



(12) Ausschließungspatent

(11) DD 299 011 A7

Erteilt gemäß § 18 Absatz 2
Patentgesetz der DDR
vom 27. 10. 1983
in Übereinstimmung mit den entsprechenden
Festlegungen im Einigungsvertrag

5(51) G 01 N 23/20

DEUTSCHES PATENTAMT

(21)	DD G 01 N / 328 007 2	(22)	27.04.89	(45)	28.03.92
------	-----------------------	------	----------	------	----------

(71)	siehe (73)
(72)	Kämpfe, Bernd, Doz. Dr. sc. techn., DE; Brämer, Klaus, Dipl.-Ing., DE; Brechbühl, Jens, Dipl.-Lehrer, DE; Efanow, Valeri, Dr.-Ing., SU; Körtel, Günther, Dr.-Ing., DE; Wunderlich, Ulrike, Dr.-Ing., DE; Zenker, Rolf, Dr.-Ing., DE
(73)	Institut für Mechanik, PSF 4 08, O - 9010 Chemnitz, DE; Institut für Maschinenwesen „A. A. Blagonrawowa“, 101830 Moskau, SU

(54)	Verfahren zur röntgendiffraktometrischen Bestimmung der Summe von Normalspannungen
------	--

(55) röntgendiffraktometrisches Verfahren; Summe; Normalspannungsbestimmung; Oberflächenebene; oberflächennahe Bereiche; kristalline Struktur; Kristallgitterebene; Reflexionswinkel; Kippwinkel; Drehwinkel; Kristallgitterdehnung

(57) Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur röntgendiffraktometrischen Bestimmung der Summe von Normalspannungen, die in einer Oberflächenebene von Werkstücken bzw. Prüflingen liegen, welche aus kristallinen oder teilkristallinen Werkstoffen bestehen, insbesondere mit stark gestörter oder grobkristalliner Struktur der Oberflächenschicht, wobei der einer Art von Kristallgitterebenen zugeordnete Reflexionswinkel bei verschiedenen Drehwinkeln vermessen wird. Die Erfindung ist insbesondere anwendbar zur Bestimmung von Normalspannungen in Oberflächenschichten, vorrangig beim Vorliegen von Spannungszuständen mit nicht parallel bzw. nicht rechtwinklig zur Oberflächenebene verlaufenden Hauptspannungsachsen. Gemäß der Erfindung wird der Reflexionswinkel bei konstantem Kippwinkel bei bestimmten Drehwinkeln gemessen, wobei letztere sich aus einer gleichen Teilung des Vollkreises des Drehwinkels in drei bzw. vier Teile ergeben, und aus den gemessenen Reflexionswinkeln wird das arithmetische Mittel gebildet, welches einen mittleren Wert der Kristallgitterdehnung bestimmt, aus dem sich die Summe der Normalspannungen bestimmen läßt.

Patentansprüche:

1. Verfahren zur röntgendiffraktometrischen Bestimmung der Summe von Normalspannungen, die in einer Oberflächenebene bzw. in oberflächennahen Bereichen von Werkstücken bzw. Prüflingen liegen, welche aus Werkstoffen mit kristalliner oder teilkristalliner Struktur bestehen, insbesondere mit stark gestörter oder grobkristalliner Struktur der Oberflächenschicht, wobei der einer Art von Kristallgitterebenen zugeordnete Reflexionswinkel bei verschiedenen Drehwinkeln vermessen wird, **dadurch gekennzeichnet**, daß der Reflexionswinkel (Θ) bei konstantem Kippwinkel (ψ) bei bestimmten Drehwinkeln (φ) gemessen wird, wobei letztere sich aus einer gleichen Teilung des Vollkreises des Drehwinkels (φ) in drei bzw. vier Teile (bzw. ganzzahlige Vielfache davon) ergeben, und anschließend aus den gemessenen Reflexionswinkeln (Θ) das arithmetische Mittel ($\bar{\Theta}$) gebildet wird, welches einen mittleren Wert der Kristallgitterdehnung ($\bar{\epsilon}$) bestimmt, aus dem sich nach an sich bekannten Beziehungen der linearen Elastizitätstheorie die Summe der in der Oberfläche bzw. im oberflächennahen Bereich liegenden Normalspannungen ($\sigma_{11} + \sigma_{22}$)

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = \frac{\bar{\epsilon}}{\frac{1}{2}s_2 \cdot \frac{1}{2}\sin^2 \psi + s_1}$$

bestimmen läßt,

(wobei $\frac{1}{2}s_2$ und s_1 die bekannten röntgenographischen Elastizitätskonstanten sind).

2. Verfahren nach Anspruch 1, **dadurch gekennzeichnet**, daß bei unbekanntem Reflexionswinkel (Θ_0) des spannungsfreien Zustandes die Summe der Normalspannungen ($\sigma_{11} + \sigma_{22}$) aus der Differenz zweier mittlerer Werte der Kristallgitterdehnung ($\bar{\epsilon}_{\psi_1} + \bar{\epsilon}_{\psi_2}$) bestimmt wird, wobei der erste mittlere Wert der Kristallgitterdehnung ($\bar{\epsilon}_{\psi_1}$) aus einem ersten Meßzyklus mit einem ersten konstanten Kippwinkel (ψ_1), – bei dem ein erstes arithmetisches Mittel ($\bar{\Theta}_{\psi_1}$) des Reflexionswinkels bestimmt wird – und der zweite mittlere Wert der Kristallgitterdehnung ($\bar{\epsilon}_{\psi_2}$) aus einem zweiten Meßzyklus mit einem zweiten konstanten Kippwinkel (ψ_2), – bei dem ein zweites arithmetisches Mittel ($\bar{\Theta}_{\psi_2}$) des Reflexionswinkels bestimmt wird – resultiert.
3. Verfahren nach Anspruch 1 oder 1 und 2, **dadurch gekennzeichnet**, daß die Bildung des Mittels ($\bar{\Theta}$) des Reflexionswinkels durch eine integrierende Messung über alle Drehwinkel (φ) erfolgt, indem Werkstück bzw. Prüfling während der Vermessung der Reflexionswinkel (Θ) eine stetige vollständige Umdrehung ausführen.

Anwendungsgebiet der Erfindung

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur röntgendiffraktometrischen Bestimmung der Summe von Normalspannungen, die in einer Oberflächenebene bzw. in oberflächennahen Bereichen von Werkstücken bzw. Prüflingen liegen, welche aus Werkstoffen mit kristalliner oder teilkristalliner Struktur bestehen, insbesondere mit stark gestörter oder grobkristalliner Struktur der Oberflächenschicht, wobei der einer Art von Kristallgitterebenen zugeordnete Reflexionswinkel bei verschiedenen Drehwinkeln vermessen wird.

Die Erfindung ist anwendbar zur Bestimmung der Größe von Normalspannungen in Oberflächenschichten von Werkstücken bzw. Prüflingen, insbesondere beim Vorliegen solcher Spannungszustände, bei denen die Hauptspannungsachsen nicht parallel bzw. nicht rechtwinklig zur Oberflächenebene verlaufen.

Vorrangig ist die Erfindung anwendbar zur Beurteilung von Eigenspannungen, die sich nach Elektronenstrahl-, Laserstrahl- und Plasmastrahl-Behandlung, bzw. nach Oberflächenhärtung, mechanischer Bearbeitung oder Verschleiß einstellen. Vorteilhaft ist die Erfindung weiterhin anwendbar bei der Eigenspannungsermittlung an Werkstücken/Prüflingen mit grobkristallinem Aufbau, an denen mittels bekannter Verfahren der röntgenographischen Spannungsermittlung wegen zu geringer Zahl der in den Meßvorgang einbezogenen Kristallite kein repräsentativer Meßwert für eine statistisch gesicherte Ermittlung mechanischer Spannungen 1. Art entsteht.

Charakteristik des bekannten Standes der Technik

Nach dem üblichen $\sin^2\psi$ -Verfahren (Macherauch, E.; Müller, P., „Das $\sin^2\psi$ -Verfahren der röntgenographischen Spannungsmessung“, Zeitschr. angew. Phys. 13 (1961), S. 305–315) wird unter der Voraussetzung, daß zwei Hauptspannungsachsen in der Oberflächenebene des Prüflings verlaufen und eine Spannungskomponente rechtwinklig zur Oberflächenebene vernachlässigbar ist, der einer Art von Kristallgitterebenen zugeordnete Reflexionswinkel Θ bei unterschiedlichen Kippwinkeln ψ des Röntgenprimärstrahls zur Oberflächenebene aufgenommen, wobei bei diesem Meßvorgang der Drehwinkel φ konstant gehalten wird. Aus den Meßwerten für den Reflexionswinkel werden unter Verwendung

des Reflexionswinkels ϑ , für den unverzerrten Netzebenenabstand Differenzwerte $\Delta\vartheta$ bestimmt, welche über $\sin^2\psi$ aufgetragen, die bekannte $\sin^2\psi$ -Gerade ergeben. Aus deren Ordinatenabschnitt ist die Summe der Hauptspannungen bestimmbare, woraus in einem weiteren Schritt die Hauptspannungen und deren Winkel zum Hauptachsensystem ermittelbar sind.

Nach Dölle, H.; Hauk, V., „Röntgenographische Spannungsermittlung für Eigenspannungssysteme allgemeiner Orientierung“, HTM 31 (1976) 3, S. 165–168, ist es weiterhin bekannt, unter der Voraussetzung einer beliebigen Lage der Hauptspannungsachsen und bei Kenntnis des unverzerrten Netzebenenabstandes den vollständigen Dehnungstensor zu bestimmen. Dabei werden in drei Drehwinkel-Einstellungen $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ jeweils mindestens unter zwei verschiedenen Kippwinkeln die Reflexionswinkel vermessen, woraus Spannungsdifferenzen und -summen bestimmt werden. In einem weiteren Schritt werden hieraus die Hauptspannungen ermittelt.

Auch nach dem Verfahren nach Hauk, V.; Vaessen, G., „Auswertung nichtlinearer Gitterdehnungsverteilungen“, HTM-Beiheft 1982, S. 38–48, zur Dehnungs- bzw. Spannungsermittlung werden unter Drehwinkelstellungen von $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ bzw. 0° und 90° verschiedene Kippwinkel (positive und negative Kippwinkel) eingestellt.

Vorstehende bekannte Verfahren sind mit verschiedenen Nachteilen behaftet. Gemeinsam ist ihnen, daß Vermessungen der Reflexionswinkel mit unterschiedlichen Kippwinkel-Einstellungen erfolgen. Dabei treten systematische Meßfehler auf, die insbesondere beim Vorliegen breiter Reflexe, wie sie bei Prüflingen mit stark gestörter kristalliner Struktur entstehen, ergebnisverfälschend wirken. Da weiterhin die Eindringtiefe der Röntgenstrahlung in den Prüfling vom Kippwinkel abhängig ist, werden bei unterschiedlichen Kippwinkel-Einstellungen unterschiedliche Prüflingstiefen angeregt. Oberflächenschichten mit stark gestörter kristalliner Struktur weisen i. d. R. starke Eigenspannungsgradienten in die Prüflingstiefe auf, so daß bei der Spannungsbestimmung aus Meßwerten mit variablem Kippwinkel teilweise erhebliche Fehler auftreten.

Die Notwendigkeit der Einstellung verschiedener Kippwinkel erschwert weiterhin die Automatisierung des gesamten Meßvorganges. Außerdem ist bei vorstehenden bekannten Verfahren der meßtechnische Aufwand relativ hoch, da eine größere Anzahl von Meßwerten genommen werden muß.

Weiterhin ist ein Verfahren zur röntgenographischen Spannungsanalyse, insbesondere bei lokalen Spannungsverteilungen bekannt (DD-PS 259919), wobei der Prüfling zunächst mit einer Hauptspannungskomponente so justiert wird, daß der Drehwinkel $\varphi = 90^\circ$ ist. Anschließend wird ein spezieller Kippwinkel ermittelt und eingestellt. Aus dem registrierten Reflexionswinkel kann nun die Hauptspannungskomponente berechnet werden.

Dieses Verfahren setzt die Kenntnis der Lage mindestens einer Hauptspannungskomponente voraus. Es ist weiterhin nicht für die Ermittlung der Summe von Normalspannungen bei beliebiger Lage der Hauptspannungsachsen vorgesehen und geeignet. Des weiteren ist das Verfahren an bestimmte Kippwinkel gebunden, die ggf. unter der Voraussetzung grobkörniger Werkstoffe zu nicht auswertbaren Reflexionserscheinungen führen.

Ziel der Erfindung

Es ist Ziel der Erfindung, ein Verfahren zur Bestimmung von Summen von Normalspannungen mittels Röntgendiffraktion anzugeben, wobei in einem einfachen, leicht auswertenden und zu automatisierenden Meßzyklus Ungenauigkeiten und Meßfehler weitgehend vermieden sind.

Darlegung des Wesens der Erfindung

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren zur röntgendiffraktometrischen Bestimmung der Summe von Normalspannungen, die in einer Oberflächenebene bzw. in oberflächennahen Bereichen von Werkstücken bzw. Prüflingen liegen, welche aus Werkstoffen mit kristalliner oder teilkristalliner Struktur bestehen, insbesondere mit stark gestörter oder grobkristalliner Struktur der Oberflächenschicht, wobei der einer Art von Kristallgitterebenen zugeordnete Reflexionswinkel bei verschiedenen Drehwinkeln vermessen wird, zu schaffen, wobei zwecks Erfassung des gesamten unverfälschten Spannungszustandes im oberflächennahen Bereich alle Messungen des Reflexionswinkels bei einer konstanten, durch den Röntgenprimärstrahl angeregten Prüflingstiefe erfolgen.

Erfindungsgemäß wird das dadurch erreicht, daß der Reflexionswinkel bei konstantem Kippwinkel bei bestimmten Drehwinkeln gemessen wird, wobei letztere sich aus einer gleichen Teilung des Vollkreises des Drehwinkels in drei bzw. vier Teile (bzw. ganzzahlige Vielfache davon) ergeben, und anschließend aus den gemessenen Reflexionswinkeln das arithmetische Mittel gebildet wird, welches einen mittleren Wert der Kristallgitterdehnung bestimmt, aus dem sich nach bekannten Beziehungen der linearen Elastizitätstheorie die Summe der in der Oberfläche bzw. im oberflächennahen Bereich liegenden Normalspannungen

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = \frac{\bar{\epsilon}}{\frac{1}{2}s_2 \cdot \frac{1}{2}\sin^2\psi + s_1}$$

bestimmen läßt,

(wobei $\frac{1}{2}s_2$ und s_1 die bekannten röntgenographischen Elastizitätskonstanten sind).

Für den Fall des unbekannten Reflexionswinkels des spannungsfreien Zustandes wird zweckmäßigerweise die Summe der Normalspannungen aus der Differenz zweier mittlerer Werte der Kristallgitterdehnung bestimmt, wobei der erste mittlere Wert Kristallgitterdehnung aus einem ersten Meßzyklus mit einem ersten konstanten Kippwinkel, – bei dem ein erstes arithmetisches Mittel des Reflexionswinkels bestimmt wird – und der zweite mittlere Wert der Kristallgitterdehnung aus einem zweiten Meßzyklus mit einem zweiten konstanten Kippwinkel – bei dem ein zweites arithmetisches Mittel des Reflexionswinkels bestimmt wird – resultiert.

In einer zweckmäßigen Variante kann die Bildung des Mittels des Reflexionswinkels durch eine integrierende Messung über alle Drehwinkel erfolgen, indem Werkstück bzw. Prüfling während der Vermessung der Reflexionswinkel eine stetige vollständige Umdrehung ausführen.

Ausführungsbeispiel

Die Erfindung wird nachfolgend an zwei Ausführungsbeispielen näher erläutert.

1. Beispiel

Die Untersuchung wird an einem grobkristallinen Polykristall aus Nickel durchgeführt, dessen mittlere Korngröße metallographisch mit $22\text{ }\mu\text{m}$ bestimmt wurde.

Mit einem Zählrohrdiffraktometer ergibt sich unter Verwendung von $\text{CuK}\alpha_1$ -Strahlung bei Beugung an den (420)-Kristallgitterebenen im eigenspannungsfreien Zustand ein Wert für den Reflexionswinkel $\vartheta_0 = 77,837^\circ$.

Anschließend wird der Prüfling einer mechanischen Ermüdungsbeanspruchung (einachsige Belastung mit 300 Zug-Druck-Zyklen mit konstanter plastischer Dehnungsamplitude $\epsilon_p^* = 1,5 \times 10^{-3}$ und Entlastung nach maximalem Zug) unterzogen, wodurch sich im Prüfling ein Eigenspannungszustand einstellt, von dem die Summe der Normalspannungen in der Oberflächenebene $\sigma_{11} + \sigma_{22} = \sigma_{\varphi 0} + \sigma_{\varphi 0 + 90^\circ}$ bestimmt wird. Erfindungsgemäß wird wie folgt vorgegangen:

Die Bestimmung des Reflexionswinkel ϑ erfolgt mit einem Zählrohrdiffraktometer. Dabei wird der Prüfling aus der üblichen symmetrischen Reflexionsstellung um den Kippwinkel $\psi = 60^\circ$ verkippt und unter Verwendung der $\text{CuK}\alpha_1$ -Strahlung mit (420)-Reflex bei bestimmten Drehwinkeln φ der Reflexionswinkel ϑ vermessen.

Diese bestimmten Drehwinkel φ ergeben sich aus einer gleichen Teilung des Vollkreises des Drehwinkels φ in drei bzw. vier Teile. In einem ersten Fall wird von drei Teilen bei einem Ausgangsdrehwinkel $\varphi_0 = 0^\circ$ ausgegangen, d. h. der Reflexionswinkel ϑ wird jeweils in den Drehwinkelstellungen $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_0 + 120^\circ$, $\varphi_0 + 240^\circ$ vermessen. Aus den gemessenen Werten bildet man das arithmetische Mittel $\bar{\vartheta}$ des Reflexionswinkels

$$\bar{\vartheta} = \frac{\vartheta_{\varphi 0} + \vartheta_{\varphi 0 + 120^\circ} + \vartheta_{\varphi 0 + 240^\circ}}{3} \quad (1)$$

mit $77,844^\circ$. Dieses arithmetische Mittel $\bar{\vartheta}$ bestimmt infolge der Abhängigkeit

$$-\cot \vartheta_0 (\bar{\vartheta} - \vartheta_0) = \bar{\epsilon} \quad (2)$$

einen mittleren Wert der Kristallgitterdehnung $\bar{\epsilon}$, aus dem sich nach an sich bekannten Beziehungen der linearen Elastizitätstheorie die Summe der Normalspannungen bestimmen läßt:

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = \frac{\bar{\epsilon}}{\frac{1}{2}s_2 \cdot \frac{1}{2}\sin^2 \psi + s_1} \quad (3)$$

Dieser Wert wurde für den ersten Fall mit $-26,4\text{ N/mm}^2$ ermittelt. Dabei wurden die röntgenographischen Elastizitätskonstanten $\frac{1}{2}s_2$ und s_1 aus V. Hauk, E. Macherauch: „A useful Guide for X-Ray Stress Evaluation“, Adv. X-Ray Anal. Vol. 27 (1984) p. 93, zu

$$s_1 = -1,48 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$$

$$\frac{1}{2}s_2 = 6,61 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$$

übernommen.

Zum Nachweis, daß das erfindungsgemäße Verfahren auch für grobkristalline Prüflinge zur Bestimmung von Spannungen 1. Art (die über viele Kristallite mitteln und daher über makroskopische Prüflingsbereiche konstant sind) geeignet ist, werden mehrere Meßzyklen bei verschiedenen Werten für den Ausgangsdrehwinkel φ_0 und bei unterschiedlichen Drehwinkleinstellungen durchgeführt.

Dazu wird in einem zweiten Fall von einem Ausgangsdrehwinkel $\varphi_0 = 60^\circ$ bei gleichfalls drei Teilen des Vollkreises ausgegangen, wobei das arithmetische Mittel $\bar{\vartheta}$ des Reflexionswinkels mit $77,845^\circ$ bestimmt wird. Als Summe der Normalspannungen ermittelt man $-30,1\text{ N/mm}^2$.

In einem dritten Fall wird von einem Ausgangsdrehwinkel $\varphi_0 = 30^\circ$ und einer Teilung des Vollkreises in vier Teile ausgegangen, d. h. der Reflexionswinkel ϑ wird jeweils in den Drehwinkelstellungen $\varphi_0 = 30^\circ$, $\varphi_0 + 90^\circ$, $\varphi_0 + 180^\circ$, $\varphi_0 + 270^\circ$ vermessen, und das arithmetische Mittel des Reflexionswinkels mit $77,844^\circ$ bestimmt. Daraus ermittelt man die Summe der Normalspannungen mit $-26,4\text{ N/mm}^2$.

In einem vierten Fall wird bei einem Ausgangsdrehwinkel $\varphi_0 = 45^\circ$ und gleicher Teilung des Vollkreises in vier Teile des arithmetische Mittel $\bar{\vartheta}$ des Reflexionswinkels zu $77,844^\circ$ bestimmt, woraus die Normalspannungssumme von $-26,4\text{ N/mm}^2$ bestimmbar ist.

Vorstehende Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung.

2. Beispiel

Für den Fall, daß der Reflexionswinkel ϑ_0 des spannungsfreien Zustandes unbekannt ist, wird die Summe der Normalspannungen $\sigma_{11} + \sigma_{22}$ in Durchführung und Auswertung von zwei Meßzyklen bestimmt.

Ein erster Meßzyklus könnte beispielsweise dem Fall 1 des 1. Beispiels entsprechen, d. h. es werden unter einem ersten konstanten Kippwinkel $\psi_1 = 60^\circ$ die Reflexionswinkel ϑ bei den Drehwinkeln $\varphi_0 = 0^\circ, \varphi_0 + 120^\circ, \varphi_0 + 240^\circ$ vermessen und daraus ein erstes arithmetisches Mittel $\bar{\vartheta}_{\psi_1}$ des Reflexionswinkels bestimmt. Hieraus leitet sich ein erster mittlerer Wert der Kristallgitterdehnung $\bar{\epsilon}_{\psi_1}$

$$\bar{\epsilon}_{\psi_1} = \cot\left(\frac{\bar{\vartheta}_{\psi_1} + \bar{\vartheta}_{\psi_2}}{2}\right) \vartheta_0 - \cot\left(\frac{\bar{\vartheta}_{\psi_1} + \bar{\vartheta}_{\psi_2}}{2}\right) \bar{\vartheta}_{\psi_1} \quad (4)$$

ab, d. h. der unbekannte Reflexionswinkel ϑ_0 im Argument des Kotangens wird in guter Näherung durch den arithmetischen Mittelwert der arithmetischen Mittel $\bar{\vartheta}_{\psi_1}, \bar{\vartheta}_{\psi_2}$ der Reflexionswinkel beider Meßzyklen ersetzt.

In einem zweiten Meßzyklus wird anschließend ein zweiter konstanter Kippwinkel $\psi_2 = 30^\circ$ eingestellt und die Reflexionswinkel ϑ werden unter analogen Bedingungen gemessen. Hieraus bestimmt sich ein zweites arithmetisches Mittel $\bar{\vartheta}_{\psi_2}$ des Reflexionswinkels, woraus sich ein zweiter mittlerer Wert der Kristallgitterdehnung $\bar{\epsilon}_{\psi_2}$

$$\bar{\epsilon}_{\psi_2} = \cot\left(\frac{\bar{\vartheta}_{\psi_1} + \bar{\vartheta}_{\psi_2}}{2}\right) \vartheta_0 - \cot\left(\frac{\bar{\vartheta}_{\psi_1} + \bar{\vartheta}_{\psi_2}}{2}\right) \bar{\vartheta}_{\psi_2} \quad (5)$$

ableiten läßt.

Durch Bildung der Differenz beider mittlerer Werte der Kristallgitterdehnung $\bar{\epsilon}_{\psi_1}, \bar{\epsilon}_{\psi_2}$ läßt sich nun die Summe der Normalspannungen bestimmen:

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = \frac{\bar{\epsilon}_{\psi_1} - \bar{\epsilon}_{\psi_2}}{\frac{1}{2} s_2 \cdot \frac{1}{2} (\sin^2 \psi_1 - \sin^2 \psi_2)} \quad (6)$$

$$= \frac{-\cot\left[\frac{1}{2} (\bar{\vartheta}_{\psi_1} + \bar{\vartheta}_{\psi_2})\right] (\bar{\vartheta}_{\psi_1} - \bar{\vartheta}_{\psi_2})}{\frac{1}{2} s_2 \cdot \frac{1}{2} (\sin^2 \psi_1 - \sin^2 \psi_2)} \quad (7)$$

In einer vorteilhaften Ausführungsvariante des erfindungsgemäßen Verfahrens wird die Bildung des Mittels $\bar{\vartheta}$ des Reflexionswinkels durch eine integrierende Messung über alle Drehwinkel φ durchgeführt, indem Werkstück bzw. Prüfling während der Vermessung der Reflexionswinkel ϑ eine stetige vollständige Umdrehung ausführen.