

(12) 特許協力条約に基づいて公開された国際出願

(19) 世界知的所有権機関
国際事務局

(43) 国際公開日
2020年9月10日(10.09.2020)



(10) 国際公開番号

WO 2020/179624 A1

(51) 国際特許分類:
G06N 99/00 (2019.01)

(21) 国際出願番号: PCT/JP2020/008065

(22) 国際出願日: 2020年2月27日(27.02.2020)

(25) 国際出願の言語: 日本語

(26) 国際公開の言語: 日本語

(30) 優先権データ:
特願 2019-039692 2019年3月5日(05.03.2019) JP

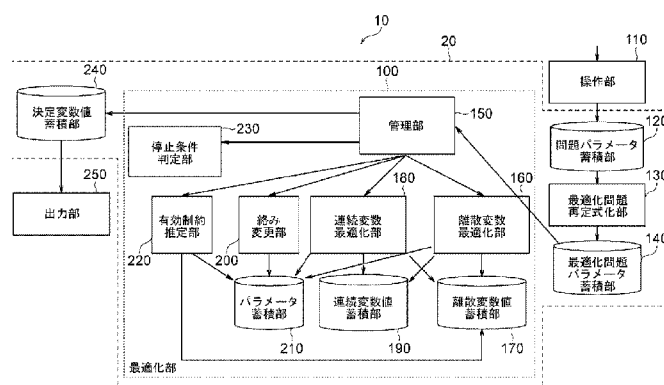
(71) 出願人: 日本電信電話株式会社 (NIPPON TELEGRAPH AND TELEPHONE CORPORATION) [JP/JP]; 〒1008116 東京都千代田区大手町一丁目5番1号 Tokyo (JP).

(72) 発明者: 引間 友也(HIKIMA, Yuya); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目9番11号 NTT 知的財産センタ内 Tokyo (JP). 戸田 浩之(TODA, Hiroyuki); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目9番11号 NTT 知的財産センタ内 Tokyo (JP). 倉島 健(KURASHIMA, Takeshi); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目9番11号 NTT 知的財産センタ内 Tokyo (JP). 赤木 康紀(AKAGI, Yasunori); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目9番11号 NTT 知的財産センタ内 Tokyo (JP).

(74) 代理人: 特許業務法人太陽国際特許事務所 (TAIYO, NAKAJIMA & KATO); 〒1600022 東京都新宿区新宿4丁目3番17号 Tokyo (JP).

(54) Title: PROBLEM SOLUTION DEVICE, METHOD, AND PROGRAM

(54) 発明の名称: 問題求解装置、方法、及びプログラム



- 100 Optimization unit
- 110 Operation unit
- 120 Problem parameter accumulation unit
- 130 Optimization problem reformulation unit
- 140 Optimization problem parameter accumulation unit
- 150 Management unit
- 160 Discrete variable optimization unit
- 170 Discrete variable value accumulation unit
- 180 Continuous variable optimization unit
- 190 Continuous variable value accumulation unit
- 200 Link changing unit
- 210 Parameter accumulation unit
- 220 Effective constraint estimation unit
- 230 Stopping condition determination unit
- 240 Determined variable value accumulation unit
- 250 Output unit

(57) Abstract: The present invention enables finding of the solution of an optimization problem while suppressing the amount of calculation. An optimization problem reformulation unit 130 reformulates the optimization problem to be solved to an optimization problem in which the constraints on discrete variables and constraints on continuous variables are separated. A discrete variable optimization unit 160 fixes continuous variables to a certain point and optimizes discrete variables in the reformulated optimization problem. A continuous variable optimization unit 180 fixes discrete variables

(81) 指定国(表示のない限り、全ての種類の国内保護が可能): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JO, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW.

(84) 指定国(表示のない限り、全ての種類の広域保護が可能): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), ユーラシア (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), ヨーロッパ (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

添付公開書類:

一 国際調査報告(条約第21条(3))

to a certain point and optimizes continuous variables in the reformulated optimization problem. A link changing unit 200 changes, in the reformulated optimization problem, a link coefficient that represents the influence of terms in which discrete and continuous variables are multiplied. A management unit 150 repeats each processing in the discrete variable optimization unit 160, the continuous variable optimization unit 180, and the link changing unit 200 until a predetermined stopping condition is satisfied.

(57) 要約: 計算量を抑えながら、最適化問題の解を求めることができる。最適化問題再定式化部130が、処理対象の最適化問題を、離散変数についての制約と連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化する。離散変数最適化部160が、連続変数のある点に固定して、再定式化した最適化問題における離散変数について最適化を行う。連続変数最適化部180が、離散変数のある点に固定して、再定式化した最適化問題における連続変数について最適化を行う。絡み変更部200が、再定式化した最適化問題における、離散変数と連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更する。管理部150が、予め定められた停止条件を満たすまで、離散変数最適化部160、連続変数最適化部180、及び絡み変更部200の各処理を繰り返させる。

明 細 書

発明の名称：問題求解装置、方法、及びプログラム

技術分野

[0001] 本発明は、問題求解装置、方法、及びプログラムに係り、特に、最適化問題の解を求める問題求解装置、方法、及びプログラムに関する。

背景技術

[0002] 制御最適化やスケジューリング最適化等の応用をもつ、0-1混合整数二次計画問題に対する既存の解法としては、厳密解法である分枝限定法（非特許文献1）やヒューリスティック解法であるAlternating Direction Method of Multipliers (ADMM)が挙げられる（非特許文献2）。分枝限定法は各離散変数に対して、場合分けを行いながら大域的最適解を求める手法である。ADMMは、問題を変形させ、その拡張ラグランジュ関数に対して各変数を交互に最適化するものである。

先行技術文献

非特許文献

[0003] 非特許文献1：Lawler, E. L., Wood, D. E. (1966). Branch-and-bound methods: A survey. Operations research, 14(4), 699-719.
非特許文献2：Takapoui, R., Moehle, N., Boyd, S., Bemporad, A. (2017). A simple effective heuristic for embedded mixed-integer quadratic programming. International Journal of Control, 1-11.

発明の概要

発明が解決しようとする課題

[0004] しかし、上記の従来技術には以下の未解決の点がある。
[0005] 厳密解法である分枝限定法は離散変数一つ一つに関して場合分けを行う手法であるため、計算量が指数関数的に増大してしまう。ヒューリスティック解法であるADMMは最終的な解が制約を満たさない場合や悪い目的関数値をもつ解に到達する場合がある。

[0006] 本発明は、上記事情を鑑みて成されたものであり、計算量を抑えながら、最適化問題の解を求めることができる問題求解装置、方法、及びプログラムを提供することを目的とする。

課題を解決するための手段

[0007] 上記目的を達成するために、第1の態様に係る問題求解装置は、離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解装置であって、処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化する最適化問題再定式化部と、前記連続変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行う離散変数最適化部と、前記離散変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行う連続変数最適化部と、前記再定式化した最適化問題における、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更する絡み変更部と、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更を繰り返させる管理部と、を含んで構成されている。

[0008] 第2の態様に係る問題求解方法は、離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解装置における問題求解方法であって、最適化問題再定式化部が、処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、離散変数最適化部が、前記連続変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行い、連続変数最適化部が、前記離散変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行い、絡み変更部が、前記再定式化した最適化問題に

おける、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更し、管理部が、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更を繰り返させる。

[0009] 第3の発明に係るプログラムは、離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解処理を行うためのプログラムであって、コンピュータに、処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、前記連続変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行い、前記離散変数のある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行い、前記再定式化した最適化問題における、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更し、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数についての最適化、前記連続変数についての最適化、及び前記絡み係数の変更を繰り返させることを実行させるためのプログラムである。

発明の効果

[0010] 本発明の一態様に係る問題求解装置、方法、及びプログラムによれば、計算量を抑えながら、最適化問題の解を求めることができる、という効果が得られる。

図面の簡単な説明

[0011] [図1]本発明の第1の実施の形態に係る問題求解装置の構成を示すブロック図である。

[図2]問題パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図3]最適化問題パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図4]離散変数値蓄積部の一例を示す図である。

[図5]連続変数値蓄積部の一例を示す図である。

[図6]パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図7]決定変数値蓄積部の一例を示す図である。

[図8]問題求解装置として機能するコンピュータの一例の概略ブロック図である。

[図9]本発明の第1の実施の形態に係る問題求解装置における問題求解処理ルーチンを示すフローチャートである。

[図10]問題パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図11]最適化問題パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図12]離散変数値蓄積部の一例を示す図である。

[図13]連続変数値蓄積部の一例を示す図である。

[図14]パラメータ蓄積部の一例を示す図である。

[図15]決定変数値蓄積部の一例を示す図である。

発明を実施するための形態

[0012] 以下、図面を参照して本発明の実施の形態を詳細に説明する。

[0013] <本発明の実施の形態に係る概要>

まず、本発明の実施の形態における概要を説明する。

[0014] 本発明の実施の形態では、最適化問題を連続変数に関わる部分と離散変数に関わる部分に分割し、反復的にそれらを解いていくことによって最終的な解を求める。離散変数部分に関する最適化問題については、有効な制約を推定することで問題を適切に変形させる。これにより、イジングマシンが使用できる問題形式になるため、高速に問題を解くことが可能になる。また、目的関数に対して適切に障壁関数を設定することで、解に制約を満たすように働きかけることが可能となる。さらに、目的関数において連続変数と離散変数が掛け合わされている部分に、係数パラメータを導入することで、その部分の影響力を反復ごとに変化させる。その結果、比較的良い目的関数値をもつ最終的な解を得ることができる。

[0015] ここで、イジングマシンとは、組合せ最適化問題をイジングモデルで表現し、組合せ最適化問題を解決するマシンの総称（参考文献1）である。具体

的なイジングマシンとしては、D-wave（参考文献2）、富士通デジタルアニーラ（参考文献2）、CMOS アニーリングマシン（参考文献4）、LASOLV（参考文献5）などが挙げられる。

[0016] [参考文献1] 産総研：量子アニーリングマシンを使いこなす共通ソフトウェア基盤の研究開発に採択（最終閲覧日：2018 年1 月25 日）https://www.aist.go.jp/aist_j/press_release/pr2018/pr20181009/pr20181009.html#b

[参考文献2] D-wave The quantum computing Company（最終閲覧日：2018 年1 月25 日）<https://www.dwavesys.com/home>

[参考文献3] デジタルアニーラー 富士通の新アーキテクチャコンピュータ：Fujitsu Japan（最終閲覧日：2018 年1 月25 日）<http://www.fujitsu.com/jp/digitalannealer/>

[参考文献4] ニュースリリース：2018 年9 月19 日：日立- 日立製作所（最終閲覧日：2018 年1 月25 日）<http://www.hitachi.co.jp/New/cnews/month/2018/09/0919.html>

[参考文献5] 光を使った新しいコンピュータ「LASOLV」（最終閲覧日：2018 年1 月25 日）http://www.ntt.co.jp/event/2018/pdf/ceatec18/10_future-tech_ntt.pdf

[0017] イジングマシンで解くことが可能な問題は以下のような無制約0-1 整数二次計画問題である。

[0018] [数1]

$$\begin{aligned} \min_z \quad & z^{\top} P z + q^{\top} z \\ \text{s.t.} \quad & z \in \{0, 1\}^n \end{aligned}$$

[0019] ここで、

P

は $n \times n$ の定行列、

q

は n 次元の定ベクトルである。

[0020] [第1の実施の形態]

＜本発明の第1の実施の形態に係る問題求解装置の構成＞

次に、本発明の実施の形態に係る問題求解装置の構成について説明する。

図1に示すように、本発明の実施の形態に係る問題求解装置10は、CPUと、RAMと、後述する問題求解処理ルーチンを実行するためのプログラムや各種データを記憶したROMと、を含むコンピュータで構成することが出来る。この問題求解装置10は、機能的には図1に示すように操作部110と、演算部20と、出力部250とを備えている。

[0021] 操作部110は、離散変数についての制約と連続変数についての制約が分離している0-1混合整数二次計画問題に定式化可能な最適化問題を、処理対象として受け付ける。ここで、0-1混合整数二次計画問題とは、離散変数と連続変数の双方を変数として持ち、離散変数が0又は1である二次計画問題である。

[0022] 具体的には、以下のような問題を受け付ける。

[0023]

[数2]

$$\min_{z, x} \quad x^\top P_1 x + q_1^\top x + z^\top P_2 z + q_2^\top z + x^\top P_3 z + r$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1$$

$$\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2$$

$$Ax = b, \quad Cx \leq d$$

$$e_i^\top x + f_i \leq h_i z_{g(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m_3$$

$$z \in \{0, 1\}^{n_1}, \quad x \in \mathbb{R}^{n_2}$$

(1)

[0024] 但し、決定変数は

 $z, \quad x$

であり、定数は

 $P_1, \quad P_2, \quad P_3, \quad q_1, \quad q_2, \quad r, \quad v, \quad \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, m_1), \quad w,$ $\beta_i \quad (i = 1, 2, \dots, m_2), \quad A, \quad b, \quad C, \quad d, \quad e_i \quad (i = 1, 2, \dots, m_3), \quad f, \quad h$

である。また、

$$g : \{1, 2, \dots, m_3\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n_2\}$$

であり、全ての*i*、*j* について、

$$\alpha_{ij} \in \{1, -1\}, \quad \beta_{ij} \in \{1, -1\}$$

である。ここで、新たな離散変数

$$z' \in \{0, 1\}$$

と等式制約

$$z' = 1 - z_{g(i)}$$

を導入すれば、

$$e_i^\top x + f_i \leq h_i z_{g(i)}$$

は

$$e_i^\top x + f_i - h_i \leq -h_i z'$$

と変更することができるため、上記の問題において、

$$h \geq 0$$

においても一般性を失わない。

- [0025] 上記の問題形式に変更できる応用には、異なる動力をもつ車両の動力配分決定問題（参考文献 8）、経済給電のための最適化問題（参考文献 9）、発電所のスケジューリング問題（参考文献 10）や車両の最適経路問題（参考

文献 11) など、多くの問題が存在する。

[0026] [参考文献 8] Boyd, S., Vandenberghe, L. (2004). Convex optimization. Cambridge university press.

[参考文献 9] Papageorgiou, L. G., Fraga, E. S. (2007). A mixed integer quadratic programming formulation for the economic dispatch of generators with prohibited operating zones. Electric power systems research, 77(10), 1292-1296.

[参考文献 10] Catalao, J. P. D. S., Pousinho, H. M. I., Mendes, V. M. F. (2010). Scheduling of head-dependent cascaded hydro systems: Mixed-integer quadratic programming approach. Energy Conversion and Management, 51(3), 524-530.

[参考文献 11] Schouwenaars, T., De Moor, B., Feron, E., How, J. (2001). Mixed integer programming for multi-vehicle path planning. In Control Conference (ECC), 2001 European (pp. 2603-2608). IEEE.

[0027] 演算部 20 は、問題パラメータ蓄積部 120、最適化問題再定式化部 130、最適化問題パラメータ蓄積部 140、最適化部 100、及び決定変数値蓄積部 240 を含んで構成されている。

[0028] 最適化部 100 は、管理部 150、離散変数最適化部 160、離散変数値蓄積部 170、連続変数最適化部 180、連続変数値蓄積部 190、絡み変更部 200、パラメータ蓄積部 210、有効制約推定部 220、及び停止条件判定部 230 を備えている。

[0029] 最適化問題再定式化部 130 は、受け付けた最適化問題を別の問題形式へ変形するように再定式化する。離散変数最適化部 160 は、再定式化された問題から離散変数部分についてのみ切り出した問題を変形し、イジングマシンで解く。連続変数最適化部 180 は、再定式化された問題から連続変数部分についてのみ切り出した問題を、古典コンピュータで解く。絡み変更部 200 は、離散変数と連続変数が掛け合わされている項の影響力を変化させることで、最終的な解が極端に悪い解となることを防ぐ。有効制約推定部 22

0は、離散変数に関する不等式で解において等式が成り立つものを推定することで、離散変数最適化部160で元の問題をイジングマシンで解くことができる問題に変形することが可能となる。停止条件判定部230は停止条件を満たすか否かを判定し、停止条件が満たされる場合、反復を終了させる。管理部150は、離散変数最適化部160、連続変数最適化部180、絡み変更部200、有効制約推定部220、及び停止条件判定部230を反復的に呼び出し、実行する。

[0030] 次に、問題求解装置10の各部の詳細な説明を以下に記載する。

[0031] 問題パラメータ蓄積部120は、上記最適化問題における定数パラメータを格納しており、問題求解装置10からの要求に従い定数パラメータを読み出し、最適化問題再定式化部130に送信する。具体的には、最適化問題(1)の定数パラメータである

$$P_1, P_2, P_3, q_1, q_2, r, v, \alpha_i \ (i = 1, 2, \dots, m_1), w,$$

$$\beta_i \ (i = 1, 2, \dots, m_2), A, b, C, d, e_i \ (i = 1, 2, \dots, m_3), f, h$$

の情報である。問題パラメータ蓄積部120に蓄積されるものの例を図2に示す。

[0032] 最適化問題再定式化部130は、問題パラメータ蓄積部120から送信された問題パラメータを用いて、離散変数についての制約と連続変数についての制約が分離している0-1 混合整数二次計画問題へと定式化を行う。以下、定式化の方法の一例について説明する。

[0033] まず、十分大きな定数Mとスラック変数

$$s \in \mathbb{R}^{m_3}$$

を導入することで、離散変数についての制約と連続変数についての制約とが分離するように、最適化問題(1)を以下のように定式化することができる。

[0034] [数3]

$$\begin{aligned}
 \min_{z, x, s} \quad & x^\top P_1 x + q_1^\top x + z^\top P_2 z + q_2^\top z + x^\top P_3 z + r + M \sum_{i=1}^{m_3} (1 - z_{g(i)}) s_i \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\
 & \sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\
 & Ax = b, \quad Cx \leq d \\
 & e_i^\top x + f_i \leq s_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_3 \\
 & 0 \leq s_i \leq h_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_3 \\
 & z \in \{0, 1\}^{m_1}, \quad x \in \mathbb{R}^{n_2}, \quad s \in \mathbb{R}^{m_3}
 \end{aligned} \tag{2}$$

[0035] この問題は、離散変数についての制約と連続変数についての制約とが分離している0-1 混合整数二次計画問題であり、決定変数 x 、 s を決定変数 x と再定義し、定数に変更を行うことで以下のような問題形式に変換することができる。

[0036] [数4]

$$\begin{aligned}
 \min_{z, x} \quad & x^\top P_1 x + q_1^\top x + z^\top P_2 z + q_2^\top z + x^\top P_3 z + r \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\
 & \sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\
 & Ax = b, \quad Cx \leq d \\
 & z \in \{0, 1\}^{m_1}, \quad x \in \mathbb{R}^{n_2}
 \end{aligned}$$

[0037] このとき、決定変数は

$$z, x$$

であり、定数は

$$P_1, P_2, P_3, q_1, q_2, r, v, \alpha_i \ (i = 1, 2, \dots, m_1), w,$$

$$\beta_i \ (i = 1, 2, \dots, m_2), A, b, C, d$$

である。

[0038] このようにして最適化問題再定式化部 130 により再定式化された最適化問題(2)は最適化問題パラメータ蓄積部 140 へと格納される。最適化問題パラメータ蓄積部 140 に蓄積されるものの例を図 3 に示す。最適化問題パラメータ蓄積部 140 は問題求解装置 10 の要求に従い、最適化問題パラメータを読み出し、管理部 150 に送信する。

[0039] 管理部 150 では、後述する離散変数と連続変数を交互に最適化するアルゴリズムの手順に沿って、離散変数最適化部 160、連続変数最適化部 180、絡み変更部 200、有効制約推定部 220、停止条件判定部 230 を呼び出し、停止条件判定部 230 において停止条件が満たされたとみなされたとき、決定変数値蓄積部 240 に、得られた解を格納する。以下、具体的なアルゴリズムを与える。

[0040] まず、離散変数最適化部 160 は、連続変数をある点に固定したときの、最適化問題(2)における離散変数を最適化する。最適化問題(2)の連続変数を

$$\bar{x}$$

と固定し、定数項を取り除き、

$$\bar{x}^\top P_3 z$$

に係数 η をつけると、以下のような最適化問題となる。

[0041] [数5]

$$\begin{aligned} \min \quad & z^\top P_2 z + q_2^\top z + \eta \bar{x}^\top P_3 z \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ & \sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ & z \in \{0, 1\}^{n_1} \end{aligned}$$

[0042] ここで、 η は連続変数と離散変数の掛け合わされている項の影響力の度合いを変化させるものであり、 η が大きければ大きいほど、連続変数

$$\bar{x}$$

を考慮している問題となる。この係数 η は絡み変更部 200 によってパラメータ蓄積部 210 に蓄積されているものを参照したものである。

[0043] さらに、離散変数最適化部 160 は、上記の最適化問題 (2) を、各反復でイジングマシンで解くために以下のように変更する。

[0044] [数6]

$$\min \quad z^\top P_2 z + q_2^\top z + \eta \bar{x}^\top P_3 z + \mu_1 \sum_{i=1}^{m_1} \left(\sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j - v_i \right)^2 + \mu_2 \sum_{i \in S} \left(\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j - w_i + 0.5 \right)^2$$

[0045] ここで、

$$\mu_1 \sum_{i=1}^{m_1} \left(\sum_{j \in J^i} \alpha_{ij} z_j - v_i \right)^2$$

の項は等式制約に関する障壁関数であり、ペナルティパラメータ μ_1 が十分大きいとき解は等式制約を満たす。

[0046]

$$\mu_2 \sum_{i \in S} \left(\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j - w_i + 0.5 \right)^2$$

の項は不等式制約に関する障壁関数であり、ペナルティパラメータ μ_2 が十分大きいとき解は

$$i \in S$$

について

$$\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j = w_i$$

または

$$\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j = w_i - 1$$

をなるべく満たすように決定される。ここで、

$$S$$

は不等式制約の中で有効と推定される制約の添え字集合であり、有効制約推定部 220 によってパラメータ蓄積部 210 に蓄積されたものを参照したものである。この問題は 0-1 変数のみの無制約二次計画問題であるため、各イジングマシンを用いて解くことができる。

[0047] 離散変数における不等式制約については、新たに変数を導入することで等式制約に変換する手法（参考文献 12）が既に考案されているが、上記の有効な制約を推定する手法は新たに変数を導入する必要が無く、変数の数に制限のあるイジングマシン上で実装を行いやすいという特徴をもつ。

[0048] 次に、連続変数最適化部 180 は、離散変数を固定したときの、最適化問題における連続変数を最適化する。元の最適化問題 (2) の離散変数を

$$\bar{z}$$

と固定し、定数項を取り除き、

$$x^{\top} P_3 \bar{z}$$

に係数 η をつけると、以下のような最適化問題となる。

[0049] [数7]

$$\min x^{\top} P_1 x + q_1^{\top} x + \eta x^{\top} P_3 \bar{z}$$

$$\text{s.t.} \quad Ax = b, \quad Cx \leq d$$

$$x \in \mathbb{R}^{n_2}$$

[0050] このとき、 η が大きければ大きいほど、離散変数

$$\bar{z}$$

を考慮している問題となる。この係数 η は絡み変更部200によって、パラメータ蓄積部210に蓄積されているものを参照したものである。

[0051] 上記の最適化問題は

$$P_1$$

が半正定値対称行列であるとき、凸二次計画問題であり、主双対内点法などの各種内点法を用いて解くことができる。

[0052] 以上の離散変数部分の最適化と連続変数部分の最適化に加え、各パラメータの更新を行う、後述のアルゴリズム中では、

$$\eta^{k+1} := \min\{1, \eta^k + \gamma\}$$

の部分で、絡み変更部200が絡みの係数 η を逐次更新している。このようにして離散変数と連続変数が掛け合わされている項の影響力を段々と大きくしていくことで極端に悪い解へと収束してしまうことを防ぐ。

[0053] また、有効制約推定部220は、離散変数に関する制約であって、不等式を含む制約のうち、現時点での解において満たさない制約及び等式で満たされる制約を、有効な制約として推定する。具体的には、有効制約推定部220は、有効と推定される制約の集合

$$S^k$$

を、現時点の離散変数の値 z^k において等式で満たされる制約と、満たしていない制約とからなる集合としている。離散変数に関して最適化を行う際には

$$i \in S$$

について

$$\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j^{k+1} = w_i - 1$$

であるときも、この制約に対応する障壁関数の値は0となる。そのため、

$$z_j^{k+1}$$

について

$$\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j^{k+1} \geq w_i - 1$$

となる場合が生じるので、 unnecessaryな制約は次の反復で有効と推定される制約集合から外れることになる。このアルゴリズムを用いることによって、最適化問題(2)、すなわち最適化問題(1)の解を求めることができる。

[0054] 具体的なアルゴリズムは以下のようなものとなる。

[0055]

[数8]

Algorithm 1 Minimization of (2)Decide $z^0, x^0, \mu_1, \mu_2, l, \gamma$ $\eta^0 := 0, S^0 = \{i = 1, 2, \dots, m_2 \mid \sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j^0 \geq w_i\}$ for $k = 0$ to $l - 1$ do

(Using Ising machine)

$$z^{k+1} := \arg \min_z \{z^\top P_1 z + q_2^\top z + \eta x^{k\top} P_3 z + \mu_1 \sum_{i=1}^{m_1} (\sum_{j \in J^i} w_{ij} z_j - v_i)^2$$

$$+ \mu_2 \sum_{i \in S^k} (\sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j - w_i + 0.5)^2\}$$

(Using Classical computer)

$$x^{k+1} := \arg \min_x \{x^\top P_1 x + q_1^\top x + \eta x^\top P_3 z^{k+1} \mid Ax = b, Cx \leq d\}$$

$$\eta^{k+1} := \min\{1, \eta^k + \gamma\}, S^{k+1} = \{i = 1, 2, \dots, m_2 \mid \sum_{j \in K^i} \beta_{ij} z_j^{k+1} \geq w_i\}$$

end for

 $x^* := x^l$

[0056] 離散変数値蓄積部 170 は、各反復において離散変数最適化部 160 によって計算された離散変数

$$z^{k+1}$$

を記憶する。連続変数値蓄積部 190 は、各反復において連続変数最適化部 180 によって計算された連続変数

$$x^{k+1}$$

を記憶する。パラメータ蓄積部 210 は各反復において絡み変更部 200 によって計算されたパラメータ η^{k+1} と有効制約推定部 220 によって計算されたパラメータ

$$S^{k+1}$$

を記憶する。離散変数値蓄積部 170 に蓄積するデータの例を図 4 に示す。

連続変数値蓄積部 190 に蓄積するデータの例を図 5 に示す。パラメータ蓄積部 210 に蓄積するデータの例を図 6 に示す。

[0057] 出力部 250 は、決定変数値蓄積部 240 に格納された解を読み込み、それを出力する。決定変数値蓄積部 240 に蓄積するデータの例を図 7 に示す。

[0058] 問題求解装置 10 は、一例として、図 8 に示すコンピュータ 84 によって実現される。コンピュータ 84 は、CPU 86、メモリ 88、プログラム 82 を記憶した記憶部 92、モニタを含む表示部 94、及びキーボードやマウスを含む入力部 96 を含んでいる。CPU 86、メモリ 88、記憶部 92、表示部 94、及び入力部 96 はバス 98 を介して互いに接続されている。

[0059] 記憶部 92 は HDD、SSD、フラッシュメモリ等によって実現される。記憶部 92 には、コンピュータ 84 を問題求解装置 10 として機能させるためのプログラム 82 が記憶されている。CPU 86 は、プログラム 82 を記憶部 92 から読み出してメモリ 88 に展開し、プログラム 82 を実行する。なお、プログラム 82 をコンピュータ可読媒体に格納して提供してもよい。

[0060] <本発明の第 1 の実施の形態に係る問題求解装置 10 の作用>

次に、本発明の実施の形態に係る問題求解装置 10 の作用について説明する。問題求解装置 10 において、操作部 110 は、離散変数についての制約と連続変数についての制約が分離している 0-1 混合整数二次計画問題に定式化可能な最適化問題を、処理対象として受け付けると、処理対象の最適化問題における定数パラメータを問題パラメータ蓄積部 120 に格納する。そして、問題求解装置 10 は、図 9 に示す問題求解処理ルーチンを実行する。

[0061] まず、ステップ S100 では、最適化問題再定式化部 130 は、処理対象の最適化問題における定数パラメータを取得する。

[0062] ステップ S102 では、最適化問題再定式化部 130 は、問題パラメータ蓄積部 120 から送信された問題パラメータを用いて、離散変数についての制約と連続変数についての制約が分離している 0-1 混合整数二次計画問題へと定式化を行う。

- [0063] ステップS 1 0 4 では、管理部 1 5 0 は、離散変数と連続変数、絡みの係数、及び有効制約を初期化する。
- [0064] ステップS 1 0 6 では、離散変数最適化部 1 6 0 は、離散変数と連続変数、絡みの係数、及び有効制約に基づいて、連続変数がある点に固定したときの、上記ステップS 1 0 2 で定式化された最適化問題における離散変数を最適化する。
- [0065] ステップS 1 0 8 では、連続変数最適化部 1 8 0 は、離散変数と連続変数、絡みの係数、及び有効制約に基づいて、離散変数を固定したときの、上記ステップS 1 0 2 で定式化された最適化問題における連続変数を最適化する。
- [0066] ステップS 1 1 0 では、絡み変更部 2 0 0 が、離散変数と連続変数が掛け合わされている項の影響力を段々と大きくするように絡みの係数 η を更新する。
- [0067] ステップS 1 1 2 では、有効制約推定部 2 2 0 は、離散変数に関する制約であって、不等式を含む制約のうち、現時点での離散変数の値において満たさない制約及び等式で満たされる制約を、有効な制約として推定する。
- [0068] ステップS 1 1 4 では、停止条件判定部 2 3 0 が、停止条件を満たすかを判定し、停止条件を満たしていれば、管理部 1 5 0 が、ステップS 1 1 6 へ移行し、条件を満たしていなければ、管理部 1 5 0 が、ステップS 1 0 6 ～ S 1 1 4 の処理を繰り返す。
- [0069] ステップS 1 1 6 では、出力部 2 5 0 は、上記ステップS 1 0 6、S 1 0 8 で最終的に得られた連続変数及び離散変数である解を読み込み、それを出し、問題求解処理ルーチンを終了する。
- [0070] 以上説明したように、本発明の第 1 の実施の形態に係る問題求解装置は、処理対象の最適化問題を、離散変数についての制約と連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、イジングマシンを用いて、連続変数がある点に固定して、再定式化した最適化問題における離散変数について最適化を行うことと、古典コンピュータを用いて、離散変数がある点に

固定して、再定式化した最適化問題における連続変数について最適化を行うことを繰り返す。これにより、計算量を抑えながら、最適化問題の解を求めることができる。

[0071] また、イジングマシンを活用することによって計算量を抑えることができるため、高速な求解が可能となる。また、反復解法であることを利用して、有効な制約を推定していくことで障壁関数の導入が可能となり、解に制約を満たさせることができる。

[0072] また、再定式化した最適化問題における、離散変数と連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更することを反復毎に行うことにより、悪い局所解に陥ることを防ぎ、最終的な目的関数値も良い値となる。

[0073] [第2の実施の形態]

第2の実施の形態では、処理対象となる最適化問題として、エンジンと電力の二つを動力として持つ車両の動力配分スケジューリング問題を考える。この最適化問題は既に既存の文献（参考文献13）で定式化されている、以下のような最適化問題である。

[0074] [数9]

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \eta(E_T - E^{\max})^2 + \sum_{t=0}^{T-1} \{f(P_t^{\text{eng}}, z_t) + \sigma \max\{z_t - z_{t-1}, 0\}\} \\
 \text{s.t.} \quad & E_{t+1} = E_t - \tau P_t^{\text{batt}} \\
 & P_t^{\text{batt}} + P_t^{\text{eng}} \geq P_t^{\text{des}} \\
 & P^{\max} z_t \geq P_t^{\text{eng}} \geq 0 \\
 & z_t \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

(3)

[0075] 但し、

$$f(P, z) = \alpha P^2 + \beta P + \gamma z$$

である。

[0076] [参考文献 1 3] Boyd, S., Vandenberghe, L. (2004). Convex optimization. Cambridge university press.

[0077] 決定変数は各 t に対する

$$E_t, P_t^{\text{eng}}, P_t^{\text{batt}}, z_t$$

であり、それぞれ時刻 t におけるバッテリーの残量、エンジンによる動力量、電力による動力量、エンジンの電源のON-OFF を表す変数である。定数は

$$\eta, E^{\text{max}}, T, \sigma, \tau, P_t^{\text{des}}, P^{\text{max}}, \alpha, \beta, \gamma$$

であり、それぞれ残存電力に関するコスト係数、電力の最大保有量、終端時刻、エンジンの起動にかかるコスト係数、各時刻に対する動力需要量、エンジンの最大動力量、エンジンの動力量に対するコスト関数の二次の係数、エンジンの動力量に対するコスト関数の一次の係数、エンジンの起動中にかかる固定コスト量を表している。目的関数については、

$$\eta(E_T - E^{\text{max}})^2$$

が終端時刻の電力の残量が少ないと増大するコスト関数、

$$\sum_{t=0}^{T-1} f(P_t^{\text{eng}}, z_t)$$

がエンジンによる出力にかかるコスト関数、

$$\sigma \max\{z_t - z_{t-1}, 0\}$$

がエンジンの起動にかかるコスト関数となっている。制約については、一つ目が電力残量の動的システム、二つ目が動力需要を総動力量が上回るための制約、三つ目がエンジンによる動力量に対する制約となっている。

[0078] <本発明の第2の実施の形態に係る問題求解装置の構成>

次に、本発明の第2の実施の形態に係る問題求解装置の構成について説明する。なお、本発明の第2の実施の形態に係る問題求解装置の構成は、第1の実施の形態と同様であるため、同一符号を付して詳細な説明を省略する。

[0079] 問題パラメータ蓄積部120は上記最適化問題における定数パラメータを格納しており、問題求解装置10からの要求に従い定数パラメータを読み出し、最適化問題再定式化部130に送信する。具体的には、最適化問題(3)の定数パラメータである

$$\eta, E^{\max}, T, \sigma, \tau, P^{\max}, \alpha, \beta, \gamma$$

および $t = 0, 1, \dots, T-1$ における P_t^{des} の情報である。問題パラメータ蓄積部120に蓄積されるものの例を図10に示す。

[0080] 最適化問題再定式化部130は、問題パラメータ蓄積部120から送信された問題パラメータを用いて、離散変数と連続変数について制約が分離している0-1 混合整数二次計画問題へと定式化を行う。以下、定式化の方法の一例について説明する。

[0081] 十分大きな定数Mを導入することで、最適化問題(3)は以下のように定式化することができる。

[0082]

[数10]

$$\begin{aligned}
& \min \quad \eta(E_T - E^{\max})^2 + \sum_{t=0}^{T-1} \{f(P_t^{\text{eng}}, z_t) + \sigma s_t + M(1 - z_t)P_t^{\text{eng}}\} \\
& \text{s.t.} \quad E_{t+1} = E_t - \tau P_t^{\text{batt}} \\
& \quad P_t^{\text{batt}} + P_t^{\text{eng}} \geq P_t^{\text{des}} \\
& \quad P^{\max} \geq P_t^{\text{eng}} \geq 0 \\
& \quad s_t \geq z_t - z_{t-1} \\
& \quad z_t \in \{0, 1\}, \quad s_t \in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

[0083] この問題は離散変数と連続変数について制約が分離している0-1 混合整数二次計画問題であり、正しい変換を行うことで以下のような問題形式に変換することができる。

[0084] [数11]

$$\begin{aligned}
& \min \quad x^\top P_1 x + q_1^\top x + z^\top P_2 z + q_2^\top z + x^\top P_3 z + r \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{j \in K^i} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\
& \quad Ax = b, \quad Cx \leq d \\
& \quad z \in \{0, 1\}^{n_1}, \quad x \in \mathbb{R}^{n_2}
\end{aligned}$$

(4)

[0085] このとき、決定変数は

$$x, z$$

であり、定数は

$$P_1, P_2, P_3, q_1, q_2, r, w, A, b, C, d$$

である。

[0086] 以下、離散変数に関する等式の項が無いことと、連続変数部分の最適化が内点法で解くことができることを除き、上記第 1 の実施の形態と同一である。

[0087] このようにして最適化問題再定式化部 130 により再定式化された最適化問題(4)は最適化問題パラメータ蓄積部 140 へと格納される。蓄積されるものの例を図 11 に示す。

[0088] 最適化問題パラメータ蓄積部 140 は問題求解装置 10 の要求に従い、最適化問題パラメータを読み出し、管理部 150 に送信する。

[0089] 管理部 150 は、後述する離散変数と連続変数を交互に最適化するアルゴリズムの手順に沿って、離散変数最適化部 160、連続変数最適化部 180、絡み変更部 200、有効制約推定部 220、停止条件判定部 230 を呼び出し、停止条件判定部 230 において反復の回数が最大反復回数に達したとみなされたとき、決定変数値蓄積部 240 に得られた解を格納する。以下、具体的なアルゴリズムを与える。

[0090] まず、離散変数最適化部 160 は、連続変数をある点に固定したときの、最適化問題(4)における離散変数を最適化する。具体的には、最適化問題(4)の連続変数を

$$\bar{x}$$

と固定し、定数項を取り除き、

$$\bar{x}^\top P_3 z$$

に係数 η をつけると、以下のような最適化問題となる。

[0091] [数12]

$$\begin{aligned} \min \quad & z^\top P_2 z + q_2^\top z + \eta \bar{x}^\top P_3 z \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in K^i} z_j \leq w_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ & z \in \{0, 1\}^{n_1} \end{aligned}$$

[0092] ここで、 η は連続変数と離散変数の掛け合わされている項の影響力の度合いを変化させるものであり、 η が大きければ大きいほど、連続変数

$\bar{x}$

を考慮している問題となる。

[0093] さらに、上記の問題を各反復でイジングマシンで解くために以下のように変更する。

[0094] [数13]

$$\min \quad z^\top P_2 z + q_2^\top z + \eta \bar{x}^\top P_3 z + \mu_2 \sum_{i \in S} \left(\sum_{j \in K^i} z_j - w_i + 0.5 \right)^2$$

[0095] ここで、

$$\mu_2 \sum_{i \in S} \left(\sum_{j \in K^i} z_j - w_i + 0.5 \right)^2$$

の項は不等式制約に関する障壁関数であり、ペナルティパラメータ μ_2 が十分大きいとき解は

$$i \in S$$

について

$$\sum_{j \in K^i} z_j = w_i \text{ または } \sum_{j \in K^i} z_j = w_i - 1$$

をなるべく満たすように決定される。また、

$$S$$

は不等式制約の中で有効と推定される制約の添え字集合であり、アルゴリズム中の各反復において更新される。

[0096] この問題は0-1 変数のみの無制約二次計画問題であるため、各イジングマシンを用いて解くことができる。

[0097] 離散変数における不等式制約については、新たに変数を導入することで等式制約に変換する手法（参考文献12）が既に考案されているが、上記の有効な制約を推定する手法は新たに変数を導入する必要が無く、変数の数に制限のあるイジングマシン上で実装を行いやすいという特徴をもつ。

[0098] 次に、連続変数最適化部180は、離散変数を固定したときの、最適化問題（4）における連続変数を最適化する。元の問題（4）の離散変数を

$$\bar{z}$$

と固定し、定数項を取り除き、

$$x^\top P_3 \bar{z}$$

に係数 η をつけると、以下のような最適化問題となる。

[0099] [数14]

$$\begin{aligned} \min \quad & x^\top P_1 x + q_1^\top x + \eta x^\top P_3 \bar{z} \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \quad Cx \leq d \\ & x \in \mathbb{R}^{n_2} \end{aligned}$$

[0100] このとき、 η が大きければ大きいほど、離散変数 z を考慮している問題となる。

[0101] 上記の最適化問題は問題(3)の特性より、 P_1 が半正定値対称行列であるため、凸二次計画問題である。そのため、主双対内点法などの各種内点法を用いて解くことができる。

[0102] 以上の離散変数部分の最適化と連続変数部分の最適化に加え、各パラメータの更新を行う具体的なアルゴリズムは以下のようなものとなる。

[0103] [数15]

Algorithm 2 Minimization of (4)

Decide x^0, x^1, μ_2, l

$q^0 := 0, S^0 = \{i = 1, 2, \dots, m_2 \mid \sum_{j \in K^i} z_j^0 \geq w_i\}$

for $k = 0$ to $l - 1$ do

(Using Ising machine)

$z^{k+1} := \arg \min_z \{z^\top P_2 z + q_2^\top z + \eta x^{k\top} P_3 z + \mu_2 \sum_{i \in S^k} (\sum_{j \in K^i} z_j - w_i + 0.5)^2\}$

(Using Classical computer)

$x^{k+1} := \arg \min_x \{x^\top P_1 x + q_1^\top x + \eta x^\top P_3 z^{k+1} \mid Ax = b, Cx \leq d\}$

$\eta := \eta + \frac{1}{l+1}, S^{k+1} = \{i = 1, 2, \dots, m_2 \mid \sum_{j \in K^i} z_j^{k+1} \geq w_i\}$

end for

$x^* := x^l$

[0104] 上記のアルゴリズム中では、有効と推定される制約の集合

[0105] を、現在の離散変数の値 z^k において有効である制約と満たしていない制約の集

合としている。離散変数に関して最適化を行う際には

$$i \in S^k$$

について

$$\sum_{j \in K^i} z_j^{k+1} = w_i - 1$$

であるときも、この制約に対応する障壁関数の値は0となる。そのため、

$$z_j^{k+1}$$

について

$$\sum_{j \in K^i} z_j^{k+1} \geq w_i - 1$$

となる場合が生じるので、不必要な制約は次の反復で有効と推定される制約集合から外れることになる。このアルゴリズムを用いることによって、最適化問題(4)、すなわち最適化問題(3)の解を求めることができる。

[0106] 離散変数値蓄積部170は各反復において、離散変数最適化部160によって計算された離散変数

$$z_j^{k+1}$$

を記憶する。連続変数値蓄積部 190 は各反復において連続変数最適化部 180 によって計算された連続変数

$$x^{k+1}$$

を記憶する。問題パラメータ蓄積部 120 は各反復において絡み変更部 200 によって計算されたパラメータ η^{k+1} と有効制約推定部 220 によって計算されたパラメータ

$$S^{k+1}$$

を記憶する。最適化問題パラメータ蓄積部 140 に蓄積するデータの例を図 11 に示す。離散変数値蓄積部 170 に蓄積するデータの例を図 12 に示す。連続変数値蓄積部 190 に蓄積するデータの例を図 13 に示す。パラメータ蓄積部 210 に蓄積するデータの例を図 14 に示す。

[0107] 出力部 250 は、決定変数値蓄積部 240 に格納された解を読み込み、それを出力する。決定変数値蓄積部 240 に蓄積するデータの例を図 15 に示す。

[0108] なお、第 2 の実施の形態に係る問題求解装置 10 の他の構成及び作用については、第 1 の実施の形態と同様の構成となるため、説明を省略する。

[0109] 以上説明したように、本発明の第 2 の実施の形態に係る問題求解装置は、処理対象の最適化問題を、離散変数についての制約と連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、イジングマシンを用いて、連続変数のある点に固定して、再定式化した最適化問題における離散変数について最適化を行うことと、古典コンピュータを用いて、離散変数のある点に固定して、再定式化した最適化問題における連続変数について最適化を行うことを繰り返す、これにより、計算量を抑えながら、最適化問題の解を求め

ることができる。

[0110] なお、本発明は、上述した実施の形態に限定されるものではなく、この発明の要旨を逸脱しない範囲内で様々な変形や応用が可能である。

符号の説明

- [0111] 10 問題求解装置
- 20 演算部
 - 82 プログラム
 - 84 コンピュータ
 - 100 最適化部
 - 110 操作部
 - 120 問題パラメータ蓄積部
 - 130 最適化問題再定式化部
 - 140 最適化問題パラメータ蓄積部
 - 150 管理部
 - 160 離散変数最適化部
 - 170 離散変数値蓄積部
 - 180 連続変数最適化部
 - 190 連続変数値蓄積部
 - 200 絡み変更部
 - 210 パラメータ蓄積部
 - 220 有効制約推定部
 - 230 停止条件判定部
 - 240 決定変数値蓄積部
 - 250 出力部

請求の範囲

[請求項1] 離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解装置であって、

処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化する最適化問題再定式化部と、

前記連続変数がある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行う離散変数最適化部と、

前記離散変数がある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行う連続変数最適化部と、

前記再定式化した最適化問題における、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更する絡み変更部と、

予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更を繰り返させる管理部と、

を含む問題求解装置。

[請求項2] 前記離散変数についての制約であって、不等式を含む制約のうち、現時点での解において満たさない制約及び等式で満たされる制約を、有効な制約として推定する有効制約推定部を更に含み、

前記管理部は、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更、及び前記有効制約推定部による推定を繰り返させる請求項1記載の問題求解装置。

[請求項3] 前記離散変数最適化部は、イジングマシンを用いて、前記再定式化した最適化問題における離散変数について最適化を行う請求項1又は

2 記載の問題求解装置。

[請求項4]

離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解装置における問題求解方法であって、

最適化問題再定式化部が、処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、

離散変数最適化部が、前記連続変数をある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行い、

連続変数最適化部が、前記離散変数をある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行い、

絡み変更部が、前記再定式化した最適化問題における、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更し、

管理部が、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更を繰り返させる

問題求解方法。

[請求項5]

有効制約推定部が、前記離散変数についての制約であって、不等式を含む制約のうち、解において等式を満たす制約を、有効な制約として推定することを更に含み、

前記管理部が繰り返させることでは、予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数最適化部による最適化、前記連続変数最適化部による最適化、前記絡み変更部による変更、及び前記有効制約推定部による推定を繰り返させる請求項4記載の問題求解方法。

[請求項6]

前記離散変数最適化部が最適化を行うことでは、イジングマシンを用いて、前記再定式化した最適化問題における離散変数について最適

化を行う請求項4又は5記載の問題求解方法。

[請求項7]

離散変数と連続変数を含む二次計画問題であって、かつ、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している二次計画問題に定式化可能な最適化問題に対して、解を出力する問題求解処理を行うためのプログラムであって、

コンピュータに、

処理対象の最適化問題を、前記離散変数についての制約と前記連続変数についての制約とが分離している最適化問題に再定式化し、

前記連続変数がある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記離散変数について最適化を行い、

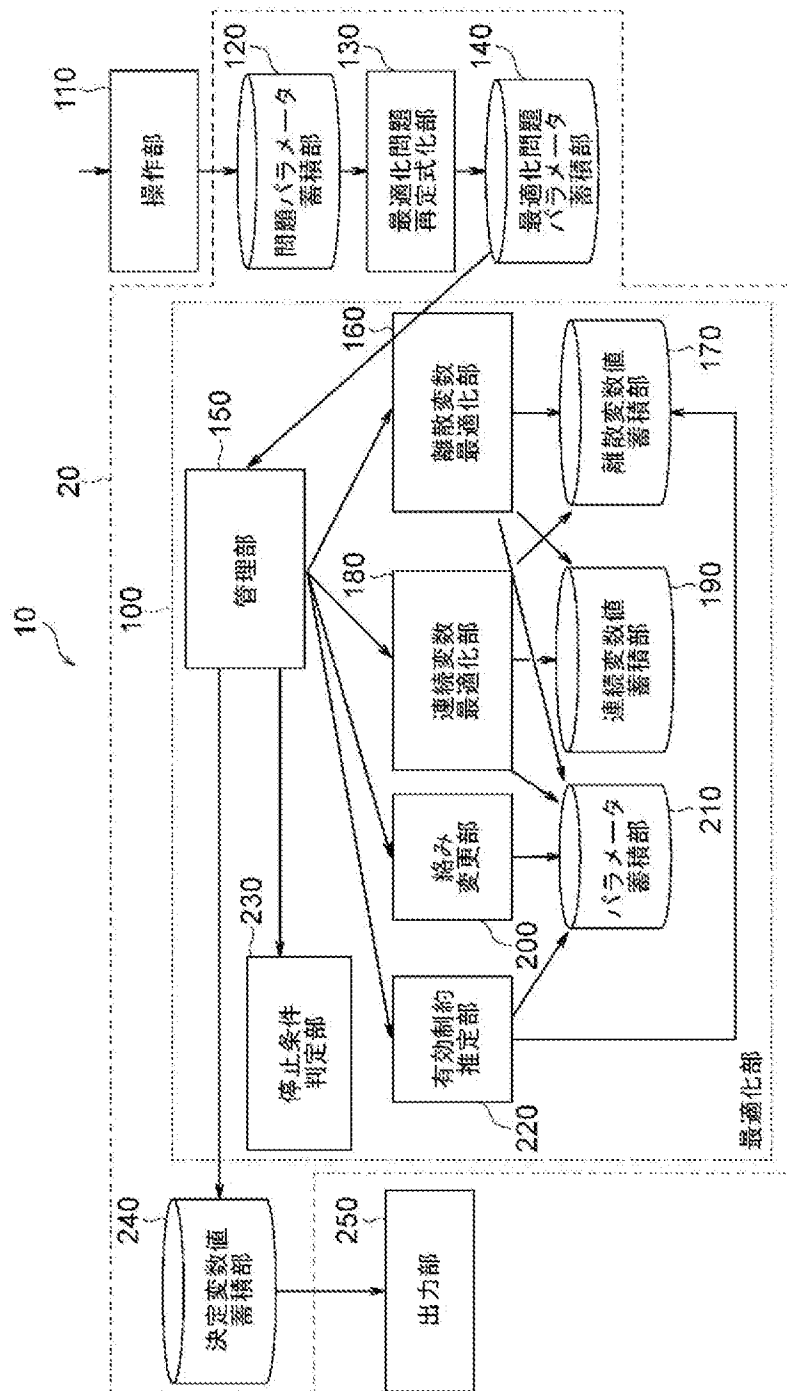
前記離散変数がある点に固定して、前記再定式化した最適化問題における前記連続変数について最適化を行い、

前記再定式化した最適化問題における、前記離散変数と前記連続変数が掛け合わされている項の影響力を表す絡み係数を変更し、

予め定められた停止条件を満たすまで、前記離散変数についての最適化、前記連続変数についての最適化、及び前記絡み係数の変更を繰り返させる

ことを実行させるためのプログラム。

[図1]



[図2]

β_1 の要素	数値	q_2 の要素	数値	β_3 の要素	数値	d の要素	数値
{1,1}	4.31	{1,1}	4.31	{1,3}	-1	{1,1}	7.03
{1,2}	6.52	{2,1}	22.1	{2,5}	1	{2,1}	5.08
...	...	...	...	...	...	...	...
β_2 の要素	数値	β_4 の要素	数値	d の要素	数値	e の要素	数値
{1,1}	2.43	{1,1}	64.4	{1,1}	4.49	{1,1}	0.87
{1,2}	5.51	{2,1}	1.11	{1,2}	6.88	{2,1}	2.49
...	...	...	...	...	...	...	...
β_3 の要素	数値	β_5 の要素	数値	b の要素	数値	f の要素	数値
{1,1}	2.22	{1,1}	1	{1,1}	0.43	{1,1}	9.18
{1,2}	7.71	{1,6}	-1	{2,1}	1.91	{2,1}	0.04
...	...	...	...	...	...	...	...
q_1 の要素	数値	α の要素	数値	c の要素	数値	h の要素	数値
{1,1}	23.1	{1,1}	1.44	{1,1}	3.23	{1,1}	1.99
{2,1}	6.73	{2,1}	15.1	{1,2}	0.01	{2,1}	3.08
...	...	...	...	...	...	...	...
パラメータ	数値						
r	78.4						

[図3]

p_i の要素	数値	q_i の要素	数値	c_i の要素	数値	a_i の要素	数値	b_i の要素	数値	d_i の要素	数値
(1,1)	4.33	(1,1)	3.1	(1,1)	1	(1,1)	14.9	(1,1)	0.55	(1,1)	4.43
(1,2)	6.57	(2,1)	6.39	(1,6)	-1	(2,1)	10.1	(2,1)	1.22	(1,1)	4.43
										(2,1)	2.24
p_i の要素	数値	q_i の要素	数値	c_i の要素	数値	a_i の要素	数値	b_i の要素	数値	d_i の要素	数値
(1,1)	9.73	(1,1)	6.21	(1,1)	1.06	(1,1)	0.55	(1,1)	0.21	(1,1)	4.43
(1,2)	2.11	(2,1)	7.91	(2,1)	21.1	(2,1)	1.22	(2,1)	1.01	(1,1)	4.43
										(2,1)	2.24
p_i の要素	数値	パラメータ	数値	c_i の要素	数値	a_i の要素	数値	b_i の要素	数値	d_i の要素	数値
(1,1)	0.02	r	98.4	(1,3)	-1	(1,1)	0.21	(1,1)	0.21	(1,1)	4.43
(1,2)	6.01	d_i の要素	数値	(2,5)	1	(2,1)	1.01	(2,1)	1.01	(2,1)	2.24
		(1,1)	4.41								
		(2,1)	20.1								

[図4]

離散変数値
0
1
1
0

[図5]

連続変数値
3.14
7.22
10.5
4.77
...

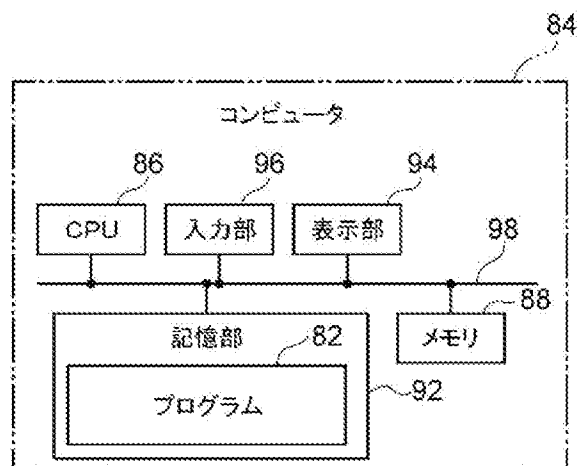
[図6]

パラメータ	値
η	0.75
S	{1,4,9,12,31}

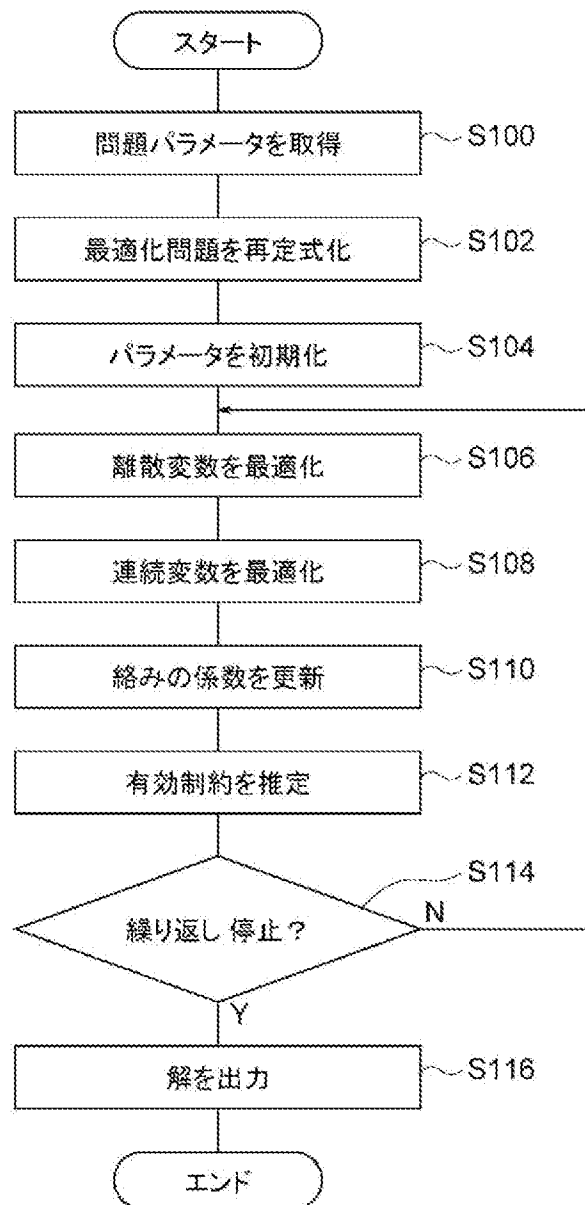
[図7]

離散変数値	連続変数値
1	4.54
1	7.67
1	11.5
0	4.69
...	...

[図8]



[図9]



[図10]

パラメータ	数値
η	1
$E_{\max}$	40
I	72
σ	1
τ	1
$p_{\max}$	1
α	1
β	1
γ	1

パラメータ	数値
p_0^{dis}	0.5
p_i^{dis}	1.2
...	...
p_{71}^{dis}	0.4

[図11]

b ₁ の要素	(1,1)	数値	0.43
b ₂ の要素	(2,1)	数値	1.91
c ₁ の要素	(1,1)	数値	3.23
c ₂ の要素	(1,2)	数値	0.01
d ₁ の要素	(1,1)	数値	2.03
d ₂ の要素	(2,1)	数値	5.08

e ₁ の要素	(1,1)	数値	1.44
e ₂ の要素	(2,1)	数値	15.1
f ₁ の要素	(1,1)	数値	4.49
f ₂ の要素	(1,2)	数値	6.88

g ₁ の要素	(1,1)	数値	23.1
g ₂ の要素	(2,1)	数値	6.73
h ₁ の要素	(1,1)	数値	4.31
h ₂ の要素	(2,1)	数値	22.1
パラメータ	r	数値	78.4

j ₁ の要素	(1,1)	数値	4.21
j ₂ の要素	(1,2)	数値	6.52
k ₁ の要素	(1,1)	数値	2.43
k ₂ の要素	(1,2)	数値	5.51
l ₁ の要素	(1,1)	数値	2.22
l ₂ の要素	(1,2)	数値	7.71

[図12]

離散変数値	
0	
1	
1	
0	

[図13]

連続変数値
3.14
7.22
10.5
4.77
...

[図14]

パラメータ	値
η	0.75
S	{1,4,9,12,31}

[図15]

離散変数値
1
1
1
0
...

連続変数値
4.54
7.67
11.5
4.69
...

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP2020/008065

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

G06N 99/00 (2019.01) i

FI: G06N99/00 180

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

G06N99/00

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Published examined utility model applications of Japan 1922-1996

Published unexamined utility model applications of Japan 1971-2020

Registered utility model specifications of Japan 1996-2020

Published registered utility model applications of Japan 1994-2020

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

IEEE Xplore

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	山崎 修平 (外 2 名), 混合整数 2 次計画問題に対する一解法—サブライチェーン計画への応用—, 第 51 回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, [CD-ROM], 2007.05.16, 京都: システム制御情報学会, pp. 219-220, [in Japanese], (YAMASAKI, S. et al., "A Solution Method for Mixed Integer Quadratic Programming Problems - Application to Supply Chain Planning -", Proceedings of the 51st Annual Conference of the Institute of Systems, Control and Information Engineers (ISCIE), [CD-ROM], 16 May 2007, Kyoto: The Institute of Systems, Control and Information Engineers, pp. 219-220, [in Japanese].), page 219, left-hand column, lines 16-22.	1-7

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.

☐ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier application or patent but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"I" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search
15 May 2020 (15.05.2020)Date of mailing of the international search report
26 May 2020 (26.05.2020)Name and mailing address of the ISA/
Japan Patent Office
3-4-3, Kasumigaseki, Chiyoda-ku,
Tokyo 100-8915, Japan

Authorized officer

Telephone No.

A. 発明の属する分野の分類（国際特許分類（IPC）） G06N 99/00(2019.01)i FI: G06N99/00 180										
B. 調査を行った分野										
調査を行った最小限資料（国際特許分類（IPC）） G06N99/00										
最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの <table border="0"> <tr> <td>日本国実用新案公報</td> <td>1922 - 1996年</td> </tr> <tr> <td>日本国公開実用新案公報</td> <td>1971 - 2020年</td> </tr> <tr> <td>日本国実用新案登録公報</td> <td>1996 - 2020年</td> </tr> <tr> <td>日本国登録実用新案公報</td> <td>1994 - 2020年</td> </tr> </table>			日本国実用新案公報	1922 - 1996年	日本国公開実用新案公報	1971 - 2020年	日本国実用新案登録公報	1996 - 2020年	日本国登録実用新案公報	1994 - 2020年
日本国実用新案公報	1922 - 1996年									
日本国公開実用新案公報	1971 - 2020年									
日本国実用新案登録公報	1996 - 2020年									
日本国登録実用新案公報	1994 - 2020年									
国際調査で使用した電子データベース（データベースの名称、調査に使用した用語） IEEE Xplore										
C. 関連すると認められる文献										
引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求項の番号								
A	山崎修平（外2名），混合整数2次計画問題に対する一解法 - サプライチェーン計画への応用 -, 第51回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, [CD-ROM], 2007.05.16, 京都: システム制御情報学会, Pages 219-220, [in Japanese]. (YAMASAKI, S., et al., A Solution Method for Mixed Integer Quadratic Programming Problems - Application to Supply Chain Planning -, Proceedings of the 51st Annual Conference of the Institute of Systems, Control and Information Engineers (ISCIE), [CD-ROM], 2007.05.16, Kyoto: The Institute of Systems, Control and Information Engineers, Pages 219-220, [in Japanese].) Page 219, left-hand column, lines 16-22.	1-7								
☐ C欄の続きにも文献が列挙されている。 ☐ パテントファミリーに関する別紙を参照。										
* 引用文献のカテゴリー “A” 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの “E” 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの “L” 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献（理由を付す） “O” 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献 “P” 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願の日の後に公表された文献 “T” 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と抵触するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの “X” 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの “Y” 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの “&” 同一パテントファミリー文献										
国際調査を完了した日 15.05.2020	国際調査報告の発送日 26.05.2020									
名称及びあて先 日本国特許庁(ISA/JP) 〒100-8915 日本国 東京都千代田区霞が関三丁目4番3号	権限のある職員（特許庁審査官） 久保 光宏 5C 9189 電話番号 03-3581-1101 内線 3539									