



(12)发明专利

(10)授权公告号 CN 104793645 B

(45)授权公告日 2017.09.01

(21)申请号 201510180614.7

(22)申请日 2015.04.16

(65)同一申请的已公布的文献号

申请公布号 CN 104793645 A

(43)申请公布日 2015.07.22

(73)专利权人 中南大学

地址 410083 湖南省长沙市岳麓区麓山南路932号

(72)发明人 彭辉 覃业梅 阮文杰 高家成

(74)专利代理机构 长沙正奇专利事务有限责任公司 43113

代理人 马强 王娟

(51)Int.Cl.

G05D 3/12(2006.01)

(56)对比文件

JP 4348428 B2, 2009.10.21,

CN 1599228 A, 2005.03.23,

曾小勇, 彭辉, 魏吉敏. 基于状态相依RBF-ARX模型的非线性预测控制及应用.《系统工程与电子技术》.2012, 第34卷(第10期),

Yemei Qin, 等. A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model.

《Journal of Process Control》.2013,

彭辉, 高杰. 多模型切换控制方法在磁悬浮系统中的应用.《控制工程》.2011, 第18卷(第2期),

审查员 吴垠

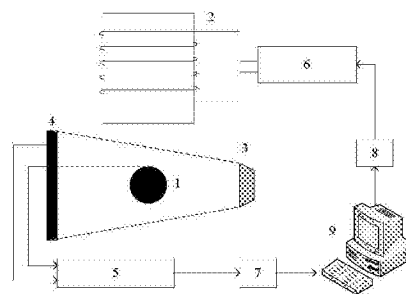
权利要求书2页 说明书6页 附图1页

(54)发明名称

一种磁悬浮球位置控制方法

(57)摘要

本发明公开了一种磁悬浮球位置控制方法, 针对磁悬浮球系统难以建立精确物理模型的缺点, 采用系统辨识方法建立带函数权系数型自回归模型来描述电磁绕组输入电压与钢球位置间的非线性动态特性。该模型用钢球位置的一次线性函数作为高斯RBF网络的权系数, 并用该RBF网络作为非线性自回归模型的函数型系数, 使该模型能较好地刻画磁悬浮球系统的动态特性。该模型在某一时刻回归系数为常数, 类似于一个线性ARX模型。基于此, 本发明设计一个时变的、局部线性的预测控制器, 通过在各时刻在线求解二次规划来快速实现钢球的最优位置控制, 满足磁悬浮球系统稳定、快速的要求。



1. 一种磁悬浮球位置控制方法,其特征在于,包括以下步骤:

1) 对磁悬浮球系统建立自回归模型:

$$g(t) = \phi_0 + \sum_{i=1}^7 \phi_i^g g(t-i) + \sum_{i=1}^7 \phi_i^u u(t-i) + \xi(t)$$

其中, $g(t)$ 为 t 时刻磁悬浮球的位置; $u(t)$ 为电磁绕组输入电压; $\xi(t)$ 为白噪声;

$$\begin{cases} \phi_0 = c_0^0 + V_1^0 \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_i^g = c_{i,0}^g + V_{i,1}^g \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_j^u = c_{j,0}^u + V_{j,1}^u \exp(-1.33 \|W(t-1) + 3.82\|^2) \\ W(t-1) = g(t-1) \\ V^0 = v_0^0 + v_1^0 g(t-1) \\ V_i^g = v_{i,0}^g + v_{i,1}^g g(t-1) \\ V_j^u = v_{j,0}^u + v_{j,1}^u g(t-1) \\ i=1,2,\dots,7; j=1,2,\dots,6 \end{cases}; V^0, V_i^g \text{ 和 } V_j^u \text{ 为 RBF 网络的权系数,}$$

是钢球位置的一次线性函数; c_0^0 、 $c_{i,0}^g$ 、 $c_{j,0}^u$ 、 v_0^0 、 $v_{i,0}^g$ 、 $v_{j,0}^u$ 、 v_1^0 、 $v_{i,1}^g$ 、 $v_{j,1}^u$ 为常数系数,通过SNPOM优化方法辨识; $g(t-1)$ 为 $t-1$ 时刻磁悬浮球的位置;

2) 基于所述自回归模型设计预测控制器,优化下列二次规划函数 J 获得最优控制量,控制磁悬浮球的位置 $g(t)$:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{u}}(t)} J &= \|\hat{\mathbf{g}}(t) - \hat{\mathbf{g}}_r(t)\|_{11.8\mathbf{I}_{12}}^2 + \|\hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.0002\mathbf{I}_4}^2 + \|\Delta\hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.16\mathbf{I}_4}^2 \\ s.t. \quad &-22 \leq \hat{\mathbf{g}}(t) \leq 0 \\ &0 \leq \hat{\mathbf{u}}(t) \leq 10 \\ &-3 \leq \Delta\hat{\mathbf{u}}(t) \leq 3 \end{aligned}$$

其中, $\hat{\mathbf{g}}_r(t) = [g_r(t+1) \ g_r(t+2) \ \dots \ g_r(t+12)]^T$, $g_r(t+1)$ 为 t 时刻给定的 1 步向前参考位置, $1=1,2,\dots,12$; $\hat{\mathbf{u}}(t) = [u(t) \ u(t+1) \ u(t+2) \ u(t+3)]^T$, $u(t+p)$ 为 t 时刻要优化的电磁绕组输入电压,仅取第一项 $u(t)$ 作用于被控磁悬浮球, $p=0,1,2,3$; $\Delta\hat{\mathbf{u}}(t) = [\Delta u(t) \ \Delta u(t+1) \ \Delta u(t+2) \ \Delta u(t+3)]^T$, $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ 为输入电压增量; $\hat{\mathbf{g}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}_t \mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{B}}_t \hat{\mathbf{u}}(t) + \bar{\mathbf{C}}\bar{\Gamma}_t \bar{\Phi}_t$, $\bar{\mathbf{A}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{B}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{C}}$ 和 $\bar{\Gamma}_t$ 为系统预测系数矩阵;

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = [x_{1,t} \ x_{2,t} \ \dots \ x_{7,t}]^T \\ x_{1,t} = g(t) \\ x_{k,t} = \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i,k-1}^g g(t-i) + \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i,k-1}^u u(t-i) \\ k=2,3,\dots,7 \end{cases} \text{ 为状态向量; } \bar{\Phi}_t = [\Phi_t^T \ \Phi_{t+1}^T \ \dots \ \Phi_{t+11}^T]^T, \ \Phi_t = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix};$$

ϕ_0 、 ϕ_i^g 和 ϕ_j^u 为自回归模型的回归函数系数, $\phi_7^u = 0$; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $\mathbf{I}_{12}$ 为 12 阶单位矩阵; $\mathbf{I}_4$ 为 4 阶单位矩阵。

2. 根据权利要求 1 所述的磁悬浮球位置控制方法,其特征在于,

$$\bar{\mathbf{A}}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t \\ (\mathbf{A}_t)^2 \\ \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{12} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{C} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{C} \end{bmatrix}_{12 \times (7 \times 12)}, \quad \bar{\Gamma}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}_t & \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \mathbf{A}_t & \mathbf{I} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{11} & (\mathbf{A}_t)^{10} & \cdots & \mathbf{A}_t & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{B}}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_t & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t & \mathbf{B}_t & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^3 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^2 \mathbf{B}_t & \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t & \mathbf{B}_t \\ (\mathbf{A}_t)^4 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^3 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^2 \mathbf{B}_t & \sum_{i=3}^4 (\mathbf{A}_t)^{4-i} \mathbf{B}_t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{11} \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^{10} \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^9 \mathbf{B}_t & \sum_{i=3}^{11} (\mathbf{A}_t)^{11-i} \mathbf{B}_t \end{bmatrix};$$

其中:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} \phi_1^g & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_2^g & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_6^g & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \phi_7^g & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} \phi_1^u \\ \phi_2^u \\ \vdots \\ \phi_6^u \\ 0 \end{bmatrix}^s \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T \end{array} \right.$$

一种磁悬浮球位置控制方法

技术领域

[0001] 本发明涉及自动控制技术领域,特别是一种磁悬浮球位置控制方法。

背景技术

[0002] 磁悬浮技术是集电磁学、电子技术、控制工程、信号处理、机械学、动力学为一体的、典型的机电一体化技术。磁悬浮技术因其无接触、无摩擦、低噪声等特点已广泛应用于磁悬浮列车、磁悬浮轴承、磁悬浮电机等工程领域。磁悬浮球系统主要是通过对电磁绕组通以一定的电流产生电磁力,使其与钢球重力相平衡,使钢球悬浮在空中而处于平衡状态,达到系统稳定运行的目的。具有单一方向的磁悬浮球系统具有本质的非线性、开环不稳定、快速响应的特点,易受电源及外界环境的影响,某些参数具有较强的不确定性,无法精确测量。而且电磁场磁饱和现象使得电磁场中输入电流与磁感应强度、电磁绕组的磁通链之间不成正比关系,增大了系统的非线性并导致系统的电磁力模型无法用简单的数学方程表达;同时,处于电磁场中的钢球产生电涡流,将反过来影响电磁绕组的电感,使得电磁绕组的电感不为常数,而是关于钢球到电磁铁磁极表面的气隙 g 的函数,而且与其成非线性关系。因此,建立磁悬浮球系统的精确物理模型是非常困难的,这是磁悬浮球系统实现稳定控制的难点所在。

[0003] PID控制结构简单,可以调节输入电流/电压使钢球悬浮,不需建立磁悬浮系统的物理模型,但控制参数需要人工整定,自适应性较差,对非线性磁悬浮系统的有效控制范围较小,尤其当钢球位置变化快速时超调较大,钢球抖动较大。用模糊推理自动调节PID的控制参数,可以提高参数随钢球与电磁铁间气隙变化而变化的能力。但该方法依赖于模糊规则库,它的建立受制于设计者的经验。另一方面,通过分析磁悬浮系统工作原理,在一些假设条件的基础上,建立物理模型,然后可对钢球实施自适应控制、滑膜控制、预测控制等。这些方法实现的最大难点在于较难获得能准确描述磁悬浮系统动态特性的精确物理模型,因为,某些假设条件难以在工程应用中得到满足。此外,利用线性化技术对物理模型进行线性化处理,然后设计线性控制策略,能加快在线控制优化速度,但损失了系统非线性特性,弱化了模型对磁悬浮系统的描述能力,从而降低了控制效果。

发明内容

[0004] 本发明所要解决的技术问题是,针对现有技术不足,提供一种磁悬浮球位置控制方法。

[0005] 为解决上述技术问题,本发明所采用的技术方案是:一种磁悬浮球位置控制方法,适用于上下移动的单自由度磁悬浮球系统,所述单自由度磁悬浮球系统包括产生电磁场的线圈绕组和检测钢球位置的光电传感器;所述电磁绕组输入电压由控制器控制驱动电路给出;所述光电传感器采集的钢球位置信号通过数据采集卡传送给控制计算机。对磁悬浮球系统建立自回归模型:

$$[0006] \quad g(t) = \phi_0 + \sum_{i=1}^7 \phi_i^g g(t-i) + \sum_{i=1}^7 \phi_i^u u(t-i) + \xi(t)$$

[0007] 其中, $g(t)$ 为磁悬浮球的位置; $u(t)$ 为电磁绕组输入电压; $\xi(t)$ 为白噪声;

$$\begin{cases} \phi_0 = c_0^0 + V_1^0 \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_i^g = c_{i,0}^g + V_{i,1}^g \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_j^u = c_{j,0}^u + V_{j,1}^u \exp(-1.33 \|W(t-1) + 3.82\|^2) \\ W(t-1) = g(t-1) \\ V^0 = v_0^0 + v_1^0 g(t-1) \\ V_i^g = v_{i,0}^g + v_{i,1}^g g(t-1) \\ V_j^u = v_{j,0}^u + v_{j,1}^u g(t-1) \\ i=1,2,\dots,7; j=1,2,\dots,6 \end{cases} ; V^0, V_i^g \text{ 和 } V_j^u \text{ 为 RBF 网络的权系数, 是钢球位置的}$$

一次线性函数; c_0^0 、 $c_{i,0}^g$ 、 $c_{j,0}^u$ 、 v_0^0 、 $v_{i,0}^g$ 、 $v_{j,0}^u$ 、 v_1^0 、 $v_{i,1}^g$ 、 $v_{j,1}^u$ 为常数系数, 通过 SNPOM 优化方法辨识, 在获得非线性参数的基础上用最小二乘法计算获得。

[0008] 然后基于所述自回归模型设计预测控制器, 优化下列二次规划函数 J 获得最优控制量, 控制磁悬浮球的位置 $g(t)$:

$$[0009] \quad \begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{u}}(t)} J &= \|\hat{\mathbf{g}}(t) - \hat{\mathbf{g}}_r(t)\|_{0.8\mathbf{I}_{12}}^2 + \|\hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.0002\mathbf{I}_4}^2 + \|\Delta\hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.16\mathbf{I}_4}^2 \\ s.t. \quad &-22 \leq \hat{\mathbf{g}}(t) \leq 0 \\ &0 \leq \hat{\mathbf{u}}(t) \leq 10 \\ &-3 \leq \Delta\hat{\mathbf{u}}(t) \leq 3 \end{aligned}$$

[0010] 其中, $\hat{\mathbf{g}}(t) = [\hat{g}(t+1|t) \ \hat{g}(t+2|t) \ \dots \ \hat{g}(t+12|t)]^T$, $\hat{g}(t+l|t)$, $l=1,\dots,12$ 为 t 时刻 1 步向前钢球位置预测变量, 根据 t 时刻所述自回归模型获得 1 步预测的表达式, 即 $\hat{\mathbf{g}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}_t \mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{B}}_t \hat{\mathbf{u}}(t) + \bar{\mathbf{C}}\bar{\Gamma}_t \bar{\Phi}_t$, $\bar{\mathbf{A}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{B}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{C}}$ 和 $\bar{\Gamma}_t$ 为系统预测系数矩阵, 由 t 时刻所述自回归模型及多步预测变量获得; $\hat{\mathbf{g}}_r(t) = [g_r(t+1) \ g_r(t+2) \ \dots \ g_r(t+12)]^T$, $g_r(t+1)$ 为 t 时刻给定的 1 步向前参考位置; $\hat{\mathbf{u}}(t) = [u(t) \ u(t+1) \ u(t+2) \ u(t+3)]^T$, $u(t+p)$, $p=0,1,2,3$ 为 t 时刻要优化的电磁绕组输入电压, 仅取第一项 $u(t)$ 作用于被控磁悬浮球; $\Delta\hat{\mathbf{u}}(t) = [\Delta u(t) \ \Delta u(t+1) \ \Delta u(t+2) \ \Delta u(t+3)]^T$, $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ 为输入电压增量;

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = [x_{1,t} \ x_{2,t} \ \dots \ x_{7,t}]^T \\ x_{1,t} = g(t) \\ x_{k,t} = \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i+k-1}^g g(t-i) + \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i+k-1}^u u(t-i) \\ k=2,3,\dots,7 \end{cases} \text{ 为状态向量; } \bar{\Phi}_t = [\Phi_t^T \ \Phi_{t+1}^T \ \dots \ \Phi_{t+11}^T]^T,$$

$$\Phi_t = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \phi_0, \phi_i^g \text{ 和 } \phi_j^u \text{ 为自回归模型的回归函数系数, } \phi_i^u = 0; I \text{ 为单位矩阵。}$$

[0011] 与现有技术相比,本发明所具有的有益效果为:本发明采用系统辨识建模的思想,利用系统实际运行的输入/输出数据包含系统动态特性的相关信息建立磁悬浮球系统的动态模型,可以最大可能地描述出系统的动态特性,而不用考虑磁饱和现象及涡流效应对模型的影响(这些影响均已包含在辨识数据中)。该方法适用于这类强非线性、强不确定性的复杂系统,可推广至其他类似系统;本发明建立的带函数权RBF-ARX模型的RBF网络系数依存于钢球在电磁场中的位置,提高了RBF网络的函数逼近能力,使获得的一组伪线性ARX模型能更好地描述非线性磁悬浮球系统的动态特性。系统的一步预测输出建模误差在 $\pm 0.4\%$ 以内;本发明基于带函数权RBF-ARX模型设计时变的、局部线性的预测控制器,能快速优化计算最优控制量,减少在线优化时间,有利于在磁悬浮球系统采样周期(5毫秒)内完成优化计算,实现对钢球位置的快速、稳定控制。

附图说明

[0012] 图1为本发明磁悬浮球系统结构图。

具体实施方式

[0013] 本发明磁悬浮球系统的系统结构如图1所示,是一个仅能控制钢球上下方向移动的单自由度系统。PC机9通过控制器输出控制电压,经D/A转换器8传输给电磁绕组驱动电路6,电磁绕组2在通以相应电流的情况下产生电磁感应,在绕组下方形成电磁场,对处于场中的钢球1施加电磁感应力F,使钢球上/下移动,调整电磁铁与钢球间的气隙g(即钢球位置),直至电磁力F与钢球重力G平衡;同时,LED光源3与光电板4构成的光电传感器用来检测钢球位置,相应的电压信号经处理电路5及A/D转换器7传回PC机输出。图1所示系统中,钢球1的半径为12.5毫米、质量为22克,电磁绕组2的匝数为2450、等效电阻为13.8欧姆。

[0014] 本发明所述磁悬浮球系统受到磁饱和及涡流效应影响,还受到电源及外界干扰的影响。为此,采用基于带函数权RBF-ARX模型的建模方法,构建电磁绕组输入电压与电磁场中钢球位置间关系的动态模型。在本发明中,利用数据辨识技术,采用钢球位置的线性函数作权系数的、高斯核的RBF网络作为非线性ARX模型中的函数系数。该模型是一种具有线性ARX模型结构的非线性时变模型,它的自变量是电磁绕组输入电压、钢球位置的回归量,钢球位置为表征系统状态的信号量,采用与钢球位置线性相关的函数逼近RBF神经网络的常数权,然后用该RBF结构对模型参数进行实时在线调整。带函数权RBF-ARX模型在局部的线性区间内与线性ARX模型非常近似,另外它的参数能随着系统非线性状态而自动更新、自动调整,具有良好的全局适应特性。

[0015] 构建钢球位置与电磁绕组输入电压间动态特性模型的函数权系数型RBF-ARX模型,采用列维布格马奎尔特方法(Levenberg-Marquardt Method, LMM)和线性最小二乘法(Least Square Method, LSM)相结合的SNPOM优化方法(详见: Peng H, Ozaki T, Haggan-Ozaki V, Toyoda Y. 2003, A parameter optimization method for the radial basis

function type models) 辨识该模型参数, 获得如下结构:

[0016]

$$g(t) = \phi_0 + \phi_1^g g(t-1) + \phi_2^g g(t-2) + \dots + \phi_7^g g(t-7) + \phi_1^u u(t-1) + \phi_2^u u(t-2) + \dots + \phi_6^u u(t-6) + \xi(t) \quad (1)$$

[0017] 其中,

$$[0018] \quad \begin{cases} \phi_0 = c_0^0 + V_1^0 \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_i^g = c_{i,0}^g + V_{i,1}^g \exp(-0.03 \|W(t-1) - 11.74\|^2) \\ \phi_j^u = c_{j,0}^u + V_{j,1}^u \exp(-1.33 \|W(t-1) + 3.82\|^2) \\ W(t-1) = g(t-1) \\ V^0 = v_0^0 + v_1^0 g(t-1) \\ V_i^g = v_{i,0}^g + v_{i,1}^g g(t-1) \\ V_j^u = v_{j,0}^u + v_{j,1}^u g(t-1) \\ i=1,2,\dots,7; j=1,2,\dots,6 \end{cases} \quad (2)$$

[0019] $g(t)$ 为钢球的位置, 也是钢球与电磁铁间的气隙; $u(t)$ 为电磁绕组的输入电压; ϕ_0 、 ϕ_i^g 和 ϕ_j^u 分别为自回归模型的回归函数系数; $W(t-1)$ 为系统工作点状态, 用钢球位置 $g(t-1)$ 来表征系统工作点状态; V^0 、 V_i^g 和 V_j^u 为钢球位置的一次线性函数, 作为 RBF 神经网络的函数权系数; $\|\cdot\|$ 为 2 范数; $\xi(t)$ 为白噪声; c_0^0 、 $c_{i,0}^g$ 、 $c_{j,0}^u$ 、 v_0^0 、 $v_{i,0}^g$ 、 $v_{j,0}^u$ 、 v_1^0 、 $v_{i,1}^g$ 、 $v_{j,1}^u$ 为线性常数系数, 通过 SNPOM 优化方法辨识, 在获得非线性参数的基础上用 LSM 计算获得。令 $\theta_L = \{c_0^0, c_{i,0}^g, c_{j,0}^u, v_0^0, v_{i,0}^g, v_{j,0}^u, v_1^0, v_{i,1}^g, v_{j,1}^u \mid i=1,\dots,7, j=1,\dots,6\}$,

$\theta_N = \{0.03, 1.33, 11.74, -3.82\}$, 式 (1) 改写为 $g(t) = \Phi^T(\theta_N, g(t-1))\theta_L + \xi(t)$, 则

$$[0020] \quad \theta_L = \left[\sum_{\tau=8}^{4000} (\Phi(\theta_N, \bar{g}(\tau-1))\Phi^T(\theta_N, \bar{g}(\tau-1))) \right]^{-1} \sum_{\tau=8}^{4000} \Phi(\theta_N, \bar{g}(\tau-1))\bar{g}(\tau) \quad (3)$$

[0021] 其中, $\bar{g}(\tau)$ 为钢球位置的观测数据, SNPOM 进行模型辨识时共使用 4000 个观测数据。

[0022] 利用磁悬浮球系统局部线性的特性设计时变、线性的预测控制器。将式 (1) 改写为多项式

$$[0023] \quad g(t) = \sum_{i=1}^7 \phi_i^g g(t-i) + \sum_{i=1}^7 \phi_i^u u(t-i) + \phi_0 + \xi(t) \quad (4)$$

[0024] 其中, $\phi_7^u = 0$ 。

[0025] 定义系统的状态变量:

$$\begin{cases}
 \mathbf{x}(t) = [x_{1,t} \quad x_{2,t} \quad \cdots \quad x_{7,t}]^T \\
 x_{1,t} = g(t) \\
 x_{k,t} = \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i+k-1}^g g(t-i) + \sum_{i=1}^{7-k+1} \phi_{i+k-1}^u u(t-i) \\
 k = 2, 3, \dots, 7
 \end{cases} \quad (5)$$

[0027] 则式(1)的状态空间模型为:

$$\begin{cases}
 \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}_t \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_t u(t) + \mathbf{\Phi}_t + \mathbf{\Xi}(t+1) \\
 g(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t)
 \end{cases} \quad (6)$$

[0029] 这里

$$\begin{cases}
 \mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} \phi_1^g & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_2^g & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_6^g & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \phi_7^g & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} \phi_1^u \\ \phi_2^u \\ \vdots \\ \phi_6^u \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{\Phi}_t = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{\Xi}(t+1) = \begin{bmatrix} \xi(t+1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T
 \end{cases} \quad (7)$$

[0031] 上式中 ϕ_0 、 ϕ_i^g 和 ϕ_j^u 不是常数,而是随着钢球位置 $g(t)$ 而变化。定义相关的预测变量:

$$\begin{cases}
 \hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{\mathbf{x}}(t+1|t)^T \quad \hat{\mathbf{x}}(t+2|t)^T \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}(t+12|t)^T]^T \\
 \hat{\mathbf{g}}(t) = [\hat{g}(t+1|t) \quad \hat{g}(t+2|t) \quad \cdots \quad \hat{g}(t+12|t)]^T \\
 \hat{\mathbf{u}}(t) = [u(t) \quad u(t+1) \quad u(t+2) \quad u(t+3)]^T \\
 \bar{\mathbf{\Phi}}_t = [\mathbf{\Phi}_t^T \quad \mathbf{\Phi}_{t+1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{\Phi}_{t+11}^T]^T
 \end{cases} \quad (8)$$

[0033] 其中, $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 是多步向前预测状态向量, $\hat{\mathbf{g}}(t)$ 是钢球位置多步向前预测向量, $\hat{\mathbf{u}}(t)$ 是绕组输入电压多步向前预测向量。假设 $u(t+j) = u(t+3)$ ($j \geq 4$), 从(5)~(7), 可以得到:

$$\begin{cases}
 \hat{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{A}}_t \mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{B}}_t \hat{\mathbf{u}}(t) + \bar{\mathbf{\Gamma}}_t \bar{\mathbf{\Phi}}_t \\
 \hat{\mathbf{g}}(t) = \bar{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{A}}_t \mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{B}}_t \hat{\mathbf{u}}(t) + \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{\Gamma}}_t \bar{\mathbf{\Phi}}_t
 \end{cases} \quad (9)$$

[0035] 这里, $\bar{\mathbf{A}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{B}}_t$ 、 $\bar{\mathbf{C}}$ 和 $\bar{\mathbf{\Gamma}}_t$ 为系统预测系数矩阵,可由式(5)~(8)获得,依赖于 t 时刻电磁场中钢球的位置,均为随钢球位置 $g(t)$ 变化的值。

$$\bar{\mathbf{A}}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t \\ (\mathbf{A}_t)^2 \\ \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{12} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{C} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{C} \end{bmatrix}_{12 \times (7 \times 12)}, \quad \bar{\Gamma}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}_t & \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 \\ (\mathbf{A}_t)^2 & \mathbf{A}_t & \mathbf{I} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{11} & (\mathbf{A}_t)^{10} & \cdots & \mathbf{A}_t & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (10)$$

[0037]

$$\bar{\mathbf{B}}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_t & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t & \mathbf{B}_t & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^3 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^2 \mathbf{B}_t & \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t & \mathbf{B}_t \\ (\mathbf{A}_t)^4 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^3 \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^2 \mathbf{B}_t & \sum_{i=3}^4 (\mathbf{A}_t)^{4-i} \mathbf{B}_t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_t)^{11} \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^{10} \mathbf{B}_t & (\mathbf{A}_t)^9 \mathbf{B}_t & \sum_{i=3}^{11} (\mathbf{A}_t)^{11-i} \mathbf{B}_t \end{bmatrix} \quad (11)$$

[0038] 故而可针对磁悬浮球系统在t时刻的带函数权RBF-ARX模型的局部线性特性设计随t而变化的线性预测控制器。

[0039] 定义控制增量 $\Delta \hat{\mathbf{u}}(t)$ 及期望输出变量 $\hat{\mathbf{g}}_r(t)$

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{u}}(t) = [\Delta u(t) \ \Delta u(t+1) \ \Delta u(t+2) \ \Delta u(t+3)]^T \\ \hat{\mathbf{g}}_r(t) = [g_r(t+1) \ g_r(t+2) \ \cdots \ g_r(t+12)]^T \\ \Delta u(t) = u(t) - u(t-1) \end{cases} \quad (12)$$

[0041] 则有局部线性预测控制的二次规划优化函数

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{u}}(t)} J &= \|\hat{\mathbf{g}}(t) - \hat{\mathbf{g}}_r(t)\|_{1.8\mathbf{I}_{12}}^2 + \|\hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.0002\mathbf{I}_4}^2 + \|\Delta \hat{\mathbf{u}}(t)\|_{0.16\mathbf{I}_4}^2 \\ \text{s.t.} \quad & -22 \leq \hat{\mathbf{g}}(t) \leq 0 \\ & 0 \leq \hat{\mathbf{u}}(t) \leq 10 \\ & -3 \leq \Delta \hat{\mathbf{u}}(t) \leq 3 \end{aligned} \quad (13)$$

[0043] 其中, $\|\mathbf{X}\|_{\Omega}^2 = \mathbf{X}^T \Omega \mathbf{X}$, I为单位矩阵。

[0044] 对磁悬浮球系统,式(13)为一个二次规划的优化问题,通过在线优化即可获得最优控制量。从而将非线性磁悬浮球系统的预测控制简化为随钢球位置状态变化的、线性的预测控制,能大大节约最优控制量的在线优化时间,使钢球快速地达到稳定状态。

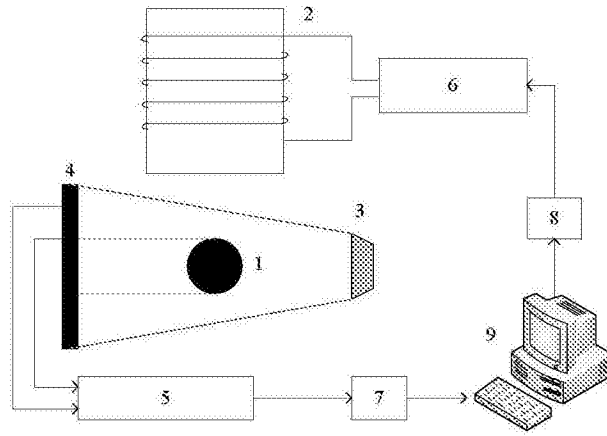


图1