

①9 RÉPUBLIQUE FRANÇAISE  
INSTITUT NATIONAL  
DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE  
PARIS

①1 N° de publication : **2 645 979**  
(à n'utiliser que pour les  
commandes de reproduction)

②1 N° d'enregistrement national : **89 05145**

⑤1 Int Cl<sup>5</sup> : G 05 D 1/00; F 24 B 10/00, 15/01.

①2 **DEMANDE DE BREVET D'INVENTION**

A1

②2 Date de dépôt : 18 avril 1989.

③0 Priorité :

④3 Date de la mise à disposition du public de la  
demande : BOPI « Brevets » n° 42 du 19 octobre 1990.

⑥0 Références à d'autres documents nationaux appa-  
rentés :

⑦1 Demandeur(s) : *Société anonyme dite : AEROSPATIALE  
SOCIETE NATIONALE INDUSTRIELLE. — FR.*

⑦2 Inventeur(s) : Alain Martin ; Joël Houdemont ; Jean-Phi-  
lippe Jahier.

⑦3 Titulaire(s) :

⑦4 Mandataire(s) : Rinuy et Santarelli.

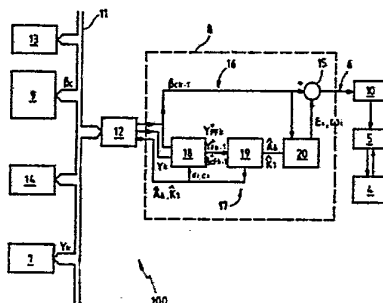
⑤4 Procédé autoadaptatif de commande en pilotage d'un système physique.

⑤7 Soit un système physique à piloter en régime discret dont  
une grandeur de sortie  $\theta$  est reliée à une grandeur de com-  
mande  $\beta$  selon la loi :  $\theta = A_0 \cdot \theta + K_1 \beta + \varepsilon$  où l'un au  
moins des paramètres  $A_0$  et  $K_1$  est mal connu.

Si  $Y_k$  est la mesure de  $\theta$  à l'instant  $k$  et si  $\beta_{ck}$  est l'ordre de  
commande issu du calculateur de guidage à cet instant, il  
existe trois polynômes en  $q^{-1}$  (opérateur retard),  $E$ ,  $A'$ ,  $N$  à  
coefficients constants déterminés à l'avance, tels que l'on  
puisse écrire, à tout instant, l'approximation suivante, après un  
préfiltrage (indice F) par un polynôme en  $q^{-1}$  d'ordre au moins  
égal à 1 :

$$(E'Y_k)_F = (A'Y_k)_F A_0 + (N'Y_k)_F K_1 + \text{bruits.}$$

A chaque pas de pilotage, on calcule les termes de cette  
combinaison linéaire en  $A_0$  et  $K_1$ , on estime à partir d'un  
modèle de variation paramétrique au moins ce paramètre mal  
connu et on ajoute au signal de commande une ou plusieurs  
composantes harmoniques d'amplitudes et de pulsations choi-  
sies, pour ces valeurs instantanées des paramètres, par inter-  
polation dans une table préétablie garantissant le maintien des  
traînares dans des plages fixées à l'avance.



FR 2 645 979 - A1

D

L'invention concerne une commande autoadaptative pour un système mécanique à excitation persistante, mal connu ou situé dans un environnement mal connu (stabilité d'asservissement non garantie en boucle fermée),  
5 tel qu'un engin volant à pilotage automatique (engin aérodynamique), pour lequel on peut définir, au moins autour de points de fonctionnement, des relations de comportement sous la forme d'équations différentielles linéaires du second ordre.

10 Dans le domaine aéronautique, le contrôle des engins a toujours posé de grandes difficultés techniques : que l'engin soit du type avion, lanceur ou missile, la complexité des phénomènes physiques, surtout ceux liés à l'aérodynamique, font que les modèles proposés, même les  
15 plus sophistiqués, sont suffisamment éloignés de la réalité pour que l'on puisse mettre sérieusement en doute la robustesse des lois de contrôle synthétisées avec ces modèles.

Les caractéristiques physiques essentielles des  
20 engins aéronautiques, causes de ces erreurs de modèles importantes et du manque éventuel de robustesse des lois sont les suivantes :

- a. La théorie sur l'aérodynamique est très grossière et insuffisante, surtout pour des  
25 engins très manœuvrants : les phénomènes deviennent complètement non linéaires et non stationnaires en cas de forte incidence (effets de turbulences) ;
- b. L'engin est souvent instable en boucle ouverte ;  
30
- c. Les perturbations atmosphériques sont importantes (vents, rafales...) ;
- d. Les paramètres essentiels varient énormément avec, par exemple, l'altitude de l'engin ou sa  
35 vitesse; les engins aéronautiques sont des systèmes physiques, par nature, fortement

instationnaires (surtout les missiles) ;

e. Il y a méconnaissance importante des coordonnées des points d'application des forces (force de poussée, force d'origine aérodynamique, poids de l'engin) pouvant créer des dispersions considérables sur les couples induits et par voie de conséquence sur les valeurs linéarisées du modèle ;

f. Il existe des modes dynamiques non modélisés comme les déformations de l'engin dues à sa souplesse (modes de flexion, de torsion ...) ou les effets des couples gyroscopiques par exemple (effets non linéaires).

Le problème ainsi posé semble être insoluble par des méthodes classiques, d'autant plus que les lois de contrôle proposées à ce jour sans succès sont déjà réputées pour leur robustesse (lois de contrôle à critère quadratique). On ne connaît actuellement aucun jeu de gains ni aucune structure de loi de commande qui permettrait d'assurer ne serait-ce que la stabilité du système en boucle fermée, si l'on suppose connaître aucune information complémentaire sur l'évolution des paramètres lors de son fonctionnement.

Pour un tel engin, aucune structure classique de loi de commande ne convient donc pour le contrôler d'une façon correcte, c'est-à-dire en respectant les spécifications techniques du cahier des charges.

En effet, on est amené en pratique, pour pouvoir respecter les spécifications du cahier des charges dans des cas où interviennent des dispersions paramétriques, à augmenter, par exemple, très fortement la valeur des gains de commande (c'est une pratique très courante) ce qui permet théoriquement dans un contexte parfaitement linéaire, de contrer les dispersions affichées. La pulsation du système en boucle fermée est alors élevée

indiquant que la boucle de commande a une large bande passante.

Malheureusement, cette façon de procéder, qui peut paraître séduisante au premier abord, atteint  
5 rapidement sa limite : le système étant en réalité non linéaire, les non-linéarités sont justement excitées par la boucle de commande qui est alors trop raide. On peut citer comme exemple significatif les non-linéarités dues aux couples gyroscopiques, présents dans tout système en  
10 rotation, qui imposent une loi de commande la moins rapide possible pour limiter leur influence néfaste sur la stabilité.

Des non-linéarités de commande sont en outre toujours présentes dans tout système réel, du fait  
15 notamment que la valeur de commande réellement appliquée est physiquement bornée, soit au moyen d'une butée mécanique (vérin) ou d'une butée électrique (saturation en tension d'un amplificateur) par exemple. La saturation en position de la commande n'est pas la seule non-linéarité  
20 présente dans la boucle de commande puisqu'une saturation en vitesse intervient également (vérin). C'est également pour éviter d'atteindre ces bornes, qu'il faut des gains de commande raisonnables, sous peine de détériorer rapidement le mécanisme de commande du système considéré.

25 Après avoir ainsi fixé des gains de commande maximum tolérables, on peut déterminer si la loi de commande, avec de tels gains, peut accepter les dispersions paramétriques. Mais si ce n'est pas le cas, on ne peut que constater simplement l'échec de la loi de contrôle qui est  
30 ainsi jugée insuffisamment robuste pour prétendre contrôler le système.

Pour pallier cet échec, il est parfois suffisant de modifier le mécanisme de commande dans le sens de l'obtention d'une plus grande plage linéaire : butée en  
35 position éloignée, saturation de vitesse de commande plus élevée. Mais une telle solution induit, pour le mécanisme

de commande ainsi modifié dans ses structures les plus profondes, un coût global plus élevé (parfois rédhibitoire) puisque l'on est obligé de surdimensionner le mécanisme (vérins de puissance, amplificateurs électroniques de puissance) ce qui implique un surplus d'études, de volume, 5 de poids, de contraintes technologiques...

La seule issue possible semble donc être d'avoir au moins une connaissance minimale sur l'évolution de certains paramètres essentiels du système permettant 10 tant bien que mal de gérer les non stationnarités et les dispersions.

Une commande adaptative peut permettre, par définition, d'acquérir ce minimum de connaissance indispensable et apparaît donc comme une voie intéressante.

15 L'invention vise à garantir la stabilité d'un engin en palliant les inconvénients des solutions précitées, pour un niveau de performances comparable, sinon meilleur, grâce à une telle commande adaptative permettant d'éviter le recours à un tel surdimensionnement des équipements, lesquels pourront donc être calculés sur un point 20 moyen de fonctionnement, en se fondant sur des dispersions paramétriques nettement moins importantes que dans les solutions connues ; une telle commande autoadaptative peut donc contribuer de manière significative à la baisse des 25 coûts de fabrication puis d'exploitation du système mécanique à asservir.

Elle enseigne pour cela d'appliquer à l'organe de manoeuvre du système à piloter, en plus des ordres de commande normalement calculés, des signaux périodiques 30 d'excitation en bande étroite qui permettent un recalage d'un modèle de connaissance paramétrique en temps réel, avec une erreur maximale spécifiée hors ligne (prédéterminée). Les signaux périodiques peuvent être optimisés autant que possible, aussi bien en amplitude qu'en 35 fréquence, selon un compromis spécifié à l'avance entre cette erreur maximale spécifiée et l'influence de ces

signaux sur la grandeur à asservir.

L'invention propose un procédé de commande en pilotage en régime discret d'un système physique dont une grandeur de sortie  $\theta$  est commandée par une grandeur  $\beta_e$  appliquée à un actionneur selon une loi de commande synthétisée à partir d'une équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\ddot{\theta} = A_e \cdot \theta + K_1 \beta + \varepsilon$$

où  $A_e$  est un paramètre appelé raideur,

10  $K_1$  est un paramètre appelé efficacité,

$\varepsilon$  est un terme de perturbation stochastique,

l'un au moins des paramètres  $A_e$  et  $K_1$ , étant mal connu, selon lequel on relève, avec une période d'échantillonnage  $T$ , des mesures  $Y_k$  de la grandeur de sortie  $\theta$  tandis que  
15 l'on élabore dans un calculateur des signaux de commande  $\beta_{ek}$  que l'on applique à l'actionneur, et selon lequel on décrit le comportement du système par une relation matricielle  $\dot{X} = AX + B \cdot \beta_e + W$  où  $X$  est un vecteur regroupant au moins  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  et leurs dérivés et où  $W$  est un bruit  
20 blanc.

. Préalablement au pilotage :

- on établit une relation paramétrique linéaire en les paramètres  $A_e$  et  $K_1$  du type :

$$25 \quad E(q^{-1}) \cdot Y_k = A'(q^{-1}) \cdot Y_k \cdot A_e + N'(q^{-1}) \cdot \beta_{ek} \cdot K_1 + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k$$

où :  $e_k$  est le processus d'innovation résultant d'un filtre de KALMAN fondé sur ladite équation matricielle de comportement,

30  $E(q^{-1})$ ,  $A'(q^{-1})$ ,  $N'(q^{-1})$  sont des polynômes de l'opérateur retard  $q^{-1}$ , d'ordres au plus égaux à la dimension du vecteur  $X$ ,

$C(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique dudit filtre de KALMAN,

35  $D(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique des modes non commandables excités par  $W$ .

- on calcule les valeurs des coefficients constants  $e_1$  de  $E(q^{-1})$ ,  $a'_1$  de  $A'(q^{-1})$ ,  $b'_1$  de  $N'(q^{-1})$ ,
- on estime une plage de valeurs possibles pour ce paramètre malconnu au cours du pilotage,
- 5 - on construit une table d'interpolation donnant pour plusieurs de ces valeurs possibles l'amplitude  $\epsilon_1$  et la pulsation  $\omega_1$  d'au moins une composante harmonique à introduire par addition dans le signal de commande,
- on choisit un modèle de variation pour au moins le
- 10 paramètre supposé mal connu que l'on écrit sous la forme

$$\dot{XX} = AA.XX + e$$

où  $XX$  est un vecteur de dimension au moins égale à 1 et on établit une équation de RICCATI discrète fondée sur ce modèle paramétrique et sur la relation paramétrique

15 linéaire,

. au cours du pilotage :

- on calcule à chaque instant
 
$$Y_{Fk}^* = E(q^{-1}).Y_k$$

$$Y_{k-1}^* = A'(q^{-1}).Y_k$$

$$B_{ek}^* = N'(q^{-1}).B_{ek}$$
- 20 - on préfiltre chacune de ces grandeurs par un polynôme d'ordre au moins égal à 1 ,
- on identifie à partir de ces valeurs préfiltrées (indice F) qui satisfont
 
$$25 \quad Y_{FFk}^* = Y_{FFk-1}^*.A_0 + B_{FFk-1}^*.K_1 + e_k$$
 les coefficients de l'équation de RICCATI et on estime le (ou les) paramètre(s) mal connu(s) que l'on transmet ensuite au calculateur,
- on déduit de la table d'interpolation une
 
$$30 \quad$$
 pulsation d'excitation  $\omega_1$  et une amplitude d'excitation  $\epsilon_1$  pour cette valeur estimée du paramètre,
- on ajoute au signal de commande du calculateur la composante harmonique de pulsation  $\omega_1$  et
 
$$35 \quad$$
 d'amplitude  $\epsilon_1$ . et on applique cette somme de signaux à l'actionneur.

Selon des dispositions préférées :

- le paramètre mal connu est la raideur  $A_0$ ,
- avant le pilotage, on construit cette table d'interpolation en sorte de lui faire associer à diverses valeurs  
5 possibles au moins ce paramètre, les amplitudes et les pulsations de deux composantes harmoniques de fréquences différentes, et en ce que, au cours du pilotage, on détermine par interpolation, à partir d'au moins la valeur estimée de ce paramètre, des amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  et des  
10 pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , et on ajoute au signal de commande du calculateur des composantes harmoniques de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et d'amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ ,
- la table d'interpolation admet également l'autre paramètre comme grandeur d'entrée,
- 15 - on estime également cet autre paramètre,
- on contrôle que l'amplitude du signal de commande incorporant cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) est inférieure à un seuil prédéterminé, et, si oui, on applique ces composantes harmoniques à l'actionneur ou, si non, on  
20 réduit l'amplitude de cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) en sorte de rester en deçà dudit seuil,
- on contrôle que l'amplitude du signal de commande incorporant cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) présente, par rapport à celle du pas d'avant, une dif-  
25 férence inférieure à un seuil prédéterminé et, si oui, on applique ces composantes harmoniques à l'actionneur ou, si non, on réduit l'amplitude de cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) en sorte de rester en deçà dudit seuil.
- le modèle de variation du (ou des) paramètre(s) est du  
30 premier ordre,
- le modèle de variation du (ou des) paramètre(s) est du second ordre, le vecteur paramétrique incorporant la dérivée par rapport au temps de chaque paramètre à estimer,
- on préfiltre chacune des grandeurs  $Y_k^*$ ,  $Y_{k-1}^*$  et  $B_{k-1}^*$  par  
35 une forme approchée du rapport des polynômes  $D(q^{-1})/C(q^{-1})$  dont on détermine à chaque pas la valeur des coefficients



en fonction du (ou des) paramètre(s) estimés(s),

- le système à piloter est un engin aérodynamique à chaîne de pilotage incorporée,
- les signaux de commande sont appliqués à des gouvernes,
- 5 - les signaux de commande sont appliqués au vérin d'orientation d'une tuyère de poussée.

Des objets, caractéristiques et avantages de l'invention ressortent de la description qui suit, donnée à titre d'exemple non limitatif, en regard des dessins  
10 annexés sur lesquels :

- la figure 1 est une vue schématique d'un engin aérodynamique équipé d'un actionneur commandé, conformément à l'invention, par une chaîne de commande autoadaptative ;
- 15 - la figure 2 est un schéma synoptique de cette chaîne de commande comportant un module d'excitation conforme à l'invention ;
- la figure 3 est un schéma du module de filtrage que comporte le module d'excitation de la  
20 figure 2 ;
- la figure 4 est un schéma de l'estimateur paramétrique que comporte le module d'excitation de la figure 2 ;
- la figure 5 est un abaque donnant, pour  
25 plusieurs valeurs possibles de la raideur, le module en décibel de la "pseudo-mesure"  $Y_{FFK}^*$  en fonction de la fréquence d'un extra-signal périodique ;
- la figure 6 est un abaque donnant, pour plusieurs valeurs possibles de la raideur, le gain entre  
30 l'extra-signal de fréquence  $F_1$  et le terme appliqué à  $A_e$  c'est-à-dire  $Y_{FK-1}^*$  dans la relation donnant cette pseudo-mesure sous forme d'une combinaison linéaire de  $A_e$  et  $K_1$  ;
- la figure 7 est un abaque similaire à celui de la figure 6, donnant le gain entre l'extra-signal de  
35 fréquence  $F_2$  et le terme appliqué à  $K_1$ , c'est-à-dire  $B_{CFK1}^*$ .

- les figures 8 à 10 sont des abaques corrélatant, pour trois valeurs arbitrairement fixées de la fréquence du premier terme sinusoïdal de l'extra-signal, le coefficient optimal de couplage  $\rho_{\omega}$  à la fréquence du  
5 second terme de cet extra-signal ;

- les figures 11 et 12 sont des abaques donnant respectivement les amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  associées aux deux fréquences de l'extra-signal, en fonction de  $F_2$ , pour une valeur de  $F_1$  et pour des valeurs données des dérivés des  
10 paramètres et des covariances de synthèse ; et

- la figure 13 est un abaque corrélatant, dans les mêmes conditions que pour les figures 11 et 12, les traînages sur  $A_2$  et  $K_1$  en fonction de  $F_2$ .

La figure 1 représente un engin 1 à pilotage  
15 automatique admettant un axe longitudinal X-X. Cet engin 1 comporte un corps allongé 2 portant une charge utile 2A ainsi qu'au moins un propulseur (non représenté) terminé par une tuyère 3.

Dans la suite, on se limitera à l'analyse du  
20 comportement de l'engin dans le plan de la figure 1 que l'on supposera être vertical : on s'intéresse donc ici au comportement en tangage de l'engin (cas classique) que l'on veut asservir à une loi de consigne (trajectoire) préprogrammée. Les explications qui vont suivre peuvent  
25 également s'extrapoler à chacun des autres degrés de liberté de l'engin.

Cet engin 1 comporte un organe d'orientation en braquage, ici constitué par la tuyère 3 qui est, à cet effet, montée pivotante autour d'un point T dans le plan de  
30 la figure 1.

En variante non représentée, cet organe d'orientation en braquage est constitué par une gouverne orientable tandis que la tuyère, soit conserve une orientation fixe dans le plan, soit est supprimée (engin  
35 non propulsé) : l'organe d'orientation est alors indépendant de toute notion de propulsion.

Cet organe d'orientation 3 est placé sous le contrôle d'un actionneur 4 alimenté par un organe de puissance 5 recevant des signaux de commande d'une chaîne de commande autoadaptative 6 comportant une unité de traitement 100 contenant notamment un calculateur de guidage embarqué et recevant des signaux de mesure (ici en tangage) en provenance d'un dispositif de mesure 7 (par exemple une centrale inertielle comportant un gyroscope).

Soit  $\theta$  l'angle de la vitesse instantanée  $\vec{V}$  du centre de gravité G de l'engin avec l'axe X-X, et  $\beta$  l'angle de braquage de la tuyère 3, c'est-à-dire l'angle de la force de poussée  $\vec{P}$ , appliquée au centre de poussée T, avec l'axe X-X.  $\vec{F}_{aero}$  est la force instantanée d'origine aérodynamique, appliquée en un point F, et  $\vec{W}$  représente le vent normal, perpendiculaire à la vitesse  $\vec{V}$ ;  $i$  est l'angle d'incidence de la somme  $\vec{W} + \vec{V}$  par rapport à l'axe X-X. Les abscisses des points G, T et F sur l'axe X-X, sont notées  $X_G$ ,  $X_T$ , et  $X_F$ .

Le dispositif de mesure 7 est adapté à échantillonner  $\theta$ , et la chaîne de commande adaptative 6 en déduit, d'après la loi de consigne préprogrammée, des ordres de braquage  $\beta_c$  à appliquer (processus discret).

Le comportement en tangage de cet engin peut être décrit par une loi d'asservissement ayant la forme d'une équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\ddot{\theta} = A_c \cdot \theta + K_1 \cdot \dot{\beta} - A_c \cdot W/V$$

où  $A_c$  caractérise la raideur aérodynamique et  $K_1$  caractérise l'efficacité de la commande.

Le but de l'invention est de connaître au mieux certains paramètres physiques de l'engin jugés cruciaux pour la stabilité de l'asservissement en tangage (attitude).

Les paramètres supposés mal connus et jugés indispensables à identifier sont, dans cet exemple de la figure 1 :

a. La raideur aérodynamique  $A_e$ 

5 Ce paramètre est mal connu en général car il est directement relié aux paramètres aérodynamiques qui sont fort mal modélisés. Les coordonnées du foyer  $X_F$  sont en particulier entachées d'erreurs à un point tel que l'on peut ignorer le signe réel du bras de levier  $X_e - X_F$  : on ignore alors si le système réel est stable ou instable en boucle ouverte.

10 b. L'efficacité de commande  $K_1$ 

15 Dans le cas considéré où le système est piloté au moyen d'une tuyère 3, ce paramètre ne dépend pas de l'aérodynamique et est connu avec une précision acceptable. Par contre, si le système est piloté au moyen de gouvernes fixées sur des empennages (cas non représenté mentionné ci-dessus), l'efficacité équivalente linéarisée des gouvernes est fort mal connue et dépend, par exemple, de l'incidence (il peut y avoir un effet de masquage : on doit distinguer l'efficacité des empennages intrados et des empennages extrados).

20 Dans un souci de crédibilité (preuve de la stabilité globale) on souhaite selon l'invention identifier ces paramètres avec une erreur connue à l'avance, prouvant ainsi la convergence de l'algorithme d'identification. Il est alors possible de synthétiser, avec l'aide des paramètres ainsi périodiquement identifiés, une loi de commande qui assure la stabilité du système.

30 Or, à notre connaissance, aucun moyen algorithmique d'identification n'a encore été proposé dont on puisse prouver la convergence et qui puisse permettre une prédiction hors ligne de l'erreur d'identification. C'est ainsi qu'aucune preuve de convergence globale n'a été établie pour des systèmes instables en boucle ouverte, pas plus que pour d'éventuelles commandes adaptatives fonction-

nant sur des systèmes lentement variables qui auraient pu être proposées, stables en boucle ouverte, et nécessitant une intervention humaine dans les cas de divergence possible (fours, laminoirs...).

5 L'invention réside dans la mise en oeuvre, au sein de l'unité de traitement, d'un module d'excitation 8 qui se place (voir figure 2) entre le calculateur de guidage 9 de l'engin et l'étage de puissance 5 de l'actionneur 4 de l'engin.

10 De manière très générale, à partir des mesures de  $\theta$  et de l'ordre de braquage numérique (on travaille en fait en régime discret) déterminé par le calculateur de guidage 9, le module d'excitation de vérin élabore un ordre supplémentaire numérique d'excitation qui a pour objectif  
15 d'enrichir dans une bande de fréquence très précise, de façon judicieuse (théoriquement optimale) ledit ordre numérique provenant du guidage. A cet effet le module d'excitation 8 saisit les mesures de  $\theta$ , en pratique entachées d'erreur notées  $Y$ , produites par la centrale  
20 inertielle (mesures d'attitude, de roulis ...) ainsi que les ordres de braquage  $\beta_c$  du calculateur de guidage et estime des valeurs de synthèse des paramètres de l'engin ( $A_e$ ,  $K_i$  principalement) avec une précision connue à l'avance. Le module transmet alors ces valeurs estimées des  
25 paramètres au calculateur de guidage qui en fonction de ces nouvelles données importantes, ajuste ses ordres ultérieurs de guidage et de braquage dans le sens d'une meilleure précision de guidage et d'un meilleur contrôle (optimal). Le module élabore enfin, par addition à  $\beta_c$  des éventuels  
30 extra-signaux, les valeurs successives des ordres effectifs de braquage.

Ce processus se répète à chaque pas de discrétisation.

En fait le calculateur 9, qui asservit  
35 l'actionneur en sorte de faire suivre à l'engin 1 une

trajectoire prédéterminée constitue une unité de guidage/-pilotage.

L'organe de puissance 5 de l'actionneur 4 est ici supposé être à commande analogique et le signal de sortie du module d'excitation 8 lui est appliqué au travers d'un convertisseur numérique/analogique 10. Si cet organe 5 était à commande numérique, ce convertisseur 10 serait à supprimer.

Le module d'excitation 8 est relié au dispositif de mesure 7 et à l'unité de pilotage 9 par un bus bidirectionnel 11 au travers d'un coupleur 12. De manière classique sur ce bus sont également connectés, notamment, une unité de gestion de bus 13 destinée à gérer la circulation des informations qui transitent par ce bus, ainsi qu'un séquenceur 14 qui définit le chronogramme des étapes du guidage/pilotage effectué par l'unité 9 (éventuelle succession des lois de consigne et/ou d'asservissement).

Ce module d'excitation 8 comporte un élément de sommation 15 auquel parviennent une ligne de commande 16 provenant directement du coupleur 12 et une ligne d'excitation 17 le long de laquelle sont élaborés les signaux d'excitation. Ce sommateur est relié au convertisseur 10 par la ligne de commande 6.

La ligne d'excitation 17 comporte trois unités en série, à savoir un module de filtrage 18, un module d'estimation paramétrique 19 et un module de génération de signaux d'excitation 20.

La chaîne d'asservissement reliant le dispositif de mesure 7 à l'actuateur 4, via le calculateur 9 et le module d'excitation 8, est numérique, et son fonctionnement est discret (avec une période d'échantillonnage  $T$ , par exemple égale à 40 ms, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage de 25 Hz), avec prise en compte des valeurs précédemment échantillonnées des grandeurs précitées :

- $Y_k, Y_{k-1}, Y_{k-2} \dots$  pour les mesures de l'angle de tangage  $\theta$ ,
- $\beta_{ek-1}, \beta_{ek-2} \dots$  pour les ordres de braquage élaborés par le calculateur 9.

5 En fait, compte tenu de ce caractère discret, toutes les grandeurs définies ci-dessus (ainsi que des grandeurs qui seront introduites ci-dessous) seront dans la suite affectées d'un indice  $k-i$  ( $i$  entier) tel que  $k-2, \dots, k-1, k$  ou  $k+1$ , correspondant à des instants dif-  
10 férents, l'instant  $k$  correspondant à l'instant présent.

On appréciera que  $Y_k$  correspond à la réaction du système à  $\beta_{ek-1}$ .

Avant de poursuivre la description de la chaîne de calcul 17 il paraît nécessaire de définir plus précisé-  
15 ment le principe de cette chaîne de calcul ainsi que les grandeurs qui sont, préalablement à la mise en service de cette chaîne de calcul, calculées hors ligne puis stockées dans les mémoires de l'unité de traitement 100.

On procède ainsi au sol à diverses caractéris-  
20 tisations physiques. C'est ainsi qu'on peut tenter de modéliser la principale perturbation mentionnée ci-dessus, à savoir le vent : on suppose que sa moyenne  $\bar{W}$  est nulle et on évalue la valeur de son écart-type  $\sigma W$ , par exemple par des sondages atmosphériques. D'autre part, on assimile le  
25 vent à un processus aléatoire  $W_k$  de variance unité et de constante de temps  $-1/\mu$  de sorte que l'on peut écrire :

$$\dot{W}_k = \mu W_k + \varepsilon_w$$

où  $\varepsilon_w$  est un bruit blanc.

On a alors :

30 
$$W = \sigma W \cdot W_k$$

On identifie par ailleurs les bornes physiques associées à l'actionneur 4 ( $\beta_{max}, \beta_{min}$  et  $\dot{\beta}_{max}$ ) ainsi que sa loi de réponse que l'on représente par :

35 
$$\dot{\beta} = -\frac{1}{T} (\beta - \beta_c) + \varepsilon_\beta$$

où  $\varepsilon_w$  est un bruit blanc de dynamique et où  $\tau$  est la constante de temps de l'actionneur.

On choisira dans la suite de négliger les modes de flexion de l'engin (l'invention permet toutefois de les prendre en compte si nécessaire).

On peut alors définir pour l'engin un vecteur d'état  $X$ , et une matrice de dynamique  $A$ , tous deux du quatrième ordre, ainsi qu'une matrice de commande  $B$  appliquée au scalaire de commande  $B_c$  :

$$10 \quad X = A.X + B.B_c + W'$$

ou, en forme développée :

$$15 \quad \begin{vmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ W \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & A_c - \frac{a_c \sigma_w}{V} & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ W \\ B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{vmatrix} B_c + W'$$

où  $B$  est le braquage réalisé, différent du braquage commandé  $B_c$ .

On peut de même définir une matrice de mesure reliant la grandeur scalaire mesurée  $Y$  au vecteur d'état, par une matrice de mesure  $H$  :  $Y = H.X + V'$  ou

$$25 \quad Y = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{vmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ W \\ B \end{vmatrix} + V'$$

Ces écritures en régime continu correspondent, en régime discret, aux équations suivantes, en utilisant les indices  $k$  déjà cités :

$$X_{k+1} = F.X_k + G.B_{ck} + W_k$$

$$Y_k = H.X_k + v_k$$

$$\text{où : } F = \exp(A.T)$$

$$G = A^{-1} [\exp(AT) - I].B$$

35  $W_k$  et  $v_k$  étant des bruits discrétisés blancs,



T étant la période d'échantillonnage, et A et B étant supposés constants entre deux pas d'échantillonnage.

Il est possible de construire de façon connue en soi, un filtre linéaire de KALMAN pour éliminer les  
5 bruits ; on a alors :

$$\hat{X}_{k+1/k} = F \cdot \hat{X}_{k/k} + G \cdot B_{ek}$$

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + K_F (Y_k - H \cdot \hat{X}_{k/k-1})$$

où :  $\hat{X}_{k+1/k}$  est la valeur prédite pour le pas suivant, connaissant  $Y_k$ ,

10  $\hat{X}_{k/k}$  est la valeur estimée à l'instant k, connaissant  $Y_k$ ,

On notera que l'on n'a pas besoin d'estimer  $B_{ek}$  : on le suppose bien connu.

Le vecteur  $K_F$  indiqué ci-dessus est le vecteur  
15 des gains de filtrage optimal (donné par la théorie) c'est-à-dire qu'il est défini ici par :

$$K_F = \frac{P_k \cdot H^T}{R_k + H \cdot P_k \cdot H^T}$$

20 On peut par ailleurs écrire la loi de commande, faite par retour d'état (loi linéaire quadratique gaussienne), sous la forme :

$$B_{ek} = K_c \cdot \hat{X}_{k/k} + \alpha \cdot \eta_k$$

où : -  $K_c$  est le vecteur des gains de commande, par  
25 exemple obtenu par itération unique de l'équation de RICCATI discrète à chaque pas d'échantillonnage,

-  $\alpha$  un scalaire appelé gain de normalisation, tel que l'on puisse écrire en moyenne  $E[Y_k] = \eta_k$

30 -  $\eta_k$  est l'extra-signal d'excitation.

On rappelle que l'équation de RICCATI discrète est de la forme :

$$P_{k+1} = F \cdot P_k \cdot F^T - \frac{F \cdot P_k \cdot H^T \cdot H \cdot P_k \cdot F^T}{R_k + H \cdot P_k \cdot H^T} + Q$$

35

- où -  $P_k$  est la co-variance de l'erreur d'estimation (que l'on cherche à minimiser par le filtrage optimal) dont on sait estimer une valeur initiale  $P_0$ , avant la mise en oeuvre de l'engin,
- 5 -  $R_k$  est la variance des bruits de mesure  $v_k$  (connue à l'avance, assimilable à une constante),
- 10 -  $Q$  est la matrice de variance des bruits d'état  $w_k$ .

On peut reconstituer les grandeurs  $F$  et  $Q$  à chaque pas en fonction des valeurs de  $A_k$  et  $K_k$  estimées au pas d'avant.

On fait intervenir dans la suite, la transformée en  $Z$  des diverses grandeurs ( $Z$  étant l'opérateur "avance") et en introduisant la notation  $q^{-1} = 1/Z$  (ce qui correspond à un opérateur "retard" qui peut s'écrire  $q^{-1} = e^{-j\omega T}$ ) ; ainsi par exemple on a :

$$q^{-1} \cdot \hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k/k-1}$$

20 On peut écrire la relation de mesure sous la forme :

$$Y_k = H \cdot \hat{X}_{k/k-1} + e_k$$

En éliminant le terme  $\hat{X}_{k/k-1}$  on montre que l'on peut écrire une équation entrée-sortie sous la forme :

$$25 \quad A(q^{-1}) \cdot Y_k = B(q^{-1}) \cdot B_{ek} + C(q^{-1}) \cdot e_k$$

où -  $A(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique de la matrice dynamique du système stochastique discret donné par :

$$A(q^{-1}) = \det (I - q^{-1} \cdot F)$$

30 -  $B(q^{-1})$  est le polynôme de commande du système stochastique donné par :

$$B(q^{-1}) = \det (I - q^{-1} (F - GH)) - \det (I - q^{-1} \cdot F)$$

-  $C(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique du filtre de KALMAN, donné par :

$$35 \quad C(q^{-1}) = \det (I - q^{-1} (F - F \cdot K_k \cdot H))$$

où  $F.K_F$  est le vecteur de gains optimal du filtre de KALMAN du système réel (gain de prédiction),

-  $e_k$  étant l'innovation du filtre de KALMAN.

5 On peut remarquer que le degré de ces polynômes en  $q^{-1}$  est égal à l'ordre du système, c'est-à-dire la dimension du vecteur d'état considéré.

Pour obtenir une relation faisant intervenir un moindre degré on peut utiliser le fait que l'on démontre  
10 que les polynômes  $A(q^{-1})$  et  $B(q^{-1})$  sont divisibles par le polynôme des modes non commandables (à savoir le vent dans le cas considéré) que l'on note  $D(q^{-1})$  et qui est de la forme :

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} \dots$$

15 Dans le cas présent, compte tenu de la modélisation précitée du vent :

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} \text{ avec } d_1 = -e\mu^T$$

On peut ainsi écrire :

$$20 \quad A_R(q^{-1}) \cdot Y_k = B_R(q^{-1}) \cdot \beta_{ck} + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k$$

où  $A(q^{-1}) = A_R(q^{-1}) \cdot D(q^{-1})$  et  $B(q^{-1}) = B_R(q^{-1}) \cdot D(q^{-1})$

On démontre en outre que, en appelant  $A_c(q^{-1})$  le polynôme de transfert des actionneurs (ici le vérin 4)  
25 on peut écrire :

$$A_R(q^{-1}) = A_c(q^{-1}) \cdot A_{DO}(q^{-1})$$

où  $A_{DO}(q^{-1})$  est ainsi le polynôme caractéristique du système dépouillé de sa chaîne de commande.

Compte tenu de la modélisation indiquée ci-dessus du vérin on a :

$$A_c(q^{-1}) = 1 - e^{-T/T} \cdot q^{-1}$$

On peut démontrer qu'un développement limité au premier degré de  $A_{DO}(q^{-1})$  en supposant  $A_c \cdot T^2$  négligeable devant 1 s'écrit :

$$35 \quad A_{DO}(q^{-1}) = (1 - q^{-1})^2 - T^2 \cdot q^{-1} \cdot A_c$$

On peut démontrer enfin que, dans le domaine aéronautique, on peut écrire :

$$B_K(q^{-1}) = K_1 \cdot N'(q^{-1}) \text{ d'où on tire } N'(q^{-1}).$$

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} 5 \quad A_c(q^{-1}) \cdot (1-q^{-1})^2 \cdot Y_k &= T^2 q^{-1} \cdot A_c(q^{-1}) \cdot Y_k \cdot A_c \\ &+ N'(q^{-1}) \cdot B_{ck} \cdot K_1 \\ &+ \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k \end{aligned}$$

10 ce qui peut s'écrire, en considérant que le premier terme est une "pseudo-valeur" de mesure noté  $Y_{pk}^* = E(q^{-1}) \cdot Y_k$  :

$$Y_{pk}^* = Y_{1k} \cdot A_c + Y_{2k} \cdot K_1 + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k$$

15 où  $C(q^{-1})$  dépend principalement de  $A_c$  et où  $Y_{1k}$  et  $Y_{2k}$  sont deux pseudo-valeurs obtenues à partir de  $Y_k$ , et de  $B_{ck}$ .

On sait calculer le polynôme  $N'(q^{-1})$  : il s'écrit sous la forme :

$$N'(q^{-1}) = (b'_0 + b'_1 \cdot q^{-1} + b'_2 \cdot q^{-2}) \cdot q^{-1}$$

20 où :

$$b'_0 = \frac{1}{A_c(A_c \cdot T^2 - 1)} (1 + B - A - 2 \operatorname{ch}(\sqrt{A_c} \cdot T) + e^{-T/\tau})$$

$$b'_1 = \frac{1}{A_c(A_c \cdot T^2 - 1)} (1 - B + 2A \operatorname{ch}(\sqrt{A_c} \cdot T) - (1+B)e^{-T/\tau})$$

$$\begin{aligned} 25 \quad b'_2 &= \frac{1}{A_c(A_c \cdot T^2 - 1)} (Be^{-T/\tau} - A) \end{aligned}$$

en notant :

$$A = (1 - A_c \cdot T^2) e^{-T/\tau} + A_c \cdot T^2$$

$$B = \operatorname{ch}(\sqrt{A_c} \cdot T) + \sqrt{A_c} \cdot T \operatorname{sh}(\sqrt{A_c} \cdot T)$$

30 sous l'hypothèse  $A_c \cdot T^2 \ll 1$ .

On note  $e_i$  les coefficients du polynôme appliqué à  $Y_k$  pour donner  $Y_k^*$ , et  $a'_i$  les coefficients du polynôme  $A'$  appliqué à  $Y_k$  dans  $Y_{1k}$ . Ces polynômes, ainsi que  $N'(q^{-1})/q^{-1}$ , sont de degré 2.

On a donc :

$$E(q^{-1}).Y_k = A'(q^{-1}).Y_k.A_\epsilon + N'(q^{-1}).\beta_{\epsilon k}.K_1 + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} . e_k$$

5 Si l'on s'intéresse maintenant aux fonctions de transfert discrètes entre l'extra signal  $\eta_k$  et les signaux de commande  $\beta_{\epsilon k}$ , et les signaux de sorties mesurées  $Y_k$ , est en supposant le système quasi-stationnaire (les paramètres réels  $A_\epsilon$  et  $K_1$  restent constants pendant le temps de  
10 réponse du système en boucle ouverte), et si l'on note :

$$e_{mk} = Y_k - H.\hat{X}_{k/k-1}$$

on peut écrire :

$$15 \quad Y_k = R(q^{-1}).e_{mk} + \frac{B(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} . \alpha . \eta_k$$

$$\beta_{\epsilon k} = S(q^{-1}).e_{mk} + \frac{A(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} . \alpha . \eta_k$$

avec :

$$20 \quad R(q^{-1}) = \frac{\det(1-q^{-1} (F+G.K_\epsilon) (I-K_F.H) )}{\det(1-q^{-1} (F+G.K_\epsilon) )}$$

$$25 \quad S(q^{-1}) = \frac{\det(I-q^{-1} (F+G.K_\epsilon-K_F.K_\epsilon) ) - \det(I-q^{-1} (F+G.K_\epsilon) )}{\det(I-q^{-1} (F+G.K_\epsilon) )}$$

$$B_F(q^{-1}) = \det (I-q^{-1} (F + G.K_\epsilon) )$$

On obtient ainsi :

$$30 \quad Y_k^* = T^2.q^{-1}.A_\epsilon(q^{-1}). \frac{B(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} . \alpha . \eta_k.A_\epsilon$$

$$+ q^{-1} N'(q^{-1}) . \frac{A(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} . \alpha . \eta_k.K_1$$

$$+ \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k$$

$$+ [T^2 \cdot q^{-1} \cdot A_c(q^{-1}) \cdot R(q^{-1}) \cdot A_s + q^{-1} N'(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) \cdot K_1] \cdot e_{mk}$$

5 On a deux bruits mais le terme  $e_{mk}$  ne fausse les calculs que si la désadaptation entre le modèle et le système est importante : on supposera que cela n'est pas le cas et que le terme de  $e_{mk}$  est négligeable devant les extra-signaux.

10 Pour blanchir le bruit  $e_k$  il suffit de multiplier l'ensemble par  $(D(q^{-1})/C(q^{-1}))$ .

A titre de solution approchée (on ne connaît pas la valeur réelle de  $C(q^{-1})$ ) on choisit d'établir à l'avance une table d'interpolation en fonction des valeurs  
15 possibles pour les paramètres : on a ainsi une valeur estimée  $\hat{C}(q^{-1})$ . On sait de même obtenir, par une interpolation similaire une valeur de  $\hat{D}(q^{-1})$ . Soient  $c_1$  et  $d_1$  les coefficients de ces polynômes.

En multipliant par  $\hat{D}(q^{-1})/\hat{C}(q^{-1})$  en choisissant  
20 par exemple :

$$\hat{C}(q^{-1}) = \det (I - q^{-1} (F - F \cdot K_F \cdot H))$$

on effectue un préfiltrage (lettre F en indice), d'où :

$$25 \quad Y_{F1k}^* = T^2 \cdot q^{-1} \cdot A_c(q^{-1}) \cdot \frac{\hat{D}(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} \cdot \frac{B(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} \cdot \alpha \cdot A_s$$

$$Y_{F2k}^* = : q^{-1} \cdot N'(q^{-1}) \cdot \frac{\hat{D}(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} \cdot \frac{A(q^{-1})}{B_F(q^{-1})} \cdot \alpha \cdot K_1$$

$$30 \quad \text{avec } Y_{F1k}^* = \frac{Y_{F1k}}{\eta_k} = \frac{Y_{1k}}{\eta_k} \cdot \frac{\hat{D}(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} \quad \text{et} \quad Y_{F2k}^* = \frac{Y_{F2k}}{\eta_k} = \frac{Y_{2k}}{\eta_k} \cdot \frac{\hat{D}(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})}$$

et la pseudo-mesure  $Y_k^*$  s'écrit après préfiltrage :

$$35 \quad Y_{Fk} = A_c(q^{-1}) \cdot (1 - q^{-1})^2 \cdot \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})} \cdot Y_k$$

d'où :

$$Y_{Fk} = Y_{F1k} \cdot A_s + Y_{F2k} \cdot K_1 + e_k$$

On sait établir également un terme pour le terme de flexion de l'engin, mais on a choisi (voir ci-dessus) de ne pas en tenir compte pour ne pas alourdir l'exposé.

5 Une telle expression sert de base à l'établissement de tables de correspondance pour l'élaboration des extra-signaux optimaux, à partir de l'estimation à chaque pas de  $A_e$  et  $K_1$ , à partir de la détermination à l'avance des plages de valeurs possibles pour ces paramètres ainsi  
10 que pour l'amplitude et la pulsation des extra-signaux.

Cette estimation à chaque pas de  $A_e$  et  $K_1$  se fait par filtrage en écrivant la relation précédente :

$$Y_{Fk}^* = HH.XX_k + e_k$$

où  $XX_k = [ A_e, \dot{A}_e, K_1, \dot{K}_1 ]^T$

15 et où  $HH = [ Y_{F1k}, 0, Y_{F2k}, 0 ]$

et en choisissant au préalable la forme d'un modèle représentant les variations de  $A_e$  et  $K_1$  au cours du temps :

$$XX_{k+1} = FF.XX_k + w_k$$

la matrice  $FF$  est la matrice de dynamique discrète  
20 correspondant au modèle choisi pour les paramètres.

Un modèle du premier ordre pourrait s'écrire :

$$\dot{XX} = \epsilon \text{ où } \epsilon \text{ est un bruit blanc et } XX \text{ se réduit}$$

alors à  $[A_e, K_1]^T$  ce qui représente bien des phénomènes lentement variables ( $XX_k$  et  $HH$  sont alors d'ordre 2), un  
25 modèle du second ordre (c'est le cas envisagé ici) peut s'écrire :  $\dot{XX} = \mu_{\bullet}.XX + \epsilon$  où  $\mu_{\bullet}$  est une matrice de dynamique comprenant des termes de frottement visqueux ; ce modèle amplifie les basses fréquences et affaiblit les hautes fréquences.

30 Si  $Q_D$  est la covariance discrète du bruit blanc vectoriel  $w_k$  et  $R/(1-K_v)$  la covariance du processus d'innovation  $e_k$  on a pour l'équation de RICCATI la forme :

$$PP_{k+1/k} = FF. [ PP_{k/k-1} - \frac{PP_{k/k-1}.HH^T.HH.PP_{k/k-1}}{1 + HH.PP_{k/k-1}.HH^T} ] FF^T + \frac{Q_D}{1-K_v}$$

35

où  $K_v$  est le gain relatif à l'état mesuré (il vaut  $H.K_{\bullet}$ )

Les paramètres estimés sont alors donnés par :

$$\hat{XX}_{k+1} = FF.\hat{XX}_k + K (Y_k - HH.\hat{XX}_k)$$

avec  $K = \frac{FF.PP_{k/k-1} . HH^T}{1 + HH.PP_{k/k-1} . HH^T}$

On connaît une valeur initiale  $PP_0$ . On peut donc estimer, par itération unique, le vecteur  $XX$ .

On peut par ailleurs tracer par avance, pour diverses valeurs des paramètres, des abaques donnant :

- 10 - le module en décibel de la pseudo-mesure  $Y_{Fk}^*$ , en fonction de la fréquence supposée unique de l'extra signal (voir la figure 5),
- le module en décibel de  $Y_{F1}$ , en fonction de cette fréquence (voir la figure 6),
- 15 - le module en décibel de  $Y_{F2}$  en fonction de cette fréquence (voir la figure 7).

En d'autres termes, ces figures 6 et 7 représentent les gains entre l'extra-signal et les grandeurs  $Y_{F1}$  et  $Y_{F2}$ .

- 20 Si l'on ne souhaite estimer que  $A_s$ , en supposant  $K_1$  suffisamment bien connu, on ne présente qu'une seule pulsation d'extra-signal. L'élément  $Y_{F1}$  a alors l'amplitude donnée par la seule figure 6 et l'équation de RICCATI est scalaire, non linéaire et non station-
- 25 naire :

$$\frac{dp(t)}{dt} = q^2 - a^2 e^{2i\omega t} p^2(t)$$

On montre que l'on peut approximer  $p(t)$  par

$V_2.q/a$  si

30  $q^2 \frac{\pi}{\omega} \gg V_2 \frac{q}{a}$

on montre en outre que le trainage asymptotique de  $A_s$  est donné par :



$$\text{tr}(A_6) = - \frac{\sqrt{2} A_6}{q.a}$$

Puisque l'extra-signal  $\eta_k$  est ici choisi sous la forme d'une somme de deux termes de pulsations  $w_1$  et  $w_2$ , on peut écrire les relations :

$$Y_{F1} = a_1 \sin w_1.t + b_1 \sin w_2.t$$

$$Y_{F2} = a_2 \sin w_1.t + b_2 \sin w_2.t$$

et l'équation de RICCATI associée est matricielle, non linéaire et non stationnaire :

$$\dot{P}(t) = Q - P(t).H^T(t).H(t).P(t)$$

avec

$$H^T(t).H(t) = \begin{vmatrix} (Y_{F1})^2 & 0 & Y_{F1}.Y_{F2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{F1}-Y_{F2} & 0 & (Y_{F2})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

et

$$Q = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_2^2 \end{vmatrix}$$

On montre qu'une approximation précise du comportement est obtenue en remplaçant dans l'équation de RICCATI la matrice non stationnaire périodique (harmonique)  $H^T(t).H(t)$  par sa matrice efficace, laquelle peut s'écrire :

$$(H^T.H)_{eff} = \begin{vmatrix} c^2 & 0 & pcd & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ pcd & 0 & d^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

en posant :

$$c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$$

$$P = \frac{a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2}{\sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}}$$

Les éléments  $Y_{r1}$  et  $Y_{r2}$  sont structurellement  
5 en phase.

Le paramètre  $P$  est le cosinus de l'angle  $\varphi_0$  des vecteurs  $(a_1, b_1)$  et  $(a_2, b_2)$ . Plus ce cosinus est faible, mieux les paramètres  $A_0$  et  $K_1$  sont identifiables séparément ; on l'appelle coefficient de couplage.

10 Ce cosinus dépend des niveaux respectifs des deux sinusoides sur les éléments  $Y_{r1}$  et  $Y_{r2}$  et on peut déterminer hors ligne sa valeur après avoir lu les niveaux  $a_1, a_2, b_1, b_2$  sur les abaques des figures 6 et 7 en fonction des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et des amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ .

15 La tangente correspondant à ce cosinus s'écrit : 
$$\text{tg } \varphi_0 = \frac{|a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1|}{a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2}$$

On commence par choisir la première pulsation  
20  $\omega_1$  aux alentours de la pulsation de résonance de  $Y_{r1}$  (voir la figure 6), ce qui fixe le rapport  $a_1/a_2$ . On démontre que l'optimum pour  $\cos \varphi_0$  est le cas où :

$$\frac{a_2}{b_2} = \sqrt{\frac{b_1}{a_1}} \quad \text{noté } T_{op} = \sqrt{Z/Y}$$

25

si  $Z = b_1/b_2$  et  $Y = a_1/a_2$ , la valeur optimale de  $P$  est alors donnée par :

$$P_{op} = \frac{2 T_{op}}{1 + T_{op}^2}$$

30

qui ne dépend plus que des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et non plus des niveaux  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ . En fixant cette valeur, on fixe donc la grandeur  $T_{op}$  et plus précisément le choix de  $\omega_2$  connaissant  $\omega_1$  à  $P_{op}$  désiré.

35 Les figures 8 à 10 sont des abaques corrélant pour diverses valeurs possibles de la fréquence  $F_1$  associée à  $\omega_1$ , le coefficient optimum  $P_{op}$  à la fréquence  $F_2$  associée

à  $\omega_2$ . Ces abaques peuvent être établis hors ligne, et leur nombre peut être augmenté à volonté en choisissant d'autres valeurs de  $F_1$ .

Si l'on appelle  $E$  l'énergie induite sur la sortie du système par les extra-signaux, on déduit les amplitudes  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  des termes sinusoïdaux de ces extra-signaux par :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= T_{op} \cdot \sqrt{\frac{2E}{\alpha_1^2 \cdot T_{op}^2 + \alpha_2^2 \cdot (g_1^2/g_2^2)}} \\ \epsilon_2 &= \sqrt{\frac{2E}{\alpha_1^2 (g_2^2/g_1^2) \cdot T_{op}^2 + \alpha_2^2}} \end{aligned}$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont les gains entre  $a_2$  et  $\epsilon_1$ , et  $b_2$  et  $\epsilon_2$  et où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les gains entre la sortie du système  $Y_k$  et  $\epsilon_1$  ou  $\epsilon_2$ .

Les figures 11 et 12 sont des abaques corrélant respectivement les amplitudes  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  à la fréquence  $F_2$  pour une valeur donnée de  $F_1$  et une valeur de  $E = 6 \cdot 10^{-3}$ . Les erreurs de trainage sont ensuite données par la formule suivante, avec les valeurs  $A_6 = -15$  et  $\dot{K}_1 = -25$  et pour des valeurs de covariance de synthèse  $q_1^2 = q_2^2 = 15$  :

$$\text{tr} \begin{pmatrix} A_6 \\ K_1 \end{pmatrix} = - [ P_{\text{moy}} (H^T \cdot H)_{\text{err}} ]^{-1} \begin{bmatrix} A_6 \\ \dot{K}_1 \end{bmatrix}$$

avec  $P_{\text{moy}}$  étant la matrice de RICCATI en régime permanent.

On démontre que pour un modèle paramétrique du premier ordre :

$$\begin{aligned} \text{tr} (A_6) &= \frac{1 + \frac{q_2 \cdot d}{q_1 \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\rho^2}} \cdot A_6 - \frac{q_1}{q^2} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \dot{K}_1}{- \sqrt{q_1^2 \cdot c^2 + q_2^2 \cdot d^2 + 2 q_1 \cdot q_2 \cdot c \cdot d \cdot \sqrt{1-\rho^2}}} \\ \text{tr} (K_1) &= \frac{1 + \frac{q_1 \cdot c}{q_2 \cdot d} \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\rho^2}} \cdot \dot{K}_1 - \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \cdot A_6}{- \sqrt{q_1^2 \cdot c^2 + q_2^2 \cdot d^2 + 2 q_1 \cdot q_2 \cdot c \cdot d \cdot \sqrt{1-\rho^2}}} \end{aligned}$$

La figure 13 est une abaque donnant, pour les mêmes conditions que les figures 11 et 12, les valeurs de ces trainages en fonction de  $F_z$ .

Il est à noter que les courbes précitées  
5 peuvent être calculées hors ligne.

A titre d'exemple on prend :

- . période d'échantillonnage  $T = 0,04$  s
- . constante servo-gouverne (vérin) :  $\tau = 0,02$  s
- . écart-type du vent  $\sigma_w = 20$  m/s
- 10 . la constante du vent  $\mu = -0,03/s$
- . la covariance du bruit de mesure  $R = 10^{-7}$  rd<sup>2</sup>
- . le tangage commandé  $\theta_c = 0,02$  rd
- . la saturation en vitesse  $B_{max} = 1,7$  rd/s
- . la saturation en position  $B_{max} = 0,15$  rd
- 15 . la covariance du bruit de la servo-gouverne  $q_s = 10^{-6}$  rd<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>
- . l'excitation mode/braquage  $k = 52.000$  s<sup>-2</sup>
- . la vitesse de l'engin  $V = 900$  m/s

Les divers coefficients des polynômes précités,  
20 et les tables numériques correspondant aux abaques précités ont été stockées dans la ligne 17 du module d'excitation.

Le module de filtrage 18 est composé de deux étages successifs, notés 18A et 18B.

25 Le premier étage 18A comporte deux séries de registres à décalage, respectivement notées dans leur ensemble 21 et 22, adaptées à garder en mémoire un nombre  $(m+1)$  de valeurs de  $Y$  ( $Y_{k-m}, \dots, Y_k$ ) et un nombre  $(m+1)$  de valeurs de  $B_c$  ( $B_{ck-m}, \dots, B_{ck-1}$ ) ; ce nombre  $m$  est ici égal  
30 à 2.

Cet étage 18A comporte en outre des éléments de sommation 23 à 25 adaptés à élaborer, par combinaisons linéaire, des valeurs mémorisées de  $Y$  ou  $B_c$ , des "pseudo-valeurs" repérées par un astérisque en indice :

$$\begin{aligned} Y_{k-1}^* &= a'_1 \cdot Y_{k-1} + a'_2 \cdot Y_{k-2} \dots + a'_m \cdot Y_{k-m} \\ B_{ck-1}^* &= b'_1 \cdot B_{ck-1} + b'_2 \cdot B_{ck-2} \dots + b'_m \cdot B_{ck-m} \end{aligned}$$

$$Y_{pk}^* = e_0.Y_k + e_1.Y_{k-1} + \dots + e_m.Y_{k-m}$$

Les coefficients  $a'_1, \dots, a'_m, b'_1, \dots, b'_m, e_0, \dots, e_m$  ont été explicités ci-dessus. Ils dépendent uniquement de la partie déterministe du modèle de comportement choisi pour l'engin 1, et ont pu être calculés hors ligne.

Le second étage 18B comporte trois séries de registres à décalage, respectivement notées 26 à 28 dans leur ensemble, adaptées à garder en mémoire  $q$  valeurs passées de  $Y_{k-1}^*$ ,  $q$  valeurs passées de  $B_{ck-1}^*$  et  $q$  valeurs passées de  $Y_{pk}^*$  (la valeur de  $q$  est ici de 2).

A ces séries de registres à décalage sont respectivement associés des éléments de sommation 29, 30 ou 31, adaptés à élaborer des "valeurs pré-filtrées" repérées par la lettre F en indice, avec  $r$  l'ordre du modèle d'état (ici 4) :

$$Y_{Fk-1}^* = d_1.Y_{k-1}^* + d_2.Y_{k-2}^* \dots d_m.Y_{k-m}^* - [c_1.Y_{Fk-2}^* + c_2.Y_{Fk-3}^* + \dots c_r.Y_{Fk-r-1}^*]$$

$$B_{CFk-1}^* = d_1.B_{ck-1}^* + d_2.B_{ck-2}^* \dots + d_m.B_{ck-m}^* - [c_1.B_{CFk-2}^* + c_2.B_{CFk-3}^* \dots + c_r.B_{CFk-r-1}^*]$$

$$Y_{FFk}^* = d_1.Y_{Fk}^* + d_2.Y_{Fk-1}^* \dots + d_m.Y_{Fk-m+1}^* - [c_1.Y_{FFk-1}^* + c_2.Y_{FFk-2}^* \dots + c_r.Y_{FFk-r}^*]$$

Pour l'élaboration de ces valeurs pré-filtrées sont bien sûr prévues trois autres séries de registres à décalages 32 à 34 adaptées à garder en mémoire  $(r+1)$  valeurs passées de chacune des grandeurs pré-filtrées.

Les coefficients  $d_1, \dots, d_m$  et  $c_1, \dots, c_r$  de cet étage de pré-filtrage 18B ont été définis ci-dessus : ils dépendent de la partie statistique du modèle de comportement choisi et sont interpolés en ligne en fonction des valeurs des paramètres  $A_e$  et  $K_1$  estimés au pas d'avant par le module 19.

Ainsi que cela a été exposé ci-dessus, les coefficients  $a'_1 \dots b'_1 \dots e_0 \dots d_1 \dots c_1 \dots$  sont tels que l'on a la relation suivante :

$$Y_{PFK}^* = Y_{PFK-1}^* . A_0 + B_{PFK-1}^* . K_1 + e_k$$

5 où  $e_k$  est un bruit de mesure.

Le module d'estimation paramétrique 19 comporte une unité de calcul d'innovation 35, une unité de calcul de gains 36, et une unité de recalage et de propagation 37.

Ce module d'estimation paramétrique a pour  
10 objet d'élaborer des valeurs estimées des paramètres  $A_0$  et  $K_1$  et est à rapprocher d'un filtre de KALMAN en raisonnant sur :

$$15 \quad XX = \begin{bmatrix} A_0 \\ \dot{A}_0 \\ K_1 \\ K_1 \end{bmatrix}$$

L'unité de calcul d'innovation élabore une grandeur  $\varepsilon_k$ , appelée "innovation", donnée par l'équation:

$$\varepsilon_k = Y_{PFK}^* - HH . \hat{XX}_{k/k-1}$$

20 où  $\hat{XX}_{k/k-1}$  est la prédiction de  $XX$  donnée au pas d'avant par l'unité 37 (voir plus loin).

L'unité de calcul de gains 36 élabore (voir ci-dessus) le vecteur colonne  $K$  regroupant les quatre gains de filtrage respectivement affectés aux quatre composantes du

25 vecteur colonne  $XX$ .

L'unité 37 élabore d'une part une valeur estimée du vecteur  $XX$  par l'équation :

$$\hat{XX}_{k/k} = \hat{XX}_{k/k-1} + K . \varepsilon_k$$

et d'autre part une valeur prédite de  $\hat{XX}$  pour le pas  $(k+1)$

30 par l'équation :

$$\hat{XX}_{k+1/k} = FF . \hat{XX}_{k/k}$$

laquelle valeur prédite va être stockée jusqu'au pas suivant.

A partir d'une table d'interpolation établie  
35 hors ligne on détermine à partir de  $\hat{XX}_{k/k}$  les valeurs  $d_1 \dots c_1 \dots$  à utiliser au pas suivant, tandis que la valeur

estimée de  $\hat{X}_{K/K}$ , donc les valeurs de  $\hat{A}_e$  et  $\hat{K}_1$ , sont transmises au module 20, tout en étant renvoyées au calculateur 9.

Le module 20 de génération de signaux d'excitation élabore en fréquence et en amplitude deux signaux sinusoidaux d'excitation d'amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  et de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  à partir de  $A_e$  et  $K_1$ , en utilisant les tables de correspondance préétablies correspondant aux abaques, données aux figures 5 à 13.

La détermination de ces signaux se fait par interpolation à partir d'une table  $(A_e, K_1)$  ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_1, \omega_2$ ) établie hors ligne par itération du processus suivant :

- 1 - choix de  $\omega_1$  (ou de  $F_1$ ) sur la figure 5,
- 2 - détermination de  $\omega_2$  (ou de  $F_2$ ) en fonction de  $\rho_{op}$
- 15 (choisi à l'avance) grâce à l'abaque approprié de l'une des figures 8 à 10,
- 3 - calcul des gains  $Y, Z, T_{op}$ ,
- 4 - calcul de  $b_2$  en fonction de l'énergie  $E$  choisie et de  $Y, Z, T_{op}$ ,
- 20 5 - calcul de  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  en fonction de  $b_2, Y, Z, T_{op}$ . Ces phases 3 à 5 font appel dans leur ensemble aux figures 11 et 12,
- 6 - calcul de  $q_1$  et  $q_2$  en fonction des trainages choisis,
- 7 - vérification de  $q^2 \cdot \frac{\pi}{w} \ll \sqrt{2} \frac{q}{a}$  sinon retour à l'étape 2
- 25 en choisissant une autre valeur de  $\omega_1$  et une autre valeur de  $\rho_{op}$ .
- 8 - on retient les valeurs  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_1, \omega_2$ .

Plus précisément, les étapes précitées peuvent être commentées comme suit :

- Etape 1 : choix de  $\omega_1$

Les contraintes sur le choix de la première pulsation, correspondant à la plus petite pulsation ( $\omega_1 < \omega_2$ ) sont principalement liées à la contrainte sur la borne minimum de  $\omega_1$  :

1. Les basses fréquences seront coupées en temps réel par l'action du bloc "filtrage des données" 18. Cette action est rendue nécessaire pour éliminer les biais de l'algorithme d'identification dus aux perturbations basses  
5 fréquences.

On considère que le filtrage optimal des basses fréquences (action DERIVATRICE) est un élément de fonctionnement indispensable de l'invention (certitude acquise par l'expérience).

10 2. La théorie de l'identification impose une contrainte faisant intervenir la pulsation  $\omega_1$  de façon hyperbolique. Si cette contrainte n'est pas réalisée, on observe des oscillations parasites de fréquence double entraînant des détériorations sur les performances de l'invention.

15 - Etape 2 : calcul de  $\omega_2$

On choisit une valeur  $\rho$  optimisée :  $\rho_{opt}$  égale à  $\rho$  minimum, pour la valeur de  $A_s$  considéré.

- Etape 3 : calcul des gains  $Y, Z, T_{op}$

20  $Y, Z, T_{op}$  étant des fonctions des rapports des amplitudes des sinus donc sans dimension, on détermine  $T_{op}$ , fonction de  $\rho_{op}$  uniquement, puis on détermine  $Y$  fonction de  $\omega_1$  et  $A_s$ ,  $Z$  fonction de  $Y$  et  $T_{op}$ .

- Etape 4 : Calcul  $b_2$

25 L'utilisateur fixant une énergie efficace  $E$  sur l'erreur en sortie, due au signal d'excitation, on en déduit une amplitude  $b_2$ , fonction de  $E, Y, Z, T_{op}$ , qui attaque le filtre de KALMAN à nature d'observation périodique (HH périodique).

- Etape 5 : Calcul de  $\epsilon_1, \epsilon_2$  :

30 En fonction de  $b_2, Y, Z, T_{op}, A_s, K_1$ , on détermine les amplitudes des 2 sinus de l'extra signal :

$$\eta = \epsilon_1 \sin \omega_1 kT + \epsilon_2 \sin \omega_2 kT$$



- Etape 6 : calcul de  $q_1$  et  $q_2$  en fonction des trainages tr spécifiés par le cahier des charges, dont dépendraient notamment, en temps réel, les gains du filtre d'identification 37 : tr décroît lorsque  $q_1$  et  $q_2$  croissent.

5 - Etape 7 : vérification

$q_1$  et  $q_2$  étant déterminés, on valide le choix en vérifiant les hypothèses de calcul ;

- Etape 8 : la validation théorique est satisfaisante, on mémorise alors dans la table d'interpolation destinée à  
10 être embarquée :

pour  $A_s =$   $\begin{matrix} E_1 \\ E_2 \end{matrix}$  } les amplitudes

pour  $K_1 =$   $\begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix}$  } les fréquences

15  $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{entrées de la table d'interpolation}}$   $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{sorties de la table d'interpolation}}$

- Retour à l'étape 2 : autre choix

Si la cause de non-validation est : covariances trop importantes entraînant une forte influence des  
20 bruits :

a) alors on se fixe un autre  $\rho_{00}$  inférieur ( $\rho_{00} = 0,7$  par exemple),

b) on augmente le domaine de fréquence ( $\omega_2$  croît) ( $\omega_1$  décroît),

25 c) on augmente l'énergie E en sortie.

Si l'hypothèse de l'étape 7 est non validée, alors :

a). on augmente  $\omega_1$ , mais avec toujours  $\omega_1 < \omega_2$

b). on diminue  $q_1$ , et  $q_2$ .

30 Dans le cas de deux paramètres à identifier, on peut se contenter de 2 sinusoides de fréquences entre 1,0 et 12,0 hertz environ (très inférieures à la fréquence d'échantillonnage) et d'amplitude 0,01 radian (0,5 degré) environ (l'amplitude est réglable à volonté selon les

erreurs d'identification désirées hors ligne).

A titre d'exemple d'utilisation des abaques pour l'élaboration hors ligne de la table d'interpolation, on part d'une valeur de  $A_e$  égale à 10 et on se fixe à  
5 l'avance une valeur  $\rho_{\text{opt}} = 0,75$ .

Ce paramètre doit être le plus faible possible sans toutefois conduire à des fréquences trop élevées pour le vérin (à la figure 8, une fréquence  $F_1 = 1,1$  Hz et  $\rho = 0,5$  conduisent à  $F_2 = 4,8$  Hz ; or il est apparu préférable  
10 dans le cas considéré de rester en deçà de 3 Hz. Le choix de  $\rho = 0,75$  semble un compromis acceptable. En fait, le choix de ce coefficient de couplage dépend du modèle physique et de la plage permise physiquement pour les fréquences  $F_1$  et  $F_2$ .

On choisit pour commencer une fréquence  $F_1$  de  
15 1,1 Hz, ce qui correspond au gain maximum d'après la figure 6 : cela veut dire que les fréquences voisines de 1,1 Hz sont moins bruitées que les autres. Pour des fréquences inférieures ( $< 0,5$  Hz) le vent devient prépondérant et son  
20 élimination se traduit par une action dérivatrice du préfiltrage ; pour 0,5 Hz l'extra-signal serait noyé dans le vent. Pour des fréquences plus hautes ( $> 6$  Hz) le bruit de mesure devient prépondérant ce qui se traduit par une atténuation sérieuse des hautes fréquences par le préfil-  
25 trage ; cette atténuation ne peut toutefois pas être totale car on a toujours besoin de la mesure pour recalculer le modèle au moyen du processus d'innovation. Ces remarques concernent  $Y_{Fk-1}^*$  mais des remarques similaires pourraient être faites à propos de  $B_{Fck-1}^*$  (figure 6). A titre de  
30 grandeur, le vent peut avoir une fréquence de 0,1 Hz tandis que le bruit de mesure peut se situer autour de 5 Hz ; le ballottement des liquides dans un engin propulsé peut être d'environ 1 Hz. On en déduit à la figure 8 une fréquence  $F_2 = 2,6$  Hz.

35 Pour déterminer  $\epsilon_1$  on sélectionne la figure 11 qui correspond à  $F_1 = 1,1$  Hz : le bruit de la courbe  $A_e =$

10 qui correspond à  $F_2$  donne  $\epsilon_1 = 0,019$  rd. La planche 12 donne de manière similaire  $\epsilon_2 = 0,086$  rd.

Si on prend par exemple un temps de 11 secondes, cela correspond à un extra-signal de 0,35 degré.

5 Il reste à contrôler les valeurs de trainage : la figure 13 donne un trainage de 18 sur  $A_e$  et de -19 sur  $K_1$ . Si ces valeurs sont considérées acceptables, on valide les grandeurs précitées pour  $A_e = 10$  dans la table d'interpolation.

10 Des démarches similaires doivent être suivies pour d'autres valeurs possibles de  $A_e$  dans une gamme de valeurs estimée a priori. Le nombre des valeurs possibles qui sont ainsi considérées pour  $A_e$  résulte d'un compromis entre la précision désirée et la taille admise pour la  
15 table d'interpolation à embarquer.

Le choix de l'énergie maximale d'excitation en sortie résulte du cahier des charges : plus elle est faible, plus le niveau pour  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  est faible et les trainages seront probablement importants. Une énergie  
20 correspondant à une plage d'oscillation en tangage de quelques degrés (par exemple entre 0,5 et 2) peut être considérée comme raisonnable.

Il est à noter que l'utilisation d'une table d'interpolation ainsi construite garantit le maintien des  
25 trainages dans des plages spécifiées à l'avance.

Avant de transmettre les extra-signaux au sommateur le module procède à des tests de faisabilité.

Il vérifie que les excitations sont inférieures à la différence entre la valeur de commande  $\beta_{ck}$  et  $\beta_{max}$  la  
30 valeur maximale admissible par l'actionneur, sinon il réduit l'amplitude de ces excitations à cette différence ou, de préférence, à une fraction (par exemple 90 %) de celle-ci. De même, il vérifie que la différence de braquage par rapport au pas d'avant est compatible avec les  
35 performances en vitesse de l'actionneur sinon on diminue les amplitudes.

Ce n'est qu'alors que l'on ajoute effectivement en 15 ces signaux d'excitation au signal de commande élaboré par l'unité de pilotage 5.

Des simulations ont permis d'établir la 5 faisabilité et la fiabilité de l'invention, même dans des cas de manoeuvres importantes qui, dans des solutions classiques, auraient conduit à la perte de l'engin.

Dans le cas où l'on suppose  $K_1$  suffisamment bien connu, on peut se limiter à une seule fréquence 10 d'excitation, et la démarche à suivre, simplifiée, se déduit aisément de ce qui précède.

L'amélioration apportée par l'invention peut aller jusqu'à la sauvegarde de l'engin (reconfiguration du modèle de connaissance après un effacement accidentel de 15 certaines mémoires du calculateur de guidage pilotage), c'est-à-dire que l'utilisation de ce procédé peut être l'unique solution, à l'heure actuelle, pour un fonctionnement correct de l'engin.

La méthode peut s'appliquer sur n'importe quel 20 système stabilisable, du moment que l'on peut disposer d'une commande pouvant être réglée en fréquence et en amplitude.

Il suffit simplement de déterminer les paramètres jugés essentiels pour la stabilité du contrôle 25 automatique.

Les avantages pratiques et les intérêts industriels sont essentiellement :

- module s'ajoutant en parallèle sur le calculateur de guidage/pilotage et ne nécessitant aucune modification 30 importante du matériel déjà existant.
- souplesse d'utilisation du procédé qui peut s'utiliser sur n'importe quel système du 2ème ordre à asservissement numérique.
- nombre limité de calculs numériques supplémentaires 35 n'introduisant donc qu'un petit retard dans la chaîne de contrôle de l'engin pratiquement parfaitement tolérable.

- possibilité de couper le fonctionnement du module en vol sans problème majeur pour le contrôle qui gardera en mémoire les derniers paramètres recalés.

- fiabilité des contrôles avant vol via le bus : on excite  
5 par émulation et on vérifie le bon fonctionnement du module.

Dans le cas où plusieurs asservissements seraient prévus selon des degrés de liberté différents, on peut appliquer l'invention indépendamment pour chaque degré  
10 de liberté. En variante, on peut n'appliquer l'invention que sur un seul degré de liberté, en reportant autant que possible l'ensemble des effets perturbateurs sur celui-ci.

Il va de soi que la description qui précède n'a été proposée qu'à titre d'exemple non limitatif et que de  
15 nombreuses variantes peuvent être proposées par l'homme de l'art sans sortir du cadre de l'invention.

En effet, l'exposé qui précède correspond à un optimum.

Il a toutefois été constaté lors de simulations  
20 que de bons résultats lorsque, après calcul en 18A des pseudo-grandeurs, on se contente d'un préfiltrage selon un simple polynôme du premier degré en  $q^{-1}$ , de coefficients égaux à 1 par exemple.

Par ailleurs, il a été exposé ci-dessus comment  
25 déterminer de manière optimale les amplitudes et pulsations des extra-signaux à partir de l'efficacité et de la raideur. De bons résultats sont déjà obtenus lorsque l'on n'estime qu'un seul paramètre, par exemple la raideur, en supposant l'autre paramètre suffisamment bien connu. On  
30 peut alors n'utiliser qu'une seule composante harmonique dont la pulsation est, selon le cas, choisie auprès des pics des courbes de l'une ou l'autre des figures 6 ou 7 (par exemple les courbes de la figure 6) et dont l'amplitude est fixée par le niveau maximum d'énergie d'excitation  
35 choisie à l'avance. Si l'on souhaite utiliser deux composantes harmoniques, on peut choisir des critères de

couplage plus simples et plus approchés que précédemment :  
on peut par exemple se contenter de lire les pulsations sur  
les lignes 6 et 7 en imposant une différence minimale entre  
celles-ci. Il est rappelé que ces courbes des figures 6 et  
5 7 ne sont pas embarquées mais servent de base à la  
constitution de la table d'interpolation embarquée dans  
l'élément 8.

REVENDECATIONS

1. Procédé de commande en pilotage en régime discret d'un système physique dont une grandeur de sortie  $\theta$  est commandée par une grandeur  $\beta$  appliquée à un actionneur selon une loi de commande synthétisée à partir d'une équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\ddot{\theta} = A_0 \cdot \theta + K_1 \beta + \varepsilon$$

où  $A_0$  est un paramètre appelé raideur,

$K_1$  est un paramètre appelé efficacité,

10  $\varepsilon$  est un terme de perturbation stochastique,

l'un au moins des paramètres  $A_0$  et  $K_1$ , étant mal connu, selon lequel on relève, avec une période d'échantillonnage  $T$ , des mesures  $Y_k$  de la grandeur de sortie  $\theta$  tandis que l'on élabore dans un calculateur des signaux de commande

15  $\beta_{ek}$  que l'on applique à l'actionneur, et selon lequel on décrit le comportement du système par une relation matricielle  $\dot{X} = AX + B \cdot \beta_e + W$  où  $X$  est un vecteur regroupant au moins  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  et leurs dérivés et où  $W$  est un bruit blanc, caractérisé en ce que :

20 . préalablement au pilotage :

- on établit une relation par amétrique linéaire en les paramètres  $A_0$  et  $K_1$  du type :

$$E(q^{-1}) \cdot Y_k = A'(q^{-1}) \cdot Y_k \cdot A_0 + N'(q^{-1}) \cdot \beta_{ek} \cdot K_1 + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e_k$$

25

où :  $e_k$  est le processus d'innovation résultant d'un filtre de KALMAN fondé sur ladite équation matricielle de comportement,

30

$E(q^{-1})$ ,  $A'(q^{-1})$ ,  $N'(q^{-1})$  sont des polynômes de l'opérateur retard  $q^{-1}$ , d'ordres au plus égaux à la dimension du vecteur  $X$ ,

$C(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique dudit filtre de KALMAN,

35

$D(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique des modes non commandables excités par  $W$ .

- on calcule les valeurs des coefficients constants  $e_1$  de  $E(q^{-1})$ ,  $a'_1$  de  $A'(q^{-1})$ ,  $b'_1$  de  $N'(q^{-1})$ ,
- on estime une plage de valeurs possibles pour ce paramètre mal connu au cours du pilotage,
- 5 - on construit une table d'interpolation donnant pour plusieurs de ces valeurs possibles l'amplitude  $\varepsilon_1$  et la pulsation  $\omega_1$  d'au moins une composante harmonique à introduire par addition dans le signal de commande.
- on choisit un modèle de variation pour au moins le
- 10 paramètre supposé mal connu que l'on écrit sous la forme

$$\dot{XX} = AA.XX + e$$

- où  $XX$  est un vecteur de dimension au moins égale à 1 et on établit une équation de RICCATI discrète fondée sur ce modèle paramétrique et sur la relation paramétrique
- 15 linéaire,

. au cours du pilotage :

- on calcule (18A) à chaque instant
 
$$Y_{Fk}^* = E(q^{-1}).Y_k$$

$$Y_{k-1}^* = A'(q^{-1}).Y_k$$

$$B_{ck}^* = N'(q^{-1}).B_{ck}$$
- 20 - on préfiltre (18B) chacune de ces grandeurs par un polynôme d'ordre au moins égal à 1,
- on identifie à partir de ces valeurs préfiltrées, qui satisfont
 
$$25 \quad Y_{Fk}^* = Y_{Fk-1}^*.A_0 + B_{Fck-1}^*.K_1 + e_k$$
 les coefficients de l'équation de RICCATI et on estime(19) le(s) paramètre(s) mal connu(s) que l'on transmet ensuite au calculateur,
- on déduit de la table d'interpolation (20) une
 
$$30 \quad$$
 pulsation d'excitation  $\omega_1$  et une amplitude d'excitation  $\varepsilon_1$  pour cette valeur estimée du paramètre,
- on ajoute au signal de commande du calculateur la composante harmonique de pulsation  $\omega_1$  et d'amplitude  $\varepsilon_1$ , et on applique cette somme de
 
$$35 \quad$$
 signaux à l'actionneur.



2. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que le paramètre mal connu est la raideur  $A_e$ .

3. Procédé selon la revendication 1 ou la revendication 2, caractérisé en ce que, avant le pilotage, on construit cette table d'interpolation en sorte de lui faire associer à diverses valeurs possibles au moins ce paramètre, les amplitudes et les pulsations de deux composantes harmoniques de fréquences différentes, et en ce que, au cours du pilotage, on détermine par interpolation à partir d'au moins la valeur estimée de ce paramètre des amplitudes  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  et des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , et on ajoute au signal de commande du calculateur des composantes harmoniques de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et d'amplitudes  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ .

4. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 3, caractérisé en ce que la table d'interpolation admet également l'autre paramètre comme grandeur d'entrée.

5. Procédé selon la revendication 4, caractérisé en ce qu'on estime également cet autre paramètre.

6. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 5, caractérisé en ce qu'on contrôle que l'amplitude du signal de commande incorporant cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) est inférieure à un seuil prédéterminé, et, si oui, on applique ces composantes harmoniques à l'actionneur ou, si non, on réduit l'amplitude de cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) en sorte de rester en deçà dudit seuil.

7. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce qu'on contrôle que l'amplitude du signal de commande incorporant cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) présente, par rapport à celle du pas d'avant, une différence inférieure à un seuil prédéterminé et, si oui, on applique ces composantes harmoniques à l'actionneur ou, si non, on réduit l'amplitude de cette (ou ces) composante(s) harmonique(s) en sorte

de rester en deça dudit seuil.

8. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, caractérisé en ce que le modèle de variation du (ou des) paramètre(s) est du premier ordre.

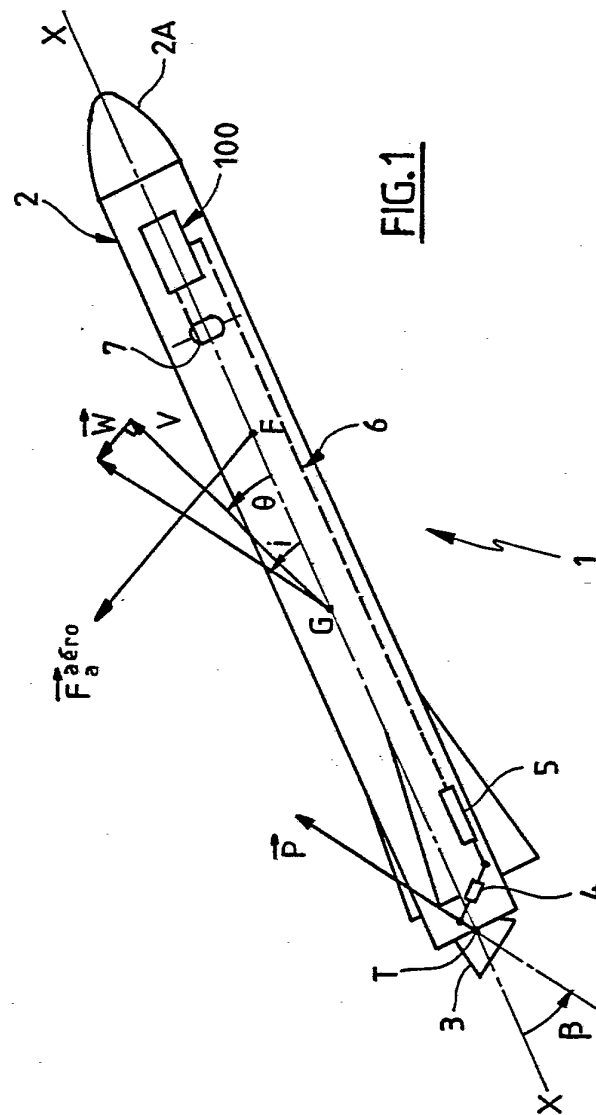
5 9. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, caractérisé en ce que le modèle de variation du (ou des) paramètre(s) est du second ordre, le vecteur paramétrique incorporant la dérivée par rapport au temps de chaque paramètre à estimer.

10 10. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 9, caractérisé en ce qu'on préfiltre chacune des grandeurs  $Y_{pk}^*$ ,  $Y_{k-1}^*$  et  $\beta_{ek-1}^*$  par une forme approchée du rapport des polynômes  $D(q^{-1})/C(q^{-1})$  dont on détermine à chaque pas la valeur des coefficients en  
15 fonction du (ou des) paramètre(s) estimés(s).

11. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 10, caractérisé en ce que le système à piloter est un engin aérodynamique à chaîne de pilotage incorporée.

20 12. Procédé selon la revendication 11, caractérisé en ce que les signaux de commande sont appliqués à des gouvernes.

13. Procédé selon la revendication 12, caractérisé en ce que les signaux de commande sont  
25 appliqués au vérin d'orientation d'une tuyère de poussée.





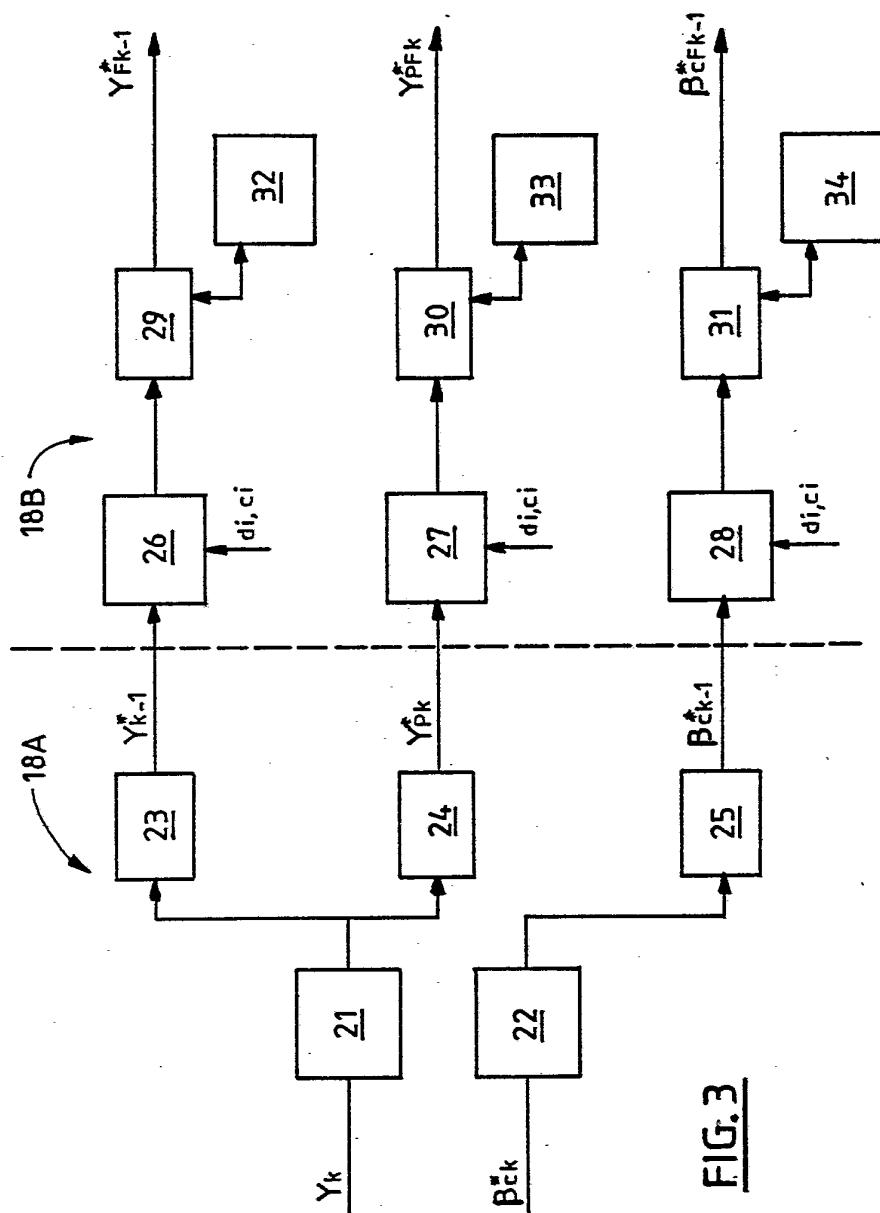


FIG. 3

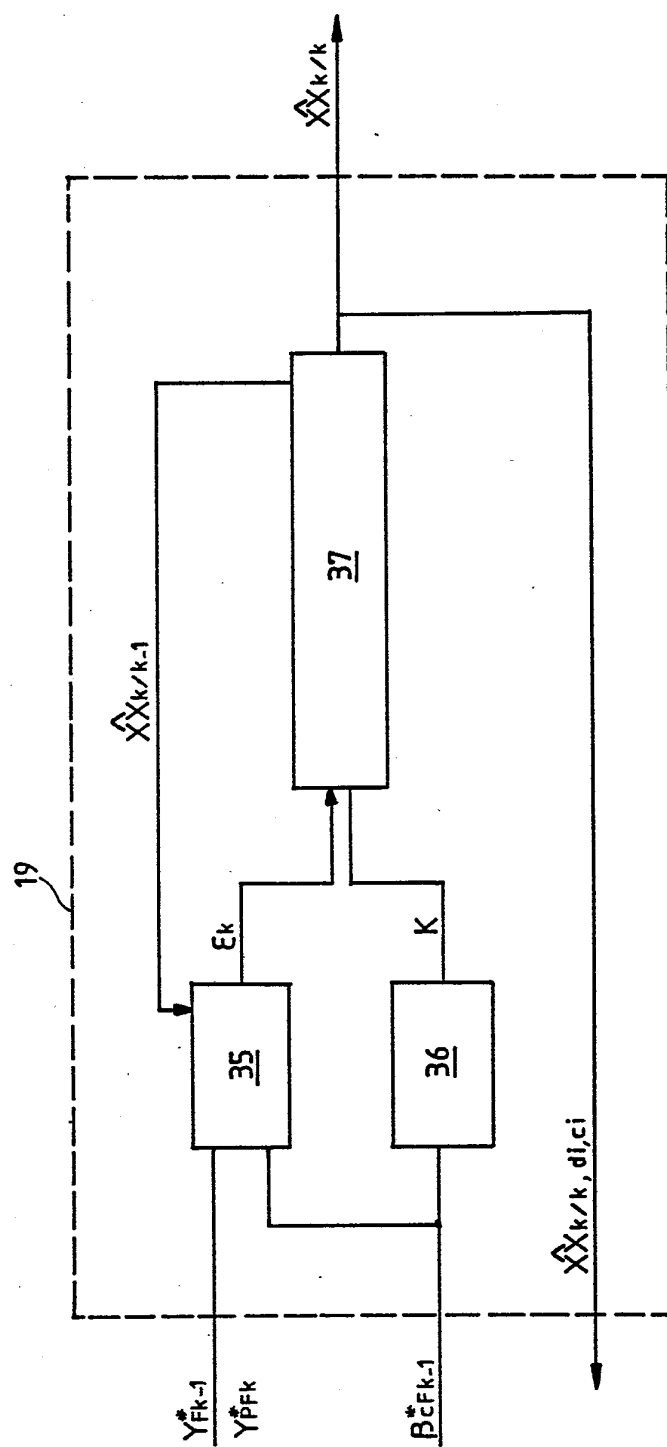


FIG. 4

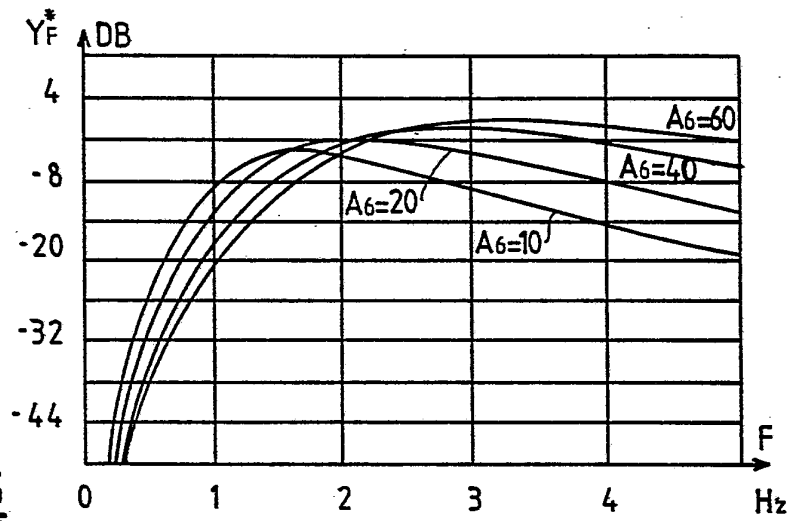


FIG.5

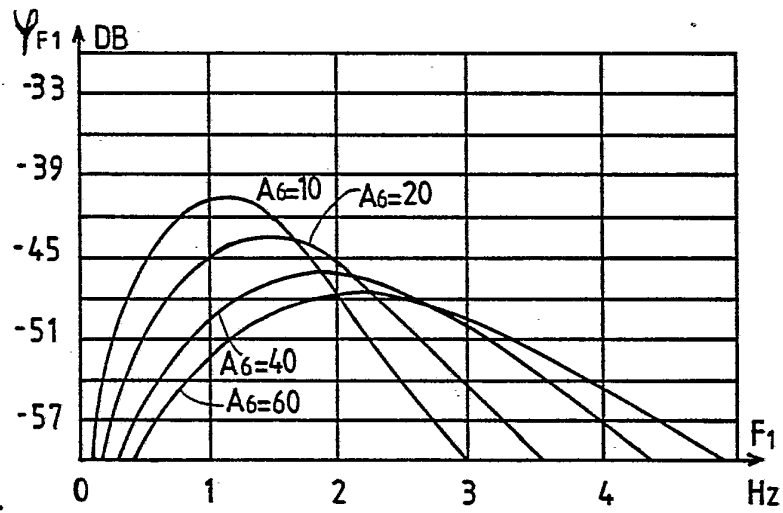


FIG.6

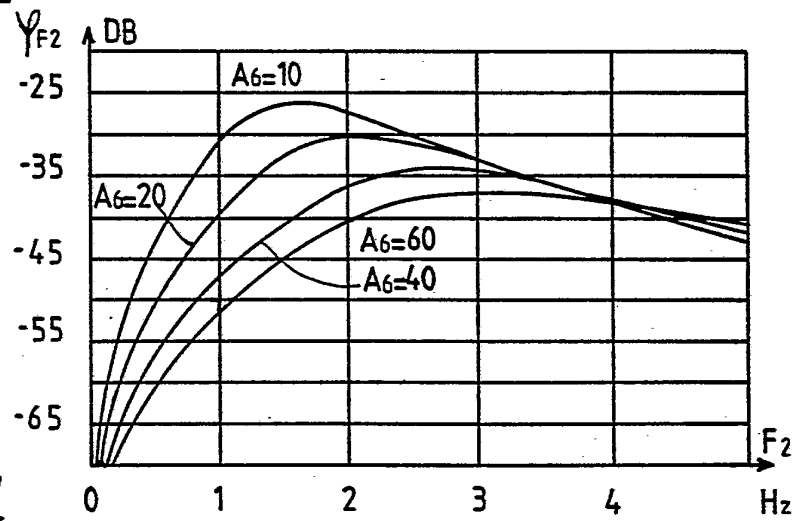
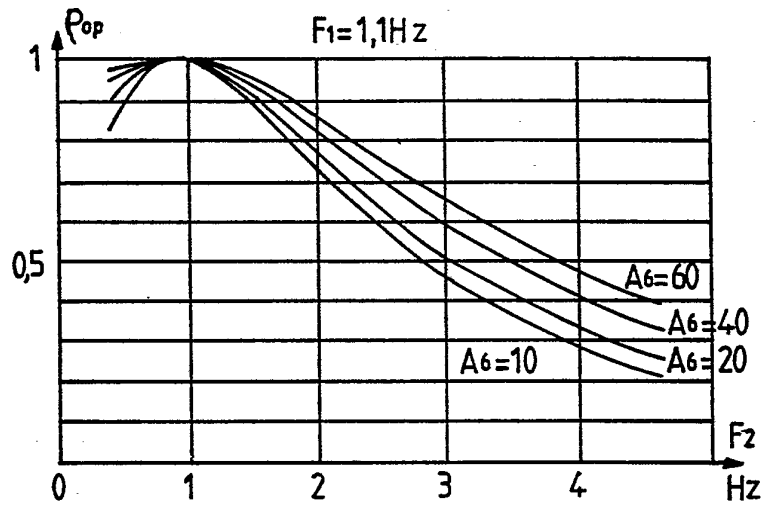
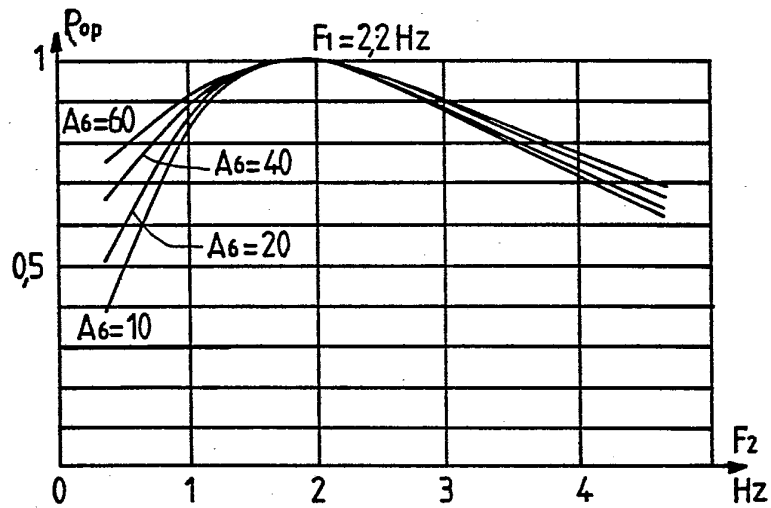
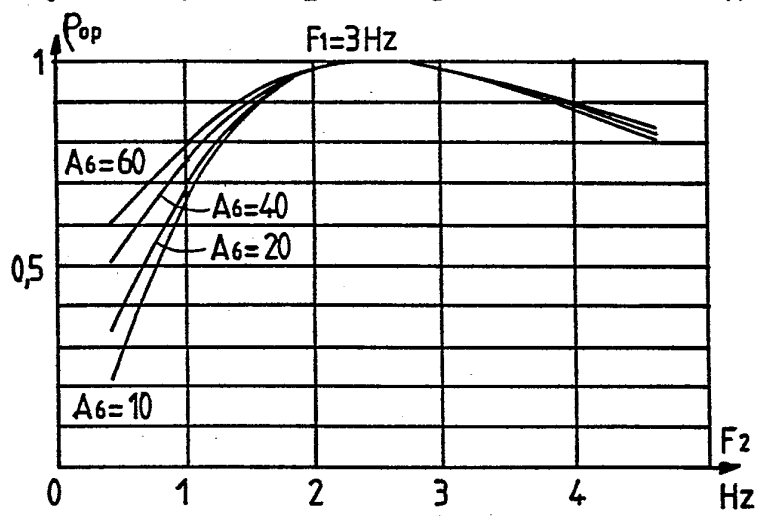


FIG.7

FIG. 8FIG. 9FIG. 10



