

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特許公報(B2)

(11) 特許番号

特許第4875224号
(P4875224)

(45) 発行日 平成24年2月15日(2012.2.15)

(24) 登録日 平成23年12月2日(2011.12.2)

(51) Int.Cl. F1
G06F 17/50 (2006.01) G06F 17/50 612H

請求項の数 27 (全 51 頁)

(21) 出願番号	特願2011-519894 (P2011-519894)	(73) 特許権者	000000044
(86) (22) 出願日	平成22年6月21日 (2010.6.21)		旭硝子株式会社
(86) 国際出願番号	PCT/JP2010/060498		東京都千代田区丸の内一丁目5番1号
(87) 国際公開番号	W02010/150758	(74) 代理人	100106909
(87) 国際公開日	平成22年12月29日 (2010.12.29)		弁理士 棚井 澄雄
審査請求日	平成23年5月24日 (2011.5.24)	(74) 代理人	100064908
(31) 優先権主張番号	特願2009-150945 (P2009-150945)		弁理士 志賀 正武
(32) 優先日	平成21年6月25日 (2009.6.25)	(74) 代理人	100094400
(33) 優先権主張国	日本国(JP)		弁理士 鈴木 三義
早期審査対象出願		(74) 代理人	100106057
			弁理士 柳井 則子
		(72) 発明者	斉藤 恒洋
			東京都千代田区有楽町一丁目12番1号
			旭硝子株式会社内

最終頁に続く

(54) 【発明の名称】 物理量計算方法、数値解析方法、物理量計算プログラム、数値解析プログラム、物理量計算装置及び数値解析装置

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項1】

物理現象を数値的に解析する数値解析方法においてコンピュータが物理量を計算する物理量計算方法であって、

複数の分割領域に分割された解析領域における物理量をコンピュータが計算する物理量計算工程を含み、

該物理量計算工程にて、

コンピュータが、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式を記憶している記憶装置から前記支配方程式を読み出し、

コンピュータが、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量として有する計算用データモデルと、前記支配方程式と、を用いて前記物理量を計算することを特徴とする物理量計算方法。

【請求項2】

前記支配方程式は、質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式、及び波動方程式から予め導出されて前記記憶装置に記憶されている請求項1記載の物理量計算方法。

【請求項3】

前記境界面特性量は、前記境界面の面積と前記境界面の法線ベクトルである請求項1ま

たは 2 記載の物理量計算方法。

【請求項 4】

コンピュータが計算用データモデルを作成するプリ処理と、コンピュータが該計算用データモデル及び支配方程式に基づく物理量計算方法によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理とを有する数値解析方法であって、

コンピュータが、前記ソルバ処理において請求項 1 ~ 3 のいずれか 1 項に記載の物理量計算方法を用いることを特徴とする数値解析方法。

【請求項 5】

コンピュータが、前記プリ処理にて、

全分割領域の体積の総和が解析領域の体積と一致するという条件と、

前記境界面の面積が一致するという条件及び法線ベクトルが当該境界面を挟む一方の分割領域から見た場合と他方の分割領域から見た場合とで絶対値が一致するという条件と、

前記分割領域を通る無限に広い投影面 P の任意の向きの単位法線ベクトルが $[n]_p$ 、境界面の面積が S_i 、境界面の単位法線ベクトルが $[n]_i$ 、分割領域の面の総数が m 、上記 $[]$ で囲まれた文字がベクトルを示す太字であるときに下式 (1) が成り立つという条件と、

が満足されるように前記分割領域を形成する請求項 4 記載の数値解析方法。

【数 6 3】

$$\sum_{i=1}^m [(n_i \cdot n_p) \cdot S_i] = 0 \quad \dots (1)$$

【請求項 6】

コンピュータが、前記解析領域に前記分割領域を重ねることなく充填させることによって前記条件を満足させる請求項 5 記載の数値解析方法。

【請求項 7】

コンピュータが、隣り合う前記分割領域の内部に配置されるコントロールポイントから当該分割領域に挟まれる前記境界面までの距離の比率をさらに含む前記計算用データモデルを前記プリ処理にて作成し、

コンピュータが、前記比率を用いて前記境界面における物理量を前記ソルバ処理にて計算する請求項 4 ~ 6 のいずれか 1 項に記載の数値解析方法。

【請求項 8】

コンピュータが、隣り合う前記分割領域の内部に配置される各コントロールポイントを結ぶ距離ベクトルあるいは該距離ベクトルを算出するための前記コントロールポイントの座標をさらに含む前記計算用データモデルを前記プリ処理にて作成し、

コンピュータが、前記距離ベクトルが当該コントロールポイントに挟まれた前記境界面と直交する場合に、前記距離ベクトルを前記境界面特性量の 1 つとして前記物理量を前記ソルバ処理にて計算する請求項 4 ~ 7 のいずれか 1 項に記載の数値解析方法。

【請求項 9】

前記解析領域が移動境界を含む場合に、前記移動境界が移動するたびにコンピュータが前記プリ処理及び前記ソルバ処理を行う請求項 4 ~ 8 のいずれか 1 項に記載の数値解析方法。

【請求項 10】

物理現象を数値的に解析する数値解析方法において物理量を計算する物理量計算方法をコンピュータに実行させる物理量計算プログラムであって、

複数の分割領域に分割された解析領域における物理量を計算する物理量計算工程を含み、

該物理量計算工程にて、前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式と、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂

10

20

30

40

50

点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量として有する計算用データモデルと、を用いて前記物理量を計算することを特徴とする物理量計算方法を前記コンピュータに実行させる物理量計算プログラム。

【請求項 1 1】

前記支配方程式は、質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式、及び波動方程式から導出されている請求項 1 0 記載の物理量計算プログラム。

【請求項 1 2】

前記境界面特性量は、前記境界面の面積と前記境界面の法線ベクトルである請求項 1 0 または 1 1 記載の物理量計算プログラム。

10

【請求項 1 3】

計算用データモデルを作成するプリ処理と、該計算用データモデル及び支配方程式に基づく物理量計算方法によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理とを有する数値解析方法をコンピュータに実行させる数値解析プログラムであって、

前記ソルバ処理において請求項 1 0 ~ 1 2 のいずれか 1 項に記載の物理量計算プログラムによる処理を用いることを特徴とする数値解析方法を前記コンピュータに実行させる数値解析プログラム。

【請求項 1 4】

前記プリ処理にて、

全分割領域の体積の総和が解析領域の体積と一致するという条件と、

20

前記境界面の面積が一致するという条件及び法線ベクトルが当該境界面を挟む一方の分割領域から見た場合と他方の分割領域から見た場合とで絶対値が一致するという条件と、

前記分割領域を通る無限に広い投影面 P の任意の向き n_p の単位法線ベクトルが $[n]_p$ 、境界面の面積が S_i 、境界面の単位法線ベクトルが $[n]_i$ 、分割領域の面の総数が m 、上記 $[]$ で囲まれた文字がベクトルを示す太字であるときに下式 (1) が成り立つという条件と、

が満足されるように前記分割領域が形成される請求項 1 3 記載の数値解析プログラム。

【数 6 4】

$$\sum_{i=1}^m [(n_i \cdot n_p) \cdot S_i] = 0 \quad \dots (1)$$

30

【請求項 1 5】

前記解析領域に前記分割領域を重ねることなく充填させることによって前記条件を満足させる請求項 1 4 記載の数値解析プログラム。

【請求項 1 6】

隣り合う前記分割領域の内部に配置されるコントロールポイントから当該分割領域に挟まれる前記境界面までの距離の比率をさらに含む前記計算用データモデルを前記プリ処理にて作成し、前記比率を用いて前記境界面における物理量を前記ソルバ処理にて計算する請求項 1 3 ~ 1 5 のいずれか 1 項に記載の数値解析プログラム。

【請求項 1 7】

40

隣り合う前記分割領域の内部に配置される各コントロールポイントを結ぶ距離ベクトルあるいは該距離ベクトルを算出するための前記コントロールポイントの座標をさらに含む前記計算用データモデルを前記プリ処理にて作成し、前記距離ベクトルが当該コントロールポイントに挟まれた前記境界面と直交する場合に、前記距離ベクトルを前記境界面特性量の 1 つとして前記物理量を計算する請求項 1 3 ~ 1 6 のいずれか 1 項に記載の数値解析プログラム。

【請求項 1 8】

前記解析領域が移動境界を含む場合に、前記移動境界が移動するたびに前記プリ処理及び前記ソルバ処理を行う請求項 1 3 ~ 1 7 のいずれか 1 項に記載の数値解析プログラム。

【請求項 1 9】

50

物理現象を数値的に解析する数値解析方法において物理量を計算する物理量計算装置であって、

複数の分割領域に分割された解析領域における物理量を計算する演算手段と、

前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式を記憶する記憶装置と、を備え、

前記演算手段は、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量として有する計算用データモデルと、前記記憶装置に記憶されている前記支配方程式と、を用いて前記物理量を計算することを特徴とする物理量計算装置。

10

【請求項 20】

前記支配方程式は、質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式、及び波動方程式から予め導出されて前記記憶装置に記憶されている請求項 19 記載の物理量計算装置。

【請求項 21】

前記境界面特性量は、前記境界面の面積と前記境界面の法線ベクトルである請求項 19 または 20 記載の物理量計算装置。

【請求項 22】

計算用データモデルを作成するプリ処理を行う計算用データモデル作成手段と、
請求項 19 ~ 21 のいずれか 1 項に記載の物理量計算装置を含み、該計算用データモデル及び支配方程式に基づく前記物理量計算装置による物理量計算によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理を行う物理量計算手段と、を備える数値解析装置。

20

【請求項 23】

前記計算用データモデル作成手段は、
全分割領域の体積の総和が解析領域の体積と一致するという条件と、
前記境界面の面積が一致するという条件及び法線ベクトルが当該境界面を挟む一方の分割領域から見た場合と他方の分割領域から見た場合とで絶対値が一致するという条件と、
前記分割領域を通る無限に広い投影面 P の任意の向き n_p の単位法線ベクトルが $[n]_p$ 、境界面の面積が S_i 、境界面の単位法線ベクトルが $[n]_i$ 、分割領域の面の総数が m 、
上記 $[]$ で囲まれた文字がベクトルを示す太字であるときに下式 (1) が成り立つという条件と、

30

が満足されるように前記分割領域を形成する請求項 22 記載の数値解析装置。

【数 65】

$$\sum_{i=1}^m [(n_i \cdot n_p) \cdot S_i] = 0 \quad \dots (1)$$

【請求項 24】

前記計算用データモデル作成手段は、前記解析領域に前記分割領域を重ねることなく充填させることによって前記条件を満足させる請求項 23 記載の数値解析装置。

40

【請求項 25】

前記計算用データモデル作成手段は、隣り合う前記分割領域の内部に配置されるコントロールポイントから当該分割領域に挟まれる前記境界面までの距離の比率をさらに含む前記計算用データモデルを作成し、

前記物理量計算手段は、前記比率を用いて前記境界面における物理量を前記ソルバ処理にて計算する請求項 22 ~ 24 のいずれか 1 項に記載の数値解析装置。

【請求項 26】

前記計算用データモデル作成手段は、隣り合う前記分割領域の内部に配置される各コントロールポイントを結ぶ距離ベクトルあるいは該距離ベクトルを算出するための前記コントロールポイントの座標をさらに含む前記計算用データモデルを作成し、

50

前記物理量計算手段は、前記距離ベクトルが当該コントロールポイントに挟まれた前記境界面と直交する場合に、前記距離ベクトルを前記境界面特性量の1つとして前記物理量を前記ソルバ処理にて計算する請求項22～25のいずれか1項に記載の数値解析装置。

【請求項27】

前記計算用データモデル作成手段及び前記物理量計算手段は、前記解析領域が移動境界を含む場合に、前記移動境界が移動するたびに前記プリ処理及び前記ソルバ処理を行う請求項22～26のいずれか1項に記載の数値解析装置。

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本発明は、物理量計算方法、数値解析方法、物理量計算プログラム、数値解析プログラム、物理量計算装置及び数値解析装置に関するものである。

【背景技術】

【0002】

従来から、流速分布、応力分布及び熱分布等を数値解析によって求めるための数値解析手法として、例えば、有限要素法、有限体積法、ボクセル法及び粒子法が知られている。

このような数値解析手法は、一般的にプリ処理とソルバ処理とポスト処理とから構成されている。そして、プリ処理の中で計算用データモデルを作成し、ソルバ処理にて当該計算用データモデル及び離散化された支配方程式（以下、離散化支配方程式と呼ぶ）を用いて上記物理量の計算を行っている。

【0003】

従来の有限体積法は、例えば、解析領域を複数の領域に分割し、各分割領域の体積、隣り合う分割領域の境界面の面積及び当該境界面の法線ベクトルを用いて各分割領域における物理量を計算する。

有限体積法では、プリ処理にて各分割領域の頂点の座標（Vertex）を含む計算用データモデル（通常、メッシュと呼ばれる）を作成し、ソルバ処理にて当該計算用データモデルに含まれるVertex等を用いて前述の分割領域の体積、境界面の面積及び境界面の法線ベクトルを算出し、これらの値を用いて物理量の計算を行う。Vertexは分割領域の幾何学的形状を規定するための量である。よって、有限体積法においては、ソルバ処理にて分割領域の幾何学的形状を用いて、分割領域の体積、境界面の面積及び境界面の法線ベクトルの算出を行っていると言える。

さらに、有限体積法では、隣り合う分割領域での頂点共有の条件が部分的に満足されていない部分を有してもよい。このため、有限体積法では、分割領域に対する制約が若干緩和される場合があるが、利用する解析要素タイプは例えばテトラ要素、ヘキサ要素、プリズム要素、ピラミッド要素などに限定される。

なお、特許文献1に示すように、解析要素タイプを限定しない有限体積法も提案されている。ただし、このような解析要素タイプを限定しない有限体積法であっても、前述した従来の有限体積法と同様に、プリ処理にて各分割領域の頂点の座標（Vertex）を含む計算用データモデルを作成し、ソルバ処理にて当該計算用データモデルに含まれるVertex等を用いて物理量の計算を行っている。

【0004】

また、有限要素法は、周知のように補間関数を用いて各分割領域における物理量を算出する方法であるが、有限体積法と同様に、ソルバ処理にてVertex等によって規定される分割領域の幾何学的形状を用いている。

【0005】

ボクセル法及び粒子法は、有限要素法や有限体積法と比較して、容易に計算用データモデルが作成可能な数値解析手法である。

ボクセル法は、基本的に同一サイズの直方体形状の複数のボクセル（直交格子）によって解析領域を定義するボクセルデータを計算用データモデルとして作成し、このボクセルデータを用いた物理量計算を行うことによって数値解析を行う方法である。ボクセル法と

10

20

30

40

50

しては、重み付き残差積分法による支配方程式を用いる重み付き残差積分法型と、例えばセル - オートマトンモデルや格子 - ボルツマンモデル等を用いる非積分法型に大別される。そして、このボクセル法によれば、ボクセルデータとして、Vertex等は必要ない。

このようなボクセル法によれば、解析領域をボクセルによって分割することによって解析領域を容易に定義することができ、短時間で計算用データモデルを作成することができる。

一方、粒子法は、解析領域を複数の粒子によって定義する粒子データを計算用データモデルとして作成し、この粒子データを用いた物理量計算を行うことによって数値解析を行う方法である。粒子法は、支配方程式として、非積分法型で粒子間相互作用モデルを利用している。粒子法では、分割領域がないため、Vertex等を必要としない。このような粒子法によれば、解析領域に例えば粒子を均一に配置することによって解析領域を容易に定義することができ、計算用データモデルを短時間で作成することができる。

【先行技術文献】

【特許文献】

【0006】

【特許文献1】米国特許出願公開第2008/0021684号明細書

【発明の概要】

【発明が解決しようとする課題】

【0007】

従来の有限要素法や有限体積法等の数値解析手法のように、ソルバ処理において分割領域の幾何学的形状を用いる場合には、当然ながら計算用データモデルに対して、分割領域の幾何学的形状を示すデータを持たせることが必須となる。

分割領域の幾何学的形状を定義するためには、Vertexに加えて、頂点の連結情報（Connectivity of Vertex、以下ではConnectivityと略記する）が必要となる。したがって、有限要素法や有限体積法では、計算用データモデルにVertexとConnectivityとを持たせる必要がある。

なお、具体的には、Connectivityは、全分割領域の頂点に対して順番に付された全体ノード番号と、1つの分割領域内において頂点に対して順番に付された局所ノード番号との対応情報によって定義される。

【0008】

このようなVertexとConnectivityとを有する計算用データモデルは、周知のように作成に非常に膨大な作業が必要となる。

例えば、有限要素法で用いられる計算用データモデルでは、図1に示すように、隣接する分割領域が必ずVertexを共有するという条件を満足するように計算用データモデルを作成する必要があり、全ての分割領域がこの条件を満足させるためには、非常に膨大な時間を必要とする。

一方、有限体積法で用いられる計算用データモデルは、図2に示すように、隣接する分割領域に共有されないVertexの存在を許容できる分、有限要素法と比較すればメッシュ生成の自由度が増す。しかしながら、有限体積法においても、共有されないVertexが少なくとも隣接する分割領域の辺上に存在すること、また一般的に分割領域の形状を予め設定された解析要素タイプに合わせることにいった条件の中で計算用データモデルを作成する必要があり、メッシュ生成の自由度が高いとは言い難い。

【0009】

また、近年においては、3次元CAD（Computer Aided Design）データ等の3次元形状データから抽出される解析領域に対する数値解析が行われている。しかしながら、3次元形状データは、数値解析用に形成されたデータではなく、面の重なり、面の交差、面間の隙間、微小穴等を示すデータが含まれており、VertexとConnectivityとを有する計算用データモデルの作成に適さない条件を多く含んでいる。このため、これらのVertexとConnectivityとを有する計算用データモデルの作成が出来るように、3次元形状データを修正あるいは変更する必要がある。そして、VertexとConnectivityとを有する計算用データモ

10

20

30

40

50

デルが作成可能なように、3次元形状データを修正あるいは変更するためには、経験や試行錯誤を要する非常に膨大な手作業を行う必要がある。これが、有限要素法や有限体積法を実用で利用する際の大きな問題である。

【0010】

また、有限体積法のようにソルバ処理において分割領域の体積、境界面の面積及び境界面の法線ベクトルの算出を行う場合には、ソルバ処理における計算量がさらに増えることとなり、ソルバ処理における計算負荷がさらに増大する。

【0011】

ボクセル法では、短時間で計算用データモデルを作成することができるものの、以下の点で問題がある。ボクセル法は、基本的に解析領域が全て同一サイズのボクセル（直交格子）によって定義される。通常、有限要素法や有限体積法では、より高い解析精度を得たい領域の要素サイズ（分割領域のサイズ）を小さく設定することによって当該領域について正確な物理量計算を行い、また他の領域の要素サイズを大きく設定することによって当該領域についての計算負荷を低減させている。ところが、ボクセル法においては、全てのボクセルが基本的に同一サイズであるため、ボクセルを小さく設定した場合には計算負荷が非常に大きくなり、ボクセルを大きく設定した場合には解析精度が悪化することとなる。

10

また、ボクセル法では、同一サイズのボクセル（直交格子）を配列することによって解析領域を定義する必要があることから、外部領域との境界付近において解析領域を滑らかにすることができずに階段状となる場合がある。つまり、実際に解析したい領域が斜面や曲面等を有している場合であっても、ボクセルデータにおいてその領域は階段状に表されることとなる。このため、ボクセル法における解析領域形状が実際に解析したい領域形状と異なることとなり、解析精度は悪化する。

20

【0012】

これに対して、ボクセルデータの階段状の領域を、実際に解析したい領域が有する斜面や曲面に沿って切断（境界補正）するカットセル法と呼ばれる改良方法が提案されている。しかしながら、この改良方法によると、この境界補正によって非常に小さな分割領域が生成されやすく、このような小さな分割領域が生成された場合には、解析精度の悪化を招く。

また、この改良方法では、カットセルの形成のため及びソルバ処理において、Vertexを利用することとなる。

30

【0013】

以上のように、境界補正を行わないボクセル法においては、Vertex等が必要ないものの、ボクセルの生成、いわゆるメッシュ生成には限界がある。すなわち、十分な解析精度を得ようとする、ボクセルの数が増え、ソルバ処理における計算負荷も増え、問題となる。さらに、境界補正を行うボクセル法の改良方法では、結果としてVertexが必要となるため、結局、分割領域の幾何学的形状の影響を受けることとなり、外部領域との境界周辺での分割領域形成のための処理に、経験や試行錯誤を要する非常に膨大な手作業を伴い、形状データモデルを短時間に作成することができないことになる。

【0014】

40

一方、粒子法では、ある特定の粒子と他の粒子との結合関係を算出する必要がある。このため、当該特定粒子の近傍に存在する粒子を探索する必要がある。そして、この粒子の近傍探索処理は、原則として全ての粒子に対して行われる。しかしながら、粒子法においては、時刻の変化と共に各粒子が移動し、これによって常に粒子同士の結合関係が変化する。このため、解析における時刻が変化するたびに近傍探索処理を行う必要があり、計算負荷の増大を招く。近傍探索の対象となる粒子を厳選する等して近傍探索処理の計算負荷を低減させる試みがなされているものの、例えば、解析精度を向上させるために粒子数を増大させた場合には、粒子数の2乗に比例して計算負荷が増大する。

このような粒子法において実用時間内における数値解析を実現するためには、大型の並列計算機で多くのCPU（Central Processing Unit）を使用する必要がある。例えば、V

50

ertexとConnectivityを使用した一般的な有限体積法ソルバーで1CPUによって半日かかった計算が、粒子法では32個のCPUを使用した並列計算によって1週間以上かかった実例がある。

また、粒子法においても、粒子を密に配置された場合には計算負荷が非常に大きくなり、粒子を粗く配置した場合には解析精度が悪化することとなる。

【0015】

さらに、粒子法では、後に詳説するが、流体、構造、熱、拡散等の物理量の保存則に基づく物理現象を解析する場合には、その保存性が十分に満足されていない。

例えば、解析領域と外部領域との境界面に臨んで配置される粒子が、境界面においてどれだけの面積を有しているかの情報がない。このため、境界面から熱を入熱させる条件を与えようとした場合であっても、各粒子にどれだけの熱が入熱されるかを正確に把握することができず、精度の良い定量値が得られない。

【0016】

本発明は、前述する従来の数値解析手法である有限要素法、有限体積法、ボクセル法、ボクセル法の改良手法、及び粒子法の問題点に鑑みてなされたもので、計算用データモデルの作成における作業負担を軽減すると共に、解析精度の悪化を伴わずにソルバ処理における計算負荷の低減を図ることを目的とする。

【課題を解決するための手段】

【0017】

上記課題を解決するために、本発明の一態様は、物理現象を数値的に解析する数値解析方法においてコンピュータが物理量を計算する物理量計算方法であって、直交格子形状のみによらない複数の分割領域に分割された解析領域における物理量をコンピュータが計算する物理量計算工程を含み、該物理量計算工程にて、コンピュータが、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式を記憶している記憶装置から前記支配方程式を読み出し、コンピュータが、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量として有する計算用データモデルと、前記支配方程式と、を用いて前記物理量を計算するという構成を採用する。

また、本発明の一態様は、コンピュータが計算用データモデルを作成するプリ処理と、コンピュータが該計算用データモデル及び支配方程式に基づく物理量計算方法によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理とを有する数値解析方法であって、コンピュータが、前記ソルバ処理において上記物理量計算方法を用いることを特徴とする数値解析方法である。

また、本発明の一態様は、物理現象を数値的に解析する数値解析方法において物理量を計算する物理量計算方法をコンピュータに実行させる物理量計算プログラムであって、複数の分割領域に分割された解析領域における物理量を計算する物理量計算工程を含み、該物理量計算工程にて、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式と、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標(Vertex)及び該頂点の連結情報(Connectivity)を必要としない量として有する計算用データモデルと、を用いて前記物理量を計算することを特徴とする物理量計算方法を前記コンピュータに実行させる物理量計算プログラムである。

また、本発明の一態様は、計算用データモデルを作成するプリ処理と、該計算用データモデル及び支配方程式に基づく物理量計算方法によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理とを有する数値解析方法をコンピュータに実行させる数値解析プログラムであって、前記ソルバ処理において上記の物理量計算プログラムによる処理を用いることを特徴とする数値解析方法を前記コンピュータに実行させる数値解析プログラムである。

10

20

30

40

50

また、本発明の一態様は、物理現象を数値的に解析する数値解析方法において物理量を計算する物理量計算装置であって、複数の分割領域に分割された解析領域における物理量を計算する演算手段と、前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化された支配方程式を記憶する記憶装置と、を備え、前記演算手段は、各前記分割領域の体積及び隣り合う前記分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量を、前記分割領域の頂点の座標 (Vertex) 及び該頂点の連結情報 (Connectivity) を必要としない量として有する計算用データモデルと、前記記憶装置に記憶されている前記支配方程式と、を用いて前記物理量を計算することを特徴とする物理量計算装置である。

また、本発明の一態様は、計算用データモデルを作成するプリ処理を行う計算用データモデル作成手段と、上記の物理量計算装置を含み、該計算用データモデル及び支配方程式に基づく前記物理量計算装置による物理量計算によって解析領域における物理量を計算するソルバ処理を行う物理量計算手段と、を備える数値解析装置である。

【0018】

本発明で用いられる離散化支配方程式は、従来のように分割領域の幾何学的形状を規定する量 (VertexとConnectivity) を含んだ形式で表現されるものではなく、分割領域の幾何学的形状を規定する量を必要としないものである。本発明で用いられる離散化支配方程式は、従来の幾何学的形状を規定する量を使用する方程式を重み付き残差積分法に基づいて導出する過程で敢えて途中にて留めることによって得ることができる。このような本発明で用いられる離散化支配方程式は、分割領域の幾何学的形状を必要としない量 (すなわちVertexとConnectivityとを必要としない量) で表現され、例えば分割領域の体積と境界面特性量の2つのみに依存する形式とすることができる。

つまり、従来の有限要素法や有限体積法では、前提として解析対象物を微小領域に分割するため、この微小領域の幾何学的形状を規定する量、すなわちVertexとConnectivityを用いることを前提にして離散化支配方程式の導出をしているが、本発明で用いられる離散化支配方程式は、従来と異なるまったく新しい発想に基づいて導出されるものである。

そして、本発明は、このような新しい発想に基づいて導出された離散化支配方程式を用いることを特徴とするものであり、従来の数値解析方法と異なり、幾何学的形状に依存せず、従来の問題を解決し、種々の顕著な効果を奏する。

【0019】

ここで、分割領域の体積と境界面特性量とが、分割領域の特定の幾何学的形状を規定するVertexとConnectivityとを必要としない量であることについて説明する。なお、VertexとConnectivityとを必要としない量とは、VertexとConnectivityとを用いなくとも定義が可能な量である。

例えば、分割領域の体積について考えると、分割領域の体積がある所定の値となるための分割領域の幾何学的形状は複数存在する。つまり、体積がある所定の値をとる分割領域の幾何学的形状は、立方体である場合や球である場合も考えられる。そして、例えば、分割領域の体積は、全分割領域の総和が解析領域全体の体積と一致するという制約条件の下で、例えば分割領域の体積が隣接分割領域との平均距離の3乗にできるだけ比例するような最適化計算により定義することができる。したがって、分割領域の体積は、分割領域の特定の幾何学的形状を必要としない量 (VertexとConnectivityとを必要としない量) と捉えることができる。

また、境界面特性量としては、例えば境界面の面積や、境界面の法線ベクトル、境界面の周長等が考えられるが、これらの境界面特性量がある所定の値となるための分割領域の幾何学的形状 (すなわち境界面の幾何学的形状) は複数存在する。そして、例えば、境界面特性量は、各分割領域を取り囲む全境界面に対して、法線ベクトルの面積加重平均ベクトルの長さがゼロとなる制約条件の下で、境界面の法線ベクトルの方向を隣接する2つの分割領域のコントロールポイント (図5参照) を結ぶ線分に近づけ、かつ、分割領域を取り囲む全境界面面積の総和が当該分割領域の体積の2分の3乗にできるだけ比例するような最適化計算により定義することができる。したがって、境界面特性量は、分割領域の特

10

20

30

40

50

定の幾何学的形状を必要としない量（VertexとConnectivityとを必要としない量）と捉えることができる。

【0020】

また、本発明において「直交格子形状のみによらない複数の分割領域に分割された解析領域」とは、解析領域を構成する複数の分割領域の少なくともいずれかが直交格子形状を取らないことを意味する。つまり、解析領域が直交格子形状以外の形状の分割領域を含むことを意味する。

また、本発明において「VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用する」とは、離散化支配方程式に代入される値がVertexとConnectivityとを必要としない量のみであることを意味する。

10

【0021】

次に、図3の概念図を参照して、本発明を用いた数値解析手法と従来の数値解析手法におけるプリ処理及びソルバ処理を対比しながら、本発明の顕著な効果についてより詳細な説明を行う。

【0022】

本発明を用いる数値解析手法の場合には、図3に示すように、ソルバ処理（本発明の物理量計算工程）にて、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用する離散化支配方程式を用いて分割領域における物理量の算出が行われる。このため、離散化支配方程式を解くにあたり、プリ処理にて作成される計算用データモデルにVertexとConnectivityとを含める必要がない。

20

そして、本発明を用いる場合には、VertexとConnectivityとを必要としない量として、分割領域の体積と境界面特性量とが使用される。このため、プリ処理にて作成される計算用データモデルは、VertexとConnectivityとを持たず、分割領域の体積と、境界面特性量と、その他補助データ（例えば、後述する、分割領域の係合情報やコントロールポイント座標等）とを有するものとなる。

【0023】

このように本発明を用いた場合には、前述のように、分割領域の体積と上記境界面特性量、すなわち分割領域の幾何学的形状を必要としない量に基づいて各分割領域における物理量が計算可能とされる。このため、計算用データモデルに、分割領域の幾何学的形状、すなわちVertexとConnectivityとを持たせることなく物理量を算出することが可能となる。したがって、本発明を用いることにより、プリ処理において、少なくとも分割領域の体積と境界面特性量（境界面の面積及び境界面の法線ベクトル）とを有する計算用データモデルを作成すれば良くなり、VertexとConnectivityとを有する計算用データモデルを作成することなく物理量の計算を行うことが可能となる。

30

VertexとConnectivityとを持たない計算用データモデルは、分割領域の幾何学的形状を必要としないため、分割領域の幾何学的形状に縛られることなく作成することができる。

このため、3次元形状データの修正作業に対する規制も大幅に緩和される。よって、VertexとConnectivityとを持たない計算用データモデルは、VertexとConnectivityとを有する計算用データモデルと比較して遥かに容易に作成することが可能となる。したがって、本発明によれば、計算用データモデルの作成における作業負担を軽減することが可能となる。

40

また、本発明を用いる場合であっても、プリ処理においては、VertexとConnectivityとを使用しても構わない。つまり、プリ処理においてVertexとConnectivityを用いて分割領域の体積や境界面特性値等を算出しても良い。このような場合であっても、ソルバ処理においては分割領域の体積や境界面特性値とがあれば物理量の計算が可能であるため、プリ処理においてVertexとConnectivityとを利用するにしても、分割領域の幾何学的形状に対する制約、例えば分割領域の歪みや擦じれ等に起因する制約がなく、計算用データモデルの作成における作業負担の軽減が可能である。

【0024】

また、本発明を用いることによって、プリ処理において、分割領域の幾何学的形状に対

50

する制約がなくなるため、分割領域を任意の形状に変更させることができる。このため、分割領域の数を増やすことなく、解析領域を実際に解析したい領域に容易にフィッティングさせることが可能となり、計算負荷を増大させることなく解析精度を向上させることが可能となる。

さらに、本発明を用いることによって分割領域の分布密度も任意に変更することができるため、必要な範囲で計算負荷の増大を許容しながらさらに解析精度を向上させることも可能である。

【0025】

また、本発明を用いることによって、従来の数値解析手法と異なり、ソルバ処理においてVertexとConnectivityとを用いて分割領域の体積及び境界面特性量を算出する必要がない。したがって、ソルバ処理における計算負荷を低減させることも可能となる。

10

【0026】

また、本発明では、解析領域の形状が変化しない場合には分割領域の移動を必要としないため、粒子法のように時刻が変化することにより近傍探索処理を行う必要がなく、計算負荷が小さい。また、後に詳説するが、本発明を用いることによって、粒子法と異なり、物理量の保存則を満たしながら物理量の計算を行うことができる。

【0027】

一方、従来の数値解析手法である有限体積法は、プリ処理にて分割領域の幾何学的形状を示すVertexとConnectivityとを有する計算用データモデルを作成し、ソルバ処理にて計算用データモデルに含まれるVertexとConnectivityとを用いて分割領域の体積と境界面特性量（境界面の面積及び境界面の法線ベクトル）とを算出してから各分割領域における物理量を計算する。この場合には、幾何学的形状に対する制約、すなわちVertexとConnectivityとの関係に問題ないことが要求される。このため、分割領域の歪み、擦れ等の制約の中で計算用データモデル（すなわちメッシュ）を作成する必要があり、前述のように計算用データモデル作成上における膨大な手作業が発生するという問題がある。

20

また、有限要素法も、ソルバ処理にて計算用データモデルに含まれるVertexとConnectivityとを用いて物理量を計算するため、プリ処理にて分割領域の幾何学的形状を示すVertexとConnectivityとを有する計算用データモデルを作成する必要があり、計算用データモデル作成上における膨大な手作業が発生する。

【0028】

30

また、従来の数値解析手法であるボクセル法は、図3に示すように、ソルバ処理において物理量を算出するにあたり、VertexとConnectivityとが必要ないものの、分割領域の形状がボクセルに限定されることから、前述したように外部領域との境界が階段状になるという問題がある。このため、前述のように十分な解析精度を得ようとする、ボクセルの数も増え、ソルバ処理における計算負荷が増え問題となる。また、境界補正を行うボクセル法では、結局、分割領域の体積等を算出するにあたりVertexを利用することとなり、計算用データモデルを作成するにあたり分割領域の幾何学的形状の影響を受けることになる。

【0029】

また、従来の数値解析手法である粒子法は、分割領域という概念が存在しないため、図3に示すように、ソルバ処理において物理量を算出するにあたり、VertexとConnectivityとが必要ないものの、分割領域の代わりに計算用データモデルを定義する粒子の移動に起因し、前述のように計算負荷が増大する。また、粒子法では、保存則を満たしながら物理量の計算を行うことは難しい。

40

【0030】

続いて、図4を参照して、本発明と従来の有限体積法とについてさらに詳しく比較を行う。

従来の有限体積法では、前述のように、プリ処理において、メッシュ分割で得られる分割領域の幾何学的な形状を定義するためのVertexとConnectivityとを有する計算用データモデルを作成する。また、一般的には、ソルバ処理において分割領域の係合情報（以下li

50

nkと呼ぶ)が必要となる。このため、プリ処理においては、VertexとConnectivityとlinkとを有する計算用データモデルが作成される。

そして、従来の有限体積法では、図4に示すように、プリ処理から、VertexとConnectivityとlinkとを有する計算用データモデルと、ソルバ処理において必要となる境界条件や初期条件等とをソルバ処理に受け渡す。ソルバ処理では、受け渡された計算用データモデルに含まれるVertexやConnectivity等を使用して離散化支配方程式を解くことによって物理量の算出を行う。

【0031】

一方、本発明では、プリ処理において、任意に配置された分割領域の体積、境界面特性量(境界面の面積、境界面の法線ベクトル)及びlinkを有する計算用データモデルを作成する。また、後に詳説するが、本発明では、必要に応じて、分割領域の内部に配置されるコントロールポイントの座標を計算用データモデルに持たせる場合もある。

そして、本発明では、図4に示すように、プリ処理から、分割領域の体積、境界面特性量及びlink(必要に応じてコントロールポイントの座標)を有する計算用データモデルと、境界条件や初期条件等とをソルバ処理に受け渡す。ソルバ処理では、受け渡された計算用データモデルに含まれる分割領域の体積、境界面特性量等を使用して離散化支配方程式を解くことによって物理量の算出を行う。

【0032】

そして、図4から分かるように、本発明では、ソルバ処理において、VertexとConnectivityとを使用しないで物理量を計算している点が従来の有限体積法と大きく異なり、この点が本発明の大きな特徴である。このような特徴は、ソルバ処理にて、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用する離散化支配方程式を用いることによって得られるものである。

この結果、図4に示すように、本発明では、ソルバ処理にVertexとConnectivityとを受け渡す必要がなくなり、プリ処理において、VertexとConnectivityとを持たない計算用データモデルを作成すれば良いこととなる。したがって、従来の有限体積法と比較して本発明では、遥かに容易に計算用データモデルを作成することが可能となり、計算用データモデルの作成における作業負担を軽減することが可能となる。

【0033】

また、数値解析を行う解析領域の形状が時系列的に変化する場合、すなわち解析領域が移動境界を含む場合がある。このような場合、移動境界に合わせて分割領域を移動及び変形させる必要がある。

従来の有限体積法では、移動境界の移動ごとにおけるVertexを予めストアする方法か、分割領域のいびつな変形により計算不可となった場合に領域分割を再実行する方法によって、移動境界を含む場合の物理量の計算を行っている。これに対して、本発明では、Vertexに替えて分割領域の体積や境界面特性値等を予め求めておいてストアしておく方法か、領域分割の再実行によって移動境界を含む場合の物理量の計算を行うことができる。

従来の有限体積法または本発明において、前述のいずれの方法を採用する場合であっても、複数の計算用データモデルを作成する必要がある。しかしながら、従来の有限体積法では、1つでも膨大な作業量が必要となる計算用データモデルを複数作成すると、その作業量は、多くの場合において現実的に負担可能な範囲で行えるものではなくなる。

一方、本発明では、計算用データモデルがVertexとConnectivityとを持つ必要がなく、領域分割過程でVertexやConnectivityの整合性を考慮する必要がないため、とても高速に計算用データモデルを作成することができ、移動境界を含む場合の物理量の計算を容易に行うことができる。

【0034】

ここで、前述のlinkについて補足をする。linkは、物理量のやり取りを行う分割領域同士を関連付ける情報である。そして、このlinkによって関連付けられる分割領域は、必ずしも空間的に隣接されている必要はなく、空間的に離間していても構わない。このようなlinkは、VertexやConnectivityと関連するものではなく、Vertex及びConnectivityと比較

10

20

30

40

50

すると、極めて短時間で作成することができるものである。

【0035】

次に、本発明を用いた数値解析手法（以下、本数値解析手法と称する）の原理、すなわち重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化支配方程式と、分割領域の体積と境界面特性量とによって物理量を算出可能となる原理について詳細に説明する。なお、以下の説明において、[]にて挟まれた文字は、図面において太字で記されたベクトルを示す。

まず、本数値解析手法における計算用データモデルは、解析領域を分割して得られる各分割領域の体積と、隣り合う分割領域同士の境界面の特性を示す境界面特性量とを用いて定義されている。

図5は、このような本数値解析手法の計算用データモデルの一例を示す概念図である。

この図において、セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ は、解析領域を分割して得られる分割領域であり、各々が体積 $V_a, V_b, V_c \dots$ を有している。また、境界面 E は、セル R_1 とセル R_2 との間において物理量の交換が行われる面であり、本発明における境界面に相当するものである。また、面積 S_{ab} は、境界面 E の面積を示し、本発明における境界面特性量の1つである。また、 $[n]_{ab}$ は、境界面 E の法線ベクトルを示し、本発明における境界面特性量の1つである。また、コントロールポイント $a, b, c \dots$ は、各セル R_1, R_2, R_3 の内部に配置されおり、図5においては各セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ の重心位置に配置されている。ただし、コントロールポイント $a, b, c \dots$ は、必ずしも各セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ の重心位置に配置される必要はない。また、 α は、コントロールポイント a からコントロールポイント b までの距離を1とした場合におけるコントロールポイント a から境界面 E までの距離を示し、境界面 E がコントロールポイント a とコントロールポイント b とを結ぶ線分のどの内分点に存在するかを示す比率である。

なお、境界面は、セル R_1 とセル R_2 との間のみに限らず、隣り合う全てのセル間に存在する。そして、境界面の法線ベクトル及び境界面の面積も、境界面ごとに与えられるものである。

【0036】

そして、実際の計算用データモデルは、各コントロールポイント $a, b, c \dots$ の配置データと、各コントロールポイント $a, b, c \dots$ が存在するセル $R_1, R_2, R_3 \dots$ の体積 $V_a, V_b, V_c \dots$ を示す体積データと、各境界面の面積を示す面積データと、各境界面の法線ベクトルを示す法線ベクトルデータとを有するデータ群として構築されている。

すなわち、本数値解析手法の計算用データモデルは、セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ の体積 $V_a, V_b, V_c \dots$ と、隣り合うセル $R_1, R_2, R_3 \dots$ 同士の境界面の特性を示す境界面特性量である境界面の面積と、隣り合うセル $R_1, R_2, R_3 \dots$ 同士の境界面の特性を示す境界面特性量である境界面の法線ベクトルとを有して定義されている。

なお、各セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ は、コントロールポイント $a, b, c \dots$ を有している。このため、セル $R_1, R_2, R_3 \dots$ の体積 $V_a, V_b, V_c \dots$ は、コントロールポイント $a, b, c \dots$ が仮想的に占める空間（コントロールボリューム）の体積として捉えることができる。

また、本数値解析手法の計算用データモデルは、必要に応じて、境界面が挟まれたコントロールポイント同士を結ぶ線分のどの内分点に存在するかの比率 α を示す比率データを有する。

【0037】

以下では、前述の計算用データモデルを用いて解析領域の各セル（分割領域）における流速を求める物理量計算例について説明する。なお、ここでは、各コントロールポイントにおける流速を各セルにおける流速として求める。

まず、本物理量計算において本数値解析手法は、流体解析の場合、下式（1）で示すナビエ・ストークスの式と、下式（2）で示す連続の式とを用いる。

10

20

30

40

50

【 0 0 3 8 】

【数 1】

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad \dots(1)$$

【 0 0 3 9 】

【数 2】

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad \dots(2)$$

10

【 0 0 4 0 】

なお、式(1)、(2)において、 t が時間を示し、 x_i ($i = 1, 2, 3$)がカーテシアン系における座標を示し、 ρ が流体密度を示し、 u_i ($i = 1, 2, 3$)が流体の流速成分を示し、 P が圧力を示し、 μ が流体の粘性係数を示し、添字 i ($i = 1, 2, 3$)、 j ($j = 1, 2, 3$)がカーテシアン座標系における各方向成分を示している。また、添字 j に関しては総和規約に従うものとする。

20

【 0 0 4 1 】

そして、式(1)、(2)を、重み付き残差積分法に基づいて、コントロールボリュームの体積に対して積分して示すと、式(1)が下式(3)のように示され、式(2)が下式(4)のように示される。

【 0 0 4 2 】

【数 3】

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) dV + \int_S (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) u_i dS = -\int_S n_i P dS + \int_S \mu \frac{\partial u_i}{\partial n} dS \quad \dots(3)$$

30

【 0 0 4 3 】

【数 4】

$$\int_S \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} dS = 0 \quad \dots(4)$$

【 0 0 4 4 】

なお、式(3)、(4)において、 V がコントロールボリュームの体積を示し、 $\int_V dV$ が体積 V に関する積分を示し、 S がコントロールボリュームの面積を示し、 $\int_S dS$ が面積 S に関する積分を示し、 $[\mathbf{n}]$ が S の法線ベクトルを示し、 n_i ($i = 1, 2, 3$)が法線ベクトル $[\mathbf{n}]$ の成分を示し、 $\frac{\partial}{\partial n}$ が法線方向微分を示している。

40

【 0 0 4 5 】

ここで、説明を簡単化するために、流体の密度 ρ と粘性係数 μ を定数とする。ただし、以下の定数化は、流体の物性値が、時間、空間、温度等によって変化する場合に対して拡張可能である。

そして、図5のコントロールポイント a について、境界面 E の面積 $S_{a,b}$ について離散化し、代数方程式による近似式に変換すると、式(3)が下式(5)、式(4)が下式(6)のように示される。

【 0 0 4 6 】

50

【数5】

$$V_a \cdot \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab}) u_{iab}] = - \sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot n_{iab} \cdot P_{ab}] + \sum_{b=1}^m \left[S_{ab} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial n} \right)_{ab} \right] \quad \dots(5)$$

【0047】

【数6】

$$\sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab})] = 0 \quad \dots(6)$$

10

【0048】

ここで、添字 a, b が付く、 $[n]_{ab}$, $[u]_{ab}$, u_{iab} , n_{iab} , P_{ab} , $(u_i / n)_{ab}$ は、コントロールポイント a とコントロールポイント b との間の境界面 E 上における物理量であることを示す。また、 n_{iab} は $[n]_{ab}$ の成分である。また、 m は、コントロールポイント a と結合関係（境界面を挟む関係）にある全てのコントロールポイントの数である。

【0049】

そして、式(5), (6) を V_a (コントロールポイント a のコントロールボリュームの体積) で割ると、式(5) が下式(7) のように示され、式(6) が下式(8) のように示される。

20

【0050】

【数7】

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{b=1}^m \left[\frac{S_{ab}}{V_a} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab}) u_{iab} \right] = - \sum_{b=1}^m \left[\frac{S_{ab}}{V_a} \cdot n_{iab} \cdot P_{ab} \right] + \sum_{b=1}^m \left[\frac{S_{ab}}{V_a} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial n} \right)_{ab} \right] \quad \dots(7)$$

30

【0051】

【数8】

$$\sum_{b=1}^m \left[\frac{S_{ab}}{V_a} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab}) \right] = 0 \quad \dots(8)$$

【0052】

ここで、下式(9) とする。

40

【0053】

【数9】

$$\phi_{ab} \equiv \frac{S_{ab}}{V_a} \quad \dots(9)$$

【0054】

すると、式(7) が下式(10) のように示され、式(8) が下式(11) のように示される。

【0055】

50

【数10】

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab}) u_{iab}] = - \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot n_{iab} \cdot P_{ab}] + \sum_{b=1}^m \left[\phi_{ab} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial n} \right)_{ab} \right] \quad \dots(10)$$

【0056】

【数11】

$$\sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab})] = 0 \quad \dots(11)$$

10

【0057】

式(10)、(11)において、 $[u]_{ab}$ 、 u_{iab} 、 P_{ab} 、 $(u_i/n)_{ab}$ は、コントロールポイントaとコントロールポイントb上の物理量の重み付け平均(移流項については、風上性を考慮した重み付け平均)により近似的に求められ、コントロールポイントa、b間の距離及び向きと、その間に存在する境界面Eとの位置関係(上記比率)と、境界面Eの法線ベクトルの向きに依存して決定される。ただし、 $[u]_{ab}$ 、 u_{iab} 、 P_{ab} 、 $(u_i/n)_{ab}$ は、境界面Eの幾何学的な形状には無関係な量(すなわちセル形状を規定するVertexとConnectivityを必要としない量)である。

20

また、式(9)で定義される ϕ_{ab} も(面積/体積)という量であり、コントロールボリュームの幾何学的形状には無関係な量(すなわちセル形状を規定するVertexとConnectivityを必要としない量)である。

つまり、このような式(10)、(11)は、セル形状を規定するVertexとConnectivityを必要としない量のみを使用して物理量が算出可能な、重み付き残差積分法に基づく演算式である。

【0058】

このため、物理量計算(ソルバ処理)に先立って前述の計算用データモデルを作成し、物理量計算において当該計算用データモデルと、式(10)、(11)の離散化支配方程式とを用いることによって、物理量計算においてコントロールボリュームの幾何学的形状(すなわちセルの形状を規定するVertexとConnectivity)を全く使用せずに、流速の計算を行うことが可能である。

30

【0059】

このように、物理量計算においてVertexとConnectivityとを全く使用せずに流速の計算が行えることから、計算用データモデルにVertexとConnectivityとを持たせる必要がなくなる。よって、計算用データモデルの作成にあたり、セルの幾何学的形状に縛られる必要がなくなるため、セルの形状を任意に設定することができる。このため、本数値解析手法によれば、前述のように3次元形状データの修正作業に対する規制を大幅に緩和することができる。

【0060】

40

なお、実際に式(10)、(11)を解くにあたり、 $[u]_{ab}$ や P_{ab} 等の境界面E上の物理量は、通常、線形補間によって補間される。例えば、コントロールポイントaの物理量を ψ_a 、コントロールポイントbの物理量を ψ_b とすると、境界面E上の物理量 ψ_{ab} は、下式(12)によって求めることができる。

【0061】

【数12】

$$\psi_{ab} = \frac{1}{2}(\psi_a + \psi_b) \quad \dots(12)$$

50

【 0 0 6 2 】

また、物理量 ψ_{ab} は、境界面が挟まれたコントロールポイント同士を結ぶ線分のどの内分点に存在するか の比率 α を用いることによって、下式 (1 3) によって求めることもできる。

【 0 0 6 3 】

【 数 1 3 】

$$\psi_{ab} = (1 - \alpha) \cdot \psi_a + \alpha \cdot \psi_b \quad \cdots (13)$$

10

【 0 0 6 4 】

したがって、計算用データモデルが比率 α を示す比率データを有している場合には、式 (1 3) を用いて境界面 E 上の物理量をコントロールポイント a とコントロールポイント b とからの離間する距離に応じた重み付け平均を用いて算出することができる。

【 0 0 6 5 】

また、連続体モデルの方程式 (ナビエ・ストークスの式等) には、式 (1) に示すように、1 階の偏導関数 (偏微分) が含まれる。

ここで、連続体モデルの方程式の微係数を部分積分、ガウスの発散定理、あるいは一般化されたグリーンの定理を利用して、体積分を面積分に変換し、微分の次数を下げる。これによって 1 次微分は 0 次微分 (スカラー量またはベクトル量) とすることができる。

20

例えば一般化されたグリーンの定理では、物理量を ψ とすると、下式 (1 4) という関係が成り立つ。

【 0 0 6 6 】

【 数 1 4 】

$$\int_V \frac{\partial \psi}{\partial x_i} dV = \int_S \psi n_i dS \quad \cdots (14)$$

【 0 0 6 7 】

なお、式 (1 4) において、 n_i ($i = 1, 2, 3$) は、表面 S 上の単位法線ベクトル $[n]$ の i 方向の成分である。

30

連続体モデルの方程式の 1 次微分項は、体積分から面積分の変換により、境界面上ではスカラー量またはベクトル量として取り扱われる。そして、これらの値は、前述の線形補間等によって、各コントロールポイント上の物理量から補間することができる。

【 0 0 6 8 】

また、後述するが、連続体モデルの方程式によっては、2 階の偏導関数が含まれる場合もある。

式 (1 4) の被積分関数をさらに 1 階微分した式は下式 (1 5) となり、連続体モデルの方程式の 2 次微分項は、体積分から面積分の変換により境界面 E 上では下式 (1 6) と

40

【 0 0 6 9 】

【 数 1 5 】

$$\int_V \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i \partial x_j} dV = \int_S \frac{\partial \psi}{\partial x_j} n_i dS = \int_S \frac{\partial \psi}{\partial n} n_i n_j dS \quad \cdots (15)$$

【 0 0 7 0 】

【数 16】

$$\int_{S_{ab}} \frac{\partial \psi}{\partial n_{ab}} \cdot n_{iab} \cdot n_{jab} dS \quad \dots (16)$$

【0071】

なお、式(15)において $\frac{\partial}{\partial n}$ は法線方向微分を示し、式(16)において $\frac{\partial}{\partial n_{ab}}$ は、 $[n]_{ab}$ 方向微分を示す。

つまり、連続体モデルの方程式の2次微分項は、体積分から面積分の変換により、物理量 ψ の法線方向微分 (S_{ab} の法線 $[n]_{ab}$ 方向への微分) に、 $[n]$ の成分 n_{iab} 、 n_{jab} を乗じた形となる。

【0072】

ここで式(16)中の $\frac{\partial \psi}{\partial n_{ab}}$ は、下式(17)と近似される。

【0073】

【数 17】

$$\frac{\partial \psi}{\partial n_{ab}} = \frac{\psi_b - \psi_a}{\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{n}_{ab}} \quad \dots (17)$$

20

【0074】

なお、コントロールポイント a とコントロールポイント b とのコントロールポイント間ベクトル $[\mathbf{r}]_{ab}$ は、コントロールポイント a の位置ベクトル $[\mathbf{r}]_a$ とコントロールポイント b の位置ベクトル $[\mathbf{r}]_b$ から下式(18)のように定義される。

【0075】

【数 18】

$$\mathbf{r}_{ab} \equiv \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_a \quad \dots (18)$$

30

【0076】

したがって、境界面 E の面積が S_{ab} であるため、式(16)は下式(19)となり、これを利用して式(16)を計算することができる。

【0077】

【数 19】

$$\int_{S_{ab}} \frac{\partial \psi}{\partial n_{ab}} \cdot n_{iab} \cdot n_{jab} dS = S_{ab} \cdot \frac{\psi_b - \psi_a}{\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{n}_{ab}} \cdot n_{iab} \cdot n_{jab} \quad \dots (19)$$

40

【0078】

なお、式(16)の導出にあたり、次のことがわかる。
すべての線形偏微分方程式は、定数と、1次、2次、その他の偏導関数に係数を乗じた項の線形和で表わされる。式(15)から式(18)において、物理量 ψ を ψ の1次偏導関数に置き換えると、より高次の偏導関数の体積分を、式(14)のように低次の偏導関数の面積分により求めることができる。この手順を、低次の偏微分から順次繰り返すと、線形偏微分方程式を構成するすべての項の偏導関数は、コントロールポイントの物理量 ψ_a と、式(12)又は式(13)で計算される境界面上の ψ である ψ_{ab} と、式(18)で定義されるコントロールポイント間ベクトルから求められるコントロールポイント間距離と、式(5)に示される境界面 E の面積 S_{ab} 、式(16)に示される法線ベクトルの成分 n

50

$i_{a b}$ と $n_{j a b}$ から、すべて求めることができる。

次に非線形の偏微分方程式では、例えば、式(20)に示す非線形項である ϕ との一次偏導関数とを乗算した項や、一次偏導関数の二乗は、反復計算により数値計算することができる。すなわち、それぞれの項の ϕ 、一次偏導関数の方を反復計算における一反復前の計算値として、近似して、反復計算をすればよい。このような方法により、偏微分方程式における非線形項はすべて数値計算が可能になる。

以上から、前述では特に連続体モデルの方程式について説明したが、それ以外のいかなる偏微分方程式に対しても、VertexとConnectivityとを必要としない離散化が可能であることがわかった。ただし、保存則については別の成立条件が必要である。これについては後述する。

【0079】

【数20】

$$\phi \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^2 \cdots (20)$$

【0080】

さて、本数値解析手法において物理量計算にあたりVertexとConnectivityとを必要としないことは前述した。このため、計算用データモデルの作成(プリ処理)にあたり、コントロールボリュームの体積と、境界面の面積及び法線ベクトルとを、VertexとConnectivityと使用しないで求めれば、式(10)、(11)の離散化支配方程式を用いて、コントロールボリュームの幾何学的形状(すなわちセルの幾何学的形状)を全く使用せずに、流速の計算を行うことが可能である。

ただし、本数値解析手法においては、必ずしも、コントロールボリュームの体積と、境界面の面積及び法線ベクトルとを、コントロールボリュームの具体的な幾何学的形状を使用しないで求める必要はない。すなわち、ソルバ処理においてVertexとConnectivityを利用しないので、コントロールボリュームの具体的な幾何学的形状、具体的にはVertexとConnectivityを利用するとしても、従来の有限要素法、有限体積法のような分割領域に関わる制約、すなわち分割領域の歪みや擦れに対する制約がないため、前述のように容易に計算用データモデルの作成が可能となる。

【0081】

さて、本数値解析手法においては、条件によっては、前述の法線ベクトルを、コントロールボリューム同士を結ぶ距離ベクトルに置き換えることも可能である。以下にその理由について説明する。

図5において示す境界面Eの法線ベクトル $[n]_{a b}$ が、コントロールポイントaとコントロールポイントbとを結ぶ距離ベクトル $[r]_{a b}$ と同じ方向を向く場合には、法線ベクトル $[n]$ は、下式(21)のように示すことができる。

【0082】

【数21】

$$n_{ab} = \frac{r_{ab}}{|r_{ab}|} \cdots (21)$$

【0083】

したがって、境界面Eの法線ベクトル $[n]_{a b}$ が距離ベクトル $[r]_{a b}$ と同じ方向を向く場合には、式(10)、(11)で示す離散化支配方程式に式(21)を代入することによって、法線ベクトル $[n]_{a b}$ がコントロールポイントa, b間方向を向いている場合の離散化支配方程式が得られる。すなわち、境界面と該境界面を挟むコントロールポイントを結ぶベクトルが直交する場合には、離散化支配方程式における法線ベクトルを距離ベクトルに置き換えることができる。

このような離散化支配方程式によれば、コントロールポイントの位置座標だけから、境界面Eの法線ベクトル $[n]_{a,b}$ を決定することができる。

また、境界面Eと距離ベクトルとを出来るだけ直交に近づけることによって物理量を計算する際の精度が向上する。したがって、法線ベクトルを、距離ベクトルに置き換えることによって、計算精度の向上を図ることができる。

さらに、法線ベクトルの任意性を、コントロールポイントを結ぶ方向に固定化することができる。

【0084】

ただ、法線ベクトルの任意性がなくなることで境界面の姿勢に自由度を持たせることができなくなる場合がある。このような場合には、法線ベクトルの任意性が存在する場合と比較して、計算用データモデルを作成する際にコントロールボリュームの体積と境界面の設定に制約が生じることとなる。また、法線ベクトルを、コントロールポイントを結ぶベクトルに置き換える場合には、距離ベクトルが必要となり、該距離ベクトルを算出するためにコントロールポイントの座標が必要となるため、計算用データモデルにコントロールポイントの座標データあるいは距離ベクトルデータを持たせる必要がある。ただし、この場合でも、本数値解析手法においては、物理量計算にてVertexとConnectivityとは必要ない。

10

【0085】

次に、本発明と粒子法との違いを明確にするために、物理量計算にあたり、物理量の保存則が満足される条件について説明する。

20

【0086】

例えば、図6に示すように、L字形の流路を4つに分割するセル R_a, R_b, R_c, R_d について考える。なお、各セル R_a, R_b, R_c, R_d の内部に配置されるコントロールポイント a, b, c, d は、セル R_a, R_b, R_c, R_d の中心に設置されている。また、各境界面における流速ベクトルは、境界面に対して垂直であるものとする。

なお、図6において、 V_a がセル R_a の体積（コントロールポイントaのコントロールボリュームの体積）、 V_b がセル R_b の体積（コントロールポイントbのコントロールボリュームの体積）、 V_c がセル R_c の体積（コントロールポイントcのコントロールボリュームの体積）、 V_d がセル R_d の体積（コントロールポイントdのコントロールボリュームの体積）、 ρ_a がセル R_a における密度、 ρ_b がセル R_b における密度、 ρ_c がセル R_c における密度、 ρ_d がセル R_d における密度、 S_a がセル R_a と外部領域との境界面の面積、 S_c がセル R_c と外部領域との境界面の面積、 S_d がセル R_d と外部領域との境界面の面積、 S_{ab} がセル R_a とセル R_b との境界面の面積、 S_{ac} がセル R_a とセル R_c との境界面の面積、 S_{bd} がセル R_b とセル R_d との境界面の面積、 S_{cd} がセル R_c とセル R_d との境界面の面積、 u_a がセル R_a と外部領域との境界面における流速、 u_c がセル R_c と外部領域との境界面における流速、 u_d がセル R_d と外部領域との境界面における流速、 u_{ab} がセル R_a とセル R_b との境界面における流速、 u_{ac} がセル R_a とセル R_c との境界面における流速、 u_{bd} がセル R_b とセル R_d との境界面における流速、 u_{cd} がセル R_c とセル R_d との境界面における流速、 ρ_a がセル R_a における密度、 ρ_{ab} がセル R_a とセル R_b との境界面における密度、 ρ_{ac} がセル R_a とセル R_c との境界面における密度、 ρ_{bd} がセル R_b とセル R_d との境界面における密度、を示している。

30

40

【0087】

図6に示すような4つのコントロールポイント a, b, c, d （4つのセル R_a, R_b, R_c, R_d ）上で質量保存の式を離散化することを考える。なお、質量保存の式を離散化した離散化支配方程式は、後述の式(43)に示す。

コントロールポイントaにおける離散化支配方程式は、下式(22)に示される。

【0088】

【数 2 2】

$$V_a \cdot \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + [-S_a \cdot \rho_a \cdot u_a + S_{ab} \cdot \rho_{ab} \cdot u_{ab} + S_{ac} \cdot \rho_{ac} \cdot u_{ac}] = 0 \cdots (22)$$

【0089】

コントロールポイント b における離散化支配方程式は、下式 (23) に示される。

【0090】

【数 2 3】

$$V_b \cdot \frac{\partial \rho_b}{\partial t} + [-S_{ab} \cdot \rho_{ab} \cdot u_{ab} + S_{bd} \cdot \rho_{bd} \cdot u_{bd}] = 0 \cdots (23)$$

10

【0091】

コントロールポイント c における離散化支配方程式は、下式 (24) に示される。

【0092】

【数 2 4】

$$V_c \cdot \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + [-S_c \cdot \rho_c \cdot u_c - S_{ac} \cdot \rho_{ac} \cdot u_{ac} + S_{cd} \cdot \rho_{cd} \cdot u_{cd}] = 0 \cdots (24)$$

20

【0093】

コントロールポイント d における離散化支配方程式は、下式 (25) に示される。

【0094】

【数 2 5】

$$V_d \cdot \frac{\partial \rho_d}{\partial t} + [-S_{cd} \cdot \rho_{cd} \cdot u_{cd} - S_{bd} \cdot \rho_{bd} \cdot u_{bd} + S_d \cdot \rho_d \cdot u_d] = 0$$

$$\cdots (25)$$

30

【0095】

そして、式 (22) ~ (25) を全て足し加えると、下式 (26) を得る。

【0096】

【数 2 6】

$$\left[V_a \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + V_b \frac{\partial \rho_b}{\partial t} + V_c \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + V_d \frac{\partial \rho_d}{\partial t} \right] + [-S_a \cdot \rho_a \cdot u_a - S_c \cdot \rho_c \cdot u_c + S_d \cdot \rho_d \cdot u_d] = 0$$

$$\cdots (26)$$

【0097】

各コントロールポイント a, b, c, d のコントロールボリュームの体積 V_a, V_b, V_c, V_d が時間について一定であることを利用して時間微分項の中にくり入れると、式 (26) は、下式 (27) となる。

【0098】

【数 2 7】

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_a V_a + \rho_b V_b + \rho_c V_c + \rho_d V_d) + [-S_a \cdot \rho_a \cdot u_a - S_c \cdot \rho_c \cdot u_c + S_d \cdot \rho_d \cdot u_d] = 0$$

$$\cdots (27)$$

50

【 0 0 9 9 】

今、各コントロールポイント a, b, c, d のコントロールボリュームが占める全体積を V_{abcd} 、平均密度（オーバーライン） $\bar{\rho}_{abcd}$ とすると、全体積を V_{abcd} が下式（28）で示され、平均密度（オーバーライン） $\bar{\rho}_{abcd}$ が下式（29）で示される。

【 0 1 0 0 】

【数 2 8】

$$V_{abcd} \equiv V_a + V_b + V_c + V_d \quad \dots (28)$$

10

【 0 1 0 1 】

【数 2 9】

$$\bar{\rho}_{abcd} \equiv \frac{\rho_a V_a + \rho_b V_b + \rho_c V_c + \rho_d V_d}{V_{abcd}} \quad \dots (29)$$

【 0 1 0 2 】

したがって式（27）は、下式（30）のように示される。

20

【 0 1 0 3 】

【数 3 0】

$$V_{abcd} \cdot \frac{\partial \bar{\rho}_{abcd}}{\partial t} + [-S_a \cdot \rho_a \cdot u_a - S_c \cdot \rho_c \cdot u_c + S_d \cdot \rho_d \cdot u_d] = 0 \quad \dots (30)$$

【 0 1 0 4 】

式（30）は、コントロールポイント a, b, c, d のコントロールボリュームが占める全領域に流入する質量流束と流出する質量流束の差が単位時間にコントロールポイント a, b, c, d のコントロールボリュームが占める全領域の平均密度の時間変化（質量の時間変化）に等しいことを意味する。つまり、各コントロールポイント a, b, c, d ごとに離散化した質量保存の式は、全コントロールポイントのコントロールボリュームが占める領域に対しても成立する。

30

すなわち、コントロールポイントが示すコントロールボリューム領域についての離散化支配方程式は、全てのコントロールポイントについて足し加えると、計算対象である解析領域の全領域に関する保存則を満足する方程式にならなくてはならない。

【 0 1 0 5 】

続いて、コントロールポイントの全数を N とし、式（43）に示される質量保存の式を足し加えると、下式（31）が得られる。

40

【 0 1 0 6 】

【数 3 1】

$$\sum_{a=1}^N \left[V_a \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m \{ S_{ab} \cdot \rho_{ab} \cdot (n_{ab} \cdot u_{ab}) \} \right] = 0 \quad \dots (31)$$

【 0 1 0 7 】

式（31）において、各コントロールポイント間の境界面の面積は、コントロールポイント a 側から見てもコントロールポイント b 側から見ても等しいとすると、各コントロールポイント間の質量流束（ $[n] \cdot [u]$ ） $\cdot S$ は、コントロールポイント a 側とコン

50

トロールポイント b 側で正負が逆で絶対値が等しくなるので差し引きゼロとなりキャンセルされる。つまり、式 (31) は、計算する全領域に対して、流入する質量と流出する質量との差が全領域での質量の単位時間変化に等しいことを示す。したがって、式 (31) は、解析領域全体における質量保存の式となる。

よって、式 (31) が、計算する全領域についての質量保存則を満足するためには、2つのコントロールポイント間の境界面の面積と一致するという条件及び法線ベクトルが一方のコントロールポイント側から見た場合と他方のコントロールポイント側から見た場合とで絶対値が一致するという条件が必要である。

【0108】

また、質量保存則を満足するためには、下式 (32) に示される全コントロールポイントのコントロールボリュームの占める体積が解析領域の全体積と一致するという条件が必要である。

【0109】

【数32】

$$V_{total} = \sum_{a=1}^N V_a \quad \cdots (32)$$

【0110】

これは、連続体の密度 ρ が、 $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho$ と1つの変数で表されることを考えれば容易に理解される。

このように質量保存則を満足するためには、全コントロールポイントのコントロールボリュームの体積の総和が解析領域の体積と一致するという条件が必要である。

【0111】

なお、ここでは、質量保存の式に対して説明を行ったが、保存則は、連続体の運動量やエネルギーに対しても成立しなければならない。これらの物理量に対しても、後述の式 (50)、(55) において全コントロールポイントに対して足し加えることによって、保存側が満足されるためには、全コントロールポイントのコントロールボリュームの占める体積が解析領域の全体積と一致するという条件と、2つのコントロールポイント間の境界面の面積が一致する条件及び法線ベクトルが一方のコントロールポイント側から見た場合と他方のコントロールポイント側から見た場合とで絶対値が一致する（正負逆符号）という条件とが必要であることが分かる。

【0112】

また、保存則を満たすためには、図7に示すように、コントロールポイント a の占めるコントロールボリュームを考えた場合に、コントロールポイント a を通り、任意の向き \mathbf{n}_p の単位法線ベクトル $[\mathbf{n}]_p$ を持つ無限に広い投影面 P を考えたときに下式 (33) が成り立つという条件が必要である。

【0113】

【数33】

$$\sum_{i=1}^m [(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_p) \cdot S_i] = 0 \quad \cdots (33)$$

【0114】

なお、図7及び式 (33) において、 S_i が境界面 E_i の面積、 $[\mathbf{n}]_i$ が境界面 E_i の単位法線ベクトル、 m がコントロールボリュームの面の総数を示す。

式 (33) は、コントロールボリュームを構成する多面体が、閉包空間を構成することを示す。この式 (33) は、コントロールボリュームを構成する多面体の一部が凹んでい

10

20

30

40

50

る場合であっても成立する。

なお、図 8 に示すように、2 次元における三角形についても式 (33) が成り立つ。また、多面体の 1 つの面を微小面 dS とし、 m をとする極限を取ると、下式 (34) となり、図 9 に示すような閉包曲面体についても成り立つことが分かる。

【0115】

【数34】

$$\int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_p dS = 0 \quad \dots (34)$$

10

【0116】

式 (33) が成り立つという条件は、ガウスの発散定理や、式 (14) に示す一般化されたグリーンの定理が成り立つために必要な条件である。

そして、一般化されたグリーンの定理は、連続体の離散化のための基本となる定理である。したがって、グリーンの定理にしたがって体積分を面積分に変化し離散化させる場合において、保存則を満足させるためには式 (33) が成り立つという条件は必須となる。

【0117】

このように、前述の計算用データモデル及び物理量計算を用いて数値解析を行う際に、物理量の保存則が満足されるためには、以下の 3 つの条件が必要となる。

(a) 全コントロールポイントのコントロールボリュームの体積 (全分割領域の体積) の総和が解析領域の体積と一致する。

20

(b) 2 つのコントロールポイント間の境界面の面積が一致する及び法線ベクトルが一方のコントロールポイント側 (境界面を挟む一方の分割領域) から見た場合と他方のコントロールポイント側 (境界面を挟む他方の分割領域) から見た場合とで絶対値が一致する。

(c) コントロールポイントを通り (分割領域を通り)、任意の向きの単位法線ベクトル $[\mathbf{n}]_p$ を持つ無限に広い投影面 P を考えたときに式 (33) が成り立つ。

【0118】

つまり、保存則を満足させる場合には、これらの条件を満足するように計算用データモデルを作成する必要がある。ただし、前述のように本数値解析手法においては、計算用データモデルの作成にあたり、セル形状を任意に変形することができることから、容易に上記 3 つの条件を満足するように計算用データモデルを作成することができる。

30

【0119】

次に、従来の粒子法である M P S (Moving Particle Semi-Implicit) 法が保存則を満足できない理由、計算負荷が増大する理由、及び本数値解析手法の粒子法に対する優位性について詳説する。

【0120】

M P S 法は、適切に設定された半径 r_c の球内に存在する粒子を検出し、それらと結合関係を結んで計算する手法であり、例えば図 10 に示すように、粒子 i 周りに複数の粒子 j が存在する場合に、粒子 i におけるラプラシアン (∇^2) $_i$ は、下式 (35) のように近似される。

40

【0121】

【数35】

$$(\nabla^2 \phi)_i = \frac{2d}{m} \cdot \sum_{j \neq i}^m \left[\frac{\psi_j - \psi_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \cdot \omega(r) \right] \quad \dots (35)$$

【0122】

50

なお、図 10 において、 ψ_i が粒子 i における物理量を示し、 ψ_j が粒子 j における物理量を示し、 $[\mathbf{r}]_{ij}$ が粒子 i から粒子 j への距離ベクトルを示している。

また、式 (35) における d は次元数を示す定数であり、3 次元である場合には 3 となる。また式 (35) における $\omega(r)$ は重み関数であり、下式 (36) のように示される。また、式 (35) における m は、結合関係にある粒子の数を示す。

【0123】

【数36】

$$\omega(r) = \begin{cases} \frac{r_e - 1}{r} & (0 \leq r \leq r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad \dots(36) \quad 10$$

【0124】

一方、図 11 に示すように、粒子 i, j をコントロールポイントとして捉え、粒子 i のコントロールボリュームが V_i 、粒子 i と粒子 j との間の境界面の面積が S_{ij} 、粒子 i と粒子 j との間の境界面の法線ベクトルが $[\mathbf{n}]_{ij}$ 、粒子 i から粒子 j への距離ベクトルが $[\mathbf{r}]_{ij}$ である場合には、粒子 i におけるラプラシアン (∇^2)_i は、下式 (37) のように近似される。

20

【0125】

【数37】

$$(\nabla^2 \psi)_i = \frac{1}{V_i} \cdot \sum_{j \neq i}^m \left[\frac{\psi_j - \psi_i}{|\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}|} \cdot S_{ij} \right] \quad \dots(37)$$

【0126】

そして、式 (36) と式 (37) とを比較すると、仮に $[\mathbf{r}]_{ij}$ と $[\mathbf{n}]_{ij}$ が同じ向きであるとした場合には、下式 (38), (39) が得られる。

30

【0127】

【数38】

$$\frac{S_{ij}}{V_i} \cdot \frac{1}{|\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}|} = \frac{2d}{m} \cdot \frac{\omega(r)}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \quad \dots(38)$$

【0128】

【数39】

40

$$\frac{S_{ij}}{V_i} = \frac{2d}{m} \cdot \frac{\omega(r)}{|\mathbf{r}_{ij}|} \quad \dots(39)$$

【0129】

式 (39) は、左辺と右辺の次元が (1 / 距離) で一致している。したがって、右辺の MPS 法定式化は、2 つの粒子 i, j 間の距離のみから、下式 (40) に示す (面積 / 体

50

積) という量 (すなわち式 (9) で定義された比率) を算出する手法と解釈出来る。

【0130】

【数40】

$$\phi_{ij} = \frac{S_{ij}}{V_i} \quad \dots (40)$$

【0131】

しかし、 m 個の粒子の結合関係のみから、境界面の面積 S_{ij} と体積 V_i を求めるには、関係式が不足しており、具体的な数値は決定できず、あくまでも、式 (40) の比率のみが決定される。

10

このため、仮に、MPS法の離散化支配方程式から、境界面の面積 S_{ij} と体積 V_i を求めたとしても、前述した保存則が満足される条件 (a) ~ (c) を満足する保証は全くない。このことは、MPS法が、保存則の満足性という点で大きな問題を有していることを示している。

数値解析を工学上の問題、特に機械設計問題やプラント設計問題に適用した場合において、定量値 (圧力、温度、熱量等) の評価は極めて重要であるが、数値解析が保存則を満足しない場合には、定量性が保証されなくなる。

つまり、MPS法では、質量保存、運動量保存、エネルギー保存という保存則が満足される保証がなく、定量性が保証されない。

20

これに対して、本数値解析手法によれば、保存則を満足させることができ、定量性を保証することができる。

【0132】

なお、MPS法は、前述のように、時刻の変化に伴って粒子が移動するため、例えば、その都度、前述の半径 r_e の球内に存在する粒子を検出する近傍探索処理を行う必要があり、物理量計算における計算負荷が大きくなる。

これに対して、本数値解析手法においてコントロールボリューム及びコントロールポイントは、時刻が変化した場合であっても移動しない。このため、予めコントロールボリュームやコントロールポイントの配置関係が分かっている場合は近傍探索処理を行うことなく物理量計算を行うことができる。このため、物理量計算における計算負荷をMPS法と比較して小さくすることができる。なお、コントロールボリューム及びコントロールポイントの配置関係が予め分かっていない場合であっても、最初に一度のみ、コントロールボリュームやコントロールポイントの配置関係を定める処理を行えば良い。

30

【0133】

なお、前述の説明においては、ナビエ・ストークスの式及び連続の式から重み付き残差積分法に基づいて導出した離散化支配方程式を用いる物理量の計算例について説明したが、本数値解析手法において用いられる離散化支配方程式はこれに限られるものではない。

つまり、種々の方程式 (質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式、及び波動方程式等) から重み付き残差積分法に基づいて導出されると共に、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用して物理量を算出可能な離散化支配方程式であれば本数値解析手法に用いることができる。

40

そして、このような離散化支配方程式の特性によって、従来の有限要素法や有限体積法のようにいわゆるメッシュを必要としない、メッシュレスでの計算が可能となる。また、たとえば、プリ処理において、セルの幾何学的形状を規定するVertexとConnectivityとを利用するとしても、従来の有限要素法、有限体積法、ボクセル法のようなメッシュに対する制約がないため、計算用データモデルの作成に伴う作業負荷を低減できる。

以下に、質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式、及び波動方程式から、重み付き残差積分法に基づいて、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用する離散化支配方程式が導出可能であること、すなわち本数値

50

解析手法において他の支配方程式を用いることができることについて説明する。

【 0 1 3 4 】

(1) 質量保存の方程式

オイラー座標系における質量保存の方程式は、下式 (4 1) のように微分形式で示される。

【 0 1 3 5 】

【 数 4 1 】

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \cdots (4 1)$$

10

【 0 1 3 6 】

なお、式 (4 1) において t が時間、 x_i ($i = 1, 2, 3$) がカーテシアン系における座標、 ρ が密度、 u_i ($i = 1, 2, 3$) が変形速度の成分、添字 i ($i = 1, 2, 3$) がカーテシアン座標系における各方向成分を示している。また、添字 i に関しては総和規約に従うものとする。

そして、式 (4 1) を、重み付き残差積分法に基づいて、コントロールポイントのコントロールボリュームの体積 V に対して積分すると下式 (4 2) と示される。

【 0 1 3 7 】

【 数 4 2 】

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} dS = 0 \quad \cdots (4 2)$$

20

【 0 1 3 8 】

さらに、図 5 に示すコントロールポイント a について離散化し、代数方程式に変換すると、下式 (4 3) のように示される。

【 0 1 3 9 】

【 数 4 3 】

$$V_a \cdot \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot \rho_{ab} \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab})] = 0 \quad \cdots (4 3)$$

30

【 0 1 4 0 】

ここで、添字 ab が付く、 S_{ab} 、 $[\mathbf{n}]_{ab}$ は、コントロールポイント a とコントロールポイント b との間の境界面 E 上における物理量であることを示す。また、 m は、コントロールポイント a と結合関係 (境界面を挟む関係) にある全てのコントロールポイントの数である。

【 0 1 4 1 】

そして、式 (4 3) をコントロールポイント a のコントロールボリュームの体積である V_a で割ると、下式 (4 4) が得られ、さらに下式 (4 5) とすると、質量保存の方程式が離散化された下式 (4 6) を得る。

【 0 1 4 2 】

【 数 4 4 】

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m \left[\frac{S_{ab}}{V_a} \cdot \rho_{ab} \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab}) \right] = 0 \quad \cdots (4 4)$$

40

【 0 1 4 3 】

50

【数45】

$$\phi_{ab} = \frac{S_{ab}}{V_a} \quad \dots(45)$$

【0144】

【数46】

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot \rho_{ab} \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab})] = 0 \quad \dots(46)$$

10

【0145】

このような式(46)は、重み付き残差積分法に基づいて導出されると共に、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用する方程式であるため、本数値解析手法の離散化支配方程式として用いることができる。

【0146】

なお、本数値解析手法で用いられる離散化支配方程式は、従来の幾何学的形状を示す量を使用する方程式を重み付き残差積分法に基づいて導出する過程で敢えて途中にて留めることによって得られることは前述した。

つまり式(46)は、質量保存の方程式を、重み付き残差積分法に基づいて、Vertex等を使用する方程式を導出する過程で得られるものである。

20

ここで、図12は、2次元三角形形状のセルを示す模式図である。図12における三角形aの面積、辺の長さ、法線ベクトルを下表に示す。なお、下表において記号×は、外積を示している。

【0147】

【表1】

三角形aの面積	$\frac{1}{2} \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{r}_{13} $
辺 <i>i</i> の長さ	$ \mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{ii+1} $
法線ベクトル	$\frac{\mathbf{r}_{ii+1} \times (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1})}{ \mathbf{r}_{ii+1} \times (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1}) }$

30

【0148】

図12に示すように、セルが2次元三角形形状である場合において、質量保存の方程式を、重み付き残差積分法に基づいて、Vertex等を使用する離散化支配方程式とすると、下式(47)となる。

40

【0149】

【数47】

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^3 \left[\frac{|\mathbf{r}_{bb+1}|}{|\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{r}_{13}|} \cdot \frac{\mathbf{r}_{bb+1} \times (\mathbf{r}_b \times \mathbf{r}_{b+1})}{|\mathbf{r}_{bb+1} \times (\mathbf{r}_b \times \mathbf{r}_{b+1})|} \cdot \rho(\mathbf{u}_a + \mathbf{u}_b) \right] = 0 \quad \dots(47)$$

【0150】

50

ただし、式(47)において、 $[r]_i$ が頂点(Vertex) i の位置ベクトル(座標)であり、記号 \times がベクトルの外積を示している。また、 ϵ_{abc} 及び δ_{ij} を一定とし、 $[r]_j$ を $[r]_j - [r]_i$ とし、 $[r]_4$ を $[r]_1$ とする。

【0151】

(2)運動量保存の方程式

オイラー座標系における運動量保存の方程式は、下式(48)のように微分形式で示される。

【0152】

【数48】

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad \dots(48)$$

10

【0153】

なお、式(48)において σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$)が連続体内部応力、 f_i ($i = 1, 2, 3$)が連続体に作用する外力(例えば重力)を示し、他の量は式(41)と同様である。また、添字 j に関しては総和規約に従うものとする。

この式(47)は、構造体や材料、流体等の応力場の基礎方程式である。

【0154】

そして、式(47)を、重み付き残差積分法に基づいて、コントロールポイントのコントロールボリュームの体積 V に対して積分すると下式(49)と示される。

【0155】

【数49】

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}(\rho u_i) dV + \int_S \rho(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) u_i dS = \int_S \sigma_{ij} \cdot n_j dS + \int_V \rho f_i \cdot dV \quad \dots(49)$$

20

【0156】

さらに、図5に示すコントロールポイント a について離散化し、代数方程式に変換すると、下式(50)のように示される。

【0157】

【数50】

$$\begin{aligned} V_a \cdot \frac{\partial \rho_a u_{ia}}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot \rho \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab}) u_{iab}] \\ = \sum_{b=1}^m [S_{ab} \cdot \sigma_{ijab} n_{jab}] + V_a \cdot f_{ia} \cdot \rho_a \end{aligned} \quad \dots(50)$$

30

40

【0158】

式(50)をコントロールポイント a のコントロールボリュームの体積である V_a で割り、さらに式(45)を導入すると、運動量保存の方程式が離散化された下式(51)が得られる。

【0159】

【数 5 1】

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a u_{ia}}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot \rho \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab}) u_{iab}] \\ = \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot \sigma_{ijab} n_{jab}] + f_{ia} \cdot \rho \end{aligned} \quad \dots (51)$$

【0160】

なお、運動量保存の方程式において応力テンソルの対称性を考慮すると、角運動量保存の方程式も、運動量保存の方程式と同様に離散化できる。 10

【0161】

(3) 移流拡散方程式

ある物質 C の連続体内への移流拡散現象は、下式 (52) の移流拡散方程式で示される。

【0162】

【数 5 2】

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho C) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j C) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_C \frac{\partial C}{\partial x_j} \right] + \rho \cdot q_C \quad \dots (52) \quad 20$$

【0163】

なお、式 (52) において、C が物質 C の濃度、 μ_C が物質 C の拡散係数、 q_C が物質 C のソース (シンク) 項、 ρ が連続体の密度、 u_i が連続体の変形速度を示す。

そして、式 (52) を、重み付き残差積分法に基づいて積分し、さらに離散化して離散化支配方程式に変換すると、下式 (53) を得る。

【0164】

【数 5 3】

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a C_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot \rho \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab}) \cdot C_{ab}] \\ = \sum_{b=1}^m \left[\phi_{ab} \cdot \mu_C \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_{ab} \right] + V_a \cdot \rho_a \cdot q_{C_a} \end{aligned} \quad \dots (53) \quad 30$$

【0165】

なお、 C_a 等の添字 a が付く量がコントロールポイント a の物理量であり、 C_{ab} 等の添字 ab が付く量がコントロールポイント a とコントロールポイント b との間の境界面における物理量である。 40

【0166】

(4) エネルギー保存の方程式

エネルギー保存則は、熱エネルギー保存と運動エネルギー保存に分けられるが、運動エネルギーの保存は前述の運動量保存に含まれるため、ここでは熱エネルギー保存の方程式の一般形を下式 (54) に示す。

【0167】

【数 5 4】

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \cdot U) = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \rho \cdot r + \sigma_{ij} \cdot D_{ij} \quad \dots (54)$$

【0168】

なお、式(54)において、 U が連続体の内部エネルギー、 q_i が熱流束ベクトル、 r が熱源、熱エネルギーのソース(シンク)項、 σ_{ij} が応力テンソル、 D_{ij} が変形速度テンソルを示す。なお、 $\sigma_{ij} \cdot D_{ij}$ のテンソル2重積の項は、応力仕事率と呼ばれる。また、添字 i, j については、総和規約を適用する。

10

そして、式(54)を、重み付き残差積分法に基づいて積分し、さらに離散化して離散化支配方程式に変換すると、下式(55)を得る。

【0169】

【数 5 5】

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a U_a}{\partial t} + \sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot \rho \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{u}_{ab}) \cdot U_{ab}] \\ = -\sum_{b=1}^m [\phi_{ab} \cdot (\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{q}_{ab})] + U_a \cdot \rho_a \cdot r_a + U_a \cdot (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D})_a \end{aligned} \quad \dots (55)$$

20

【0170】

そして、熱流束ベクトル $[q]$ に、熱流束に加えて電氣的または化学的エネルギー等の全ての非力学的エネルギーの流束を加えると、エネルギー保存の方程式は、非常に広い範囲のエネルギーの保存を示す方程式となる。

【0171】

(5) 波動方程式

前述の質量保存の方程式、運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式等の保存形で表される物理法則の方程式は、「放物型」と「楕円型」と呼ばれる偏微分方程式の性質を合わせ持った方程式である。これに対して、波の伝わりや振動の伝わりを表す波動方程式は「双曲型」と呼ばれ、一般形として下式(56)と示される。

30

【0172】

【数 5 6】

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad \dots (56)$$

【0173】

なお、式(56)において、 u が振幅、変位、 α が波の伝播速度を示している。

40

そして、式(56)を、重み付き残差積分法に基づいて積分し、さらに離散化して離散化支配方程式に変換すると、下式(57)が得られる。

【0174】

【数 5 7】

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = \sum_{b=1}^m \left[\phi_{ab} \cdot \alpha^2 \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_{ab} \right] \quad \dots (57)$$

50

【 0 1 7 5 】

式(56)から、空間方向にはコントロールボリュームの幾何学的形状を必要としない離散化手法がそのまま適用できることが分かる。ただし、時間方向には2階の導関数であるので、高精度な時間積分法が用いられる。

【 0 1 7 6 】

以上のような式(46)、(51)、(53)、(55)、(57)は、重み付き残差積分法に基づいて導出されると共に、VertexとConnectivityとを必要としない量のみを使用して物理量を算出可能な方程式であるため、本数値解析手法の離散化支配方程式として用いることができる。

そして、本数値解析手法は、上記離散化支配方程式を用いることによって、定常及び非定常の、流体力学、熱伝導、移流拡散、構造力学、波動、及びこれらの物理現象が連成した現象における数値解析に適用することができる。

10

【 0 1 7 7 】

次に、本数値解析手法を用いる場合には、異なる座標系で設計された部品を容易に組み上げた状態で数値解析を行うことができる。これは、本数値解析手法においては、有限要素法で用いられる要素と異なり、コントロールボリュームの具体的な幾何学的形状を必要とせず、また2つの隣接するコントロールポイント間の「距離」は、絶対座標系における距離である必要はなく、「計算上の距離」であれば良いためである。

したがって、本数値解析手法によれば、図13に示すように、異なる座標系で設計された部品A、B、Cを組み上げた状態で数値解析したい場合において、各部品の座標系を一致させることなく数値解析を行うことができる。

20

【 0 1 7 8 】

なお、一般的な有限要素法と呼ばれる数値解析手法は、図14や図15に示すような要素の交差を全く許さない手法である。このため、有限要素法において用いられるアプリケーションソフトにて要素の交差が検出されるとエラー出力がなされる。そして、このようなことから、有限要素において計算用データモデルの作成に非常に大きな作業負担がかかることは前述の通りである。

一方、本数値解析手法によれば、図14や図15に示すように、コントロールポイント間の結合に交差を許すことが可能である。これは、各コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積(分割領域の体積)、境界面の面積、及び境界面の法線ベクトルという情報は、具体的な幾何学的形状を有している必要がない。したがって、コントロールポイント間の結合が交差する場合であっても物理量計算を実行することが可能である。

30

したがって、計算用データモデルを作成する際の制約が減り、計算用データモデルの作成の自由度が大幅に拡大する。ただし、流体などにおける物理現象を考えた場合には、1つのコントロールポイントに近接するコントロールポイントからの情報によって、そのコントロールポイントの物理量がアップデートされるという性質を有しているため、遠方のコントロールポイントと結合させると計算精度が悪化する虞がある。このため、本数値解析手法においても適切な範囲においてコントロールポイント間結合を形成することが好ましい。

40

【図面の簡単な説明】

【 0 1 7 9 】

【図1】従来の有限要素法による計算用データモデルの一例を示す概念図である。

【図2】従来の有限体積法による計算用データモデルの一例を示す概念図である。

【図3】本発明と従来の数値解析手法とを比較するための表である。

【図4】本発明と従来の有限体積法とを詳細に比較するための図である。

【図5】本数値解析手法の計算用データモデルの一例を示す概念図である。

【図6】本数値解析手法において物理量の保存則が満足される条件について説明するための複数の分割領域を示す模式図である。

【図7】コントロールポイントを通り、任意の向きに単位法線ベクトルを持つ無限に広い

50

投影面を示す模式図である。

【図 8】2次元における三角形のコントロールボリュームを考えた場合において物理量の保存則が満足される条件について説明する模式図である。

【図 9】球のコントロールボリュームを考えた場合において物理量の保存則が満足される条件について説明する模式図である。

【図 10】粒子法による近傍探索について示す模式図である。

【図 11】本数値解析手法におけるコントロールボリュームを示す模式図である。

【図 12】2次元三角形形状のセルを示す模式図である。

【図 13】異なる座標系で設計された部品を組み上げた状態を示す模式図である。

【図 14】要素が交差する様子を示す模式図である。

10

【図 15】コントロールポイント間の結合が交差する様子を示す模式図である。

【図 16】本発明の一実施形態における数値解析装置のハードウェア構成を概略的に示すブロック図である。

【図 17】本発明の一実施形態における数値解析方法を示すフローチャートである。

【図 18】本発明の一実施形態における数値解析方法にて行うプリ処理を示すフローチャートである。

【図 19】本発明の一実施形態における数値解析方法にて行うソルバ処理を示すフローチャートである。

【図 20】3次元形状データに含まれる車両の室内空間を微小な閉曲面によってラッピングした様子を示す模式図である。

20

【図 21】同一直交格子形状の分割領域によって3次元形状データに含まれる車両の室内空間を含む解析領域を形成した様子を示す模式図である。

【図 22】室内空間から食み出した分割領域を削除した様子を示す模式図である。

【図 23】新たな分割領域を解析領域の境界面と室内空間の境界面との間に形成される隙間に充填した様子を示す模式図である。

【図 24】解析領域が移動境界を含む場合における本発明の一実施形態における数値解析方法を示すフローチャートである。

【発明を実施するための形態】

【0180】

以下、図面を参照して、本発明に係る物理量計算方法、数値解析方法、物理量計算プログラム、数値解析プログラム、物理量計算装置及び数値解析装置について説明する。

30

なお、以下の説明においては、本発明に係る物理量計算方法を含む数値解析方法と、本発明に係る物理量計算プログラムを含む数値解析プログラムと、本発明に係る物理量計算装置を含む数値解析装置との実施形態について説明する。

また、以下の実施形態においては、車両の室内空間における空気の流速を数値解析によって求める場合について説明する。

【0181】

図 16 は、本実施形態の数値解析装置 A のハードウェア構成を概略的に示すブロック図である。

この図に示すように、本実施形態の数値解析装置 A は、パーソナルコンピュータやワークステーション等のコンピュータによって構成されるものであり、CPU 1、記憶装置 2、DVD (Digital Versatile Disc) ドライブ 3、入力装置 4、出力装置 5、及び通信装置 6 を備えている。

40

【0182】

CPU 1 は、記憶装置 2、DVD ドライブ 3、入力装置 4、出力装置 5、及び通信装置 6 と電気的に接続されており、これらの各種装置から入力される信号を処理すると共に、処理結果を出力するものである。

【0183】

記憶装置 2 は、メモリ等の内部記憶装置及びハードディスクドライブ等の外部記憶装置によって構成されており、CPU 1 から入力される情報を記憶すると共に CPU 1 から入

50

力される指令に基づいて記憶した情報を出力するものである。

そして、本実施形態において記憶装置 2 は、プログラム記憶部 2 a とデータ記憶部 2 b とを備えている。

【0184】

プログラム記憶部 2 a は、数値解析プログラム P を記憶している。この数値解析プログラム P は、所定の OS において実行されるアプリケーションプログラムであり、コンピュータから構成される本実施形態の数値解析装置 A を、数値解析を行うように機能させるものである。そして、数値解析プログラム P は、本実施形態の数値解析装置 A を、例えば計算用データモデル作成手段と物理量計算手段として機能させるものである。

そして、図 16 に示すように、数値解析プログラム P は、プリ処理プログラム P 1 と、ソルバ処理プログラム P 2 と、ポスト処理プログラム P 3 とを有している。

【0185】

プリ処理プログラム P 1 は、ソルバ処理を実行するための前処理（プリ処理）を本実施形態の数値解析装置 A に実行させるものであり、本実施形態の数値解析装置 A を計算用データモデル作成手段として機能させることによって計算用データモデルを作成させる。また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に、ソルバ処理を実行するにあたり必要となる条件の設定を実行させ、さらには上記計算用データモデルや設定された条件を纏めたソルバ入力データファイル F の作成を実行させる。

【0186】

そして、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A を計算用データモデル作成手段として機能させる場合に、まず本実施形態の数値解析装置 A に対して、車両の室内空間を含む 3 次元形状データを取得させ、この取得させた 3 次元形状データに含まれる車両の室内空間を示す解析領域の作成を実行させる。

なお、後に詳説するが、本実施形態においては、ソルバ処理において、前述の本発明を用いた数値解析手法にて説明した離散化支配方程式（Vertex と Connectivity とを必要としない量のみを使用すると共に重み付き残差積分法に基づいて導出された離散化支配方程式）を用いる。このため、計算用データモデルの作成にあたり、保存則を満たす条件の下、分割領域の形状及び解析領域の形状を任意に変更することができる。よって、3 次元形状データに含まれる車両の室内空間の修正あるいは変更作業は、ラッピング処理等の簡易的なもので充分となる。そこで、本実施形態においてプリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に対して、取得させた 3 次元形状データに含まれる車両の室内空間を微小な閉曲面によってラッピングすることによって車両の室内空間に存在する穴や隙間を修繕するラッピング処理を実行させる。

その後、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に対して、同一サイズの分割領域を形成し、ラッピング処理された室内空間の全領域を含む解析領域の作成を実行させる。続いて、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に対して、同一サイズで作成した分割領域のうち室内空間から食み出した領域をカットすることによって、室内空間を示す解析領域の作成を実行させる。ここでも、ソルバ処理において前述の離散化支配方程式を用いることから、解析領域のうち室内空間から食み出した領域を容易にカットすることができる。これにより、ボクセル法のように、外部空間との境界が階段状になることがなく、また、ボクセル法のカットセル法のような外部空間の境界付近の解析領域の形成に対して、経験や試行錯誤を要する非常に膨大な手作業を伴う特別な修正または処理を必要としない。すなわち、本実施形態では、ボクセル法で問題となる外部空間との境界の処理に関わる問題がない。

なお、本実施形態においては、後述のように室内空間とカットした領域との隙間に新たな任意形状の分割領域を充填することによって、直交格子形状のみによらない分割領域で解析領域が構成されるようにし、さらには解析領域に分割領域を重ねることなく充填させている。

【0187】

また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A を計算用データモデル

作成手段として機能させる場合に、本実施形態の数値解析装置 A に対して、作成させた室内空間を示す解析領域に含まれる分割領域の各々の内部に対して 1 つのコントロールポイントを仮想的に配置する処理を実行させ、コントロールポイントの配置情報、及び各コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積データを記憶させる。

また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A を計算用データモデル作成手段として機能させる場合に、本実施形態の数値解析装置 A に対して、上記分割領域同士の境界面である境界面の面積及び法線ベクトルの算出を実行させ、これらの境界面の面積及び法線ベクトルを記憶させる。

また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A を計算用データモデル作成手段として機能させる場合に、コントロールボリューム（コントロールポイント）の結合情報（Link）を作成させ、この Link を記憶させる。

10

そして、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に対して、上記各コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積と、境界面の面積及び法線ベクトルと、コントロールポイント（すなわち分割領域）の配置情報（座標）と、Link とを纏めさせて計算用データモデルを作成させる。

【 0 1 8 8 】

また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に、前述のソルバ処理を実行するにあたり必要となる条件の設定を行わせる場合には、物性値の設定、境界条件の設定、初期条件の設定、計算条件の設定を行わせる。

ここで、物性値とは、室内空間における空気の密度、粘性係数等である。

20

境界条件とは、コントロールポイント間の物理量の交換の法則を規定するものであり、本実施形態においては前述した式（ 1 0 ）で示されるナビエ・ストークスの式に基づく離散化支配方程式、及び式（ 1 1 ）で示される連続の式に基づく離散化支配方程式である。

また、境界条件には、室内空間と外部空間との境界面に臨む分割領域を示す情報が含まれる。

初期条件とは、ソルバ処理を実行する際の最初の物理量を示すものであり、各分割領域の流速の初期値である。

計算条件とは、ソルバ処理における計算の条件であり、例えば反復回数や収束基準である。

【 0 1 8 9 】

30

また、プリ処理プログラム P 1 は、本実施形態の数値解析装置 A に、G U I（Graphical User Interface）を形成させる。より詳細には、プリ処理プログラム P 1 は、出力装置 5 が備えるディスプレイ 5 a に対してグラフィックを表示させると共に、入力装置 4 が備えるキーボード 4 a やマウス 4 b によって操作が可能な状態とさせる。

【 0 1 9 0 】

ソルバ処理プログラム P 2（物理量計算プログラム）は、本実施形態の数値解析装置 A にソルバ処理を実行させるものであり、本実施形態の数値解析装置 A を物理量計算装置として機能させる。

そして、ソルバ処理プログラム P 2 は、本実施形態の数値解析装置 A を物理量計算手段として機能させる場合に、計算用データモデルが有するコントロールボリュームの体積と境界面の面積及び法線ベクトルとを含むソルバ入力データファイル F を用いて、解析領域における物理量を物理量計算させる。

40

【 0 1 9 1 】

そして、ソルバ処理プログラム P 2 は、本実施形態の数値解析装置 A を物理量計算手段として機能させる場合に、本実施形態の数値解析装置 A に対して、ソルバ入力データファイル F に含まれるナビエ・ストークスの式及び連続の式の離散化係数行列の作成を実行させると共に、マトリックス形成用のデータテーブルの作成を実行させる。

また、ソルバ処理プログラム P 2 は、本実施形態の数値解析装置 A を物理量計算手段として機能させる場合に、本実施形態の数値解析装置 A に対して、前述した式（ 1 0 ）で示されるナビエ・ストークスの式に基づく離散化支配方程式、及び前述した式（ 1 1 ）で示

50

される連続の式に基づく離散化支配方程式から、下式(58)で示すマトリックス計算用の大規模粗行列方程式の組み上げを実行させる。

【0192】

【数58】

$$A \cdot X = B \quad \cdots (58)$$

【0193】

なお、式(58)において[A]が大規模粗行列を示し、[B]が境界条件ベクトルを示し、[X]が流速の解を示す。

10

【0194】

また、ソルバ処理プログラムP2は、上記離散化支配方程式に非圧縮性等の付帯条件が存在する場合には、本実施形態の数値解析装置Aに対して、この付帯条件の行列方程式への組み上げを実行させる。

そして、ソルバ処理プログラムP2は、本実施形態の数値解析装置Aに対して、CG法(共役勾配法)等による行列方程式の解の計算、当該解の下式(59)を用いた解のアップデート、収束条件の判定を実行させ、最終的な計算結果を取得させる。

【0195】

【数59】

$$A(X^n) \cdot X^{n+1} = B(X^n) \quad \cdots (59)$$

20

【0196】

ポスト処理プログラムP3は、本実施形態の数値解析装置Aにポスト処理を実行させるものであり、本実施形態の数値解析装置Aに対して、ソルバ処理において取得された計算結果に基づく処理を実行させる。

より詳細には、ポスト処理プログラムP3は、本実施形態の数値解析装置Aに対して、計算結果の可視化処理、抽出処理を実行させる。

ここで、可視化処理とは、例えば、断面コンタ表示、ベクトル表示、等値面表示、アニメーション表示を出力装置5に出力させる処理である。また、抽出処理とは、作業者が指定する領域の定量値を抽出して数値やグラフとして出力装置5に出力させる、あるいは作業者が指定する領域の定量値を抽出してファイル化したものの出力を実行させる処理である。

30

また、ポスト処理プログラムP3は、本実施形態の数値解析装置Aに対して、自動レポート作成、計算残差の表示及び分析を実行させる。

【0197】

データ記憶部2bは、図16に示すように、計算用データモデルM、境界条件を示す境界条件データD1、計算条件を示す計算条件データD2、物性値を示す物性値データD3、及び初期条件を示す初期条件データD4を有するソルバ入力データファイルFと、3次元形状データD5と、計算結果データD6等を記憶するものである。また、データ記憶部2bは、CPU1の処理過程において生成される中間データを一時的に記憶する。

40

【0198】

DVDドライブ3は、DVDメディアXを取り込み可能に構成されており、CPU1から入力される指令に基づいて、DVDメディアXに記憶されるデータを出力するものである。そして、本実施形態においては、DVDメディアXに数値解析プログラムPが記憶されており、DVDドライブ3は、CPU1から入力される指令に基づいて、DVDメディアXに記憶される数値解析プログラムPを出力する。

【0199】

入力装置4は、本実施形態の数値解析装置Aと作業者とのマンマシンインターフェイスであり、ポインティングデバイスであるキーボード4aやマウス4bを備えている。

50

出力装置 5 は、CPU 1 から入力される信号を可視化して出力するものであり、ディスプレイ 5 a 及びプリンタ 5 b を備えている。

通信装置 6 は、本実施形態の数値解析装置 A と CAD 装置 C 等の外部装置との間においてデータの受け渡しを行うものであり、社内 LAN (Local Area Network) 等のネットワーク B に対して電氣的に接続されている。

【0200】

次に、このように構成された本実施形態の数値解析装置 A を用いた数値解析方法 (本実施形態の数値解析方法) について、図 17 ~ 図 19 のフローチャートを参照して説明する。

【0201】

図 17 のフローチャートに示すように、本実施形態の数値解析方法は、プリ処理 (ステップ S 1) と、ソルバ処理 (ステップ S 2) と、ポスト処理 (ステップ S 3) とから構成されている。

なお、本実施形態の数値解析方法を行うより前に、CPU 1 は、DVD ドライブ 3 に取り込まれた DVD メディア X に記憶された数値解析プログラム P を DVD メディア X から取り出し、記憶装置 2 のプログラム記憶部 2 a に記憶させる。

そして、CPU 1 は、入力装置 4 から数値解析の開始を指示する信号が入力されると、記憶装置 2 に記憶された数値解析プログラム P に基づいて数値解析を実行する。より詳細には、CPU 1 は、プログラム記憶部 2 a に記憶されたプリ処理プログラム P 1 に基づいてプリ処理 (ステップ S 1) を実行し、プログラム記憶部 2 a に記憶されたソルバ処理プログラム P 2 に基づいてソルバ処理 (ステップ S 2) を実行し、プログラム記憶部 2 a に記憶されたポスト処理プログラム P 3 に基づいてポスト処理 (ステップ S 3) を実行する。なお、このように CPU 1 がプリ処理プログラム P 1 に基づくプリ処理 (ステップ S 1) を実行することによって、本実施形態の数値解析装置 A が計算用データモデル作成手段として機能される。また、CPU 1 がソルバ処理プログラム P 2 に基づくソルバ処理 (ステップ S 2) を実行することによって、本実施形態の数値解析装置 A が物理量計算手段として機能される。

【0202】

図 18 は、プリ処理 (ステップ S 1) を示すフローチャートである。この図に示すように、プリ処理 (ステップ S 1) が開始されると、CPU 1 は、通信装置 6 に、ネットワーク B を介して CAD 装置 C から車両の室内空間を含む 3 次元形状データ D 5 を取得させる (ステップ S 1 a)。CPU 1 は、取得した 3 次元形状データ D 5 を記憶装置 2 のデータ記憶部 2 b に記憶させる。

【0203】

続いて、CPU 1 は、ステップ S 1 a で取得した 3 次元形状データ D 5 の分析を行い (ステップ S 1 b)、データ記憶部 2 b に記憶された 3 次元形状データ D 5 に含まれる、曲面の重なり、交差した曲面、曲面間の隙間、微小穴等を検出する。

【0204】

続いて、CPU 1 は、ステップ S 1 a で取得した 3 次元形状データ D 5 の修正あるいは変更処理を実行する (ステップ S 1 c)。

より詳細には、CPU 1 は、図 20 に示すように、3 次元形状データ D 5 に含まれる室内空間 K を微小な閉曲面によってラッピング処理することによって、曲面の重なり、交差した曲面、曲面間の隙間、微小穴等の存在が排除された室内空間の 3 次元形状データ D 5 とする。

なお、CPU 1 は、当該修正あるいは変更処理 (ステップ S 1 c) において、GUI を形成し、GUI から指令 (例えばラッピング領域を示す指令) が入力された場合には、当該指令を反映させた修正あるいは変更処理を実行する。

【0205】

続いて、CPU 1 は、計算用データモデルの作成を実行する (ステップ S 1 d)。

より詳細には、まず CPU 1 は、図 21 に示すように、ステップ S 1 c において修正あ

10

20

30

40

50

るいは変更された3次元形状データD5から、室内空間の全領域を含むと共に同一形状(直交格子)の分割領域にて均等に分割された解析領域K1の作成を実行する。なお、ここでは、時間の短縮のために、解析領域K1が同一形状の分割領域で分割するようにしているが、解析領域K1を構成する分割領域は、必ずしも同一形状である必要はなく、任意の形状とすることができる。

次に、CPU1は、図22に示すように、室内空間Kから食み出した分割領域を削除することで、解析領域Kを室内空間Kに食み出すことなく収容する。この結果、図22に示す拡大図のように、解析領域K1の境界面K1Fと室内空間Kの境界面KFとの間に隙間Yが形成される。

【0206】

次に、CPU1は、図23に示すように、解析領域の一部となる新たな分割領域RAを隙間Yに充填する。

本実施形態の数値解析方法では、前述の原理説明で詳説したように、VertexとConnectivityとを持たない計算用データモデルを作成するため、分割領域の幾何学的形状に制約を課すことなく計算用データモデル作成することができる。つまり、計算用データモデルを作成するにあたり、解析領域K1を構成する分割領域は、任意の形状を取ることができる。したがって、CPU1は、新たな分割領域RAを隙間Yに充填するにあたり、図23の拡大図のように、分割領域RAの形状を任意に設定することができる。このため、極めて容易に隙間Yを分割領域RAで充填することができ、例えば、GUIにより作業者が作業しなくとも、自動で分割領域RAを形成することも十分に可能である。仮に、従来の有限体積法において隙間Yを分割領域で充填する場合には、前述のように、分割領域の幾何学的形状に対する制約の下、許容外の歪みや擦れが生じないように分割領域を配置する必要がある。この作業は、作業者の手作業となり、結果、作業者に膨大な負担を強いることとなると共に、解析時間の長期化を招くこととなる。

【0207】

次にCPU1は、室内空間を示す解析領域に含まれる各分割領域内に1つのコントロールポイントを仮想的に配置する。ここでは、CPU1は、分割領域の重心を算出し、各々の重心に対して1つのコントロールポイントを仮想的に配置する。そして、CPU1は、コントロールポイントの配置情報、各コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積(コントロールポイントが配置される分割領域の体積)を算出し、記憶装置2

のデータ記憶部2bに一時的に記憶させる。

また、CPU1は、分割領域同士の境界面である境界面の面積及び法線ベクトルを算出し、これらの境界面の面積及び法線ベクトルを記憶装置2のデータ記憶部2bに一時的に記憶させる。

そして、CPU1は、データ記憶部2bに記憶された、コントロールポイントの配置情報と、各コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積と、境界面の面積及び法線ベクトルと、Linkとをデータベース化することによって計算用データモデルMを作成し、作成した計算用データモデルを記憶装置2のデータ記憶部2b内に記憶させる。

【0208】

なお、このようなステップS1dにおいては、室内空間を含む解析領域を同一形状の分割領域にて均等に分割し、さらに室内空間から食み出した分割領域を削除し、さらにその結果生じた解析領域と室内空間との隙間に新たな分割領域を充填することによって最終的な解析領域K2が作成される。このため、室内空間の全領域が重ならない分割領域によって充填された状態とされる。

したがって、計算用データモデルは、前述した保存則を満足するための3つの条件(a)~(c)を満たすものとされている。

【0209】

また、本実施形態では、ステップS1dにおいて、先に分割領域を形成し、その後コン

10

20

30

40

50

トロールポイントを配置し、各コントロールポイントに対して、自らが配置された分割領域の体積を割り当てる構成を採用している。

しかしながら、本発明においては、先にコントロールポイントを解析領域に配置し、各コントロールポイントに対して後から体積を割り当てることも可能である。

具体的には、例えば、異なるコントロールポイントにぶつかるまでの半径や、結合関係にある（Linkで関連付けられた）コントロールポイントまでの距離に基づいて、各コントロールポイントに対して重み付けを行う。

ここでコントロールポイント i の重みを w_i 、基準体積を V^+ とし、コントロールポイント i に割り当てられる体積 V_i を下式（60）とする。

【0210】

【数60】

$$V_i = w_i \cdot V^+ \cdots (60)$$

10

【0211】

さらに、各コントロールポイントの体積 V_i の総和は、解析領域の体積 V_{total} と等しいため、下式（61）が成り立つ。

【0212】

【数61】

$$\sum_i V_i = V^+ \cdot \sum_i w_i = V_{total} \cdots (61)$$

20

【0213】

この結果、基準体積 V^+ は下式（62）で求めることができる。

【0214】

【数62】

$$V^+ = V_{total} / \sum_i w_i \cdots (62)$$

30

【0215】

したがって、各コントロールポイントに割り当てる体積は、式（61）、（62）から求めることができる。

このような方法を用いれば、プリ処理において、VertexとConnectivityとを用いることなく、計算用データモデルに持たせる分割領域の体積を求めることができる。

【0216】

また、当該計算用データモデルの作成（ステップS1d）において、CPU1は、GUIを形成し、GUIから指令（例えば分割領域の密度を示す指令や分割領域の形状を示す指令）が入力された場合には、当該指令を反映させた処理を実行する。したがって、作業者は、GUIを操作することによって、コントロールポイントの配置や分割領域の形状を任意に調節することが可能とされている。

40

ただし、CPU1は、数値解析プログラムに記憶された保存則を満足するための3つの条件に照らし合わせ、GUIから入力される指令が、当該条件から外れる場合には、その旨をディスプレイ5aに表示させる。

【0217】

続いて、CPU1は、物性値データの設定（ステップS1e）を行う。具体的には、CPU1は、GUIを用いて、ディスプレイ5a上に物性値の入力画面を表示し、キーボード4aあるいはマウス4bから入力される物性値を示す信号を物性値データD3としてデータ記憶部2bに一時的に記憶させることで物性値の設定を行う。なお、ここで言う物性値とは、室内空間における流体（すなわち空気）の特性値であり、空気の密度、粘性係数

50

等である。

【0218】

続いて、CPU 1は、境界条件データの設定(ステップS1f)を行う。具体的には、CPU 1は、GUIを用いて、ディスプレイ5a上に境界条件の入力画面を表示し、キーボード4aあるいはマウス4bから入力される境界条件を示す信号を境界条件データD1としてデータ記憶部2bに一時的に記憶させることで境界条件データの設定を行う。なお、ここで言う境界条件とは、室内空間の物理現象を支配する離散化支配方程式や、室内空間と外部空間との境界面に臨むコントロールポイントの特定情報、及び室内空間と外部空間との間における熱の伝熱条件等を示す。

なお、本実施形態の数値解析方法においては、室内空間における流速を数値解析により求めることを目的とするものであるため、上記離散化支配方程式として、前述のナビエ・ストークスの式に基づく離散化支配方程式(10)及び連続の式に基づく離散化支配方程式(11)が用いられる。

なお、これらの離散化支配方程式は、例えば、数値解析プログラムPに予め記憶された複数の離散化支配方程式をディスプレイ5a上に表示された複数の離散化支配方程式から作業者がキーボード4aやマウス4bを用いることによって選択される。

【0219】

続いて、CPU 1は、初期条件データの設定(ステップS1g)を行う。具体的には、CPU 1は、GUIを用いて、ディスプレイ5a上に初期条件の入力画面を表示し、キーボード4aあるいはマウス4bから入力される初期条件を示す信号を初期条件データD4としてデータ記憶部2bに一時的に記憶させることで初期条件データの設定を行う。なお、ここ言う初期条件とは、各コントロールポイント(各分割領域)における初期流速である。

【0220】

続いて、CPU 1は、計算条件データの設定(ステップS1h)を行う。具体的には、CPU 1は、GUIを用いて、ディスプレイ5a上に計算条件の入力画面を表示し、キーボード4aあるいはマウス4bから入力される計算条件を示す信号を計算条件データD2としてデータ記憶部2bに一時的に記憶させることで計算条件データの設定を行う。なお、ここで言う計算条件とは、ソルバ処理(ステップS2)における計算の条件であり、例えば、反復回数や収束基準を示す。

【0221】

続いて、CPU 1は、ソルバ入力データファイルFの作成(ステップS1i)を行う。具体的には、CPU 1は、ステップS1dにて作成された計算用データモデルMと、ステップS1eで設定された物性値データD3と、ステップS1fで設定された境界条件データD1と、ステップS1gで設定された初期条件データD4と、ステップS1hで設定された計算条件データD2とをソルバ入力データファイルFに格納することによってソルバ入力データファイルFを作成する。なお、このソルバ入力データファイルFは、データ記憶部2bに記憶される。

【0222】

以上のようなプリ処理(ステップS1)が完了すると、CPU 1は、ソルバ処理プログラムP2に基づいて、図19のフローチャートに示すソルバ処理(ステップS2)を実行する。

図19に示すように、ソルバ処理(ステップS2)が開始されると、CPU 1は、プリ処理(ステップS1)で作成されたソルバ入力データファイルFを取得する(ステップS2a)。なお、本実施形態に示す数値解析方法のように、単一の装置(本実施形態の数値解析装置A)によってプリ処理及びソルバ処理を実行する場合には、既にデータ記憶部2bにソルバ入力データファイルFが記憶されているため、ステップS2aを省略することができる。ただし、プリ処理(ステップS1)とソルバ処理(ステップS2)とが異なる装置において実行される場合には、ネットワークやリムーバブルディスクによって搬送されるソルバ入力データファイルFを取得する必要があるため、本ステップS2aを行う必要

10

20

30

40

50

がある。

【0223】

続いて、CPU1は、ソルバ入力データの整合性を判定する(ステップS2b)。なお、ソルバ入力データとは、ソルバ入力データファイルFに格納されたデータを示し、計算用データモデルM、境界条件データD1、計算条件データD2、物性値データD3及び初期条件データD4である。

具体的には、CPU1は、ソルバ処理において物理量計算を実行可能なソルバ入力データがソルバ入力データファイルFに全て格納されているかを分析することによってソルバ入力データの整合性の判定を行う。

そして、CPU1は、ソルバ入力データが不整合であると判定した場合には、ディスプレイ5aにエラーを表示させ(ステップS2b)、さらには不整合である部分のデータを入力するための画面を表示させる。その後、CPU1は、GUIから入力される信号に基づいてソルバ入力データの調整を行い(ステップS2c)、再度ステップS2aを実行する。

10

【0224】

一方、CPU1は、ステップS2bにおいてソルバ入力データの整合性があると判定した場合には、初期計算処理(ステップS2e)を実行する。

具体的には、CPU1は、境界条件データD1に記憶された離散化支配方程式(すなわちナビエ・ストークスの式に基づく離散化支配方程式(10)及び連続の式に基づく離散化支配方程式(11))から離散化係数行列を作成し、さらにマトリクス計算用のデータ

20

【0225】

続いて、CPU1は、大規模粗行列方程式の組み上げ(ステップS2f)を行う。具体的には、CPU1は、ナビエ・ストークスの式に基づく離散化支配方程式(10)及び連続の式に基づく離散化支配方程式(11)から、前述の式(58)で示すマトリクス計算用の大規模粗行列方程式の組み上げを行う。

【0226】

続いて、CPU1は、離散化支配方程式に、非圧縮性や接触等の付帯条件が存在するかの判定を行う。この付帯条件は、例えば、境界条件データとしてソルバ入力データファイルFに格納されている。

30

そして、CPU1は、離散化支配方程式に付帯条件が存在すると判定した場合には当該付帯条件の大規模行列方程式の組み込み(ステップS2h)を実行した後に大規模行列方程式の計算(ステップS2i)を実行する。一方、CPU1は、離散化支配方程式に付帯条件が存在しないと判定した場合には付帯条件の大規模行列方程式の組み込み(ステップS2h)を実行することなく大規模行列方程式の計算(ステップS2i)を実行する。

そしてCPU1は、大規模行列方程式を例えば、CG法(共役勾配法)によって解き、前述の式(59)を用いて解のアップデート(ステップS2j)を行う。

【0227】

続いて、CPU1は、式(59)の残差が収束条件に達したか否かの判定(ステップS2g)を行う。具体的には、CPU1は、式(59)の残差を計算し、計算条件データD2に含まれる収束条件と比較し、これによって式(59)の残差が収束条件に達したか否かの判定を行う。

40

そして、残差が収束条件に達していないと判定した場合には、CPU1は、物性値のアップデートを行った後、再度ステップS2gを実行する。つまり、CPU1は、式(59)の残差が収束条件に達するまで、物性値のアップデートを行いながらステップS2f~S2gを繰り返し行う。

【0228】

一方、残差が収束条件に達したと判定した場合には、CPU1は、計算結果の取得を行う(ステップS2l)。具体的には、CPU1は、直前のステップS2iにおいて計算された物理量の解を計算結果データとしてデータ記憶部2bに記憶させることによって計算

50

結果の取得を行う。

【0229】

このようなソルバ処理（ステップS2）によって、室内空間における空気の流速が求められる。なお、このようなソルバ処理（ステップS2）は、本発明の物理量計算方法に相当するものである。

【0230】

以上のようなソルバ処理（ステップS2）が完了すると、CPU1は、ポスト処理プログラムP3に基づいてポスト処理（ステップS3）を実行する。

具体的には、例えばCPU1は、GUIから入力される指令に基づいて、計算結果データから、例えば断面コンタデータ、ベクトルデータ、等値面データ、アニメーションデータ

10

を生成し、当該データを、出力装置5に可視化させる。
また、CPU1は、GUIから入力される指令に基づいて、室内空間の一部における定量値（計算結果）を抽出して数値やグラフとし、この数値やグラフを出力装置5に可視化させ、さらには数値やグラフをファイルとして纏めて出力する。また、CPU1は、GUIから入力される指令に基づいて、例えば計算結果データから自動レポート作成、計算残差の表示及び分析を行ってその結果を出力する。

【0231】

以上のような本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムによれば、プリ処理にてコントロールボリュームの体積と境界面の面積及び法線ベクトルとを有する計算用データモデルMが作成され、ソルバ処理にて計算用データモデルMに含まれるコントロールボリュームの体積と境界面の面積及び法線ベクトルとを用いて各コントロールボリュームにおける物理量が計算される。

20

つまり、前述の数値解析手法にて説明したように、本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムによれば、VertexとConnectivityを有する計算用データモデルを作成することなく数値解析を行うことが可能となる。このため、3次元形状データの修正あるいは変更作業に対する規制も大幅に緩和され、VertexとConnectivityを有する計算用データモデルと比較して計算用データモデルMを遥かに容易に作成することが可能となる。したがって、計算用データモデルMの作成における作業負担を軽減することが可能となる。

また、本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムにおいては、従来の数値解析手法と異なり、ソルバ処理においてVertexとConnectivityを用いてコントロールボリュームの体積及び境界面の面積及び法線ベクトルを算出する必要がない。したがって、ソルバ処理における計算負荷を低減させることが可能となる。

30

したがって、本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムによれば、計算用データモデルの作成における作業負担を軽減すると共に、ソルバ処理における計算負荷の低減を図ることが可能となる。

【0232】

また、本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムにおいては、解析領域に分割領域を重ねることなく充填させている。このため、前述した保存側を満足するための3つの条件(a)～(c)が満たされることとなり、保存側を満足して流速を計算することができる。

40

【0233】

なお、本実施形態における計算用データモデルMは、従来の有限体積法や有限要素法に用いられるメッシュデータや、従来の粒子法に用いられる粒子データ、または単なる点群データから容易に計算用データモデルを作成することができる。この場合でも、ボクセル法のような外部空間との境界領域における分割領域の修正は必要ない。

例えば、メッシュデータから計算用データモデルを作成する場合には、各要素を本実施形態における分割領域（コントロールポイントが占めるコントロールボリューム）として捉えることによって容易に行うことができる。また、粒子データから計算用データモデルを作成する場合には、解析領域に配置されたコントロールポイントを囲う閉空間を解析領

50

域に充填して得られる閉空間を本実施形態における分割領域（コントロールポイントが占めるコントロールボリューム）として捉えることによって容易に行うことができる。

【0234】

また、本実施形態の数値解析装置A、数値解析方法及び数値解析プログラムによれば、前述のように、プリ処理における計算用データモデルの作業負担が大幅に減少し、またソルバ処理における計算負荷を低減させることが可能となる。

したがって、解析領域の形状が時系列的に変化する場合、すなわち解析領域が移動境界を含む場合であっても、本発明によれば、図24のフローチャートに示すように、解析領域が形状変化するたびにプリ処理とソルバ処理とを繰り返し行うことによって、現実的な時間内で物理量の計算が可能となる。

10

【0235】

また、本実施形態においては、物理量計算において、境界面上における流速を算出する場合に、当該境界面を挟むコントロールポイントにおける流速を当該コントロールポイントから境界面までの距離の比率に応じて重み付け平均した値を境界面上における流速としても良い。

このような場合には、境界面上における流速を、単純に当該境界面を挟むコントロールポイントの流速の平均とする場合と比較して、より正確に室内空間の流速を求めることが可能となる。ただし、このような場合には、計算用データモデルが、境界面がコントロールポイントとコントロールポイントとを結ぶ線分のどの内分点に存在するかを示す比率をデータとして有している必要がある。このため、隣り合うコントロールボリュームの内部に配置された各コントロールポイントから当該コントロールボリュームに挟まれる境界面までの距離の比率をさらに含む計算用データモデルMをプリ処理にて作成し、この比率に基づいて境界面上における流速をソルバ処理にて計算する。

20

【0236】

なお、物理量計算において、コントロールポイント間を結ぶベクトルと当該コントロールポイントに挟まれた境界面が直交する場合には、法線ベクトルをコントロールポイント間を結ぶ距離ベクトルの単位ベクトルに置き換えて物理量計算することができる。

ただし、このような場合には、計算用データモデルに上記距離ベクトルあるいは当該距離ベクトルを算出するためのコントロールポイントの位置座標を示すデータを備えさせる必要がある。このため、隣り合うコントロールボリュームの内部に配置された各コントロールポイントを結ぶ距離ベクトルあるいは該距離ベクトルを算出するためのコントロールポイントの座標をさらに含む計算用データモデルMをプリ処理にて作成し、距離ベクトルが当該コントロールポイントに挟まれた境界面と直交する場合に、距離ベクトルを境界面の法線ベクトルに置き換えて流速を計算する。

30

【0237】

以上、添付図面を参照しながら本発明の好適な実施形態について説明したが、本発明は、上記実施形態に限定されないことは言うまでもない。前述した実施形態において示した各構成部材の諸形状や組み合わせ等は一例であって、本発明の主旨から逸脱しない範囲において設計要求等に基づき種々変更可能である。

【0238】

上記実施形態においては、運動量保存の方程式の変形例であるナビエ・ストークスの式及び連続の式から導出した離散化支配方程式を用いて空気の流速を数値解析によって求める構成について説明した。

しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、質量保存の方程式、運動量保存の方程式、角運動量保存の方程式、エネルギー保存の方程式、移流拡散方程式及び波動方程式の少なくともいずれかから導出した離散化支配方程式を用いて物理量を数値解析によって求めることが可能である。

40

【0239】

また、上記実施形態においては、本発明の境界面特性量として、境界面の面積と境界面の法線ベクトルとを用いる構成について説明した。

50

しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、境界面特性量として他の量（例えば境界面の周長）を用いることもできる。

【0240】

また、上記実施形態においては、保存則を満足するために前述の3つの条件を満たすように計算用データモデルを作成する構成について説明した。

しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、保存則を満足させる必要がない場合には、計算用データモデルを必ずしも前述の3つの条件を満たすように作成する必要はない。

【0241】

また、上記実施形態においては、分割領域の体積を、当該分割領域の内部に配置されるコントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積として捉えた構成について説明した。

10

しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、分割領域の内部に対してコントロールポイントを配置する必要は必ずしもない。このような場合には、コントロールポイントが占めるコントロールボリュームの体積を分割領域の体積に置き換えることによって数値解析を行うことができる。

【0242】

また、上記実施形態においては、数値解析プログラムPがDVDメディアXに記憶されて搬送可能な構成について説明した。

しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、数値解析プログラムPを他のリムーバブルメディアに記憶させて搬送可能とする構成を採用することもできる。

20

また、プリ処理プログラムP1とソルバ処理プログラムP2とを別々のリムーバブルメディアに記憶させて搬送可能とすることもできる。また、数値解析プログラムPは、ネットワークを介して伝達することも可能である。

【0243】

また、上記実施形態においては、境界面が平面である構成について説明した。しかしながら、本発明はこれに限定されるものではなく、境界面が曲面であっても良い。

【0244】

本出願を詳細にまた特定の実施態様を参照して説明したが、本発明の精神と範囲を逸脱することなく様々な変更や修正を加えることができることは当業者にとって明らかである。

30

本出願は、2009年6月25日出願の日本特許出願（特願2009-150945）に基づくものであり、その内容はここに参照として取り込まれる。

【符号の説明】

【0245】

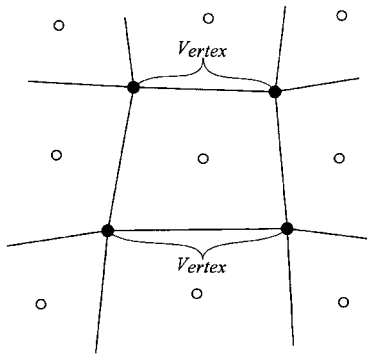
- A …… 数値解析装置（物理量計算装置）
- P …… 数値解析プログラム
- P1 …… プリ処理プログラム
- P2 …… ソルバ処理プログラム（物理量計算プログラム）
- P3 …… ポスト処理プログラム
- M …… 計算用データモデル
- V_i …… 粒子iが仮想的に占める体積
- S_{ij} …… 粒子iと粒子jの境界面積
- r_{ij} …… iからjの距離ベクトル
- n_{ij} …… S_{ij} の法線ベクトル
- 1 …… CPU
- 2 …… 記憶装置
- 2a …… プログラム記憶部
- 2b …… データ記憶部
- 3 …… DVDドライブ

40

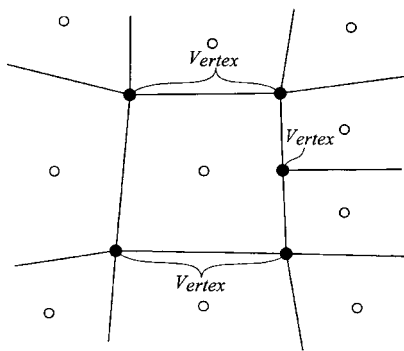
50

- 4 入力装置
- 4 a キーボード
- 4 b マウス
- 5 出力装置
- 5 a ディスプレイ
- 5 b プリンタ

【図1】



【図2】

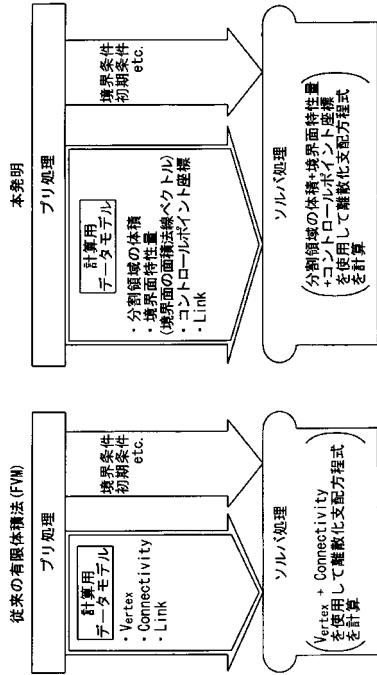


【図3】

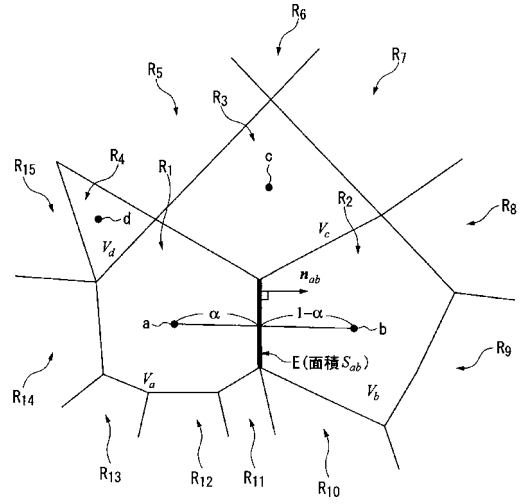
	本発明	有限要素法及び有限体積法
プリ処理	<ul style="list-style-type: none"> ・計算用データモデル ：Vertex Connectivity必要なし ・解折領域 ：直交格子形状以外の分割領域を含む 	<ul style="list-style-type: none"> ・計算用データモデル ：Vertex Connectivity必要 ・解折領域 ：直交格子形状以外の分割領域を含む
ソルバ処理	<ul style="list-style-type: none"> ・物理量の算出 ：Vertex Connectivity必要なし 	<ul style="list-style-type: none"> ・物理量の算出 ：Vertex Connectivity必要

	ボクセル法	ボクセル法(境界補正)	粒子法
プリ処理	<ul style="list-style-type: none"> ・計算用データモデル ：Vertex Connectivity必要なし ・解折領域 ：分割領域が直交格子形状のみからなる 	<ul style="list-style-type: none"> ・計算用データモデル ：Vertex Connectivity必要 ・解折領域 ：直交格子形状以外の分割領域を含む 	<ul style="list-style-type: none"> ・計算用データモデル ：Vertex Connectivity必要なし ：粒子の位置、粒子の結合関係必要 ・解折領域 ：分割領域が存在なし
ソルバ処理	<ul style="list-style-type: none"> ・物理量の算出 ：Vertex Connectivity必要なし 	<ul style="list-style-type: none"> ・物理量の算出 ：Vertex Connectivity必要 	<ul style="list-style-type: none"> ・物理量の算出 ：Vertex Connectivity必要なし ：時系列的な近傍探索処理必要

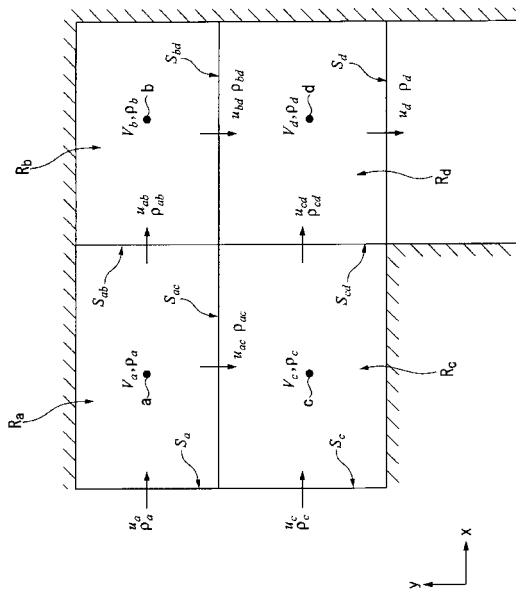
【図4】



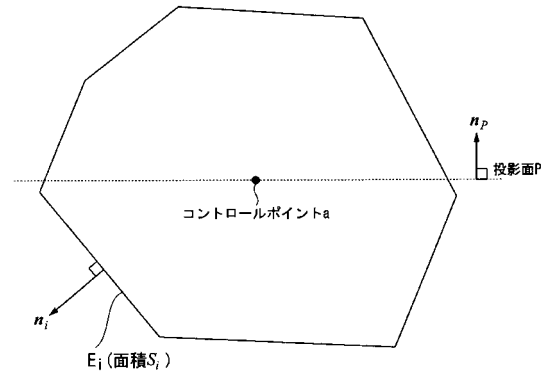
【図5】



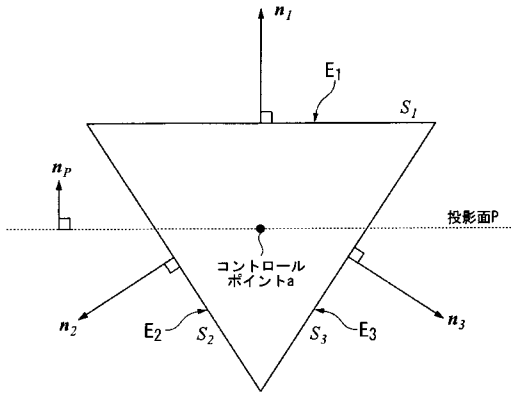
【図6】



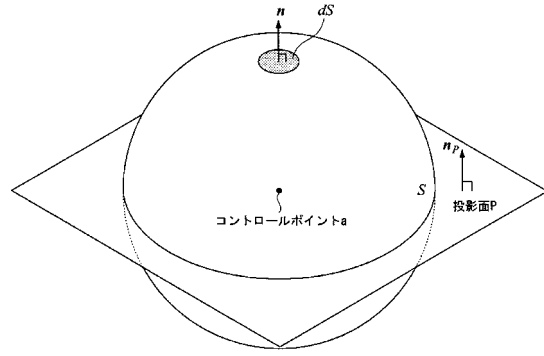
【図7】



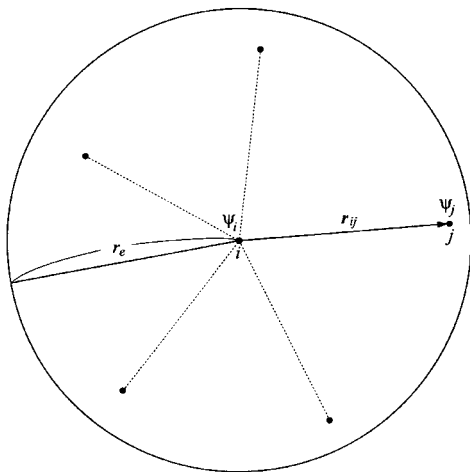
【図 8】



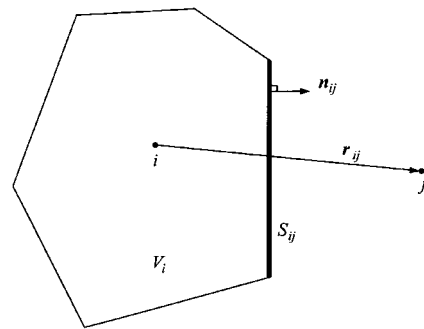
【図 9】



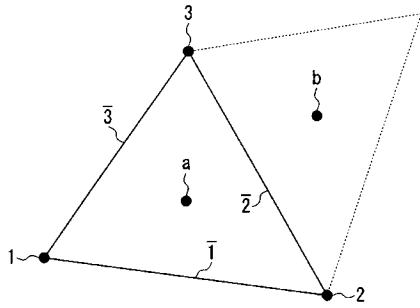
【図 10】



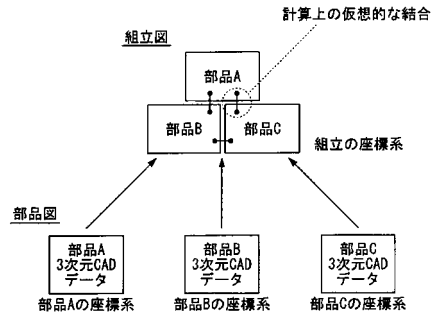
【図 11】



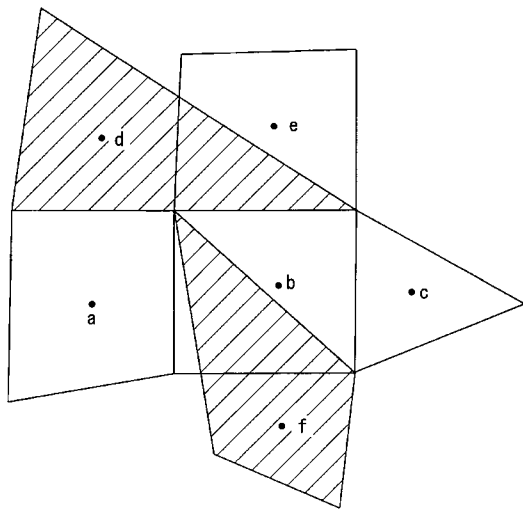
【図12】



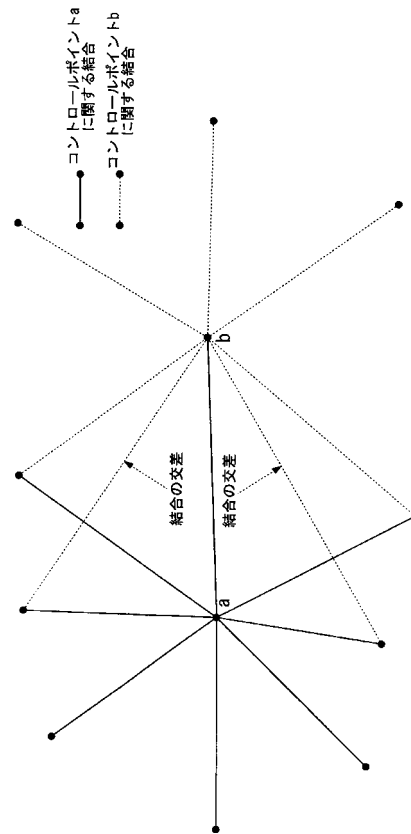
【図13】



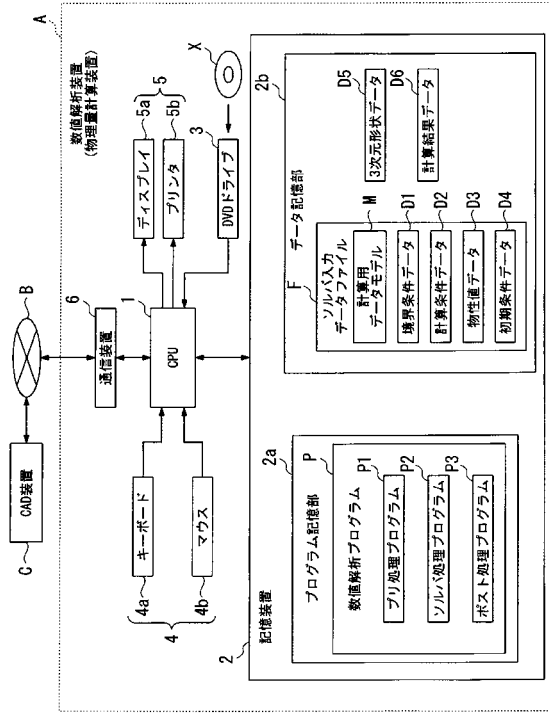
【図14】



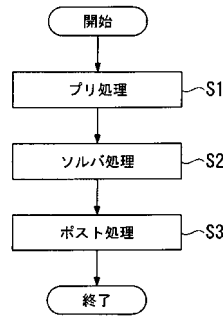
【図15】



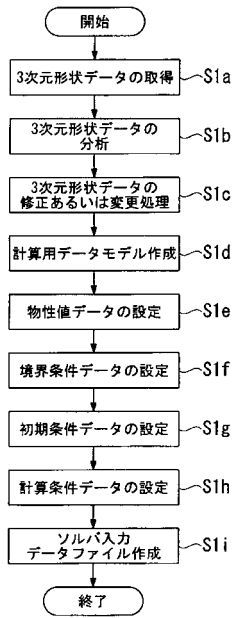
【図16】



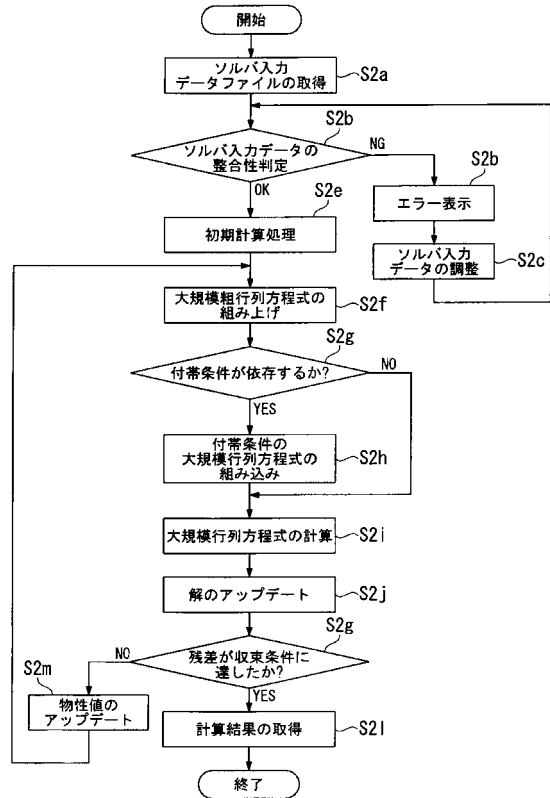
【図17】



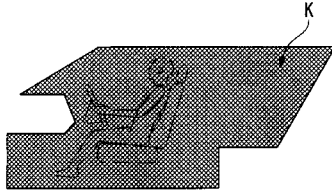
【図18】



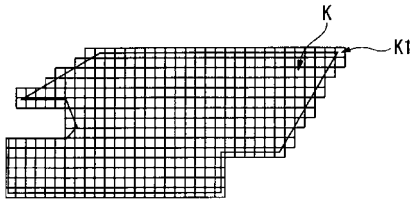
【図19】



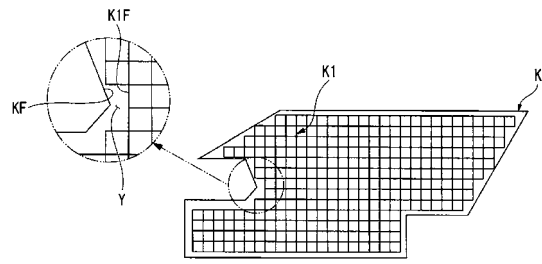
【図 20】



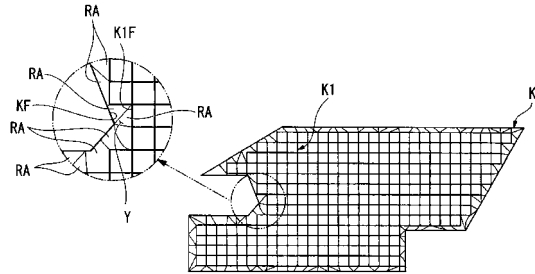
【図 21】



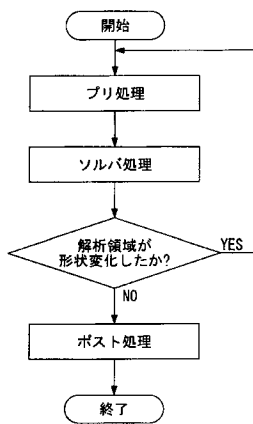
【図 22】



【図 23】



【図 24】



フロントページの続き

- (72)発明者 植村 健
東京都千代田区有楽町一丁目12番1号 旭硝子株式会社内
- (72)発明者 吉田 聡
東京都千代田区有楽町一丁目12番1号 旭硝子株式会社内
- (72)発明者 高野 茂喜
東京都千代田区有楽町一丁目12番1号 旭硝子株式会社内
- (72)発明者 尾関 義一
東京都千代田区有楽町一丁目12番1号 旭硝子株式会社内

審査官 松浦 功

- (56)参考文献 米国特許出願公開第2008/0021684 (US, A1)
野口裕久, メッシュフリー/粒子法, シミュレーション, 日本シミュレーション学会, 2004
年12月15日, 第23巻, 第4号, pp. 34 - 42

- (58)調査した分野(Int.Cl., DB名)
G06F 17/50
CiNii