

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特 許 公 報(B2)

(11) 特許番号

特許第6217205号  
(P6217205)

(45) 発行日 平成29年10月25日(2017.10.25)

(24) 登録日 平成29年10月6日(2017.10.6)

(51) Int.Cl.

G06N 3/08 (2006.01)

F I

G06N 3/08

請求項の数 7 (全 29 頁)

(21) 出願番号 特願2013-149247 (P2013-149247)  
(22) 出願日 平成25年7月18日(2013.7.18)  
(65) 公開番号 特開2015-22463 (P2015-22463A)  
(43) 公開日 平成27年2月2日(2015.2.2)  
審査請求日 平成28年4月5日(2016.4.5)

(73) 特許権者 000005223  
富士通株式会社  
神奈川県川崎市中原区上小田中4丁目1番  
1号  
(74) 代理人 100074099  
弁理士 大菅 義之  
(74) 代理人 100133570  
弁理士 ▲徳▼永 民雄  
(72) 発明者 伊東 利雄  
神奈川県川崎市中原区上小田中4丁目1番  
1号 富士通株式会社内  
審査官 多胡 滋

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 デジタルーアナログ・フィッティング装置、デジタルーアナログ・フィッティング方法、及びプログラム

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項1】

対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形する行列変形部と、

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも1回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出する重み係数算出部と、

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジーを形成するトポロジー形成部と、

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジーの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成する重み設定部と、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得るニューラルネットワーク回路動作部と、  
を含むデジタルーアナログ・フィッティング装置。

【請求項2】

前記重み係数算出部は、前記重み係数を、前記ジョルダン標準形のジョルダン細胞と前

10

20

記ジョルダン細胞の対角成分を用いて表現することを特徴とする請求項 1 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

【請求項 3】

前記重み係数算出部は、前記加え値を、前記単調増加関数と、前記ジョルダン標準形のジョルダン細胞の対角成分を用いて表現することを特徴とする請求項 1 または 2 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

【請求項 4】

前記重み係数算出部は、前記単調増加関数を、

【数 4 4】

$$a(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, (x > 0) \\ 0, (x \leq 0) \end{cases}$$

10

を用いて構成する請求項 1 乃至 3 のいずれか一項に記載のフィッティング装置。

【請求項 5】

前記重み係数算出部は、前記単調増加関数を、 $x = a_1$  で  $D(a_1) = 0$ 、 $x = a_2$  で  $D(a_2) = 1$  となるような関数  $D(x)$  :

【数 4 5】

$$D(x) = \frac{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right) + a\left(1 - \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}$$

20

を用いて構成する請求項 1 乃至 3 のいずれか一項に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

【請求項 6】

コンピュータによって処理されるデジタル・アナログ・フィッティング方法であって、  
対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形することと、

30

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも 1 回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出することと、

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジーを形成することと、

40

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジーの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成することと、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得ることと、

を含むデジタル・アナログ・フィッティング方法。

【請求項 7】

対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形させ、

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも 1 回微

50

分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出させ、

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジを形成させ、

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成することと、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得る、

処理をコンピュータに実行させることを特徴とするプログラム。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本発明は、デジタル・アナログ・フィッティング装置、デジタル・アナログ・フィッティング方法、及びプログラムに関するものである。

【背景技術】

【0002】

リカレントニューラルネットワーク (Recurrent Neural Network、以下RNNと省略することがある) はロボットの動作用として開発されたニューラルネットワークである。このRNNは、ロボットの動作のみならず、歩数計や音声解析などの他の物理モデルに対しても有効である。

【0003】

RNNはニューロンと結線とから構成される。ここで、ニューロンを整数でインデックスするとして、j番目のニューロンの出力を $y_j$ とする。さらに、j番目のニューロンからi番目のニューロンへの結線上に定義される重み係数を $C_{ij}$ 、各ニューロンに定義される遅れパラメータを $\tau_i$ 、ニューロン $y_i$ に入力される加え値を $h_i$ がとする。すると、i番目のニューロンの出力は、tを時間として、

【数1】

$$\varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} + y_i = \sum_j C_{ij} y_j + h_i$$

となる。上式の $y_i$ をニューロンそのものと同一視する場合もある。なお、加え値 $h_i$ は、このRNN回路のニューロン以外で求められた値である。加え値 $h_i$ が恒等的に0である場合もある。また、上の[数1]は、連続時間tに対する定数係数の非同次連立微分方程式である。

【0004】

一方、離散時間の線形システムが知られている。線形システムは、Aを $n \times n$ の正方行列、離散時間iのときn次元ベクトル $y(i)$ を入力すると、下の[数2]のような $y(i+1)$ 、

【数2】

$$y(i+1) = Ay(i)$$

が出力されるシステムである。そしてこの $y(i+1)$ は、時刻 $(i+1)$ における入力ベクトルとなる。[数2]の正方行列Aは、一般に対角化可能と仮定される場合において、離散時間の線形システムの出力をRNN回路で解析する方法が知られている。その方法では、離散時間の線形システムの出力である離散点にフィッティングする連続曲線を求め

10

20

30

40

50

、求められた連続曲線であるフィッティング曲線についてRNN回路で解析を行う。この場合、[数2]で表されるような線形システムの出力の離散点の全てを通るフィッティング曲線をリカレントニューラルネットワーク回路を用いて求める。そのためには、線形システムを表す[数2]から得られる定数係数の非同次連立微分方程式を用いて、ニューラルネットワーク回路が設計される。

【0005】

このような目的に使用されるニューラルネットワーク設計方法として次のような方法が知られている。その方法では、まず、設計対象のRNN回路を、固有振動を出力する複数の振動系RNN回路と、当該複数の振動系RNN回路の出力の和を求める加算回路とを含むように構成する。そして、当該複数の振動系RNN回路に離散時間の線形システムの出力である離散値データを入力したときの加算回路からの出力を、離散値データに対してのフィッティング曲線の出力とする。

10

【先行技術文献】

【特許文献】

【0006】

【特許文献1】国際公開第2006/106713号

【特許文献2】特開2010-193310号公報

【特許文献3】国際公開第2010/073412号

【特許文献4】国際公開第2009/078071号

【特許文献5】特開2009-63761号公報

20

【非特許文献】

【0007】

【非特許文献1】永嶋史朗、「双線形時間遅れニューラルネットワークによるロボットソフトウェアシステム」、日本ロボット学会誌、2006年9月、第24巻、第6号、p. 53-64

【発明の概要】

【発明が解決しようとする課題】

【0008】

リカレントニューラルネットワーク(RNN)回路を用いて離散時間の線形システムの出力を解析する方法において、離散時間の線形システムを表す行列Aが対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力をRNN回路で解析する方法が知られていないという問題がある。

30

【0009】

また、RNN回路を用いて時刻 $i = 0, 1, \dots, k$ に対する $n$ 次元ベクトル $y(i)$ の各成分のフィッティング曲線を求めるには、少なくとも $k + 1$ 個ものニューロンが必要となる。従って、サンプル数 $k$ が大きくなるにつれて、必要となるニューロン数が増加してしまうという問題がある。

【0010】

上述した問題に鑑み、本発明は、離散時間の線形システムを表す行列Aが対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を解析することができ、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が増えても必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができるデジタル・アナログ・フィッティング装置、デジタル・アナログ・フィッティング方法、及びプログラムに関するものである。を提供することを目的とする。

40

【課題を解決するための手段】

【0011】

デジタル・アナログ・フィッティング装置は、行列変形部と、重み係数算出部と、トポロジー形成部と、重み設定部と、ニューラルネットワーク回路動作部を含む。行列変形部は、対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形する。重み係数算出部は、前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも1回微分可能で、階段形状をした単調増

50

加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出する。トポロジー形成部は、前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジーを形成する。重み設定部は、前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジーの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成する。ニューラルネットワーク回路動作部は、前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得る。

10

【発明の効果】

【0012】

本明細書で後述する本発明は、デジタル・アナログ・フィッティング装置、フィッティング方法、及びプログラムに関するものである。本明細書で後述する本発明によれば、離散時間の線形システムを表す行列が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力をニューラルネットワーク回路で解析でき、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなってもRNN回路に必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができるので、ニューラルネットワーク回路の実行の際の計算量が削減されるという効果を奏する。

【図面の簡単な説明】

20

【0013】

【図1】RNN回路の一例と、このRNN回路におけるニューロンと入出力の結線との関係式を説明する図である。

【図2】図1の関係式の拡張を説明する図である。

【図3】離散時間の線形システムを説明する図である。

【図4】離散時間の線形システムの出力例を図解したグラフである。

【図5】定数係数の連立同次微分方程式によって処理が表されるRNN回路の一例である。

【図6】離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を求めるデジタル・アナログ・フィッティング装置の機能ブロック図の例を示す図である。

30

【図7】曲線  $g_1(t)$  の例を示す図である。

【図8】曲線  $g_2(t)$  の例を示す図である。

【図9】関数  $a(x)$  のグラフを示す図である。

【図10】関数  $D(x)$  のグラフを示す図である。

【図11】 $n=3$  とするときのRNN回路の例を示す図である。

【図12】 $n=3$  とするときのRNN回路の別の例を示す図である。

【図13】デジタル・アナログ・フィッティング装置のハードウェア構成例を表した図である。

【図14】フィッティング曲線算出処理の流れの例を示すフローチャートである。

【発明を実施するための形態】

40

【0014】

図面を参照して、まず、(RNN: Recurrent Neural Network、以下単にニューラルネットワークとも呼ぶ)回路を用いて離散時間の線形システムの出力をRNN回路で解析する方法の概要について説明する。

【0015】

<線形システムとニューラルネットワーク>

図1は、リカレントニューラルネットワーク(RNN)回路の一例と、このRNN回路におけるニューロンと入出力の結線との関係式を説明する図である。

【0016】

RNNはニューロンと結線とからなるネットワークである。ここで、 $j$  番目のニューロ

50

ンの出力を  $y_j$ 、 $j$  番目のニューロンから  $i$  番目のニューロンへの結線上に定義される重み係数を  $C_{ij}$  とする。すると、 $i$  番目のニューロンへの入力は、

【数 3】

$$\sum_j C_{ij} y_j$$

となる。各ニューロンには、遅れパラメータ  $\varepsilon_i$  が定義されており、 $i$  番目のニューロンの出力は、 $t$  を時間として、

【数 4】

$$\varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} + y_i = \sum_j C_{ij} y_j$$

10

となる。上式の  $y_i$  をニューロンそのものと同一視する場合もある。上の [数4] の関係式を図示すると図 1 のようになる。

【0017】

図 2 は、図 1 の関係式の拡張を説明する図である。図 2 に示されている例では、加え値  $g_i$  がニューロン  $y_i$  に入力される。この場合の  $i$  番目のニューロンの入出力は、

【数 5】

$$\varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} + y_i = \sum_j C_{ij} y_j + g_i$$

20

となる。なお、 $g_i$  は、この RNN 回路のニューロン以外で求められた値である。

【0018】

図 3 は離散時間の線形システムを説明する図である。図 3 において、 $A$  は  $n \times n$  の正方行列を表す。時間  $i$  のとき  $n$  次元ベクトル  $y(i)$  を入力すると、

【数 6】

$$y(i+1) = Ay(i)$$

30

で表されるような  $y(i+1)$  が出力される。 $y(i+1)$  はまた時刻  $(i+1)$  における入力ベクトルとなる。

【0019】

行列  $A$  はたとえば、 $m$  を整数として

【数 7】

$$A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{m} & -\sin \frac{\pi}{m} \\ \sin \frac{\pi}{m} & \cos \frac{\pi}{m} \end{pmatrix}$$

40

のような行列であり得る。このとき、 $y(i)$  は、 $y_1(i)$  と  $y_2(i)$  を成分として持つ 2 次元ベクトルであり、 $y(i+1) = Ay(i)$  は、

【数 8】

$$\begin{pmatrix} y_1(i+1) \\ y_2(i+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{m} & -\sin \frac{\pi}{m} \\ \sin \frac{\pi}{m} & \cos \frac{\pi}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \end{pmatrix}$$

と表される。【数 8】において  $m = 4$  としたときに得られる離散時間の線形システムの出力は、図 4 のようになる。図 4 に示されているように、整数  $i$  で指定される時刻が  $i = 0$ 、 $1$ 、 $2$ 、 $\dots$ 、と変化するとき、2 次元ベクトル  $y(i)$  は、半径 1 の円の円周上を、1 10  
つの離散時間あたり、 $\pi/4$  だけ反時計回りに回転する。整数  $i$  で指定される時刻  $i = 0$ 、 $1$ 、 $2$ 、 $\dots$ 、を、 $T_0$ 、 $T_1$ 、 $T_2$ 、と表すこともある。したがって【数 7】の行列  $A$  によって表現される線形システムは回転を出力するシステムである。

【0020】

制御や信号処理などで使われる離散時間の線形システムの出力を RNN 回路で解析するためには、まず、離散点にフィッティングする曲線を求める。たとえば、図 3 の例では、出力は  $y(0)$ 、 $y(1)$ 、 $y(2)$ 、 $\dots$ 、と離散的な点の集まりとなる。次に時刻  $T_0$ 、 $T_1$ 、 $T_2$ 、 $\dots$ 、において、これらの離散点  $y(0)$ 、 $y(1)$ 、 $y(2)$ 、 $\dots$ 、を通る連続曲線であるフィッティング曲線を求める。このときたとえば、RNN 回路を初期値、外力の値などの所定の条件の下で動作させ、フィッティング曲線を求めても良い。そし 20  
て、求められたフィッティング曲線について RNN 回路で解析を行えば良い。

【0021】

前述のように【数 7】の行列  $A$  は対角化が可能である。すなわち、ある正方行列  $X$  (とその逆行列  $X^{-1}$ ) と、固有値  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\dots$ 、が存在し、行列  $A$  は、

【数 9】

$$X^{-1}AX = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

のように対角化される。線形システムの関係式【数 6】に【数 9】を用いると、

【数 10】

$$\begin{pmatrix} y_1(i+1) \\ \vdots \\ y_n(i+1) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix} = X \begin{pmatrix} \lambda_1^{i+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n^{i+1} \end{pmatrix} X^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

のようになる。【数 10】は  $n$  次元ベクトル  $y(i+1)$  と初期値  $y(0)$  との関係を表す。

【0022】

ここで、時間を表す離散的な数  $i$  を連続的な時間変数  $t$  に置き換えると

10

20

30

40

【数 1 1】

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = X \begin{pmatrix} \lambda_1^t & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n^t \end{pmatrix} X^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

のようになる。また【数 1 1】を用いると

【数 1 2】

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = X \begin{pmatrix} \log \lambda_1 \text{又は} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \log \lambda_n \text{又は} 0 \end{pmatrix} X^{-1} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix}$$

10

となる。【数 1 2】で、「 $(\log)$   $t$  又は 0」とあるが、固有値 が 0 でないときは、 $(\log)$   $t$ 、固有値 が 0 のとき 0 をとるという意味である。

【0 0 2 3】

【数 1 2】は定数係数の連立同次微分方程式であり、その解である【数 1 1】の  $y(t)$  は連続曲線である。しかも  $t = i + 1$  を代入すれば、【数 1 0】の関係式と【数 1 1】の関係式は等しく、【数 1 1】は【数 1 0】の拡張となっている。すなわち、連続曲線  $y(t)$  は  $y(i + 1)$  のフィッティング曲線となっていることがわかる。また【数 1 2】の定数係数の連立同次微分方程式は、RNN 回路によって実現が可能である。

20

【0 0 2 4】

たとえば、行列  $A$  として【数 7】に示されている  $A$  を用いると、【数 1 2】は、  
【数 1 3】

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = X \begin{pmatrix} -\frac{i\pi}{m} & 0 \\ 0 & \frac{i\pi}{m} \end{pmatrix} X^{-1} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\pi}{m} \\ \frac{\pi}{m} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}$$

30

となる。

【0 0 2 5】

図 5 は、定数係数の連立同次微分方程式【数 1 3】によって処理が表される RNN 回路の一例である。この RNN 回路 1 1 は 2 個のニューロンからなり、サンプル数が大きくなっても RNN 回路のニューロンは増加しない。【数 1 3】では、ニューロンの個数は行列  $A$  の次数と等しい。

【0 0 2 6】

40

以下、図面を参照しながら、離散時間の線形システムを表す行列  $A$  が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を解析することができ、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くても必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができるリカレントニューラルネットワーク回路、ならびにそのようなリカレントニューラルネットワーク回路の設計方法、及びリカレントニューラルネットワーク回路の設計プログラムについて説明する。またその一環として、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を求める RNN 回路の設計装置、方法およびプログラムが提供される。

【0 0 2 7】

< デジタル・アナログ・フィッティング装置とリカレントニューラルネットワーク回路 >

以下ではまず、離散時間の線形システムを表す行列  $A$  が対角化可能でないような離散時

50



間の線形システムの出力を解析することができ、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができるリカレントニューラルネットワーク回路を含むデジタル・アナログ・フィッティング装置について説明する。

【 0 0 2 8 】

本実施例のデジタル・アナログ・フィッティング装置では、対角化が可能ではない線形システムを扱う。行列 A が対角化可能でない場合は、ジョルダンの標準形に変形することが出来る。また、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても R N N 回路に必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができるので、ニューラルネットワーク回路の実行の際の計算量を削減することができる。

10

【 0 0 2 9 】

本例では、線形システムの出力のフィッティング曲線を与える連立同次微分方程式を導き、その連立同次微分方程式を実現する R N N 回路を設計する。そして、R N N 回路を所定の条件の下で動作させ、フィッティング曲線を求める。

【 0 0 3 0 】

まず図6について説明する。図6は、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を求めるデジタル・アナログ・フィッティング装置（以下、フィッティング装置とも呼ぶ）1 0 0 の機能ブロック図の例を示す図である。

【 0 0 3 1 】

図6に示されているように、フィッティング装置 1 0 0 は、入力受付部 1 0 2、行列変形部 1 0 4、重み係数算出部 1 0 6、トポロジー形成部 1 0 8、重み設定部 1 1 0、R N N 回路動作部（ニューラルネットワーク回路動作部）1 1 2、及び出力部 1 1 4を含む。

20

【 0 0 3 2 】

入力受付部 1 0 2 は、外部から線形システムを表す行列 A、および初期値ベクトル  $y(0)$  の入力を受ける。本例では、行列 A は、対角化可能であるとは限らない。

【 0 0 3 3 】

行列変形部 1 0 4 は、入力受付部 1 0 2 に入力された、対角化可能とは限らない  $n$  次元正方行列 A をジョルダン標準形に変形する。つまり、行列変形部 1 0 4 は、対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形する。

30

【 0 0 3 4 】

A のジョルダン標準形は、A の最小多項式の次数と固有空間の次元に依存し、最も簡単な場合は、行列 A が、0 として、

【数 1 4】

$$\begin{pmatrix} y_1(i+1) \\ \vdots \\ y_n(i+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \lambda & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix}$$

40

のようなジョルダン細胞になっている場合であり、まずこの場合について説明する。

【 0 0 3 5 】

なお、そうでない場合は、行列変形部 1 0 4 は、行列 A の最小多項式の次数と固有空間の次元に依存して、P をある正則行列とし、

【数 1 5】

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_m \end{pmatrix}$$

のようにジョルダン標準形に変形する。ここでジョルダン細胞  $\lambda_i$  は、

10

【数 1 6】

$$\lambda_i = \begin{pmatrix} \gamma_i & 1 & & 0 \\ & \gamma_i & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \gamma_i \end{pmatrix}$$

のように、対角成分  $\gamma_i$  を持つ。

20

【0 0 3 6】

重み係数算出部 1 0 6 は、【数 1 4】の関係を繰り返し用いることによって、

【数 1 7】

$$\begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \lambda & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^i & \binom{i}{1}\lambda^{i-1} & \binom{i}{2}\lambda^{i-2} & \dots & \binom{i}{n}\lambda^{i-n} \\ & \lambda^i & \binom{i}{1}\lambda^{i-1} & \ddots & \vdots \\ & & \lambda^i & \ddots & \binom{i}{2}\lambda^{i-2} \\ & & & \ddots & \binom{i}{1}\lambda^{i-1} \\ 0 & & & & \lambda^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} \quad 30$$

を得る。ここで、 $i, j$  を整数として、 $(i, j)^T$  ( $T$  はベクトル、行列の転置を表す) は、 $i$  個から  $j$  個を選択する組合せ数を意味する。また、 $i < j$  のとき  $(i, j)^T$  は 0 とする。

【0 0 3 7】

次に、重み係数算出部 1 0 6 は、リカレントニューラルネットワーク (RNN) 回路の  $j$  番目のニューロンから  $i$  番目のニューロンへの結線上に定義される重み係数を  $b_{ij}$  を求める。また、重み係数算出部 1 0 6 は、各ニューロンに外力が加えられる場合は、その外力を算出する。

40

【0 0 3 8】

そのためにまず重み係数算出部 1 0 6 は、上記の少なくとも 1 回微分可能な階段状の単調増加関数を用意する。この関数は、

(C1) 引数が整数値付近で、傾きが 0 である連続曲線、  
という条件を満たす。

【0 0 3 9】

この条件を満たす関数を構成するために、 $\alpha > 0$  を小さな値をもつ正の数、 $i$  を整数、 $t$  を時間を表すパラメータとして、

50

【数 18】

$$g_i(t) = \binom{j}{i}, (j - \varepsilon < t < j + \varepsilon, j = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\frac{d}{dt} g_i(t) = 0, (j - \varepsilon < t < j + \varepsilon, j = 0, 1, 2, \dots)$$

を満たす  $g_i(t)$  を作成すればよい。

10

【0040】

たとえば  $i = 1$  のとき単調増加関数  $g_1(t)$  は、 $t = 1$  付近で  $g_1(1) = (1, 1)^T$ 、 $t = 2$  付近で  $g_1(2) = (2, 1)^T$  等の整数値を取り、 $t$  が整数値付近でグラフが水平になるような関数である。

【0041】

また、たとえば  $i = 2$  のとき単調増加関数  $g_2(t)$  は、 $t = 1$  付近で  $g_2(1) = 0$ 、 $t = 2$  付近で  $g_2(2) = (2, 2)^T$  等の整数値を取り、 $t$  が整数値付近でグラフが水平になるような関数である。

【0042】

【数 18】のような仮定はフィッティング曲線がきちんと線型システムの出力値を通過するために必要であり、各点での微分可能性の仮定はフィッティング曲線が RNN 回路の出力として得られるために必要である。

20

【0043】

図 7 は曲線  $g_1(t)$  の例を示す図である。また、図 8 は曲線  $g_2(t)$  の例を示す図である。このような階段の形状をした関数を作成するためには、例えば、次のような関数を用いても良い。

【0044】

一例は、 $x = 0$  において  $a(0) = 0$  であり、 $x =$  で  $a( ) = 1$  となるような関数  $a(x)$  :

【数 19】

30

$$a(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, & (x > 0) \\ 0, & (x \leq 0) \end{cases}$$

である。図 9 は、関数  $a(x)$  のグラフを示す図である。この関数  $a(x)$  は無限回微分可能である。次に  $a(x)$  を使って

$x = a_1$  で  $D(a_1) = 0$ 、 $x = a_2$  で  $D(a_2) = b$  となるような関数  $D(x)$  :

【数 20】

$$D(x) = b \frac{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right) + a\left(1 - \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}$$

40

を求める。図 10 は、関数  $D(x)$  のグラフを示す図である。この関数  $D(x)$  は無限回微分可能である。よって、この関数  $D(x)$  を用いて単調増加関数  $g_i(t)$  を構成した場合には、単調増加関数  $g_i(t)$  は無限回微分可能となる。もちろん、【数 18】を満たす単調増加関数  $g_i(t)$  の構成に用いることができる関数は上の例に限らない。

50

## 【 0 0 4 5 】

これらの単調増加関数  $g_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) を用いて [ 数 1 7 ] に現われる整数  $i$  をパラメータとする行列：

## 【 数 2 1 】

$$\begin{pmatrix} \lambda^i & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} & \binom{i}{2} \lambda^{i-2} & \dots & \binom{i}{n} \lambda^{i-n} \\ & \lambda^i & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} & \ddots & \vdots \\ & & \lambda^i & \ddots & \binom{i}{2} \lambda^{i-2} \\ & & & \ddots & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} \\ 0 & & & & \lambda^i \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 10 \\ 20 \end{matrix}$$

を、

## 【 数 2 2 】

$$\Lambda(t) = \begin{pmatrix} \lambda^t & g_1(t) \lambda^{t-1} & g_2(t) \lambda^{t-2} & \dots & g_n(t) \lambda^{t-n} \\ & \lambda^t & g_1(t) \lambda^{t-1} & \ddots & \vdots \\ & & \lambda^t & \ddots & g_2(t) \lambda^{t-2} \\ & & & \ddots & g_1(t) \lambda^{t-1} \\ 0 & & & & \lambda^t \end{pmatrix} \quad 30$$

のように連続変数  $t$  をパラメータとする行列に書き換える。ここで、[ 数 2 2 ] の行列 ( $t$ ) は、単調増加関数  $g_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) の性質を反映して、少なくとも 1 階微分可能である。

## 【 0 0 4 6 】

このとき、[ 数 2 2 ] の行列 ( $t$ ) は、パラメータ  $t$  が整数値  $i$  のとき、

## 【 数 2 3 】

$$\Lambda(i) = \begin{pmatrix} \lambda^i & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} & \binom{i}{2} \lambda^{i-2} & \dots & \binom{i}{n} \lambda^{i-n} \\ & \lambda^i & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} & \ddots & \vdots \\ & & \lambda^i & \ddots & \binom{i}{2} \lambda^{i-2} \\ & & & \ddots & \binom{i}{1} \lambda^{i-1} \\ 0 & & & & \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \lambda & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{pmatrix}^i \quad 40$$

を満足する。上記行列 ( $t$ ) を用いると、整数  $i$  をパラメータとする式：

【数 2 4】

$$\begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix} = \Lambda(i) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

を連続変数  $t$  をパラメータとする式；

【数 2 5】

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = \Lambda(t) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

10

に拡張することができる。

【0047】

[数 2 5] ように定義された関数  $y_1(t)$ 、...、 $y_n(t)$  が、[数 1 4] のフィッティング曲線になる。

【0048】

20

次に重み係数算出部 106 は、関数  $y_1(t)$ 、...、 $y_n(t)$  を出力する RNN 回路を作成するための重み係数  $b_{ij}$  を算出する。そのために、[数 2 5] を微分方程式に書き換える。つまり、重み係数算出部 106 は、ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも 1 回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数およびニューロンの各々に加えられる加え値を算出する。

【0049】

ここで下記 [数 2 6] のような行列  $G(t)$ ：

【数 2 6】

30

$$G(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda^{t-1} & \frac{d}{dt} g_2(t) \lambda^{t-2} & \cdots & \frac{d}{dt} g_n(t) \lambda^{t-n} \\ & 0 & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda^{t-1} & \ddots & \vdots \\ & & 0 & \ddots & \frac{d}{dt} g_2(t) \lambda^{t-2} \\ & & & \ddots & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda^{t-1} \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}$$

40

を導入する。また、

【数 2 7】

$$\begin{pmatrix} h_1(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{pmatrix} = G(t) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

で定義される関数  $h_1(t)$ 、...、 $h_n(t)$  を導入する。

【0050】

すると、[数 2 5] の微分は、

10

【数 2 8】

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \Lambda(t) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} = \log \lambda \Lambda(t) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} + G(t) \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} = \log \lambda \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{pmatrix}$$

となる。[数 2 8] は定数係数の連立微分方程式であり、図 1、2 に表した RNN 回路と関係式との関係を用いることで、この連立微分方程式を RNN 回路によって実現することができる。

【0051】

よって、重み係数算出部 106 は、重み係数  $b_{ij}$  を、

20

【数 2 9】

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, (i \neq j) \\ \log \lambda + 1, (i = j) \end{cases}$$

と決定する。

【0052】

また、重み係数算出部 106 は、各ニューロンに加えられる外力は  $h_i$  であることを決定する。

【0053】

30

次に、行列 A が対角化可能でなく、ジョルダン細胞になっていない場合について説明する。

【0054】

この場合、重み係数算出部 106 は、[数 1 5]、[数 1 6] のジョルダン標準形から出発する。ジョルダン細胞  $i$  は対角成分  $i$  を持つ。

【0055】

このとき、[数 1 4] は、

【数 3 0】

$$\begin{pmatrix} y_1(i+1) \\ \vdots \\ y_n(i+1) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \gamma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \gamma_m \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix}$$

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & & \\ & \lambda_i & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & \lambda_i \end{pmatrix}$$

10

となる。この関係式を繰り返し用いて、

【数 3 1】

$$\begin{pmatrix} y_1(i) \\ \vdots \\ y_n(i) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \gamma_1^i & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \gamma_m^i \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \Lambda_1(i) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Lambda_m(i) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

20

を得る。ここで行列  $\gamma_i(t)$  は、[数 2 2] の行列  $\gamma(t)$  に添え字を増やしただけの、ストレートフォワードな拡張である。

【0 0 5 6】

ここで重み係数算出部 1 0 6 は、上述と同様、離散的なパラメータである整数  $i$  から連続変数のパラメータ  $t$  に [数 3 1] の関係式を拡張する。すると、重み係数算出部 1 0 6 は、

【数 3 2】

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \Lambda_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Lambda_m(t) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix}$$

30

を得る。ここで行列  $\gamma_i(t)$  は、[数 2 2] の行列  $\gamma(t)$  に添え字を増やしただけの、ストレートフォワードな拡張であるので、[数 3 2] の右辺に現われる正方行列は、非対角成分を含むことに注意する。次に、[数 3 2] を微分方程式に書き換える。まず、[数 3 2] の両辺をパラメータ  $t$  で微分する。すると、

【数 3 3】

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} &= P \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \Lambda_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{d}{dt} \Lambda_m(t) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} \\
&= P \begin{pmatrix} \log \lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \log \lambda_1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \log \lambda_m \\ & & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & & \log \lambda_m \end{pmatrix} P^{-1} P \begin{pmatrix} \Lambda_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Lambda_m(t) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} \\
&\quad + P \begin{pmatrix} G_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & G_m(t) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} \\
&= P \begin{pmatrix} \log \lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \log \lambda_1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \log \lambda_m \\ & & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & & \log \lambda_m \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

となる。ここで、関数  $h_1(t)$ 、...、 $h_n(t)$  は、

【数 3 4】

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} h_1(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{pmatrix} &= P \begin{pmatrix} G_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & G_m(t) \end{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ \vdots \\ y_n(0) \end{pmatrix} \\
G_i(t) &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda_i^{t-1} & \frac{d}{dt} g_2(t) \lambda_i^{t-2} & \cdots & \frac{d}{dt} g_n(t) \lambda_i^{t-n} \\ & 0 & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda_i^{t-1} & \ddots & \vdots \\ & & 0 & \ddots & \frac{d}{dt} g_2(t) \lambda_i^{t-2} \\ & & & \ddots & \frac{d}{dt} g_1(t) \lambda_i^{t-1} \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



によって定義される。[数33]は定数係数の連立微分方程式であり、図1、2に表したRNN回路と関係式との関係を用いることで、この連立微分方程式をRNN回路によって実現することができる。

【0057】

重み係数算出部106は、[数33]から、重み係数 $b_{ij}$ を、  
【数35】

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \log \lambda_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \log \lambda_1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \log \lambda_m \\ & & & & & \ddots \\ 0 & & & & & & \log \lambda_m \end{pmatrix} P^{-1} \quad 10$$

によって定義する。

【0058】

トポロジー形成部108は、重み係数算出部106で算出された定数係数の連立同次微分方程式、たとえば[数28]、[数33]からRNN回路のトポロジーを決定する。つまり、トポロジー形成部108は、定数係数連立非同次微分方程式から所定の次元の数に等しい個数のニューロンと前記ニューロンの間の結線とによってニューラルネットワークのトポロジーを形成する。

20

【0059】

トポロジー形成部108は、行列Aの次数に応じたRNN回路を形成する。例えば、行列Aが2次の正方行列である場合には、トポロジー形成部108は、2個のニューロンを組み合わせるRNN回路を形成する。また、例えば、行列Aが3次の正方行列である場合には、トポロジー形成部108は、3個のニューロンを組み合わせるRNN回路を形成する。

【0060】

重み設定部110は、リカレントニューラルネットワーク(RNN)回路のj番目のニューロンからi番目のニューロンへの結線上に定義される重み係数を $b_{ij}$ と、各ニューロンに外力が加えられる場合は、その外力をRNN回路に設定する。つまり、重み設定部110は、重み係数をニューラルネットワークの前記トポロジーの前記結線に対して付与し、加え値をニューロンの各々に対して付与し、ニューラルネットワークを構成する。

30

【0061】

図11は、 $n=3$ とするときのRNN回路12を示す図である。図11のRNN回路の出力は[数25]を満たし、[数14]のフィッティング曲線になる。

【0062】

図12は、 $n=3$ とするときのRNN回路13を示す図である。図12のRNN回路の出力は[数32]を満たし、[数30]のフィッティング曲線になる。

40

【0063】

連立非同次微分方程式に対応するRNN回路は次のような規則によって設計され得る。  
すなわち、

(R1) トポロジー形成部108は、行列Aの次数に等しい数のニューロンを用意し、その状態が $y_i(t)$ を与えるニューロンをi番目のニューロンとする、

(R2) トポロジー形成部108は、整数iとjが等しくなく、行列Bの要素 $b_{ij}$ が非零である場合、i番目のニューロンとj番目のニューロンを結線で接続する、

(R3) トポロジー形成部108は、i番目のニューロンとi番目のニューロンをループ状の結線で接続する、

(R4) 重み設定部110は、整数iとjが等しくないとき、i番目のニューロンとj番

50

目のニューロンを接続する結線上に、重み係数  $b_{ij}$  を付与する、

( R 5 ) 重み設定部 1 1 0 は、各ニューロンが積分器として機能するときの倍数は、 $(dy_i/dt)$  の係数である「1」を与える、

( R 6 ) 重み設定部 1 1 0 は、 $i$  番目のニューロンと  $i$  番目のニューロンを接続するループ状の結線上に、重み係数  $(b_{ii} + 1)$  を付与する、

( R 7 ) 重み設定部 1 1 0 は、 $i$  番目のニューロンに加え値  $h_i$  が追加されるようにする、

という規則である。

【 0 0 6 4 】

上記規則 ( R 5 ) は、次のような理由から得られる。図 2 に示されているニューロンの入出力結線に対応する微分方程式：

【 数 3 6 】

$$\varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} + y_i = \sum_j C_{ji} y_j + g_i$$

と、[ 数 3 3 ] の出力  $y_i$  に対する方程式：

【 数 3 7 】

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{pmatrix}$$

を比較すると、[ 数 3 7 ] の左辺の第 2 項  $(+y_i)$  が存在することに気が付く。この項を消すためには、右辺に  $(+y_i)$  を追加すればよい。これは、図 2 では、ループ状の結線の接続を追加することに相当する。このように、図 1 1、1 2 の  $i$  番目のニューロンに接続されるループ状の結線に対する重み係数は  $(b_{ii} + 1)$  となっている。

【 0 0 6 5 】

また、[ 数 3 6 ] の 1 階微分の項の係数  $\varepsilon_i$  は、 $i$  番目のニューロンが積分器として機能するときの倍数に相当する。今の場合、 $\varepsilon_i = 1$  であるので、図 1 1、1 2 の  $i$  番目のニューロンは 1 倍の積分器として機能する。

【 0 0 6 6 】

このように、対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列の要素を用いて導出される定数係数連立非同次微分方程式によって動作が表されるニューラルネットワーク回路であって、所定の次元の数に等しい個数のニューロンと、ニューロンの間の結線とを含み、対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列の要素を用いて導出される定数係数連立非同次微分方程式から、所定の次元の数に等しい個数のニューロンの間の結線により伝送されるニューロンの状態量に与えられる重み係数  $b_{ij}$  および前記ニューロンの各々に加えられる加え値  $h_i$  が算出されるニューラルネットワーク回路が提供される。

【 0 0 6 7 】

RNN 回路動作部 1 1 2 は、構成された RNN 回路に初期値を与え、時系列データ  $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 、 $y_3(t)$ 、...、を得る。RNN 回路動作部 1 1 2 は、ニューラルネットワーク回路動作部とも呼ばれることがある。このように、RNN 回路動作部 (ニューラルネットワーク回路動作部) 1 1 2 は、ニューラルネットワークを動作させ、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得る。

【 0 0 6 8 】

出力部 1 1 4 は、RNN 回路動作部 1 1 2 で得た時系列データ  $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 、 $y_3(t)$ 、...、を出力する。

10

20

30

40

50

## 【 0 0 6 9 】

このような構成によって、離散時間の線形システムを表す行列 A が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を R N N 回路で解析でき、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても R N N 回路に必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができる。また、それによって、計算量の削減が実現できる。

## 【 0 0 7 0 】

また、上記の装置によって構成されるリカレントニューラルネットワーク回路は、離散時間の線形システムを表す行列 A が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を解析することができ、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても R N N 回路に必要となるニューロンの個数の増加を抑制することができる。

10

## 【 0 0 7 1 】

図6において、フィッティング装置 1 0 0 は、汎用のコンピュータ 2 0 0 として構成され得る。このコンピュータ 2 0 0 に、入力データ 1 として、離散時間線形システムを表している行列 A と、この離散時間線形システムへの入力ベクトルの初期値  $y(0)$  とを入力してコンピュータ 2 0 0 内のメモリに記憶させる。ここで、コンピュータ 2 0 0 に対して所定の実行指示を与えると、コンピュータ 2 0 0 の C e n t r a l P r o c e s s i n g U n i t ( C P U 、中央演算装置) は、この離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を算出するための制御処理を実行する。C P U 2 0 2 は、この制御処理の実行結果として得られる、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を表しているデータを、メモリに記憶させる。このメモリに記憶されたデータは、その後、出力データ 2 0 としてコンピュータ 2 0 0 から出力される。

20

## 【 0 0 7 2 】

図 1 3 は、デジタル・アナログ・フィッティング装置のハードウェア構成例を表した図である。

## 【 0 0 7 3 】

このコンピュータ 2 0 0 は、C e n t r a l P r o c e s s i n g U n i t ( C P U ) 2 0 2 、R e a d O n l y M e m o r y ( R O M ) 2 0 4 、及び R a n d o m A c c e s s M e m o r y ( R A M ) 2 0 6 、ハードディスク装置 2 0 8 、入力装置 2 1 0 、表示装置 2 1 2 、インタフェース装置 2 1 4 、及び記録媒体駆動装置 2 1 6 を備えている。なお、これらの構成要素はバスライン 2 1 8 を介して接続されており、C P U 2 0 2 の管理の下で各種のデータを相互に授受することができる。

30

## 【 0 0 7 4 】

C P U 2 0 2 は、このコンピュータ 2 0 0 全体の動作を制御する演算処理装置であり、コンピュータ 2 0 0 の制御処理部として機能する。

## 【 0 0 7 5 】

R O M 2 0 4 は、所定の基本制御プログラムが予め記録されている読み出し専用半導体メモリである。C P U 2 0 2 は、この基本制御プログラムをコンピュータ 2 0 0 の起動時に読み出して実行することにより、このコンピュータ 2 0 0 の各構成要素の動作制御が可能になる。

## 【 0 0 7 6 】

R A M 2 0 6 は、C P U 2 0 0 が各種の制御プログラムを実行する際に、必要に応じて作業用記憶領域として使用する、随時書き込み読み出し可能な半導体メモリである。

40

## 【 0 0 7 7 】

ハードディスク装置 2 0 8 は、C P U 2 0 2 によって実行される各種の制御プログラムや各種のデータを記憶しておく記憶装置である。C P U 2 0 2 は、ハードディスク装 2 6 に記憶されている所定の制御プログラムを読み出して実行することにより、後述する各種の制御処理を行えるようになる。

## 【 0 0 7 8 】

入力装置 2 1 0 は、例えばマウス装置やキーボード装置であり、情報処理装置のユーザにより操作されると、その操作内容に対応付けられている各種情報の入力を取得し、取得

50

した入力情報をCPU202に送付する。

【0079】

表示装置212は例えば液晶ディスプレイであり、CPU202から送付される表示データに応じて各種のテキストや画像を表示する。

【0080】

インタフェース装置214は、このコンピュータ200に接続される各種機器との間で各種情報の授受の管理を行う。

【0081】

記録媒体駆動装置216は、可搬型記録媒体220に記録されている各種の制御プログラムやデータの読み出しを行う装置である。CPU202は、可搬型記録媒体220に記録されている所定の制御プログラムを、記録媒体駆動装置216を介して読み出して実行することによって、後述する各種の制御処理を行うようにすることもできる。なお、可搬型記録媒体220としては、例えばUSB(Universal Serial Bus)規格のコネクタが備えられているフラッシュメモリ、CD-ROM(Compact Disc Read Only Memory)、DVD-ROM(Digital Versatile Disc Read Only Memory)などがある。

【0082】

離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線の算出をこのようなコンピュータ200に行わせるには、例えば、後述する制御処理をCPU202に行わせるための制御プログラムを作成する。作成された制御プログラムはハードディスク装置208若しくは可搬型記録媒体220に予め格納しておく。そして、CPU202に所定の指示を与えてこの制御プログラムを読み出させて実行させる。こうすることで、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線の算出をコンピュータ200が行えるようになる。

【0083】

<フィッティング曲線の算出処理>

図14を参照しながら、実施例のデジタル・アナログ・フィッティング装置100におけるフィッティング曲線の算出処理について説明する。

【0084】

また、フィッティング装置100が図13に示されているような汎用コンピュータ200である場合には、下記の説明は、そのような処理を行う制御プログラムを定義する。すなわち、以下では、下記に説明する処理を汎用コンピュータに行わせる制御プログラムの説明でもある。

【0085】

図14は、フィッティング曲線算出処理の流れの例を示すフローチャートである。

図14の処理が開始されると、まず、S101で入力受付部102は、非対角化可能ではない行列Aと、この線形システムの初期状態を表している初期値( $y_1(0)$ 、...、 $y_n(0)$ )と、図7、8に示されている曲線 $g_i(t)$ に関する情報との入力を取得する。行列Aは、 $n$ を2以上の整数として、 $n$ 次元正方行列で $n$ 次元正方行列である。また、行列Aは離散時間線形システムを定義する。線形システムの初期値、および曲線 $g_i(t)$ に関する情報は入力データ1と参照される。

【0086】

次に、S102で行列変形部104は、非対角化可能ではない行列Aをジョルダン標準形に変形する。行列Aをジョルダン標準形に変形する手法は様々なものが知られており、そのいずれの手法を採用してもよい。

【0087】

また、本ステップで算出された固有値 $\lambda_1$ 、...、 $\lambda_n$ は、固有値の対数値 $\log \lambda_1$ 、...、 $\log \lambda_n$ を得るために用いられる。なお、本実施形態では、行列Aの固有値はゼロでないと仮定されているが、行列Aの固有値に値がゼロが含まれている場合に行列変形部104は、その固有値についての対数値の算出結果をゼロとする処理を行ってもよい。

【0088】

次に、S 1 0 3 で重み係数算出部 1 0 6 は、S 1 0 2 において得られた行列 A の固有値の対数値  $\log_1, \dots, \log_n$  および曲線  $g_i(t)$  を用いて、各ニューロンの状態量に与える重み係数  $b_{ij}$  を算出する。重み係数  $b_{ij}$  は、たとえば、上の [ 数 3 2 ] に従って算出され得る。さらに重み係数算出部 1 0 6 は本ステップにおいて、行列 A の固有値  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  と、曲線  $g_i(t)$  ( の微分 ) を用いて、加え値  $h_i$  を算出する。加え値  $h_i$  は、上の [ 数 3 4 ] に従って算出され得る。

【 0 0 8 9 】

次に、S 1 0 4 でトポロジー形成部 1 0 8 は、定数係数の連立非同次微分方程式によって処理が表される R N N 回路のトポロジーを形成する処理を行う。「トポロジー」とは、行列 A の次数に応じたニューロンの数と、それらのニューロン間の結線の仕方を意味してもよい。たとえば、行列 A が n 次元正方行列であれば、ニューロンの数は n 個であり得る。たとえば、[ 数 3 1 ] を出力する定数係数の連立非同次微分方程式において、出力  $y_i(t)$  に対応するニューロンを i 番目のニューロンとする。また、S 1 0 3 の処理で算出された重み係数  $b_{ij}$  が非零であれば、i 番目のニューロンと j 番目のニューロン間には結線が存在し得る。ここで、重み係数  $b_{ii}$  のように、同一のニューロンを参照するような重み係数も許容される。この場合、i 番目のニューロンから出て i 番目のニューロンに入るような結線が存在する。このように、ニューロンとニューロン間の結線によって R N N 回路のトポロジーが形成される。このように、上記規則 ( R 1 ) ~ ( R 3 ) に従って R N N 回路のトポロジーを形成する。

【 0 0 9 0 】

次に、S 1 0 5 で重み設定部 1 1 0 は、S 1 0 4 の処理により形成されたトポロジーを有する回路に、上記規則 ( R 4 ) ~ ( R 5 ) に従って、各ニューロンが積分器として機能するときの倍数、i 番目のニューロンと j 番目のニューロンを結ぶ結線に付与される重み係数、i 番目のニューロンに印加される加え値を与え、R N N 回路を形成する。例えば、[ 数 3 3 ] の微分方程式に対する R N N 回路として図 1 2 に示されている R N N 回路 4 0 が形成される。

【 0 0 9 1 】

以上、S 1 0 1 から S 1 0 5 までの処理によって、離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を出力することができる R N N 回路の設計が完了する。

【 0 0 9 2 】

次に、S 1 0 6 で R N N 回路動作部 1 1 2 は、S 1 0 1 から S 1 0 5 までの処理によって設計された R N N 回路に、S 1 0 1 において取得した線形システムの初期状態を表している初期値 (  $y_1(0), \dots, y_n(0)$  ) を与えて、R N N 回路を動作させる処理を行う。このようにして R N N 回路を動作させることにより、行列 A によって表されている離散時間線形システムの出力についてのフィッティング曲線が、R N N 回路の出力として得られる。

【 0 0 9 3 】

次に、S 1 0 7 で出力部 1 1 4 は、動作させた R N N 回路からの出力を、フィッティング曲線の算出結果として出力する処理を行い、その後はこのフィッティング曲線算出処理が終了する。

【 0 0 9 4 】

このような処理によって、離散時間の線形システムを表す行列 A が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を R N N 回路で解析でき、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても R N N 回路に必要なニューロンの個数の増加を抑制することができる。また、それによって、計算量の削減が実現できる。

【 0 0 9 5 】

また、上記の処理によって、離散時間の線形システムを表す行列 A が対角化可能でないような離散時間の線形システムの出力を解析することができ、離散時間の線形システムの出力であるサンプル数が多くなっても R N N 回路に必要なニューロンの個数の増加を抑制することができるリカレントニューラルネットワーク回路の設計方法およびプログラ

10

20

30

40

50

ムを提供することができる。

【 0 0 9 6 】

以上の実施形態に関し、さらに以下の付記を開示する。

( 付記 1 )

対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形する行列変形部と、

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも 1 回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出する重み係数算出部と、

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジを形成するトポロジ形成部と、

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成する重み設定部と、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得るニューラルネットワーク回路動作部と、  
を含むデジタル・アナログ・フィッティング装置。

( 付記 2 )

前記重み係数算出部は、前記重み係数を、前記ジョルダン標準形のジョルダン細胞と前記ジョルダン細胞の対角成分を用いて表現することを特徴とする付記 1 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

( 付記 3 )

前記重み係数算出部は、前記加え値を、前記単調増加関数と、前記ジョルダン細胞の前記対角成分を用いて表現することを特徴とする付記 1 または 2 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

( 付記 4 )

前記重み係数算出部は、前記単調増加関数を、

【 数 3 8 】

$$a(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, (x > 0) \\ 0, (x \leq 0) \end{cases}$$

を用いて構成する付記 1 乃至 3 のいずれか一項に記載のフィッティング装置。

( 付記 5 )

前記重み係数算出部は、前記単調増加関数を、 $x = a_1$  で  $D(a_1) = 0$ 、 $x = a_2$  で  $D(a_2) = 1$  となるような関数  $D(x)$  :

【 数 3 9 】

$$D(x) = \frac{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}{a\left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right) + a\left(1 - \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}\right)}$$

を用いて構成する付記 1 乃至 3 のいずれか一項に記載のデジタル・アナログ・フィッティング装置。

(付記 6)

コンピュータ(200)によって処理されるデジタル・アナログ・フィッティング方法であって、

対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形することと、

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも1回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出することと、

10

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジを形成することと、

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成することと、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得ることと、

を含むデジタル・アナログ・フィッティング方法。

(付記 7)

20

前記重み係数を算出することは、前記重み係数を、前記ジョルダン標準形のジョルダン細胞と前記ジョルダン細胞の対角成分を用いて表現することを含むこと特徴とする付記 6 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング方法。

(付記 8)

前記加え値を算出することは、前記加え値を、前記単調増加関数と、前記ジョルダン細胞の前記対角成分を用いて表現することを含むことを特徴とする付記 1 または 2 に記載のデジタル・アナログ・フィッティング方法。

(付記 9)

前記重み係数および前記加え値を算出することは、前記単調増加関数を、

【数 4 0】

30

$$a(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, (x > 0) \\ 0, (x \leq 0) \end{cases}$$

を用いて構成することを含む付記 6 乃至 8 のいずれか一項に記載のデジタル・アナログ・フィッティング方法。

(付記 10)

前記重み係数および前記加え値を算出することは、前記単調増加関数を、 $x = a_1$  で  $D(a_1) = 0$ 、 $x = a_2$  で  $D(a_2) = 1$  となるような関数  $D(x)$  :

【数 4 1】

40

$$D(x) = \frac{a\left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right)}{a\left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right) + a\left(1 - \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right)}$$

を用いて構成することを含む付記 6 乃至 8 のいずれか一項に記載のデジタル・アナログ・フィッティング方法。

50

(付記 1 1)

対角化不可能であって離散時間線形システムを表現している所定の次元の正方行列をジョルダン標準形の行列に変形させ、

前記ジョルダン標準形の行列を含む前記離散時間線形システムから、少なくとも 1 回微分可能で、階段形状をした単調増加関数を用いることによって、定数係数連立非同次微分方程式を算出し、構成されるべきニューラルネットワークのニューロンの間の結線により伝送される前記ニューロンの状態量に与えられる重み係数および前記ニューロンの各々に加えられる加え値を算出させ、

前記定数係数連立非同次微分方程式から前記所定の次元の数に等しい個数の前記ニューロンと前記ニューロンの間の結線とによって前記ニューラルネットワークのトポロジーを形成させ、

前記重み係数を前記ニューラルネットワークの前記トポロジーの前記結線に対して付与し、前記加え値を前記ニューロンの各々に対して付与し、前記ニューラルネットワークを構成することと、

前記ニューラルネットワークを動作させ、前記離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を得る、

処理をコンピュータに実行させることを特徴とするプログラム。

(付記 1 2)

前記重み係数を算出させることは、前記重み係数を、前記ジョルダン標準形のジョルダン細胞と前記ジョルダン細胞の対角成分を用いて表現させる処理をコンピュータに実行させることを含むこと特徴とする付記 1 1 に記載のプログラム。

(付記 1 3)

前記加え値を算出させることは、前記加え値を、前記単調増加関数と、前記ジョルダン細胞の前記対角成分を用いて表現させる処理をコンピュータに実行させることを含むこと特徴とする付記 1 1 または 1 2 に記載のプログラム。

(付記 1 4)

前記重み係数および前記加え値を算出させることは、前記単調増加関数を、

【数 4 2】

$$a(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, (x > 0) \\ 0, (x \leq 0) \end{cases}$$

を用いて構成させる処理をコンピュータに実行させることを含む特徴とする付記 1 1 乃至 1 3 のいずれか一項に記載のプログラム。

(付記 1 5)

前記重み係数および前記加え値を算出することは、前記単調増加関数を、 $x = a_1$  で  $D(a_1) = 0$ 、 $x = a_2$  で  $D(a_2) = 1$  となるような関数  $D(x)$  :

【数 4 3】

$$D(x) = \frac{a\left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right)}{a\left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right) + a\left(1 - \frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right)}$$

を用いて構成させる処理をコンピュータに実行させることを含む特徴とする付記 1 1 乃至 1 3 のいずれか一項に記載のプログラム。

【符号の説明】

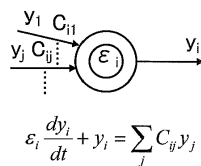
【0097】



- 1 0 0 デジタル - アナログ・フィッティング装置
- 1 0 2 入力受付部
- 1 0 4 行列変形部
- 1 0 6 重み係数算出部
- 1 0 8 トポロジー形成部
- 1 1 0 重み設定部
- 1 1 2 RNN回路動作部
- 1 1 4 出力部

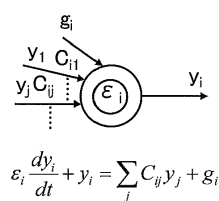
【図 1】

RNN回路の一例と、このRNN回路におけるニューロンと入出力の結線との関係式を説明する図



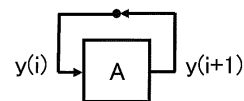
【図 2】

図1の関係式の拡張を説明する図



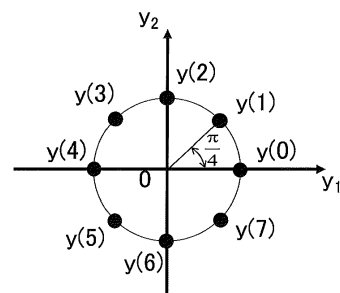
【図 3】

離散時間の線形システムを説明する図



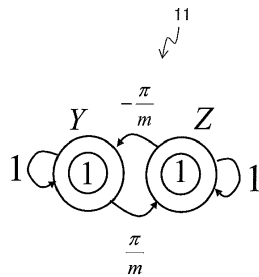
【図 4】

離散時間の線形システムの出力例を図解したグラフ



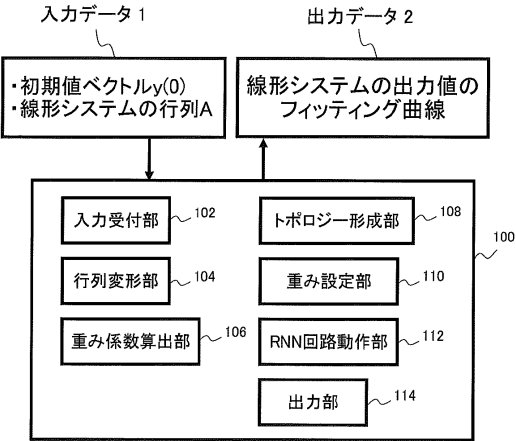
【 図 5 】

定数係数の連立同次微分方程式によって  
処理が表されるRNN回路の一例



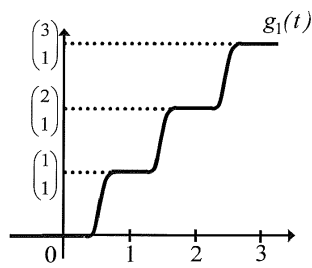
【 図 6 】

離散時間線形システムの出力のフィッティング曲線を求める  
デジタル・アナログ・フィッティング装置の機能ブロック図の例を示す図



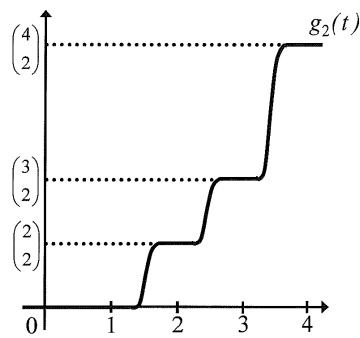
【 図 7 】

曲線  $g_1(t)$  の例を示す図



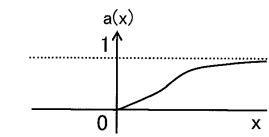
【 図 8 】

曲線  $g_2(t)$  の例を示す図



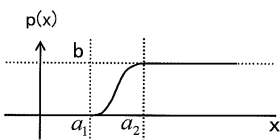
【図 9】

関数 $a(x)$ のグラフを示す図



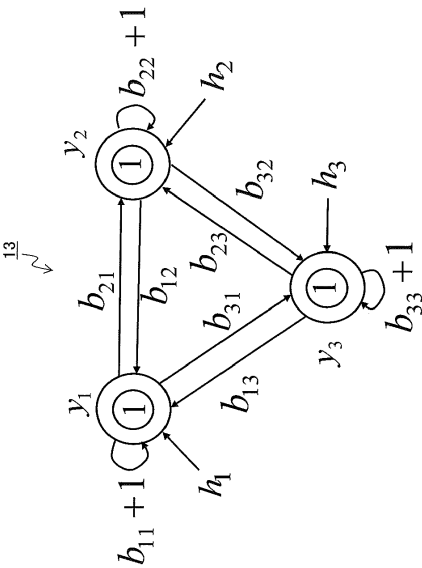
【図 10】

関数 $D(x)$ のグラフを示す図



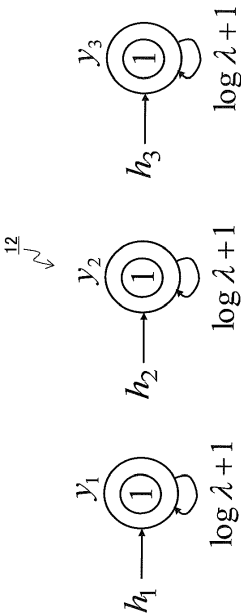
【図 12】

$n=3$ とするときのRNN回路の別の例を示す図



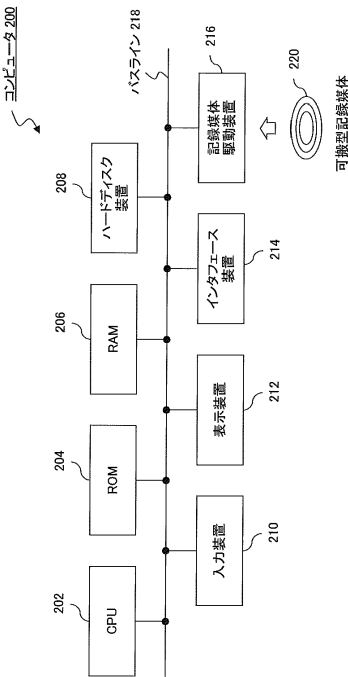
【図 11】

$n=3$ とするときのRNN回路の例を示す図



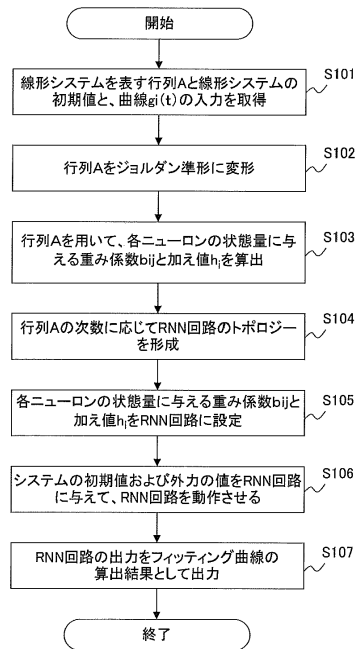
【図 13】

デジタル・アナログ・フィッティング装置のハードウェア構成例を表した図



## 【図 14】

フィッティング曲線算出処理の流れの例を示すフローチャート



---

フロントページの続き

(56)参考文献 永嶋史朗，双線形時間遅れニューラルネットワークによるロボットソフトウェアシステム，日本ロボット学会誌，日本，社団法人日本ロボット学会，2006年 9月15日，第24巻，第6号，pp.53-64

(58)調査した分野(Int.Cl.，D B名)  
G 0 6 N 3 / 0 0