

(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 102411794 B

(45) 授权公告日 2013. 11. 06

(21) 申请号 201110214484. 6 期), 1138-60.

(22) 申请日 2011. 07. 29 审查员 孙国辉

(73) 专利权人 南京大学

地址 210093 江苏省南京市汉口路 22 号南京  
大学蒙民伟楼 601 室

(72) 发明人 路通 高荣军

(74) 专利代理机构 江苏圣典律师事务所 32237  
代理人 胡建华

(51) Int. Cl.

G06T 15/00 (2011. 01)

(56) 对比文件

CN 101609563 A, 2009. 12. 23,

CN 101382934 A, 2009. 03. 11,

US 2005/0068031 A1, 2005. 03. 31,

刘玉杰 . 基于形状的三维模型检索若干关键技术研究 . 《中国优秀博硕士学位论文全文数据库 ( 博士 ) 信息科技辑》 . 2006, ( 第 10

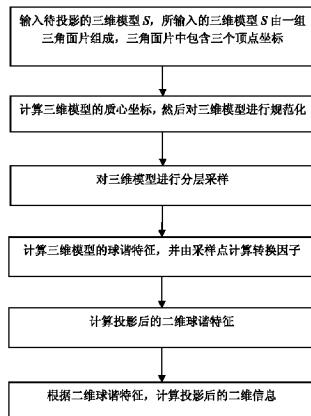
权利要求书3页 说明书8页 附图2页

(54) 发明名称

一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法

(57) 摘要

本发明公开了一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法，包括以下步骤：步骤一，输入待投影的三维模型；步骤二，计算三维模型的质心坐标，然后对三维模型进行规范化；步骤三，对三维模型进行分层采样；步骤四，使用蒙特卡罗积分方法，计算三维模型的球谐特征，并由采样点计算转换因子；步骤五，根据所述转换因子和三维模型的球谐特征，计算投影后的二维球谐特征；步骤六，根据二维球谐特征，计算投影后的二维信息。



1. 一种基于球谐变换的计算机动画三维模型的二维投影的输出方法,其特征在于,包括以下步骤:

步骤一,输入待投影的三维模型 S,所输入的三维模型 S 由一组三角面片组成,三角面片中包含三个顶点坐标;

步骤二,计算三维模型的质心坐标,然后对三维模型进行规范化;

步骤三,对三维模型进行分层采样;

步骤四,计算三维模型的球谐特征,并由采样点计算转换因子;

步骤五,计算投影后的二维球谐特征;

步骤六,根据二维球谐特征,计算投影后的二维图像;

步骤二中,三维模型的质心坐标 C(x, y, z) 的计算方法是:

$$C(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^{K(S)} (w_i \times C_i(x_i, y_i, z_i))}{\sum_{i=1}^{K(S)} w_i},$$

其中 K(S) 是三维模型 S 中三角面片总数,  $w_i$  是三维模型 S 中第 i 个三角面片的面积,  $C_i(x_i, y_i, z_i)$  单个三角面片 i 的质心坐标;

步骤二中,对三维模型进行规范化,包含以下步骤:

平移三维模型,使三维模型的质心 C(x, y, z) 与坐标系的原点重合;

用三维模型的径向最大距离将三维模型归一化到单位球内:

$$P(x, y, z) = \sigma (P(x, y, z) - C(x, y, z)),$$

其中,  $\sigma$  表示三维模型所有点到三维模型的质心的距离最大值的倒数,

$\sigma = 1 / \max(||P(x, y, z) - C(x, y, z)||)$ , 点 P(x, y, z) 是三维模型表面的点;

步骤三中,对三维模型进行分层采样,包含以下步骤:

对球体极坐标进行采样:

球体极坐标由方位角  $\phi$  和极角  $\theta$  来表示,其中  $0 \leq \theta < \pi$ ,  $0 \leq \phi < 2\pi$ ;

在单位球极坐标中,按以下公式进行分层采样:

$$\theta_i = (i + 0.5) \frac{\pi}{N},$$

$$\phi_j = (j + 0.5) \frac{2\pi}{N},$$

其中,  $0 \leq i, j < N$ , N 为每个方向上的采样点个数,  $\theta_i$  表示第 i 个极角,  $\phi_j$  表示第 j 个方位角,  $(\theta_i, \phi_j)$  共同构成极坐标中的一个点; i 和 j 分别表示极坐标下采样的指标值,每一对 (i, j) 确定一个采样点,总采样点个数为  $N \times N$ ;

从三维模型质心沿方向  $(\sin \theta_i \cos \phi_j, \sin \theta_i \sin \phi_j, \cos \theta_i)$  的射线与三维模型的交点,即为三维模型分层采样的采样点;

步骤四中,计算三维模型的球谐特征,包含以下步骤:

取极坐标  $(\theta, \phi)$ ,计算该采样点的球函数  $f(\theta, \phi)$ :取三维模型采样点处的径向函

数为球函数：

$$f(\theta, \phi) = d(C, P);$$

其中，点 P 表示由极坐标  $(\theta, \phi)$  确定的三维模型表面的采样点；点 C 为三维模型的质心；d 表示欧几里得距离；

由极坐标  $(\theta, \phi)$  计算球谐变换的基函数  $Y_l^m(\theta, \phi) = K_l^m P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$ ，其中，实数球谐变换基函数  $Y_l^m(\theta, \phi)$  按照以下公式计算：

$$Y_l^m(\theta, \phi) = \begin{cases} \sqrt{2} K_l^m \cos(m\phi) P_l^m(\cos \theta), & m > 0 \\ \sqrt{2} K_l^m \sin(-m\phi) P_l^{-m}(\cos \theta), & m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos \theta), & m = 0 \end{cases}$$

其中， $K_l^m$  为缩放因子， $K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}$ ， $P_l^m$  为连带勒让德多项式，l 为取值范围

为大于等于 0 的任意整数，m 为计算参数， $-l \leq m \leq l$ ；

根据球函数和实数球谐变换基函数来计算球谐变换的系数  $a_l^m$ ：

$$a_l^m = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) f(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) d\theta d\phi,$$

对上式采用蒙特卡罗积分方法得到：

$$a_l^m = \frac{4\pi}{N} \sum_{\theta, \phi} f(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi),$$

步骤四中，由采样点计算转换因子包含以下步骤：

由点  $(\theta, \phi, r)$  确定三维极坐标，r 为由极坐标  $(\theta, \phi)$  确定的三维模型表面的采样点到三维模型质心的距离，由点  $(r, \phi)$  确定二维平面极坐标，通过笛卡尔坐标系转换，对采样点进行如下极坐标之间的转换：

$$(\theta, \phi) \rightarrow (\cos \theta, \phi),$$

利用三维极坐标系和二维极坐标系下的连带勒让德多项式，计算转换因子  $\beta_l^m$ ：

$$\beta_l^m \approx \frac{\sum_{\theta, \phi} P_l^m(r, \phi)}{\sum_{\theta, \phi} P_l^m(\theta, \phi)},$$

其中， $P_l^m$  为连带勒让德多项式，按照以下公式进行迭代计算：

$$P_m^m(x) = (-1)^m (2m-1)!! (1-x^2)^{m/2},$$

$$P_{m+1}^m(x) = x(2m+1) P_m^m(x),$$

$$(l-m) P_l^m(x) = x(2l-1) P_{l-1}^m(x) - (l+m-1) P_{l-2}^m(x).$$

2. 根据权利要求 1 所述的一种基于球谐变换的计算机动画三维模型的二维投影的输出方法, 其特征在于, 步骤五中, 计算投影后的二维球谐特征:

根据所述转换因子和三维模型的球谐特征, 计算投影后的二维球谐特征  $c_l^m$ ,  
 $c_l^m = a_l^m \cdot \beta_l^m$ 。

3. 根据权利要求 2 所述的一种基于球谐变换的计算机动画三维模型的二维投影的输出方法, 其特征在于, 步骤六中, 计算投影后的二维信息, 按照以下步骤进行:

利用球谐变换的展开公式, 计算二维的球函数:

$$g(r, \phi) = \sum_{l=0}^B \sum_{m=-l}^{m=l} c_l^m H_l^m(r, \phi),$$

其中,  $H_l^m(r, \phi)$  为二维下的球谐基函数,  $g(r, \phi)$  表示投影图像在极坐标  $(r, \phi)$  所表示的点处的灰度值,  $B$  为参数值;

进行坐标逆映射, 得到的三元组  $(r, \phi, g(r, \phi))$ , 利用坐标逆映射:

$$x = r \cos(\phi) = \cos(\theta) \cos(\phi)$$

$$y = r \sin(\phi) = \cos(\theta) \sin(\phi),$$

得到新的三元组  $(x, y, g(r, \phi))$ , 即为三维模型转换成二维图像后的信息。

## 一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及一种三维模型投影的方法,特别是一种针对只包含几何信息的三维模型,利用球谐变换的方法,输出三维模型的二维投影的方法。

### 背景技术

[0002] 现在,三维模型已经广泛应用到计算机动画、游戏、虚拟现实等方面,同时,三维模型的投影表征了三维模型的视觉图像,也广泛应用到各领域中。

[0003] 目前存在的三维模型投影方法是平行投影和透视投影,都是几何投影的计算方法。透视投影的投影射线均由公共点发出,而平行投影是透视投影的一个特殊情况。这两种投影方式得到的视觉图像常用于三维模型基于视觉的检索方法,但是这两种投影方式存在一个共同的缺点:投影角度的不同会得到不同的视觉图像。所以,在三维模型检索中,为了得到模型视觉图像的更多信息,一般需要设定不同的角度,来得到三维模型不同方向上的视觉图像信息。

### 发明内容

[0004] 发明目的:本发明所要解决的技术问题是针对现有技术的不足,提供一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法。

[0005] 为了解决上述技术问题,本发明公开了一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法,包括以下步骤:

[0006] 步骤一、输入待投影的三维模型,所输入的三维模型由一组三角面片组成,所输入的三维模型由一组三角面片组成,三角面片中包含空间点坐标、三角面片的三个顶点坐标;

[0007] 步骤二、计算三维模型的质心坐标,然后对三维模型进行规范化;

[0008] 步骤三、对三维模型进行分层采样,方便三维模型球谐特征计算时使用蒙特卡罗积分方法;

[0009] 步骤四、根据球谐变换的思想,采样蒙特卡罗积分方法,计算三维模型的球谐特征;同时,由采样点来计算转换因子;

[0010] 步骤五、根据转换因子和三维球谐特征,计算投影后的二维球谐特征;

[0011] 步骤六、根据二维球谐特征,计算投影后的相关信息。

[0012] 本发明步骤二中,三维模型的质心坐标  $C(x, y, z)$  的计算方法是:

$$[0013] C(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^{K(S)} (w_i \times C_i(x_i, y_i, z_i))}{\sum_{i=1}^{K(S)} w_i},$$

[0014] 其中  $K(S)$  是三维模型  $S$  中三角面片总数,  $w_i$  是  $S$  中第  $i$  个三角面片的面积,  $C_i(x_i,$

$y_i, z_i)$  是三角面片  $i$  的质心坐标。

- [0015] 本发明步骤二中,对三维模型进行规范化,包含以下步骤:
- [0016] 平移三维模型,使得三维模型的质心  $C(x, y, z)$  与坐标系的原点重合;
- [0017] 然后用三维模型的径向最大距离将三维模型归一化到单位球内。
- [0018]  $P(x, y, z) = \sigma (P(x, y, z) - C(x, y, z))$ ,
- [0019] 其中,  $\sigma$  表示三维模型所有点到三维模型的质心的距离最大值的倒数,  $\sigma = 1 / \max(\|P(x, y, z) - C(x, y, z)\|)$ , 点  $P(x, y, z)$  是三维模型表面的点。之后,三维模型的质心即为坐标原点。

- [0020] 本发明步骤三中,对三维模型进行分层采样,包含以下步骤:
- [0021] 在步骤二,对三维模型规范化到单位球内之后,需要对球体极坐标进行采样;
- [0022] 球体极坐标由方位角  $\phi$  和极角  $\theta$  来定义,
- [0023]  $0 \leq \theta < \pi$ ,
- [0024]  $0 \leq \phi < 2\pi$ ,
- [0025] 在单位球极坐标中,按以下公式进行分层采样:

$$\theta_i = (i + 0.5) \frac{\pi}{N},$$

$$\phi_j = (j + 0.5) \frac{2\pi}{N},$$

[0028] 其中,  $0 \leq i, j < N$ ,  $N$  为每个方向上的采样点个数,  $\theta_i$  表示第  $i$  个极角,  $\phi_j$  表示第  $j$  个方位角,  $(\theta_i, \phi_j)$  共同构成极坐标中的一个点;  $i$  和  $j$  分别表示极坐标下采样的指标值, 每一对  $(i, j)$  确定一个采样点, 总采样点个数为  $N \times N$ 。

[0029] 从三维模型质心即坐标原点,沿方向  $(\sin \theta_i \cos \phi_j, \sin \theta_i \sin \phi_j, \cos \theta_i)$  的射线与三维模型的交点,即为三维模型分层采样的采样点。

- [0030] 步骤四中,计算三维模型的三维球谐特征,包含以下步骤:
- [0031] 取采样点  $(\theta, \phi)$ ,计算该采样点的球函数  $f(\theta, \phi)$ :取三维模型采样点处的径向函数为球函数
- [0032]

$$f(\theta, \phi) = d(C, P),$$

[0033] 其中,点  $P$  表示由极坐标  $(\theta, \phi)$  确定的三维模型表面的采样点;点  $C$  为三维模型此时的质心,即坐标原点;  $d$  表示欧几里得距离;

[0034] 其次,由坐标  $(\theta, \phi)$  计算球谐变换的基函数  $Y_l^m(\theta, \phi) = K_l^m P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$ , 此处,只考虑实数球谐变换基函数  $Y_l^m(\theta, \phi)$ ,按照以下公式进行:

$$[0035] Y_l^m(\theta, \phi) = \begin{cases} \sqrt{2} K_l^m \cos(m\phi) P_l^m(\cos \theta), & m > 0 \\ \sqrt{2} K_l^m \sin(-m\phi) P_l^{-m}(\cos \theta), & m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos \theta), & m = 0 \end{cases},$$

[0036] 其中,  $K_l^m$  为缩放因子,  $K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}$ ,  $P_l^m$  为连带勒让德多项式,  $l$  取值范围

为大于等于 0 的整数,  $-1 \leq m \leq l$  ;

[0037] 最后, 由球函数和球谐变换基函数来计算球谐变换的系数  $a_l^m$  :

$$[0038] a_l^m = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) f(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) d\theta d\phi,$$

[0039] 对上式采用蒙特卡罗积分的数值计算方法如下 :

$$[0040] a_l^m = \frac{4\pi}{N} \sum_{\theta, \phi} f(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi),$$

[0041] 选取预设实验参数 B, 本发明中 B 取值为 7, 只计算  $0 \leq l \leq B$  下的情况, 得到三维模型 S 的球谐特征表示。

[0042] 步骤四中, 计算三维模型的转换因子, 包含以下步骤 :

[0043] 首先, 由于, 三维极坐标可由点  $(\theta, \varphi, r)$  确定,  $r$  为由极坐标  $(\theta, \varphi)$  确定的三维模型表面的采样点到三维模型质心的距离, 二维平面极坐标可由点  $(r, \varphi)$  确定, 所以, 通过笛卡尔坐标系之间的转换, 要对采样点进行如下极坐标之间的转换 :

$$[0044] (\theta, \varphi) \rightarrow (\cos \theta, \varphi),$$

[0045] 利用三维极坐标系和二维极坐标系下的连带勒让德多项式, 计算转换因子  $\beta_l^m$  :

[0046]

$$\beta_l^m \approx \frac{\sum_{r, \varphi} P_l^m(r, \varphi)}{\sum_{\theta, \varphi} P_l^m(\theta, \varphi)},$$

[0047] 其中,  $P_l^m$  为连带勒让德多项式, 按照以下公式进行迭代计算 :

$$[0048] P_m^m(x) = (-1)^m (2m-1)!! (1-x^2)^{m/2},$$

$$[0049] P_{m+1}^m(x) = x(2m+1)P_m^m(x),$$

$$[0050] (l-m)P_l^m(x) = x(2l-1)P_{l-1}^m(x) - (l+m-1)P_{l-2}^m(x),$$

[0051] 步骤五中, 计算投影后的二维球谐特征, 按照以下步骤进行 :

[0052] 由步骤四中计算得到的三维球谐特征和转换因子, 来计算投影后的二维球谐特征,

$$[0053] c_l^m = a_l^m \cdot \beta_l^m;$$

[0054] 步骤六中, 计算投影后的二维信息, 按照以下步骤进行 :

[0055] 首先, 利用球谐变换的展开公式, 计算二维的球函数 :

$$[0056] g(r, \phi) = \sum_{l=0}^B \sum_{m=-l}^{m=l} c_l^m H_l^m(r, \phi),$$

[0057] 其中,  $H_l^m(r, \phi)$  为二维情况下的球谐基函数。

[0058] 其次, 要进行坐标逆映射, 对上述得到的三元组  $(r, \phi, g(r, \phi))$ ,  $g(r, \phi)$  表示投影后的图像在点  $(r, \phi)$  处的灰度值, 利用坐标逆映射 :

$$[0059] x = r \cos(\phi) = \cos(\theta) \cos(\phi)$$

$$[0060] y = r \sin(\phi) = \cos(\theta) \sin(\phi),$$

[0061] 得到新的三元组  $(x, y, g(r, \phi))$ , 即为三维模型转换成二维图像后的信息。

[0062] 有益效果 : 本发明是一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法, 由于基于球谐变换的三维模型投影, 体现了三维模型的一种全局信息, 不需要其它几何投影方法设定投影方向参数。投影输出的三维模型的视觉图像用于三维模型的检索, 会更准确更完整的表达三维模型的信息, 从而提高三维模型检索的性能。而且, 本发明采用了球谐变换的技术, 保证了三维模型检索的旋转不变性的特征, 即发生旋转的三维模型, 会得到相同的二维投影视觉图像, 从而检索效果更好。

## 附图说明

[0063] 下面结合附图和具体实施方式对本发明做更进一步的具体说明, 本发明的上述和 / 或其他方面的优点将会变得更加清楚。

[0064] 图 1 为本发明流程图。

[0065] 图 2 为本发明三维模型极坐标和笛卡尔坐标示意图。

[0066] 图 3 为三维模型投影过程示意图。

[0067] 图 4 为三维极坐标中的分层采样示意图。

## 具体实施方式

[0068] 本发明所述的一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法, 其基本出发点是通过三维模型的球谐特征, 在转换因子作用下, 得到投影后的球谐特征, 之后, 通过坐标逆映射, 得到二维投影图像的信息。

[0069] 下面结合附图对本发明做更加详细的解释 :

[0070] 如图 1 所示, 本发明包括以下步骤 :

[0071] 步骤 1, 输入待投影的三维模型, 所输入的三维模型由一组三角面片组成, 从三维模型中提取的几何信息包括每个三角面片由哪三个顶点组成, 以及每个顶点的几何坐标。

[0072] 步骤 2, 计算三维模型的质心坐标, 然后对三维模型进行规范化。

[0073] 步骤 2 中, 三维模型的质心坐标  $C(x, y, z)$  的计算方法是 :

$$[0074] C(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^{K(S)} (w_i \times C_i(x_i, y_i, z_i))}{\sum_{i=1}^{K(S)} w_i},$$

[0075] 其中  $K(S)$  是三维模型  $S$  中三角面片总数,  $w_i$  是  $S$  中第  $i$  个三角面片的面积,  $C_i(x_i, y_i, z_i)$  单个三角面片  $i$  的质心坐标。

[0076] 对三维模型进行规范化, 包含以下步骤 :

[0077] 将三维模型平移到三维模型的质心  $C(x, y, z)$  与坐标系的原点重合, 即将三维模型每个顶点坐标减去已经计算出的质心坐标  $C(x, y, z)$ ,  $P(x, y, z) - C(x, y, z)$  ;

[0078] 然后将三维模型归一化在单位球体内, 即对平移后的每个顶点坐标乘以一个归一化参数  $\sigma$ , 如下式表示 :

[0079]  $P(x, y, z) = \sigma (P(x, y, z) - C(x, y, z))$ ,

[0080] 其中， $\sigma$  表示三维模型所有点到三维模型的质心的距离最大值的倒数， $\sigma = 1/\max(\|P(x, y, z) - C(x, y, z)\|)$ ，点  $P(x, y, z)$  是三维模型表面的点。

[0081] 步骤 3，对三维模型进行分层采样。

[0082] 步骤 3 中，对三维模型进行分层采样，包含以下步骤：

[0083] 首先，对球体极坐标进行采样：

[0084] 球体极坐标系可以由方位角  $\phi$  和极角  $\theta$  构成，其中  $0 \leq \theta < \pi, 0 \leq \phi < 2\pi$ ；

[0085] 在单位球极坐标中，按以下公式进行分层采样：

$$[0086] \theta_i = (i + 0.5) \frac{\pi}{N},$$

$$[0087] \phi_j = (j + 0.5) \frac{2\pi}{N},$$

[0088] 其中， $0 \leq i, j < N$ ， $N$  为每个方向上的采样点个数， $\theta_i$  表示第  $i$  个极角， $\phi_j$  表示第  $j$  个方位角， $(\theta_i, \phi_j)$  共同构成极坐标中的一个点； $i$  和  $j$  分别表示极坐标下采样的指标值，每一对  $(i, j)$  确定一个采样点，总采样点个数为  $N \times N$ ；

[0089] 其次，在取得单位球极坐标系中的采样坐标  $(\theta_i, \phi_j)$  之后，将其转化到三维模型所在的笛卡尔坐标系中，即从三维模型质心沿方向  $(\sin \theta_i \cos \phi_j, \sin \theta_i \sin \phi_j, \cos \theta_i)$  的射线出发，计算其与三维模型表面的面片的交点，即为三维模型分层采样的采样点。

[0090] 步骤 4，使用蒙特卡罗积分方法，计算三维模型的球谐特征，并由采样点计算转换因子。

[0091] 步骤 4 中，计算三维模型的球谐特征，包含以下步骤：

[0092] 根据步骤 3，取极坐标  $(\theta, \phi)$ ，计算该极坐标对应的采样点处的球函数  $f(\theta, \phi)$ ；取三维模型采样点处的径向函数为球函数：

$$[0093] f(\theta, \phi) = d(C, P);$$

[0094] 其中，点  $P$  表示由极坐标  $(\theta, \phi)$  确定的三维模型表面的采样点；点  $C$  为三维模型的质心； $d$  表示欧几里得距离；

[0095] 由极坐标  $(\theta, \phi)$  计算球谐变换的基函数  $Y_l^m(\theta, \phi) = K_l^m P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$ ，其中，本发明采用实数球谐变换基函数，仍记为  $Y_l^m(\theta, \phi)$ ，按照以下公式计算：

$$[0096] Y_l^m(\theta, \phi) = \begin{cases} \sqrt{2} K_l^m \cos(m\phi) P_l^m(\cos \theta), & m > 0 \\ \sqrt{2} K_l^m \sin(-m\phi) P_l^{-m}(\cos \theta), & m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos \theta), & m = 0 \end{cases},$$

[0097] 其中， $K_l^m$  为缩放因子， $K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}$ ， $P_l^m$  为连带勒让德多项式， $l$  取值范围

为大于等于 0 的整数， $-l \leq m \leq l$ ，可以预设置实验操作的参数值  $B$ ，只计算  $0 \leq l < B$  情况下的球谐基函数；

[0098] 由球函数和实数球谐变换基函数来计算球谐变换的系数  $a_l^m$ ：

$$[0099] a_l^m = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) f(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) d\theta d\phi,$$

[0100] 对每对  $(l, m)$  确定的情况下, 利用上式, 采用蒙特卡罗积分方法的数值计算方法来计算相应的球谐特征  $a_l^m$ , 上式对应的蒙特卡罗积分方法如下:

[0101]

$$a_l^m = \frac{4\pi}{N} \sum_{\theta, \varphi} f(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi),$$

[0102] 依此, 可计算三维模型的一系列球谐特征  $[a_0^0, a_1^{-1}, a_1^0, a_1^1, L]$ , 共计  $B^2$  个。

[0103] 步骤 4 中, 由采样点计算转换因子包含以下步骤:

[0104] 由三维极坐标  $(\theta, \phi, r)$ ,  $r$  为由极坐标  $(\theta, \phi)$  确定的三维模型表面的采样点到三维模型质心的距离, 和二维平面极坐标  $(r, \varphi)$ , 通过极坐标和笛卡尔坐标之间的转换, 以及笛卡尔坐标系之间的转换, 对采样点可以进行如下极坐标之间的转换:

[0105]  $(\theta, \phi) \rightarrow (\cos \theta, \phi)$ ,

[0106] 利用三维极坐标系和二维极坐标系下的连带勒让德多项式, 计算转换因子  $\beta_l^m$ :

[0107]

$$\beta_l^m \approx \frac{\sum_{r, \varphi} P_l^m(r, \varphi)}{\sum_{\theta, \varphi} P_l^m(\theta, \varphi)},$$

[0108] 其中,  $P_l^m$  为连带勒让德多项式, 按照以下公式进行迭代计算:

$$P_m^m(x) = (-1)^m (2m-1)!! (1-x^2)^{m/2},$$

$$P_{m+1}^m(x) = x(2m+1)P_m^m(x),$$

$$(l-m)P_l^m(x) = x(2l-1)P_{l-1}^m(x) - (l+m-1)P_{l-2}^m(x).$$

[0112] 这样, 就得到了一组在不同的  $l$  和  $m$  情况下转换因子的值。

[0113] 步骤 5, 根据所述转换因子和三维模型的球谐特征, 计算投影后的二维球谐特征。

[0114] 步骤 5 中, 计算投影后的二维球谐特征: 由步骤 3 中计算得到的三维模型的一组球谐特征  $[a_0^0, a_1^{-1}, a_1^0, a_1^1, L]$  和步骤 4 中得到的一组转换因子  $[\beta_0^0, \beta_1^{-1}, \beta_1^0, \beta_1^1, L]$ , 来计算投影后的二维图像的一组球谐特征  $[c_0^0, c_1^{-1}, c_1^0, c_1^1, L]$ , 其中每个  $c_l^m$  由下式计算,

$$c_l^m = a_l^m \cdot \beta_l^m.$$

[0116] 步骤 6, 根据二维球谐特征, 计算投影后的二维信息。

[0117] 步骤 6 中, 计算投影后的二维信息, 按照以下步骤进行:

[0118] 在选取二维极坐标  $(r, \varphi)$ , 计算该极坐标对应的投影点处的球函数  $g(r, \varphi)$ 。

[0119] 首先, 利用球谐变换的展开公式, 计算二维极坐标情况下的球函数:

[0120]

$$g(r, \varphi) = \sum_{l=0}^B \sum_{m=-l}^{m=l} c_l^m H_l^m(r, \varphi),$$

[0121] 其中,  $H_l^m(r, \varphi)$  为二维下的球谐基函数;

[0122] 其次,进行坐标逆映射,得到的三元组  $(r, \phi, g(r, \phi))$ ,  $g(r, \phi)$  表示投影图像在极坐标  $(r, \phi)$  处的灰度值,利用坐标逆映射:

$$[0123] x = r\cos(\phi) = \cos(\theta)\cos(\phi)$$

$$[0124] y = r\sin(\phi) = \cos(\theta)\sin(\phi),$$

[0125] 得到新的三元组  $(x, y, g(r, \phi))$ , 即为三维模型变成二维图像后的信息。

[0126] 如图 2 所示,三维模型笛卡尔坐标与极坐标示意图:整个计算过程中,多次用到笛卡尔坐标与极坐标之间的相互转换。

[0127] 三维模型极坐标由方位角  $\phi \in [0, 2\pi]$  和极角  $\theta \in [0, \pi]$  组成。笛卡尔坐标系由 x-, y-, z- 轴表示。

[0128] 在图 2 中,  $\Gamma$  表示三维空间中一个曲面,  $P(x, y, z)$  表示该曲面上的一个点。通过三角函数的一些关系,可以得到极坐标与笛卡尔坐标转换公式如下:

[0129] 由笛卡尔坐标计算极坐标:

$$[0130] r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$[0131] \phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right),$$

$$[0132] \theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{r}\right),$$

[0133] 反之,由极坐标计算笛卡尔坐标:

$$[0134] x = r\cos\phi\sin\theta,$$

$$[0135] y = r\sin\phi\sin\theta,$$

$$[0136] z = r\cos\theta,$$

[0137] 如图 3 所示,三维模型投影过程示意图:从三维模型的输入,到转换为三维球谐特征的表示,之后计算二维和三维情况下球谐的转换因子,计算得到投影后的二维球谐特征表示,最后还原为投影后的二维图像。

[0138] 图 3 示意图是具体的实验结果(实验参数分别为:采样点 1024 个,即  $N = 32$ ;带宽  $B = 7$ ;投影示意图尺寸为 256\*256 像素。)

[0139] 图 3 左边所示的三维模型(蚂蚁),作为输入对象,然后求解其三维球谐特征,写成矩阵的形式,如下所示:

$$[0140] \begin{bmatrix} & & -1.23448 \\ & -3.53098e-016 & -0.0648568 & L \\ 32.311 & 2.49106e-015 & 33.4847 & L \\ & 1.83729e-015 & 0.334174 & L \\ & & 4.41466 \end{bmatrix},$$

[0141] 之后,利用二维和三维球谐基函数,来计算转换因子。下图中左上方矩阵为二维情况下球谐基函数,左下方矩阵为三维情况下球谐基函数,右方矩阵为由二者计算得到的转换因子。

[0142]

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{ccc} & 3.55271e-015 & \\ -3.07393e-015 & -8.9026e-015 & L \\ 288.865 & 382.851 & 269.942 & L \\ & 1.59317e-014 & 1.63203e-014 & L \\ & & -4.10783e-015 & L \end{array} \right] \\
 \xrightarrow{\hspace{10em}} \left[ \begin{array}{cccc} & & & 1.84147 \\ & 0.263583 & 11.7035 & L \\ 1 & 2.92238e+016 & 1.67167 & L \\ & 0.964503 & -12.4444 & L \\ & & 0.628993 & L \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{ccc} & 1.92928e-015 & \\ -1.16621e-014 & -7.60676e-016 & L \\ 288.865 & 1.31006e-014 & 161.48 & L \\ & 1.6518e-014 & -1.31145e-015 & L \\ & & -6.5308e-015 & L \end{array} \right]
 \end{array}$$

,

[0143] 最后再利用前面得到的三维球谐特征和转换因子,可计算得到二维球谐特征。

$$[0144] \left[ \begin{array}{cccc} & -2.27326 & & \\ & -9.30704e-017 & -0.759054 & L \\ 32.311 & 72.7984 & 55.9754 & L \\ & 1.77207e-015 & -4.15861 & L \\ & & 2.77679 & \end{array} \right]$$

[0145] 利用二维球谐特征,可以计算得到图 3 中右边的投影效果图。

[0146] 如图 4 所示,三维极坐标情况下的分层采样示意图:三维极坐标由方位角  $\phi \in [0, 2\pi)$  和极角  $\theta \in [0, \pi)$  组成,分别表示为纵坐标和横坐标,在每个坐标上取 N 个点,故分别有  $\theta_i$  和  $\varphi_j$ ,由二者共同构成一个极坐标  $(\theta_i, \varphi_j)$ 。

[0147] 本发明提供了一种基于球谐变换的三维模型的二维投影的输出方法的思路及方法,具体实现该技术方案的方法和途径很多,以上所述仅是本发明的优选实施方式,应当指出,对于本技术领域的普通技术人员来说,在不脱离本发明原理的前提下,还可以做出若干改进和润饰,这些改进和润饰也应视为本发明的保护范围。本实施例中未明确的各组成部分均可用现有技术加以实现。

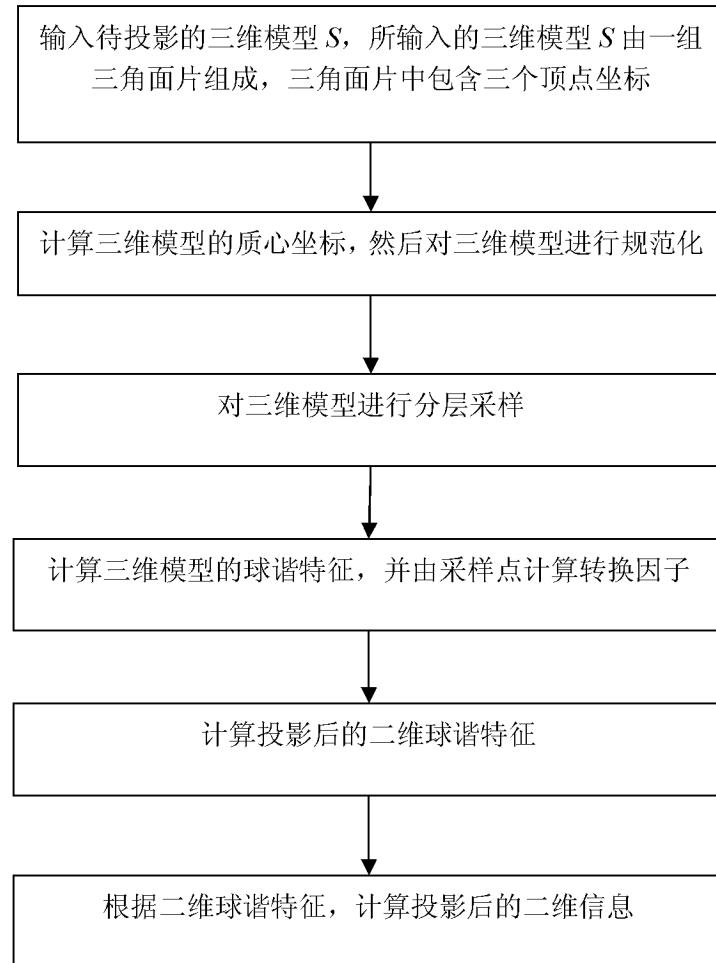


图 1

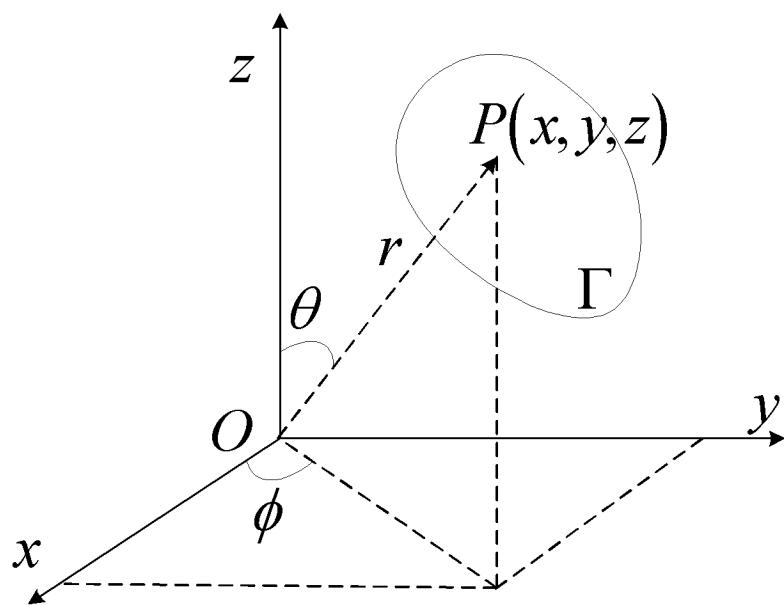


图 2

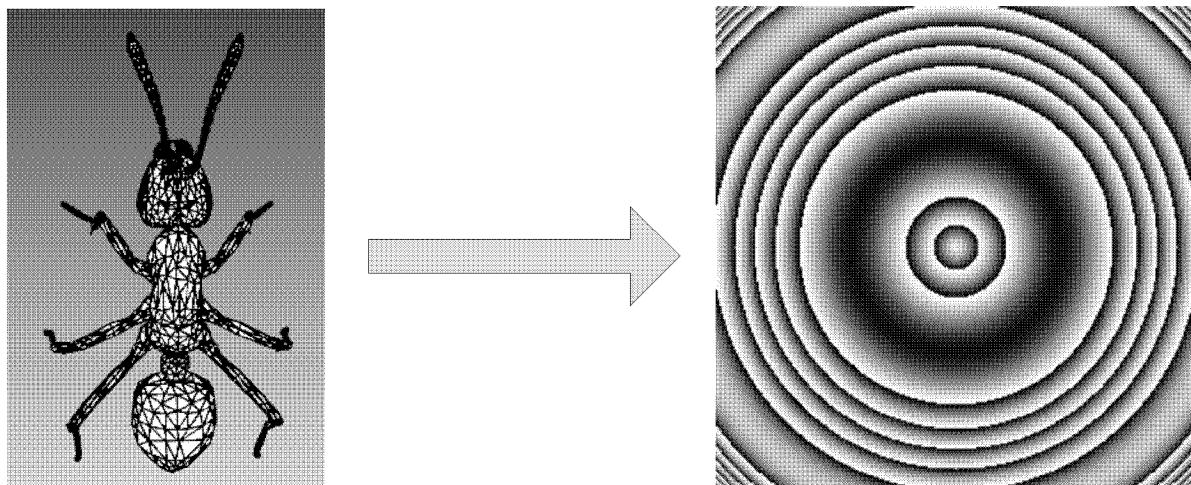


图 3

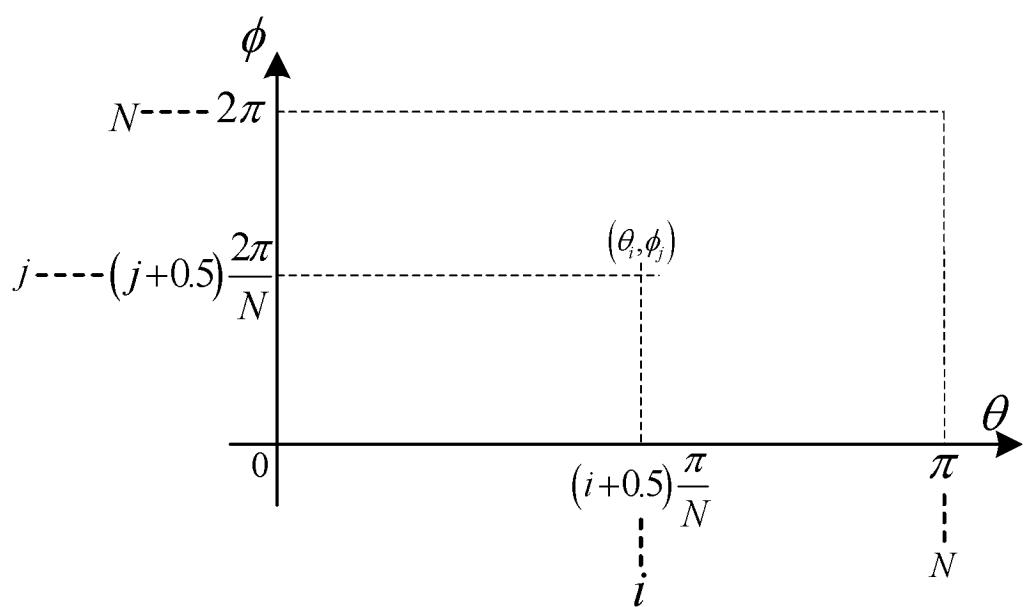


图 4