

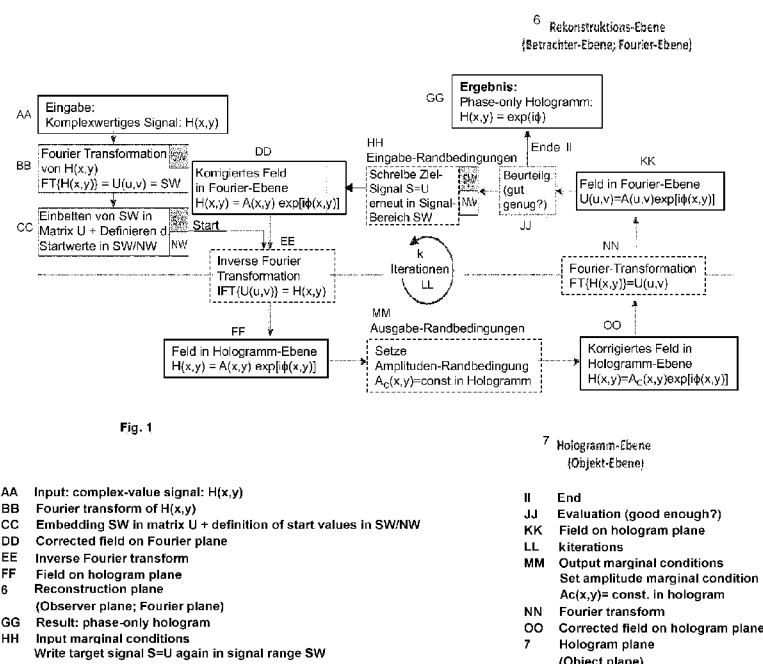


- (51) Internationale Patentklassifikation:
G03H 1/08 (2006.01) **G03H 1/32** (2006.01)
- (21) Internationales Aktenzeichen: PCT/EP2017/050929
- (22) Internationales Anmeldedatum:
18. Januar 2017 (18.01.2017)
- (25) Einreichungssprache: Deutsch
- (26) Veröffentlichungssprache: Deutsch
- (30) Angaben zur Priorität:
10 2016 100 793.5
19. Januar 2016 (19.01.2016) DE
- (71) Anmelder: **SEEREAL TECHNOLOGIES S.A.**
[LU/LU]; 6B, Parc d'Activités Syrdall Grand-Duchy of
Luxembourg, 5365 Luxembourg (LU).
- (72) Erfinder: **REICHEL, Stefan**; Zur Wanne 26/1, 88239
Wangen im Allgäu (DE). **LEISTER, Norbert**; Pirnaer
Landstr. 244, 01259 Dresden (DE). **FRAUNHOFER,**
Anne; Frankenstr. 15, 01309 Dresden (DE).
- (74) Anwalt: **HELBIG, Nicole**; SEEREAL TECHNOLOGIES
S.A., Sudhausweg 5, 01099 Dresden (DE).
- (81) Bestimmungsstaaten (soweit nicht anders angegeben, für
jede verfügbare nationale Schutzrechtsart): AE, AG, AL,
AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW,
BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK,
DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM,
GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JP, KE, KG, KH,
KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY,
MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA,
NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO,
RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV,
SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC,
VN, ZA, ZM, ZW.
- (84) Bestimmungsstaaten (soweit nicht anders angegeben, für
jede verfügbare regionale Schutzrechtsart): ARIPO (BW,
GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST,
SZ, TZ, UG, ZM, ZW), eurasisches (AM, AZ, BY, KG,
KZ, RU, TJ, TM), europäisches (AL, AT, BE, BG, CH,
CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE,
IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO,
RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM,
GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

[Fortsetzung auf der nächsten Seite]

(54) Title: METHOD AND DEVICE FOR ENCODING COMPLEX-VALUE SIGNALS FOR THE RECONSTRUCTION OF
THREE-DIMENSIONAL OBJECTS

(54) Bezeichnung : VERFAHREN UND VORRICHTUNG ZUR KODIERUNG VON KOMPLEXWERTIGEN SIGNALEN FÜR
DIE REKONSTRUKTION VON DREIDIMENSIONALEN OBJEKTEN



(57) Abstract: The invention relates to a method for encoding complex-value signals of a computer-generated hologram (CGH) in a phase-modulated optical element (3) for the reconstruction of a three-dimensional object (4) and also to a computer program product for encoding complex-value signals of a computer-generated hologram (CGH). The invention further relates to a holographic display (10) for the reconstruction of a three-dimensional object (4). The object of the invention is to reduce the encoding complexity of a complex-value spatial distribution by means of an iteration method on the basis of a phase-encoding, in order to display the resultant computer-generated hologram more rapidly, but with the same or improved reconstruction quality. In particular, the convergence during the iterative optimization should be accelerated. This is achieved by a method in which degrees of freedom of the hologram plane (7) in addition to the reconstruction plane (6) are used in order to optimize the iteration method to obtain a more rapid convergence and a maximization of the diffraction efficiency in the signal range (SW). This is also achieved by a corresponding

computer program product and a corresponding holographic display (10).

(57) Zusammenfassung:

[Fortsetzung auf der nächsten Seite]

**Veröffentlicht:**

- *ohne internationalen Recherchenbericht und erneut zu veröffentlichen nach Erhalt des Berichts (Regel 48 Absatz 2 Buchstabe g)*

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element (3) für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes (4), weiterhin ein Computerprogramm-Produkt zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) sowie ein holographisches Display (10) zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes (4). Aufgabe ist es, den Kodierungsaufwand einer komplexwertigen räumlichen Verteilung durch ein Iterationsverfahren auf der Grundlage einer Phasenkodierung zu verringern, um das daraus resultierende computergenerierte Hologramm schneller und bei gleichbleibender oder verbesserter Rekonstruktionsqualität darstellen zu können. Insbesondere soll die Konvergenz während der iterativen Optimierung beschleunigt werden. Dies wird erreicht durch ein Verfahren, in dem Freiheitsgrade der Hologramm-Ebene (7) wie auch der Rekonstruktions-Ebene (6) zur Optimierung des Iterationsverfahrens für eine schnelle Konvergenz und einer Maximierung der Beugungseffizienz im Signalbereich (SW) eingesetzt werden. Weiterhin wird dies erreicht durch ein entsprechendes Computerprogramm-Produkt sowie ein entsprechendes holographisches Display (10).

Verfahren und Vorrichtung zur Kodierung von komplexwertigen Signalen für die Rekonstruktion von dreidimensionalen Objekten

- Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes, in dem ein Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung des computergenerierten Hologramms (CGH) verwendet wird.
- Die Erfindung betrifft weiterhin ein Computerprogramm-Produkt zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element sowie ein holographisches Display zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes.
- Computergenerierte Hologramme (CGH) basieren auf dem Prinzip der Beugung einer hinreichend kohärenten elektromagnetischen Welle an den beugenden Strukturen des CGH und finden Einsatz in verschiedenen Bereichen wie beispielsweise Digitale Holographie, Holographische Bildgebung, Laserstrahlformung, maskenlose Lithographie sowie optische Messtechnik. Der Prozess der Beugung am Hologramm wird auch als Rekonstruktion bezeichnet. Ein gemeinsames Ziel in den genannten typischen Anwendungen ist es, ein gewünschtes Wellenfeld mit definierter Phasen- und Amplitudenverteilung durch Beugung eines einfallenden Wellenfeldes am CGH zu erzeugen.
- Die Beugung am Hologramm kann als Modulation der einfallenden Welle in die gewünschte austretende Welle aufgefasst werden. Wenn einfallende und ausfallende Welle bekannt sind, kann die ideal erforderliche komplexe Amplitude der Hologramm-Funktion $H_i(x,y)$ berechnet werden und in geeigneter Form hergestellt werden: in diesem Fall spricht man von einem computergenerierten bzw. synthetischen Hologramm.
- Der Berechnungsschritt der idealen Hologramm-Funktion wird auch als Hologramm-Synthese bezeichnet. In einem nachfolgenden Kodierungsschritt wird die komplexe Amplitude $H_i(x,y)$ der Hologramm-Funktion in eine Form überführt, welche durch die Charakteristik eines gegebenen Modulators, also seinem darstellbaren Wertebereich, realisiert werden kann. Bei diesem Kodierungsschritt, der auch als Encoding bzw. Hologramm-Repräsentation bezeichnet wird, wird die ideal erforderliche komplexe Amplitude der Hologramm-Funktion $H_i(x,y)$ in die real darstellbare Form $H_r(x,y)$ konvertiert.

Die aus dem Stand der Technik bekannten Hologramm-Repräsentations-Verfahren können in folgende zwei Kategorien eingeteilt werden: Bei einer direkten Repräsentation wird die einfallende Welle $U_0(x,y)$ direkt durch das CGH moduliert, so dass die Rekonstruktionswelle $U_R(x,y)$ direkt aus dem CGH austritt. Dies entspricht einer multiplikativen Modulation ausgedrückt in der Form $U_R(x,y) = U_0(x,y) H_r(x,y)$. Bekanntestes Beispiel dieser direkten Repräsentation ist das Kinoform-CGH.

Bei einer kodierten Repräsentation entspricht die Signalfunktion $H_r(x,y)$ des CGH nicht direkt $H_i(x,y)$ sondern ist über eine Kodierungsvorschrift miteinander verknüpft $H_r(x,y) = F[H_i(x,y)]$ wobei F die Kodierungsvorschrift ist.

Die verschiedenen kodierten Hologramm-Repräsentations-Verfahren haben gemeinsam, dass das Hologramm in verschiedene diskrete Auflösungs-Zellen, auch Makro-Pixel genannt, eingeteilt wird, welche wiederum in sogenannte Sub-Zellen, auch Sub-Pixel genannt, weiter unterteilt werden. Üblicherweise wird die komplexe Amplitude der Signalfunktion $H_i(x,y)$ in reine Amplituden- oder reine Phasenwerte zerlegt. Beispiele für diese indirekte oder kodierte Repräsentation sind detour-phase Hologramme oder double-phase Hologramme.

Gegenstand der vorliegenden Erfindung sind die zweitgenannten Hologramm-Repräsentations-Verfahren mit kodierter Wiedergabe der Signalfunktion, insbesondere die zeitoptimierte iterative Berechnung von Hologramm-Funktionen $H_r(x,y)$, welche durch reine Phasenwerte dargestellt werden können.

Die Erzeugung einer komplexwertigen Rekonstruktionswelle mit vorbestimmter Amplituden- und Phasenverteilung ist unter anderem für die holographische 3D- Bildgebung wichtig, da die Hologramm-Phase die Tiefeninformation der zu rekonstruierenden Szene beinhaltet, während über die Hologramm-Amplitude der Grauwert- oder Farbverlauf der Rekonstruktion bestimmt wird. Für die holographische 3D-Echtzeit-Bildgebung mit Hilfe vom holographischen Displays ist sowohl die echtzeitfähige Hologramm-Synthese als auch die spezifische Charakteristik des das computergenerierte Hologramm darstellenden optischen Elements, i.d.R. also des räumlichen Lichtmodulators (SLM) zu berücksichtigen, da dieses nicht nur Einfluss auf die Rekonstruktionsgüte, sondern auch auf den erforderlichen Rechenaufwand einer Kodierung hat.

Zudem sind beispielsweise handelsübliche räumliche Lichtmodulatoren (SLM) nicht geeignet, eine komplexwertige, voneinander unabhängige Amplituden- und

Phasenmodulation des einfallenden Wellenfeldes zu realisieren. Der aus dieser limitierten Operationskurve resultierende eingeschränkte Kodierungsbereich führt in der praktischen Anwendung des SLM zu einer verringerten Beugungseffizienz, erhöhtem Rauschen und komplementären Beugungsordnungen.

5

Ein Weg zum Kodieren von CGHs ist die Anwendung der üblichen Zwei-Phasenkodierung mit einem phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator (Phasen-SLM). Das Prinzip der Zwei-Phasenkodierung beruht auf der Tatsache, dass ein komplexer Wert durch zwei Phasenwerte mit komplexer Amplitude dargestellt werden kann. Jeder komplexe Wert mit der Phase ψ und der Amplitude a zwischen 0 und 1 wird daher als die Summe zweier komplexer Zahlen mit dem Betrag 1 und den Phasenwerten $\psi \pm \arccos a$ dargestellt. Es sind auch andere Möglichkeiten denkbar, mit denen ein Satz von komplexen Werten durch jeweils zwei oder mehr Phasenwerte pro komplexem Wert repräsentiert werden kann. Die Begriffe Zwei-Phasenkodierung und Phasenkodierung mit k Komponenten sind hier
10
15 allgemein zu verstehen.

Die Zwei-Phasenkodierung benutzt den Phasen-SLM (oder allgemeiner ein phasenmodulierendes optisches Element) zur Darstellung der Phasenwerte. Wenn man beide Phasenwerte an identischer Position im Phasen-SLM kodieren könnte, ließe sich mit einem auf diese Weise kodierten CGH eine fehlerfreie Rekonstruktion des dreidimensionalen Objektes erzielen. In der Praxis können die Phasenwerte aber nur in die zwei nebeneinander liegenden oder wahlweise auch übereinander liegenden steuerbaren Pixel des Phasen-SLMs (oder Bereichen des phasenmodulierenden optischen Elements) eingeschrieben werden und weisen somit einen örtlichen Versatz auf. Bei einer Kodierung mit mehr als zwei
20
25 Phasenwerten würden sich die Verhältnisse analog der Anzahl der Phasenwerte verhalten. Durch den Versatz entstehen Fehler bei der Rekonstruktion des CGHs. Eine Phasenkodierung hat aber Vorteile gegenüber der Kodierung eines Amplitudenhologramms auf einem Amplituden-SLM, und ist folglich dennoch Mittel der Wahl. Zur Nutzung der Vorteile der Zwei-Phasenkodierung sind jedoch Maßnahmen erforderlich, die eine
30 Verbesserung der Rekonstruktionsqualität bewirken. Das kann man dadurch erreichen, dass bei der CGH-Kodierung ein Iterationsverfahren verwendet wird.

Übliche Verfahren und Vorrichtungen zur Kodierung von komplexwertigen Signalen für die Rekonstruktion von dreidimensionalen Objekten durch reine Phasenwerte sind in den
35 Dokumenten DE 10 2006 003 741 B4 und US 2010/0271675 A1 der Anmelderin beschrieben.

Aus dem Stand der Technik sind verschiedene numerische Algorithmen zur Lösung inverser Probleme in der Optik bekannt. Am bekanntesten ist der iterative Fourier-Transformations-Algorithmus (IFTA), der beispielsweise angewendet wird, um aus bekannten Intensitätsverteilungen in einer Ebene senkrecht zur Lichtpropagationsrichtung auf die
5 Phasenverteilung an einer anderen Ebene zu schließen, die diese Intensitätsverteilung bewirkt. Der IFTA ist somit ein numerisches Verfahren bei dem eine Ziel- (oder Objektverteilung) als Datensatz gegeben ist und die gesuchte Objekt- (oder Zielverteilung) über einen Propagationsoperator ermittelt wird. Das Verfahren wird in Gerchberg, R. und Saxton, W.: „A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction
10 plane pictures“ Optik, 1972, 35, 237-246 beschrieben. Eine Übersicht über die daraus weiterentwickelten Techniken sind in Fienup, J. R.: „Phase retrieval algorithms: a comparison“ Appl. Opt., OSA, 1982, 21, 2758-2769 dargestellt.

Die aus dem Stand der Technik bekannten iterativen Kodierungsverfahren zur Darstellung
15 einer komplexwertigen Verteilung in eine reine Phasenverteilung haben den Nachteil, dass sie sehr langsam konvergieren, dadurch einen sehr hohen Rechenaufwand benötigen. Typischerweise werden 500 bis 1000 Iterationsschritte benötigt, bis eine Rekonstruktionsqualität mit einem Restfehler von kleiner als 1% erreicht ist. Dadurch ist eine Echtzeitdarstellung von iterativ optimierten, phasenkodierten CGH in holographischen 3D-
20 Displays heutzutage nur schwer möglich.

Der vorliegenden Erfindung liegt daher die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren und eine Vorrichtung der eingangs genannten Art anzugeben und weiterzubilden, durch welches die vorgenannten Probleme überwunden werden. Insbesondere soll der Kodierungsaufwand
25 einer komplexwertigen räumlichen Verteilung durch ein Iterationsverfahren auf der Grundlage einer Phasenkodierung verringert werden, um das daraus resultierende CGH auf einem phasenmodulierenden optischen Element, insbesondere auf einem phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator, schneller und bei gleichbleibender oder verbesserter Rekonstruktionsqualität darstellen zu können und ferner eine Echtzeitkodierung
30 von Hologrammen insbesondere für ihre Anwendung in holographischen 3D Displays zu entwickeln.

Es ist daher die konkrete Aufgabe der Erfindung, die Konvergenz während der iterativen Optimierung zu beschleunigen und dabei die Beugungseffizienz in einem Signalbereich zu
35 maximieren sowie die Anzahl der erforderlichen Iterationsschritte bis zum Erreichen eines geforderten Qualitätsmerkmals zu minimieren.

Die Aufgabe wird erfindungsgemäß durch ein Verfahren entsprechend der Lehre des Patentanspruchs 1 gelöst. Weitere vorteilhafte Ausgestaltungen der Erfindung gehen aus den Unteransprüchen hervor.

- 5 In einem Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes, wird ein Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung des computergenerierten Hologramms (CGH) verwendet, wobei zunächst durch Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes in einen
- 10 Signalbereich eines zweidimensionalen Periodizitätsintervalls in einer Betrachter-Ebene eine zweidimensionale Verteilung von komplexen Werten eines Wellenfeldes berechnet wird, die eine komplexwertige Sollwertverteilung bildet und die als Vergleichsbasis für eine iterative Berechnung der Steuerwerte der Kodierung dient, wobei das zweidimensionale Periodizitätsintervall den Signalbereich und einen Rauschbereich umfasst. Das
- 15 zweidimensionale Periodizitätsintervall ist dabei die laterale Ausdehnung einer Ordnung im Fernfeld eines gerasterten computergenerierten Hologramms.

Die Formulierung, dass durch Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes in einen Signalbereich eines zweidimensionalen Periodizitätsintervalls in einer Betrachter-Ebene eine zweidimensionale Verteilung von komplexen Werten eines

20 Wellenfeldes berechnet wird, beinhaltet im Sinne dieser Erfindung und Beschreibung unter anderem auch das folgende Vorgehen:

- Ein dreidimensionales Objekt wird in Objektpunkte zerlegt. Für jeden Objektpunkt wird in einer Hologrammebene ein Sub-Hologramm berechnet. Die Sub-Hologramme der einzelnen Objektpunkte werden zu einem komplexwertigen Summenhologramm aufaddiert. Es wird
- 25 eine Transformation des komplexwertigen Summenhologramms von einer Hologrammebene in den Signalbereich einer Betrachter-Ebene durchgeführt. Das Resultat dieser Transformation bildet dann die komplexe Sollwertverteilung im Signalbereich.

Alternativ beinhaltet die obige Formulierung unter anderem auch das folgende Vorgehen:

- 30 Ein dreidimensionales Objekt wird in Schnittebenen zerlegt und Objektpunkte werden jeweils einer Schnittebene zugeordnet. Es erfolgt eine Transformation von den jeweiligen Schnittebenen in den Signalbereich in einer Betrachter-Ebene. Im Signalbereich werden die Transformatierten der einzelnen Schnittebenen aufsummiert. Die Summe der Transformatierten aller Schnittebenen ergibt dann im Signalbereich eine komplexwertige Sollwertverteilung.
- 35 Allgemein ist die Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes in einen Signalbereich aber nicht auf diese beiden konkreten Ausführungsformen beschränkt, sondern kann auch auf andere Weise erfolgen.

Ein hierfür verwendbares phasenmodulierendes optisches Element ist beispielsweise ein phasenmodulierender räumlicher Lichtmodulator oder ein diffraktives Phasenelement. Es ist ortsauflösend kodierbar. Vorzugsweise weist es eine Pixelstruktur auf. Eine feste bzw. abgegrenzte Pixelstruktur ist jedoch nicht unumgänglich: Es ist auch möglich, ein phasenmodulierendes optisches Element zu nutzen, in dem größenveränderliche Bereiche des phasenmodulierenden optischen Elements - und damit variable diskrete Auflösungs-Zellen - kodiert werden können.

Ein solches phasenmodulierendes optisches Element kann beispielsweise Teil eines optischen Systems eines holographischen Displays sein.

Als Transformationsalgorithmus kann vorzugsweise der Fourier-Transformationsalgorithmus genutzt werden. Aber auch andere Transformationsalgorithmen zur iterativen Berechnung eines computergenerierten Hologramms sind möglich, wie beispielsweise die Fresnel-Transformation oder die Laplace-Transformation.

Die zu kodierenden komplexwertigen Signale stellen komplexwertige räumliche Verteilungen dar, also insbesondere ein komplexwertige elektromagnetische Wellenverteilung $U(x,y,z) = A(x,y) \exp[i\phi(x,y,z)]$, welche durch ihre Amplitudenverteilung $A(x,y,z)$ und Phasenverteilung $\phi(x,y,z)$ beschreibbar ist.

Die Betrachter-Ebene, in die Objektdatensätze des dreidimensionalen Objektes transformiert werden, wird auch Rekonstruktionsebene genannt, bei Verwendung des Fourier-Transformationsalgorithmus handelt es sich um die Fourier-Ebene.

Nach dieser ersten Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes wird hernach in einer numerischen Iteration in sich wiederholenden Iterationsschritten durch inverse Transformation der komplexwertigen Sollwertverteilung des Signalbereichs einer komplexwertigen Istwert-Verteilung des Rauschbereichs des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls der Betrachter-Ebene in eine Hologramm-Ebene des phasenmodulierenden optischen Elements eine transformierte komplexwertige Verteilung aus Amplitudenwerten und Phasenwerten ermittelt. Bei Einsatz der Fourier-Transformation wird hier also mit der inversen Fourier-Transformation der Verteilungen gearbeitet.

Aus der transformierten komplexwertigen Verteilung aus Amplitudenwerten und Phasenwerten wird eine Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements bestimmt. Durch Transformation dieser Verteilung von Phasenwerten in das zweidimensionale Periodizitätsintervall der Betrachter-

Ebene wird wiederum eine komplexwertige Istwert-Verteilung ermittelt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist.

Die komplexwertige Istwert-Verteilung wird dabei durch die Transformation – also
5 beispielsweise durch Fourier-Transformation - der Verteilung von Phasenwerten in das gesamte zweidimensionale Periodizitätsintervall der Betrachter-Ebene ermittelt, also gleichermaßen in den Signalbereich wie auch in den Rauschbereich.

In der Verteilung von Phasenwerten, die als Steuerwerte der Kodierung des
10 phasenmodulierenden optischen Elements bestimmt werden, sind für jeden komplexen Wert mindestens zwei Phasenwerte vorgesehen.

Schließlich wird das phasenmodulierende optische Element, also beispielsweise einen
15 phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator, mit der zuletzt ermittelten Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte kodiert.

Im erfindungsgemäßen Verfahren werden nun Freiheitsgrade zur Optimierung des
Iterationsverfahrens, also des Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung des computergenerierten Hologramms, im Sinne einer schnellen Konvergenz und einer
20 Maximierung der Beugungseffizienz im Signalbereich ausgenutzt.

Das erfindungsgemäße Verfahren ist insbesondere dadurch gekennzeichnet, dass aus der statistischen Verteilung von Amplitudenwerten des zu kodierenden computergenerierten Hologramms ein geeigneter Amplitudenwert $A(k)$ ermittelt wird, der die Amplituden-
25 Randbedingung am Sinne einer besseren Konvergenz während der numerischen Iteration vorgibt.

Der Amplitudenwert der Amplituden-Randbedingung kann konstant über alle Iterationsschritte oder aber zwischen zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten dynamisch variabel, d.h. $A(k) \neq A(k+1)$, sein.

30 Ist der Amplitudenwert konstant, muss er also nicht zwingend 1 sein. Die Amplituden-Randbedingung ist erfüllt, wenn die Amplitude einen positiven Amplituden-Wert $0 \leq A(k) \leq 1$ annimmt. Die Amplituden-Randbedingung ist dabei eine Randbedingung in der Hologramm-Ebene, die auch Objektebene genannt wird.

35 Das erfindungsgemäße Verfahren ist weiterhin bzw. alternativ dadurch gekennzeichnet, dass mindestens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler, also

Apodisation, des Signalbereichs (signal window, SW), der auch Betrachter-Fenster genannt wird und in dem das komplexwertige Signal fehlerminimiert wiedergegeben wird, so angepasst wird, dass der Rauschbereich (noise window, NW) des Periodizitätsintervalls im Vergleich zum Signalbereich vergrößert wird. Die hier genannten Randbedingungen sind
5 also Randbedingungen in der Rekonstruktionsebene bzw. Betrachter-Ebene.

Der Signalbereich ist der Teilbereich des Periodizitätsintervalls in der Betrachter-Ebene, von dem aus die holographische Rekonstruktion beobachtet werden kann, da sie hier fehlerminimiert wiedergegeben wird. Der übrige Teil des Periodizitätsintervalls ist, wie schon
10 beschrieben, der Rauschbereich, in dem eine Beobachtung der holographischen Rekonstruktion unsinnig wäre, der aber vorteilhaft zur schnellen Konvergenz des iterativen Verfahrens beitragen kann.

Bei einer Kombination von zwei Phasenpixeln eines phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulators, beispielsweise zu einem Makro-Pixel, ist der Signalbereich genau halb so
15 groß wie das Periodizitätsintervall in der Betrachter-Ebene. Werden vier Phasenpixel zu einem Makro-Pixel kombiniert, ist der Signalbereich nur ein Viertel so groß wie das Periodizitätsintervall in der Betrachter-Ebene.

Die Größe, Form und Position des Signalbereichs ist jedoch frei wählbar, wenn nicht von
20 einer Anzahl der zu kombinierenden Phasenpixel in der Objektebene ausgegangen wird. Die Konvergenz des Iterationsverfahrens wird grundsätzlich für einen größer gewählten Rauschbereich verbessert. Beispielsweise können die Ecken des Signalbereichs abgerundet werden, wenn berücksichtigt wird, dass eine kreisförmige Pupille vorliegt, welche sich
25 innerhalb des Signalbereichs soweit bewegen darf, bis sie mit ihren Rand an den Rand des Signalbereichs stößt. Der so gewonnene Flächenanteil kann zur Vergrößerung des Rauschbereichs genutzt werden, um die Konvergenz zu beschleunigen.

Der relative Flächenanteil zwischen Signalbereich und zweidimensionalen
30 Periodizitätsintervall $R=A_S/A_P$ kann also im Sinne der Erfindung einen reellen positiven Zahlenwert annehmen $\{R \in \mathbb{R} \mid R > 0\}$ und muss nicht zwangsweise rational positiv sein, wie es bei der Kombination einer ganzzahligen Anzahl von Sub-Pixeln zu einem Makro-Pixel der Fall ist.

Es wird also nicht, wie sonst üblich, festgelegt, wie viele Sub-Pixel des computergenerierten Hologramms in der Hologramm-Ebene zu einem Makro-Pixel zusammengefasst werden,

stattdessen wird Größe, Form, Position Gewichtungsfiler, etc. des Signalbereichs im Periodizitätsintervall der Betrachter-Ebene vorgegeben.

Die Kombination der beiden Parameterfamilien, also der Anpassung der Amplituden-Randbedingung in der Hologramm-Ebene und der Anpassung der Randbedingungen in der Betrachter-Ebene ist vorteilhaft. Allerdings können die beiden Arten der Anpassung von Iterationsparametern auch separat zur Optimierung des Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung eingesetzt werden.

- 10 Vorteilhafterweise wird in einem ersten Iterationsschritt eine komplexwertige Startverteilung im Rauschbereich gewählt.

- Es ist aber auch vorteilhaft möglich, eine Startverteilung von Phasenwerten des phasenmodulierenden optischen Elementes zu wählen, und in einem ersten Iterationsschritt durch Transformation dieser Verteilung von Phasenwerten in das zweidimensionale Periodizitätsintervall der Betrachter-Ebene eine komplexwertige Istwert-Verteilung zu ermitteln.

- Hierfür können für eine Sequenz von computergenerierten Hologrammen (CGH) als komplexwertige Startverteilung im Rauschbereich oder als Startverteilung von Phasenwerten des phasenmodulierenden optischen Elementes für ein computergeneriertes Hologramm aus der Sequenz die Istwerte aus dem letzten Iterationsschritt bei dem vorangegangenen computergenerierten Hologramm aus der Sequenz verwendet werden.

- 25 Eine vorteilhafte Konvergenz der iterativen Optimierung des zu kodierenden computergenerierten Hologramms wird in einem erfindungsgemäßen Verfahren erreicht, wenn aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Amplitudenwerte des zu kodierenden computergenerierten Hologramms ein Erwartungswert zur Nutzung als Amplituden-Randbedingung während der numerischen Iteration zur Optimierung des zu kodierenden computergenerierten Hologramms bestimmt wird.

- So kann beispielsweise bei Hologrammen mit einer zirkular-symmetrischen komplexwertigen Verteilung in einfacher Weise der Mittelwert der nominalen Amplitudenwerte als Amplituden-Randbedingung festgelegt werden. In diesem Fall entspricht der Mittelwert aller Amplitudenwerte dem Erwartungswert einer Rayleigh-Verteilung.

Wird in einem erfindungsgemäßen Verfahren eine Fourier-Transformation als Transformationsalgorithmus eingesetzt, dann kann der Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung vorteilhaft k Iterationsschritte wie folgt durchlaufen:

- 5 (1) Anwenden der inversen Fourier-Transformation auf eine Matrix $U(u,v,k)$ zur Berechnung der komplexen Amplitude in der Hologramm-Ebene d.h. $IFT\{U(u,v,k)\}=H(x,y,k)=A(x,y,k)\exp[i\phi(x,y,k)],$
- (2) Definition der Amplituden-Randbedingung in der Hologramm-Ebene, also ein Festsetzen der Ausgabe-Randbedingungen in der Hologramm-Ebene, $A_c(x,y,k)\leq 1,$ wobei der Amplitudenwert der Amplituden-Randbedingung ggf. über alle k
10 Iterationsschritte konstant sein kann.
- (3) Anwenden der Fourier-Transformation auf die korrigierte Hologramm-Funktion $FT\{A_c(x,y,k)\exp[i\phi(x,y,k)]\}=U(u,v,k)$ zur Berechnung einer Istwert-Verteilung, also Berechnung des Wellenfeldes, in der Betrachter-Ebene, hier auch Fourier-Ebene
15 genannt, und Beurteilung der Signalqualität mittels eines Gütekriteriums, beispielsweise des Signal-Rauschverhältnisses (SNR), zwischen der Istwert-Verteilung und der Sollwertverteilung im Signalbereich zum Vergleich mit dem Abbruchkriterium. Bei der Beurteilung der Signalqualität wird also zwischen einem aktuellem und einem nominellen komplexwertigen Feld verglichen, wobei letzterer auch Signal-Zielfunktion genannt wird.
- 20 (4) Festsetzen von Eingabe-Randbedingungen in der Betrachter-Ebene, durch ein erneutes Einschreiben der komplexwertigen Sollwertverteilung, also der Signal-Zielfunktion in den Signalbereich des Periodizitätsintervalls, also der Matrix $U: S(u,v)\rightarrow U(u,v,k),$ solange das Abbruchkriterium nicht erfüllt ist. Für den Rauschbereich wird hingegen die im vorangegangenen Iterationsschritt ermittelte
25 Istwert-Verteilung verwendet.

Bevorzugt wird in einem erfindungsgemäßen Verfahren als Gütekriterium für die komplexwertigen Verteilungen die folgende Definition des Signal-Rauschverhältnisses:

$$SNR = \frac{\iint_D |S_n(u,v)|^2 du dv}{\iint_D |S_n(u,v) - \beta S_r(u,v)|^2 du dv}$$

30 mit

$$\beta = \frac{\iint_D \operatorname{Re}\{S_n(u,v) \cdot S_r(u,v)\} du dv}{\iint_D |S_r(u,v)|^2 du dv}$$

verwendet, wobei S_n die Sollwertverteilung, also das nominelle Signal im Signalbereich, S_r die Istwert-Verteilung, also das aktuelle zu bewertende Signal im Signalbereich ist und die Integration über die Fläche D erfolgt. Bevorzugt entspricht dabei die Fläche D dem Signalbereich SW.

- 5 Im Fall einer Matrix von Werten u_i, v_k kann dabei das Integral auch in der üblichen Weise durch eine Doppelsumme ersetzt werden.

$$\text{SNR} = \frac{\sum_{i,k} |S_n(u_i, v_k)|^2}{\sum_{i,k} |S_n(u_i, v_k) - \beta S_r(u_i, v_k)|^2}$$

mit

$$\beta = \frac{\sum_{i,k} \text{Re}\{S_n(u_i, v_k) \cdot S_r(u_i, v_k)\}}{\sum_{i,k} |S_r(u_i, v_k)|^2}$$

und die Summen i,k über alle Werte im Signalbereich SW gebildet werden.

10

Vorteilhafterweise kann bei dem erfindungsgemäßen Verfahren in wenigstens einem Iterationsschritt die Bestimmung einer Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements aus der transformierten komplexwertigen Verteilung von Amplitudenwerten und Phasenwerten wie folgt durchgeführt werden:

15

- (1) Bestimmung eines Fehlers für jeden Wert der komplexwertigen Verteilung von Amplitudenwerten und Phasenwerten
- (2) Addieren dieses Fehlers mit einem Error-Diffusion-Verfahren gewichtet zu den benachbarten komplexen Werten, so dass eine geänderte komplexwertige Verteilung
- 20 resultiert
- (3) Setzen der Amplituden der so geänderten komplexwertigen Verteilung auf einen konstanten Wert.

20

Weiterhin bevorzugt ist ein Verfahren in dem der Gleichanteil-Spot im zweidimensionalen Periodizitätsintervall außerhalb des Signalbereichs angeordnet ist. Ein Gleichanteil-Spot kann beispielsweise entstehen, wenn ein Anteil des einfallenden Lichtes aufgrund nicht hinreichender Kohärenz nicht moduliert wird oder wenn der Lichtmodulator systematische Abweichungen von der gewünschten Modulation aufweist, beispielsweise einen Offset der Amplitudenwerte. Weist das optische System ein fokussierendes Mittel auf, so wird das nicht

30 modulierte Licht oder systematisch falsch modulierte Licht in der Betrachterebene in einen Spot fokussiert.

30

Vorteilhaft umfasst das zu kodierende computergenierte Hologramm des erfindungsgemäßen Verfahrens ein single-parallax Hologramm oder ein full-parallax Hologramm, d.h. ein 1D- oder 2D-Hologramm. Während ein single-parallax Hologramm leichter und schneller zu berechnen ist, erlaubt ein full-parallax Hologramm eine Bewegung
5 eines Betrachters in verschiedenen Richtungen.

Weiterhin vorteilhaft ist ein erfindungsgemäßes Verfahren in dem der Signalbereich zusätzlich derart gewichtet ist, dass in seiner Mitte das komplexwertige Signal bestmöglich vorliegt und zu seinem Rand in seiner Güte abfällt. Als weiterer Freiheitsgrad der iterativen
10 Optimierung dient also ein über den Signalbereich definierter Gewichtungsfiler, der die Güte des Signals innerhalb des Signalbereichs definiert.

Die Gütebeurteilung des in den Iterationsschritten rekonstruierten Signals kann durch eine Gewichtung mit zweidimensionalen Apodisations-Funktionen erfolgen. Alternativ kann ein
15 Güteabfall zum Rand des Signalbereichs auch realisiert werden, indem zum Rand hin zunehmend einzelne Rauschpixel in den eigentlichen Signalbereich eingefügt werden, also ein gradueller Übergang in den Rauschbereich geschaffen wird.

In einer besonderen Ausführung des erfindungsgemäßen Verfahrens, bei dem ein farbiges
20 computergeneriertes Hologramm (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes kodiert wird, erfolgt die Berechnung der Phasenwerte mittels numerischer Iteration für das Kodieren des farbigen computergenerierten Hologramms für jede Grundfarbe, also Rot, Grün und Blau, separat in Teilhologrammen, die zu dem farbigen computergenerierten Hologramm zusammengesetzt
25 werden.

Das phasenmodulierende optische Element kann dabei beispielsweise ein phasenmodulierender räumlicher Lichtmodulator oder ein diffraktives Phasenelement sein, wobei das phasenmodulierende optische Element in einem holographischen Display
30 enthalten sein kann.

In einem phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator ist ein farbiges computergeneriertes Hologramm beispielsweise darstellbar durch Sub-Pixel für jede Grundfarbe oder aber in zeitlich aufeinanderfolgender Anzeige von Teilhologrammen jeder
35 Grundfarbe.

Um beide Augen eines Betrachter entsprechend versorgen zu können, wird in einem besonders bevorzugten erfindungsgemäßen Verfahren durch Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes in einen ersten Signalbereich eines ersten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls einer Betrachter-Ebene, das einen ersten
5 Signalbereich und einen ersten Rauschbereich enthält, und in einen zweiten Signalbereich eines zweiten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls der Betrachter-Ebene, das einen zweiten Signalbereich und einen zweiten Rauschbereich enthält, eine zweidimensionale Verteilung von komplexen Werten eines Wellenfeldes berechnet. Die iterative Berechnung der Steuerwerte der Kodierung des räumlichen Lichtmodulators erfolgt für beide
10 zweidimensionalen Periodizitätsintervalle.

Der erste Signalbereich des ersten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls ist dabei für das erste Auge eines Betrachters und der zweite Signalbereich des zweiten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls für das zweite Auge eines Betrachters vorgesehen. Auch ist es
15 natürlich möglich, weitere Periodizitätsintervalle für weitere Betrachter zu schaffen.

Wenigstens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler des Signalbereichs (SW) des Periodizitätsintervalls (5) kann vorteilhaft im Verlauf der sich wiederholenden Iterationsschritte verändert werden.

20

Bevorzugt kann zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element das computergenerierte Hologramm (CGH) in Cluster unterteilt werden. Die Bestimmung einer Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen
25 Elements kann für jedes Cluster einzeln durchgeführt werden.

Die Größe der Cluster kann derart bestimmt werden, dass sie im Wesentlichen mit der typischen oder mit der maximalen Größe eines Sub-Hologramms im computergenerierten Hologramm (CGH) übereinstimmt.

30

Wenigstens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler des Signalbereichs des Periodizitätsintervalls für die einzelnen Cluster kann hierfür unterschiedlich gewählt werden.

35 Zusammengefasst wird die Aufgabe also durch ein Verfahren gelöst, bei dem die zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade des Iterationsverfahrens optimal an das

Kodierungsproblem sowie an spezifische Gegebenheiten der Rekonstruktionsgeometrie angepasst werden.

Ausgangspunkt dieses erfindungsgemäßen iterativen Kodierungsverfahrens ist eine komplexwertige, zweidimensionale Verteilung eines Wellenfeldes, welche durch eine schnellkonvergierende iterative Optimierung in eine zweidimensionale Phasenverteilung derart überführt wird, dass eine fehlerminimierte Rekonstruktion des originären Wellenfeldes ermöglicht wird.

In vorrichtungsmäßiger Hinsicht wird die eingangs genannte Aufgabe einerseits durch ein Computerprogramm-Produkt gelöst, das eingerichtet ist, ein erfindungsgemäßes Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes auszuführen.

15

Das Computerprogramm-Produkt kann Teil einer Steuereinheit sein, mit dem ein phasenmodulierendes optisches Element, beispielsweise eines holographischen Displays, gemäß dem erfindungsgemäßen Verfahren kodiert werden kann. Das Computerprogramm-Produkt kann jedoch auch auf einem Datenträger gespeichert sein, oder über eine Kommunikationsverbindung durch eine Steuereinheit, mit der ein phasenmodulierendes optisches Element gemäß dem erfindungsgemäßen Verfahren kodiert werden kann, von einem externen Speichermedium abgerufen werden.

20

In vorrichtungsmäßiger Hinsicht wird die eingangs genannte Aufgabe weiterhin durch ein holographisches Display zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes gelöst, das ein optisches System umfasst, das eine Lichtquelle zur Bereitstellung von hinreichend kohärentem Licht, eine Transformationsoptik und ein phasenmodulierendes optisches Element mit einer Hologramm-Ebene enthält, und weiterhin eine Steuereinheit umfasst, die eingerichtet ist zur Berechnung der Kodierung eines computergenerierten Hologramms des dreidimensionalen Objektes und zur Bereitstellung der entsprechenden Steuersignale für das optische System, insbesondere für das phasenmodulierende optische Element.

25

30

Die Transformationsoptik kann insbesondere eine Transformationslinse oder ein Transformationslinsensystem enthalten. Ein phasenmodulierendes optisches Element kann beispielsweise durch einen phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator oder ein diffraktives Phasenelement dargestellt sein. Es dient zum Anzeigen eines computergenerierten Hologramm (CGH).

35

Die Rekonstruktion des dreidimensionalen Objektes ist dabei in einem Signalbereich eines zweidimensionalen Periodizitätsintervalls einer Betrachter-Ebene sichtbar. Dabei ist das rekonstruierte dreidimensionale Objekt vorzugsweise zwischen der Betrachter-Ebene und der Hologramm-Ebene und/oder hinter der Hologramm-Ebene darstellbar. Ausdrücklich können sich also Teile des dreidimensionalen Objekts zwischen der Betrachter-Ebene und der Hologramm-Ebene und andere Teile des dreidimensionalen Objekts von der Betrachter-Ebene aus gesehen hinter der Hologramm-Ebene befinden.

- 10 Die Steuereinheit umfasst vorzugsweise einen Prozessor zum Bereitstellen von Steuersignalen für das Kodieren und Mittel zum Rekonstruieren eines dreidimensionalen Objektes. Insbesondere ist er eingerichtet, das oben beschriebene Verfahren durchzuführen.

- 15 Erfindungsgemäß ist die Steuereinheit weiterhin eingerichtet, ein erfindungsgemäßes Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes auszuführen.

Hierzu kann die Steuereinheit weitere Mittel enthalten. Insbesondere sind diese Mittel:

- 20 – Selektiermittel zum Bereitstellen von Objektdatensätzen eines dreidimensionalen Objektes, zum Festlegen eines Transformationsbereiches für die iterative Berechnung und zum Aufsummieren der komplexen Werte der Transformationen der Objektdatensätze im Transformationsbereich
- Transformationsmittel zum Ausführen der Transformationen zwischen den Objektebenen und der Betrachter-Ebene bzw. der Ebene des phasenmodulierenden optischen Elements und der Betrachter-Ebene und zum Berechnen der Kodierung des computergenerierten Hologramms
- 25 – Vergleichsmittel zum Ermitteln der Abweichungen zwischen der komplexwertigen Soll- und Istwert-Verteilung im Signalbereich und zum Signalisieren des Abbruchs der Iterationsschritte bei Erreichen des definierten Abbruchkriteriums und
- 30 – Rekonstruktionsmittel zum Durchführen der Rekonstruktion des kodierten computergenerierten Hologramms.

- Vorzugsweise enthält das erfindungsgemäße holographische Display als
- 35 phasenmodulierendes optisches Element einen räumlichen Lichtmodulator, insbesondere einen phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator (Phasen-SLM). Der phasenmodulierende räumliche Lichtmodulator enthält die Hologramm-Ebene des zu

kodierenden computergenerierten Hologramms und kann die Phase der einfallenden Welle über einen Wertebereich von 2π modulieren. Durch Beugung von hinreichend kohärentem Licht an den steuerbaren Pixeln des Lichtmodulators werden die kodierten Informationen des dreidimensionalen Objektes holographisch rekonstruiert.

5

Insbesondere kann das erfindungsgemäße holographische Display einen Filter, beispielsweise einen Raumfilter, zur Durchführung einer Filterung zwischen Signalbereich und Rauschbereich enthalten. Es ist damit möglich, eine räumliche Trennung von Störlicht bzw. Rauschen und gewünschtem Signal auf einfache Art und Weise zu realisieren.

10

Für das Kodieren eines farbigen computergenerierten Hologramms enthält eine bevorzugte Ausführungsform des erfindungsgemäßen holographischen Displays im phasenmodulierenden optischen Element Sub-Pixel zur Kodierung von Teilhologrammen für jede Grundfarbe, also Rot, Grün und Blau. In einem phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulator sind hierfür ggf. Pixel größenveränderlich in Sub-Pixel aufteilbar oder aber es sind allgemein Bereiche des phasenmodulierenden optischen Elements als Pixel oder Sub-Pixel definierbar.

15

Alternativ ist eine bevorzugte Ausführungsform des erfindungsgemäßen holographischen Displays eingerichtet, Teilhologramme jeder Grundfarbe zeitlich aufeinanderfolgend anzuzeigen.

20

Das Farbhologramm wird dann aus den Teilhologrammen für die verschiedenen Grundfarben zusammengesetzt. Unter einem Teilhologramm ist hier also ein jeweils einfarbiges computergeneriertes Hologramm des dreidimensionalen Objektes zu verstehen. Die iterative Optimierung der Phasenwerte als Steuerwerte für das phasenmodulierende optische Element erfolgt hier für jede Grundfarbe separat.

25

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, die Lehre der vorliegenden Erfindung in vorteilhafter Weise auszugestalten und/oder die oben beschriebenen Ausführungsformen miteinander zu kombinieren. Dazu ist einerseits auf die den nebengeordneten Patentansprüchen nachgeordneten Patentansprüche und andererseits auf die nachfolgende Erläuterung der bevorzugten Ausführungsbeispiele der Erfindung anhand der Zeichnungen zu verweisen, in denen auch im Allgemeinen bevorzugte Ausgestaltungen der Lehre erläutert werden.

30

35

Dabei zeigt:

- Fig. 1 eine schematische Darstellung eines erfindungsgemäßen Verfahrens zur Kodierung von komplexwertigen Signalen in einen Lichtmodulator eines holographischen Displays für die Rekonstruktion von dreidimensionalen Objekten;
- 5
- Fig. 2a eine typische statistische Verteilung einer zu kodierenden bis Fig. 2c komplexwertigen Signalverteilung eines Hologramms in der komplexen Ebene (Fig. 2a), sowie ihres Realteils (Fig. 2b) und ihres Imaginärteils (Fig. 2c);
- 10
- Fig. 3a eine typische statistische Verteilung einer zu kodierenden bis Fig. 3c komplexwertigen Signalverteilung eines Hologramms, dargestellt als Häufigkeitsverteilung ihrer Amplitudenwerte (Fig. 3a) und ihrer Phasenwerte (Fig. 3b) sowie eine an die Amplitudenverteilung approximierte, also eine
- 15 gefittete Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Fig. 3c);
- Fig. 4 einen Vergleich des Simulationsergebnisses des erfindungsgemäßen Verfahrens (Fig. 4b) zum Verfahren nach dem Stand der Technik (Fig. 4a) für eine Anpassung des Amplitudenwertes in der Hologramm-Ebene
- 20
- Fig. 5a verschiedene Möglichkeiten der Einteilung eines bis Fig. 5h Periodizitätsintervalls in einen Signalbereich und einen Rauschbereich;
- Fig. 6a Varianten von Signalbereichen, die bzgl. ihrer Form, 25 und Fig. 6b Größe und Position an die Rekonstruktionsgeometrie angepasst sind;
- Fig. 7 einen Vergleich des Simulationsergebnisses des erfindungsgemäßen Verfahrens bei einer deutlichen Verkleinerung des Signalbereichs (Fig. 7b, 7b') zu einer nur geringfügigen Anpassung des Signalbereichs (Fig. 7a, 7a') in 30 der Fourier-Ebene
- Fig. 8 eine schematische Darstellung eines alternativen Kodierungsverfahren
- Fig. 9 eine schematische Darstellung zur Ausgestaltung des Signalbereichs 35
- Fig. 10 eine alternative Ausgestaltung der Signalbereiche für die einzelnen Cluster

- Fig. 11 eine schematische Darstellung eines indirekten Kodierungsverfahrens
- Fig. 12a ein Beispiel eines dreidimensionalen Objektes, das für
bis 12e Simulationen des erfindungsgemäßen Verfahrens genutzt wird
- 5 Fig. 13 ein erfindungsgemäßes holographisches Display zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes.

Die Fig. 1 zeigt eine schematische Darstellung eines erfindungsgemäßen Verfahrens zur
10 Kodierung von komplexwertigen Signalen in ein phasenmodulierbares optisches Element 3,
das hier durch einen phasenmodulierbaren räumlichen Lichtmodulator gebildet wird, und das
in einem holographischen Display für die Rekonstruktion von dreidimensionalen Objekten 4
eingesetzt wird. In diesem Fall wird ein angepasster iterativer Fourier-Transformations-
Algorithmus (IFTA) zwischen Rekonstruktions-Ebene 6 (die hier auch Fourier-Ebene genannt
15 wird) und Hologramm-Ebene 7 mit sich wiederholenden Iterationsschritten verwendet.

Ausgangspunkt dieses iterativen Kodierungsverfahrens ist eine komplexwertige,
zweidimensionale Verteilung eines Wellenfeldes, welches durch das Iterationsverfahren in
eine zweidimensionale Phasenverteilung derart überführt werden soll, dass eine
20 fehlerminimierte Rekonstruktion des originären Wellenfeldes in einem Signalbereich SW, der
auch Betrachter-Fenster genannt wird, ermöglicht wird.

Die komplexwertige, zweidimensionale Verteilung eines Wellenfeldes sei als nominale
komplexwertige Hologramm-Signalfunktion $H_i(x,y)$ bezeichnet. Bevor das Iterationsverfahren
25 eine gewisse Anzahl von Iterationen durchläuft, werden zunächst in drei Schritten die
Startwerte in der Fourier-Ebene 6 definiert. In einem ersten Schritt wird die Fourier-
Transformation der nominalen komplexwertigen Hologramm-Signalfunktion $H_i(x,y)$
berechnet, hier beispielsweise mittels einer diskreten schnellen Fourier Transformation
(DFFT). Die Fourier-Transformierte der komplexen Amplitude der Hologramm-Signalfunktion
30 $FT\{H_i(x,y)\}=S(u,v)$ ist die nominale komplexwertige Signalfunktion $S(u,v)$ in der Fourier-
Ebene 6, welche als Zielfunktion während der iterativen Optimierung dient.

Die komplexwertige Signalfunktion $S(u,v)$ wird in einem zweiten Schritt in eine Matrix $U(u,v)$
eingebettet, welche die Größe $N \times M$ hat, welche der räumlichen Auflösung des
35 computergenerierten Hologramms bzw. des phasenmodulierbaren räumlichen
Lichtmodulators 3 entspricht, auf dem das Hologramm dargestellt werden soll. Der
Signalbereich SW nimmt einen Flächenanteil ein, der üblicherweise kleiner als das

Periodizitätsintervall 5 des computergenerierten räumlichen Lichtmodulators 3 ist. Der Signalbereich SW wird nun erfindungsgemäß weiterhin in Größe, Form, Position oder Gewichtungsfiler modifiziert. Der nicht durch die Signalfunktion belegte Bereich der Matrix $U(u,v)$ wird als Rauschbereich NW bezeichnet.

5

In einem dritten Schritt wird die Startwert-Verteilung im Rauschbereich NW definiert. Die komplexwertige Startwert-Verteilung im Rauschbereich NW ist frei wählbar und dient somit als weiterer Parameter im Sinne des erfindungsgemäßen Verfahrens.

- 10 Nun beginnt das eigentliche Iterationsverfahren, welches in k Iterationsschritten zwischen dem Ortsfrequenzraum in der Fourier-Ebene 6 und dem Objektraum in der Hologramm-Ebene abwechselnd hin- und rücktransformiert, um Abweichungen von Sollwerten schrittweise zu minimieren. Es werden die Methoden der inversen Fourier-Transformation (IFT) und Fourier-Transformation (FT) genutzt. Der iterative Algorithmus durchläuft die k
- 15 Iterationsschritte folgendermaßen:

- (1) Anwenden der inversen Fourier-Transformation auf die Matrix $U(u,v,k)$ zur Berechnung der komplexen Amplitude in der Hologramm-Ebene d.h. $IFT\{U(u,v,k)\}=H(x,y,k)=A(x,y,k)\exp[i\phi(x,y,k)]$,
- 20 (2) Festsetzen der Ausgabe-Randbedingungen in der Objekt- bzw. Hologramm-Ebene, durch Definition der Amplituden-Randbedingung $A_c(x,y,k)\leq 1$,
- (3) Anwenden der Fourier-Transformation auf die korrigierte Hologramm-Funktion $FT\{A_c(x,y,k)\exp[i\phi(x,y,k)]\}=U(u,v,k)$ zur Berechnung des Feldes in der Fourier-Ebene 6 und Beurteilung der Signalqualität mittels eines Gütekriteriums wie beispielsweise
- 25 des Signal-Rauschverhältnisses (SNR) zwischen aktuellem und nominellen komplexwertigen Feld,
- (4) Festsetzen der Eingabe-Randbedingungen in der Rekonstruktions- bzw. Fourier-Ebene 6, das heißt hier ein erneutes Einschreiben der Signal-Zielfunktion in den Signalbereich SW der Matrix U : $S(u,v)\rightarrow U(u,v,k)$.

30

Die Iterationsschleife wird sooft wiederholt, bis ein vorgegebenes Gütekriterium erfüllt oder eine vorgegebene Iterationsanzahl erreicht ist. Als Gütekriterium für komplexwertige Signale bzw. Verteilungen wird hier folgende Definition für das Signal-Rauschverhältnis verwendet

$$SNR = \frac{\iint_D |S_n(u,v)|^2 du dv}{\iint_D |S_n(u,v) - \beta S_r(u,v)|^2 du dv}$$

mit

$$\beta = \frac{\iint_D \operatorname{Re}\{S_n(u,v) \cdot S_r(u,v)\} du dv}{\iint_D |S_r(u,v)|^2 du dv}$$

wobei S_n das nominale Signal und S_r das aktuelle, zu bewertende Signal ist und die Integration über die Fläche D erfolgt. Bevorzugt entspricht dabei die Fläche D dem Signalbereich SW.

5

Ergebnis des iterativen Optimierungsverfahrens ist eine aus Phasenwerten bestehende Verteilung, also ein Phasenhologramm, welches ein komplexwertiges Signal, also ein dreidimensionales Objekt bzw. seine Wellenverteilung fehlerminimiert rekonstruiert, wenn eine Filterung zwischen Signalbereich SW und Rauschbereich NW durchgeführt wird. Die räumliche Filterung zwischen Signal- und Rauschbereich kann beispielsweise durch einen Raumfilter erfolgen, der in einer Fourier-Ebene 6 des optischen Systems, welches das CGH beinhaltet, positioniert wird. Beispielsweise erfolgt bei dem Verfahren der „Viewing-Window Holographie“, also der Betrachter-Fenster-Holographie, zur 3D-Visualisierung mit holographischen Displays die räumliche Filterung direkt durch die Augenpupille des Betrachters welcher sich in der Fourier-Ebene 6 des holographischen Displays befindet.

In den Fig. 2a bis Fig. 2c ist eine typische statistische Verteilung einer zu kodierenden komplexwertigen Signalverteilung eines Hologramms in der komplexen Ebene (Fig. 2a), sowie ihres Realteils (Fig. 2b) und ihres Imaginärteils (Fig. 2c) dargestellt. Die Fig. 3a bis Fig. 3c zeigen dann eine typische statistische Verteilung einer zu kodierenden komplexwertigen Signalverteilung eines Hologramms, dargestellt als Häufigkeitsverteilung ihrer Amplitudenwerte (Fig. 3a) und ihrer Phasenwerte (Fig. 3b) sowie eine an die Amplitudenverteilung approximierte, also eine gefittete Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Fig. 3c).

25

Um in der Hologramm-Ebene 7 geeignete Randbedingungen während des Iterationsverfahrens im Sinne der vorliegenden Erfindung zu definieren, wird die statistische Verteilung der zu kodierenden komplexen Amplitude der Hologramm-Funktion gezielt ausgenutzt. Die Hologramm-Statistik des idealen komplexwertigen Hologramms, also die Verteilung der Amplituden- und Phasenwerte bzw. die Verteilung der Real- und Imaginärteile, weist eine typische Form auf, wenn eine Vielzahl von Wellen zu einem Hologramm überlagert wird. Dies ist beim Verfahren der „Viewing-Window Holographie“ gegeben, trifft aber auch für mit anderen Methoden berechnete Hologramme zu. Typisch für derartige Hologramme ist, dass sie eine gleichverteilte Phase aufweisen. Die Amplitude ist typischerweise gering: Viele Werte liegen im unteren Wertebereich kleiner als 0,4 und nur

35

sehr wenige Werten sind größer als 0,7. Das Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Amplitudenwerte liegt etwa zwischen 0,1 und 0,2.

5 Aus der Wahrscheinlichkeitstheorie sind zahlreiche Verteilungen bekannt. Charakteristisch für die hier zu kodierenden Hologramme bzw. komplexen Verteilungen ist, dass sie einer zirkular-symmetrischen komplexen Verteilung entsprechen bzw. ihr sehr nahe kommen. Dabei sind sowohl die Real- als auch die Imaginärteile der komplexen Verteilung um den Ursprung (0,0) normalverteilt (vgl. Goodman, N.R. (1963). "Statistical analysis based on a certain multivariate complex Gaussian distribution (an introduction)", The Annals of
10 Mathematical Statistics 34 (1): 152–177.). Eine Eigenschaft der zirkular-symmetrischen komplexen Verteilung ist, dass ihre Amplitudenverteilung einer Rayleigh-Verteilung entspricht. Das arithmetische Mittel aller Amplitudenwerte entspricht dann dem Erwartungswert der Rayleigh-Verteilung, welcher durch $\sigma \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$ definiert ist. Dieser Mittelwert wird zur Definition der Amplituden-Randbedingung während der Iteration benutzt, weil sich
15 dadurch eine beschleunigte Konvergenz ergibt.

Die Amplituden-Randbedingung wird vorzugsweise in jedem Iterationsschritt definiert. Sie kann über alle Iterationsschritte k konstant oder auch variabel gewählt werden. Für ein beispielhaftes komplexwertiges Hologramm wurde mit dem erfindungsgemäß verbesserten
20 Verfahren, also der Verwendung der Amplituden-Randbedingung $A = \text{Mittelwert aller Amplitudenwerte} = \text{Erwartungswert der Rayleigh-Verteilung}$, nach 50 Iterationsschritten ein Signal-Rauschverhältnis SNR von 278 erreicht, wobei die Effizienz im Signalbereich bei 29,4% lag. Dies wird in der Fig. 4b gezeigt. Ein Signal-Rauschverhältnis SNR von 100 wird bereits nach 18 Iterationsschritten erreicht. Wurde dasselbe Hologramm mit einem
25 vergleichbaren Verfahren nach dem Stand der Technik berechnet, also unter Verwendung der Amplituden-Randbedingung $A = 1$), wurde nach 50 Iterationen nur ein Signal-Rauschverhältnis SNR von 13,5 erreicht, wobei die Effizienz im Signalbereich SW bei 1,3% lag, wie in der Fig. 4a dargestellt.

30 Allgemein ausgedrückt, wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Hologramm-Amplitudenwerte benutzt, um den Erwartungswert, also den Wert den die Amplitude im Mittel annimmt, zu bestimmen, welcher als Amplituden-Randbedingung während der iterativen Optimierung dient. Die Varianz der Amplitudenwerte kann als Maß über die Anzahl notwendiger Iterationsschritte benutzt werden, da sie Einfluss auf die Konvergenz der
35 Optimierung hat.

Wie hingegen in der Fourier-Ebene 6 Randbedingungen während des Iterationsverfahrens im Sinne der vorliegenden Erfindung geeignet angepasst werden, zeigen beispielhaft die Fig. 5 und 6.

5 Dabei sind in den Fig. 5a bis Fig. 5h verschiedene Möglichkeiten der Einteilung eines Periodizitätsintervalls 5 in einen Signalbereich SW und einen Rauschbereich NW dargestellt. Die Größe, Form und Position des Signalbereichs SW innerhalb des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 wird gezielt derart gewählt, dass die Kodierung mit dem erfindungsgemäßen Verfahren optimiert werden kann. Die Einbettung des Signalbereichs
10 SW in das Periodizitätsintervall 5, $U(u,v)$, welches die Ausdehnung $w_x \times w_y$ aufweist, erfolgt zunächst einmal in der Initialisierungsphase zur Definition der Startwerte und dann erneut in jedem Iterationsschritt.

Grundsätzlich wird eine bessere Konvergenz erzielt, je größer der Rauschbereich NW
15 gewählt wird. Ein im Stand der Technik bekannter Ansatz ist es daher, beispielsweise nur ein Viertel des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 als Signalbereich SW zu wählen und den übrigen dreiviertel Teil des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 für ein Rauschsignal zu reservieren, also als Rauschbereich NW zu nutzen. Dies geschieht in direkter Bezugnahme auf die Gegebenheiten der Hologramm-Ebene 7, insbesondere der
20 Pixelanzahl bzw. Sub-Pixelanzahl eines räumlichen Lichtmodulators 3.

Der erfindungsgemäße Ansatz ist es hingegen, die Flächenanteile zwischen Signalbereich SW und Rauschbereich NW nicht über die Anzahl von Sub-Pixeln zu definieren, welche zu einem Makro-Pixel zusammengefasst werden. Stattdessen wird das zweidimensionale
25 Periodizitätsintervall 5 $U(u,v)$ in zwei beliebig geformte Bereiche eingeteilt und zwar in einen Signalbereich SW und einen Rauschbereich NW. Entsprechende Beispiele sind in den verschiedenen Fig. 5a bis 5h für quadratische Pixel bzw. Hologramm-Zellen eines phasenmodulierenden optischen Elements 3 dargestellt. Der Signalbereich SW enthält das komplexwertige Signal, welches zur hinreichend guten Rekonstruktion des Hologramms
30 erforderlich ist, der Rauschbereich NW wird hingegen bezüglich seines Inhalts während der iterativen Optimierung variabel gelassen. Gemäß der vorliegenden Erfindung wird der Signalbereich SW bezüglich seiner Form, Größe sowie Position innerhalb des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 optimal an die Rekonstruktionsgeometrie und das Fernfeldbeugungsmuster des computergenerierten Hologramms angepasst. Weiterhin ist es
35 vorteilhaft, den Gleichanteil-Spot GA-SP in einen Bereich außerhalb des Signalbereichs SW zu schieben, was durch Aufaddieren eines geeigneten Phasenkeils auf das Phasenhologramm realisiert werden kann.

Ein linearer Phasenkeil, der dem Phasenhologramm aufaddiert wird, hat eine Wirkung analog zu der eines optischen Prismas. Durch diesen Phasenkeil wird die Position des Signalbereiches SW verschoben. Die Position des durch nicht modulierte Licht erzeugten Gleichanteil-Spots GA-SP wird jedoch durch einen linearen Phasenkeil nicht beeinflusst.

- 5 Durch den Phasenkeil wird also die Position des Gleichanteil-Spots GA-SP relativ zum Signalbereich SW verschoben. Die relative Verschiebung erfolgt bevorzugt so, dass der Gleichanteil-Spot GA-SP außerhalb des Signalbereichs SW liegt.

Durch eine Betrachtarnachführung, die die Wirkung des Phasenkeils auf die Position des Signalbereiches SW berücksichtigt, kann erreicht werden, dass der Signalbereich SW an die
10 gewünschte Position, etwa die detektierte Augenposition, geschoben wird.

Die Fig. 6a und Fig. 6b zeigen wiederum Varianten von Signalbereichen SW, die bzgl. ihrer Form, Größe und Position an die Rekonstruktionsgeometrie angepasst sind. Bei einem computergenerierten Hologramm bzw. einem räumlichen Lichtmodulator 3 mit rechteckigen
15 Pixeln, welche also in einem regulären Rechteckgitter angeordnet sind, ergibt sich eine rechteckige Form des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 in der Fourier-Ebene 6.

Bei visueller Betrachtung eines Hologramms wirkt naturgemäß die runde Augenpupille des Betrachters als räumlicher Filter in der Fourier-Ebene 6. Die Pupille AP des Betrachters kann
20 sich innerhalb des Signalbereichs SW bewegen, ohne dass Rauschen oder höhere Ordnungen der Rekonstruktion wahrgenommen werden. Die Pupille AP muss jedoch komplett innerhalb des Signalbereichs SW liegen, darf sich also nur soweit bewegen bis der Rand der Pupille AP an den Rand des Signalbereichs SW gelangt, wie in der Fig. 6a dargestellt. Die Vereinigungsmenge aller möglichen Pupillenflächen, die komplett innerhalb
25 eines rechteckig gewählten Signalbereichs SW liegen, ist demnach kleiner als ein rechteckig gewählter Signalbereich SW. Die Vereinigungsmenge aller möglichen Pupillenflächen kann mathematisch durch eine Superellipse beschrieben werden. Im dargestellten Fall entspricht die Superellipse, die durch Vereinigung aller möglichen Pupillenflächen entsteht, einem Rechteck mit Eckenrundungen, welche dem Pupillenradius entsprechen. Die Eckbereiche
30 eines zunächst rechteckig gewählten Signalbereichs SW sind bei visueller Beobachtung nicht nutzbar und werden daher im Sinne der Erfindung als zusätzliche Fläche zur Vergrößerung des Rauschbereichs NW genutzt.

Eine weitere Möglichkeit im Sinne der Erfindung ist es, die Fläche des Signalbereichs SW
35 deutlich kleiner als die halbe Fläche des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 zu wählen und den Signalbereich SW innerhalb des Periodizitätsintervalls 5 so zu positionieren, dass die Pupille AP des Betrachters idealerweise zentriert zum Signalbereich SW liegt, siehe

- Fig. 6b. Die Information über die Pupillenlage wird in diesem Falle aus einem Trackingsystem gewonnen, welches die Pupillenpositionen eines oder mehrerer Betrachter in Echtzeit ermittelt. Der Vorteil eines Pupillen-Trackings innerhalb des Periodizitätsintervalls 5 ist, dass der Signalbereich SW deutlich kleiner als der Rauschbereich NW gewählt werden kann. Dadurch wird die Kodierung im Sinne der vorliegenden Erfindung beträchtlich beschleunigt. Es ist zu beachten, dass die komplexwertige Hologramm-Signalfunktion $H_i(x,y)$ mit der gleichen Anzahl von diskreten Stützstellen berechnet wird wie das Phasenhologramm diskrete Auflösungszellen, also beispielsweise Pixel oder andere, ggf. variabel definierbare, Hologramm-Zellen hat. Das komplexwertige Signal in der Fourier-Ebene 6 ist also über das gesamte Periodizitätsintervall 5 gegeben, wird jedoch nur in den vorgegebenen Signalbereich SW eingebettet. Dadurch wird gewährleistet, dass die korrekte Parallaxe eines rekonstruierten Objektes 4 über das gesamte Periodizitätsintervall 5 vorliegt, auch wenn sich das Auge des Betrachters innerhalb des Periodizitätsintervalls 5 bewegt.
- Die Fig. 7a, 7a' und 7b, 7b' zeigen nun für ein Beispiel eines komplexwertigen Hologramms, für das mit dem erfindungsgemäßen Verfahren nach 50 Iterationsschritten ein Signal-Rauschverhältnis SNR von 449 bei 48% Flächenanteil des Signalbereichs SW in Fig. 7a, 7a' und bis 23865 bei 35.4% Flächenanteil des Signalbereichs SW in Fig. 7b, 7b' erreicht wurde, wobei die Effizienz im Signalbereich SW bei 28.3% für die Bedingungen der Fig. 7a, 7a' und bei 21,3% für die Bedingungen der Fig. 7b, 7b' lag. Ein Signal-Rauschverhältnis SNR von 100 wird bereits nach 10 bis 16 Iterationsschritten erreicht, je nach genanntem Flächenanteil des Signalbereichs SW.
- Alle bisher genannten Varianten gehen davon aus, dass der Signalbereich SW eine in sich geschlossene Fläche ist, welcher durch eine binäre Maskierung von Rauschbereich NW getrennt ist bzw. mittels einer binären Gewichtungsfilters in das Periodizitätsintervall 5 eingebettet wird. Andere Ausführungsformen sind im Sinne der Erfindung jedoch auch möglich. Beispielsweise kann der Signalbereich SW zusätzlich derart gewichtet werden, dass in seiner Mitte das komplexe Signal bestmöglich vorliegt und zu seinem Rand in seiner Güte abfällt. Die Gütebeurteilung des in den Iterationsschritten rekonstruierten Signals kann z.B. durch eine Gewichtung mit zweidimensionalen Apodisations-Funktionen wie beispielsweise einer Gauss-, Kosinus-, Hamming-, oder Tukey-Funktion oder ihrer zentralen Bereiche erfolgen.
- Alternativ kann ein Güteabfall zum Rand des Signalbereichs auch realisiert werden, indem zum Rand hin zunehmend einzelne Rauschpixel in den eigentlichen Signalbereich SW eingefügt werden und so ein gradueller Übergang in den Rauschbereich NW erfolgt. Ein

solches Vorgehen ist möglich, da die auf einen Detektor, bzw. der Netzhaut eines Auges oder aber einer Kamera, abgebildete Rekonstruktion aus dem Wellenfeld erzeugt wird, welches durch den Raumfilter, also die Pupille AP des Auges oder eines optischen Systems, hindurchgelassen wird und kleinere Störungen tolerierbar sein können.

5

Im Folgenden werden alternative Kodierungsverfahren zu dem Kodierungsverfahren gemäß der Figuren 1 bis 7b, 7b' beschrieben.

Wie bereits erwähnt, jedoch mit anderen Worten ausgedrückt, besteht ein Hologramm aus komplexen Werten, d.h. aus Amplitude und Phase. Mittels eines phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulators können jedoch nur Phasen dargestellt werden. Da jedoch beide Informationen, d.h. Amplitude und Phase, für eine korrekte Darstellung des Hologramms benötigt werden, ist meist mehr als ein Pixel des räumlichen Lichtmodulators nötig, um die gesamte Information in wenigstens zwei Phasenwerten darzustellen. Diese Umverteilung der Information wird auch als Kodierung bezeichnet. Dadurch, dass sich die gesamte Information nun nicht mehr physisch an einem Ort befindet, treten im rekonstruierten Objekt Fehler auf. Derartige Fehler können durch eine geeignete Kodierung gemäß der Erfindung vermieden bzw. vermindert werden.

Bei einer direkten Phasenkodierung kann jede komplexe Zahl $z = ae^{i\psi}$ mit der Phase ψ und der Amplitude a zwischen 0 und 1 eindeutig als die Summe zweier komplexer Zahlen mit dem Betrag 1 und den Phasenwerten $\psi \pm \arccos a$ geschrieben werden:

25

$$Z = ae^{i\psi} = 1/2 (e^{i\varphi_1} + e^{i\varphi_2}) \quad \text{mit} \quad \varphi_1 = \psi + \arccos a, \quad \varphi_2 = \psi - \arccos a.$$

Das Hologramm wird dabei auf 1 normiert, und jeder komplexe Wert wird wie durch die oben angegebenen Formeln durch zwei Phasen dargestellt. Da die beiden Sub-pixel des räumlichen Lichtmodulators, in die die Phasenwerte eingeschrieben werden, einen räumlichen Abstand zueinander aufweisen, tritt bei einem schrägen Lichteinfall auf den räumlichen Lichtmodulator neben dem erwünschten Gangunterschied, der durch die Differenz der beiden Phasenwerte eingestellt wird, ein unerwünschter Gangunterschied auf durch die unterschiedlichen Weglängen des Lichtes zu den Pixeln. Dieser unerwünschte Gangunterschied führt bei Überlagerung des Lichtes von beiden Pixeln zu einem anderen als dem gewünschten bzw. geforderten komplexen Wert. Um diese Fehler bei der Kodierung zu berücksichtigen, ist ein Algorithmus vorgesehen, der über verschiedene Iterationsstufen

die Phasenwerte derart verändert, dass deren Transformation im Signalbereich, der dem Betrachterfenster entspricht, sich nicht bzw. nur wenig von den Sollwerten unterscheidet. Ein derartiger Algorithmus zur Qualitätsverbesserung des kodierten Hologramms wird nachfolgend beschrieben. Wie anderweitig in dieser Anmeldung bereits beschrieben, kann dabei beispielsweise Größe, Form und Position des Signalbereiches geeignet gewählt werden.

Hierzu enthält der Algorithmus folgende Schritte:

- (i) Bestimmung des komplexwertigen Hologramms aus Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes.
- (ii) Wahl der Parameter (Form, Größe, Position) des Signalbereichs und Bestimmung der Sollwerte im Signalbereich
- (iii) Kodierung des Hologramms in Form eines Phasenhologramms (Startwerte für die Iteration)
- (iv) Transformation des Phasenhologramms in den Signalbereich SW und den Rauschbereich NW

- Berechnung eines Betrages D der gewichteten Differenz der Sollwerte B und der Istwerte A (Transformierte des Phasenhologramms) im Signalbereich SW unter der Berücksichtigung des Gewichtungsfaktors g.

$$D_{i,j} = \left| B_{i,j} - \frac{1}{g} A_{i,j} \right| \quad \text{mit} \quad g = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} |A_{i,j}|^2}{\sum_{i,j} |B_{i,j}|^2}}$$

- Berechnung der mittleren Abweichung α_ϕ ,

$$\alpha_\phi = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i,j} |D_{i,j}|^2}{\sum_{i,j} |B_{i,j}|^2}}$$

- Ersetzen der Istwerte A im Signalbereich SW durch die mit dem Gewichtungsfaktor g multiplizierten Sollwerte B

- (v) Rücktransformation des ersetzten Signalbereiches SW und des Rauschbereiches NW aus der Betrachterebene in die Hologrammebene
- (vi) Anwenden der Amplituden-Randbedingung in der Hologrammebene: Ersetzen der Amplitudenwerte durch vorgegebene Werte, zum Beispiel den konstanten Amplitudenwert 1.

Die Schritte (iii) bis (vi) werden dabei so lange wiederholt bis die mittlere Abweichung α_0 derart klein wie gefordert ist, z.B. unter 5% liegt.

Ein weiteres alternatives Kodierungsverfahren beruht auf der Zerlegung des kodierten Hologramms in Cluster.

- 5 Typischerweise wird für ein holographisches Display mit Betrachterfenster ein komplexwertiges Hologramm aus einer dreidimensionalen (3D) Szene berechnet, indem diese Szene in einzelne Objektpunkte (also Objektdatensätze) zerlegt wird und zu jedem Objektpunkt ein Subhologramm berechnet wird. Die Subhologramme werden dann zu dem
- 10 Summenhologramm aufaddiert. Die laterale Position der einzelnen Subhologramme im Summenhologramm hängt von der lateralen Position des Objektpunktes ab, wobei die Größe des Subhologramms von der Tiefenposition des Objektpunktes abhängt. Auch wenn für das holographische Display die Berechnung eines Hologramms auf andere Weise erfolgt, beispielsweise über Fouriertransformation, so ergeben sich dabei ebenfalls Subhologramme.
- 15 Eine typische Größe eines Subhologramms kann beispielsweise 50x50 Pixel betragen, während das gesamte Hologramm zum Beispiel 2000x1000 Pixel oder mehr enthalten kann. Jedes Subhologramm nimmt also typischerweise nur einen sehr kleinen Ausschnitt des Summenhologramms ein.

- Hierbei trägt dann lokal nur jeweils ein bestimmter Ausschnitt des Summenhologramms von
- 20 der Größe des jeweiligen Subhologramms zur Rekonstruktion eines bestimmten Szenepunktes bzw. eines bestimmten Objektpunktes einer Szene bei.

- Dem nachfolgend beschriebenen Ansatz liegt daher die Idee zugrunde, dass ein Phasenhologramm durch iterative Berechnung auch lokal optimiert werden kann. Hierfür wird ein Ausschnitt, der im Folgenden auch als Cluster bezeichnet wird, aus dem
- 25 Summenhologramm ausgewählt. Für diesen Ausschnitt wird dann separat eine iterative Fourierberechnung durchgeführt.

Das Ziel hierbei ist, die Rekonstruktion der dreidimensionalen Szene lokal hauptsächlich für diejenigen Objektpunkte zu verbessern, deren Subhologramme in dem verwendeten Ausschnitt (Cluster) des Hologramms vorliegen.

- 30 Um das gesamte Hologramm zu optimieren, kann dieses in kleinere Teile, sogenannte Cluster, zerlegt werden. Diese werden dann einzeln mit einem iterativen Algorithmus – wahlweise wie zum vorherigen Kodierungsverfahren mit den Schritten (i) bis (vi) beschrieben oder auch wie in der WO 2007/082707 A1 offenbart – optimiert.

Vorteilhaft wird dabei ausgenutzt, dass eine größere Zahl von Fouriertransformationen eines kleinen Arrays von Zahlenwerten weniger Rechenoperationen benötigen als eine kleine Zahl von Fouriertransformationen eines großen Arrays.

Für eine schnelle Fouriertransformation (FFT) eines Vektors von N Zahlenwerten ist beispielsweise bekannt, dass sie eine Laufzeit T von der Ordnung O wie folgt aufweist: $T(N) = O(N \log(N))$. Würde dieser Vektor von N Werten beispielsweise in M kleinere Vektoren mit jeweils N/M Zahlenwerten zerlegt und alle M Vektoren transformiert werden, so wäre die Rechenzeit dann $M \times T(N/M) = M \times O(N/M \log(N/M)) = O(N \log(N/M))$. Somit würde sich die Rechenzeit reduzieren, da der Logarithmus einen kleineren Wert ergibt.

- 10 Da der iterative Algorithmus zu wesentlichen Teilen auf Fouriertransformation beruht, wird durch die Aufteilung in einzelne Cluster auch insgesamt eine Verringerung der Rechenzeit erreicht.

Da in der Regel das Hologramm aus sehr vielen einander überlappenden Subhologrammen besteht, ist es kaum möglich, eine Aufteilung in das Hologramms in Cluster vorzunehmen, ohne dass zumindest einige Subhologramme von den Clustergrenzen durchschnitten werden. Es sind in der Regel Objektpunkte der dreidimensionalen Szene vorhanden, für die ein Teil des Subhologramms in einem Cluster und ein anderer Teil in einem anderen Cluster liegen.

Bei einer separaten Optimierung der einzelnen Cluster kann es daher vorkommen, dass im Übergangsbereich zwischen den einzelnen Clustern – vor allem für Objektpunkte, deren Subhologramme durch die Clustergrenze in zwei Teile zerschnitten werden, die in unterschiedlichen Clustern iterativ optimiert werden – eine nur unzureichende Qualität der Rekonstruktion der dreidimensionalen Szene erreicht wird. Der Übergangsbereich zwischen den einzelnen Clustern könnte somit beispielsweise in der rekonstruierten dreidimensionalen Szene als kleine Störung in unerwünschter Weise sichtbar sein.

Daher soll in einer Ausgestaltung der Erfindung die iterative Berechnung in Clustern nur zu einer Voroptimierung genutzt werden. Die Cluster werden dann nach der iterativen Berechnung wieder zu einem großen Phasenhologramm zusammengesetzt. Es werden im Anschluss noch wenige Iterationsschritte mit der Fouriertransformation des gesamten Hologramms angeschlossen. In Bezug auf den Rechenaufwand führt diese Methode jedoch trotzdem noch zu einem Rechenersparnis relativ zu vielen Iterationsschritten mit dem großen Phasenhologramm gesehen.

Generell ist bei diesem Ansatz auch eine Verschachtelung denkbar. Es könnten hierfür einzelne Cluster in noch kleinere Untercluster zerlegt und mit diesen die größeren Cluster voroptimiert werden.

In einer bevorzugten Ausführungsform würde sich die Größe der gewählten Cluster an den vorkommenden Subhologramm-Größen orientieren. Beispielsweise kann ein einzelnes Subhologramm maximal über zwei Cluster verteilt werden. Durch den Tiefenbereich einer dreidimensionalen Szene ist eine maximale Größe eines Subhologramms vorgegeben.

- 5 Diese maximale Subhologrammgröße tritt auf entweder für Objektpunkte, die am weitesten vor dem Display zum Betrachter hin liegen oder für Objektpunkte, die am weitesten hinter dem Display liegen.

Ist das holographische Display für einen bestimmten Tiefenbereich der dreidimensionalen Szene, für einen typischen Betrachterabstand und für eine typische Betrachterfenstergröße bzw. Signalbereichsgröße ausgelegt, so können aus diesen Parametern typische Subhologrammgrößen bestimmt werden. Daraus kann dann auch eine passende bzw. definierte Clustergröße bestimmt bzw. gewählt werden. Ein Beispiel für eine Clustergröße könnte 128x128 Pixel betragen.

Bevorzugt erfolgt eine Aufteilung des komplexwertigen Summenhologramms in Cluster. Für jedes einzelne Cluster werden dann eigene Sollwerte im Signalbereich in der Betrachterebene bestimmt.

Die iterative Berechnung erfolgt dann für jedes einzelne Cluster in analoger Weise so, als ob es sich bei dem Cluster um das gesamte Summenhologramm handeln würde. Für eine derartige iterative Berechnung können verschiedene mögliche Varianten, wie z.B. vorhergehend in der Anmeldung beschrieben, verwendet werden.

Nach der Optimierung der einzelnen Cluster werden die so ermittelten Phasenhologramme der jeweiligen Cluster zu einem größeren Phasenhologramm zusammengesetzt.

Wird diese iterative Berechnung in Clustern nur als Vorooptimierung verwendet, und soll dann noch eine weitere Optimierung des gesamten Phasenhologramms in zusätzlichen Iterationsschritten erfolgen, so werden vorteilhafterweise hierfür die Sollwerte in der Betrachterebene aus dem gesamten komplexwertigen Summenhologramm ermittelt.

Das zusammengesetzte Phasenhologramm aus der Optimierung der einzelnen Cluster stellt dann gewissermaßen die Startwerte für die weitere Berechnung dar.

Figur 8 zeigt schematisch die Berechnung der Sollwerte für das gesamte Summenhologramm im Signalbereich (oben) und die Berechnung der Sollwerte für die einzelnen Cluster im Signalbereich (unten).

Im Allgemeinen könnten auch nur aus dem gesamten Summenhologramm Sollwerte im Signalbereich in der Betrachterebene berechnet werden und diese Sollwerte für die iterative Berechnung der einzelnen Cluster herangezogen werden.

Bevorzugterweise wird gemäß Fig. 9 bei der iterativen Berechnung für die einzelnen Cluster der Signalbereich und der Rauschbereich jeweils in der gleichen Größe und Form gewählt. Der Signalbereich ist hier z.B. rechteckig und dunkelgrau dargestellt, wobei der Rauschbereich ebenfalls rechteckig, jedoch hellgrau ausgeführt ist. Wie in Fig. 9 zu erkennen ist der Signalbereich in seiner Größe kleiner ausgeführt als der Rauschbereich.

Im Allgemeinen können sich aber auch die Lage, die Größe und die Form der Signalbereiche für die einzelnen Cluster unterscheiden, wie in Fig. 10 dargestellt. Beispielsweise könnte der Signalbereich des einen Clusters kleiner oder größer als der Signalbereich für ein anderes Cluster sein. Auch könnte der Signalbereich beispielsweise eine rechteckige, quadratische, runde oder auch elliptische Form aufweisen, wobei die Signalbereiche mehrerer Cluster dann verschiedene Formen haben könnten. Bezüglich der Lage eines Signalbereichs ist es möglich, dass dieser z.B. mittig im Rauschbereich angeordnet oder aber auch lateral dazu verschoben angeordnet sein kann, wie in Fig. 10 dargestellt ist. Selbstverständlich sind auch andere Größen, Formen und Lagen der Signalbereiche im Rauschbereich bzw. in der Betrachterebene möglich.

Eine unterschiedliche Form oder Größe des Signalbereichs ist beispielsweise sinnvoll, wenn davon auszugehen ist, dass bei gleicher Größe der Cluster nach einer festen Anzahl von Iterationsschritten sich für bestimmte Cluster ein größerer Restfehler ergeben würde als für andere. Für diese Cluster würde bevorzugt ein in seiner Größe kleinerer Signalbereich gewählt, um den Restfehler zu reduzieren.

Ferner könnte auch während der iterativen Berechnung der Signalbereich dynamisch angepasst werden.

Wünschenswert ist einerseits ein möglichst großer Signalbereich. Andererseits ist es auch von besonderer Bedeutung in dem Signalbereich einen kleinen Restfehler der iterativen Berechnung zu haben, so dass eine gute Rekonstruktionsqualität der dreidimensionalen Szene erreicht werden kann. Gegebenenfalls ist daher ein in seiner Größe kleinerer Signalbereich mit einer guten Rekonstruktionsqualität der dreidimensionalen Szene einem in seiner Größe größeren Signalbereich mit nur mäßiger Rekonstruktionsqualität der dreidimensionalen Szene vorzuziehen.

In der genannten Ausführungsform mit einer dynamischen Anpassung des Signalbereiches werden daher zunächst Sollwerte für einen in seiner Größe großen Signalbereich ermittelt und die iterative Berechnung mit diesem Signalbereich gestartet. Nach einer vorgegebenen Anzahl von Iterationsschritten wird ein Restfehler ermittelt. Abhängig davon, ob dieser Restfehler unterhalb oder oberhalb einer vorgegebenen Schwelle liegt, erfolgt die weitere Berechnung. Liegt der Restfehler oberhalb der Schwelle, so wird der Signalbereich

verkleinert, liegt er unterhalb der Schwelle, so wird der Signalbereich beibehalten. Dies kann optional auch in mehreren Stufen erfolgen. Beispielsweise könnte nach 5 Iterationsschritten entschieden werden, ob der Signalbereich um 10 % in seiner Größe verkleinert wird und nach 10 Iterationsschritten, ob der Signalbereich gegebenenfalls noch einmal um weitere 10 % in seiner Größe verkleinert wird.

Eine derartige Vorgehensweise kann wahlweise für das gesamte Hologramm erfolgen. Sie kann alternativ auch mit der Berechnung mittels Clustern kombiniert werden. Beispielsweise kann auch für einzelne Cluster individuell der Signalbereich dynamisch angepasst werden.

Von Bedeutung für die Reduzierung der Zahl der benötigten Iterationsschritte ist auch eine geeignete Wahl der Startwerte für die Iteration.

Als direktes Kodierungsverfahren wird hier ein Verfahren bezeichnet (wie auch weiter oben beschrieben), bei dem zunächst ein komplexwertiges Hologramm berechnet wird und aus dem komplexwertigen Hologramm dann ein Phasenhologramm mit Startwerten für die Iteration bestimmt wird. Das kann zum Beispiel mit Hilfe der Zwei-Phasenkodierung erfolgen.

Jedem komplexen Hologrammwert wird dann ein Paar von zwei Phasenwerten zugeordnet, gemäß der oben angegebenen Formel.

Dabei werden die Startwerte zunächst unabhängig von Signalbereich SW und Rauschbereich NW vorgegeben, und es erfolgt deren Einbeziehung im ersten Iterationsschritt.

In einem alternativen indirekten Kodierungsverfahren erfolgt die Ermittlung von Startwerten für die Iteration nicht im Hologramm, sondern im zweidimensionalen Periodizitätsintervall in der Betrachter-Ebene. Neben den Sollwerten im Signalbereich SW werden dort Startwerte im Rauschbereich NW vorgegeben.

Die Kodierung eines Phasenhologramms erfolgt also in Analogie zu den letzten beiden Schritten der obigen Beschreibung

(v) Rücktransformation des Signalbereiches SW mit Sollwerten und des Rauschbereiches NW mit Startwerten aus der Betrachter-Ebene in die Hologrammebene

(vi) Anwenden der Amplituden-Randbedingung in der Hologrammebene: Ersetzen der Amplitudenwerte durch vorgegebene Werte, zum Beispiel den konstanten Amplitudenwert 1.

Eine Ausführungsform die Startwerte im Rauschbereich NW zu wählen, besteht beispielsweise darin, ihn mit Nullen aufzufüllen.

In einer anderen Ausführungsform werden die Startwerte im Rauschbereich als konstante Amplituden und zufällig verteilte Phasenwerte bestimmt.

In einer weiteren Ausführungsform sind Amplituden und Phasen zufällig verteilt.

Gemäß dem Parseval-Theorem ist die Summe der Intensitäten einer Werteverteilung gleich der Summe der Intensitäten ihrer Fouriertransformierten. Liegt in der Hologrammebene ein Phasenhologramm mit $N \times M$ Phasenwerten der Amplitude 1 vor, so ist die Summe der Intensitäten aller Pixel $I_{\text{phaseholo}} = N \times M \times 1$. Folglich muss sich in der Betrachterebene in

5 Signalbereich und Rauschbereich zusammen in der Summe ebenfalls die Intensität $N \times M \times 1$ ergeben. Mit den vorgegebenen Sollwerten im Signalbereich lässt sich die Intensität I_{SW} im Signalbereich berechnen. In einer bevorzugten Ausführungsform wird die Amplitude der Startwerte im Rauschbereich dann so gewählt, dass $I_{\text{NW}} = I_{\text{phaseholo}} - I_{\text{SW}}$ ist.

Für zufällig verteilte Amplituden kann zum Beispiel das Intervall, in dem die Zufallswerte

10 bestimmt werden, passend derart gewählt werden, dass sich im Wesentlichen die gewünschte Gesamtintensität ergibt.

Die Amplitude eines Phasenhologramms ist in der Regel für alle Pixel konstant, muss aber nicht notwendigerweise auf 1 gesetzt werden, sondern kann auch einen konstanten Wert

15 $a_{\text{const}} < 1$ erhalten. In diesem Fall würde die Summe der Intensitäten $I_{\text{phaseholo}} = N \times M \times a^2$ sein.

Um die gleiche Intensität im Signalbereich zu erhalten, würde dann die Intensität im Rauschbereich kleiner sein. Umgekehrt ist es auch möglich, die Sollwerte im Signalbereich mit einem Faktor > 1 zu multiplizieren, um das Verhältnis der Intensität im Signalbereich relativ zur Intensität im Rauschbereich, also den Quotienten $I_{\text{SW}}/I_{\text{NW}}$, zu verändern.

20 Eine Vergrößerung von $I_{\text{SW}}/I_{\text{NW}}$ bedeutet in der Regel eine hellere Rekonstruktion der dreidimensionalen (3D) Szene bei gleicher Beleuchtung des räumlichen Lichtmodulators und ist deswegen bevorzugt. In der Regel führt ein etwas kleinerer Quotient $I_{\text{SW}}/I_{\text{NW}}$ aber zu einer geringeren Zahl von Iterationsschritten bis zum Erreichen eines vorgegebenen Restfehlers. In der Regel wird daher als Kompromiss ein mittlerer Wert von $I_{\text{SW}}/I_{\text{NW}}$ angestrebt.

25 In einer anderen Ausführungsform zur Wahl von Startwerten, die sich besonders für eine Serie von Hologrammen mit ähnlichen dreidimensionalen Objekten, beispielsweise eine Videosequenz, eignet, besteht darin, als Startwerte für den Rauschbereich bei der Iteration des Einzelbildes Nummer n das Ergebnis des Rauschbereiches NW nach einer Reihe von

30 Iterationsschritten aus der vorangegangenen Iteration für das Einzelbild Nummer $n-1$ zu verwenden.

Diese Ausführungsform eignet sich insbesondere auch für eine Kombination mit der Aufteilung des Hologramms in Cluster.

35 Da in einer Videosequenz häufig Teile eines dreidimensionalen Objektes in aufeinanderfolgenden Einzelbildern unverändert bleiben und die Sub-Hologramme dieser dreidimensionalen Objekte dann eine feste Position und begrenzte räumliche Ausdehnung

im Hologramm aufweisen, ist zu erwarten, dass auch für einen Teil der Cluster eines Hologramms das Ergebnis der Iteration des vorangegangenen Einzelbildes einen guten Startwert für eine neue Iteration des nächsten Einzelbildes darstellt. Gegebenenfalls kann anhand eines Vergleiches der Einzelbilder n und $n-1$ auch bestimmt werden, in welchen Clustern ein großer Teil der Objektpunkte übereinstimmt und nur für solche Cluster die Startwerte anhand des vorangegangenen Bildes ermittelt werden, für andere Cluster aber andere Startwerte verwendet werden.

Alternativ zu der Verwendung der Werte im Rauschbereich aus dem vorangegangenen Einzelbild bei der indirekten Kodierung kann für eine Videosequenz bei der direkten Kodierung auch das Phasenhologramm aus dem vorangegangenen Einzelbild als Startwerte in der Hologrammebene verwendet werden.

Ein Verfahren, das aus dem Graustufen-Dithering bekannt ist und das auch bereits beim Ausgleich von Quantisierungsfehlern bei binären Hologrammen angewandt wird, ist das Error-Diffusion-Verfahren.

Bei dem Error-Diffusion-Verfahren wird ein Fehler eines einzelnen Pixels gewichtet auf die Nachbapixel verteilt. Wird zum Beispiel bei einer Phasenkodierung ein komplexer Wert $Z_{i,j} = a_{i,j} e^{i \psi_{i,j}}$ mit Amplitude $a_{i,j} \leq 1$ und Phase $\psi_{i,j}$ durch einen Wert mit Amplitude 1 und der gleichen Phase $Z'_{i,j} = 1 e^{i \psi_{i,j}}$ ersetzt, so entsteht dabei ein Fehler $\Delta_{i,j} = Z'_{i,j} - Z_{i,j} = (1 - a_{i,j}) e^{i \psi_{i,j}}$.

Bei dem Error-Diffusion-Verfahren wird dieser Fehler eines Pixels auf seine Nachbapixel verteilt. Zum Beispiel würde zu dem linken, rechten, unteren und oberen Nachbapixel jeweils $\frac{1}{4}$ des Fehlers addiert. Zum Beispiel ist dann für den Nachbarn $i+1,j$ $Z_{i+1,j}^{\text{neu}} = Z_{i+1,j} + 0.25 \Delta_{i,j}$.

Die Verteilung auf vier Nachbarn mit dem Faktor 0.25 dient dabei nur als Beispiel. Es sind verschiedene Gewichtungen möglich, bei denen zum Beispiel ein Teil des Fehlers auch auf die jeweils übernächsten Pixel oder weiter entfernte Pixel verteilt werden kann. Werden in der Folge die Amplituden der anderen Pixel auf 1 gesetzt, so wird auch deren Fehler wieder über ihre jeweiligen Nachbarn verteilt.

Erfindungsgemäß wird hier vorgeschlagen, in einer Ausführungsform das Error-Diffusion-Verfahren mit einer iterativen Berechnung zu kombinieren. Dies kann wahlweise entweder einmalig zum Start der Iteration oder in jedem Iterationsschritt erfolgen. Dabei wird nach der Rücktransformation des Signalbereiches SW und des Rauschbereiches NW aus der Betrachter-Ebene in die Hologrammebene und vor Anwenden der Amplituden-Randbedingung in der Hologrammebene ein Zwischenschritt durchgeführt, bei dem mittels

des Error-Diffusion-Verfahrens Fehler der Amplitudenwerte auf die Nachbarpixel verteilt werden.

Zum Beispiel werden Sollwerte im Signalbereich ermittelt und als Startwerte in dem Rauschbereich Nullen gesetzt. Dann erfolgt eine Rücktransformation von Signalbereich und

5 Rauschbereich in die Hologrammebene. Als Resultat der Rücktransformation entsteht in der Hologrammebene zunächst ein komplexwertiges Hologramm. Auf diese komplexen Werte wird das Error-Diffusion-Verfahren angewendet. Anschließend werden alle Amplituden auf einen konstanten Wert 1 gesetzt. Dies kann auch mit anderen Ausführungsformen wie zum Beispiel einer iterativen Berechnung in Clustern kombiniert werden, indem für jedes Cluster
10 separat das Error-Diffusion-Verfahren angewendet wird.

Eine andere Möglichkeit ist auch nach erfolgter Iteration der einzelnen Cluster und Zusammensetzen der Cluster zu einem größeren Hologramm das Error-Diffusion-Verfahren nur lokal an den Grenzen zwischen zwei Clustern auszuführen.

15 Die Fig. 12a bis 12e zeigt das Beispiel eines dreidimensionalen Objektes 4, das für Simulationen des erfindungsgemäßen Verfahrens genutzt wird, wie sie in den Fig. 4a und 4b für eine Anpassung des Amplitudenwertes in der Hologramm-Ebene sowie den Fig. 7a, 7a' und 7b, 7b' für Anpassungen des Signalbereichs dargestellt werden.

20 In der Fig. 13 ist nun wiederum ein Beispiel eines erfindungsgemäßen holographischen Displays 10 zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes 4, 4-1, 4-2 in einer Schnittansicht dargestellt.

Das holographische Display 10 enthält ein optisches System, das eine Lichtquelle 1 zur
25 Bereitstellung von kohärentem Licht, eine Transformationslinse 2 als Transformationsoptik und einen phasenmodulierbaren räumlichen Lichtmodulator 3 als phasenmodulierendes optisches Element, das eine Hologramm-Ebene 7 umfasst, aufweist.

Des Weiteren enthält das holographische Display 10 eine Steuereinheit 8. Diese weist eine
30 Reihe von Steuerfunktionen auf und ist eingerichtet zur Berechnung der Kodierung eines computergenerierten Hologramms eines dreidimensionalen Objektes 4, 4-1, 4-2 und zur Bereitstellung der entsprechenden Steuersignale für das optische System, d.h. für die Lichtquelle 1, den phasenmodulierbaren räumlichen Lichtmodulator 3 und in einer Variante, in der diese regelbar ist, die Transformationsoptik 2. Zu diesem Zwecke ist die Steuereinheit
35 8 mit diesen Komponenten über Kommunikationswege 9, 9-1 verbunden.

Das holographische Display 10 enthält zudem eine Rekonstruktions-Ebene 6, auch Betrachter-Ebene genannt. Diese Ebene ist keine physisch vorhandene feste Ebene: Sie ist virtuell und ihr Abstand zum phasenmodulierbaren räumlichen Lichtmodulator 3 bzw. zur Hologramm-Ebene 7 variiert mit dem Abstand, den die Augenpupille AP eines Betrachters zur Hologramm-Ebene 7 aufweist. In dieser Ebene ist ein zweidimensionales Periodizitätsintervall 5 definiert, das einen Signalbereich SW und einen Rauschbereich NW enthält.

Die Rekonstruktion des dreidimensionalen Objektes 4, 4-1, 4-2 ist in einem Signalbereich SW des zweidimensionalen Periodizitätsintervalls 5 der Betrachter-Ebene 6 sichtbar. Dabei kann sich das dreidimensionale Objekt 4, 4-1 zwischen der Betrachter-Ebene 6 und der Hologramm-Ebene 7 befinden. Das dreidimensionale Objekt 4, 4-2 kann jedoch auch von der Betrachter-Ebene 6 aus gesehen hinter der Hologramm-Ebene sichtbar sein. Auch ist es möglich, dass sich ein dreidimensionales Objekt über den gesamten Bereich, also zwischen der Betrachter-Ebene 6 und der Hologramm-Ebene 7 wie auch hinter der Hologramm-Ebene 7 erstreckt.

Die Steuereinheit 8 ist nun eingerichtet, ein erfindungsgemäßes Verfahren wie oben beschrieben auszuführen, mit dem die Kodierung des phasenmodulierbaren räumlichen Lichtmodulators 3 mit dem computergenerierten Hologramm durch iterative Berechnung mit schneller Konvergenz, also geringer Anzahl erforderlicher Iterationsschritte, und mit maximaler Beugungseffizienz erfolgt. Das Verfahren, das durch die Steuereinheit 8 ausgeführt wird, transformiert dabei räumliche Verteilungen, die das dreidimensionale Objekt 4, 4-1, 4-2 repräsentieren, während der Iterationsschritte zwischen der Betrachter-Ebene 6 und der Hologramm-Ebene 7 hin- und zurück, was durch einen entsprechenden virtuellen Kommunikationsweg 9, 9-2 gekennzeichnet ist, der keine reelle Verbindung sondern eine gedachte Verbindung ist und darstellen soll, dass die Steuereinheit Werte für die Kodierung des phasenmodulierenden räumlichen Lichtmodulators 3 in der Hologramm-Ebene 7 für eine Ansicht aus dem Signalbereich SW eines Periodizitätsintervalls 5 jeweils in einer definierten Betrachter-Ebene 6 zur Verfügung stellt.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass die voranstehend erörterten Ausführungsbeispiele lediglich zur Beschreibung der beanspruchten Lehre dienen, diese jedoch nicht auf die Ausführungsbeispiele einschränken. Insbesondere könnten die oben beschriebenen Ausführungsbeispiele – soweit möglich – miteinander kombiniert werden.

Patentansprüche

1. Verfahren zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines
5 computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches
Element (3) für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes (4), in dem ein
Transformationsalgorithmus zur iterativen Berechnung des computergenerierten
Hologramms (CGH) verwendet wird, wobei
durch Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes (4) in
10 einen Signalbereich (SW) eines zweidimensionalen Periodizitätsintervalls (5) in einer
Betrachter-Ebene (6) eine zweidimensionale Verteilung von komplexen Werten eines
Wellenfeldes berechnet wird, die eine komplexwertige Sollwertverteilung bildet und
die als Vergleichsbasis für eine iterative Berechnung der Steuerwerte der Kodierung
dient, wobei das zweidimensionale Periodizitätsintervall (5) den Signalbereich (SW)
15 und einen Rauschbereich (NW) umfasst,
und in einer numerischen Iteration in sich wiederholenden Iterationsschritten durch
inverse Transformation der komplexwertigen Sollwertverteilung des Signalbereichs
(SW) und einer komplexwertigen Istwert-Verteilung des Rauschbereichs (NW) des
zweidimensionalen Periodizitätsintervalls (5) der Betrachter-Ebene (6) in eine
20 Hologramm-Ebene (7) des phasenmodulierenden optischen Elements (3) eine
transformierte komplexwertige Verteilung aus Amplitudenwerten und Phasenwerten
ermittelt wird und daraus eine Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte der
Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements (3) bestimmt wird, sowie
durch Transformation dieser Verteilung von Phasenwerten in das zweidimensionale
25 Periodizitätsintervall (5) der Betrachter-Ebene (6) eine komplexwertige Istwert-
Verteilung ermittelt wird, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist, um schließlich das
phasenmodulierende optische Element (3) mit der zuletzt ermittelten Verteilung von
Phasenwerten als Steuerwerte zu kodieren,
dadurch gekennzeichnet, dass
30 - aus der statistischen Verteilung von Amplitudenwerten des zu kodierenden
computergenerierten Hologramms ein geeigneter Amplitudenwert ermittelt wird, der
die Amplituden-Randbedingung während der numerischen Iteration vorgibt
und/oder

- mindestens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler des Signalbereichs (SW) des Periodizitätsintervalls (5) so angepasst wird, dass der Rauschbereich (NW) im Vergleich zum Signalbereich (SW) vergrößert wird.

5 2. Verfahren nach Anspruch 1, bei dem in einem ersten Iterationsschritt eine komplexwertige Startverteilung im Rauschbereich (NW) gewählt wird.

3. Verfahren nach Anspruch 1, bei dem eine Startverteilung von Phasenwerten des phasenmodulierenden optischen Elementes gewählt wird, und in einem ersten
10 Iterationsschritt durch Transformation dieser Verteilung von Phasenwerten in das zweidimensionale Periodizitätsintervall (5) der Betrachter-Ebene (6) eine komplexwertige Istwert-Verteilung ermittelt wird.

4. Verfahren nach einem der Ansprüche 2 oder 3, bei dem für eine Sequenz von
15 computergenerierten Hologrammen (CGH) als komplexwertige Startverteilung im Rauschbereich oder als Startverteilung von Phasenwerten des phasenmodulierenden optischen Elementes für ein computergeneriertes Hologramm aus der Sequenz die Istwerte aus dem letzten Iterationsschritt bei dem vorangegangenen computergenerierten Hologramm aus der Sequenz verwendet
20 werden.

5. Verfahren nach Anspruch 1, in dem aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Amplitudenwerte des zu kodierenden computergenerierten Hologramms ein Erwartungswert zur Nutzung als Amplituden-Randbedingung während der
25 numerischen Iteration bestimmt wird.

6. Verfahren nach Anspruch 1 oder 5, wobei eine Fourier-Transformation als Transformationsalgorithmus eingesetzt wird und die numerische Iteration k Iterationsschritte wie folgt durchläuft:

30 (1) Anwenden der inversen Fourier-Transformation auf eine Matrix $U(u,v,k)$ zur Berechnung der komplexen Amplitude in der Hologramm-Ebene (7) d.h.

$$IFT\{U(u,v,k)\} = H(x,y,k) = A(x,y,k) \exp[i\phi(x,y,k)],$$

(2) Definition der Amplituden-Randbedingung in der Hologramm-Ebene (7)

$$A_c(x,y,k) \leq 1,$$

(3) Anwenden der Fourier-Transformation auf die korrigierte Hologramm-Funktion

$$FT\{A_c(x,y,k)\exp[i\phi(x,y,k)]\}=U(u,v,k)$$

5 zur Berechnung einer Istwert-Verteilung in der Betrachter-Ebene (6) und Beurteilung der Signalqualität mittels eines Gütekriteriums, beispielsweise des Signal-Rauschverhältnisses (SNR), zwischen der Istwert-Verteilung und der Sollwertverteilung im Signalbereich (SW) zum Vergleich mit dem Abbruchkriterium,

10 (4) Festsetzen von Eingabe-Randbedingungen in der Betrachter-Ebene (6), durch ein erneutes Einschreiben der komplexwertigen Sollwertverteilung in den Signalbereich (SW) des Periodizitätsintervalls (5), insbesondere der Matrix: U:
 $S(u,v) \rightarrow U(u,v,k),$

solange das Abbruchkriterium nicht erfüllt ist.

15

7. Verfahren nach Anspruch 6, in dem als Gütekriterium für die komplexwertigen Verteilungen die folgende Definition des Signal-Rauschverhältnisses (SNR):

$$SNR = \frac{\iint_D |S_n(u,v)|^2 du dv}{\iint_D |S_n(u,v) - \beta S_r(u,v)|^2 du dv}$$

mit

$$\beta = \frac{\iint_D \operatorname{Re}\{S_n(u,v) \cdot S_r(u,v)\} du dv}{\iint_D |S_r(u,v)|^2 du dv}$$

20

verwendet wird, wobei S_n die Sollwertverteilung im Signalbereich (SW) und S_r die Istwert-Verteilung im Signalbereich (SW) ist und die Integration über die Fläche D des Signalbereiches(SW) erfolgt.

25 8. Verfahren nach Anspruch 1, wobei in wenigstens einem Iterationsschritt die Bestimmung einer Verteilung von P

hasenwerten als Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements (3) aus der transformierten komplexwertigen Verteilung von Amplitudenwerten und Phasenwerten wie folgt durchgeführt wird:

(1) Bestimmung eines Fehlers für jeden Wert der komplexwertigen Verteilung von Amplitudenwerten und Phasenwerten

(2) Addieren dieses Fehlers mit einem Error-Diffusion-Verfahren gewichtet zu den benachbarten komplexen Werten, so dass eine geänderte komplexwertige Verteilung resultiert

(3) Setzen der Amplituden der so geänderten komplexwertigen Verteilung auf einen konstanten Wert.

9. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 8, in dem der Gleichanteil-Spot (GA-SP) im zweidimensionalen Periodizitätsintervall (5) außerhalb des Signalbereichs (SW) angeordnet ist.

10. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 9, wobei das computergenerierte Hologramm ein single-parallax Hologramm oder ein full-parallax Hologramm umfasst.

11. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 10 wobei der Signalbereich (SW) zusätzlich derart gewichtet ist, dass in seiner Mitte das komplexwertige Signal bestmöglich vorliegt und zu seinem Rand in seiner Güte abfällt.

12. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 11, in dem ein farbiges computergeneriertes Hologramm (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element (3) für die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes (4) kodiert wird, wobei die Berechnung der Phasenwerte mittels numerischer Iteration für das Kodieren für jede Grundfarbe separat in Teilhologrammen erfolgt, die zu dem farbigem computergenerierten Hologramm zusammengesetzt werden.

13. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 12, in dem durch Transformation von Objektdatensätzen des dreidimensionalen Objektes (4) in einen ersten Signalbereich (SW) eines ersten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls (5) und in einen zweiten Signalbereich (SW) eines zweiten zweidimensionalen Periodizitätsintervalls (5) in einer Betrachter-Ebene (6) eine zweidimensionale Verteilung von komplexen Werten eines Wellenfeldes berechnet wird und die iterative Berechnung der Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements (3) für beide zweidimensionalen Periodizitätsintervalle (5) erfolgt.

14. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 13, bei dem wenigstens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler des Signalbereichs (SW) des Periodizitätsintervalls (5) im Verlauf der sich wiederholenden Iterationsschritte
5 verändert wird.
15. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 14, bei dem zur Kodierung von komplexwertigen Signalen eines computergenerierten Hologramms (CGH) in ein phasenmodulierendes optisches Element (3) das computergenerierte Hologramm
10 (CGH) in Cluster unterteilt wird, und die Bestimmung einer Verteilung von Phasenwerten als Steuerwerte der Kodierung des phasenmodulierenden optischen Elements (3) für jedes Cluster einzeln durchgeführt wird.
16. Verfahren nach Anspruch 15, bei dem die Größe der Cluster so bestimmt wird,
15 dass sie im Wesentlichen mit der typischen oder mit der maximalen Größe eines Sub-Hologramms im computergenerierten Hologramm (CGH) übereinstimmt.
17. Verfahren nach Anspruch 15, bei dem wenigstens einer der Parameter Größe, Form, Position und Gewichtungsfiler des Signalbereichs (SW) des
20 Periodizitätsintervalls (5) für die einzelnen Cluster unterschiedlich gewählt wird.
18. Computerprogramm-Produkt, das eingerichtet ist, ein Verfahren nach einen der Ansprüche 1 bis 17 auszuführen.
- 25 19. Holographisches Display (10) zur Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objektes (4), umfassend:
- ein optisches System, das eine Lichtquelle (1) zur Bereitstellung von kohärentem Licht, eine Transformationsoptik (2) und phasenmodulierendes optisches Element (3) mit einer Hologramm-Ebene (7) enthält,
 - 30 - eine Steuereinheit (8), eingerichtet zur Berechnung der Kodierung eines computergenerierten Hologramms des dreidimensionalen Objektes (4) und zur Bereitstellung der entsprechenden Steuersignale für das optische System,
- wobei die Rekonstruktion des dreidimensionalen Objektes (4) in einem Signalbereich (SW) eines zweidimensionalen Periodizitätsintervalls (5) einer Betrachter-Ebene (6)

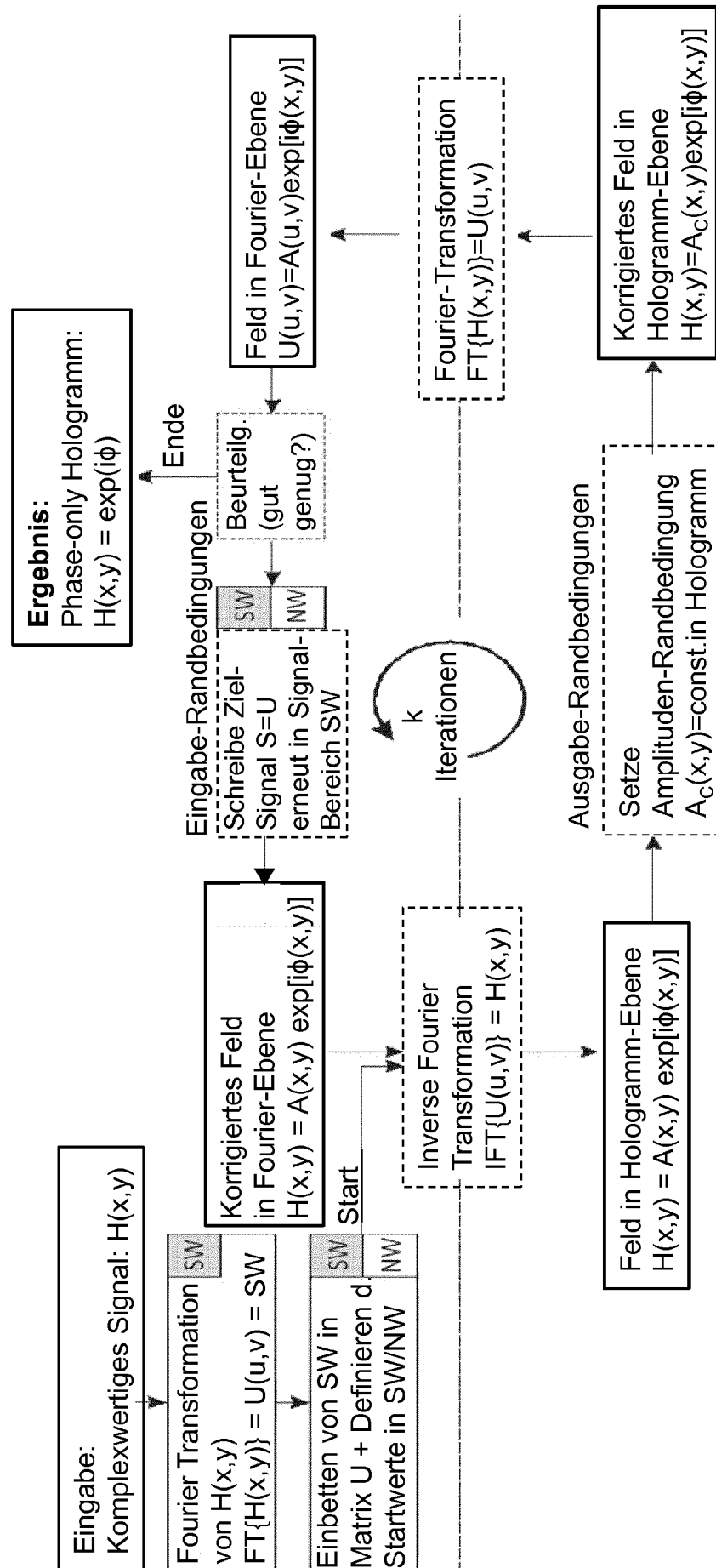
sichtbar ist, dadurch gekennzeichnet, dass die Steuereinheit (8) eingerichtet ist, ein Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 17 auszuführen.

20. Holographisches Display (10) nach Anspruch 19, wobei der das
5 phasenmodulierende optische Element (3) ein räumlicher Lichtmodulator, insbesondere ein phasenmodulierender räumlicher Lichtmodulator, ist.

21. Holographisches Display (10) nach Anspruch 19 oder 20, das einen Filter zur
Durchführung einer Filterung zwischen Signalbereich (SW) und Rauschbereich (NW)
10 enthält.

22. Holographisches Display (10) nach einem der Ansprüche 19 bis 21, das zur
Kodierung von komplexwertigen Signalen eines farbigen computergenerierten
Hogramms (CGH) im phasenmodulierenden optischen Element (3) Sub-Pixel zur
15 Kodierung von Teilhogrammen für jede Grundfarbe enthält, oder das eingerichtet
ist, Teilhogramme jeder Grundfarbe zeitlich aufeinanderfolgend anzuzeigen.

6 Rekonstruktions-Ebene
(Betrachter-Ebene; Fourier-Ebene)



7 Hologramm-Ebene
(Objekt-Ebene)

Fig. 1

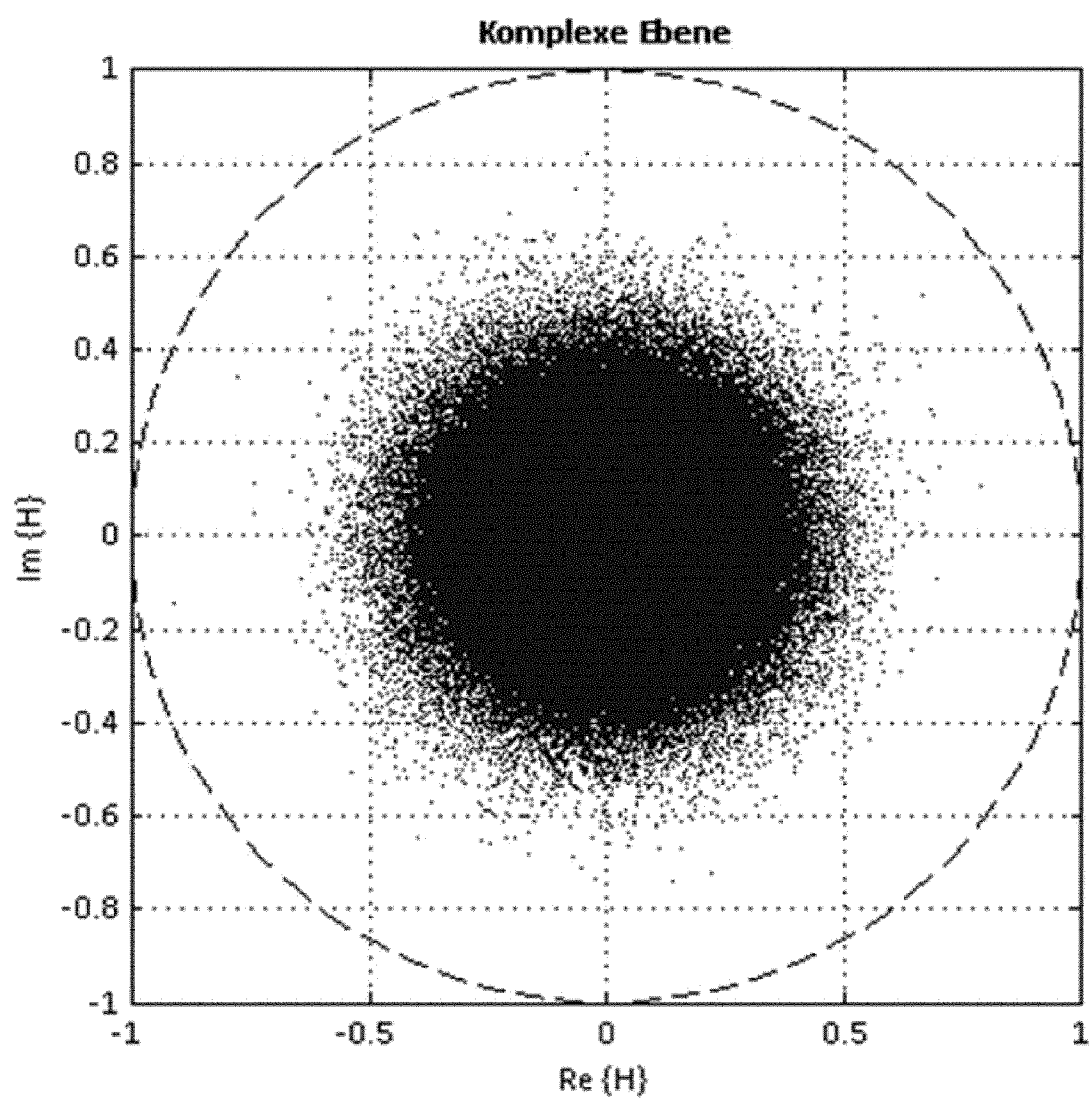


Fig. 2a

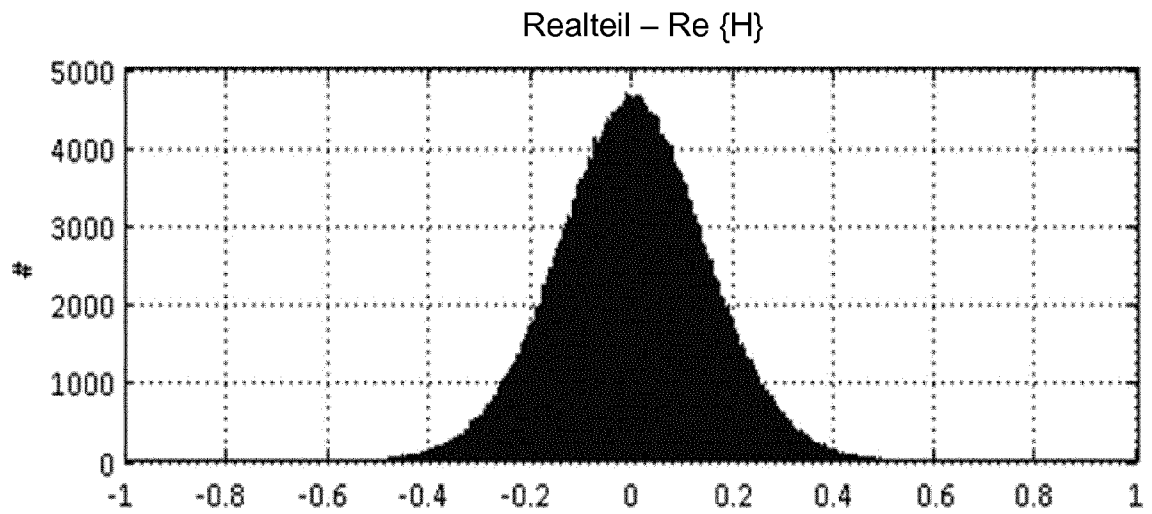


Fig. 2b

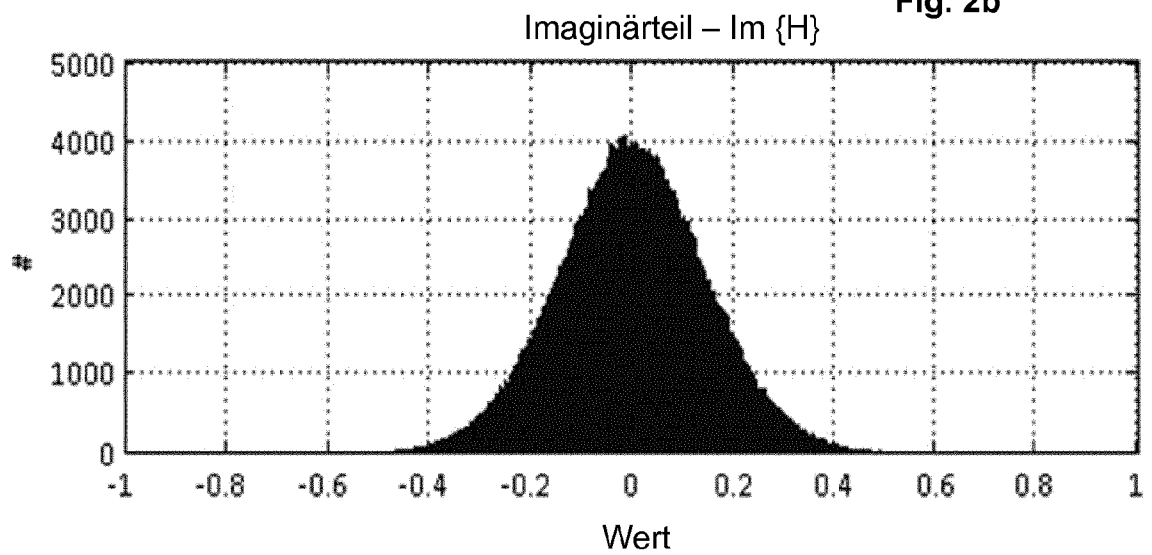
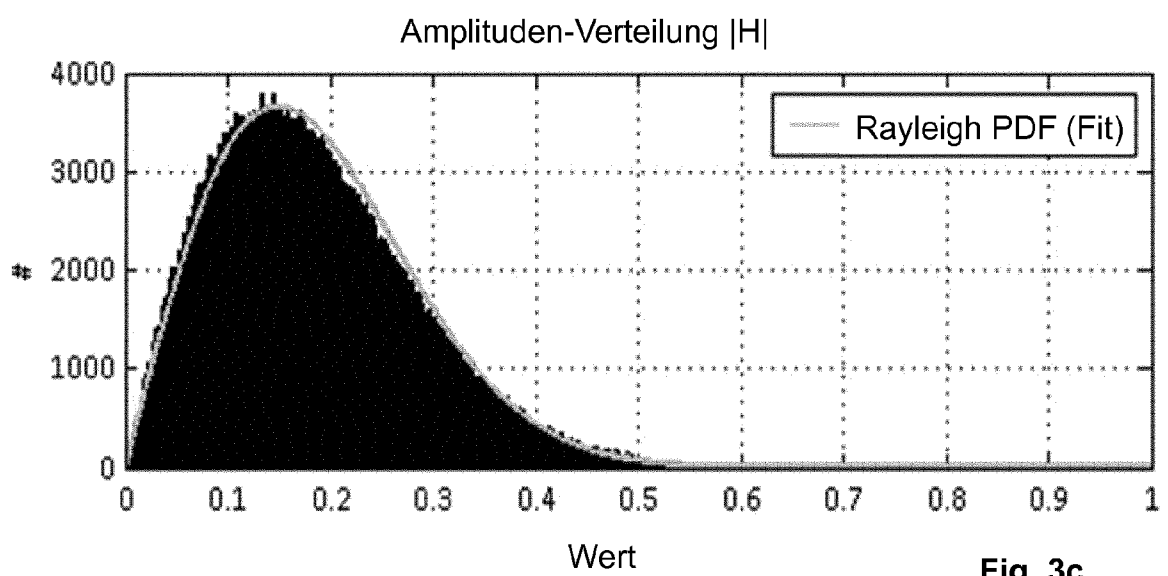
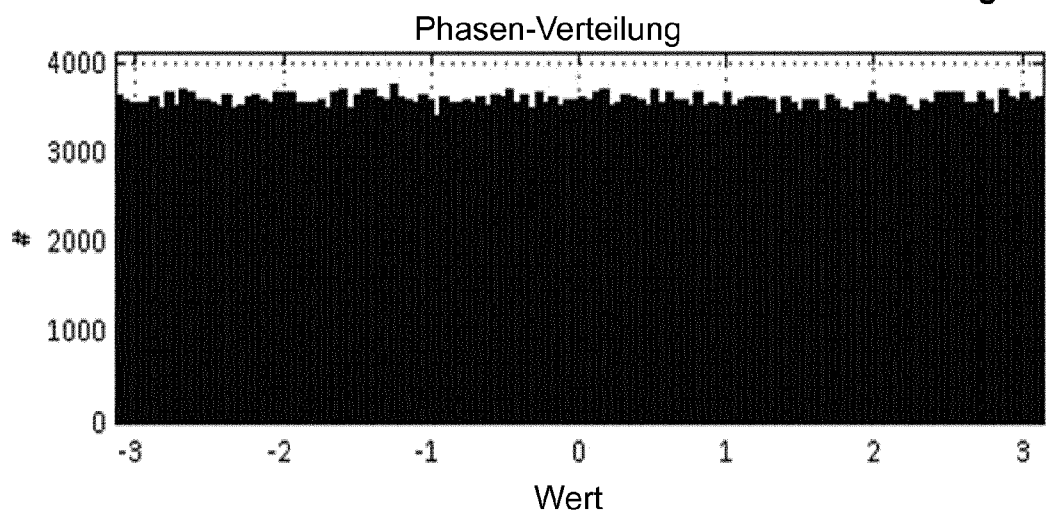
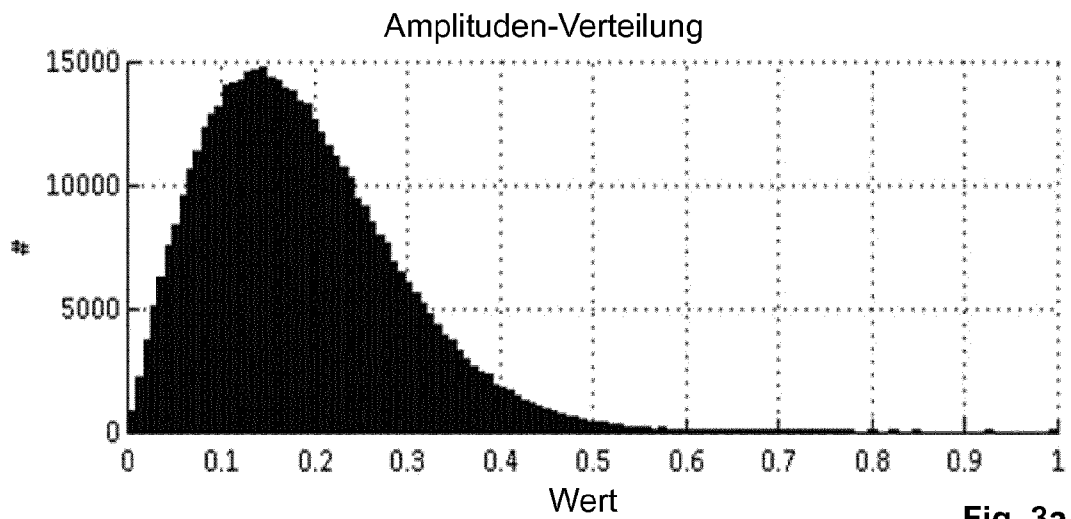
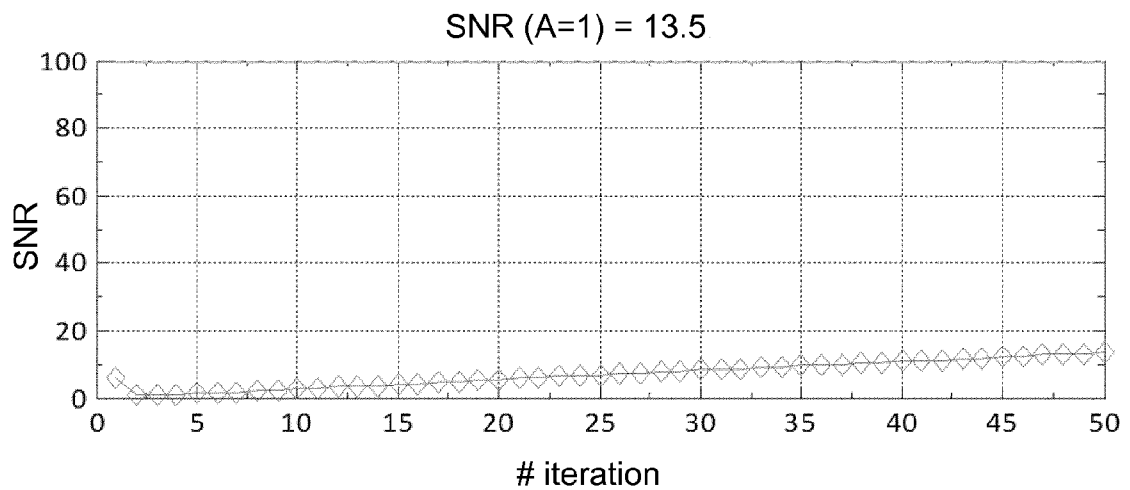


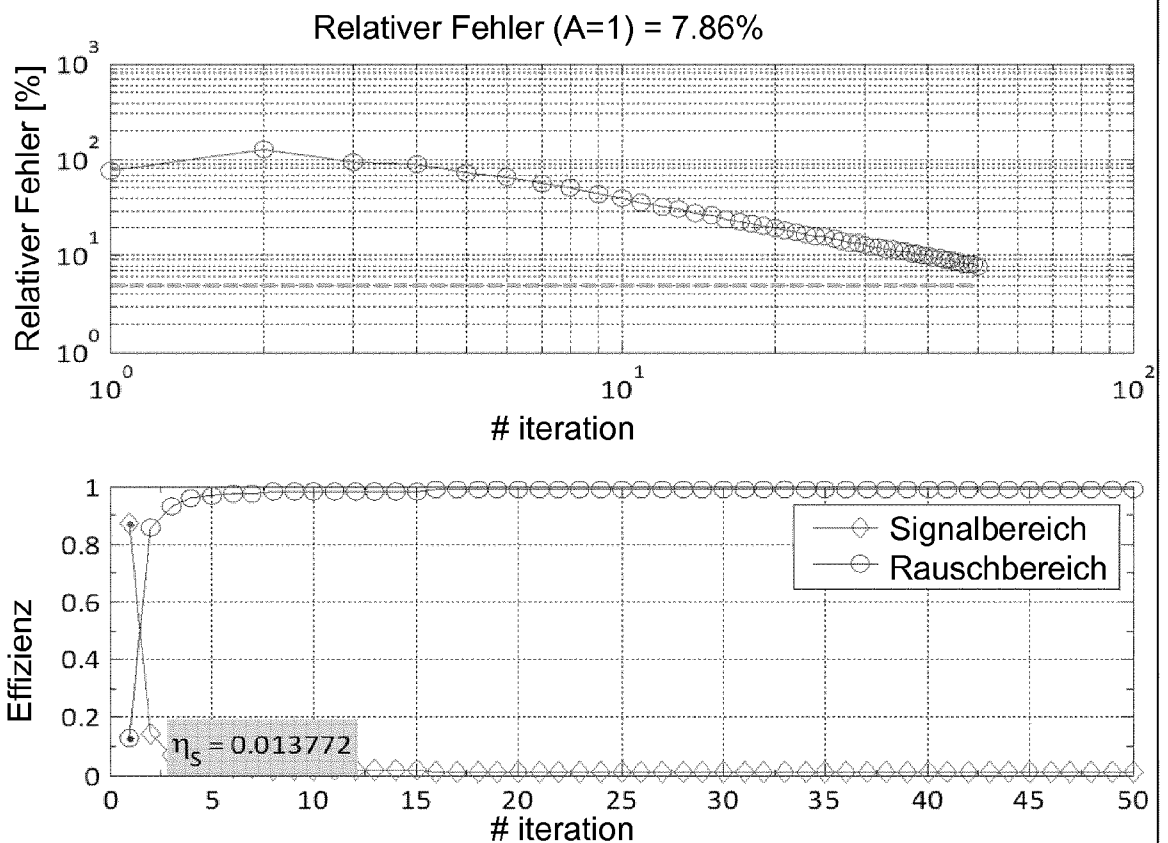
Fig. 2c



Ohne Anpassung des Amplitudenwertes
 $A = 1$



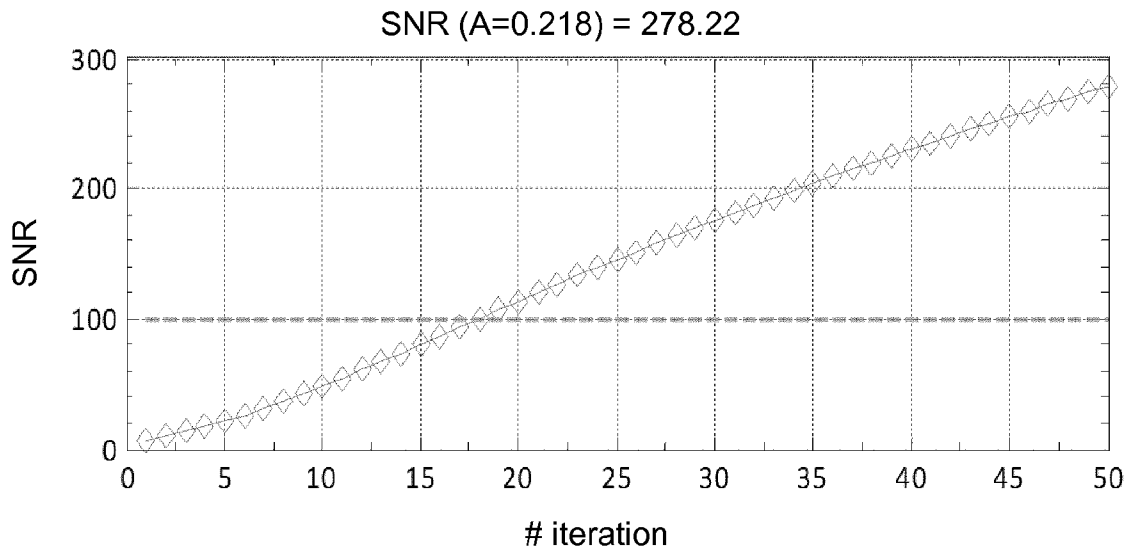
SNR (50 Iterationen) = 13.5



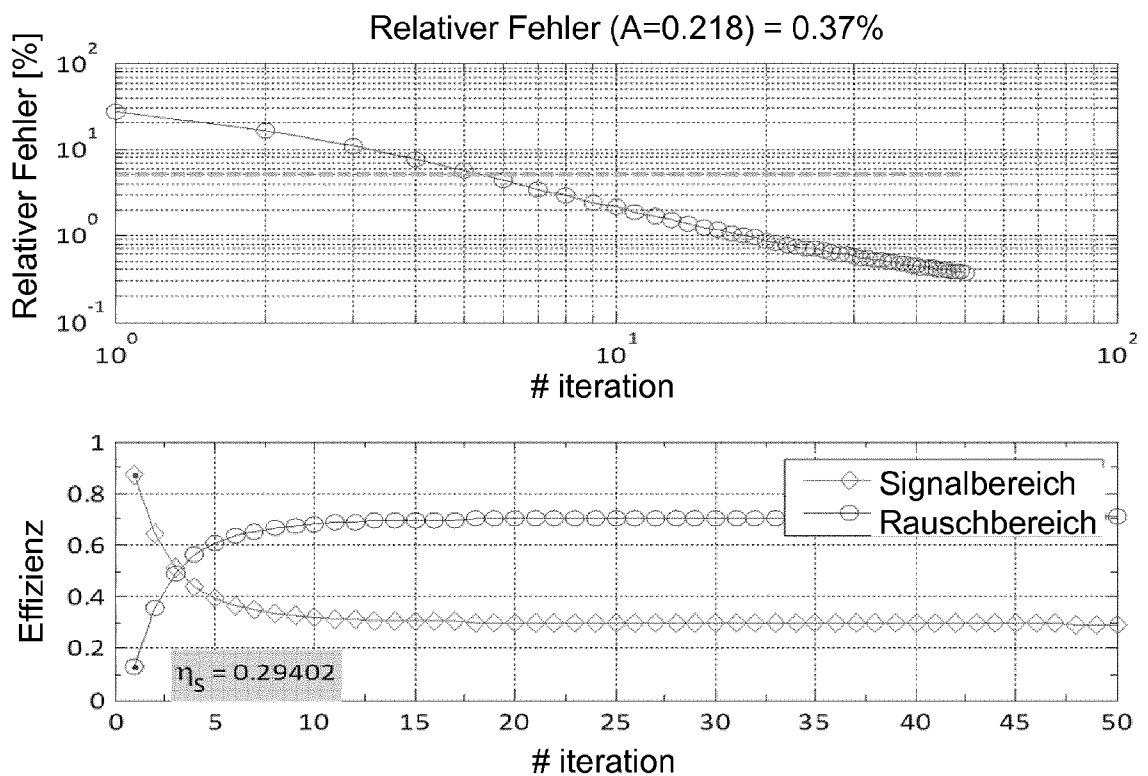
SNR = 100 wird nicht erreicht (bei $k < 50$)

Effizienz im Signalbereich: 1.3%

Mit Anpassung des Amplitudenwertes
 A = Mittelwert der Amplitudenverteilung



SNR (50 Iterationen) = 278



SNR = 100 wird nach 18 Iterationen erreicht

Effizienz im Signalbereich: 29.4%

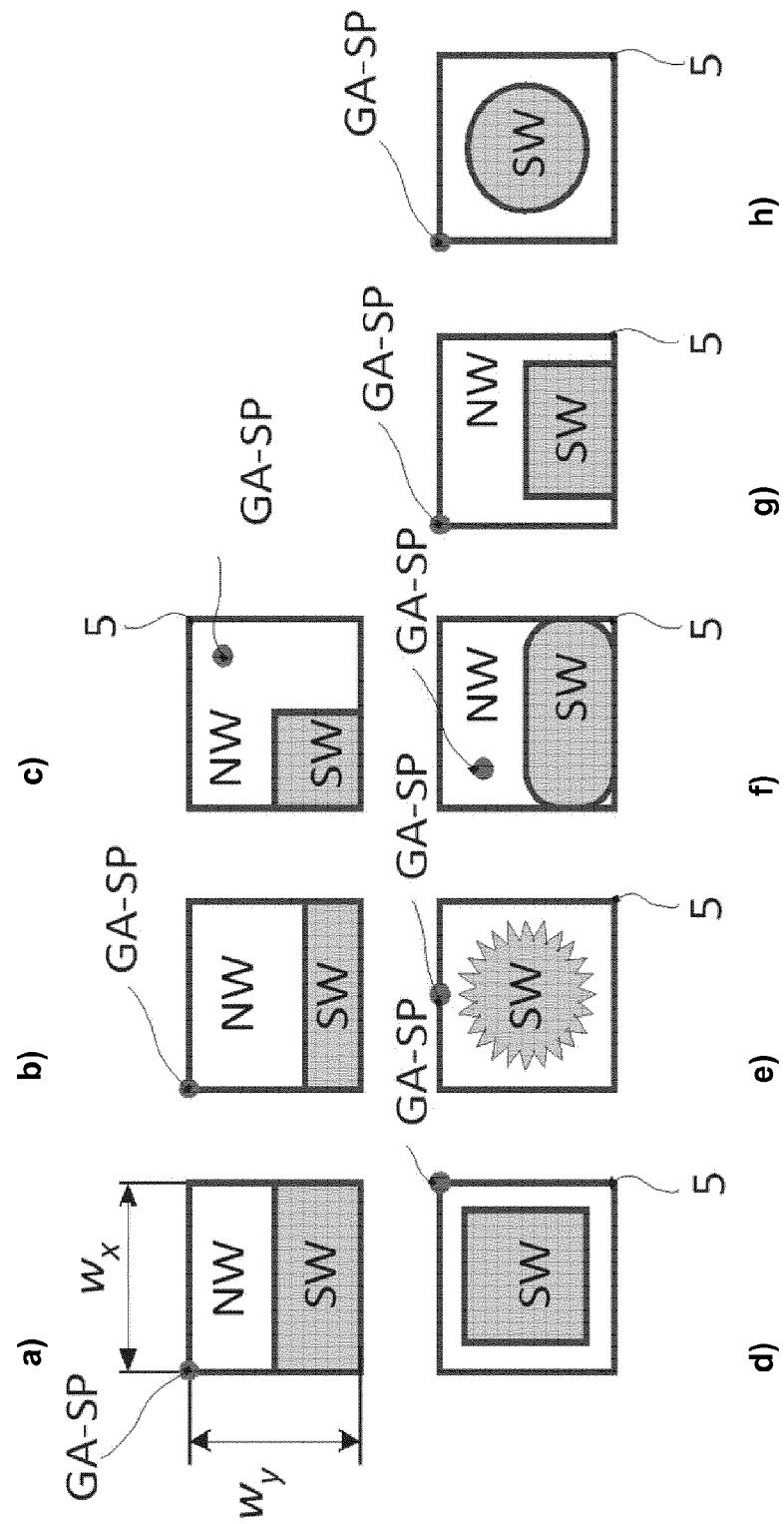


Fig. 5

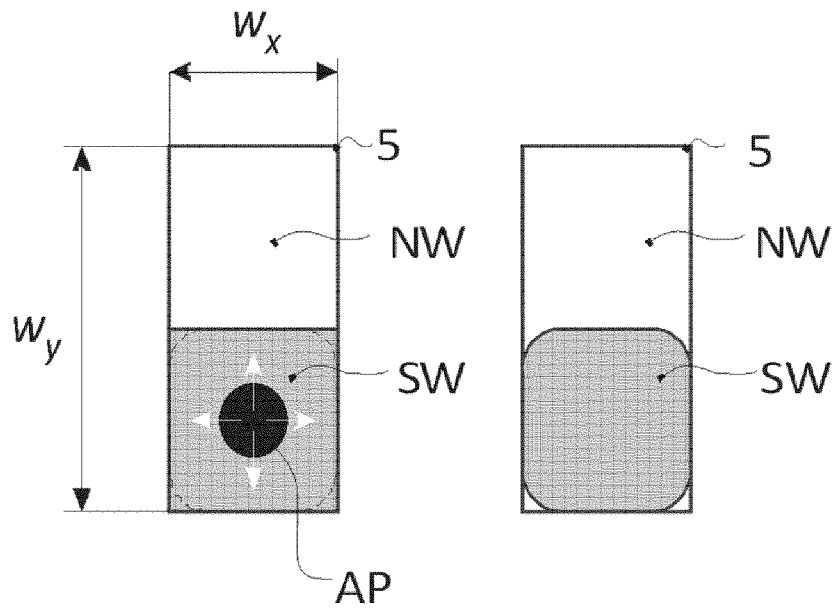


Fig. 6a

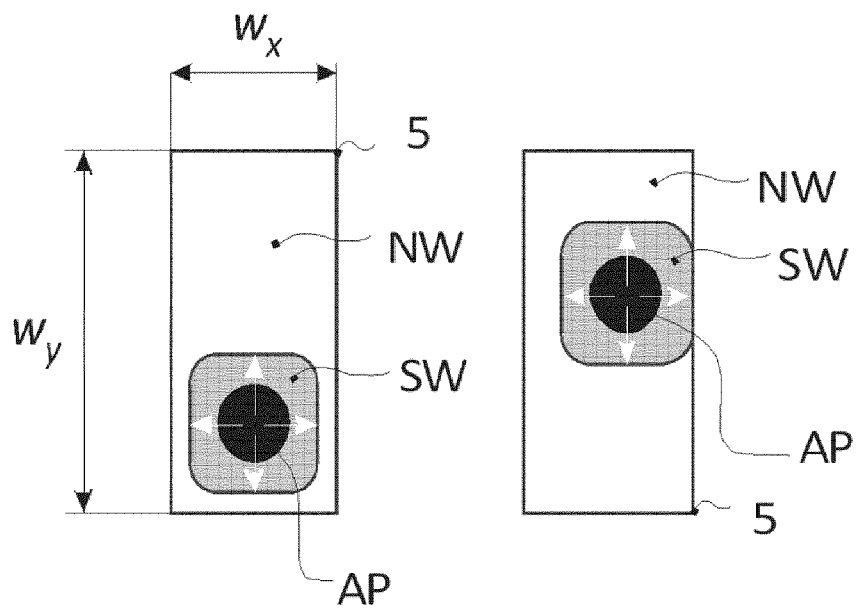
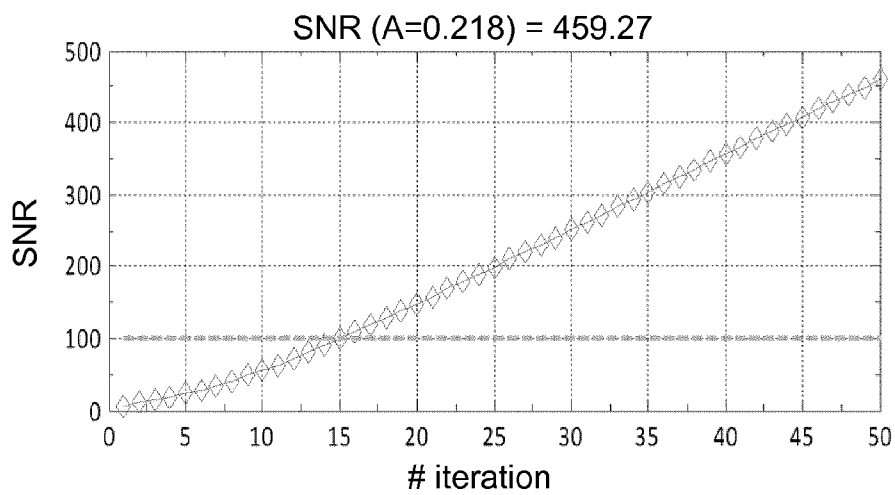
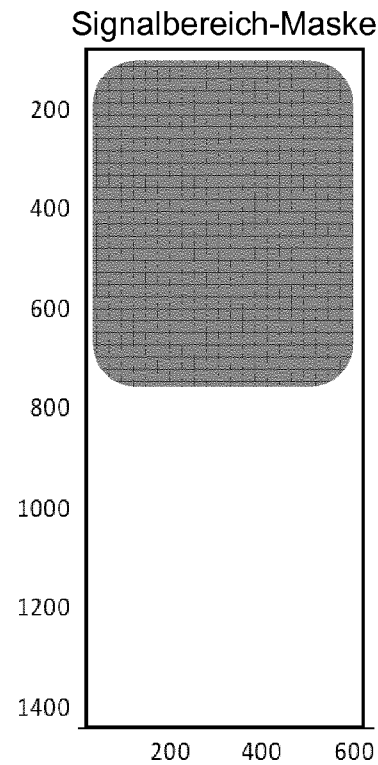


Fig. 6b

Mit geringfügiger Verkleinerung des Signalbereichs (nur in den Ecken)

Fläche SW: 48.04% (grau)

Fläche NW: 51.96% (weiß)



SNR (50 Iterationen) = 459

Fig. 7a

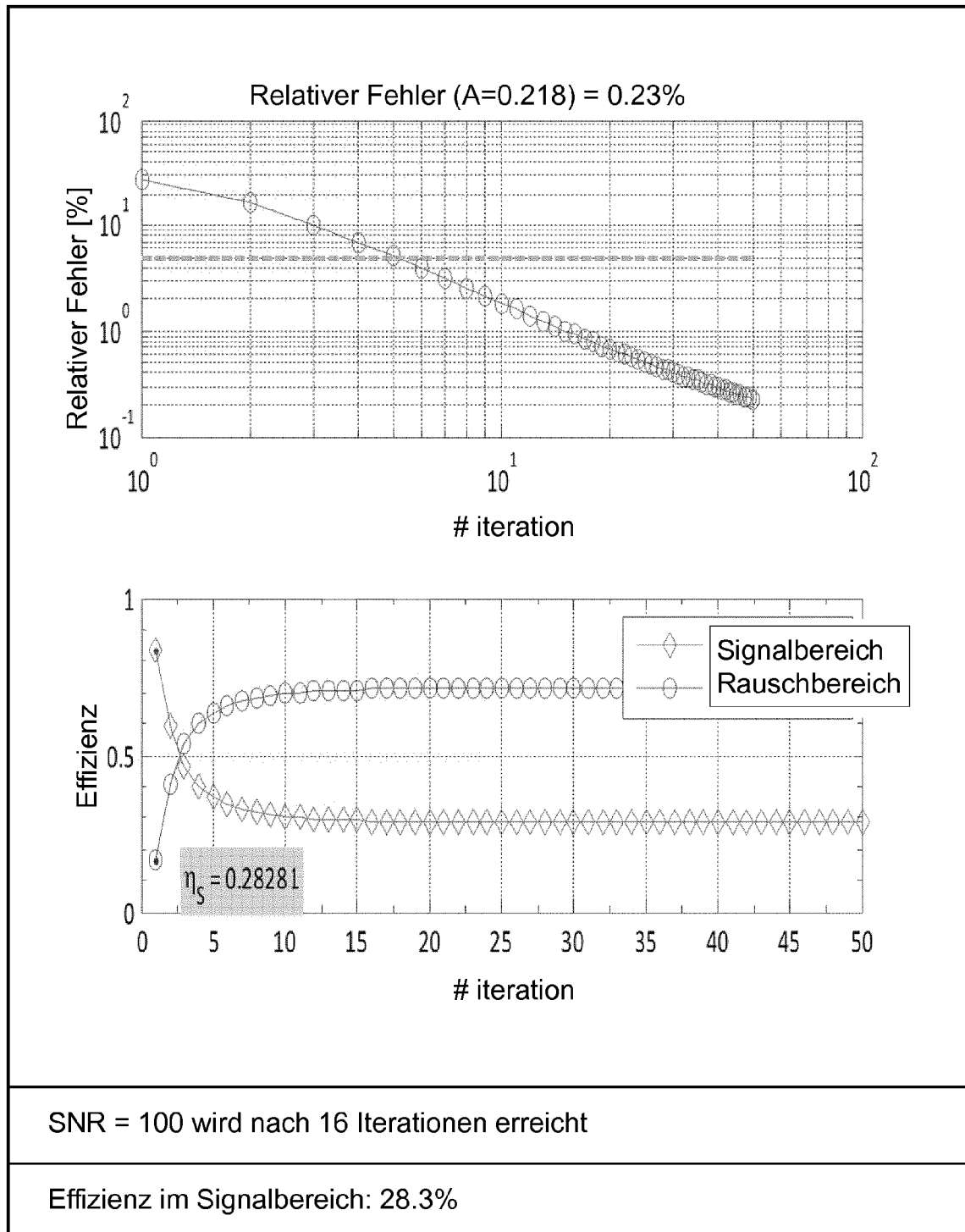


Fig. 7a'

Mit deutlicher Verkleinerung des Signalbereichs

Fläche SW: 35.4% (grau)

Fläche NW: 64.6% (weiß)

Signalbereich-Maske

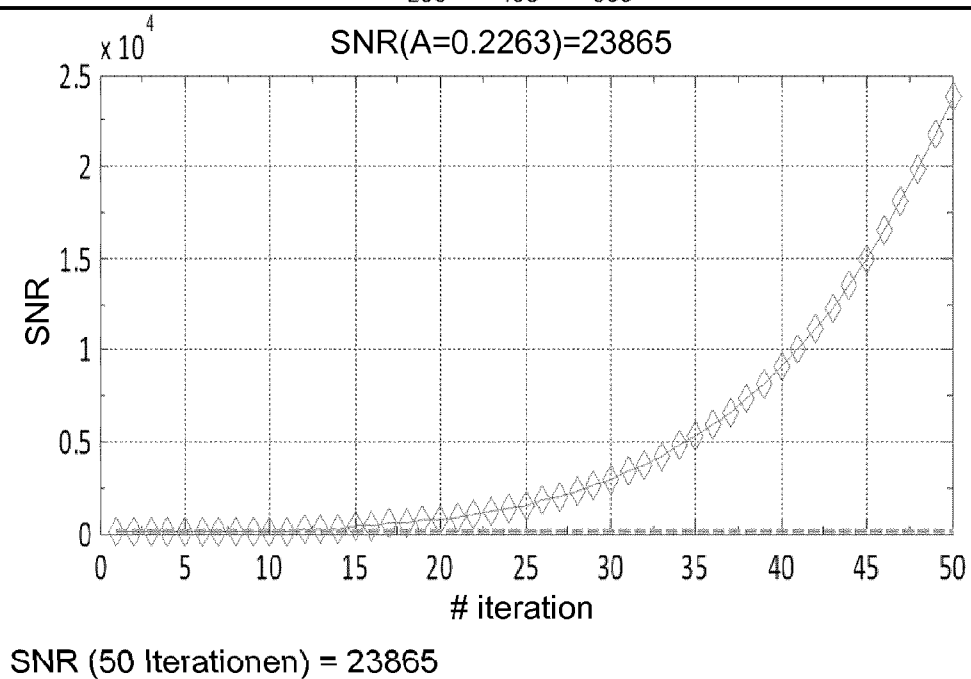
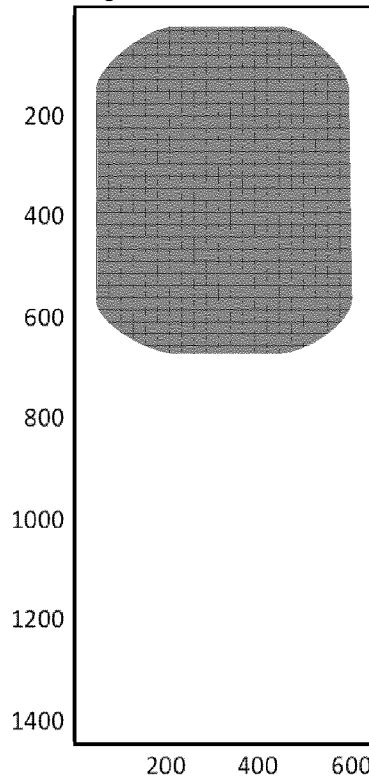


Fig. 7b

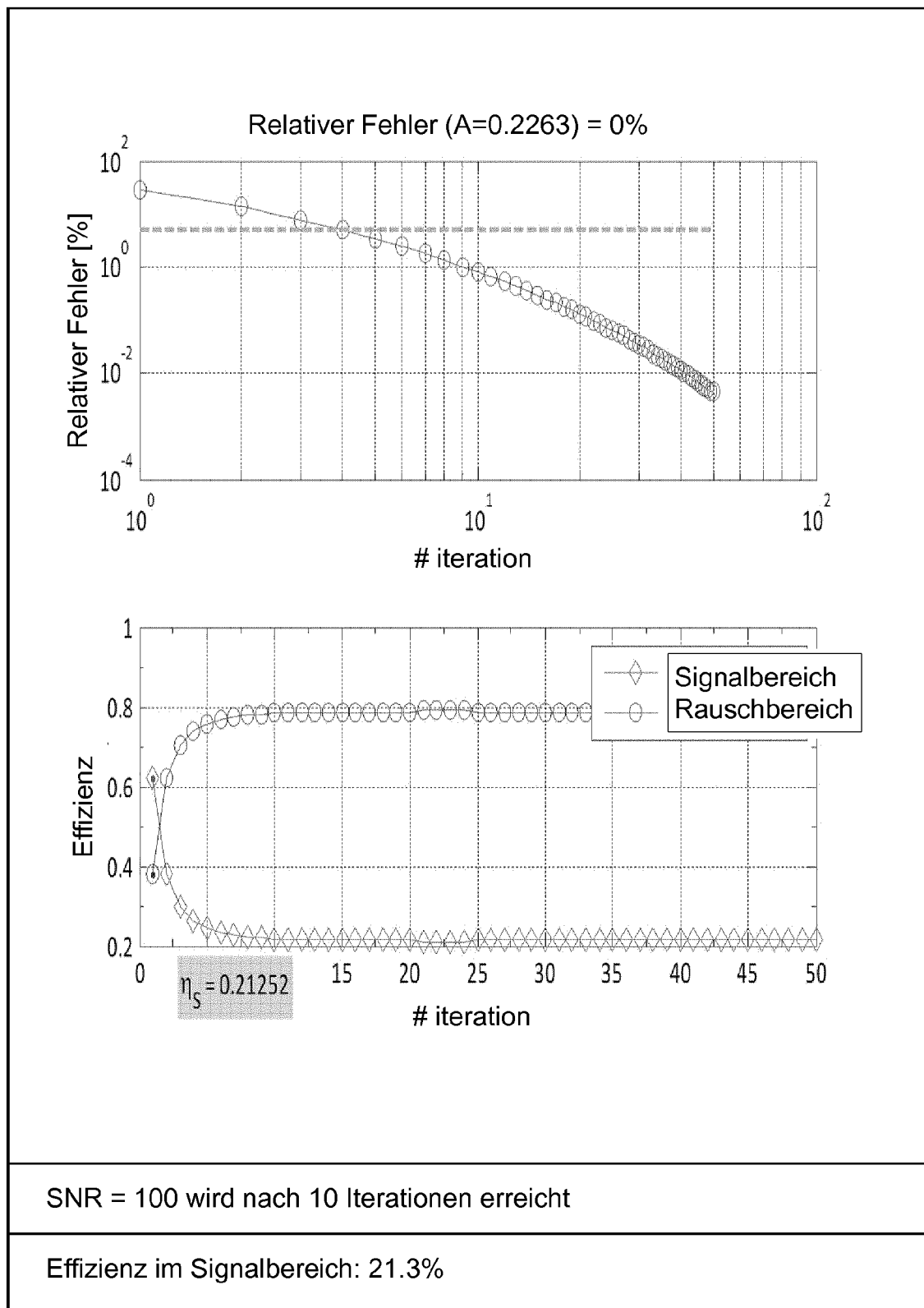


Fig. 7b'

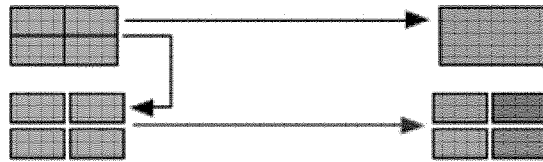


Fig. 8



Fig. 9



Fig. 10

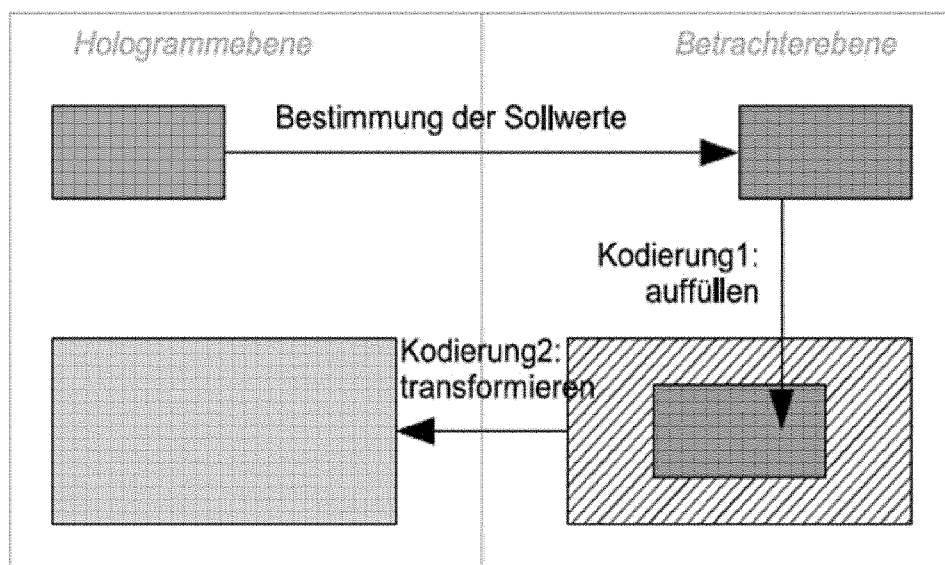


Fig. 11

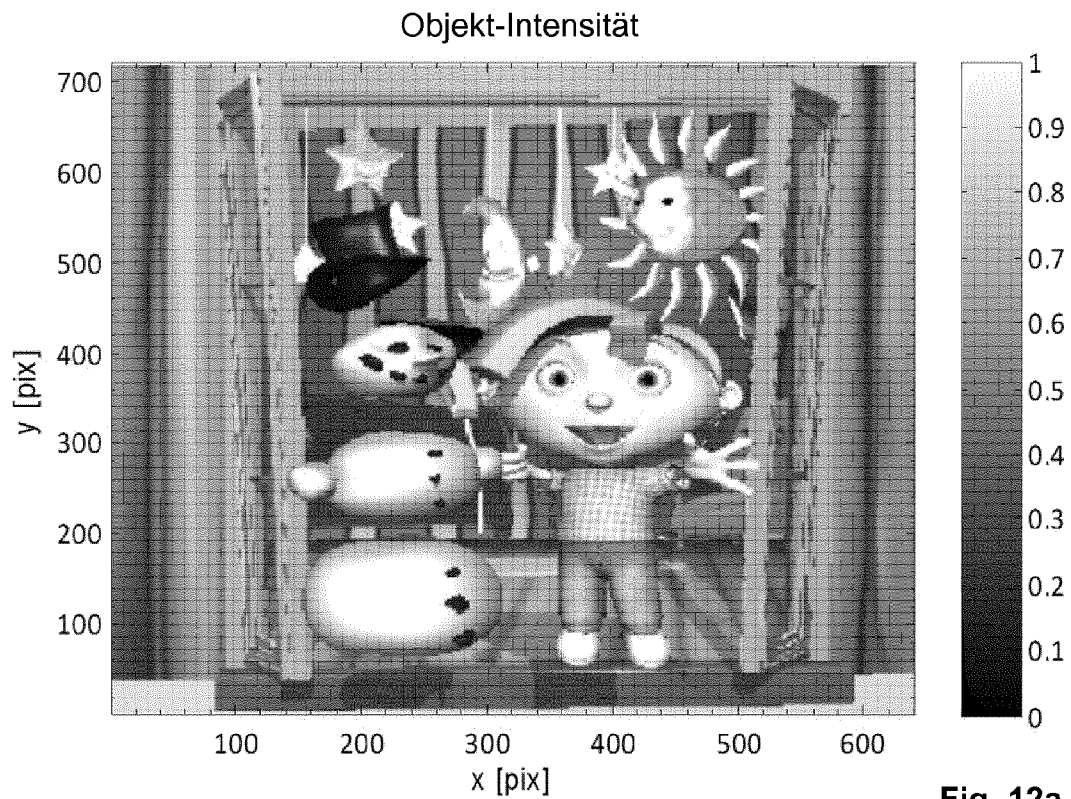


Fig. 12a

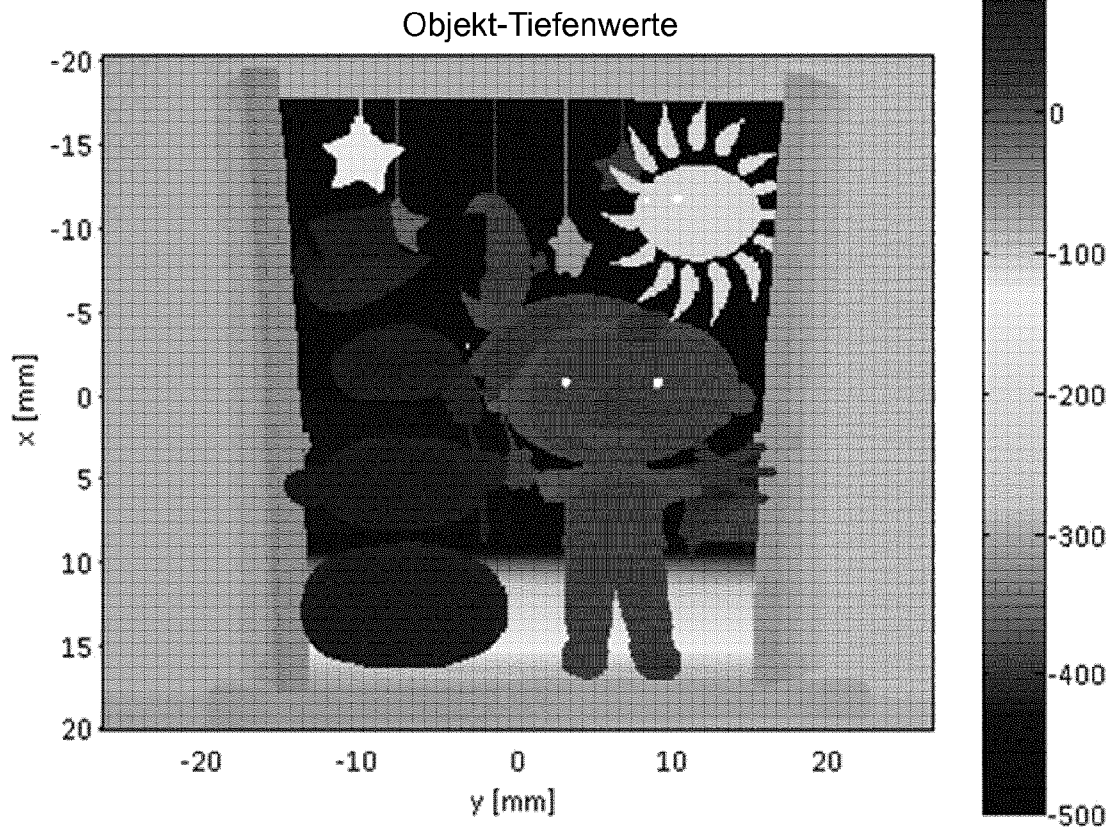
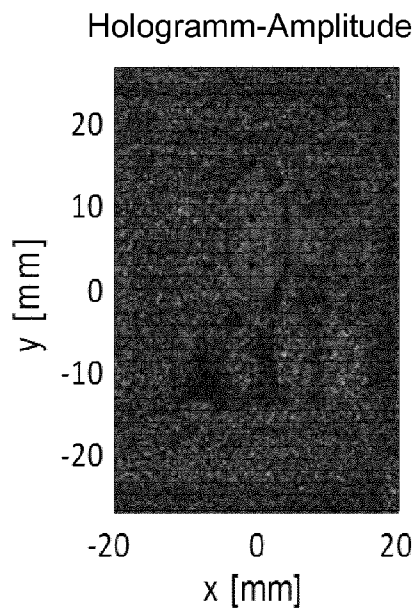
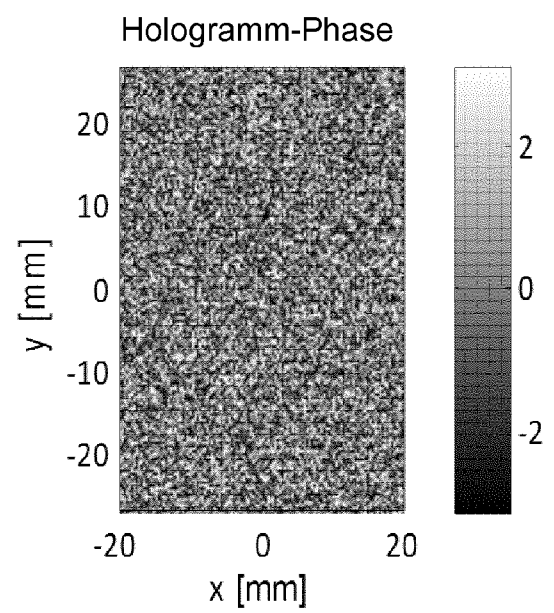


Fig. 12b

**Fig. 12c****Fig. 12d**

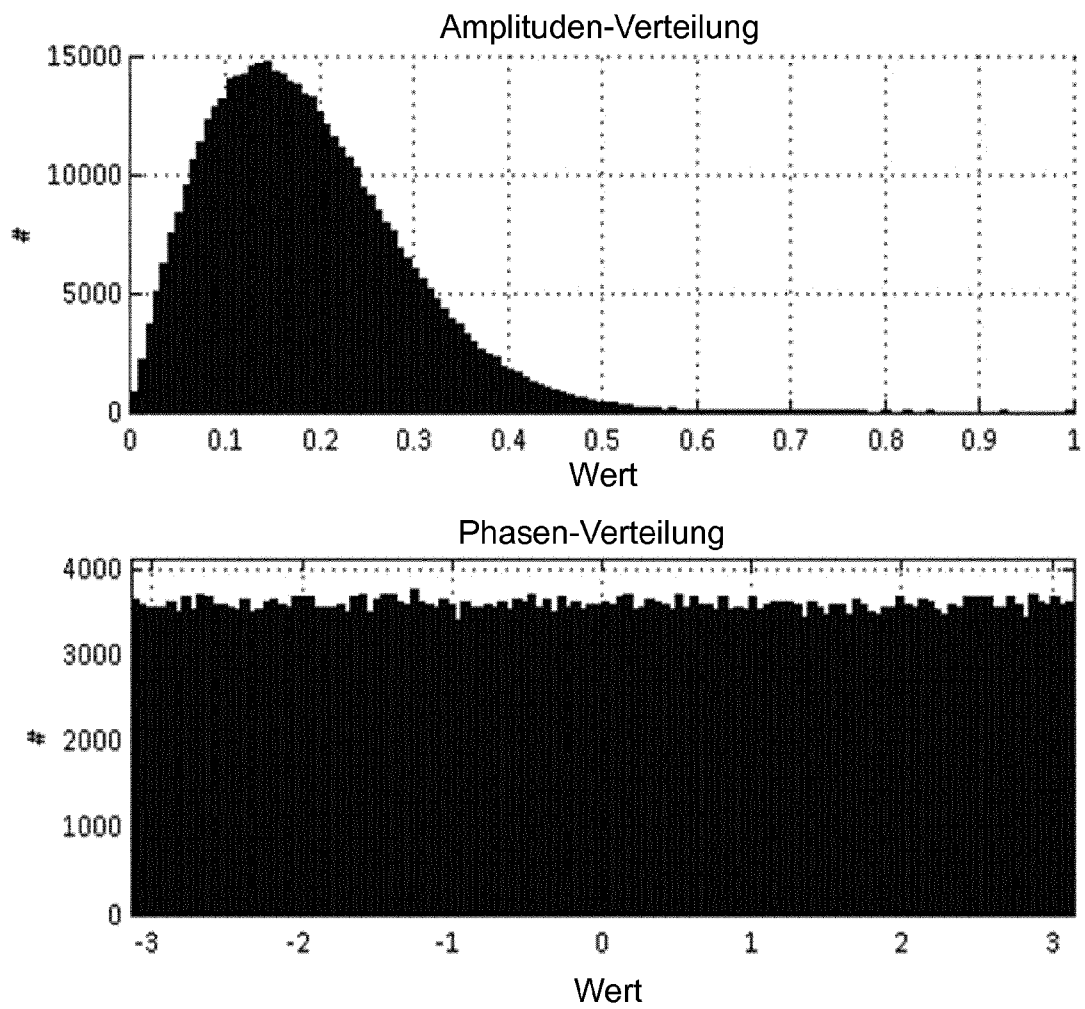


Fig. 12e

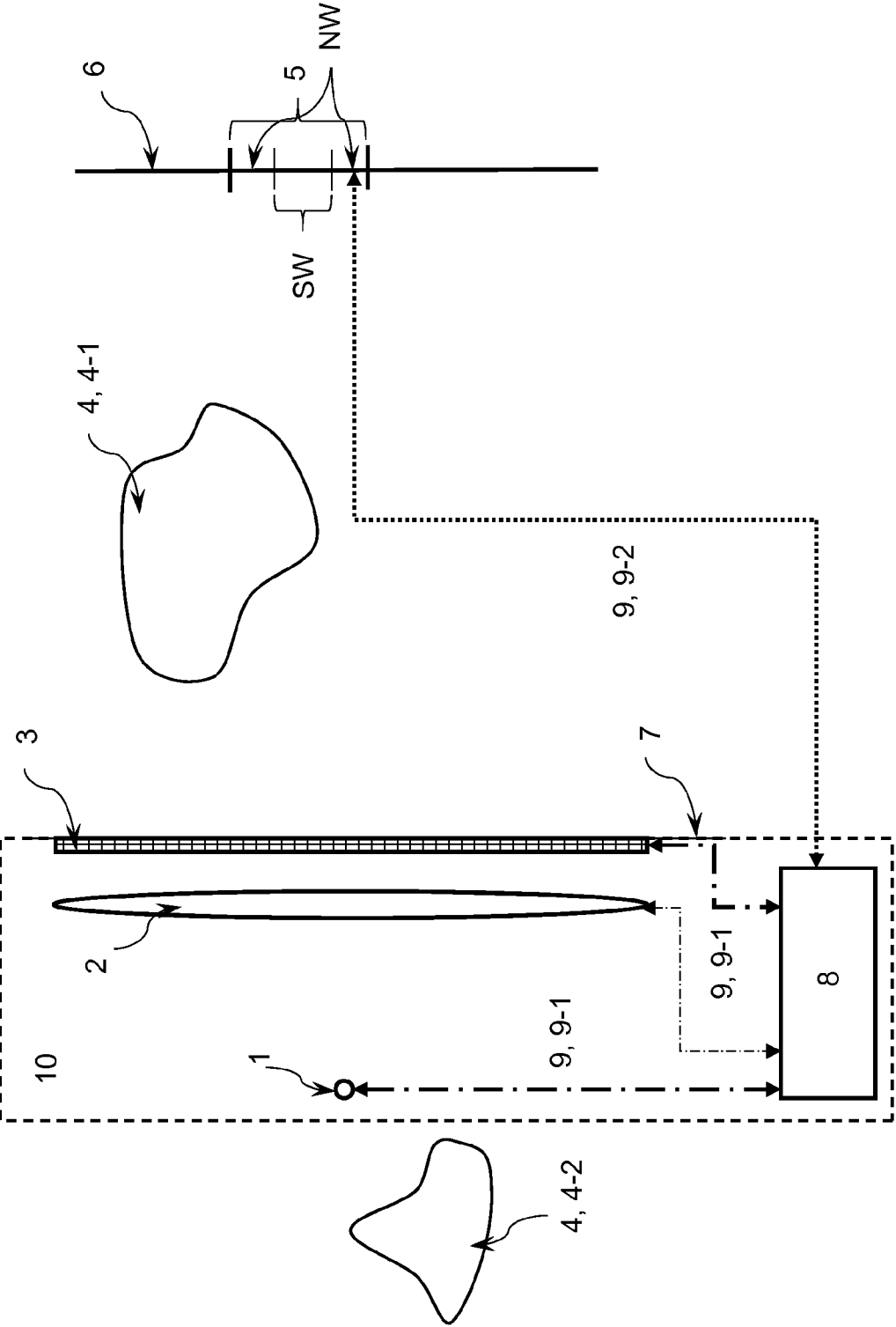


Fig. 13