text{est}\left[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)\right]^T) \quad (38)$$

第三步: 迭代反馈整定角度 PD 控制器的收敛性分析;

为保证算法的收敛性, 条件 1 是保证所述性能优化指标函数的估计梯度是无偏的, 条件 2 是步长序列 γ_i 要求能够收敛到零, 为了保证条件 1, 由式(18)

到(20)得到 $\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)$ 为:

$$est[\frac{\partial y}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)y^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)y^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(2)}] \quad (39)$$

$$est[\frac{\partial u}{\partial \rho}(\rho_i)] = \frac{1}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)u^{(3)}(\rho_i) - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)u^{(2)}(\rho_i)] + \frac{S_0 C_y}{C_r(\rho_i)}[\frac{\partial C_r}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(3)} - \frac{\partial C_y}{\partial \rho}(\rho_i)v_i^{(2)}] \quad (40)$$

基于所述 IFT 算法的实验中设定三次实验的 $v_i^{(m)}, m=1,2,3$ 是同一系统相互独立的零均值有界随机噪声, 即 $|v_i^{(m)}| < C$, 其中假设三次实验中界限值 C 和随机噪声的均方值保持不变, 则得到式(21)和(22)的无偏估计;

条件 2 需要保证算法收敛的条件通常要求所述步长序列 γ_i 的所有元素满足:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \infty, \quad \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty \quad (41)$$

第四步: 鲁棒迭代反馈整定角度 PD 控制器的进一步优化;

所述 IFT 算法依靠经验选择如 λ 一类的权重值, 但由于各个所述性能度量之间的物理意义并不相同, 运行环境也不尽一致, 它们之间的取值范围相差巨大, 因此若同时控制多个相同系统, 依靠经验选择的所述性能度量的权重因子 λ 并不具有普适性, 考虑各个所述性能度量之间的取值范围, 构建了一个辅助因子 L_i , 所述辅助因子 L_i 为所述性能度量之间的取值范围之比:

$$L_i = \frac{y_{d,\max} - y_{d,\min}}{u_{\max} - u_{\min}} \quad (42)$$

在此基础上准则函数 $J(\theta)$ 修改为:

$$J(\theta_i) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [\tilde{y}(\theta_i)^2 + L_i \lambda u(\theta_i)^2] \quad (43)$$

其中, $\tilde{y}(\theta_i)$ 为跟踪误差, $u(\theta_i)$ 为控制器输出,

且 $\partial J(\theta_i)/\partial \theta$ 和近似 Hessian 矩阵 R_i 修改为:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(\theta_i) \frac{\partial e}{\partial \theta}(\theta_i)] + L_i \lambda \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)] \quad (44)$$

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial y}{\partial \theta}(\theta_i)^T + L_i \lambda \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i) \frac{\partial u}{\partial \theta}(\theta_i)^T) \quad (45)$$

式中 $y_{d,\max}$ 和 $y_{d,\min}$ 为期望输出的最大值与最小值, $u_{\max}$ 和 $u_{\min}$ 表示第 i 次迭代过程中控制信号在所有 N 个采样点中的最大值与最小值; 由于这些值都是在每次迭代结束时给出, 所有的采样点都会被考虑在内, 因而引入所述辅助因子 L_i 使得所述权重因子 λ 在不同系统中都代表了当前迭代优化后 $\tilde{y}(\theta_i)$ 与 $u(\theta_i)$ 权重比的最佳范围。

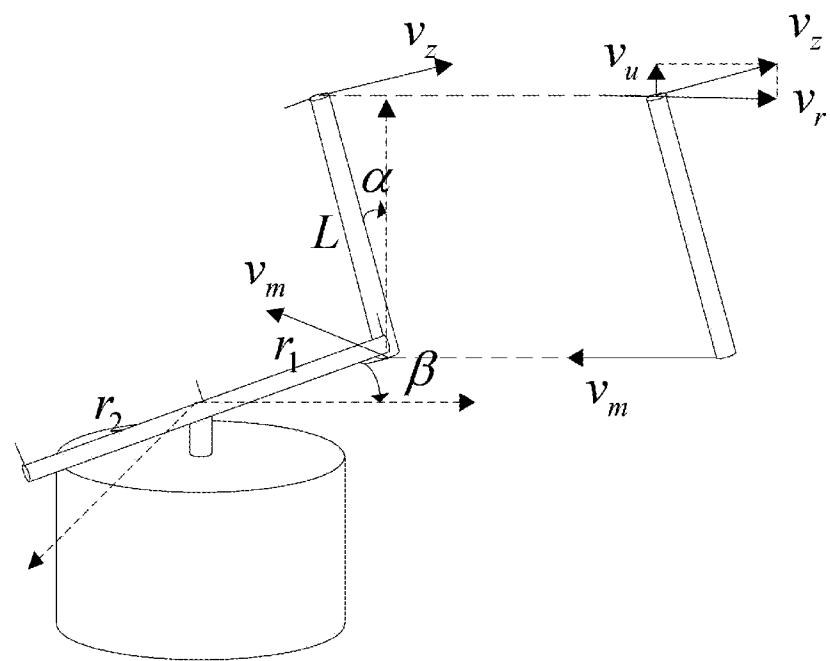


图 1

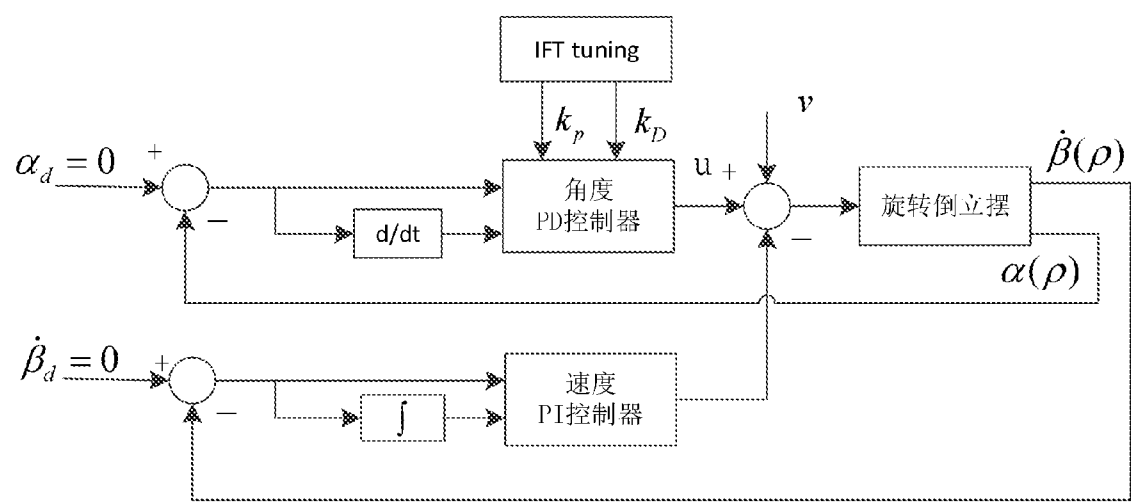


图 2

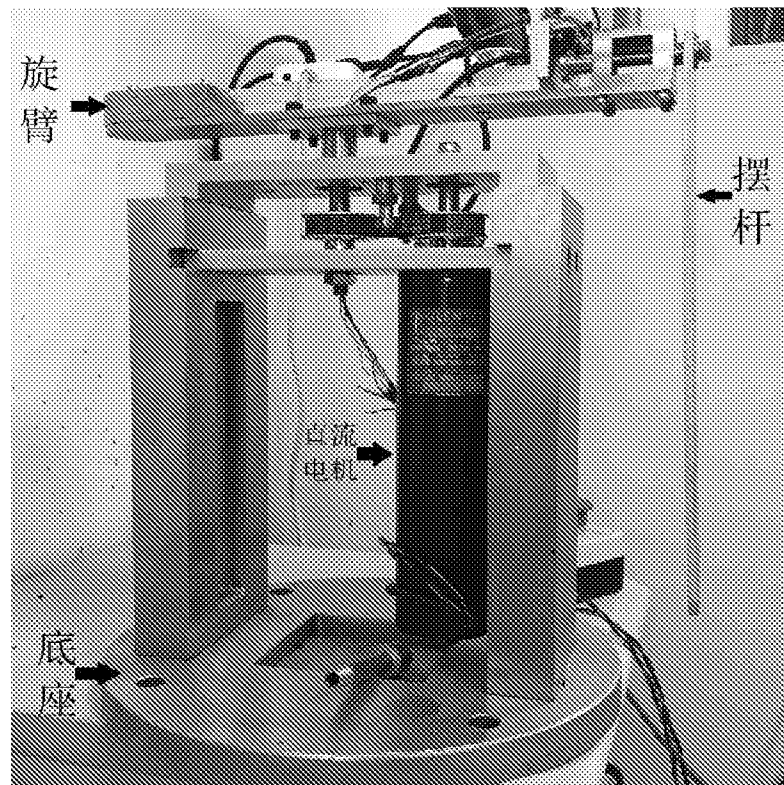


图 3

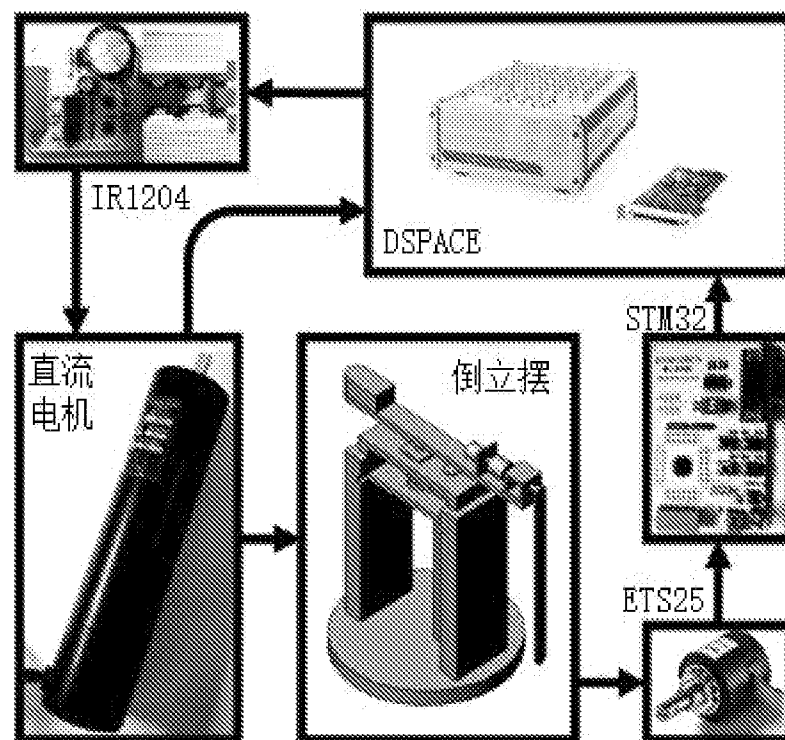


图 4

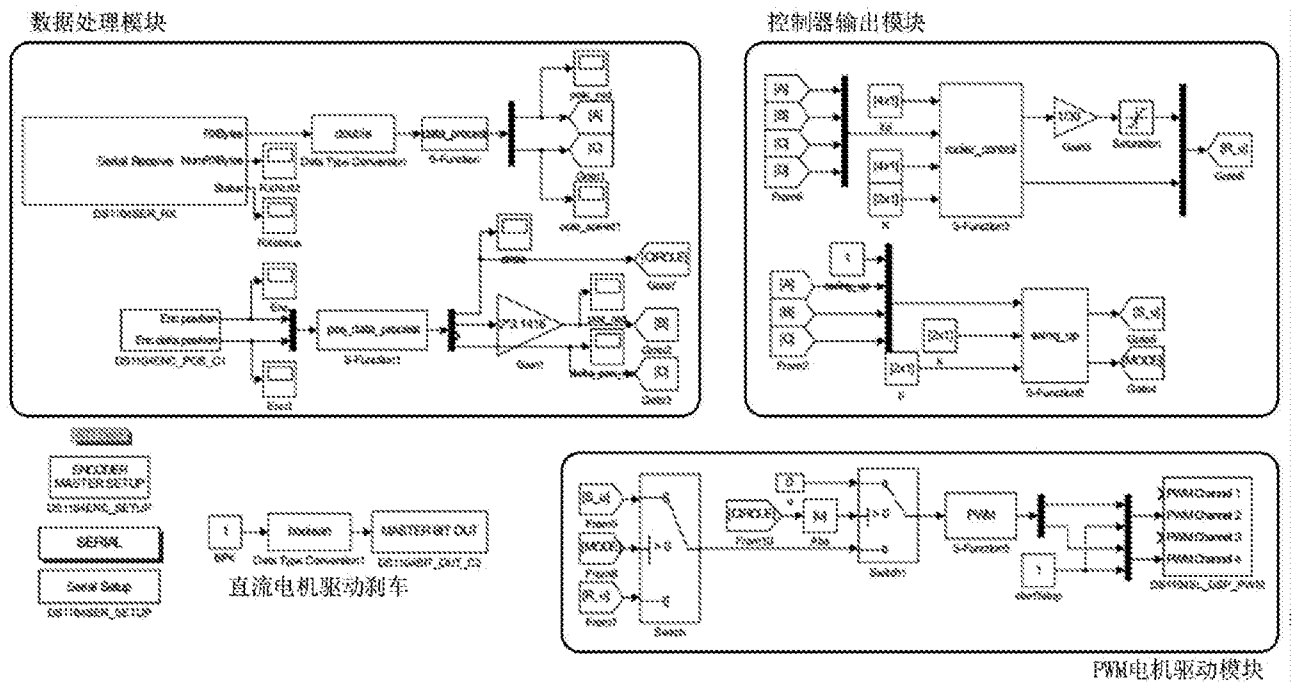


图 5

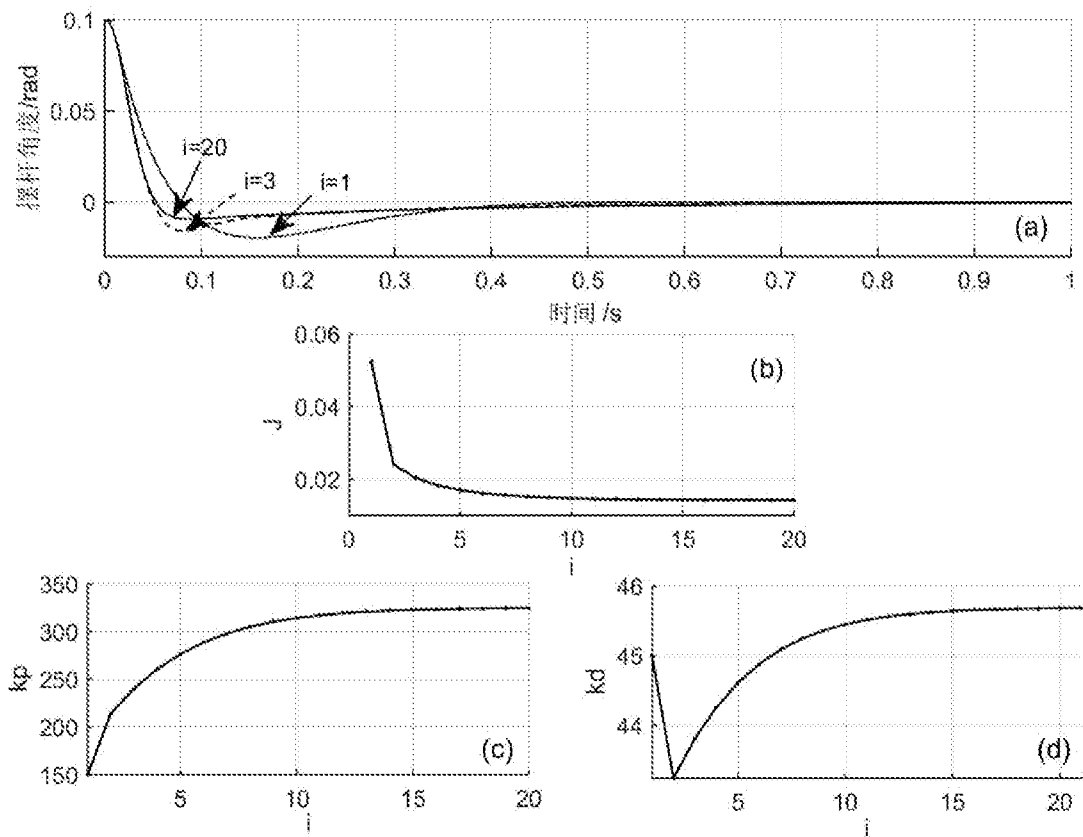


图 6

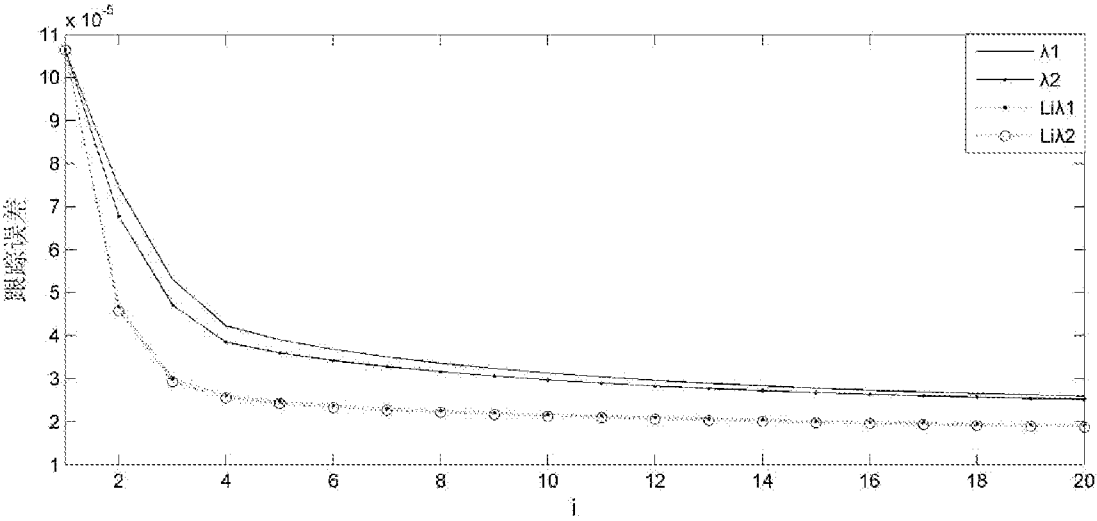


图 7

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/CN2021/094746

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

G05B 13/04(2006.01)i

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

G05B

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

CNABS; CNTXT; CNKI; VEN; EPTXT; WOTXT; USTXT: 倒立摆, 单摆, 旋转, 迭代, 自适应, 双闭环, 控制, 鲁棒, 参数, 整定, iterative, inverted pendulum, model, robust, adaptivity, control, PD, rotary, feedback

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
PX	CN 111736471 A (JIANGNAN UNIVERSITY) 02 October 2020 (2020-10-02) claim 1, description paragraphs [0004]-[0225], figures 1-4	1
A	CN 101866144 A (BEIHANG UNIVERSITY) 20 October 2010 (2010-10-20) description, paragraphs [0032]-[0113], and figures 1-7	1
A	CN 110134011 A (ZHEJIANG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY) 16 August 2019 (2019-08-16) entire document	1
A	CN 109407513 A (JIANGNAN UNIVERSITY) 01 March 2019 (2019-03-01) entire document	1
A	JP 2011014100 A (TOYOTA CENTRAL RES & DEV et al.) 20 January 2011 (2011-01-20) entire document	1
A	US 2008133053 A1 (HONDA MOTOR CO., LTD.) 05 June 2008 (2008-06-05) entire document	1

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.☒ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

“A” document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

“E” earlier application or patent but published on or after the international filing date

“L” document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

“O” document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

“P” document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

“T” later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

“X” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

“Y” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

“&” document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

05 July 2021

Date of mailing of the international search report

29 July 2021

Name and mailing address of the ISA/CN

China National Intellectual Property Administration (ISA/
CN)
No. 6, Xitucheng Road, Jimenqiao, Haidian District, Beijing
100088
China

Facsimile No. (86-10)62019451

Authorized officer

Telephone No.

INTERNATIONAL SEARCH REPORT
Information on patent family members

International application No.

PCT/CN2021/094746

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
CN	111736471	A	02 October 2020	None			
CN	101866144	A	20 October 2010	None			
CN	110134011	A	16 August 2019	None			
CN	109407513	A	01 March 2019	CN	109407513	B	16 June 2020
JP	2011014100	A	20 January 2011	JP	5336955	B2	06 November 2013
US	2008133053	A1	05 June 2008	US	7949430	B2	24 May 2011
				WO	2008067404	A2	05 June 2008
				WO	2008067404	A3	18 September 2008

国际检索报告

国际申请号

PCT/CN2021/094746

A. 主题的分类

G05B 13/04 (2006.01) i

按照国际专利分类 (IPC) 或者同时按照国家分类和 IPC 两种分类

B. 检索领域

检索的最低限度文献 (标明分类系统和分类号)

G05B

包含在检索领域中的除最低限度文献以外的检索文献

在国际检索时查阅的电子数据库 (数据库的名称, 和使用的检索词 (如使用))

CNABS; CNTXT; CNKI; VEN; EPTXT; WOTXT; USTXT; 倒立摆, 单摆, 旋转, 迭代, 自适应, 双闭环, 控制, 鲁棒, 参数, 整定, iterative, inverted pendulum, model, robust, adaptivity, control, PD, rotary, feedback

C. 相关文件

类 型*	引用文件, 必要时, 指明相关段落	相关的权利要求
PX	CN 111736471 A (江南大学) 2020年 10月 2日 (2020 - 10 - 02) 权利要求1, 说明书第[0004]-[0225]段, 附图1-4	1
A	CN 101866144 A (北京航空航天大学) 2010年 10月 20日 (2010 - 10 - 20) 说明书第[0032]-[0113]段, 附图1-7	1
A	CN 110134011 A (浙江工业大学) 2019年 8月 16日 (2019 - 08 - 16) 全文	1
A	CN 109407513 A (江南大学) 2019年 3月 1日 (2019 - 03 - 01) 全文	1
A	JP 2011014100 A (TOYOTA CENTRAL RES & DEV 等) 2011年 1月 20日 (2011 - 01 - 20) 全文	1
A	US 2008133053 A1 (HONDA MOTOR CO LTD) 2008年 6月 5日 (2008 - 06 - 05) 全文	1

☐ 其余文件在C栏的续页中列出。☒ 见同族专利附件。

* 引用文件的具体类型:

“A” 认为不特别相关的表示了现有技术一般状态的文件

“E” 在国际申请日的当天或之后公布的在先申请或专利

“L” 可能对优先权要求构成怀疑的文件, 或为确定另一篇引用文件的公布日而引用的或者因其他特殊理由而引用的文件 (如具体说明的)

“O” 涉及口头公开、使用、展览或其他方式公开的文件

“P” 公布日先于国际申请日但迟于所要求的优先权日的文件

“T” 在申请日或优先权日之后公布, 与申请不相抵触, 但为了理解发明之理论或原理的在后文件

“X” 特别相关的文件, 单独考虑该文件, 认定要求保护的发明不是新颖的或不具有创造性

“Y” 特别相关的文件, 当该文件与另一篇或者多篇该类文件结合并且这种结合对于本领域技术人员为显而易见时, 要求保护的发明不具有创造性

“&” 同族专利的文件

国际检索实际完成的日期

2021年 7月 5日

国际检索报告邮寄日期

2021年 7月 29日

ISA/CN的名称和邮寄地址

中国国家知识产权局 (ISA/CN)

中国北京市海淀区蓟门桥西土城路6号 100088

传真号 (86-10)62019451

受权官员

黄煜

电话号码 (86-512)88997088

国际检索报告
关于同族专利的信息

国际申请号

PCT/CN2021/094746

检索报告引用的专利文件			公布日 (年/月/日)	同族专利	公布日 (年/月/日)
CN	111736471	A	2020年 10月 2日	无	
CN	101866144	A	2010年 10月 20日	无	
CN	110134011	A	2019年 8月 16日	无	
CN	109407513	A	2019年 3月 1日	CN 109407513	B 2020年 6月 16日
JP	2011014100	A	2011年 1月 20日	JP 5336955	B2 2013年 11月 6日
US	2008133053	A1	2008年 6月 5日	US 7949430	B2 2011年 5月 24日
				WO 2008067404	A2 2008年 6月 5日
				WO 2008067404	A3 2008年 9月 18日