

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特 許 公 報(B2)

(11) 特許番号

特許第4885196号
(P4885196)

(45) 発行日 平成24年2月29日(2012.2.29)

(24) 登録日 平成23年12月16日(2011.12.16)

(51) Int.Cl.

F I

G 0 6 T 17/00 (2006.01)

G 0 6 T 17/00

請求項の数 18 (全 38 頁)

(21) 出願番号	特願2008-283089 (P2008-283089)	(73) 特許権者	500015375
(22) 出願日	平成20年11月4日(2008.11.4)		メンタル イメージズ ゲーエムベーハー
(62) 分割の表示	特願2002-574597 (P2002-574597) の分割		MENTAL IMAGES GMBH
原出願日	平成14年2月1日(2002.2.1)		ドイツ連邦共和国 デー ー 1 0 6 2 3 ベ
(65) 公開番号	特開2009-26340 (P2009-26340A)	(74) 代理人	100123788
(43) 公開日	平成21年2月5日(2009.2.5)		弁理士 宮崎 昭夫
審査請求日	平成20年12月2日(2008.12.2)	(74) 代理人	100106138
(31) 優先権主張番号	60/265,855		弁理士 石橋 政幸
(32) 優先日	平成13年2月1日(2001.2.1)	(72) 発明者	ボラック、 シルヴェー
(33) 優先権主張国	米国 (US)		カナダ国 ケーオーケー 2 ティーオー オン
			タリオ ピクトン アール. アール. 2
			カウンティ ロード 15 2855
		審査官	田中 幸雄
			最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 細分表面における滑らかな特徴線の生成

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項 1】

選択されたレベルで、それぞれの辺によって複数の隣接点に連結された少なくとも1つの点を含む複数の点を有するメッシュによる表現での特徴線によって定められた表面内に、前記メッシュによる表現の頂点と、少なくとも1つの隣接点と、該頂点と該少なくとも1つの隣接点を相互接続する辺に関連して定められた特徴の表現を生成するシステムであって、

A . 複数のレベルで定められ、少なくとも1つのパラメータの値が前記メッシュの少なくとも2つのレベルで異なる値をとる、パラメータ化された細分則にもとづいて、第1の重みベクトルと第2の重みベクトルを生成するために前記パラメータ化された細分則が前記頂点の両側での鋭さパラメータのそれぞれの値であるパラメータを使用するようにして、重み値の第1の並びからなる前記第1の重みベクトルと重み値の第2の並びからなる前記第2の重みベクトルとを生成するように構成された重みベクトル生成モジュールと、

B . 前記重みベクトルの少なくとも1つと、前記頂点と前記隣接点の位置を用い、前記第1の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第1の乗算結果を得ることと、

前記第1の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線に沿った第1の接線ベクトルを求めることと、

前記第2の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第2の乗算結果を得ることと、

10

20

前記第 2 の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線を横切る第 2 の接線ベクトルを求めることと、

前記滑らかな特徴線に沿った前記第 1 の接線ベクトルと前記滑らかな特徴線を横切る前記第 2 の接線ベクトルとの交差積をとることにより、前記表面に接する面に垂直な法線ベクトルを生成することと、

によって、前記特徴の表現を生成するように構成された特徴表現生成モジュールと、を有し、

前記重みベクトル生成モジュールは、選択された数学関数によって関連づけられた少なくとも 2 つのレベルにおいて異なる値をとる、前記少なくとも 1 つのパラメータの値を用いるように構成され、

前記滑らかな特徴線は、それを横切って前記法線ベクトルが連続的に変化する特徴線である、

システム。

【請求項 2】

前記滑らかな特徴線は、頂点と、2 つの隣接点と、該頂点とそれぞれの該隣接点を相互接続する辺に関連して定められ、前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる各前記辺と関連づけられたパラメータ値を有するパラメータ化された細分則を用いるように構成されている、請求項 1 に記載のシステム。

【請求項 3】

前記重みベクトル生成モジュールは、値が同じである、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いるように構成されている、請求項 2 に記載のシステム。

【請求項 4】

前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いるように構成され、前記パラメータの値は、区間 [0 , 1] において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 1】

$$s(j+1) = (s(j))^2$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけられ、ここで、 $s(j)$ はレベル「 j 」における前記パラメータの値を表し、 $s(j+1)$ は前記より高いレベル「 $j+1$ 」における前記パラメータの値を表す、請求項 3 に記載のシステム。

【請求項 5】

前記重みベクトル生成モジュールは、値が異なる、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いるように構成されている、請求項 2 に記載のシステム。

【請求項 6】

前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いるように構成され、前記パラメータの値は、区間 [0 , 1] において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 2】

$$s_1(j+1) = \left(\frac{3}{4}s_1(j) + \frac{1}{4}s_2(j) \right)^2,$$

と、

10

20

30

40

【数 3】

$$s_2(j+1) = \left(\frac{1}{4}s_1(j) + \frac{3}{4}s_2(j) \right)^2,$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけられ、ここで、 $s_1(j)$ と $s_2(j)$ は、レベル「 j 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表し、 $s_1(j+1)$ と $s_2(j+1)$ は、前記より高いレベル「 $j+1$ 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表す、請求項 5 に記載のシステム。

【請求項 7】

10

選択されたレベルで、それぞれの辺によって複数の隣接点に連結された少なくとも 1 つの点を含む複数の点を有するメッシュによる表現での特徴線によって定められた表面内に、前記メッシュによる表現の頂点と、少なくとも 1 つの隣接点と、該頂点と該少なくとも 1 つの隣接点を相互接続する辺と関連して定められた特徴の表現を生成するシステムを提供するコンピュータと関連づけて用いられるコンピュータプログラムであって、

A. 前記コンピュータを、複数のレベルで定められ、少なくとも 1 つのパラメータの値が前記メッシュの少なくとも 2 つのレベルで異なる値をとる、パラメータ化された細分則にもとづいて、前第 1 の重みベクトルと第 2 の重みベクトルを生成するために前記パラメータ化された細分則が前記頂点の両側での鋭さパラメータのそれぞれの値であるパラメータを使用するようにして、重み値の第 1 の並びからなる前記第 1 の重みベクトルと重み値の第 2 の並びからなる前記第 2 の重みベクトルとを生成するように構成された重みベクトル生成モジュールと、

20

B. 前記コンピュータを、前記重みベクトルの少なくとも 1 つと、前記頂点と前記隣接点の位置を用い、

前記第 1 の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第 1 の乗算結果を得ることと、

前記第 1 の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線に沿った第 1 の接線ベクトルを求めることと、

前記第 2 の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第 2 の乗算結果を得ることと、

30

前記第 2 の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線を横切る第 2 の接線ベクトルを求めることと、

前記滑らかな特徴線に沿った前記第 1 の接線ベクトルと前記滑らかな特徴線を横切る前記第 2 の接線ベクトルとの交差積をとることにより、前記表面に接する面に垂直な法線ベクトルを生成することと、

によって、前記特徴の表現を生成するように構成された特徴表現生成モジュールと、として機能させ、

前記重みベクトル生成モジュールは、選択された数学関数によって関連づけられた少なくとも 2 つのレベルにおいて異なる値をとる、前記少なくとも 1 つのパラメータの値を用いることができるように構成され、

40

前記滑らかな特徴線は、それを横切って前記法線ベクトルが連続的に変化する特徴線である、コンピュータプログラム。

【請求項 8】

前記滑らかな特徴線は、頂点と、2 つの隣接点と、該頂点とそれぞれの該隣接点を相互接続する辺と関連して定められ、前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる各前記辺と関連づけられたパラメータ値を有するパラメータ化された細分則を用いることができるように構成されている、請求項 7 に記載のコンピュータプログラム。

【請求項 9】

前記重みベクトル生成モジュールは、値が同じである、前記滑らかな特徴線がそれに沿

50

うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いることができるように構成されている、請求項 8 に記載のコンピュータプログラム。

【請求項 10】

前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いることができるように構成され、前記パラメータの値は、区間 $[0, 1]$ において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 100】

$$s(j+1) = (s(j))^2, \quad 10$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけられ、ここで、 $s(j)$ はレベル「 j 」における前記パラメータの値を表し、 $s(j+1)$ は前記より高いレベル「 $j+1$ 」における前記パラメータの値を表す、請求項 9 に記載のコンピュータプログラム。

【請求項 11】

前記重みベクトル生成モジュールは、値が異なる、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いることができるように構成されている、請求項 8 に記載のコンピュータプログラム。

20

【請求項 12】

前記重みベクトル生成モジュールは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いることができるように構成され、前記パラメータの値は、区間 $[0, 1]$ において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 101】

$$s_1(j+1) = \left(\frac{3}{4}s_1(j) + \frac{1}{4}s_2(j) \right)^2, \quad 30$$

と、

【数 102】

$$s_2(j+1) = \left(\frac{1}{4}s_1(j) + \frac{3}{4}s_2(j) \right)^2,$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけられ、ここで、 $s_1(j)$ と $s_2(j)$ は、レベル「 j 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表し、 $s_1(j+1)$ と $s_2(j+1)$ は、前記より高いレベル「 $j+1$ 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表す、請求項 11 に記載のコンピュータプログラム。

40

【請求項 13】

選択されたレベルで、それぞれの辺によって複数の隣接点に連結された少なくとも 1 つの点を含む複数の点を有するメッシュによる表現での特徴線によって定められた表面内に、前記メッシュによる表現の頂点と、少なくとも 1 つの隣接点と、該頂点と該少なくとも 1 つの隣接点を相互接続する辺に関連して定められた特徴の表現を生成する方法であって、

A. 複数のレベルで定められ、少なくとも 1 つのパラメータの値が前記メッシュの少なくとも 2 つのレベルで異なる値をとる、パラメータ化された細分則にもとづいて、第 1 の重みベクトルと第 2 の重みベクトルを生成するために前記パラメータ化された細分則が前記頂点の両側での鋭さパラメータのそれぞれの値であるパラメータを使用するようにし

50

て、重みベクトル生成モジュールが、重み値の第 1 の並びからなる前記第 1 の重みベクトルと重み値の第 2 の並びからなる前記第 2 の重みベクトルとを生成する重みベクトル生成ステップと、

B . 特徴表現生成モジュールが前記特徴の表現を生成する特徴表現生成ステップであって、前記重みベクトルの少なくとも 1 つと、前記頂点と前記隣接点の位置を用い、

前記第 1 の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第 1 の乗算結果を得ることと、

前記第 1 の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線に沿った第 1 の接線ベクトルを求めることと、

前記第 2 の並びを用いて前記頂点と前記頂点の周りの前記隣接点とのそれぞれの位置に乗算し、複数の第 2 の乗算結果を得ることと、

前記第 2 の乗算結果の和を求めて、前記頂点に関連する前記表面の上の点での特徴を規定する滑らかな特徴線を横切る第 2 の接線ベクトルを求めることと、

前記滑らかな特徴線に沿った前記第 1 の接線ベクトルと前記滑らかな特徴線を横切る前記第 2 の接線ベクトルとの交差積をとることにより、前記表面に接する面に垂直な法線ベクトルを生成することと、

によって前記特徴の表現を生成する特徴表現生成ステップと、

を有し、

前記重みベクトル生成ステップは、選択された数学関数によって関連づけられた少なくとも 2 つのレベルにおいて異なる値をとる、前記少なくとも 1 つのパラメータの値を用いるステップを含み、

前記滑らかな特徴線は、それを横切って前記法線ベクトルが連続的に変化する特徴線である、方法。

【請求項 1 4】

前記滑らかな特徴線は、頂点と、2 つの隣接点と、該頂点とそれぞれの該隣接点を相互接続する辺に関連して定められ、前記重みベクトル生成ステップは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる各前記辺と関連づけられたパラメータ値を有するパラメータ化された細分則を用いるステップを含む、請求項 1 3 に記載の方法。

【請求項 1 5】

前記重みベクトル生成ステップは、値が同じである、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いるステップを含む、請求項 1 4 に記載の方法。

【請求項 1 6】

前記重みベクトル生成ステップは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いるステップを含み、前記パラメータの値は、区間 [0 , 1] において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 1 9 9】

$$s(j+1) = (s(j))^2, \quad 40$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけられ、ここで、s (j) はレベル「 j 」における前記パラメータの値を表し、s (j + 1) は前記より高いレベル「 j + 1 」における前記パラメータの値を表す、請求項 1 5 に記載の方法。

【請求項 1 7】

前記重みベクトル生成ステップは、値が異なる、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺と関連づけられたパラメータを用いるステップを含む、請求項 1 4 に記載の方法。

【請求項 1 8】

前記重みベクトル生成ステップは、前記滑らかな特徴線がそれに沿うように定められる前記辺に沿う鋭い折り目を反映する細分則に関連する前記パラメータを用いるステップを

10

20

30

40

50

含み、前記パラメータの値は、区間 $[0, 1]$ において定められ、ここで、より大きい値がより鋭い折り目を定め、より低いレベルにおける前記パラメータの値は、

【数 200】

$$s_1(j+1) = \left(\frac{3}{4}s_1(j) + \frac{1}{4}s_2(j) \right)^2, \quad ,$$

と、

【数 201】

$$s_2(j+1) = \left(\frac{1}{4}s_1(j) + \frac{3}{4}s_2(j) \right)^2, \quad 10$$

によって関連づけられた、より高いレベルにおける前記パラメータの値に関連づけら、ここで、 $s_1(j)$ と $s_2(j)$ は、レベル「 j 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表し、 $s_1(j+1)$ と $s_2(j+1)$ は、前記より高いレベル「 $j+1$ 」におけるそれぞれの辺と関連づけられた前記パラメータの値を表す、請求項 17 に記載の方法。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本発明は、全般的にコンピュータ・グラフィックスの分野に関し、特に、物体の表面を表現する細分表面上の滑らかな特徴線の生成に関する。

20

【背景技術】

【0002】

一般に、コンピュータ・グラフィックスでは、物体は、特定のレベルのメッシュによって表現される表面として表現される。特定のレベルのメッシュは、辺により連結されている、三次元空間の 1 組の頂点または点からなる。辺は、三角形、四辺形などの形をとる多角形面を定める。あるコンピュータ・グラフィックスの操作では、現在の表現よりも高い解像度で表面の表現を生成することが望まれる。四辺形のメッシュによって定められる表面と関連して用いられる Catmull - Clark 表面細分法と、三角形のメッシュによって定められる表面と関連して用いられる Loop 表面細分法を含め、現在の表現よりも高い解像度で表面の表現を生成するいくつかの一般的な方法が存在する。一般に、双方の方法は、次のより高い細分度のメッシュを生成するために、メッシュの特定のレベルで表面を定めるそれぞれの頂点において、それぞれの細分則を用いる。「細分表面」または「極限表面」と呼ばれるそれぞれの物体の表面は、細分度が無限大になったときに、メッシュによって定められるものとして理解される。

30

【0003】

ある細分表面の特徴は、それぞれの表面を定めるメッシュ内の特徴線によって、定めることができる。特徴線は、鋭い折り目または滑らかな曲りの形をとりうる。滑らかな特徴線の場合、表面に接する平面に垂直なベクトルである法線ベクトルは、滑らかな特徴線を横切って連続的に変化する。他方、鋭い折り目の場合、法線ベクトルは、折り目を横切って不連続に変化し、実際、その折り目のところでは定義されない。しかしながら、滑らかな曲りの定義は、特定の細分度におけるメッシュ内の頂点を横切る曲りの鋭さを定めるために用いられる 1 つまたは複数のパラメータを用いて、鋭い折り目の定義から得ることができる。カリフォルニア州パサデナのカリフォルニア工科大学における 1998 年の D. Zorin による博士論文「静的細分および多重解像度表面表現 (Stationary Subdivision And Multi-Resolution Surface Representation)」は、パラメータを用いて、滑らかな特徴線を生成する方法を説明しているが、そこで説明されている方法では、表面のトポロジーのいくつかの頂点において滑らかでない表面でさえ、比較的質の低い表面になってしまう。ACM SIGGRAPH 1998 における SIGGRAPH 98 会議議事録、会議年報集、85

40

50

から94ページのT. DeRoseらの「キャラクタ・アニメーションにおける細分表面 (Subdivision surfaces in character animation)」は、ACM SIGGRAPH 1994におけるSIGGRAPH 94 会議議事録、会議年報集のH. Hoppeらの「小片円滑表面再構成 (Piecewise Smooth Surface reconstruction)」で説明されているように、鋭い折り目に対応する細分則を、選択された緻密度に至るまで適用し、その後、滑らかな内部点に対応する規則を適用することによって、滑らかな特徴線を生ずる方法を説明している。明確に異なる2つの種類の規則を適用することによって、その結果として得られる表面の効率的な評価が困難になる。

【発明の開示】

10

【発明が解決しようとする課題】

【0004】

本発明は、細分表面内に滑らかな特徴線を生成する新規かつ改良されたシステムと方法を提供する。

【課題を解決するための手段】

【0005】

簡単に要約すれば、本発明は、選択されたレベルにおいて、それぞれの辺によって複数の隣接点に連結された少なくとも1つの点を含む複数の点を有するメッシュ表現によって定められた表面内に、メッシュ表現内の頂点と、少なくとも1つの隣接点と、この頂点とこの少なくとも1つの隣接点を相互接続する辺と関連して定められる特徴の表現を生成するシステムを提供する。この特徴生成システムは、重みベクトル生成モジュールと、特徴表現生成モジュールを有する。重みベクトル生成モジュールは、複数のレベルで定められ、少なくとも1つのパラメータの値が、メッシュの少なくとも2つのレベルにおいて異なる値をとるパラメータ化された細分則にもとづいて、少なくとも1つの重みベクトルを生成するように構成される。特徴表現生成モジュールは、特徴の表現を生成するために、少なくとも1つの重みベクトルと、頂点およびその隣接点の位置を用いるように構成されている。

20

【0006】

本発明の一実施態様は、細分表面内に滑らかな特徴線を生成するシステムを有する。

【0007】

30

本発明は、添付されている特許請求の範囲において、特徴が指摘される。本発明の上記の利点およびその他の利点は、添付の図面と関連して行われる以下の説明を参照することによって、より良く理解できるであろう。

【発明を実施するための最良の形態】

【0008】

図1は、本発明にしたがって構成された、細分表面と関連して滑らかな特徴線を生成するシステムを含むコンピュータ・グラフィックス・システム10を示す。図1を参照すると、コンピュータ・グラフィックス・システムは、プロセッサ・モジュール11と、1つまたは複数のオペレータ入力装置12と、1つまたは複数の表示装置13を含む。表示装置13は、オペレータに対して、テキストおよび/または画像の形で表示スクリーン上に情報を表示するフレーム・バッファとビデオ表示端末のようなものを通常有する。コンピュータ・グラフィックス・システム10のオペレータ入力装置12は、ディジタル化タブレット15とともに通常用いられるペン14と、トラックボールまたはマウス装置16を通常含む。一般に、ペン14とディジタル化タブレットは、オペレータによって、いくつかのモードで用いられる。1つのモードでは、ペン14とディジタル化タブレットは、コンピュータ・グラフィックス・システムに、更新された明暗情報を出力するために用いられる。他のモードでは、ペンとディジタル化タブレットは、例えば、表面トリミングや他の情報のための線引きのような通常のコンピュータ・グラフィックス情報を、コンピュータ・グラフィックス・システム10に入力し、これにより、システム10が通常のコンピュータ・グラフィックス操作を行えるようにするために、オペレータによって用いられる。

40

50

トラックボールまたはマウス装置 16 は、オペレータが、ペンとデジタル化タブレットで入力できる、画面上の特定の点まで、スクリーンの上でカーソルまたはポインタを動かすために用いることができる。コンピュータ・グラフィックス・システム 10 は、オペレータがシステム 10 にテキスト入力を行うために用いることができるキーボード（不図示）もまた含めてもよい。

【0009】

プロセッサ・モジュール 11 は、1 つまたは複数のマイクロプロセッサの形をとるプロセッサと、主メモリを一般に含み、1 つまたは複数のディスク記憶装置を含む大容量記憶サブシステムを一般に含むだろう。メモリとディスク記憶装置は、プロセッサによって処理されるデータとプログラム（まとめて「情報」とする）を一般に保存し、プロセッサによって生成された処理データを保存する。プロセッサ・モジュールは、オペレータ入力装置 12 と表示装置 13 への接続を含み、オペレータ入力装置 12 を介してオペレータによって入力された情報を受け取り、その入力情報を処理し、処理された情報をメモリおよび/または大容量記憶サブシステムに保存する。さらに、プロセッサ・モジュールは、メモリとディスク記憶装置から得た情報と、それによって生成された処理データの一部を形成するビデオ表示情報を、オペレータへの表示を行う表示装置に出力できる。プロセッサ・モジュール 11 は、ハードコピー出力の生成を容易にするプリンタのようなハードコピー出力装置への接続（不図示）と、システム 10 を、情報の転送を容易にする公衆電話システムおよび/またはコンピュータネットワークのようなものに接続するモデムおよび/またはネットワーク・インタフェース（これも不図示）もまた含んでいてもよい。

【0010】

本発明は、三次元の細分表面内に滑らかな特徴線を生成するシステムを提供する。細分表面は、三次元のメッシュを形成するために、辺によって相互接続された制御点によって定められる。一般に、細分表面は、まず、特定の粗さまたは細かさのメッシュによって定められる。いくつかの方法のうちの 1 つを用いて、メッシュは、細分度が向上する一連のレベルを通して緻密にされ、細分表面は、細分度が無限に達すると極限になる。以下では、各メッシュレベルはインデックスで特定され、あるメッシュレベルがインデックス「 j 」によって特定されると、次のより高い細分度のメッシュはインデックス「 $j + 1$ 」で特定される。細分表面は、細分度が無限大になるにつれてほぼ制御点になる、表面の「極限点」の位置と、関連する法線ベクトルの向きによってほぼ定められる。各法線ベクトルは、細分表面上のそれぞれの点における接面の向きを定め、それぞれの点において細分表面に接するベクトルの交差積によって定めることができる。

【0011】

滑らかな特徴線生成システムによって行われる動作を説明する前に、このシステムで用いられる 2 つの表面細分法、すなわち、前記 Loop 表面細分法と Catmull-Clark 表面細分法を説明するのは有益であろう。

【0012】

Loop 表面細分法を、図 2 および図 3 と関連して説明する。図 2 は、メッシュによって定められた表面の例と、それから得られた細分表面の一部を示し、図 3 は、この表面細分法を理解するのに有用なステンシルを示す。一般に、Loop の表面細分法では、元のメッシュ中の各三角形の面は、次のより高い細分度のメッシュを定める複数の副面に分割される。次のより高い細分度のメッシュの頂点は、元のメッシュ内の頂点の位置の重み平均を用いて配置される。さらに詳しくいえば、図 2 を参照すると、位置 $c^j(q)$ に配置されている頂点 v_q （頂点 $v_q = v_q(0)$ ）と、それぞれの位置 $c^j(1)$ から $c^j(K)$ における位置に配置されている複数のすなわち「 K 」個の周囲の点 $v_q(1)$ から $v_q(K)$ （一般に、 $v_q(k)$ ） $21(1)$ から $21(K)$ （一般に参照番号 $21(k)$ ）によって特定されている）を含む、「 j 」細分度におけるメッシュ 20 が示されている。点 $v_q(k)21(k)$ は、辺によって頂点 v_q に接続されている、メッシュ 20 内の点である。（頂点 v_q に接続されている点の数「 K 」のことをときどき頂点の「価数」と呼ぶことがある。）図 3 に示されているステンシルは、それぞれの頂点 v_q を囲んでいる点について

のインデックス「 k 」の順序付けを理解するのに有用である。頂点 v_q に接続されている、メッシュ内の点 $v_q(k)$ のインデックスのセットを $N(q, j)$ で示すと、次のより高い細分度「 $j+1$ 」におけるメッシュは、位置 $c^{j+1}(q)$ に配置されている頂点 $v_{q22}(0)$ と、位置 $c^{j+1}(1)$ に配置され、頂点 $v_{q22}(0)$ に接続されている一群の周囲の点 $v_{q(1)22}(1)$ に対応する。より高い細分度のメッシュは、

【0013】

【数1】

$$c^{j+1}(q) = (1 - a(K))c^j(q) + \frac{a(K)}{K} \sum_{k \in N(q, j)} c^j(k) \quad (1)$$

10

【0014】

によって求められる位置 $c^{j+1}(q)$ における頂点 $v_{q22}(0)$ と、

【0015】

【数2】

$$c^{j+1}(l) = \frac{3}{8} [c^j(q) + c^j(k)] + \frac{1}{8} [c^j(k-1) + c^j(k+1)], k = 1, \dots, K \quad (2),$$

【0016】

によって求められる位置 $c^{j+1}(1)$ における点 $v_{q(1)22}(1)$ を生成することによって構成される。ここで、重み付け因子 $a(K)$ は、

20

【0017】

【数3】

$$a(K) = \frac{5}{8} - \left(\frac{3 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{K}\right)}{8} \right)^2 \quad (3).$$

30

【0018】

によって与えられる。式(1)と(2)は、次のように、細分行列 $S_{T,K}$ (ここで、インデックス「 T 」は「三角形」を指す)を用いて、細分則を定める単一の式にまとめることができる。

【0019】

【数4】

$$c^{j+1} = S_{T,K} c^j \quad (4),$$

【0020】

これは成分ごとに、

40

【0021】

【数5】

$$(c^{j+1})_l = \sum_m (S_{T,K})_{l,m} (c^j)_m \quad (5),$$

【0022】

として書くことができる。ここで、

【0023】

【数 6】

$$(S_{T,K})_{l,m} = \begin{cases} 1 - a(K) & \text{if } l = 0, m = 0 \\ \frac{a(K)}{2} & \text{if } l = 0, m = 1, \dots, K \\ \frac{3}{8} & \text{if } l = 1, \dots, K, m = 0 \\ & \text{or } l = m = 1, \dots, K \\ \frac{1}{8} & \text{if } l = 2, \dots, K, m = l - 1 \\ & \text{or } l = 1, m = K \\ & \text{or } l = 1, \dots, K, m = l + 1 \\ & \text{or } l = K, m = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6), \quad 10$$

【0024】

であり、ここで、インデックス「 l 」と「 m 」は「 0 」から「 K 」までの範囲にあり、「 K 」を含む。

20

【0025】

式(1)と(2)、または、同等な式(4)から(6)は、細分度「 $j + 1$ 」におけるメッシュに点を生成するために、細分度「 j 」におけるメッシュ内の各点を頂点として選択することによって適用される。Loopの表面細分法は、所望の細分度のメッシュを生成するために繰り返し適用される。式(2)は、この方法が頂点として点 $v_q(0)$ に適用されたときに形成される点 $v_q(1)$ が、この方法が頂点として点 $v_q(k)$ に適用されたときに同じ位置になることを定めることが分かるであろう。

【0026】

Loop表面細分法は、「 $j + 1$ 」レベルのメッシュを形成するために相互接続された

30

(i) レベル「 j 」のメッシュ内の各点対に対する、および、一般に各点対の間のどこかの、次のより高い(「 $j + 1$ 」)細分度のメッシュ内の位置 $c^{j+1}(1)$ における1つの新しい点(上で説明した点 $v_q(1)$ を参照)と、

(ii) 「 j 」レベルのメッシュ内の各点に対する、および、一般に各点にいくら近く、の、「 $j + 1$ 」レベルのメッシュ内の位置 $c^{j+1}(q)$ における再配置された点(上で説明した頂点 v_q を参照)を生成することがわかるだろう。

【0027】

Catmull Clark細分法は、少数の隣接頂点を用いて滑らかな表面を生成する。Catmull Clark表面細分法を、図4Aから図4Eおよび図5と関連して説明する。図4Aは、メッシュによって定められた表面の一例を示し、図4Bから図4Eは、図4Aに示されている表面から得られる細分表面を生成するのに行われる操作を理解するのに有用である。図5は、表面細分法を理解するのに有用なステンシルを示しており、特に、この表面細分法が実行される頂点 v_q (頂点 $v_q = v_q(0)$)を囲む点に対するインデックス「 k 」の順序付けを理解するのに有用である。図4Aを参照すると、この図は、4つの四辺形 $31(1)$ から $31(4)$ からなるメッシュ 30 を示している。各四辺形を面と呼ぶ。四辺形は、四辺形 $31(1)$ から $31(4)$ のすべてに共通である点 $32(0)$ と、他の点 $32(1)$ から $32(8)$ によって定められている。一般に、Catmull Clark表面細分法は、

40

(i) 各面に対して、面点 $33(1)$ から $33(4)$ が、それぞれの面を定める点 32

50

(p) の平均として生成される面点生成ルーチン (図 4 B を参照) と、

(i i) 各辺に対して、新しい辺点 3 4 (1) から 3 4 (4) が、面の 2 つの新しい面点が隣接している元の辺の中間点の平均として生成される辺点生成ルーチン (図 4 C を参照。面点生成ルーチンの間に生成された面点が白抜きの円として示されている) と、

(i i i) 頂点点 3 5 が、元の頂点点に隣接する面に対してルーチン (i) で生成された新しい面点の位置と、元の頂点点に入射する元の辺の中間点の位置と、元の頂点点の位置と、元の頂点点の価数に関連して生成される頂点点ルーチン (図 4 D を参照。面点と辺点生成ルーチンの間に生成された面点および辺点が白抜きの円として示されている) と、

(i v)

(a) 各新しい面点は、元の面を定める辺の辺点に接続され、

10

(b) 各新しい頂点点は、元の頂点点に入射する全ての元の辺の新しい辺点に接続されるメッシュ接続ステップ (図 4 E を参照) を含めた一連のルーチンで実行される。

【 0 0 2 8 】

さらに詳しくいえば、Catmull Clark 細分法では、場所 $c^j(q)$ における頂点 v_q に対して、

(i) $N_e(q, j)$ によって、それに接続されている 1 次の隣接点 $c^j(l_i)$ (たとえば、点 3 2 (0) に対して、点 3 2 (2) と点 3 2 (8)) のインデックスのセットと、

(i i) $N_f(q, j)$ によって、頂点 $c^j(q)$ と関連するレベル「j」の面に関して、頂点 $c^j(q)$ の向かい側にある 2 次の隣接点 (たとえば、点 3 2 (0) に対して、点 3 2 (1)) のインデックスのセットを示して、次のより高い細分度「j + 1」におけるメッシュが次のようにして形成される。面点生成ルーチンでは、面点は、次のようにして求められた位置 $c^{j+1}(m_i)$ において生成され、配置される。

20

【 0 0 2 9 】

【 数 7 】

$$c^{j+1}(m_i) = \frac{1}{4} (c^j(q) + c^j(l_i) + c^j(l_{i+1}) + c^j(r_i)), \quad (7).$$

$$m_i \in N_f(q, j+1), l_i, l_{i+1} \in N_e(q, j), r_i \in N_f(q, j)$$

【 0 0 3 0 】

30

辺点生成ルーチンでは、辺点は、次のようにして求められた位置 $c^{j+1}(l_i)$ において生成され、配置される。

【 0 0 3 1 】

【 数 8 】

$$c^{j+1}(l_i) = \frac{1}{4} (c^j(q) + c^j(k_i) + c^{j+1}(m_{i-1}) + c^{j+1}(m_i)), \quad (8)$$

$$l_i \in N_e(q, j+1), k_i \in N_e(q, j), m_{i-1}, m_i \in N_f(q, j+1)$$

【 0 0 3 2 】

40

頂点点生成ルーチンでは、新しい頂点点は、次のようにして求められた位置において生成され、配置される。

【 0 0 3 3 】

【 数 9 】

$$c^{j+1}(q) = \frac{K-2}{K} c^j(q) + \frac{1}{K^2} \sum_{i=0}^{K-1} c^j(l_i) + \frac{1}{K^2} \sum_{i=0}^{K-1} c^{j+1}(m_i) \quad (9).$$

$$l_i \in N_e(j+1, q), m_i \in N_f(j+1, q)$$

50

【 0 0 3 4 】

点 c^j のみで表わすという観点から、式 (9) の最後の項を置換すると、

【 0 0 3 5 】

【 数 1 0 】

$$c^{j+1}(q) = \left(1 - \frac{7}{4K}\right) c^j(q) + \frac{3}{2} \frac{1}{K^2} \sum_{l \in N_e(q,j)} c^j(l) + \frac{1}{4K^2} \sum_{m \in N_f(q,j)} c^j(m) \quad (10).$$

【 0 0 3 6 】

一般に、四辺形のメッシュに対しては、このシステムは、式 (9) の $K = 3$ の場合を除いて、Catmull Clark 細分法を用いる。この場合、このシステムは、

10

【 0 0 3 7 】

【 数 1 1 】

$$c^{j+1}(q) = (1 - 8\gamma) c^j(q) + 4\gamma \frac{1}{K} \sum_{l \in N_e(q,j)} c^j(l) + 4\gamma \frac{1}{K} \sum_{m \in N_f(q,j+1)} c^{j+1}(m) \quad (11),$$

【 0 0 3 8 】

を用いる。ここで、 $\gamma = 3 / 38$ である。式 (11) は、 $K = 3$ に対して、 $\gamma = 1 / 12$ のかわりに $\gamma = 3 / 38$ であることを除き、 $\gamma = 1 / 4K$ である Catmull Clark 細分法 (式 (9)) に対応する。点 c^j のみで表わすという観点から (式 (10)) と比較されたい)、

20

【 0 0 3 9 】

【 数 1 2 】

$$c^{j+1}(q) = (1 - 7\gamma) c^j(q) + 6\gamma \frac{1}{K} \sum_{l \in N_e(q,j)} c^j(l) + \gamma \frac{1}{K} \sum_{m \in N_f(q,j)} c^j(m) \quad (12).$$

【 0 0 4 0 】

である。これらの式は、細分行列 $S_{Q,K}$ (ここで、インデックス「Q」は「四辺形」を示す) を用いて細分則を定める単一の式によって、次のようにまとめることができる。

30

【 0 0 4 1 】

【 数 1 3 】

$$c^{j+1} = S_{Q,K} c^j \quad (13),$$

【 0 0 4 2 】

これは、

【 0 0 4 3 】

【 数 1 4 】

$$(c^{j+1})_l = \sum_m (S_{Q,K})_{l,m} (c^j)_m \quad (14),$$

40

【 0 0 4 4 】

として成分で書くことができる。ここで、

【 0 0 4 5 】

【数 15】

$$(S_{Q,K})_{l,m} = \begin{cases} 1 - \frac{7}{4K} & \text{if } l = 0, m = 0 \\ \frac{3}{2} \frac{1}{K^2} & \text{if } l = 0, m = 1, \dots, K \\ \frac{1}{K^2} & \text{if } l = 0, m = K+1, \dots, 2K \\ \frac{3}{8} & \text{if } l = 1, \dots, K, m = 0 \text{ or } l \\ \frac{1}{16} & \text{if } l = 1, m = K \\ & \text{or } l = 2, \dots, K, m = l-1 \\ & \text{or } l = 1, \dots, K-1, m = l+1 \\ & \text{or } l = K, m = 1 \\ & \text{or } l = 1, m = 2K \\ & \text{or } l = 2, \dots, K, m = K+l-1 \\ & \text{or } l = 1, \dots, K, m = K+1 \\ \frac{1}{4} & \text{if } l = K+1, \dots, 2K, m = 0, l-K, l-K+1, \text{ or } l \\ & \text{or } l = 2K, m = 0, K, 1 \text{ or } 2K \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15),$$

【0046】

であり、ここで、インデックス「 l 」と「 m 」は「 0 」から「 $2K$ 」までの範囲をとり、「 $2K$ 」を含む。

【0047】

上の説明から明らかなように、1つの「 j 」番目の細分度における四辺形メッシュに適用される Catmull-Clark 表面細分法は、「 j 」番目の細分度におけるメッシュと同数の点を有する、次に高い「 $j+1$ 」番目の細分度における四辺形メッシュを生成するが、より高い（「 $j+1$ 」）細分度における点は、「 j 」番目のレベルにおける位置とは異なる位置にある。式（7）から（12）、または、等価的な式（13）から（15）は、細分度「 $j+1$ 」におけるメッシュに対する点を生成するために、細分度「 j 」におけるメッシュ内の各点を頂点として選択することにより適用される。所望の任意の細分度のメッシュを生成するために、Catmull-Clark 表面細分法を繰り返し適用できる。

【0048】

細分表面内の鋭い折り目は、上で説明した表面細分式（三角形メッシュの場合には式（6）から（8）、四辺形メッシュの場合には式（13）から（15））を部分的に修正することによって生成される。これを、折り目が生じるそれぞれの頂点 v_q （ $v_q = v_q(0)$ ）の両側における点についてのインデックス「 k 」の順序付けを理解するのに有用なステンシルを示す図6と関連して説明する。折り目が生じるメッシュの辺に印をつけることによって、細分表面上の折り目の位置を定める一連の辺を定めることができる。三角形メッシュと四辺形メッシュの双方の場合のように、より高い「 $j+1$ 」番目の細分度の頂点および点の位置 c^{j+1} を、「 j 」番目のレベルの頂点および点の位置 c^j から、次のように細分行列 S_C （ここで、インデックス「 C 」は「折り目」を示す）を有する細分則を定める単一の式を用いて求めることができる。

【 0 0 4 9 】

【 数 1 6 】

$$c^{j+1} = S_c c^j \quad (16),$$

【 0 0 5 0 】

これは成分で、

【 0 0 5 1 】

【 数 1 7 】

$$(c^{j+1})_l = \sum_m (S_c)_{l,m} (c^j)_m \quad (17),$$

10

【 0 0 5 2 】

として書くことができる。ここで、

【 0 0 5 3 】

【 数 1 8 】

$$(S_c)_{l,m} = \begin{cases} \frac{3}{4} & \text{if } l = 0, m = 0 \\ \frac{1}{8} & \text{if } l = 0, m = 1 \text{ or } 2 \\ \frac{1}{2} & \text{if } l = 1 \text{ or } 2, m = 0 \text{ or } l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18),$$

20

【 0 0 5 4 】

であり、ここで、インデックス「 l 」と「 m 」は「 0 」から「 2 」までの範囲をとり、「 2 」を含む。この細分則は、細分表面が三角形メッシュと四辺形メッシュの双方によって定められる場合の折り目に対して用いることができる。

【 0 0 5 5 】

30

本発明は、細分表面内に滑らかな特徴線を生成するシステムと方法を提供する。鋭い折り目におけるように、滑らかな特徴線は、特徴線を定めることになる、所与のレベルの一連の辺を印すことによって定められる。滑らかな特徴線と関連づけられる辺が印される最低細分度は、滑らかな特徴線に対する設定レベル「 j_D 」と呼ばれる。さらに、鋭さパラメータが、滑らかな特徴線に対する設定レベル「 j_D 」内に印されている各辺と関連づけられる。一実施形態では、鋭さパラメータの値は、区間「 $[0, 1]$ 」、すなわち、端の点を含めて「 0 」と「 1 」の間の実数の形をとる。辺が値「 0 」を有する鋭さパラメータを有するならば、その辺に沿う折り目は存在しない。他方、辺が値「 1 」を有する鋭さパラメータを有するならば、その辺は上述のように鋭い折り目の一部をなす。

【 0 0 5 6 】

40

一般に、滑らかな特徴線は、上述した細分則（三角形メッシュの場合には式（４）から（６）、四辺形メッシュの場合には式（１３）から（１５）を参照）を一般化した細分則を用いることによって得られる。細分則は、生成される滑らかな特徴線が交差する頂点の２つの側における鋭さパラメータのそれぞれの値である２つのパラメータ「 s_1 」と「 s_2 」を用いる。細分表面の極限表面、すなわち、細分表面の極限点によって定められる表面は、滑らかな特徴線の近くでは滑らかである。すなわち、滑らかな特徴線と関連づけられた極限表面上の各点に対して、すなわち、点のそれぞれの側における鋭さパラメータの値が「 1 」以外である各点に対して、極限表面に垂直なベクトルの向きは絶えず変化する。しかしながら、鋭い折り目の場合に於て、鋭さパラメータが値「 1 」を有するような点における極限表面に対しては、点のそれぞれの側に対する法線ベクトルの向きが異なるから、法線

50

ベクトルは定められない。

【 0 0 5 7 】

コンピュータ・グラフィックス・システム 10 が滑らかな特徴線の生成に関連して行う動作を、三角形メッシュを定める細分表面の場合、図 7 から 10 と関連して、四辺形メッシュを定める細分表面の場合、図 11 から 14 と関連して説明する。双方の場合、滑らかな特徴線は、印されている辺に対応する線に近い細分表面の領域で、極限点の位置と、それぞれの極限点における法線ベクトルによって定められる。上記のように、法線ベクトルは、それぞれの極限点における 2 つの接線ベクトル、すなわち、それぞれの極限点において滑らかな特徴線に沿う接線ベクトルと、それぞれの極限点において滑らかな特徴線と交差する接線ベクトルの交差積に対応する。

10

【 0 0 5 8 】

図 7 を参照すると、この図は、インデックスが図に示されているようにつけられた頂点 v_q (頂点 $v_q = v_q(0)$) と点 $v_q(1)$ から $v_q(K)$ を有する三角形メッシュによって定められた細分表面の一部を示している。滑らかな特徴線の一部を定める折り目が、辺 $v_q(1)$ 、 v_q (辺 $(1, 0)$ として参照される) および v_q 、 $v_q(L+1)$ (辺 $(0, L+1)$ として参照される) に沿って、点 $v_q(1)$ 、頂点 v_q 、点 $v_q(L+1)$ を通るように、頂点がラベル付けされている。辺 $(1, 0)$ と関連づけられた鋭さパラメータの値は s_1 として参照され、辺 $(0, L+1)$ と関連づけられた鋭さパラメータの値は s_2 として参照される。辺 $(1, 0)$ と $(0, L+1)$ は折り目を定める辺であると示されているので、鋭さパラメータの値はゼロではない。頂点 v_q にある他の辺と関連づけられた鋭さパラメータの値は「ゼロ」のこともあれば、ゼロでないこともある。一般に、式 (4) (または、等価的な式 (5)) で記述されている細分則は、細分行列を用いて、それぞれの頂点の位置を求めるために用いることができる。

20

【 0 0 5 9 】

【数 19】

$$\left(S_{sc,T,K,L}(s_1, s_2) \right)_{l,m} = \begin{cases} (1-s_3)(1-a(K)) + \frac{3}{4}s_3 & \text{if } l=0, m=0 \\ (1-s_3)\frac{a(K)}{K} + \frac{1}{8}s_3 & \text{if } l=0, m=1 \text{ or } L+1 \\ (1-s_3)\frac{a(K)}{K} & \text{if } l=0, m=2, \dots, L \\ & \text{or } l=0, m=L+2, \dots, K \\ \frac{3}{8} + \frac{1}{8}s_2 & \text{if } l=1, m=0 \text{ or } 1 \\ \frac{3}{8} + \frac{1}{8}s_1 & \text{if } l=L+1, m=0 \text{ or } L+1 \\ \frac{1}{8}(1-s_2) & \text{if } l=1, m=2 \text{ or } K \\ \frac{1}{8}(1-s_1) & \text{if } l=L+1, m=L \text{ or } L+2 \\ \frac{3}{8} & \text{if } l=2, \dots, L, m=0 \\ & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=0 \\ & \text{or } l=m=2, \dots, L \\ & \text{or } l=m=L+2, \dots, K \\ \frac{1}{8} & \text{if } l=2, \dots, L, m=l-1 \\ & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=l-1 \\ & \text{or } l=2, \dots, L, m=l+1 \\ & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=l+1 \\ & \text{or } l=K, m=1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19),$$

【0060】

ここで、式(6)におけるように、インデックス「1」と「m」は「ゼロ」から「K」までの範囲にあり、かつ、「K」を含み、 $s_3 = (s_1 + s_2) / 2$ 、すなわち、辺(1, 0)および(0, L+1)と関連づけられたパラメータ s_1 と s_2 の値の平均である。

【0061】

接線ベクトルの向きが、不規則な頂点およびその近傍において、絶えず変化するようにするために、鋭さパラメータの値は、メッシュのレベルが高くなるにつれて徐々に小さくする。滑らかな特徴線の場合、メッシュのレベルが高くなるにつれて、鋭さパラメータの値を繰り返し更新すると、ゼロに近い値が得られる。そうすると、接線ベクトルの向きが、極限表面内で絶えず変化することになる。一実施形態では、鋭さパラメータ s_1 と s_2 が、頂点の両側で同じ値「s」を有する(すなわち、 $s_1 = s_2$)ような頂点 v_q に対しては、鋭さパラメータ更新関数は、

【0062】

10

20

30

40

【数 2 0】

$$s(j+1) = (s(j))^2 \quad (20),$$

【0 0 6 3】

となる。すなわち、より高い「 $j+1$ 」番目の細分度のメッシュにおける鋭さパラメータ s_1 と s_2 の値 $s(j+1)$ は、より低い（「 j 番目」）レベルのメッシュにおける鋭さパラメータ s_1 と s_2 の値 $s(j)$ の 2 乗である。他方、鋭さパラメータ s_1 と s_2 の値が頂点の両側で一定ではない（すなわち、 $s_1 \neq s_2$ ）ような頂点 v_q に対しては、鋭さパラメータ更新関数は、双方の鋭さパラメータ s_1 と s_2 の値の関数である。一実施形態では、関数は、

10

【0 0 6 4】

【数 2 1】

$$s_1(j+1) = \left(\frac{3}{4}s_1(j) + \frac{1}{4}s_2(j) \right)^2 \quad (21),$$

【0 0 6 5】

と、

【0 0 6 6】

【数 2 2】

$$s_2(j+1) = \left(\frac{1}{4}s_1(j) + \frac{3}{4}s_2(j) \right)^2 \quad (22),$$

20

【0 0 6 7】

となるように選択され、二次スプラインに対応する線形組み合わせをほぼ提供する。

【0 0 6 8】

鋭さパラメータ s_1 と s_2 の値はレベルごとに変わるので、滑らかな曲線の細分行列（ $S_{sc,T,K,L}(s_1, s_2)$ ） $_{lm}$ （式（19））も細分度ごとに一定ではない。したがって、細分表面に対する極限点の位置と接線ベクトルの向きを求めるために従来用いられている固有値解析はここでは用いない。上で示唆したように、細分表面は、極限点および法線ベクトルの集合（または、等価的に、各法線ベクトルに対しての 2 つの接線ベクトル）によって定められ、これらは、式（4）をそのメッシュに対する設定レベル「 j_D 」からレベル $j =$ まで繰り返し適用することによって生成される。設定レベル j_D は、細分表面内でそれぞれの滑らかな特徴線が定められる最低の細分度「 j 」である。したがって、極限点の位置を求めるために、無限の細分行列

30

【0 0 6 9】

【数 2 3】

$$S_{sc,T,K,L,LP}(s_1, s_2) = \prod_{j=\infty}^{j_D} S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j)) \quad (23),$$

40

【0 0 7 0】

が計算される。ここで、 $S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j))$ は、式（23）の右辺の行列積における「 j 」番目のレベルに対応する鋭さパラメータに対して、式（19）と関連して上で説明した細分行列である。式（23）の左辺の $S_{sc,T,K,L,LP}(s_1, s_2)$ に対して、独立変数 s_1 と s_2 は、滑らかな特徴線の設定レベルにおける鋭さパラメータ、すなわち、 $s_1 = s_1(j_D)$ および $s_2 = s_2(j_D)$ を示し、下付き文字「LP」は「極限点」を示す。行列の乗算は交換則が成り立たないので、式（23）における行列積中の因子の順序は重要である。式（23）で、積中の因子の左から右への順序は、式（4）によって示唆されているように、左の $j =$ から右の $j = j_D$ まで広がる。

【0 0 7 1】

50

行列積（式（23））は、「 $K+1$ 」行を有する「 $K+1$ 」×「 $K+1$ 」の行列に収束し、各行を有する成分は、他の行の成分と同一で、同じ順序である。極限点の位置（ q ）を求めるための重み値 1_{LP} のベクトルは、次のようにして得られる。

【0072】

【数24】

$$l_{LP}(s_1, s_2) = v_{LP} \cdot S_{sc, T, K, L, LP}(s_1, s_2) \quad (24),$$

【0073】

ここで、ベクトル v_{LP} は、滑らかな特徴線が無い場合には $Loop$ 細分法を用いて細分表面の極限点の位置を求めるのに用いられる重みのベクトルである。すなわち、

【0074】

【数25】

$$v_{LP} = \left(\frac{\omega(K)}{\omega(K)+K}, \frac{1}{\omega(K)+K}, \frac{1}{\omega(K)+K}, \dots, \frac{1}{\omega(K)+K} \right) \quad (25),$$

【0075】

である。ここで、

【0076】

【数26】

$$\omega(K) = \frac{3K}{8a(K)} \quad (26),$$

【0077】

であり、ここで、 $a(K)$ は式（3）で定められる。頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の位置（ q ）は、細分表面内の滑らかな特徴線の設定レベル j_D に、または、その設定レベルより高い任意の細分度に対応するメッシュ中において、頂点 $v_q(0)$ の位置 $c^{j_D}(q)$ と、頂点 $v_q(0)$ の周囲の隣接点 $v_q(k)$ の位置 $c^{j_D}(k)$ （ $k=1, \dots, K$ ）から、 1_{LP} の成分を重み値として用いることによって計算される。極限点重みベクトル $1_{LP}(s_1, s_2)$ の成分は、成分ごとおよび価数ごとに6つの値を用いて、 s_1 と s_2 の2次多項式によって満足に近似できる。

【0078】

$L=K/2$ ならば、対称性を考慮することにより、成分ごとの値の数を減らすことができる。この場合、極限点重みベクトル 1_{LP} の成分は次の対称関係を満たす。

【0079】

1. 極限点重みベクトル 1_{LP} の「 i 」番目の成分は、 1_{LP} の「 $K+2-i$ 」番目の成分に等しい。すなわち、 $i=K/2+2, \dots, K$ に対して、 $(1_{LP})_i = (1_{LP})_{K+2-i}$ である。これは、細分行列（式（19））が折り目線に関して折り返しても不変であるということの結果である。その結果、近似は、成分 $i=0, 1, \dots, K/2+1$ について生成する必要があるだけである。

【0080】

2. さらに、細分行列（式（19））は s_1 と s_2 において対称的であるので、 $(1_{LP}(s_1, s_2))_i = (1_{LP}(s_2, s_1))_{K/2+2-i}$ であり、近似は、 $i=0, 1, \dots, [K/4+1]$ について生成する必要があるだけである。ここで、「 $[x/y]$ 」は商「 x/y 」中の最大整数を示す。

【0081】

3. さらに、パラメータ s_1 と s_2 の特定の値が相互交換されるならば、頂点 v_q は同じように振る舞うので、 $(1_{LP}(s_1, s_2))_0 = (1_{LP}(s_2, s_1))_0$ であり、近似は、 s_1 と s_2 中の対称的な2次多項式のみを用いて、すなわち、4つの係数を用いて行うこと

10

20

30

40

50

ができる。

【 0 0 8 2 】

4. さらに、「K」が「4」の倍数ならば、上の点(1)および(2)から、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_{K/4+1} = (l_{LP}(s_2, s_1))_{K/4+1}$ である。したがって、これらの成分は、4つの係数を用いて対称的な2次の多項式を用いて近似できる。

一実施形態では、 $L = K/2$ であるかどうかとは無関係に、多項式の近似は、最小二乗チェビシェフ近似法を用いて計算される。行列積(式(23))はチェビシェフ多項式

【 0 0 8 3 】

【数27】

$$(s_1, s_2) = \left(\cos \left(\frac{\left(i + \frac{1}{2}\right)\pi}{N} \right), \cos \left(\frac{\left(j + \frac{1}{2}\right)\pi}{N} \right) \right) \quad (27),$$

【 0 0 8 4 】

の根からなる、領域 (s_1, s_2) 内の格子の点において計算される。ここで、 $i, j = 0, \dots, N-1$ である。一実施形態では、「N」が「8」としてとられるので、式(27)には「64」個の標本点がある。対称的な場合($i = 0$ または $K/4 + 1$)には、多項式

【 0 0 8 5 】

【数28】

$$(l_{LP})_i \approx b_{i0} + b_{i1}(s_1 + s_2) + b_{i2}(s_1^2 + s_2^2) + b_{i3}s_1s_2 \quad (28),$$

【 0 0 8 6 】

非対称な場合(その他の「i」)には、多項式

【 0 0 8 7 】

【数29】

$$(l_{LP})_i \approx b_{i0} + b_{i1}s_1 + b_{i2}s_2 + b_{i3}s_1^2 + b_{i4}s_2^2 + b_{i5}s_1s_2 \quad (29),$$

【 0 0 8 8 】

に対する係数 b_{ij} (対称的な場合には $j = 0, \dots, 3$ 、非対称的な場合には $j = 0, \dots, 5$)は、最小二乗法によって求められる。この演算では、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、行列積(式(27))で定められているように、点 (s_1, s_2) で計算された式(23))を計算する。その後、 N^2 個の多項式(式(28)および/または(29))のセットが、 (s_1, s_2) 領域内のそれぞれの点(式(27))における s_1 と s_2 の値を用いて生成される。各多項式は、行列積の行のそれぞれの「i」番目の成分に等しい。その後、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、最小二乗近似法を用いて、多項式中の係数 b_{ij} の値を求める。係数 b_{ij} の値が求められた後、これらは、式(28)と(29)を用いて、極限点重みベクトル l_{LP} の成分の値を生成するために用いられる。

【 0 0 8 9 】

最小二乗近似における誤差は、領域 (s_1, s_2) にわたって振動的ふるまいを有し、この振動の振幅がこの領域にわたって一様に分布されているならば最小化される。これは、良く近似されている点に対して重み付けられた最小二乗法により課される制約を緩め、良く近似されていない点に対する制約をきつくすることにより行うことができる。重み付けられた最小二乗法では、上で説明した最小二乗法を用いて係数 b_{ij} の値が計算された後、多項式(式(28)および/または式(29))が (s_1, s_2) 領域内の各点で計算され

10

20

30

40

50

、その値は、行列積（式（23））のそれぞれの要素について生成された値と比較され、これらの間の差を反映する重み値が決定される。その後、この重み値は、係数 b_{ij} の値の近似を不均一に制限するのに用いることができる。

【0090】

図8は、Cプログラミング言語の形で、 $b[K/2-2][i][j]$ のインデックス付けをした、 $K=4, 6, \dots, 16$ についての係数 b_{ij} の表を示している。ここで、「 i 」は、 $i=0, \dots, [K/4+1]$ の範囲内の値をとる、極限点重みベクトル l_{LP} の成分のインデックスであり、「 j 」は近似多項式の係数 b_{ij} のインデックスである。

【0091】

頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点重みベクトル l_{LP} が上で説明したように生成された後、極限点重みベクトル l_{LP} は、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の位置（ q ）を次のように求めるために、頂点 $v_q(0)$ の位置 $c^j(q)$ と、頂点 $v_q(0)$ の近傍の点 $v_q(k)$ の位置 $c^j(k)$ （ $k=1, \dots, K$ ）と一緒に次のように用いることができる。

【0092】

【数30】

$$\sigma(q) = \sum_{i=0}^K (l_{LP}(s_1, s_2))_i c^j(i) \quad (30),$$

ここで、上で示唆したように、 $i \in q \cup N(q, j)$ であり（図7を参照）、

【0093】

$(l_{LP}(s_1, s_2))_i$ は、 $l_{LP}(s_1, s_2)$ の「 i 」番目の成分を示す。これは、滑らかな特徴線に対する設定レベル $j = j_D$ と、設定レベル j_D より高い細分度における鋭さパラメータ値 s_1 と s_2 についての極限点重みベクトル l_{LP} に対応する。

【0094】

一実施形態は、接線ベクトルを生成するのに用いる重み値のベクトル l_c と l_s についての良い近似を得るために、類似の多項式近似法を用いる。接線ベクトル重みベクトル l_c は、接線ベクトルを滑らかな特徴線に沿って生成するのに用いられ、接線ベクトル重みベクトル l_s は、それぞれの接線ベクトル重みベクトルが関連づけられている頂点 $v_q(0)$ と関連づけられている極限点において滑らかな特徴線を横切って接線ベクトルを生成するのに用いられる。この方法では、ベクトル $l_c(j)$ が次のようにして生成される。

【0095】

【数31】

$$l_c(j) = (0, 1, 0, \dots, -1, 0, \dots) \cdot \prod_{j=J}^{j_D} S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j)) \quad (31),$$

【0096】

ここで、右辺の行ベクトルの2つのゼロでない成分は、行ベクトル中の位置「1」において「1」であり、位置 $K/2+1$ において「負の1」であり、「 \cdot 」はドット積を示す。式（31）に従ってベクトル $l_c(j)$ を生成した後、値は正規化され、極限が「 J 」としてとられる。

【0097】

【数 3 2】

$$l_c = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{l_c(j)}{\|l_c(j)\|} \quad (32),$$

ここで、 $\|v\| = \sqrt{\sum_i v_i^2}$ 、すなわち、ユークリッド・ノルムである。

【0098】

ベクトル l_c (式(32)) の成分は、図7に示すように、頂点 $v_q(0)$ のそれぞれの位置と、頂点 $v_q(0)$ の周囲の点 $v_q(k)$ ($k = 1, \dots, K$) を乗ずるのに用いられる一連の重み値を形成する。これらの和が、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた細分表面上の点における滑らかな特徴線に沿う接線ベクトルを定める。

10

【0099】

極限点重みベクトル l_{LP} の成分の場合のように、接線ベクトル重みベクトル l_c の成分は、 s_1 と s_2 における多項式、この場合には三次の多項式により近似できる。したがって、接線ベクトル重みベクトル l_c の成分の近似は、成分当りおよび価数当り10個までの数を用いることによって効率的に生成できる。 $L = K/2$ ならば、対称性を考慮することによって、接線ベクトル重みベクトル l_c の成分を生成するのに用いられる多項式係数の数を減らすことができる。この場合、接線ベクトル重みベクトル l_c の成分は次の対称関係を満たす。

20

【0100】

1. 接線ベクトル重みベクトル l_c の「 i 」番目の成分と、「 $k+2-i$ 」番目の成分が、 $i = K/2+2, \dots, K$ に対して等しい。すなわち、 $(l_c)_i = (l_c)_{K+2-i}$ である。これは、折り目線に関して折り返されたときに細分行列(式(19))が不変であることの結果である。結果として、近似は、成分 $i = 0, 1, \dots, K/2+1$ について生成する必要があるのみである。

【0101】

2. さらに、 $(l_c(s_1, s_2))_i = -(l_c(s_2, s_1))_{K/2+2-i}$ であるので、近似は、成分 $i = 0, 1, \dots, [K/4+1]$ について生成する必要があるのみである。

30

【0102】

3. さらに、 s_1 と s_2 の特定の値が相互交換されるならば、頂点 v_q は、接線ベクトルの向きが逆であることを除き、同じようにふるまうので、 $(l_c(s_1, s_2))_0 = -(l_c(s_2, s_1))_0$ となる。この場合、近似は、4つの係数を用いる、 s_1 と s_2 における反対称3次多項式のみを用いて生成できる。

【0103】

4. さらに、「 K 」が「4」の倍数ならば、すぐ上の点(1)と(2)から、 $(l_c(s_1, s_2))_{K/4+1} = -(l_c(s_2, s_1))_{K/4+1}$ である。したがって、4つの係数を用いる反対称多項式を用いて、これらの成分を近似できる。

一実施形態では、近似多項式もまた、上で説明した極限点近似と関連して用いたものに類似する最小二乗チェビシェフ近似法を用いて計算できる。式(31)の行列積は、チェビシェフ多項式(式(27))の根からなる、 (s_1, s_2) 領域内の格子の点において計算される。反対称($i = 0$ または $K/4+1$) の場合には、多項式

40

【0104】

【数 3 3】

$$(l_c)_i = b_{i0}(s_1 - s_2) + b_{i1}(s_1^2 - s_2^2) + b_{i2}(s_1^3 - s_2^3) + b_{i3}(s_1^2 s_2 - s_1 s_2^2) \quad (33),$$

【0105】

非対称(「 i 」はそれ以外)の場合には、多項式

【0106】

50

【数 3 4】

$$\begin{aligned} (l_c)_i = & b_{i0} + b_{i1}s_1 + b_{i2}s_2 + b_{i3}s_1^2 + b_{i4}s_1s_2 + \\ & b_{i5}s_2^2 + b_{i6}s_1^3 + b_{i7}s_1^2s_2 + b_{i8}s_1s_2^2 + b_{i9}s_2^3 \end{aligned} \quad (34),$$

【0 1 0 7】

の係数 b_{ij} (反対称の場合には $j = 0, \dots, 3$ 、非対称の場合には $j = 0, \dots, 9$) は、上述したように最小二乗法を用いて求められる。

【0 1 0 8】

滑らかな特徴線に沿って接線ベクトルを生成するのと類似するやり方(上の式(31)から(34)を参照)で、重み値のベクトル l_s が、滑らかな特徴線を交差する接線ベクトルを生成するのに用いられる。接線ベクトル重みベクトル l_s の成分は、頂点 $v_q(0)$ と、頂点 $v_q(0)$ の周囲の点 $v_q(1)$ から $v_q(K)$ の位置を乗ずるために用いられる一連の重み値を有する(図7を参照)。これらの和は、滑らかな特徴線を横切る接線ベクトルを有する。この方法では、ベクトル $l_s(j)$ は次のようにして生成される。

【0 1 0 9】

【数 3 5】

$$l_s(j) = \left(0, \sin \frac{2\pi(0)}{K}, \sin \frac{2\pi(1)}{K}, \dots, \sin \frac{2\pi(K-1)}{K} \right) \cdot \prod_{j=J}^{j_D} S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j)) \quad (35).$$

【0 1 1 0】

ベクトル $l_s(j)$ は、接線ベクトル重みベクトル l_s を生成するために、式(32)と関連して上で説明したのと類似のやり方で正規化され、極限が J のように取られる。

【0 1 1 1】

$L = K/2$ のとき、接線ベクトル重みベクトル l_s は、

【0 1 1 2】

【数 3 6】

$$l_s = \left(0, \sin \frac{2\pi(0)}{K}, \sin \frac{2\pi(1)}{K}, \dots, \sin \frac{2\pi(K-1)}{K} \right) \quad (36),$$

【0 1 1 3】

である。これは、ゼロである鋭さパラメータと関連づけられた滑らかな特徴線の場合におけるのと同じである。

【0 1 1 4】

接線ベクトル重みベクトル l_s の成分は、鋭さパラメータ s_1 と s_2 の三次多項式を用いて $l_s(s_1, s_2)$ として近似できる。多項式の係数を生成するに行われる演算は、滑らかな特徴線に沿って接線ベクトルを生成するのに用いられる接線ベクトル重みベクトル l_c について上で説明した多項式の係数を生成するに行われる演算に対応する(式(31)から(34))。

【0 1 1 5】

図9は、Cプログラミング言語の形で、 $b[K/2-2][i][j]$ をインデックス付けする、 $K = 4, 6, \dots, 16$ に対する係数 b_{ij} の表を示している。ここで、「 i 」は、 $i = 0, \dots, [K/4+1]$ の範囲内の値をとる、 l_c の成分のインデックスであり、「 j 」は、近似多項式の係数 b_{ij} のインデックスである。

【0 1 1 6】

上記のように、接線ベクトル重みベクトル $l_c (= l_c(s_1, s_2))$ と $l_s (= l_s(s_1, s_2))$ (ここで、 s_1, s_2 は、滑らかな特徴線に対する設定レベル $j = j_D$ における鋭さパラメータ値である)が、頂点 $v_q(0)$ の位置 $c^j(q)$ および隣接点 $v_q(k)$ の位置 $c^j(k)$ ($k = 1, \dots, K$) と一緒に用いられる。特に、それぞれの接線ベク

10

20

30

40

50

トル重みベクトルの成分が、頂点と隣接点の位置に重みをつけるために用いられ、その和は接線ベクトルを含む。すなわち、滑らかな特徴線に沿う接線ベクトル $e_c(q)$ と、滑らかな特徴線を交差する接線ベクトル $e_s(q)$ は、

【 0 1 1 7 】

【 数 3 7 】

$$e_c(q) = \sum_{i=0}^K (l_c(s_1, s_2))_i c^j(i) \quad (37),$$

10

$$e_s(q) = \sum_{i=0}^K (l_s(s_1, s_2))_i c^j(i)$$

【 0 1 1 8 】

として生成される。ここで、 $l_c(s_1, s_2) = l_c$ および $l_s(s_1, s_2) = l_s$ (ここで、 s_1 と s_2 は、滑らかな特徴線についての設定レベル $j = j_D$ における鋭さパラメータ値である) であり、インデックス $0, \dots, K$ が図 7 に示されている。

【 0 1 1 9 】

ある場合には、極限点重みベクトル l_{LP} と接線ベクトル重みベクトル l_c 、 l_s についての近似を生成するために多項式を用いることは実際のでない。たとえば、滑らかな特徴線の構成の数がある数を超えるならば、おのおのは異なる多項式の集合を要するので、多項式の数、この方法を用いるのが実際のでない程度まで増加する。極限点重みベクトル l_{LP} と接線ベクトル重みベクトル l_c 、 l_s についての近似を生成するかわりの方法は外挿を用いる。

20

【 0 1 2 0 】

極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の近似を生成する外挿法は、インデックス「 j 」の有限値に対する式 (23) の初めのいくつかの係数で始まる。以下では、滑らかな特徴線に対する設定レベル j_D がレベル「ゼロ」であると仮定するが、これは説明の一般性を制限するものではないことがわかるであろう。因子 $j = J, J-1, \dots, 0$ ととることによって生成された行列積は、

30

【 0 1 2 1 】

【 数 3 8 】

$$S_{sc,T,K,L,LP}(j)(s_1, s_2) := \prod_{j=J}^0 S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j)) \quad (38),$$

【 0 1 2 2 】

と、

【 0 1 2 3 】

【 数 3 9 】

$$S_{sc,T,K,L,LP}(0)(s_1, s_2) := I_{K+1} \quad (39),$$

40

【 0 1 2 4 】

によって与えられる。ここで、極限 $J = 0$ の場合 (この場合には、行列積を生成するのに因子はない) には、行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}(0)(s_1, s_2)$ は大きさが「 $K+1$ 」×「 $K+1$ 」の単位行列である。極限点の位置 (q) を求めるための重み値 l_{LP} のベクトルが次のようにして得られる。

【 0 1 2 5 】

【数 4 0】

$$l_{LP}(J)(s_1, s_2) = v_{LP} \cdot S_{sc, T, K, L, LP}(J)(s_1, s_2) \quad (40),$$

【0 1 2 6】

ここで、 l_{LP} は、式(28)および(29)と関連して、上で定められている。

【0 1 2 7】

【数 4 1】

一実施形態では、限界点重みベクトル l_{LP} のかなり正確な近似値は、多項式外挿を用いることによって、 $J = 0, 1, 2, 3$ に対応するベクトルそのものを用いて得られる。 $l_{LP}(J)(s_1, s_2)$ の、 $l_{LP}(s_1, s_2)$ への収束は、式(20)から(22)に関連して上で説明した更新則が鋭さパラメータについて用いられるならば、誤差 $\varepsilon(J) = |l_{LP}(J) - l_{LP}|$ が 2^{-2^J} として零に近づき、非常に速い。 l_{LP} への近似は、点 $\{x = 2^{-2^J}, y = l_{LP}(J)\}$ ($J = 0, 1, 2, 3$) を内挿する三次多項式を生成し、その後、点 $x = 0$ における外挿によってこの多項式を計算することによってなされる。すなわち、

$$l_{LP} \approx \sum_{J=0}^3 b_J l_{LP}(J) \quad (41),$$

【0 1 2 8】

によって行われる。ここで、 $l_{LP}(J)$ は式(40)で定められ、係数 b_J は、

【0 1 2 9】

【数 4 2】

$$b_0 = \frac{-135}{120015}$$

$$b_1 = \frac{1270}{120015}$$

(42).

$$b_2 = \frac{-12192}{120015}$$

$$b_3 = \frac{131072}{120015}$$

【0 1 3 0】

によって与えられる。この外挿法は、頂点が一定であろうが不定であろうが、任意の頂点について用いることができる。さらに、この方法は、それぞれの頂点を通る任意の形状の折り目と、それぞれの頂点についての価数「K」の任意の値について用いることができる。

10

20

30

40

50

【 0 1 3 1 】

ある外挿法も、接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s を生成するために用いることができる。一般に、この方法では、上述した行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$ (式(38)と(39))は、その後、

(1) 接線ベクトル重みベクトル l_c が生成されるならば、ベクトル v_c によって乗ぜられ、接線ベクトル重みベクトル l_s が生成されるならば、ベクトル v_s によって乗ぜられ、

(2) (1) からの結果が、その後、それぞれの接線ベクトル重みベクトルを正規化された形で維持する拡張係数によって乗ぜられる。

接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s の近似は、

【 0 1 3 2 】

10

【数 4 3】

$$l_c(J)(s_1, s_2) = d(K)^J v_c \cdot S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2) \quad (43),$$

$$l_s(J)(s_1, s_2) = d(K)^J v_s \cdot S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$$

【 0 1 3 3 】

から生成される。ここで、 $d(K)$ は拡張係数を表す。ベクトル v_c と v_s は、

【 0 1 3 4 】

20

【数 4 4】

$$v_c = \left(0, \cos \frac{2\pi(0)}{K}, \cos \frac{2\pi(1)}{K}, \dots, \cos \frac{2\pi(K-1)}{K} \right) \quad (44),$$

$$v_s = \left(0, \sin \frac{2\pi(0)}{K}, \sin \frac{2\pi(1)}{K}, \dots, \sin \frac{2\pi(K-1)}{K} \right)$$

【 0 1 3 5 】

30

によって与えられ、拡張係数 $d(K)$ は、滑らかな場合についての細分行列の固有値の1つの逆数、すなわち、

【 0 1 3 6 】

【数 4 5】

$$d(K) = \frac{1}{\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{K}} \quad (45).$$

【 0 1 3 7 】

である。接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s の近似は、

40

【 0 1 3 8 】

【数 4 6】

$$l_c = \sum_{J=0}^3 b_J l_c(J) \quad (46),$$

$$l_s = \sum_{J=0}^3 b_J l_s(J)$$

50

【0139】

によって与えられる。ここで、係数 b_j は、式(42)に与えられている形をとる。この外挿法は、あらゆる構成と関連して用いることができる。重みベクトル l_c を用いて生成された接線ベクトルは、ほぼ、頂点 $v_q(0)$ と点 $v_q(1)$ の間の辺 $[1, 0]$ の方向に向けられ、重みベクトル l_s を用いて生成された接線ベクトルは、ほぼ、辺 $[1, 0]$ に垂直に向けられる。細分表面内の所与のレベル「j」に対する辺 $[1, 0]$ と $[0, L+1]$ の間の角度は通常180度ではないが、レベル「j」が無限に近づくと、その角度は180度に近づく。したがって、極限において、すなわち、「j」が無限に近づくと、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の一方の側の辺に沿う接線ベクトルは、同じ頂点と関連づけられた極限点の他方の側における辺に沿う接線ベクトルとは反対方向に近づく。同様に、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の一方の側の辺と交差する接線ベクトルは、同じ頂点と関連づけられた極限点の他方の側における辺と交差する接線ベクトルとは反対方向に近づく。

10

【0140】

この背景で、三角形メッシュについての細分表面に対する極限点と接線ベクトルを生成するのに有用な重みベクトル l_{LP} 、 l_c 、 l_s の生成における、コンピュータ・グラフィックス・システム10によって行われる動作を、図10に示されているフローチャートと関連して説明する。この図を参照すると、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、式(19)に関連して上で説明したように、細分行列 $S_{sc,T,K,L}(s_1(j), s_2(j))$ ($j=0, 1, 2$)をまず初期化する(ステップ100)。その後、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、 $J=2, 3$ に対して、行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$ を生成する(ステップ101)。 $J=1$ に対して、 $S_{sc,T,K,L,LP}(1)(s_1, s_2) = S_{sc,T,K,L}(s_1, s_2)$ であり、上で示唆したように、 $J=0$ に対して、 $S_{sc,T,K,L,LP}(0)(s_1, s_2)$ は「 $K+1$ 」×「 $K+1$ 」の単位行列である。

20

【0141】

コンピュータ・グラフィックス・システム10が、行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}$ を生成した後、それは、各行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$ ($J=0, 1, 2, 3$)の最初の行をとり、式(41)の外挿式にしたがって、極限点重みベクトル l_{LP} についての成分ごとの近似を生成する(ステップ102)。さらに、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、式(43)と関連して上で説明したように、ベクトル $l_c(J)$ と $l_s(J)$ ($J=0, 1, 2, 3$)を生成するために、行列積 $S_{sc,T,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$ 、拡張係数 $d(K)$ 、ベクトル v_c と v_s を用いる(ステップ103)。 $J=0$ に対して、それぞれの重みベクトルは、 $l_c(0) = v_c$ および $l_s(0) = v_s$ である。ステップ103に続いて、コンピュータ・グラフィックス・システム10は、式(46)にしたがって、接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s についての近似を生成するために、 $l_c(J)$ と $l_s(J)$ を用いる(ステップ104)。極限点重みベクトル l_{LP} と接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s が生成された後、極限点および接線ベクトルを上述のようにして生成でき(それぞれ、式(30)と(37)を参照)、法線ベクトルが、接線ベクトルの間の交差積として生成される(ステップ105)。

30

【0142】

四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合に滑らかな特徴線を生成することと関連して、コンピュータ・グラフィックス・システム10によって行われる動作を、図11から13および図10のフローチャートと関連して説明する。図11を参照すると、この図は、インデックスがこの図に示されているように付けられている頂点 v_q (頂点 $v_q = v_q(0)$)および点 $v_q(1)$ から $v_q(2K)$ を有する三角形メッシュによって定められた細分表面の一部を示している。点 $v_q(1)$ から $v_q(K)$ は、頂点 v_q の1次の隣接点であり、点 $v_q(K+1)$ から $v_q(2K)$ は、頂点 v_q の2次の隣接点であることがわかるであろう。頂点は、折り目が辺 $v_q(1)$ 、 v_q (これらは辺 $(1, 0)$ として参照される)と v_q 、 $v_q(L+1)$ (これらは辺 $(0, L+1)$ として参照される)に沿って、点 $v_q(1)$ 、頂点 $v_q(0)$ 、点 $v_q(L+1)$ を通るように、ラベル付けされる。辺(

40

50

1, 0) と関連づけられた鋭さパラメータの値は s_1 として参照され、辺 (0, L + 1) と関連づけられた鋭さパラメータの値は s_2 として参照される。一般に、式 (13) と (14) に記述されている細分則は、式 (15) と関連して上で説明した細分行列のかわりに、細分行列

【 0 1 4 3 】

【 数 4 7 】

$$\begin{aligned}
 (S_{sc,Q,K,L}(s_1, s_2))_{l,m} = & \begin{cases}
 \left(1-s_3\right)\left(1-\frac{7}{4K}\right)+\frac{3}{4}s_3 & \text{if } l=0, m=0 \\
 \left(1-s_3\right)\left(\frac{3}{2K^2}\right)+\frac{1}{8}s_3 & \text{if } l=0, m=1 \text{ or } L+1 \\
 \left(1-s_3\right)\left(\frac{3}{2K^2}\right) & \text{if } l=0, m=2, \dots, L \\
 & \text{or } l=0, m=L+2, \dots, K \\
 \left(1-s_3\right)\left(\frac{1}{4K^2}\right) & \text{if } l=0, m=K+1, \dots, 2K \\
 \frac{3}{8}(1-s_2)+\frac{1}{2}s_2 & \text{if } l=1, m=0 \text{ or } 1 \\
 \frac{1}{16}(1-s_2) & \text{if } l=L+1, m=2, K, \\
 & K+1 \text{ or } 2K \\
 \frac{3}{8}(1-s_1)+\frac{1}{2}s_1 & \text{if } l=L+1, m=0 \text{ or } L+1 \\
 \frac{1}{16}(1-s_1) & \text{if } l=L+1, m=L, L+2, \\
 & K+1 \text{ or } K+L+1 \\
 \frac{3}{8} & \text{if } l=2, \dots, L, m=0 \\
 & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=0 \\
 & \text{or } l=m=2, \dots, L \\
 & \text{or } l=m=L+2, \dots, K \\
 \frac{1}{16} & \text{if } l=2, \dots, L, m=l-1 \\
 & \text{or } l=2, \dots, L, m=l+1 \\
 & \text{or } l=2, \dots, L, m=K+l-1 \\
 & \text{or } l=2, \dots, L, m=K+l \\
 & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=l-1 \\
 & \text{or } l=L+2, \dots, K-1, m=l+1 \\
 & \text{or } l=K, m=1 \\
 & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=K+l-1 \\
 & \text{or } l=L+2, \dots, K, m=K+l \\
 \frac{1}{4} & \text{if } l=K+1, \dots, 2K-1, m=0, \\
 & l-K, l-K+1 \text{ or } l \\
 & \text{or } l=2K, m=0, K, 1 \text{ or } 2K \\
 0 & \text{otherwise}
 \end{cases} \quad (47),
 \end{aligned}$$

【 0 1 4 4 】

を用いて、それぞれの頂点の位置を求めるために用いることができる。ここで、式 (19) のように、 $s_3 = (s_1 + s_2) / 2$ であり、辺 (1, 0) と (0, L + 1) と関連づけられたパラメータ s_1 と s_2 の値の平均である。

【 0 1 4 5 】

三角形メッシュによって形成された細分表面の場合のように、それぞれの接線ベクトルの向きを種々の細分度における不規則な頂点およびその近傍において絶えず変化させるために、鋭さパラメータの値はメッシュの細分度が高くなるにつれて徐々に減らす。一実施形態では、コンピュータ・グラフィックス・システムは、四辺形メッシュによって定められている細分表面の場合に、三角形メッシュによって定められている細分表面の場合におけるのと同じように、鋭さパラメータの値を変化させる（上の式（20）から（22）を参照）。

【 0 1 4 6 】

三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合に頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の位置を求めるために、無限細分行列積

【 0 1 4 7 】

【 数 4 8 】

$$S_{sc,Q,K,L,LP}(s_1, s_2) = \prod_{j=\infty}^{j_D} S_{sc,Q,K,L}(s_1(j), s_2(j)) \quad (48)$$

【 0 1 4 8 】

が計算される。ここで、 $S_{sc,Q,K,L}(s_1(j), s_2(j))$ は、 j 番目のレベルと関連づけられた鋭さパラメータ値 s_1 と s_2 についての式（47）からの細分行列であり、インデックス j_D は滑らかな折り目の設定レベルを示す。式（48）の左辺において、独立変数 s_1 と s_2 に対して、 $s_1 = s_1(j_D)$ および $s_2 = s_2(j_D)$ である。三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、式（48）における行列積は、同一の行を有する行列に収束し、この場合に、各行はサイズが $2K + 1$ である。頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点の位置（ q ）を求めるための重み値 $_{LP}$ のベクトルが次のように得られる。

【 0 1 4 9 】

【 数 4 9 】

$$l_{LP}(s_1, s_2) = v_{LP} \cdot S_{sc,Q,K,L,LP}(s_1, s_2) \quad (49),$$

【 0 1 5 0 】

ここで、ベクトル v_{LP} は、滑らかな特徴線が無い場合に、四辺形メッシュによって定められる細分表面の極限点の位置を求めるのに用いられる重みベクトルである。すなわち、

【 0 1 5 1 】

【 数 5 0 】

$$v_{LP} = \frac{1}{K(K+5)}(K^2, 4, \dots, 4, 1, \dots, 1) \quad (50),$$

【 0 1 5 2 】

ここで、式（50）において、値「4」を有する「 K 」個の成分と、値「1」を有する「 K 」個の成分がある。

【 0 1 5 3 】

行ベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の成分 $l_{LP}(s_1, s_2)_i$ ($i = 0, \dots, 2K$) と、頂点 $v_q(0)$ の位置 $c^j(0)$ と、隣接点 $v_q(i)$ の $c^j(i)$ ($i = 1, \dots, 2K$) が、頂点 $v_q(0)$ に関連する極限点の位置（ q ）を決定するために次のように用いられる。

【 0 1 5 4 】

10

20

30

40

【数 5 1】

$$\sigma(q) = \sum_{i=0}^{2K} \left(l_{LP}(s_1, s_2) \right)_i c^j(i) \quad (51),$$

ここで、上で示唆したように、 $i \in q \cup N_e(q, j) \cup N_f(q, j)$ である (図 1 1 参照)。

【0 1 5 5】

三角形メッシュによって定められている細分表面の場合のように、極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の成分を、多項式展開を用いて近似できる。極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の成分を、成分ごとおよび価数ごとに 6 つの値を用いて、 s_1 と s_2 の二次多項式によって満足に近似できる。「K」の値が偶数であり、 $L = K/2$ ならば、対称性を考慮することにより、成分ごとの値の数を減らすことができる。この場合、極限点重みベクトル l_{LP} の成分は次の対称関係を満たす。

10

【0 1 5 6】

1. 極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の「i 番目」の成分は、極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の「 $K + 2 - i$ 」番目の成分に等しい。すなわち、 $i = 2, \dots, K/2$ に対して、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_i = (l_{LP}(s_1, s_2))_{K+2-i}$ であり、極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の「i」番目の成分は、極限点重みベクトル $l_{LP}(s_1, s_2)$ の「 $3K + 1 - i$ 」番目の成分に等しい。すなわち、 $i = K + 1, \dots, K + K/2$ に対して、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_i = (l_{LP}(s_1, s_2))_{3K+1-i}$ である。

20

【0 1 5 7】

2. $i = 1, \dots, K/2 + 1$ に対して、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_i = (l_{LP}(s_1, s_2))_{K/2+2-i}$ であり、 $i = K + 1, \dots, K + K/2 + 1$ に対して、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_i = (l_{LP}(s_1, s_2))_{2K+K/2+1-i}$ である。

【0 1 5 8】

3. $(l_{LP}(s_1, s_2))_0 = (l_{LP}(s_2, s_1))_0$ である。

【0 1 5 9】

4. 「K」が「4」の倍数ならば、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_{K/4+1} = (l_{LP}(s_2, s_1))_{K/4+1}$ であり、「K」が「4」の倍数でないならば、 $(l_{LP}(s_1, s_2))_{K+[K/4]+1} = (l_{LP}(s_2, s_1))_{K+[K/4]+1}$ である。

30

すぐ上で説明した対称関係が与えられると、 $i = 0, \dots, [K/4] + 1$ および $i = K + 1, \dots, K + [K/4] + 1$ についての極限点重みベクトル l_{LP} に対する近似を生成することだけが必要であり、さらに、「K」の任意の偶数値に対しては $i = 0$ について、「K」が「4」の倍数ならば $i = K/4 + 1$ について、「K」が偶数であるが、「4」の倍数でなければ $i = K + [K/4] + 1$ について、対称的な多項式を用いることができる。

【0 1 6 0】

三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、一実施形態では、四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合、 $L = K/2$ かどうかとは無関係に、近似多項式が最小二乗チェビシェフ近似法を用いて計算される (上の式 (2 7) を参照)。この場合、対称的な場合には、多項式

40

【0 1 6 1】

【数 5 2】

$$(l_{LP})_i \approx b_{i0} + b_{i1}(s_1 + s_2) + b_{i2}(s_1^2 + s_2^2) + b_{i3}s_1s_2 \quad (52),$$

【0 1 6 2】

非対称的な場合には、多項式

【0 1 6 3】

【数 5 3】

$$(l_{LP})_i \approx b_{i0} + b_{i1}s_1 + b_{i2}s_2 + b_{i3}s_1^2 + b_{i4}s_1s_2 + b_{i5}s_2^2 \quad (53),$$

【0 1 6 4】

の係数 b_{ij} (対称的な場合には $j = 0, \dots, 3$ 、非対称的な場合には $j = 0, \dots, 5$) が最小二乗法によって求められる。図 1 2 は、 $K = 4$ 、 $L = 2$ に対して、「 i 」の値が $i = 0; 1; 2; 5$ の場合の係数 b_{ij} の表を示している。係数 b_{ij} が生成された後 (式 (5 2) と (5 3))、これらは、式 (5 1) と関連して上で説明したように、極限点 (q) の位置を生成するために用いられる極限点重みベクトル l_{LP} を、三角形メッシュによって定められる細分表面の場合とおなじように生成するために用いられる。

10

【0 1 6 5】

四辺形メッシュによって定められている細分表面の場合の接線ベクトルは、三角形メッシュによって定められる細分表面の場合に接線ベクトルを生成するために用いられるのと同様な方法で生成される。一般に、この方法では、上述した行列積 $S_{sc,Q,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$ (式 (4 8)) が生成され、その後、三角形メッシュの場合における接線ベクトル重みベクトルの場合のように、

(1) 接線ベクトル重みベクトル l_C が生成されているならば、ベクトル v_C によって乗ぜられ、接線ベクトル重みベクトル l_S が生成されているならば、ベクトル v_S によって乗ぜられ、

(2) (1) からの結果が、その後、それぞれの接線ベクトルを正規化された形に維持する拡張係数によって乗ぜられる。

20

まず、ベクトル $l_C(J)(s_1, s_2)$ と $l_S(J)(s_1, s_2)$ が、

【0 1 6 6】

【数 5 4】

$$l_C(s_1, s_2) = d(K)^J v_C \cdot S_{sc,Q,K,L,LP}(J)(s_1, s_2) \quad (54).$$

$$l_S(s_1, s_2) = d(K)^J v_S \cdot S_{sc,Q,K,L,LP}(J)(s_1, s_2)$$

30

【0 1 6 7】

として生成される。四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合には、それぞれのベクトル v_C と v_S は、

【0 1 6 8】

【数 5 5】

$$(v_c)_i = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \\ A_K \cos \frac{2\pi(i-1)}{K} & \text{if } i = 1, \dots, K \\ \cos \frac{2\pi(i-K-1)}{K} + \cos \frac{2\pi(i-K)}{K} & \text{if } i = K+1, \dots, 2K \end{cases}$$

(55),

10

$$(v_s)_i = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \\ A_K \sin \frac{2\pi(i-1)}{K} & \text{if } i = 1, \dots, K \\ \sin \frac{2\pi(i-K-1)}{K} + \sin \frac{2\pi(i-K)}{K} & \text{if } i = K+1, \dots, 2K \end{cases}$$

【0 1 6 9】

によって与えられ、拡張係数は、滑らかな内部頂点についての細分行列（式 4 7）の部分支配的な固有値の逆数として与えられる。

20

【0 1 7 0】

【数 5 6】

$$d(K) = \frac{1}{\frac{A_K}{16} + \frac{1}{4}} \quad (56),$$

【0 1 7 1】

ここで、 A_K は、

30

【0 1 7 2】

【数 5 7】

$$A_K = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{K}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) \sqrt{2\left(9 + \cos\frac{2\pi}{K}\right)} \quad (57).$$

【0 1 7 3】

によって定められる。

【0 1 7 4】

接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s は、接線ベクトルを次のように生成するために用いられる。

40

【0 1 7 5】

【数 5 8】

$$e_c(q) = \sum_{i=0}^{2K} (l_c(s_1, s_2))_i c^j(i) \quad (58),$$

$$e_s(q) = \sum_{i=0}^{2K} (l_s(s_1, s_2))_i c^j(i)$$

50

【 0 1 7 6 】

ここで、インデックス付けは、図 1 1 に示されている。

【 0 1 7 7 】

三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合には、接線ベクトル重みベクトル l_c を用いて生成され、頂点 $v_q(0)$ について生成された接線ベクトル $e_c(q)$ は、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点を通る滑らかな特徴線にほぼ沿うように向けられ、接線ベクトル重みベクトル l_s を用いて生成された接線ベクトル $e_s(q)$ は、頂点 $v_q(0)$ と関連づけられた極限点を通る滑らかな特徴線にほぼ垂直に向けられる。

【 0 1 7 8 】

10

また、三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、四辺形メッシュによって定められる細分表面の場合の接線ベクトル重みベクトルは、多項式近似を用いて近似できる。接線ベクトル重みベクトル $l_c(s_1, s_2)$ と $l_s(s_1, s_2)$ の成分は、一般に、成分ごとおよび価数ごとに 10 個の値を用いて、 s_1 と s_2 における三次多項式により満足に近似できる。「K」の値が偶数であり、 $L = K/2$ ならば、対称性を考慮することによって、成分ごとの値の数を減らすことができる。この場合、接線ベクトル重みベクトル l_c の成分は次の対称関係を満たす。

【 0 1 7 9 】

1. 接線ベクトル重みベクトル $l_c(s_1, s_2)$ の「i」番目の成分が、接線ベクトル重みベクトル $l_c(s_1, s_2)$ の「 $K+2-i$ 」番目の成分に等しい。すなわち、 $i = 2, \dots, K/2$ に対して、 $(l_c(s_1, s_2))_i = (l_c(s_1, s_2))_{K+2-i}$ であり、接線ベクトル重みベクトル $l_c(s_1, s_2)$ の「i」番目の成分が、接線ベクトル重みベクトル $l_c(s_1, s_2)$ の「 $3K+1-i$ 」番目の成分に等しい。すなわち、 $i = K+1, \dots, K+K/2$ に対して、 $(l_c(s_1, s_2))_i = (l_c(s_1, s_2))_{3K+1-i}$ である。

20

【 0 1 8 0 】

2. $i = 1, \dots, K/2+1$ に対して、 $(l_c(s_1, s_2))_i = -(l_c(s_1, s_2))_{K/2+2-i}$ であり、 $i = K+1, \dots, K+K/2+1$ に対して、 $(l_c(s_1, s_2))_i = -(l_c(s_1, s_2))_{2K+K/2+1-i}$ である。

【 0 1 8 1 】

30

3. $(l_c(s_1, s_2))_0 = -(l_c(s_2, s_1))_0$ である。

【 0 1 8 2 】

4. 「K」が「4」の倍数ならば、 $(l_c(s_1, s_2))_{K/4+1} = -(l_c(s_2, s_1))_{K/4+1}$ であり、「K」が「4」の倍数でないならば、 $(l_c(s_1, s_2))_{K+[K/4]+1} = -(l_c(s_2, s_1))_{K+[K/4]+1}$ である。

すぐ上で説明した対称関係が与えられると、 $i = 0, \dots, [K/4]+1$ および $i = K+1, \dots, K+[K/4]+1$ に対して近似を生成することだけが必要であり、さらに、「K」の任意の偶数値に対し $i = 0$ について、「K」が「4」の倍数ならば $i = K/4+1$ について、「K」が偶数であるが、「4」の倍数でなければ $i = K+[K/4]+1$ について、反対称的な多項式も用いることができる。

40

【 0 1 8 3 】

三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、一実施形態では、近似多項式もまた、上述した極限点近似と関連して用いられたのと同じ最小二乗チェビシェフ近似法を用いて計算される。式 (48) 行列積は、チェビシェフ多項式 (式 (27)) の根からなる、 (s_1, s_2) 領域内の格子の点において計算される。この場合、反対称的な場合には、多項式

【 0 1 8 4 】

【数 5 9】

$$(l_c)_i \approx b_{i0}(s_1 - s_2) + b_{i1}(s_1^2 - s_2^2) + b_{i2}(s_1^3 - s_2^3) + b_{i3}(s_1^2 s_2 - s_1 s_2^2) \quad (59),$$

【0 1 8 5】

非対称的な場合には、多項式

【0 1 8 6】

【数 6 0】

$$(l_c)_i \approx b_{i0} + b_{i1}s_1 + b_{i2}s_2 + b_{i3}s_1^2 + b_{i4}s_1s_2 + b_{i5}s_2^2 + b_{i6}s_1^3 + b_{i7}s_1^2s_2 + b_{i8}s_1s_2^2 + b_{i9}s_2^3 \quad (60),$$

10

【0 1 8 7】

の係数 b_{ij} (反対称的な場合には $j = 0, \dots, 3$ 、非対称的な場合には $j = 0, \dots, 9$) は、最小二乗法を用いて求められる。最小二乗法と関連して行われる演算は、三角形メッシュによって定められる細分表面の場合に上で説明したものに対応する。接線ベクトル重みベクトル l_s の成分は、鋭さパラメータ s_1 と s_2 における三次多項式を用いて、 $l_s(s_1, s_2)$ として近似できる。多項式の係数を生成するのに行われる演算は、滑らかな特徴線に沿って接線ベクトルを生成するのに用いられる接線ベクトル重みベクトル l_c について上で説明した、多項式の係数を生成するのに行われる演算に対応する。図 1 3 は、 $i = 0; 1; 2; 5$ に対応する、 $K = 4$ および $L = 2$ に対する係数 b_{ij} の表を示している。

20

【0 1 8 8】

接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s が生成された後、これらは、式 (5 8) と関連して上で説明したように、接線ベクトル e_c と e_s を生成するために用いられる。

【0 1 8 9】

三角形メッシュによって定められる細分表面の場合のように、ある場合には、極限点重みベクトル l_{LP} および接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s についての近似を生成するために、多項式を用いることは実際的ではない。極限点重みベクトル l_{LP} および接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s についての近似を生成するかわりの方法は、多項式外挿を用いる。この外挿法は、式 3 8 から 4 6 と関連して上で説明した方法と似ている。

30

【0 1 9 0】

多項式外挿法を用いて、四辺形メッシュによって定められる細分表面についての極限点重みベクトル l_{LP} および接線ベクトル重みベクトル l_c と l_s を生成することと関連して、コンピュータ・グラフィックス・システム 1 0 によって行われる動作は、三角形メッシュによって定められる細分表面について、図 1 0 と関連して上で説明したものと似ており、その説明は、図 1 0 を参照すべきである。

【0 1 9 1】

このシステムは、多くの利点を有する。特に、本発明は、パラメータの値が、少なくともいくつかのレベルで変化する、同じくパラメータ化された細分則を各レベルで適用することによって、選択されたレベルにおける制御メッシュによって定められる表現から細分表面を生成するシステムを提供する。本発明は、滑らかな特徴線を定めるパラメータの値が少なくともいくつかのレベルで変化する、同じくパラメータ化された細分則を各レベルで用いて、細分表面内に滑らかな特徴線を生成することを特に提供する。結果として得られる細分表面は、比較的質が高く、効率的に計算できる。

40

【0 1 9 2】

多くの変更と修正を、本明細書で説明したようなシステムに施してもよいことが理解できるだろう。たとえば、このシステムを三角形面と四辺形面のメッシュと関連して説明してきたが、このシステムは、種々の多角形構造の面を有するメッシュと関連して有用性を見出してもよいことが理解できるだろう。

50

【0193】

さらに、特定の細分則（式（19）と（46））について説明してきたが、他の細分則も有用性を見出すことができることが理解できるであろう。

【0194】

さらに、鋭さパラメータ s_1 と s_2 を更新する方法を説明し、重みベクトル l_{LP} 、 l_C 、 l_S を近似する種々の方法を説明してきたが、他のパラメータ更新方法および近似方法にも有用性を見出すことができることが理解できるであろう。

【0195】

さらに、本明細書で説明した外挿法と関連して、係数 b_j の数と、式（41）と（46）における総和についての上限（「3」）は、「3」次以外の多項式が外挿で用いられるならば、異なることがありうることを理解できるであろう。

10

【0196】

本発明によるシステムは、専用ハードウェア、汎用コンピュータ・システム、または、これらの組み合わせから全体または一部が構成され、その任意の部分を適切なプログラムによって制御してもよいことが理解できるであろう。任意のプログラムは、全体または一部において、従来の方法で、システムの一部を含み、または、システム上に保持され、または、全体としてまたは部分的に、従来の方法で情報を転送するネットワークまたはその他の機構を介してシステムへ提供してもよい。さらに、このシステムは、情報を従来の方法で転送するネットワークまたはその他の機構を介して、システムに直結でき、あるいは、システムへ情報を転送できるオペレータ入力要素（不図示）を用いて、オペレータによ

20

【0197】

以上の説明は、本発明の特定の実施形態に限定されている。しかしながら、本発明の利点のいくつかまたは全てを維持しながら、本発明に種々の変更と修正を行うことができることは明らかである。これらおよび他の変更および修正を、本発明の要旨および範囲内に含めることが、添付した特許請求の範囲の目的である。

【図面の簡単な説明】

【0198】

【図1】本発明にしたがって構成された、細分表面内に滑らかな特徴線を生成するシステムを含むコンピュータ・グラフィックス・システムを示す。

30

【図2】Loop表面細分法が適用されている表面を表現するメッシュを示す。

【図3】Loop表面細分法を理解するのに有用なステンシルを示す。

【図4】Catmull-Clark表面細分法が適用されている表面を表現するメッシュを示す。

【図5】Catmull-Clark表面細分法を理解するのに有用なステンシルを示す。

【図6】細分表面上に鋭い折り目を生成する方法を理解するのに有用なステンシルを示す。

【図7】三角形のメッシュによって定められた細分表面と関連して用いられる、滑らかな特徴線を生成する方法を理解するのに有用なステンシルを示す。

40

【図8】図7と関連して説明した、三角形のメッシュによって定められた表面と関連して用いられる方法で用いられる係数の表を示す。

【図9】図7と関連して説明した、三角形のメッシュによって定められた表面と関連して用いられる方法で用いられる係数の表を示す。

【図10】図7と関連して説明した、三角形のメッシュによって定められた表面と関連して用いられる方法と関連して、コンピュータ・グラフィックス・システムによって行われる動作を説明するフローチャートを示す。

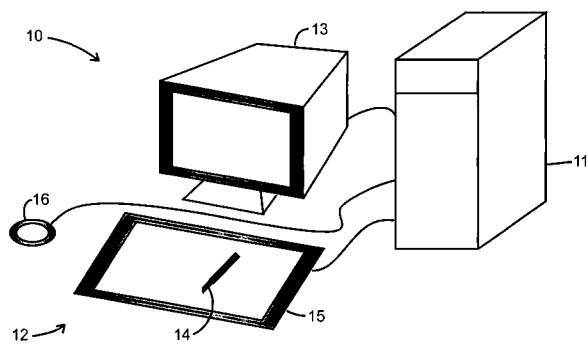
【図11】四辺形のメッシュによって定められた細分表面と関連して用いられる、滑らかな特徴線を生成する方法を理解するのに有用なステンシルを示す。

50

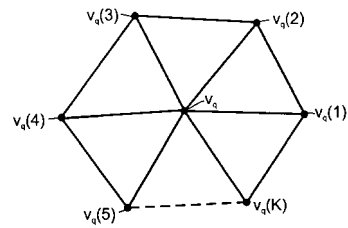
【図 1 2】図 1 1 と関連して説明した、四辺形のメッシュによって定められた表面と関連して用いられる方法で用いられる係数の表を示す。

【図 1 3】図 1 1 と関連して説明した、四辺形のメッシュによって定められた表面と関連して用いられる方法で用いられる係数の表を示す。

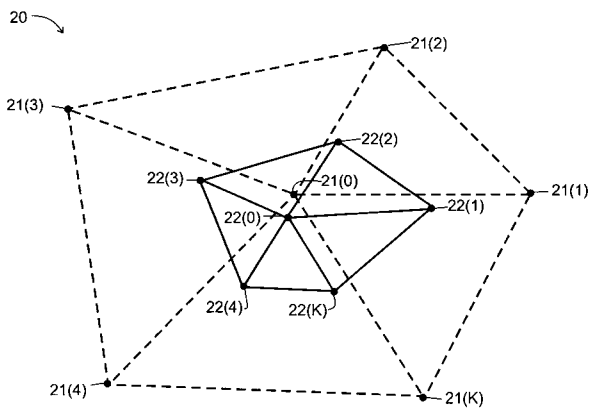
【図 1】



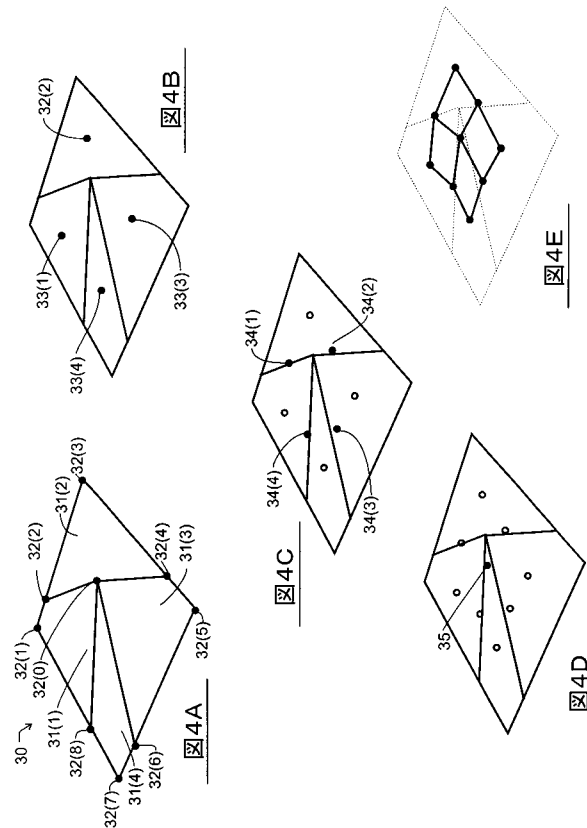
【図 3】



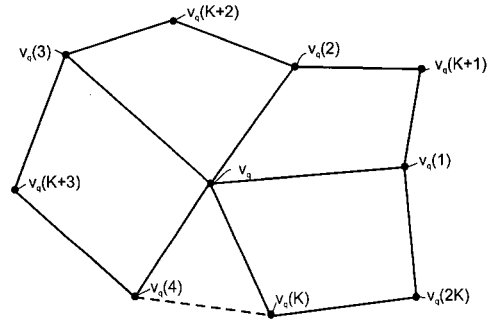
【図 2】



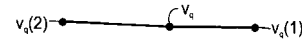
【 図 4 】



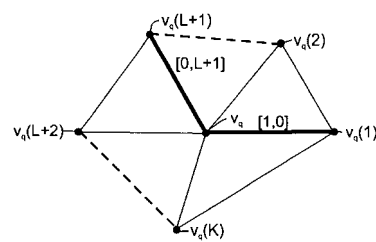
【 図 5 】



【 図 6 】



【 図 7 】



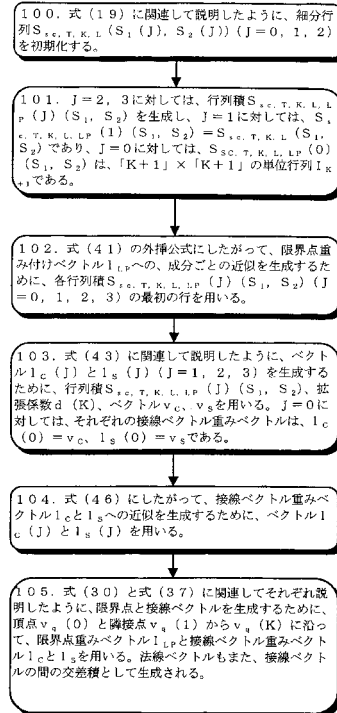
【 図 8 】

{0.443421, 0.0305333, 0.0443492, 0.063879},			
{0.141259, 0.000136599, 0.0148707, -0.00109843, 0.0076581, 0.00346819},			
{0.137049, -0.0228996, -0.0252566, -0.0355625},			
{0.507082, 0.00548929, 0.0401558, 0.0564534},			
{0.0868566, -0.0011115, 0.00665411, 0.0170916, 0.0230283, 0.0282183},			
{0.0798101, 0.0011115, -0.00665411, -0.0170916, -0.0230283, -0.0282183},			
{0.546139, -0.00876865, 0.0367544, 0.0515309},			
{0.0624505, 0.0000190515, 0.00420011, 0.0235243, 0.0299978, 0.0374255},			
{0.0549644, 0.00100817, -0.00262778, -0.0103025, -0.018209, -0.0199813},			
{0.0545996, 0.00385665, -0.0167627, -0.02287961},			
{0.569384, -0.0174006, 0.0347388, 0.0488958},			
{0.0492081, 0.00137333, 0.00352836, 0.0265662, 0.0335014, 0.04176},			
{0.041625, 0.000915469, -0.00067263, -0.00692784, -0.0452469, -0.0156944},			
{0.041455, 0.00276316, 0.00319311, -0.0121777, -0.0131791, -0.0172232},			
{0.583819, -0.0229457, 0.033557, 0.0474568},			
{0.0410612, 0.00233865, 0.00324378, 0.0283714, 0.0356025, 0.0443077},			
{0.0334219, 0.000972271, 0.00061938, -0.00491482, -0.0134267, -0.0132165},			
{0.0334221, 0.00206077, 0.00252556, -0.00965791, -0.0106496, -0.0137397},			
{0.0334038, 0.00242508, -0.0101821, -0.0137964},			
{0.593245, -0.0267059, 0.0328437, 0.0466408},			
{0.0355851, 0.00297761, 0.00304271, 0.0295939, 0.0370233, 0.046002},			
{0.0279003, 0.00104983, 0.00153165, -0.00357477, -0.0122096, -0.0116001},			
{0.0280143, 0.00165583, 0.00211342, -0.00801975, -0.00895655, -0.011451},			
{0.028013, 0.0019267, 0.00196427, -0.00846173, -0.00851908, -0.01147851},			
{0.599687, -0.0293753, 0.0323998, 0.0461601},			
{0.0316607, 0.003399, 0.00286238, 0.030491, 0.0380604, 0.0472708},			
{0.0239354, 0.00112319, 0.0022051, -0.00262133, -0.0113374, -0.0104596},			
{0.0241309, 0.00138912, 0.00184042, -0.00685571, -0.00775225, -0.0098265},			
{0.0241418, 0.00160907, 0.00164503, -0.0072665, -0.00732092, -0.00984525},			
{0.0241408, 0.00163116, -0.00729284, -0.00984683},			

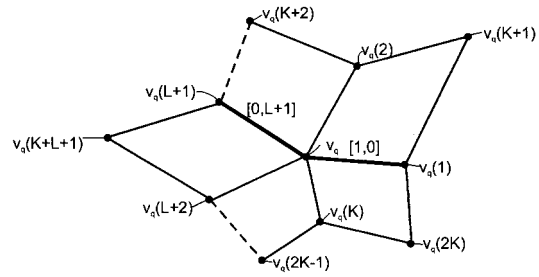
【 図 9 】

{{-0.301785, 0.174949, -0.133614, -0.209551},			
{0.705044, -0.125369, 0.125961, -0.00701645, 0.0422859,			
-0.0432493, -0.0578848, 0.00208289, 0.11396, -0.0510825},			
{0.276585, -0.106806, 0.0710183, 0.162541},			
{{-0.22302, 0.191801, -0.17859, -0.132583},			
{0.576045, -0.0351631, 0.184874, 0.102395, -0.0266634,			
-0.0776289, -0.128676, -0.032089, 0.10653, 0.0390144},			
{0.293717, -0.00509685, -0.229814, -0.0381521, 0.095394,			
0.18197, 0.0278911, -0.00152759, -0.138467, -0.176618},			
{{0.194666, 0.22213, -0.206238, -0.0888663},			
{0.497563, -0.0098554, 0.17913, 0.089555, -0.0385274,			
-0.412269, -0.0936961, -0.00532702, 0.109533, 0.0888449},			
{0.364945, -0.108665, -0.261022, 0.194226, 0.309506,			
0.347327, -0.109823, -0.466012, -0.254932, -0.266218},			
{0.0249163, -0.0652217, 0.0561124, 0.0302425},			
{{-0.155005, 0.171102, -0.163234, -0.0674223},			
{0.42234, 0.00621144, 0.154979, 0.0459924, -0.0651407,			
-0.109828, -0.0522684, 0.0231508, 0.113788, 0.0911789},			
{0.434147, -0.0824354, -0.201508, 0.16284, 0.241594, 0.26683,			
-0.091361, -0.130981, -0.19205, -0.204451},			
{0.264696, -0.00318438, -0.0209969, 0.00771203, 0.0489318,			
0.0612083, -0.0066327, -0.0186443, -0.0486152, -0.0532146},			
{{-0.138635, 0.149761, -0.144616, -0.0583901},			
{0.388516, 0.0502042, 0.17695, -0.0367233, -0.145073,			
-0.189469, -0.00768783, 0.0782015, 0.14955, 0.142332},			
{0.401914, -0.0679866, -0.178113, 0.134779, 0.201924,			
0.234623, -0.0727325, -0.10786, -0.160807, -0.179405},			
{0.292433, -0.0313445, -0.0445371, 0.0666588, 0.100615,			
0.119528, -0.0377854, -0.0494528, -0.0736189, -0.0872955},			
{0.00306035, -0.0101548, 0.00637489, 0.00427581},			

【図 10】



【図 11】



【図 12】

```
{0.453887, 0.00731802, 0.05353, 0.0752922},
{0.113455, -0.00404127, 0.00775988, 0.0109619, 0.0185743, 0.0160113},
{0.10639, -0.00365901, -0.026765, -0.0376461},
{0.113452, 0.00775988, -0.00404127, 0.0160113, 0.0185743, 0.01096191}
```

【図 13】

```
{{-2.05162, 3.04791, -2.76216, -0.993681},
{395871, 0.244816, 1.63404, -0.196152, -0.99494,
-1.46708, -0.0446372, 0.421901, 1.08452, 1.28361},
{1.02581, -1.52396, 1.38108, 0.49684},
{-3.95871, -1.63404, -0.244816, 1.46708, 0.99494,
0.196152, -1.28361, -1.08452, -0.421901, 0.0446372}}
```

フロントページの続き

- (56)参考文献 Wenlong Dongほか, Efficient Region-Selective Subdivision for 3-D Meshes, Conference Record of the 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 米国, IEEE, 1999年10月24日, Volume 1, p715-719
Adi Levin, Combined Subdivision schemes for the design of surfaces satisfying boundary conditions, Computer Aided Geometric Design, NL, Elsevier Science B.V., 1999年6月, Vol. 16 No. 5, p345-354
高橋成雄, 多重解像度局所平滑化を用いた細分割曲面設計, 情報処理学会論文誌, 日本, 社団法人情報処理学会, 2000年5月, 第41巻 第3号, 531 - 540頁

- (58)調査した分野(Int.Cl., DB名)
G06T 17/00