(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2018-0128643
(43) 공개일자 2018년12월04일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
G06N 99/00 (2010.01) *B82Y 10/00* (2017.01)
(52) CPC특허분류
G06N 99/002 (2013.01)
B82Y 10/00 (2013.01)
(21) 출원번호 10-2017-0064003
(22) 출원일자 2017년05월24일
심사청구일자 2017년05월24일

(71) 출원인
경희대학교 산학협력단
경기도 용인시 기흥구 덕영대로 1732 (서천동, 경희대학교 국제캠퍼스내)
(72) 발명자
신현동
경기도 수원시 영통구 청명로 132, 323동 501호(영통동, 벽산삼익아파트)
정영민
경기도 성남시 분당구 양현로 507, 313동 305호(야탑동, 매화마을주공3단지아파트)
파쿼 아마드
경기도 용인시 기흥구 덕영대로 1732,
(74) 대리인
김등용, 김홍석

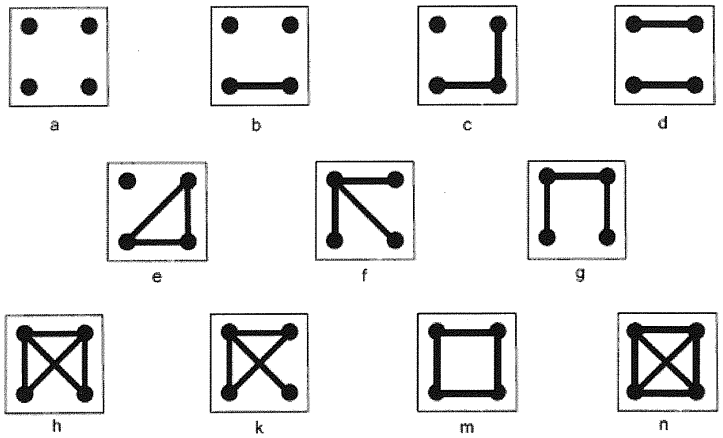
전체 청구항 수 : 총 20 항

(54) 발명의 명칭 **다분 얽힘 상태의 분류 및 정량화 방법 및 이를 이용한 양자 시스템**

(57) 요 약

본 발명에 따른 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법은, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단 – 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)의 고유값의 절대값에 기반함 – 하는 네거티비티 판단 과정; 및 상기 네거티비티에 기반하여, 삼분 순수 상태(tri-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하는 클래스 분류 과정을 포함하고, 이러한 분류 및 정량화 방법을 특정 인자를 고려하여 클래스에 따라 제공할 수 있다.

대 표 도 - 도3



이 발명을 지원한 국가연구개발사업
과제고유번호 2016R1A2B2014462
부처명 미래창조과학부
연구관리전문기관 한국연구재단
연구사업명 개인연구지원사업(중견연구)
연구과제명 양자 초얽힘을 이용한 하이브리드 양자통신 핵심기술 연구
기 여 율 1/2
주관기관 경희대학교 산학협력단
연구기간 2016.06.01 ~ 2017.05.31
이 발명을 지원한 국가연구개발사업
과제고유번호 R0190-15-2030
부처명 미래과학창조부
연구관리전문기관 정보통신기술진흥센터
연구사업명 정보통신방송연구개발사업
연구과제명 비밀성증폭 후처리 기술 개발
기 여 율 1/2
주관기관 경희대학교 산학협력단
연구기간 2016.07.01 ~ 2017.04.30

명 세 서

청구범위

청구항 1

양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법에서,

혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단 – 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)의 고유값의 절대값에 기반함 – 하는 네거티비티 판단 과정; 및

상기 네거티비티에 기반하여, 삼분 순수 상태(tri-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하는 클래스 분류 과정을 포함하는, 다중 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 2

제1 항에 있어서,

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환하는 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정을 더 포함하는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 3

제2 항에 있어서,

상기 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정은

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 4

제3항에 있어서,

상기 네거티비티 판단 과정에서, 하나의 큐빗을 순차적으로 추적하여 이분 네거티비티를 판단하고,

상기 클래스 분류 과정에서, 상기 이분 네거티비티의 값이 적어도 하나의 비-제로 값을 가지면 제1 클래스가 부여되고,

상기 이분 네거티비티의 값이 모두 제로 값을 가지면 제2 클래스가 부여되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 5

제4항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의되고,

상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 6

양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and

quantification) 방법에서,

혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단 – 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반함 – 하는 네거티비티 판단 과정; 및

상기 네거티비티에 기반하여, 사분 순수 상태(four-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 얽힘 클래스(entanglement class)로 분류하는 클래스 분류 과정을 포함하는, 다중 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 7

제6 항에 있어서,

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환하는 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정을 더 포함하고,

상기 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정은

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 8

제7 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의되고,

상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 9

제8 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)는

$$|\Psi\rangle = \alpha|0000\rangle + \beta|0100\rangle + \gamma|0101\rangle + \lambda|0110\rangle + \delta|1000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \chi|1011\rangle + \nu|1100\rangle + \xi|1101\rangle + \epsilon|1110\rangle + \kappa|1111\rangle.$$

로 결정되고,

상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류되고,

상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태는 $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정되고,

상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태는 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$으로 결정되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 10

제6 항에 있어서,

상기 네거티비티 판단 과정은,

상기 사분 순수 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 컨커런스(concurrence)를 판단하고,

상기 컨커런스가 N분 얽힘 상태(N partite entanglement 에 대하여,

$$\mathcal{C}\left(\rho_{A_1A_2,\cdots,A_n}\right)=\left[\mathcal{C}\left(\rho_{A_1(A_2,\cdots,A_n)}\right)\cdots\mathcal{C}\left(\rho_{A_n(A_1,\cdots,A_{n-1})}\right)\right.$$
$$\left.\mathcal{C}\left(\rho_{A_1A_2(A_3,\cdots,A_n)}\right)\cdots\mathcal{C}\left(\rho_{A_{n-1}A_n(A_1\cdots A_{n-2})}\right),\cdots\right]^{\frac{1}{2^N-1-1}}$$

로 결정되는, 다중대상 얽힘 상태 분류 및 정량화 방법.

청구항 11

양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)를 위한 양자 시스템에서,

혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하도록 제어하는 제어부; 및

상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보를 다른 서브 시스템으로 전달하도록 구성된 송수신부를 포함하고,

상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반하는, 양자 시스템.

청구항 12

제11 항에 있어서,

상기 다분 순수 상태는 3분 순수 상태이고,

상기 제어부는,

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 양자 시스템.

청구항 13

제11 항에 있어서,

상기 다분 순수 상태는 4분 순수 상태이고,

상기 제어부는,

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 양자 시스템.

청구항 14

제12 항 또는 제13 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의되고,

상기 제어부는, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의되고,

상기 제어부는, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단하는, 양자 시스템.

청구항 15

제14 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)는

$$|\Psi\rangle = \alpha|0000\rangle + \beta|0100\rangle + \gamma|0101\rangle + \lambda|0110\rangle + \delta|1000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \chi|1011\rangle + \nu|1100\rangle + \xi|1101\rangle + \epsilon|1110\rangle + \kappa|1111\rangle.$$

로 결정되고,

상기 제어부는, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류하고,

$N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정하고,

모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$로 결정하는, 양자 시스템.

청구항 16

양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)를 위한 양자 시스템에서,

혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하는 제1 서브 시스템; 및

상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)를 3-큐빗 혼합 상태 변환(three qubit mixed state transformation)하는 제2 서브 시스템을 포함하는, 양자 시스템.

청구항 17

제16 항에 있어서,

상기 다분 순수 상태는 3분 순수 상태이고,

상기 제1 시스템은

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 양자 시스템.

청구항 18

제16 항에 있어서,

상기 제1 시스템은,

상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환되는, 양자 시스템.

청구항 19

제17 항 또는 제18 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의되고,

상기 제1 시스템은, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단하고,

상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은,

$N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의되고,

상기 제1 시스템은, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단하는, 양자 시스템.

청구항 20

제19 항에 있어서,

상기 제1 상태(Ψ)는

$$|\Psi\rangle = \alpha|0000\rangle + \beta|0100\rangle + \gamma|0101\rangle + \lambda|0110\rangle + \delta|1000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \chi|1011\rangle + \nu|1100\rangle + \xi|1101\rangle + \epsilon|1110\rangle + \kappa|1111\rangle.$$

로 결정되고,

상기 제1 시스템은, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류하고,

$N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정하고,

모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$로 결정하는, 양자 시스템.

발명의 설명

기 술 분 야

[0001] 본 발명은 다분 얽힘 상태의 분류 및 정량화 방법 및 이를 이용한 양자 시스템에 관한 것이다. 보다 상세하게는, 다분 얽힘 상태의 분류 및 정량화를 통해 양자 상태 변환을 수행하는 방법 및 양자 시스템에 관한 것이다.

배 경 기 술

[0002] 얽힘 변환(entanglement transformation)은 양자 정보 이론에서 중요한 역할을 수행한다. 임의의 순수 이분 상태(pure bipartite state)를 위한 주어진 변환을 위한 조건들이 제시되었다. 하지만, 이러한 순수 이분 상태의 변환은 가장 단순한 경우에 대해서만 알려져 있다.

[0003] 기존의 정량화 방법은 순수 이분 상태에 대해서만 제안되었다. 한편, 이러한 다분 상태에서 얽힘 상태에 대한 정확한 분류 및 정량화는 거의 모든 양자 정보 분야에서 요구된다. 하지만, 다분 상태(multipartite state)의 차수가 증가함에 따라, 얽힘 상태를 정확히 분류하고 정량화하는 것에 대한 가이드라인이 전혀 없다는 문제점이 있었다.

[0004] 따라서, 3-큐빗 이상의 다분 상태에 대하여 얽힘 상태를 정확히 분류하고 정량화하는 방법과, 이러한 분류/정량화 방법에 따라 서로 다른 시스템 또는 시스템 내의 컴포넌트 간에 상태 변환을 수행하는 방법을 구체적으로 제시할 필요가 있다.

발명의 내용

해결하려는 과제

[0005] 따라서, 본 발명에서 해결하고자 하는 과제는, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법을 제공하는 것을 목표로 한다.

[0006] 또한, 본 발명에서 해결하고자 하는 과제는, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태에서 상태 변환 방법을 제공하는 것을 목표로 한다.

과제의 해결 수단

[0007] 상기와 같은 과제를 해결하기 위한 본 발명에 따른 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법은, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단 - 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)의 고유값의 절대값에 기반함 - 하는 네거티비티 판단 과정; 및 상기 네거티비티에 기반하여, 삼분 순수 상태(tri-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하는 클래스 분류 과정을 포함하고, 이러한 분류 및 정량화 방법을 특정 인자를 고려하여 클래스에 따라 제공할 수 있다.

[0008] 일 실시 예에서, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환하는 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정을 더 포함할 수 있다.

[0009] 일 실시 예에서, 상기 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정은, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0010] 일 실시 예에서, 상기 네거티비티 판단 과정에서, 하나의 큐빗을 순차적으로 추적하여 이분 네거티비티를 판단할 수 있다. 이때, 상기 클래스 분류 과정에서, 상기 이분 네거티비티의 값이 적어도 하나의 비-제로 값을 가지면 제1 클래스가 부여된다. 또한, 상기 이분 네거티비티의 값이 모두 제로 값을 가지면 제2 클래스가 부여된다.

[0011] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$ 로 정의될 수 있다. 이때, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단될 수 있다.

[0012] 본 발명의 다른 양상에 따른, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법은, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단 - 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반함 - 하는 네거티비티 판단 과정; 및 상기 네거티비티에 기반하여, 사분 순수 상태(four-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 얽힘 클래스(entanglement class)로 분류하

는 클래스 분류 과정을 포함한다.

[0013] 일 실시 예에서, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환하는 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정을 더 포함할 수 있다. 이때, 상기 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정은, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환된다.

[0014] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의된다. 이때, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단될 수 있다.

[0015] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 상기 제1 시스템은, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류될 수 있다. 한편, 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태는 $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정될 수 있다. 반면에, 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태는 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$으로 결정될 수 있다.

[0016] 일 실시 예에서, 상기 네거티비티 판단 과정은, 상기 사분 순수 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 컨커런스(concurrence)를 판단할 수 있다. 이때, 상기 컨커런스가 N분 얽힘 상태(N partite entanglement 에 대

$$\mathcal{C}(\rho_{A_1A_2,\cdots,A_n}) = [\mathcal{C}(\rho_{A_1(A_2,\cdots,A_n)})\cdots\mathcal{C}(\rho_{A_n(A_1,\cdots,A_{n-1})})$$
$$\mathcal{C}(\rho_{A_1A_2(A_3,\cdots,A_n)})\cdots\mathcal{C}(\rho_{A_{n-1}A_n(A_1\cdots A_{n-2})}),\cdots]^{\frac{1}{2^{N-1}-1}}$$

하여, 로 결정될 수 있다.

[0017] 본 발명의 또 다른 양상에 따른, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)를 위한 양자 시스템은, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하도록 제어하는 제어부; 및 상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보를 다른 서브 시스템으로 전달하도록 구성된 송수신부를 포함한다. 이때, 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반할 수 있다.

[0018] 일 실시 예에서, 상기 다분 순수 상태는 3분 순수 상태이고, 상기 제어부는,

[0019] 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환할 수 있다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0020] 일 실시 예에서, 상기 다분 순수 상태는 4분 순수 상태이고, 상기 제어부는, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환할 수 있다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0021] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의될 수 있다. 이때, 상기 제어부는, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상

태인 것으로 판단할 수 있다. 또한, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의될 수 있다. 이때, 상기 제어부는, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단할 수 있다.

[0022] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 제어부는, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류한다. 이와 관련하여, 상기 제어부는, $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_1> = \alpha|0000> + \kappa|1111>$로 결정한다. 또한, 상기 제어부는, 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{11}> = \alpha|0000> + \mu|1001> + \zeta|1010> + \upsilon|1100>$로 결정한다.

[0023] 본 발명의 또 다른 양상에 따른, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)를 위한 양자 시스템은, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하는 제1 서브 시스템을 포함한다. 또한, 상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)를 3-큐빗 혼합 상태 변환(three qubit mixed state transformation)하는 제2 서브 시스템을 더 포함할 수 있다.

[0024] 일 실시 예에서, 상기 다분 순수 상태는 3분 순수 상태이고, 상기 제1 시스템은, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환할 수 있다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0025] 일 실시 예에서, 상기 제1 시스템은, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환할 수 있다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0026] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의될 수 있다. 이때, 상기 제1 시스템은, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단한다. 또한, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의될 수 있다. 이때, 상기 제1 시스템은, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단한다.

[0027] 일 실시 예에서, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 제어부는, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류한다. 이와 관련하여, 상기 제어부는, $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_1> = \alpha|0000> + \kappa|1111>$로 결정한다. 또한, 상기 제어부는, 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{11}> = \alpha|0000> + \mu|1001> + \zeta|1010> + \upsilon|1100>$로 결정한다.

발명의 효과

[0028] 본 발명에 따른 방법은, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법을 특정 인자를 고려하여 클래스에 따라 제공할 수 있다는 장점이 있다.

[0029] 또한, 본 발명에 따른 방법은, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태에서 동일한 클래스에 속하는 상태 간 상태

변환 방법을 특정 인자를 고려하여 제공할수 있다는 장점이 있다.

도면의 간단한 설명

[0030] 도 1은 본 발명에 따른 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)와 이에 따른 상태 변환을 수행하는 양자 시스템을 도시한다.

도 2는 본 발명에 따른 서브 시스템들의 상세 구성을 도시한다.

도 3은 본 발명에 따른 4-큐빗 얽힘 상태와 관련된 얽힘 그래프(entangled graph) 표현을 나타낸다.

도 4는 본 발명에 따른 삼분 상태에서의 분류 및 정량화 방법의 흐름도를 도시한다.

도 5는 본 발명에 따른 사분 상태에서의 분류 및 정량화 방법의 흐름도를 도시한다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

[0031] 상술한 본 발명의 특징 및 효과는 첨부된 도면과 관련한 다음의 상세한 설명을 통하여 보다 분명해 질 것이며, 그에 따라 본 발명이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자가 본 발명의 기술적 사상을 용이하게 실시할 수 있을 것이다. 본 발명은 다양한 변경을 가할 수 있고 여러 가지 형태를 가질 수 있는바, 특정 실시 예들을 도면에 예시하고 본문에 상세하게 설명하고자 한다. 그러나 이는 본 발명을 특정한 개시형태에 대해 한정하려는 것이 아니며, 본 발명의 사상 및 기술범위에 포함되는 모든 변경, 균등물 내지 대체물을 포함하는 것으로 이해되어야 한다. 본 명세서에서 사용한 용어는 단지 특정한 실시 예들을 설명하기 위해 사용된 것으로, 본 발명을 한정하려는 의도가 아니다.

[0032] 각 도면을 설명하면서 유사한 참조부호를 유사한 구성요소에 대해 사용한다.

[0033] 제1, 제2등의 용어는 다양한 구성요소들을 설명하는데 사용될 수 있지만, 상기 구성요소들은 상기 용어들에 의해 한정되어서는 안 된다. 상기 용어들은 하나의 구성요소를 다른 구성요소로부터 구별하는 목적으로만 사용된다.

[0034] 예를 들어, 본 발명의 권리 범위를 벗어나지 않으면서 제1 구성요소는 제2 구성요소로 명명될 수 있고, 유사하게 제2 구성요소도 제1 구성요소로 명명될 수 있다. "및/또는" 이라는 용어는 복수의 관련된 기재된 항목들의 조합 또는 복수의 관련된 기재된 항목들 중의 어느 항목을 포함한다.

[0035] 다르게 정의되지 않는 한, 상기술적이거나 과학적인 용어를 포함해서 여기서 사용되는 모든 용어들은 본 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자에 의해 일반적으로 이해되는 것과 동일한 의미가 있다.

[0036] 일반적으로 사용되는 사전에 정의되어 있는 것과 같은 용어들은 관련 기술의 문맥상 가지는 의미와 일치하는 의미를 가지는 것으로 해석되어야 하며, 본 출원에서 명백하게 정의하지 않는 한, 이상적이거나 과도하게 형식적인 의미로 해석되지 않아야 한다.

[0037] 이하의 설명에서 사용되는 구성요소에 대한 접미사 "모듈", "블록" 및 "부"는 명세서 작성의 용이함만이 고려되어 부여되거나 혼용되는 것으로서, 그 자체로 서로 구별되는 의미 또는 역할을 갖는 것은 아니다.

[0038] 이하, 본 발명의 바람직한 실시 예를 첨부한 도면을 참조하여 당해 분야에 통상의 지식을 가진 자가 용이하게 실시할 수 있도록 설명한다. 하기에서 본 발명의 실시 예를 설명함에 있어, 관련된 공지의 기능 또는 공지의 구성에 대한 구체적인 설명이 본 발명의 요지를 불필요하게 흐릴 수 있다고 판단되는 경우에는 그 상세한 설명을 생략한다.

[0039] 이하, 본 발명에 따른 복수의 기기들 간에 양자 키 분배(QKD: Quantum Key Distribution)를 수행하는 방법 및 장치에 대해 살펴보기로 하자. 본 발명에서는 큐빗들의 교환을 위하여 하나의 기저만을 사용하는 프로토콜을 제안한다. 도청자(eavesdropper)의 존재는 얽힘(entanglement)을 이용하여 검출된다. 제안된 방식은 후술하는 바와 같이 인터셉트-재전송 공격과 controlled-NOT (CNOT) 게이트 공격에 대하여 제안된 것이다.

[0040] 도 1은 본 발명에 따른 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)와 이에 따른 상태 변환을 수행하는 양자 시스템을 도시한다. 도 1에 도시된 바와 같이, 양자 시스템은 복수의 서브 시스템을 포함하고, 편의상 제1 서브 시스템(100)과 제2 서브 시스템(200)이 포함된 것으로 표현할 수 있다. 하지만, 상기 제1 및 제2 서브 시스템(100, 200)에만 한정되는 것이 아니라, 임의의 개수의 서브 시스템 간에도 적용될 수 있다. 한편, 상기 제1 및 제2 서브 시스템(100, 200)은 임의의 양자 기기일 수

있고, 하나의 양자 기기 내의 서로 다른 컴포넌트일 수 있다.

[0041] 한편, 도 2는 본 발명에 따른 서브 시스템들의 상세 구성을 도시한다. 도 2에 도시된 바와 같이, 제1 서브 시스템(100)은 제어부(110), 송수신부(120), 및 메모리(130)를 포함한다. 또한, 제2 서브 시스템(200)은 제어부(210), 송수신부(220), 및 메모리(230)를 포함한다. 여기서, 송수신부(120, 220)는 양자 채널(quantum channel)을 이용하는 양자 송수신부일 수 있다. 또한, 송수신부(120, 220)는 일반 채널(classical channel)을 이용하는 일반 송수신부를 포함할 수 있다. 한편, 메모리(130, 230)는 양자 정보를 저장하는 양자 메모리일 수 있다. 또한, 메모리(130, 230)는 일반 정보를 저장하는 일반 메모리를 포함할 수 있다.

[0042] 먼저, 도 1을 참조하여, 본 발명에 따른 서브 시스템 간의 상태 변환에 대하여 살펴보면 다음과 같다. 제1 서브 시스템(100)은 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류한다. 이에 응답하여, 제2 서브 시스템(200)은 상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)를 3-큐빗 혼합 상태 변환(three qubit mixed state transformation)한다. 대안적으로, 제1 서브 시스템(100)이 상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)를 3-큐빗 혼합 상태 변환(three qubit mixed state transformation)하고, 상기 변환된 상태를 상기 제2 서브 시스템(200)으로 전달하는 것도 가능하다.

[0043] 먼저, 3분(tri-partite) 순수 상태에 대해 살펴보면 다음과 같다. 이와 관련하여, 상기 제1 또는 제2 시스템(100, 200)은 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0044] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의된다. 이때, 상기 제1 시스템(100)은, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단할 수 있다.

[0045] 다음으로, 4분(four-partite) 순수 상태에 대해 살펴보면 다음과 같다. 이와 관련하여, 상기 제1 또는 제2 시스템(100, 200)은 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0046] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의된다. 이때, 상기 제1 시스템(100)은, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단할 수 있다.

[0047] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 상기 제1 시스템(100)은, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류할 수 있다. 이때, $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_I\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정할 수 있다. 또한, 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{II}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$로 결정할 수 있다.

[0048] 한편, 도 1과 관련하여, 다분 얽힘 상태에서 분류 및 정량화가 제1 서브 시스템(100)에서 수행되는 것으로 기재되었으나, 반대로 제2 서브 시스템(200)에서 수행되는 경우에도 위에 제시된 내용이 대응되도록 적용된다.

[0049] 다음으로, 도 2를 참조하여, 본 발명에 따른 다분 얽힘 상태(의 분류 및 정량화와 관련하여, 하나의 서브 시스템의 각각의 컴포넌트가 수행하는 동작에 대해 살펴보기로 하자. 이와 관련하여, 제1 서브 시스템(100)의 상세

구성을 참조하여 설명되지만, 이에 한정되지 않고, 제2 서브 시스템(200)의 컴포넌트에서 이러한 동작을 수행하는 것도 가능하다.

[0050] 제어부(110)는 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단하고, 상기 네거티비티에 기반하여, 다분 순수 상태(multipartite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류하도록 제어한다. 한편, 송수신부(120)는 상기 판단된 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 대한 정보를 송수신부(220)로 전달하도록 구성된다. 이때, 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반할 수 있다.

[0051] 한편, 3분 순수 상태에서의 분류 및 정량화 동작에 대해 살펴보면 다음과 같다. 제어부(110)는 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0052] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)})]^{1/3}$로 정의된다. 이때, 제어부(110)는 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단할 수 있다.

[0053] 다음으로, 4분 순수 상태에서의 분류 및 정량화 동작에 대해 살펴보면 다음과 같다. 제어부(110)는 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0054] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의된다. 이때, 제어부(110)는, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태가 얽힌 상태인 것으로 판단한다.

[0055] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 상기 제어부(110)은, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류할 수 있다. 이때, $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정할 수 있다. 또한, 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이면 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태로 판단하여, 상기 제1 상태(Ψ)를 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$로 결정할 수 있다.

[0056] 한편, 메모리(130, 230)에서 양자 정보 또는 일반 정보를 저장하도록 구성된다. 전술된 바와 같이, 메모리(130, 230)는 양자 메모리 또는 일반 메모리로 지칭될 수 있다.

[0057] 다음으로, 본 발명과 관련하여 설명된 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification)와 관련하여, 세 가지 관점에서 상세히 살펴보기로 하자.

[0058] 이와 관련하여, **1) 네거티비티, 2) 3-큐빗 혼합 상태 변환, 3) 4-큐빗 순수 상태에서 얽힘의 분류**에 대해서 상세히 살펴보기로 하자.

[0059] **1) 네거티비티**

[0060] 혼합 상태의 얽힘의 정량화에 대한 빠르고 효율적인 방법은 네거티비티에 의해 이를 정의하는 것이다. 한편, 네거티비티는 아래의 수학식과 같이, 하나의 서브시스템과 밀도 행렬(density matrix)의 부분 트랜스포즈(partial transpose)의 고유값(eigenvalue)의 절대값의 합이다.

수학식 1

[0061] $$\mathcal{N}(\rho) = \frac{\|\rho^{T_A}\|_1 - 1}{2}$$

[0062] 여기서, ‖ ρ^{TA} ‖는 ρ^{TA}의 크기(norm)를 나타낸다.

[0063] 서브 시스템 A의 부분 트랜스포즈는 이분(bipartite) 시스템의 경우에 아래의 수학식과 같이 정의된다.

수학식 2

[0064] $$\langle i_A, j_B|\rho^{T_A}|i_A^{'}, j_B^{'}\rangle = \langle i_A^{'}, j_B|\rho|i_A, j_B^{'}\rangle$$

[0065] 분리 가능 상태(separable states)에 대하여, $N(\rho) = 0$이다. 임의의 혼합 상태의 비-음수 값은 상태가 얽힘을 나타낸다.

[0066] 네거티비티 $N(\rho)$는 얽힘 단조(entanglement monotone)를 따를 수 있는데, 예를 들어, LOCC (Local Operation assisted by Classical Communication) 동작하에서 증가하지 않는다. 네거티비티와 관련된 인자(brother)로 지칭되는 대안적인 표현은 로그 형태의 네거티브로 아래의 수학식과 같이 표현된다.

수학식 3

[0067] $$E_N(\rho) = \log_2 \|\rho^{T_A}\|_1$$

[0068] 이와 관련하여, 로그 형태 네거티비티가 컨벡스(convex) 형태가 아니라도, 여전히 얽힘 단조 형태일 수 있다.

[0069] 한편, 나머지 서브 시스템(제2 서브 시스템 또는 서브 시스템 B)의 일부 응답을 취하여, 다분 시스템의 네거티비티를 확장할 수 있다. 이렇게 함으로써, 얼마나 많은 큐빗들이 나머지 큐빗과 얽힌 상태인지를 알 수 있다. 3분 상태가 주어지면, 나머지 서브 시스템을 이용하는 서브 시스템 A의 일부 응답은 아래의 수학식과 같이 표현된다.

수학식 4

[0070] $$\langle i_A, j_B, k_C|\rho^{T_A}|i_A^{'}, j_B^{'}, k_C^{'}\rangle = \langle i_A^{'}, j_B, k_C|\rho|i_A, j_B^{'}, k_C^{'}\rangle$$

[0071] 컨커런스(concurrence)에 대하여 유효한 모노가미 부등식(Monogamy inequalities)은 아래의 수학식과 같이 표현되는 네거티비티에 대해서도 유효한다. 한편, 컨커런스는 2-큐빗에 대하여 $\mathcal{C}(\psi) = |\langle\psi|\tilde{\psi}\rangle|$로 주어지고, 여기서 $|\tilde{\psi}\rangle$는 |Ψ>의 스핀 플립이고, $|\tilde{\psi}\rangle = \sigma_y^{\otimes 2}|\psi^*\rangle$와 같이 주어진다.

[0072] 한편, 2-큐빗의 혼합 상태의 컨커런스는 $\mathcal{C}(\rho) = max(0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$로 정의되고, 여기서, λi

는 허미션 행렬 $\sigma = \sqrt{\sqrt{\rho}\tilde{\rho}\sqrt{\rho}}$ 의 고유값이고, $\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$ 로 주어진다.

수학식 5

[0073] $$\mathcal{N}(\rho_{AB}) + \mathcal{N}(\rho_{AC}) \leq \mathcal{N}(\rho_{A(BC)})$$

[0074] 이와 관련하여, 상호 간에 대해서 유사한 C (A(BC))와 대조적으로, 네거티비티 N ($\rho_{(A(BC)}$), N ($\rho_{(B(AC)}$), N ($\rho_{(C(AB)}$)는 동일하지 않다.

[0075] **2) 3-큐빗 혼합 상태 변환**

[0076] 혼합 2분(bipartite) 얽힘 변환은 SLOCC (Stochastic Operation assisted by Classical Communication)에 의해 제1 상태(ρ)에서 제2 상태(σ)로 변환(transform)된다. 이때, $E_N(\rho) \geq E_N(\sigma)$ 또는 $N(\rho) \geq N(\sigma)$ 인 경우에만, 제1 상태(ρ)에서 제2 상태(σ)로 변환된다.

[0077] 3분(tri-partite) 순수 상태는 두 개의 동일하지 않은 얽힘 클래스 (W 및 GHZ 클래스)를 갖는다.

[0078] W 및 GHZ 클래스를 구분하기 위하여, 하나의 큐빗을 순차적으로 추적(trace)하여 2분 네거티비티를 알아낼 수 있다. W 상태는 적어도 하나의 비-제로 네거티비티 값을 갖는다.

[0079] 다분(multipartite) 얽힘의 네거티비티에 대한 측정은 혼합 상태 다분 시스템의 구분을 위해 사용되는 유용한 측정일 수 있다. 이와 관련하여, 제1 상태(ρ)와 관련된 네거티비티는 아래의 수학식들로 표현될 수 있다.

수학식 6

[0080] $$\mathcal{N}_{\mathrm{GME}}(\rho) = \min_{\rho=\sum p_k \rho_k} \sum p_k \mu_k(\rho_k)$$

수학식 7

[0081] $$\mu_k(\rho_k) = \min_j \frac{1}{2}\left(\|\rho^{T_{A_j}}\| - 1\right)$$

[0082] 여기서, ρ^{TA} 는 혼합 상태 ρ 에서 Aj 부분(party)에 대한 나머지 부분들과의 부분 트랜스포즈이다.

[0083] 이와 관련하여, 3-큐빗 얽힘은 아래의 수학식과 같이 정의될 수 있다.

수학식 8

[0084] $$\mathcal{N}(\rho_{(ABC)}) = \left(\mathcal{N}(\rho_{A(BC)})\mathcal{N}(\rho_{B(AC)})\mathcal{N}(\rho_{C(AB)})\right)^{\frac{1}{3}}$$

[0085] 위의 수학식에서의 값이 비-제로이면, 3분 상태는 얽힌 것으로 판단될 수 있다. 세 개의 모든 네거티비티, 즉 N ($\rho_{A(BC)}$), N ($\rho_{B(AC)}$), N ($\rho_{C(AB)}$)가 얽힘 단조의 특징을 나타내면, N (ρ_{ABC})도 얽힘 단조의 특징을 나타낸다. 위의 수학식의 우측의 세 개의 네거티비티는 로컬 유니터리 불변 (local unitrary invariant) 특징을 또한 포함한

다. 따라서, $N(\rho_{ABC})$는 로컬 동작하에서 불변이다.

[0086] 이러한 관측에 기반하여, 아래의 두 가지 조건을 만족하면, 임의의 3-큐빗 순수 상태 $|\psi_{ABC}\rangle$가 다른 3-큐빗 상태$|\phi_{ABC}\rangle$로 변환될 수 있음을 유추할 수 있다.

[0087] 1) 두 개의 상태의 네거티비티가 $N(\rho_{ABC}) \geq N(\sigma_{ABC})$를 만족해야 한다. 여기서, $\rho_{ABC} = |\psi_{ABC}\rangle\langle\psi_{ABC}|$ 이고, $\sigma_{ABC} = |\phi_{ABC}\rangle\langle\phi_{ABC}|$ 이다.

[0088] 2) 이들은 동일한 클래스 (W 또는 GHZ)에 속해야 한다.

[0089] 3분 혼합 상태 얽힘 분류는 3분 순수 상태의 분류와 매우 유사하다. 한편, 특정 혼합 상태 ρ는 다른 혼합 상태 σ로 변환될 수 있는지 여부를 확인하기 위하여, 얽힌 상태를 확인해야 한다.

[0090] **3) 4-큐빗 순수 상태에서 얽힘의 분류**

[0091] 네거티비티를 이용하여 얽힘 클래스를 정의하기로 하자. 먼저, 4분(four-partite) 상태에서 얽힘을 확인하는 측정을 제공한다. 이와 관련하여, 4분 상태는 아래의 수학식과 같이 주어지는 네거티비가 비-제로 값이면 얽힌 상태인 것으로 판단된다.

수학식 9

[0092]
$$\mathcal{N}(\rho_{ABCD}) = [\mathcal{N}(\rho_{A(BCD)})\mathcal{N}(\rho_{B(ACD)})\mathcal{N}(\rho_{C(ABD)})$$
$$\mathcal{N}(\rho_{D(ABC)})\mathcal{N}(\rho_{AB(CD)})\mathcal{N}(\rho_{AC(BD)})\mathcal{N}(\rho_{AD(BC)})]^{\frac{1}{7}}$$

[0093] 여기서, 서브시스템 AB의 부분 트랜스포즈는 아래와 같이 주어지고, 얽힘 검출을 위하여 동일한 계수를 갖는다.

[0094]
$$\langle i_A, j_B, k_C, M_D|\rho^{T_{AB}}|i'_A, j'_B, k'_C, M'_D\rangle$$
$$= \langle i'_A, j'_B, k_C, M_D|\rho|i_A, j_B, k'_C, M'_D\rangle,$$

[0095] 위의 수학식에서 7개의 파라미터들이 모두 0이 아니면, 4분 얽힘인 것으로 판단된다. 모든 7개의 네거티브 정량화는 LOCC 하에서 증가하지 않는다. 이들은 또한 LU 불변이다. 한편, 이러한 4-큐빗 순수 상태는 아래의 수학식과 같은 일반화된 정규 형태(canonical form)으로 표현될 수 있다.

수학식 10

[0096]
$$|\Psi\rangle = \alpha|0000\rangle + \beta|0100\rangle + \gamma|0101\rangle$$
$$+\lambda|0110\rangle + \delta|1000\rangle + \mu|1001\rangle$$
$$+\zeta|1010\rangle + \chi|1011\rangle + \nu|1100\rangle$$
$$+\xi|1101\rangle + \epsilon|1110\rangle + \kappa|1111\rangle.$$

[0097] 이러한 정의에 따라, 4-큐빗 얽힘 클래스가 다음과 같이 분류될 수 있다. 이와 관련하여, 도 3은 본 발명에 따른 4-큐빗 얽힘 상태와 관련된 얽힘 그래프(entangled graph) 표현을 나타낸다. 도 3에 도시된 바와 같이, 정사각형(square)은 얽힘을 나타내고, 점(dot)들을 연결하는 선은 얽힌 부분들을 나타낸다. 도 1에 도시된 바와 같이 a 내지 n의 11개의 얽힘 클래스로 구분될 수 있다. 이러한 11개의 클래스는 네거티비티에 관한 수학식 8을 만족하며, 다음과 같이 분류될 수 있다.

[0098] 1) 도 3a에 도시된 바와 같이, 임의의 연결이 없는 네 개의 점들은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다.

수학식 11

$$|A_1\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \kappa\,|1111\rangle$$

[0099]

[0100] 제1 클래스에서, 단지 $N(\rho_{ABCD})$가 비-제로 값을 갖는다. 임의의 큐빗이 추적되는 경우에 모든 다른 조합들은 0을 값을 갖는다. 이러한 클래스를 GHZ 상태라고 지칭할 수 있다.

[0101] 2) 도 3b에 도시된 바와 같이, 두 개의 점이 연결된 네 개의 점은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다.

수학식 12

$$|A_2\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \chi\,|1011\rangle + \xi\,|1101\rangle$$

[0102]

[0103] 이러한 경우에, $N(\rho_{ABCD}) \neq 0$이고, $N(\rho_{ABD}) \neq 0$이고, $N(\rho_{ACD}) \neq 0$이고, $N(\rho_{BC}) \neq 0$이다.

[0104] 3) 도 3c에 도시된 바와 같이, 두 개의 점이 연결된 네 개의 점은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다. 이때, 하나의 점에서 서로 다른 점들로 두 개의 점들이 각각 연결된 상태이다.

수학식 13

$$|A_3\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \zeta\,|1010\rangle + \chi\,|1011\rangle + \xi\,|1101\rangle$$

[0105]

[0106] 이러한 형태에서, 4-큐빗의 네거티비티와 3분 조합들은 비-제로이지만, 2분 조합의 경우에 $N(\rho_{AC})$와 $N(\rho_{BC})$는 비-제로이다.

[0107] 4) 도 3d에 도시된 바와 같이, 두 개의 점이 연결된 네 개의 점은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다. 이때, 서로 다른 점에서 서로 다른 점들로 두 개의 점들이 각각 연결되고, 선은 평행한 상태이다.

수학식 14

$$|A_4\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \zeta\,|1010\rangle + \kappa\,|1111\rangle$$

[0108]

[0109] 이러한 형태에서, $N(\rho_{ABCD})$, $N(\rho_{AC})$, $N(\rho_{BD})$는 비-제로 값을 갖는다.

[0110] 5) 도 3e에 도시된 바와 같이, 세 개의 점이 연결된 네 개의 점은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다. 이때, 세 개의 점이 연결된 상태는 삼각형을 형성할 수 있다.

수학식 15

$$|A_5\rangle = \gamma\,|0101\rangle + \chi\,|1011\rangle + \nu\,|1101\rangle + \epsilon\,|1110\rangle$$

[0111]

[0112] 이러한 형태의 얽힘 클래스는 $N(\rho_{ABD})$, $N(\rho_{AC})$, $N(\rho_{AD})$에 대하여 비 제로 네거티비티를 갖는다.

[0113] 6) 도 3f에 도시된 바와 같이, 세 개의 점이 연결된 네 개의 점은 아래의 수학식과 같은 상태를 갖는다.

수학식 16

$$|A_6\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \beta\,|0100\rangle\,\nu\,|1100\rangle + \xi\,|1101\rangle + \epsilon\,|1110\rangle + \kappa\,|1111\rangle\,.$$

[0114]

[0115] 이러한 상태는 $N(\rho_{BC})$, $N(\rho_{BD})$에 대하여 두 개의 제로 2분 네거티비티만을 제공한다.

[0116] 7) 도 3g에 도시된 바와 같이, 네 개의 점 중 세 개의 점이 연결될 수 있다. 이러한 유형의 4-큐빗은 아래의 수학식과 같이 주어진다.

수학식 17

$$|A_7\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \chi\,|1011\rangle\,\nu\,|1100\rangle + \xi\,|1101\rangle + \kappa\,|1111\rangle\,.$$

[0117]

[0118] 위의 경우에, $N(\rho_{AC})$, $N(\rho_{AD})$, $N(\rho_{BD})$는 제로이다.

[0119] 8) 도 3h에 도시된 바와 같이, 이러한 유형의 상태는 5개의 연결을 가지면, 아래의 수학식과 같은 형태를 갖는다.

수학식 18

$$|A_8\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \delta\,|1000\rangle + \zeta\,|1010\rangle + \nu\,|1100\rangle + \xi\,|1101\rangle + \epsilon\,|1110\rangle\,.$$

[0120]

[0121] $N(\rho_{BC}) = 0$을 제외하고, 4분, 3분 및 2분 상태에 대한 모든 조합들의 네거티브가 비-제로 값을 갖는다.

[0122] 9) 도 3k에 도시된 바와 같이, 모든 네 개의 점들이 연결된 경우, 아래의 수학식과 같은 형태를 갖는다.

수학식 19

$$|A_9\rangle = \alpha\,|0000\rangle + \mu\,|1001\rangle + \chi\,|1011\rangle + \nu\,|1100\rangle + \xi\,|1101\rangle\,.$$

[0123]

[0124] 이러한 상태의 네거티비티는 비 제로 값, 즉 $N(\rho_{ABCD}) \neq 0$을 갖는다. 나머지 큐빗을 추적하는 경우에 단지 두 개의 이분 분할, 즉 $N(\rho_{AC})$와 $N(\rho_{CD})$만이 제로 값을 갖는다.

[0125] 10) 도 3m에 도시된 바와 같이, 이러한 상태는 아래의 수학식과 같은 형태를 갖는다.

수학식 20

[0126]
$$|A_{10}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \kappa|1111\rangle$$
$$\alpha\kappa \geq 2\zeta\mu \quad or \quad \alpha\kappa = \zeta\mu.$$

[0127] 전역(global) 네거티비티는 비 제로 값, 즉 $N(\rho_{ABCD}) \neq 0$을 갖는다. 임의의 큐빗을 추적하면, 나머지 세 개의 큐빗들은 얽힘 상태밍을 알 수 있다. 시스템 AB에 대해서만 네거티비티가 0이다.

[0128] 11) 도 3n에 도시된 바와 같이, 4분 상태의 마지막 클래스는 6점 연결을 갖는다. 이러한 클래스의 상태는 아래의 수학식과 같이 표현된다.

수학식 21

[0129]
$$|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \nu|1100\rangle$$

[0130] 이러한 상태의 모든 2분 네거티비티는 비-제로 값을 갖는다. 임의의 조합의 3분 네거티비티는 비-제로 네거티비티를 갖는다. 이러한 클래스는 W-클래스로 지칭될 수 있다. 임의의 큐빗이 이러한 클래스에서 추적되면, 나머지 큐빗은 여전히 얽힌 상태로 남아있게 된다.

[0131] 이상에서는 4-큐빗의 얽힘 상태에 대한 11개의 클래스에 대해 살펴보았다. 한편, 네거티비티에 기반하여 측정은 또한 혼합 상태로 확장될 수 있다. 컨커런스 기반 정량화가 순수 상태에 대하여 용이할 수 있지만, 혼합 상태에서는 상태를 분해(decompose)하기 위해 최적 분해를 찾아야 한다. 반면에, 네거티비티는 혼합 상태를 직접적으로 다룰 수 있다. 네거티비티에 기반한 4-큐빗의 분류는 혼합 상태에서도 용이하게 확장될 수 있다. 4-큐빗 상태 $|\Psi_{ABCD}\rangle$의 $|\phi_{ABCD}\rangle$로의 얽힘 변환에 대하여, 이들 상태는 전술한 바와 같이 모두 동일한 클래스에 있어야 하고, $N(\rho_{ABCD}) \geq N(\sigma_{ABCD})$를 만족하여야 하고, 여기서 $\rho_{ABCD} = |\Psi_{ABCD}\rangle\langle\Psi_{ABCD}|$이고, $\sigma_{ABCD} = |\phi_{ABCD}\rangle\langle\phi_{ABCD}|$이다.

[0132] 이상에서는, 네거티비티를 이용하여 3-큐빗 및 4-큐빗에 대한 얽힘 상태에 이를 분류하는 방법에 대해 살펴보았다. 한편, 이러한 3-큐빗 및 4-큐빗과 관련하여, n-큐빗에 대한 얽힘 상태에 대한 분류를 위하여, 네거티비티(또는 컨커런스)는 나머지 n-1 개의 큐빗을 이용하여 다음과 같이 주어질 수 있다.

[0133]
$$\mathcal{C}(\rho_{A_1A_2,\cdots,A_n}) = \left[\mathcal{C}\left(\rho_{A_1(A_2,\cdots,A_n)}\right)\cdots\mathcal{C}\left(\rho_{A_n(A_1,\cdots,A_{n-1})}\right)\right.$$
$$\left.\mathcal{C}\left(\rho_{A_1A_2(A_3,\cdots,A_n)}\right)\cdots\mathcal{C}\left(\rho_{A_{n-1}A_n(A_1\cdots A_{n-2})}\right),\cdots\right]^{\frac{1}{2^{N-1}-1}}$$

[0134] 아래에서는, 전술된 내용을 토대로 본 발명의 다른 양상에 따른 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법에 대해 살펴보기로 하자. 이와 관련하여, 도 4는 본 발명에 따른 삼분 상태에서의 분류 및 정량화 방법의 흐름도를 도시한다. 또한, 도 5는 본 발명에 따른 사분 상태에서의 분류 및 정량화 방법의 흐름도를 도시한다.

[0135] 도 4에 도시된 바와 같이, 삼분 상태에서의 분류 및 정량화 방법은 네거티비티 판단 과정(S110), 클래스 분류 과정(S210) 및 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정(S310)을 포함한다. 또한, 도 5에 도시된 바와 같이, 사분 상태에서의 분류 및 정량화 방법은 네거티비티 판단 과정(S120) 클래스 분류 과정(S220), 및 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정(S320)을 포함한다.

[0136] 먼저, 삼분 상태에서의 분류 및 정량화 방법에 대해 자세히 살펴보면 다음과 같다.

[0137] 네거티비티 판단 과정(S110)에서, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단한다. 이때, 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)의 고유값의 절대값에 기반한다.

[0138] 클래스 분류 과정(S210)에서, 상기 네거티비티에 기반하여, 삼분 순수 상태(tri-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 클래스로 분류한다.

[0139] 3-큐빗 혼합 상태 변환 과정(S310)에서, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 3-큐빗 순수 상태(three qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 3-큐빗 혼합 상태(three qubit mixed state)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 3--큐빗 혼합 상태 변환 과정(S310)에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABC})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABC})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0140] 한편, 등급 부여와 관련하여, 상기 네거티비티 판단 과정(S110)에서, 하나의 큐빗을 순차적으로 추적하여 이분 네거티비티를 판단한다. 이후에, 상기 클래스 분류 과정(S210)에서, 상기 이분 네거티비티의 값이 적어도 하나의 비-제로 값을 가지면 제1 클래스가 부여된다. 반면에, 상기 이분 네거티비티의 값이 모두 제로 값을 가지면 제2 클래스가 부여된다. 여기서, 상기 제1 및 제2 클래스는 각각 W 클래스 및 GHZ 클래스일 수 있다.

[0141] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 3-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABC}) = [(N(\rho_{A(BC)})\ N(\rho_{B(AC)})\ N(\rho_{C(AB)}))]^{1/3}$로 정의된다. 이때, 상기 3-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 삼분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단된다.

[0142] 다음으로, 삼분 상태에서의 분류 및 정량화 방법에 대해 자세히 살펴보면 다음과 같다.

[0143] 네거티비티 판단 과정(S120)에서, 혼합 상태의 얽힘 상태의 정량화와 연관된 인자인 네거티비티(negativity)를 판단한다. 이때, 상기 네거티비티는 상기 양자 정보 응용의 서브 시스템과 연관된 행렬의 부분 트랜스포즈(partial transpose)에 기반한다.

[0144] 클래스 분류 과정(S220)에서, 상기 네거티비티에 기반하여, 사분 순수 상태(four-partite pure state)의 상기 얽힘 상태를 서로 다른 얽힘 클래스(entanglement class)로 분류한다.

[0145] 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정(S320)에서, 상기 네거티비티 및 상기 분류된 클래스에 기반하여, 임의의 4-큐빗 순수 상태(four qubit pure state)인 제1 상태(Ψ)를 4-큐빗 혼합 상태 변환(four qubit mixed state transformation)인 제2 상태(ϕ)로 변환한다. 이때, 상기 4-큐빗 혼합 상태 변환 과정(S320)에서, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 제1 네거티비티($N(\rho_{ABCD})$)의 값이 상기 제2 상태(ϕ)와 연관된 제2 네거티비티($N(\sigma_{ABCD})$)의 값 이상이고, 상기 제1 상태와 상기 제2 상태가 동일한 클래스인 경우, 상기 제1 상태가 상기 제2 상태로 변환될 수 있다.

[0146] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)와 연관된 4-큐빗 얽힘은, $N(\rho_{ABCD}) = [(N(\rho_{A(BCD)})\ N(\rho_{B(ACD)})\ N(\rho_{C(ABD)})(N(\rho_{D(ABC)})\ N(\rho_{AB(CD)})\ N(\rho_{AC(BD)})N(\rho_{AD(BC)})]^{1/7}$로 정의된다. 이때, 상기 4-큐빗 얽힘이 비-제로 값이면 상기 사분 순수 상태는 얽힌 상태인 것으로 판단된다.

[0147] 한편, 상기 제1 상태(Ψ)는 수학식 10과 같이, 4개의 점(dot)의 연결상태에 대한 선형 결합으로 표현될 수 있다. 이때, 상기 제1 상태(Ψ)는 4개의 점(dot)을 갖는 얽힌 그래프의 상태에 따라 11개의 클래스로 분류된다. 이와 관련하여, 상기 4개의 점과 관련하여 임의의 연결이 없는 GHZ 상태는 $N(\rho_{ABCD})$만이 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_1\rangle = \alpha|0000\rangle + \kappa|1111\rangle$로 결정될 수 있다. 반면에, 상기 4개의 점과 관련하여 6개의 점 연결을 갖는 W 상태는 모든 이분 네거티비티가 비-제로 값이고, 상기 제1 상태(Ψ)는 $|A_{11}\rangle = \alpha|0000\rangle + \mu|1001\rangle + \zeta|1010\rangle + \upsilon|1100\rangle$으로 결정될 수 있다.

[0148] 이상에서 전술된 내용을 참조하여, 본 발명의 적어도 일 실시예에 따르면, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태(Multipartite Entangled States)의 분류 및 정량화(classification and quantification) 방법을 특정 인자를 고려하여 클래스에 따라 제공할 수 있다는 장점이 있다.

[0149] 또한, 본 발명의 적어도 일 실시예에 따르면, 양자 정보 응용에서, 다분 얽힘 상태에서 동일한 클래스에 속하는 상태 간 상태 변환 방법을 특정 인자를 고려하여 제공할수 있다는 장점이 있다.

[0150] 소프트웨어적인 구현에 의하면, 본 명세서에서 설명되는 절차 및 기능뿐만 아니라 각각의 구성 요소들은 별도의 소프트웨어 모듈로도 구현될 수 있다. 상기 소프트웨어 모듈들 각각은 본 명세서에서 설명되는 하나 이상의 기능 및 작동을 수행할 수 있다. 적절한 프로그램 언어로 쓰여진 소프트웨어 어플리케이션으로 소프트웨어 코드가 구현될 수 있다. 상기 소프트웨어 코드는 메모리에 저장되고, 제어부(controller) 또는 프로세서(processor)에 의해 실행될 수 있다.

부호의 설명

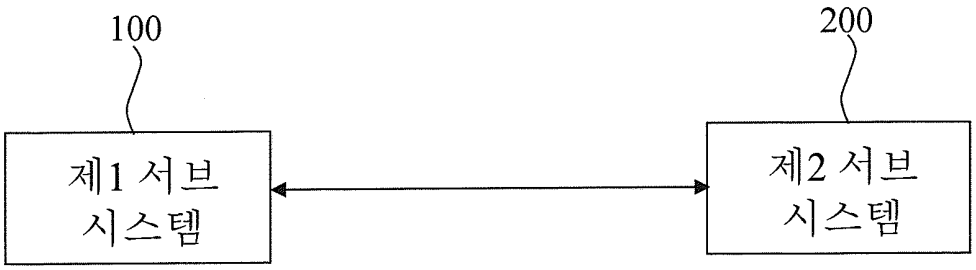
[0151] 100: 제1 서브 시스템 200: 제2 서브 시스템

110, 210: 제어부 120, 220: 송수신부

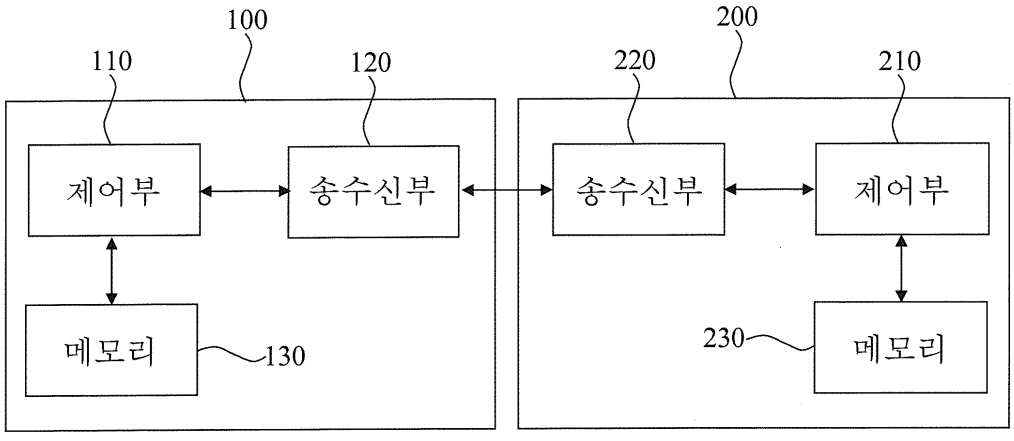
130, 230: 메모리

도면

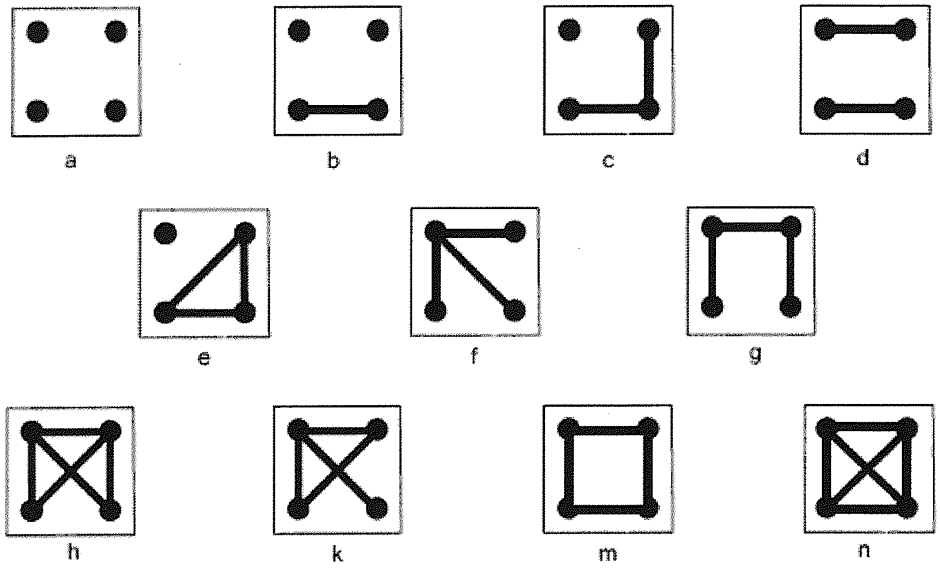
도면1



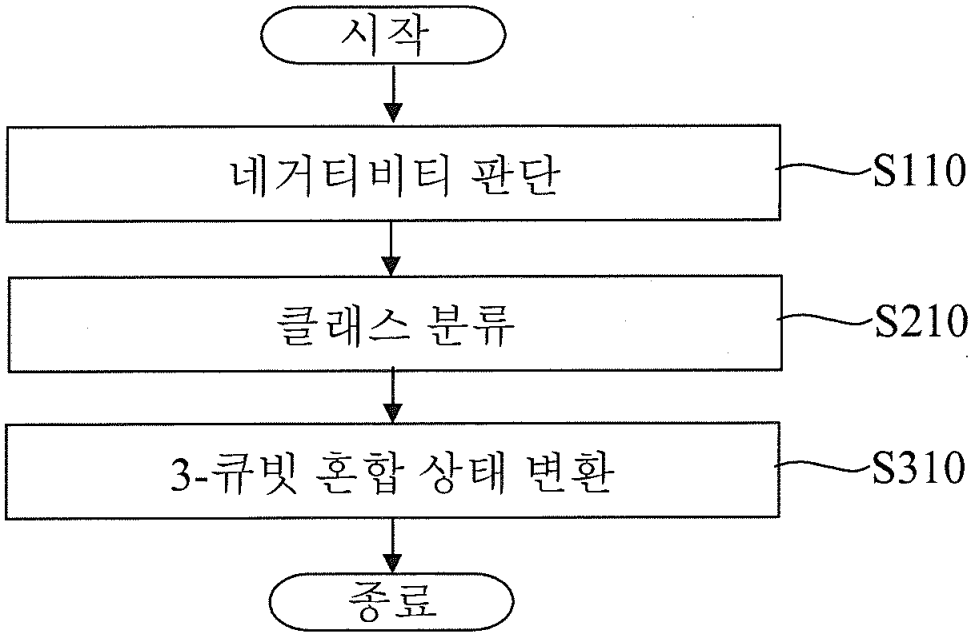
도면2



도면3



도면4



도면5

