(19) OFICINA ESPAÑOLA DE PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA

(11) Número de publicación: **2 326 035**

(51) Int. Cl.:
G01B 11/04 (2006.01)
G01B 11/25 (2006.01)

(12) TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA T3

(96) Número de solicitud europea: **05714278 .8**
(96) Fecha de presentación : **21.03.2005**
(97) Número de publicación de la solicitud: **1766326**
(97) Fecha de publicación de la solicitud: **28.03.2007**

(54) Título: **Procedimiento óptico de determinación de una dimensión o la orientación de un objeto móvil.**

(30) Prioridad: **19.03.2004 AU 2004901438**

(45) Fecha de publicación de la mención BOPI:
29.09.2009

(45) Fecha de la publicación del folleto de la patente:
29.09.2009

(73) Titular/es: **JRB Engineering Pty. Ltd.**
24 Drummond Street
West Perth, WA 6005, AU

(72) Inventor/es: **Blair, Jim**

(74) Agente: **Pons Ariño, Ángel**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

Venta de fascículos: Oficina Española de Patentes y Marcas. Pº de la Castellana, 75 – 28071 Madrid

DESCRIPCIÓN

Procedimiento óptico de determinación de una dimensión o la orientación de un objeto móvil.

Campo de la invención

La presente invención se refiere a un procedimiento óptico para determinar una dimensión o la orientación de un objeto móvil. La presente invención también se refiere a un procedimiento para establecer ópticamente una relación espacial matemática entre una o más cámaras y uno o más láseres en abanico capaces cada uno de proyectar un haz de láser a lo largo de un plano de láser.

Antecedentes de la invención

Se puede disponer fácilmente de varios procedimientos y sistemas ópticos para determinar el atributo físico de un objeto como la dimensión de un objeto o su orientación. En particular, existen varios sistemas de medición dinámica basados en la combinación de haces de láser en abanico y cámaras digitales. Un haz de láser en abanico emite un abanico de rayos láser, que emanan de un centro del láser, que se encuentran todos en un plano común; es decir, el plano de láser en abanico, o el "plano de láser". Cuando el láser en abanico ilumina un cuerpo, los rayos láser crean una línea sobre una superficie exterior del cuerpo que es la intersección del plano de láser con la superficie exterior del cuerpo.

La línea creada por el láser en abanico puede ser grabada por una cámara digital como una imagen bidimensional. Si la línea creada por el láser en abanico es grabada por una cámara digital, y el láser en abanico y la cámara digital están en una posición fija uno respecto a otra, entonces puede demostrarse matemáticamente que cada punto en la vista de la cámara iluminado por el láser puede descomponerse en una posición tridimensional en cualquier coordenada particular, siempre que la orientación del plano de láser, y la posición y orientación de la cámara estén predefinidos con precisión en coordenadas relacionadas con el cuerpo que se observa, y siempre que también se conozcan las configuraciones ópticas y las características de la cámara.

En aplicaciones industriales, configurar los láseres y las cámaras en orientaciones conocidas con precisión en relación con el cuerpo que se mide es difícil y a veces poco práctico.

El documento JP-A-8079904 describe un sistema óptico para determinar el grosor de carbón sobre un pantógrafo y la orientación del pantógrafo. Tres pares de cámaras y láseres están fijos en una relación conocida entre sí sobre un bastidor para iluminar y captar una imagen del pantógrafo de frente; es decir, con la dirección de desplazamiento del pantógrafo perpendicular al bastidor sobre el que están montados la cámara y los láseres.

El documento JP-A-8110887 describe un dispositivo para calibración automática para un sistema de reconocimiento de imagen.

El documento de Mcivor M.A. "Calibration of a Laser Stripe Profiler", PROCEEDINGS OF THE SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON 3D DIGITAL IMAGING AND MODELLING en Ottawa, Canadá, 4-8 de octubre de 1999; IEEE Comput. Soc., Los Alamitos, CA, EE.UU., páginas 92 a 88, describe un sistema que usa un bloque de calibración que se desplaza a través de una zona de exploración con exploraciones sucesivas tomadas para calibrar un perfilador láser. Se requiere un motor para impulsar el objetivo de calibración a través de la zona para permitir que se tomen exploraciones sucesivas.

El documento de Izquierdo M.A.G. "Sub-Pixel Measurement of 3D Surfaces by Laser Scanning"; SENSORS AND ACTUATORS A; Elsevier Sequoia S. a. Laussanne, CH; 30 de agosto de 1999; páginas 1 a 8, describe un procedimiento usado en medición óptica 3D para determinar la ubicación de una cámara en relación con un sistema de coordenadas universales conocido con precisión inferior a un píxel.

Un objeto de la presente invención es proporcionar un procedimiento óptico para determinar una dimensión o la orientación de un objeto utilizando láseres en abanico y cámaras digitales que no requiera configuración mecánica precisa de la ubicación y orientación tridimensional de los láseres en abanico y las cámaras digitales en relación con el objeto móvil

Resumen de la invención

Según la invención, se proporciona un procedimiento óptico para determinar una dimensión o la orientación de un objeto móvil a lo largo de un camino definido, comprendiendo el procedimiento

fijar al menos un láser en abanico en una posición fuera del camino para proyectar su haz de láser sobre el objeto móvil cuando el objeto móvil está en una ubicación de activación;

fijar al menos una cámara en una ubicación para ver el objeto móvil cuando es iluminado por el haz de láser en la ubicación de activación, produciendo cada cámara una imagen digital que comprende una red de píxeles;

formar un dispositivo de calibración que comprende dos superficies planas que se cruzan en una línea que forma un borde del dispositivo y, al menos seis puntos visibles no colineales en cada una de las superficies planas en ubicaciones conocidas sobre el dispositivo de calibración que definen un sistema de coordenadas de calibración;

montar temporalmente el dispositivo de calibración en el camino en una posición fija y a la vista de la al menos una cámara, y donde esté iluminado por el al menos un láser en abanico;

producir una imagen del dispositivo de calibración en cada cámara y determinar para cada una de una o más ubicaciones de píxeles dentro de la imagen una ecuación del rayo en términos del sistema de coordenadas de calibración, de un rayo que pasa por el origen de la cámara en el centro del objetivo de la cámara que, cuando se proyecta sobre el dispositivo, coincide con la ubicación de píxel;

iluminar el dispositivo de calibración mediante el o cada láser en abanico para producir para cada láser una línea sobre cada una de las dos superficies planas;

tomar una imagen del dispositivo de calibración iluminado por el láser y, a partir de ésta, determinar una ecuación del plano de láser en el sistema de coordenadas de calibración que contiene el haz de láser en abanico;

retirar el dispositivo de calibración;

y tomar una imagen del objeto con la o cada cámara cuando está iluminado por el al menos un haz de láser en la ubicación de activación y utilizar las ecuaciones del rayo y las ecuaciones del plano de láser, determinar una ubicación tridimensional en el sistema de coordenadas de calibración de las ubicaciones de píxeles seleccionadas del objeto iluminado por el al menos un láser, y, a partir de las ubicaciones tridimensionales, determinar la dimensión o la orientación del objeto.

El objeto puede ser un pantógrafo que tiene un soporte y una escobilla de carbón en el soporte y determinar la dimensión o la orientación del objeto comprende determinar una altura de las escobillas de carbón, el procedimiento además comprende seleccionar coordenadas desde el plano del carbón y desde el plano del soporte.

Fijar al menos un láser en abanico y fijar al menos una cámara puede comprender fijar el o cada láser en abanico a una altura h1 por encima de un cable que lleva corriente para el pantógrafo y fijar la o cada cámara a una altura h2 por debajo del cable.

Las cámaras y láseres pueden estar dispuestos de tal manera que los planos de láser respectivos de cada láser no son paralelos a planos de imagen de las cámaras ni pasan por los orígenes respectivos de las cámaras.

Formar el dispositivo de calibración puede comprender además disponer la primera y la segunda superficies planas en ángulos rectos entre sí.

Fijar al menos un láser en abanico puede comprender fijar dos o más láseres en abanico en ubicaciones respectivas fuera del camino, gracias a lo cual los haces de láser procedentes de cada láser se proyectan sobre el objeto móvil en diferentes ubicaciones.

Fijar al menos una cámara comprende fijar dos o más cámaras de manera que cada cámara pueda ver una intersección de al menos dos haces de láser con un objeto en la ubicación de activación.

Las ubicaciones de píxeles seleccionadas pueden definirse con una precisión inferior a un píxel usando técnicas de análisis de imagen.

Las cámaras y los láseres forman un sistema óptico, y el procedimiento además puede comprender proporcionar un segundo sistema óptico idéntico para ver un lado opuesto del objeto y permitir la medición de una dimensión o la orientación del objeto desde lados opuestos.

Formar el dispositivo de calibración puede comprender proporcionar otras dos superficies de configuración idéntica a las dos superficies planas y unir las otras dos superficies a las dos superficies planas para formar una estructura similar a una caja.

Breve descripción de los dibujos

Para que la invención pueda comprenderse más fácilmente, a continuación se describirá una realización, únicamente a modo de ejemplo, con referencia a los dibujos adjuntos, en los que:

La Figura 1 es una vista en perspectiva desde el lateral de un pantógrafo en el techo de un tren de propulsión eléctrica;

la Figura 2 es una vista en perspectiva desde la parte delantera de una mesilla de pantógrafo;

la Figura 3 es una vista de la sección A-A de la mesilla de pantógrafo representada en la Figura 2;

la Figura 4 ilustra un sistema de medición óptica que incorpora una realización del presente procedimiento;

la Figura 5 es una vista a escala ampliada del sistema mostrado en la Figura 4 desde la perspectiva de una cámara incorporada en el sistema;

la Figura 6 es una vista una mesilla de pantógrafo iluminada por una pluralidad de láseres en abanico incorporados en el sistema mostrado en las Figuras 4 y 5;

la Figura 7 es una vista de la sección transversal de una parte de la mesilla de pantógrafo vista por una cámara en el sistema representado en las Figuras 4 y 5;

la Figura 8 es una representación esquemática de una parte del dispositivo de calibración incorporado en una realización del presente procedimiento;

la Figura 9 es una ilustración del sistema de medición durante un procedimiento de calibración;

la Figura 10 es una fotografía del dispositivo de calibración incorporado en la presente invención cuando se ve desde una de las cámaras en el sistema representado en las Figuras 4 y 5;

la Figura 11 es una fotografía del dispositivo de calibración cuando se ve desde otra de las cámaras incorporadas en el sistema mostrado en las Figuras 4 y 5 e iluminado por una pluralidad de láseres en abanico;

la Figura 12 ilustra los sistemas de coordenadas de los componentes principales del sistema ilustrado en las Figuras 4 y 5;

la Figura 13 ilustra la relación entre los sistemas de coordenadas de un plano de imagen de una cámara incorporada en el sistema, la cámara y el dispositivo de calibración;

la Figura 14 ilustra un láser en abanico que ilumina el dispositivo de calibración;

la Figura 15 ilustra la orientación de la mesilla de pantógrafo;

la Figura 16 es una representación de una parte del pantógrafo vista por una de las cámaras en el sistema mostrado en las Figuras 4 y 5;

la Figura 17 es una representación esquemática de un procedimiento para ajustar un perfil cilíndrico en la mesilla de pantógrafo;

la Figura 18 representa diversos planos del carbón y el soporte del pantógrafo;

las Figuras 19a y 19b ilustran la geometría en los procedimientos de ajuste de un cilindro a la mesilla de pantógrafo; y

la Figura 20 ilustra la geometría en la medición del grosor a altura del carbón del pantógrafo.

Descripción detallada

Se describe una realización de la presente invención en relación con un pantógrafo de un tren de propulsión eléctrica. Como se muestra en las figuras 1 a 3, la mesilla de pantógrafo 10 comprende dos o más vigas metálicas paralelas y separadas 12a y 12b (denominadas colectivamente en lo sucesivo “vigas 12”). Cada viga 12a, 12b comprende una sección metálica 13a, 13b (denominadas colectivamente en lo sucesivo “secciones metálicas 13”) a las que están unidas escobillas de carbón 14a y 14b (denominadas colectivamente en lo sucesivo “carbones 14”). Las secciones metálicas 13 se conocen conjuntamente como el “soporte”.

Las vigas 12 y los carbones 14 se extienden transversalmente a un cable aéreo 16 desde el que el tren obtiene corriente eléctrica para impulsar su(s) motor(es). La mesilla de pantógrafo 10 y el cable 16 están orientados generalmente de manera que el cable hace contacto con los carbones 14 en una zona alrededor de su punto medio. Los carbonos 14 tienen una parte central 18 que comprende la mayoría de su longitud y es de grosor uniforme h, y partes extremas contiguas 20 que reducen su grosor. En uso, el cable 16 se mantiene siempre sustancialmente en contacto con la parte central 18 de los carbones 14.

A lo largo de toda su duración de servicio, los carbonos 14 se desgastan debido al contacto con el cable 16, y ocasionalmente se dañan por contacto con objetos extraños. El desgaste se refleja en una disminución del grosor h de

los carbones 14. El daño por contacto con objetos extraños se refleja en la eliminación de trozos de material de los carbones 14.

Las realizaciones de la presente invención proporcionan un sistema óptico y un procedimiento para determinar una dimensión o la orientación de un objeto móvil, sin requerir configuración mecánica precisa de los diversos elementos de un sistema óptico de medición asociado 22. En la presente realización, el objeto móvil es el pantógrafo 10 o más particularmente los carbones 14, y el atributo físico que ha de determinarse es el grosor h de los carbones 14 a lo largo de su longitud.

La Figura 4 representa la configuración general del sistema óptico 22. el sistema comprende tres láseres en abanico 24a, 24b y 24c (denominados colectivamente en lo sucesivo "láseres 24") que están sostenidos a una distancia vertical h1 por encima del cable 16; y dos cámaras digitales 26a y 26b (denominadas colectivamente en lo sucesivo "cámaras 26") que están situadas a una distancia vertical h2 por debajo del cable 16 a cada lado de la mesilla de pantógrafo 10. Cada uno de los láseres 24a-24c produce un plano de láser correspondiente 28a-28c (denominados en general en lo sucesivo "plano de láser 28"). Cada plano de láser 28 es un plano que contiene todos los rayos láser emitidos desde el láser respectivo 24. Los láseres 24 emiten radiación de una longitud de onda visible y, de ese modo, cuando los láseres 24 proyectan luz sobre o iluminan el pantógrafo 10, cada uno de ellos produce dos rayas de láser 32, que corresponden a la intersección de la mesilla de pantógrafo 10 con los planos de láser 28 respectivos. El láser 24a produce rayas de láser 32a sobre las vigas 12a y 12b respectivamente, el láser 24b produce rayas de láser 34a y 34b sobre las vigas 12a y 12b respectivamente, y el láser 24c produce rayas de láser 36a y 36b sobre las vigas 12a y 12b respectivamente.

Cada una de las cámaras 26 mira hacia arriba a la mesilla de pantógrafo 10 hacia los tableros 38a y 38b respectivamente, que están sostenidos por encima del cable 16. La cámara 26a ve las rayas 32a, 32b, 34a y 334b, mientras que la cámara 26b ve las rayas 34a, 34b, 36a y 36b. Los tableros 38a y 38b permiten que las cámaras 26 graben una silueta de la mesilla de pantógrafo 10, y en particular los carbones 14.

Los láseres 24, las cámaras 26 y los tableros 38 están todos sostenidos en ubicaciones fuera del camino del movimiento del pantógrafo 10 y el tren al que está acoplado.

Además, los láseres 24 y las cámaras 26 están dispuestos de manera que los planos de láser 28 no son paralelos al plano de imagen de las cámaras ni pasan por el origen de la cámara. Se apreciará que la sensibilidad del sistema 22 disminuye a medida que el ángulo entre el plano de láser 28 y el eje normal a plano de imagen se aproxima a 0º. Preferentemente, los planos de láser 28 están a aproximadamente 45º respecto al eje normal al plano de imagen.

El sistema 22 está dispuesto para ver la parte frontal del pantógrafo 10 en relación con su dirección de movimiento. También puede estar provisto un segundo sistema idéntico para ver el lado opuesto o inverso de la mesilla de pantógrafo 10. Esto permitirá la medición de los carbones 14 desde lados opuestos.

La siguiente descripción se hace en relación sólo con una de las cámaras 26a del sistema 22 ya que el funcionamiento del sistema 22 y el procedimiento asociado son idénticos para la cámara 26b y, de hecho, para cámaras correspondientes en un sistema idéntico (no mostrado) que ven el lado posterior de la mesilla de pantógrafo 10.

Las Figuras 5 y 6 representan la vista de la mesilla de pantógrafo 10 tal como es observada por la cámara 26a cuando es iluminada por los láseres 24a y 24b. La cámara 26a puede ver, contra el tablero 38a, rayas de láser 32a y 32b, 34a y 34b y 36b. Sin embargo, la captura de la imagen de la raya 36b no es crítica.

La Figura 7 representa en sección transversal la viga 12a en una ubicación en la que la viga 12a está iluminada por el láser 24a. El láser 24a produce la raya 32a que se representa con una línea más gruesa. La raya 32a se extiende por una superficie superior 40 del carbón 14a, desciende por una superficie frontal 42 del carbón 14a, a lo largo de una superficie superior 44 de la sección metálica 13a y desciende por una superficie frontal 46 de la sección metálica 13a que termina en un punto más bajo 48. El punto más bajo 48 coincide con la esquina inferior delantera o frontal de la sección metálica 13a. La viga 12a tal como es vista por la cámara 26a tiene una silueta de una anchura W. Sin embargo, la altura verdadera o grosor de toda la viga 12a es la altura H. La altura H es una combinación del grosor de la sección metálica 13a, que permanece constante a lo largo de toda la duración de la mesilla de pantógrafo 10, y el grosor h del carbón 14a, que disminuye con el tiempo debido a desgaste.

Como se analiza con mayor detalle más adelante, conocer la ubicación en tres dimensiones del punto de esquina equivalente 48 para cada una de las rayas de láser 32a, 32b, 34a y 34b da cuatro puntos sobre la superficie de la mesilla de pantógrafo 10. A partir de estos puntos puede determinarse la orientación de la mesilla de pantógrafo 10. Además, a partir del conocimiento de la orientación de la mesilla de pantógrafo 10, en relación con la cámara 26a, puede obtenerse una transformación entre la anchura de la silueta W y la altura H y así puede determinarse el grosor h del carbón 14.

Como se mencionó en los antecedentes de la invención, es posible determinar la ubicación tridimensional de un punto iluminado por un láser si la posición del láser y la posición y dirección de la cámara están definidas con precisión en relación con el cuerpo que se observa. Sin embargo, se apreciará que determinar estas posiciones particularmente con respecto a los láseres y cámaras que están situadas fuera del suelo, la medición precisa de la ubicación de las cámaras y láseres es poco práctica.

Las realizaciones de la presente invención permiten que se determine tal relación sin necesidad de medir físicamente con precisión la ubicación y las orientaciones de los láseres 24, las cámaras 26 y la mesilla de pantógrafo 10. En cambio, el presente procedimiento utiliza un procedimiento de calibración y un dispositivo de calibración para determinar las orientaciones relativas de la cámara 26 y los planos de láser 28.

En la realización mostrada en las figuras 8 a 11, el dispositivo de calibración, en forma de un "bloque" de calibración 50, comprende dos superficies planas no paralelas 52, 54, compuesta cada una de placas rectangulares precisas correspondientes que se cruzan en una línea o borde 56. Idealmente, aunque no necesariamente, las superficies 52 y 54 forman ángulos rectos entre sí. Un borde 58 de la superficie 52, y el borde adyacente 60 de la superficie 54, junto con el borde 56 están mecanizados para crear un conjunto preciso de ejes rectangulares con un vértice en una esquina O. En otras palabras, los bordes 56, 58, 60 son mutuamente ortogonales y se cruzan en la esquina O.

Cada una de las superficies 52 y 54 del bloque de calibración 50 está provista de al menos tres marcas en forma de puntos 62 creados taladrando pequeños orificios correspondientes (de aproximadamente 5 mm de diámetro) a través de las placas. Cada orificio taladrado está relleno de material translúcido de color visualmente contrastante con las superficies 52 y 54 (por ejemplo, las superficies pueden ser de color negro y el material translúcido blanco). Para resaltar los puntos 62, el dispositivo 50 puede estar retroiluminado. Los puntos 62 están colocados en ubicaciones aleatorias o pseudoaleatorias sobre sus superficies respectivas. La ubicación de cada punto 62 sobre la superficie 52 se conoce con precisión en relación con los bordes 56 y 58. Igualmente, la ubicación de cada punto 62 sobre la superficie 54 se conoce con precisión en relación con los bordes 56 y 60. La ubicación de los puntos 62 se guarda en una tabla de consulta en un ordenador.

En caso de que el sistema 22 haya de usarse para medir las características de la mesilla de pantógrafo 10 tanto desde la parte delantera como la trasera, el dispositivo 50 comprenderá otras dos superficies (no mostradas) de configuración idéntica a las superficies 52 y 54 y unidas a las superficies 52 y 54 para formar una estructura similar a una caja que comprende la superficie 52, la superficie 54, otra superficie paralela a la superficie 52 y otra superficie paralela a la superficie 54.

Para calibrar el sistema 22, el bloque de calibración 50 se sostiene temporalmente en una ubicación que corresponde generalmente a una ubicación a través de la que pasará la mesilla de pantógrafo 10. El bloque de calibración 50 debe estar fijo, en el campo visual de todas las cámaras, y en una posición donde todos los láseres 24 brillen por las superficies 52, 54. Teóricamente, es posible colocar el bloque de calibración 50 en cualquier orientación en relación con las coordenadas universales locales. La orientación de la mesilla de pantógrafo 10 puede calcularse en las coordenadas universales locales siempre que sea posible calcular la transformación a partir de la orientación del dispositivo de calibración respecto a las coordenadas universales locales.

La calibración del sistema 22 se simplifica orientando el bloque de calibración 50 durante el procedimiento de calibración de manera que el borde 56 esté generalmente transversal a los raíles. Haciendo referencia a la Figura 9, el bloque de calibración 50 está orientado de manera que está colocado esencialmente en la misma ubicación que en la que ha de medirse la mesilla de pantógrafo 10 (la "ubicación de activación"). Por consiguiente, el bloque de calibración 50 estará puesto en el camino de los planos de láser 28 y a la vista de las cámaras 26. La ubicación física del bloque de calibración 50 no tiene que ser precisa, siempre que esté en el campo visual de las cámaras 26 y esté iluminado por los láseres 24. Un bastidor mecánico (no mostrado) sostiene el bloque de calibración 50 en una ubicación tal que las superficies 52 y 54 están a aproximadamente 45º respecto a la horizontal, un borde superior 64 del bloque de calibración 50 está en contacto con el cable 16 y el borde 56 del bloque de calibración 50 se encuentra aproximadamente en ángulo recto respecto a los raíles.

La Figura 10 muestra un bloque de calibración real 50 tal como es visto por la cámara 26a antes de la iluminación por los láseres 24. Los puntos 62 son claramente visibles en un plano de imagen de la cámara 26a.

La Figura 11 representa el bloque de calibración 50 tal como es visto por la cámara 26b cuando es iluminado por los láseres 24b y 24c y mostrando rayas de láser correspondientes 66b y 66c. El láser 24a también produce una raya visible 66a sobre el bloque de calibración 50 que está en el campo visual de la cámara 26a.

Más adelante se describe la calibración del sistema 22, que permite que la ubicación de los láseres 24 y las cámaras 26 sea determinada en un sistema de coordenadas de calibración que corresponde al sistema de coordenadas del dispositivo 50. Claramente, la ubicación del origen del sistema de coordenadas de calibración es arbitraria. Sin embargo, se apreciará que, en la práctica, el procedimiento de calibración se simplifica si el origen está ubicado dentro del dispositivo de calibración. En esta realización, el origen de este sistema de coordenadas está en la mitad del dispositivo.

En líneas generales, el procedimiento de calibración establece la posición y la orientación de las cámaras 26, y la orientación de los planos de láser 28, en relación con un sistema de coordenadas común. En esta realización, el sistema de coordenadas común está definido por el bloque de calibración 50 (concretamente, el sistema de coordenadas de calibración), y las ecuaciones de los planos de láser 28 están definidas en relación con el sistema de calibración.

Por consiguiente, en esta realización, puede determinarse la ubicación tridimensional de cualquier punto iluminado por una raya de láser 32 sobre la mesilla de pantógrafo 10 (o cualquier otro objeto) cuando es visto por una de las cámaras 26.

Como se expuso anteriormente, cada láser 26 emite un plano de luz correspondiente, es decir, un plano de láser 28. La ecuación de uno cualquiera de estos planos puede expresarse en forma vectorial por la ecuación:

$$\underline{n} \cdot \underline{w} = c \qquad \text{[Ec.1]}$$

donde n es el vector unitario normal al plano, w es un punto sobre el plano y c es un escalar igual a la distancia del punto desde el origen O del dispositivo de calibración.

La orientación del plano de láser 28 es totalmente arbitraria. Sin embargo, es práctico alinearlo lo más cerca posible para que sea vertical.

La imagen producida por cada cámara 26 es una red de píxeles rectangular bidimensional regular. Se usan técnicas estándar de procesamiento de imagen para determinar las ubicaciones de elementos de interés dentro de la red de píxeles con exactitud inferior a un píxel. Todas las referencias a la posición o ubicación de los píxeles pueden ser un número real continuo en lugar de un número entero discreto.

Una posición de píxel dada (p_x, p_y) en la imagen se refiere a un solo rayo en el espacio tridimensional definido por la transformación de asignación de coordenadas de la cámara (es decir, la orientación de la cámara). Este rayo se cruzará con un plano de láser 28 en un único punto en el espacio tridimensional. Por consiguiente, si puede definirse la relación matemática del plano de láser 28 y los rayos procedentes de la cámara 26, entonces la posición tridimensional de cualquier punto iluminado por el láser puede calcularse a partir de sus coordenadas de píxeles correspondientes. Esto es cierto para todos los puntos de las rayas 32a, 32b, 34a, 34b, 36a y 36b trazadas sobre el pantógrafo.

En este análisis se supone que los láseres 26 y las cámaras 24 pueden colocarse con bastante exactitud, pero no con suficiente precisión para permitir una transformación de constantes fijas entre la imagen de la cámara y la posición del láser. Esta transformación se determina por calibración. La exactitud de este sistema depende del procedimiento de calibración más que de la cámara fija y la configuración del láser.

Se usa calibración para definir la relación entre el sistema de coordenadas tridimensionales usado (las coordenadas del dispositivo de calibración) y las coordenadas de imagen bidimensional.

El sistema 22 incorpora cinco sistemas de coordenadas, como se muestra en la Figura 12; concretamente:

Sistema de coordenadas de imagen: Este define la ubicación de cada píxel sobre el plano de imagen de la cámara 26 que produce la imagen. El plano de imagen es paralelo al objetivo (que corresponde al plano x-y en el sistema de coordenadas de la cámara).

Sistema de coordenadas de la cámara: Este es el sistema de coordenadas de una cámara 26 con el origen en el centro de su objetivo y el eje z extendiéndose directamente por el centro del objetivo y normal al objetivo.

Sistema de coordenadas de calibración: El sistema de coordenadas definido a partir del procedimiento de calibración usando el dispositivo de calibración. Por conveniencia, los ejes están alineados aproximadamente con el sistema de coordenadas universales locales. Esto ayuda a relacionar los atributos de orientación del objeto medido, como cabeceo, balanceo y guiñada, con las coordenadas locales.

Sistema de coordenadas del pantógrafo: El sistema de coordenadas definido en ángulo recto respecto al pantógrafo, con el origen en el centro del pantógrafo.

Sistema de coordenadas universales locales: El sistema de referencia de coordenadas absolutas, que tiene un primer eje vertical, un segundo eje paralelo a los raíles sobre los que se desplaza el tren que lleva la mesilla de pantógrafo 10, y un tercer eje en ángulo recto respecto a los raíles.

La Figura 13 muestra la relación entre los tres sistemas de coordenadas siguientes:

Sistema de coordenadas (3D) de calibración (designado w);

Sistema de coordenadas (3D) de la cámara (designado c); y

Sistema de coordenadas (2D) de imagen (designado p).

Las coordenadas de imagen de un píxel están relacionadas con las coordenadas de la cámara por:

$$p_x = \frac{c_x}{c_z} = Tan(\theta_y) \Rightarrow c_x - p_x c_z = 0 \qquad \text{[Ec. 2]}$$

$$p_y = \frac{c_y}{c_z} = Tan(\theta_x) \Rightarrow c_y - p_y c_z = 0 \qquad \text{[Ec. 3]}$$

En las que el término c_z es un factor de escala por perspectiva.

Las coordenadas de calibración están relacionadas con las coordenadas de la cámara por:

$$\begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (es decir, } \underline{c} = H \cdot \underline{w}) \qquad \text{[Ec.4]}$$

donde H es la matriz que define la transformación del sistema de coordenadas de calibración $\underline{w}$ al sistema de coordenadas de la cámara $\underline{c}$.

Los términos h_{11} a h_{33} definen la rotación y los términos h_{14}, h_{24}, h_{34} definen la traslación. Si los orígenes de z de los dos sistemas de coordenadas no coinciden (es decir, $h_{34} \neq 0$) entonces todo el sistema puede dividirse por h_{34} para reducir el número de incógnitas. Esto no tiene efecto sobre p_x ni p_y ya que el numerados y los denominadores en la Ecuación 1 y la Ecuación 2 han sido divididos ambos por h_{34}. Por lo tanto, el término $h_{34} = 1$, como se muestra en la Ecuación 4. El cambio de escala independiente de las coordenadas de píxeles se incorpora en H.

Desarrollando la Ecuación 4 y sustituyendo en la Ecuación 2 y la Ecuación 3 se obtienen dos ecuaciones, que pueden escribirse como una sola ecuación en forma de matriz, como sigue:

$$\begin{bmatrix} w_x & w_y & w_z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_x w_x & -p_x w_y & -p_x w_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_x & w_y & w_z & 1 & -p_y w_x & -p_y w_y & -p_y w_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{14} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{24} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} \qquad \text{[Ec. 5]}$$

Los dos conjuntos de ecuaciones tienen once incógnitas. Hallar una solución requiere al menos seis puntos de un mínimo de dos planos no paralelos. Cada plano debe tener al menos dos puntos y tres puntos no pueden ser colineales. Por supuesto, pueden usarse más puntos para aplicar un ajuste de mínimos cuadrados.

La matriz inversa de H (es decir, H^{-1}) define la transformación de las coordenadas de la cámara a las coordenadas de calibración.

Cada vector correspondiente a un rayo que se extiende desde un punto respectivo a través del objetivo de la cámara pasa por el origen de la cámara en el centro del objetivo: $\underline{c}_0=(0, 0, 0, 1)^T$. En el sistema de coordenadas de calibración, la ubicación del origen del sistema de coordenadas de la cámara viene dada por el vector: $\underline{w}_0=H^{-1}\underline{c}_0$.

Sobre el plano de la cámara $c_z=1$, y por consiguiente las coordenadas de imagen $\underline{p}=(p_x, p_y)$ corresponden a $\underline{c}_1=(p_x, p_y, 1, 1)^T$. En coordenadas de calibración: $\underline{w}_1=H^{-1}\underline{c}_1$.

Cada punto de la imagen corresponde a un rayo que se extiende desde el centro del objetivo de la cámara:

$$\underline{w}(t) = \underline{w}_0 + t \cdot (\underline{w}_1 - \underline{w}_0) \qquad \text{[Ec. 6]}$$

donde $t\geq 0$ es la variable paramétrica.

Se apreciará que puede usarse cualquier plano normal al eje z de la cámara en lugar del plano de la cámara, en el que $c_z=1$. Cuando se use un plano alternativo, se cambiará la escala de la variable paramétrica.

Si se conoce el plano en el que se encuentra un punto en el objeto, entonces la ubicación de ese punto, en el sistema de coordenadas de calibración, puede determinarse a partir de las coordenadas de imagen por la intersección del rayo y el plano (a partir de la ecuación 1, $\underline{n}\cdot\underline{w}=c$), siempre que el rayo y el plano no sean paralelos:

$$t = \frac{c - \underline{n} \cdot \underline{w}_0}{\underline{n} \cdot (\underline{w}_1 - \underline{w}_0)} \qquad \text{[Ec. 7]}$$

Durante el procedimiento de calibración, ambas superficies 52 y 54 del bloque de calibración 50 deben ser visibles por las cámaras asociadas 26 y los planos de láser 28 también deben cruzarse con ambas superficies 52, 54.

Puede usarse el siguiente procedimiento para calibrar el sistema 22:

Desplazar el bloque de calibración 50 a la posición donde esté dentro del campo visual de cada cámara y las diversas rayas de láser se crucen con él. Por conveniencia, el bloque de calibración 50 está orientado aproximadamente en ángulo recto respecto a los raíles y en la ubicación esperada de la mesilla de pantógrafo 10, como se analizó previamente.

Determinar las matrices de transformación para todas las cámaras 26 usando la posición conocida de los puntos 62. Cada punto 62 está situado en coordenadas de píxeles con exactitud inferior a un píxel. Se requieren al menos seis puntos 62 para hallar la solución de la Ecuación 5 como se describió anteriormente. Pueden usarse más puntos en un ajuste de mínimos cuadrados que también proporciona una medida de la exactitud del resultado.

Usar las rayas 66 (véase la Figura 9) trazadas por los láseres 24 sobre las superficies 52, 54 para determinar los planos 28 de los láseres 24. En este sentido, se observa que se requieren tres puntos (que no sean colineales) para definir cada plano ($ax+by+cz=1$). Esto requiere que las rayas 66 iluminen al menos parte de ambas superficies del bloque de calibración 50. Pueden usarse más de tres puntos para un ajuste de mínimos cuadrados. En forma vectorial, la orientación de cada plano de láser 28 puede expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \qquad \text{[Ec. 8]}$$

Los tres puntos pueden ser, por ejemplo, para el plano de láser 28a, dos puntos sobre la parte de la raya 66a sobre la superficie 52 y un punto sobre la parte de la raya 66a sobre la superficie 54.

El procedimiento de transformación usa la información determinada por la calibración para calcular las coordenadas de la mesilla de pantógrafo 10, como se ve en una imagen tomada por una de las cámaras 26. La figura 15 define la orientación de la mesilla de pantógrafo 10 para el sistema 22 que mide los carbonos 14 desde la parte delantera y la parte trasera de la mesilla de pantógrafo 10. En la figura 15, se proporcionan los láseres 24d, 24e y 24f para iluminar la parte posterior de la mesilla de pantógrafo 10.

El siguiente procedimiento describe cómo puede determinarse la altura (que también proporciona el grosor) de los carbonos 14 en el exterior de la viga cercana 12a y en el interior de la viga lejana 12b usando la silueta de la mesilla de pantógrafo 10 en la imagen o las imágenes captadas por el sistema 22.

Una imagen de la mesilla de pantógrafo 10 es tomada por cada una de las cámaras 26 a medida que pasa el tren. Un mecanismo disparador (como un medio mecánico, electromagnético u óptico, o cualquier otro medio detector adecuado) detecta cuándo la mesilla de pantógrafo 10 está en la posición correcta (es decir, la ubicación de activación) para que cada una de las cámaras 26 tome una imagen.

Las dos rayas de láser 66 están situadas en cada imagen sobre el soporte (las imágenes de las dos cámaras 26a, 26b compartirán una raya de láser 66 común, siendo producida la raya por el láser del medio 24b). Cada raya de láser 66 formará dos líneas; una primera línea a lo largo del lateral del carbón 14 y una segunda a lo largo del lateral de su sección metálica 13 correspondiente. Como se muestra en la figura 16, las dos líneas no serán paralelas y pueden ser discontinuas. Esto es debido a la posición del láser, la forma de las secciones metálicas 12 y el ángulo de la cámara.

El punto extremo más bajo de cada raya a través de la sección metálica 13 proporciona un punto conocido en la parte inferior del lado cercano de la viga 12. Debe observarse que las vigas 12 se muestran en las figuras no rectas sino que están fabricadas con una curvatura, típicamente de un radio de aproximadamente 10 metros. Sin embargo, la curvatura puede variar para diferentes suministradores. Además, las vigas podrían ser planas. El presente procedimiento es aplicable a todas las posibles configuraciones, pero se describe en relación con vigas curvadas.

Dos pares de puntos extremos más bajos en cada una de las vigas cercana y lejana 12a y 12b permiten que se instale un cilindro que coincida con la curvatura de las vigas 12 (véase las figuras 17, 19a y 19b). El eje longitudinal del cilindro es normal al plano x-z del pantógrafo. La orientación del eje del cilindro da el cabeceo y la guiñada (en relación con el sistema de coordenadas de calibración) de la mesilla de pantógrafo 10.

Como se muestra en la Figura 18, pueden definirse tres planos basados en el perfil de la sección transversal del pantógrafo. Estos tres planos son normales al eje del cilindro, y cada uno de ellos está desplazado del punto extremo más bajo en el lado cercano de una viga 12 una distancia fija que está basada en la geometría (conocida) de las vigas metálicas 13. Los tres planos se definen de la siguiente manera:

Plano del carbón: A lo largo de la cara cercana del carbón 14, con respecto a las cámaras 26. La ubicación de este plano permitirá que se determinen las coordenadas 3D del borde cercano superior C_i del carbón a partir de la silueta.

Plano del soporte: A lo largo del borde lejano del lado inferior del soporte, con respecto a las cámaras 26. La ubicación de este plano permitirá que se determinen las coordenadas 3D del borde lejano inferior b_i de la viga 12 (es decir, la sección metálica 13) a partir de la silueta.

Plano característico: A lo largo del lado inferior del soporte 12, alineado con un punto característico, este permitirá que se determine la ubicación de características. Un punto característico es cualquier punto que aparecería en la silueta. Por ejemplo, puede ser la ubicación de un perno que pasa por la sección metálica 13.

Cada uno de estos planos se define en coordenadas de calibración.

Las coordenadas de los puntos a lo largo de la parte superior C_i y la parte inferior b_i de la silueta de cada viga 12a y 12b se determinan con exactitud inferior a un píxel en coordenadas de píxeles usando técnicas estándar de análisis de imagen.

Las coordenadas de píxeles de la parte superior C_i de la silueta también se encuentran en el plano del carbón. La intersección de estos vectores de píxeles y el plano del carbón se usa para transformar estos puntos de la silueta de coordenadas de píxeles a coordenadas de calibración.

Las coordenadas de píxeles de la parte inferior b_i de la silueta también se encuentran en el plano del soporte. La intersección de estos vectores de píxeles y el plano del soporte se usa para transformar estos puntos de la silueta de coordenadas de píxeles a coordenadas de calibración.

El cabeceo de la mesilla de pantógrafo determinado anteriormente ajustando un cilindro se usa para rotar los puntos de la silueta de coordenadas de calibración a coordenadas del pantógrafo.

La altura de la viga del pantógrafo se toma como la diferencia vertical en los conjuntos de puntos de la parte superior C_i y de la parte inferior b_i de la silueta en coordenadas del pantógrafo. Por consiguiente, si se conocen las dimensiones físicas del soporte del pantógrafo 13, puede determinarse la altura de los carbonos 14.

Además, hacer coincidir características conocidas desde el plano característico en el borde inferior del soporte permitirá que se determine la posición de la mesilla de pantógrafo 10 a partir de su perfil (en coordenadas de calibración), y que se determine el punto medio del soporte.

El balanceo de la mesilla de pantógrafo 10 puede determinarse ajustando un círculo a los puntos del plano del soporte. La posición relativa del centro de este círculo, en relación con el punto medio del soporte, determinará el balanceo.

Los datos de las imágenes del lado izquierdo y del derecho se combinan para formar un perfil completo de la mesilla de pantógrafo 10.

Ahora que se ha descrito detalladamente una realización de la presente invención, resultará evidente a los expertos en las técnicas pertinentes que pueden realizarse numerosas modificaciones y variaciones sin apartarse de los conceptos inventivos básicos. En particular, la presente realización se describe en relación con un pantógrafo. Sin embargo, la invención no está limitada a la aplicación a un pantógrafo y puede aplicarse a otros objetos móviles como, por ejemplo, una rueda de un tren. La aplicación particular requerida determinará el número de láseres en abanico y cámaras requeridos. Si el presente sistema está adaptado a medir, por ejemplo, el grosor de la banda de rodadura sobre una rueda de tren, se requiere un solo láser en abanico que produce una raya de láser que pasa a lo largo de un radio de la rueda.

El bloque de calibración 50 en la realización descrita anteriormente tiene dos superficies mutuamente ortogonales que se cruzan en una línea para cada sistema 22. Sin embargo, se apreciará que pueden emplearse otros dispositivos de calibración. Por ejemplo, un dispositivo de calibración puede tener superficies que no sean mutuamente ortogonales. Alternativamente o además, un dispositivo de calibración puede tener más de dos superficies. También es posible usar un dispositivo de calibración en forma de un cilindro. Sin embargo, se apreciará que la complejidad de las matemáticas asociadas al establecimiento de una relación espacial matemática entre las cámaras 26 y los planos de láser 28 depende al menos parcialmente de la forma del dispositivo de calibración.

Se considera que las modificaciones y variaciones de la presente invención que resultarían obvias para una persona con experiencia normal en la materia entran dentro del ámbito de la presente invención, cuya naturaleza ha de determinarse a partir de las reivindicaciones adjuntas.

Referencias citadas en la descripción

Esta lista de referencias citadas por el solicitante es sólo por conveniencia del lector. No forma parte del documento de patente europea. Aun cuando se ha tenido mucho cuidado al compilar las referencias, no pueden excluirse errores u omisiones y la Oficina Europea de Patentes declina toda responsabilidad a este respecto.

Documentos de patente citados en la descripción

- JP 8079904 A [0005]
- JP 8110887 A [0006]

Bibliografía diferente a patentes citada en la descripción

- **MCIVOR** M.A. Calibration of a Laser Striper Profiler. PROCEEDINGS OF THE SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON 3D DIGITAL IMAGING AND MODELLING en Ottawa, 92-98 [0007]
- Sub-Pixel Measurement of 3D Surfaces by Laser Scanning. **IZQUIERDO** M.A.G. SENSORS AND ACTUATORS A. Elsevier Sequoia S. a. Lausanne, 30 de agosto de 1999, 1-8 [0008]

REIVINDICACIONES

1. Un procedimiento óptico para determinar una dimensión o la orientación de un objeto móvil a lo largo de un camino definido, comprendiendo el procedimiento

fijar al menos un láser en abanico en una posición fuera del camino para proyectar su haz de láser sobre el objeto móvil cuando el objeto móvil está en una ubicación de activación;

fijar al menos una cámara en una ubicación para ver el objeto móvil cuando es iluminado por el haz de láser en la ubicación de activación, produciendo cada cámara una imagen digital que comprende una red de píxeles;

formar un dispositivo de calibración que comprende dos superficies planas que se cruzan en una línea que forma un borde del dispositivo y, al menos seis puntos visibles no colineales en cada una de las superficies planas en ubicaciones conocidas sobre el dispositivo de calibración que definen un sistema de coordenadas de calibración;

montar temporalmente el dispositivo de calibración en el camino en una posición fija y a la vista de la al menos una cámara, y donde esté iluminado por el al menos un láser en abanico;

producir una imagen del dispositivo de calibración en cada cámara y determinar para cada una de una o más ubicaciones de píxeles dentro de la imagen una ecuación del rayo en términos del sistema de coordenadas de calibración, de un rayo que pasa por el origen de la cámara en el centro del objetivo de la cámara que, cuando se proyecta sobre el dispositivo, coincide con la ubicación de píxel;

iluminar el dispositivo de calibración mediante el o cada láser en abanico para producir para cada láser una línea sobre cada una de las dos superficies planas;

tomar una imagen del dispositivo de calibración iluminado por el láser y, a partir de ésta, determinar una ecuación del plano de láser en el sistema de coordenadas de calibración que contiene el haz de láser en abanico;

retirar el dispositivo de calibración; y

tomar una imagen del objeto con la o cada cámara cuando está iluminado por el al menos un haz de láser en la ubicación de activación y utilizar las ecuaciones del rayo y las ecuaciones del plano de láser, determinar una ubicación tridimensional en el sistema de coordenadas de calibración de las ubicaciones de píxeles seleccionadas del objeto iluminado por el al menos un láser, y, a partir de las ubicaciones tridimensionales, determinar la dimensión o la orientación del objeto.

2. El procedimiento según la reivindicación 1, en el que cuando el objeto es un pantógrafo que tiene un soporte y una escobilla de carbón en el soporte y determinar la dimensión o la orientación del objeto comprende determinar una altura de las escobillas de carbón, el procedimiento además comprende seleccionar coordenadas desde el plano del carbón y desde el plano del soporte.

3. El procedimiento según la reivindicación 2, en el que fijar al menos un láser en abanico y fijar al menos una cámara comprende fijar el o cada láser en abanico a una altura h1 por encima de un cable que lleva corriente para el pantógrafo y fijar la o cada cámara a una altura h2 por debajo del cable.

4. El procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 3, en el que las cámaras y láseres están dispuestos de tal manera que los planos de láser respectivos de cada láser no son paralelos a planos de imagen de las cámaras ni pasan por los orígenes respectivos de las cámaras.

5. Un procedimiento óptico según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 4, en el que formar el dispositivo de calibración comprende además disponer la primera y la segunda superficies planas en ángulos rectos entre sí.

6. Un procedimiento óptico según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5, en el que fijar al menos un láser en abanico comprende fijar dos o más láseres en abanico en ubicaciones respectivas fuera del camino, gracias a lo cual los haces de láser procedentes de cada láser se proyectan sobre el objeto móvil en diferentes ubicaciones.

7. Un procedimiento óptico según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 6, en el que fijar al menos una cámara comprende fijar dos o más cámaras de manera que cada cámara pueda ver una intersección de al menos dos haces de láser con un objeto en la ubicación de activación.

8. Un procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 7, en el que las ubicaciones de píxeles seleccionados están definidas con una precisión inferior a un píxel usando técnicas de análisis de imagen.

9. El procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 8, en el que las cámaras y los láseres forman un sistema óptico, y el procedimiento además comprende proporcionar un segundo sistema óptico idéntico para ver un lado opuesto del objeto y permitir la medición de una dimensión o la orientación del objeto desde lados opuestos.

10. El procedimiento según la reivindicación 9, en el que formar el dispositivo de calibración comprende proporcionar otras dos superficies de configuración idéntica a las dos superficies planas y unir las otras dos superficies a las dos superficies planas para formar una estructura similar a una caja.

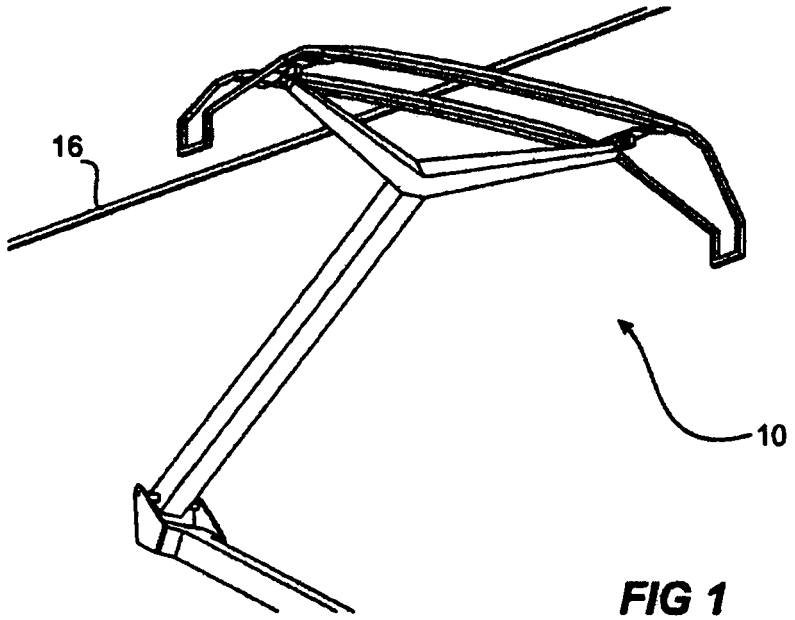

FIG 1

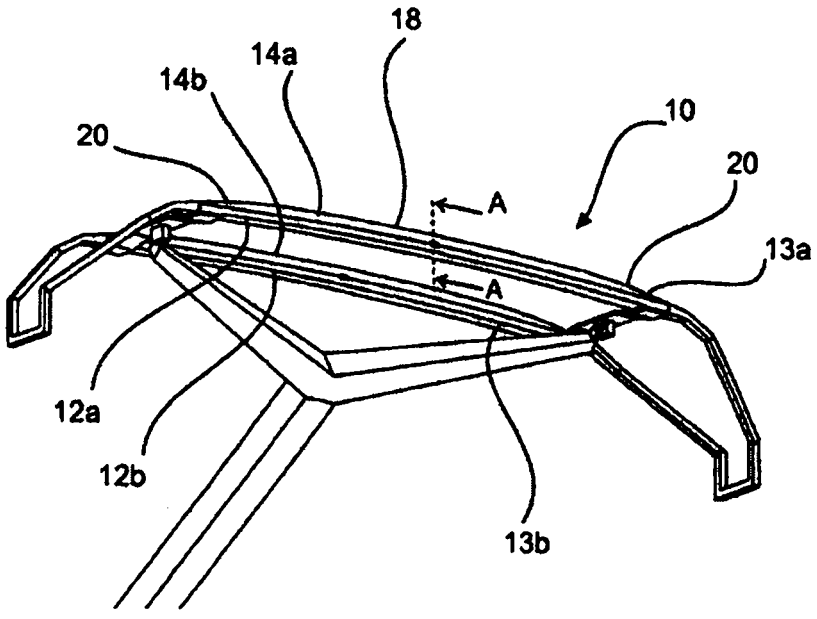

FIG 2

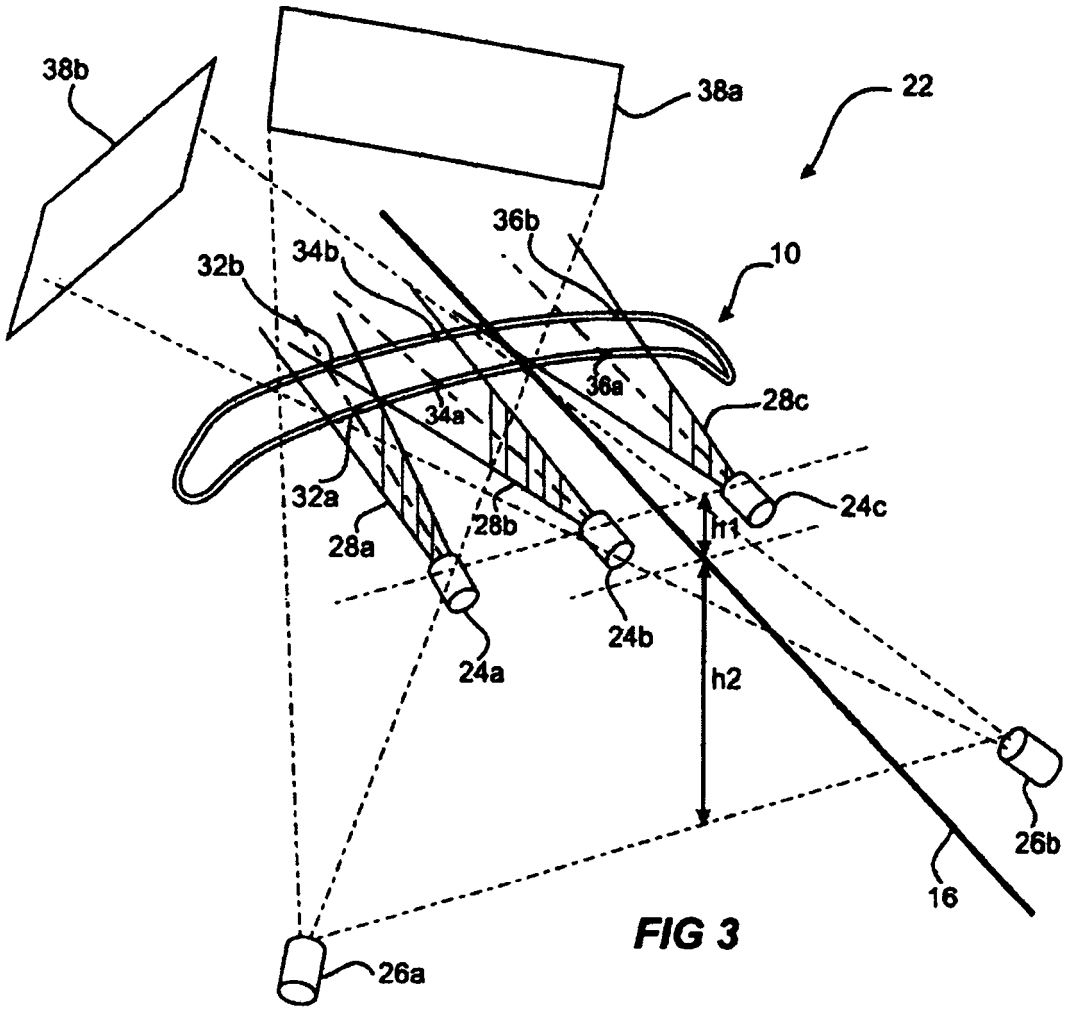
38b
38a
22
36b
34b
32b
10
36a
34a
28c
32a
24c
28b
28a
h1
24b
24a
h2
26b
16
26a

FIG 3

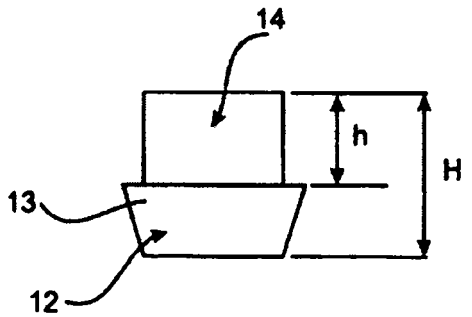
14
h
H
13
12

FIG 4

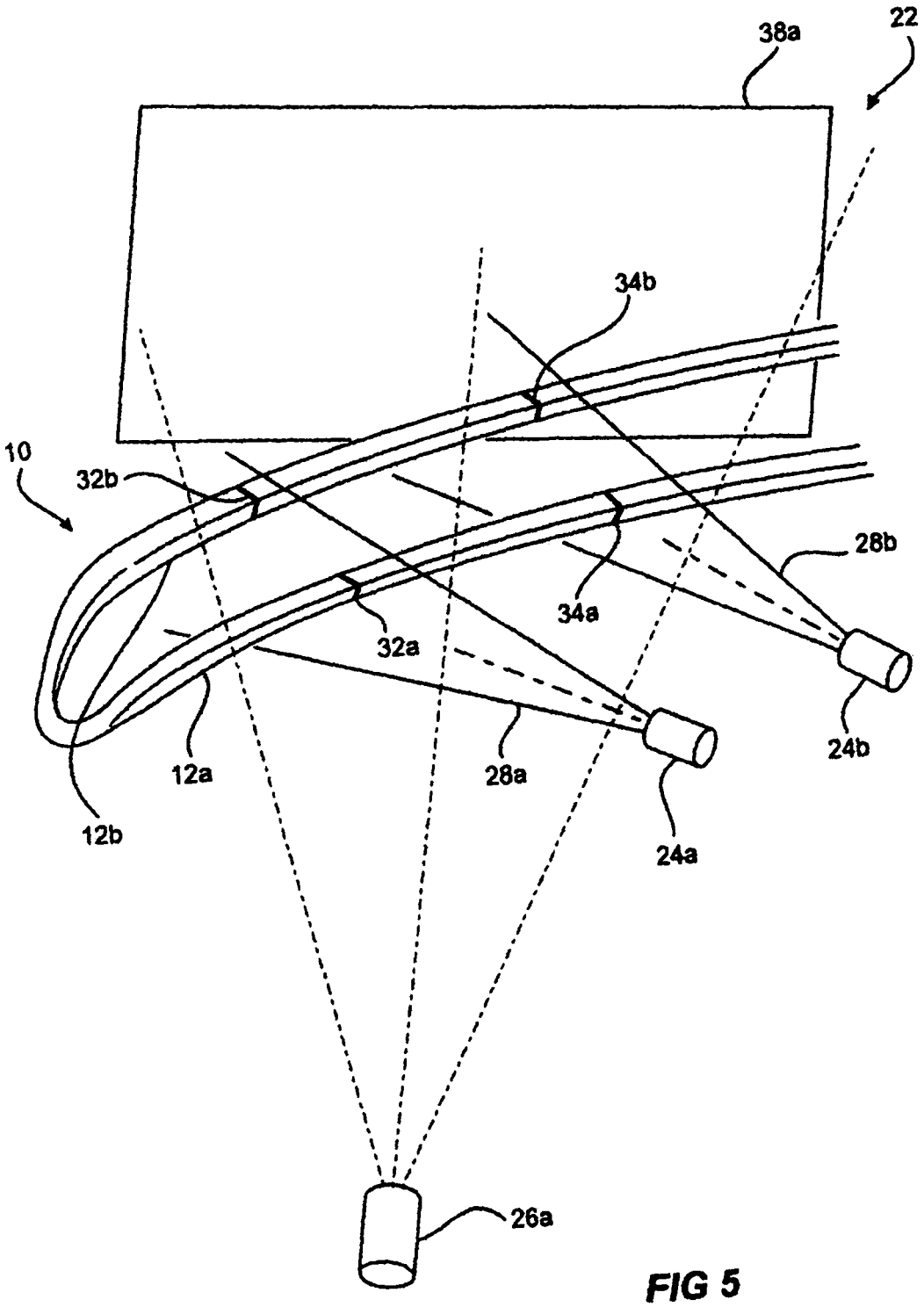

FIG 5

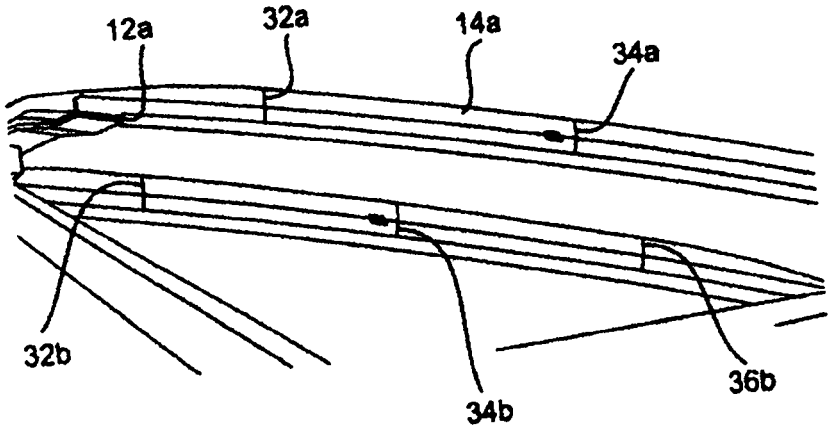

FIG 6

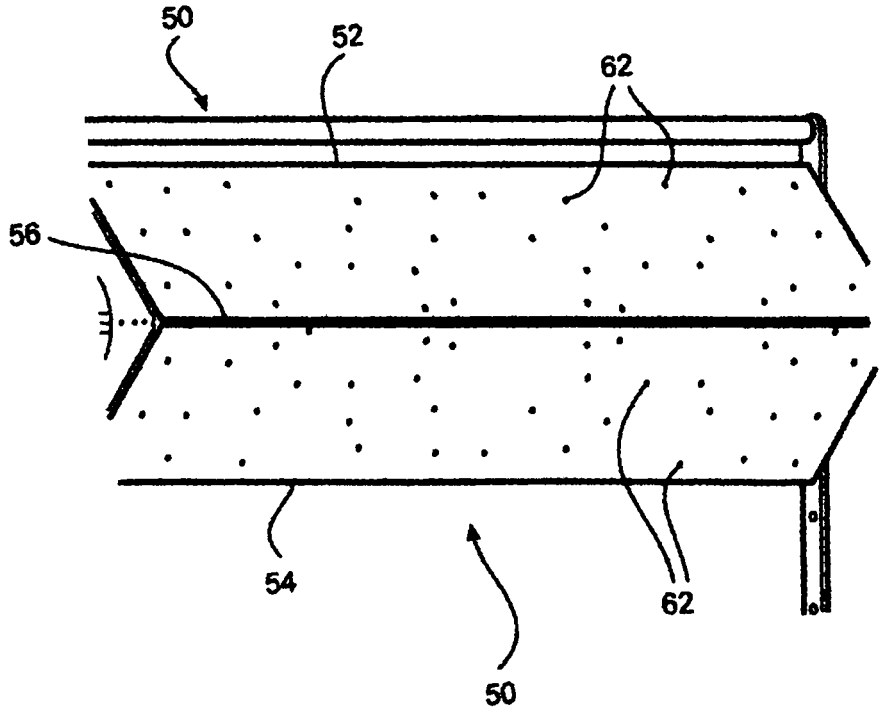

FIG 10

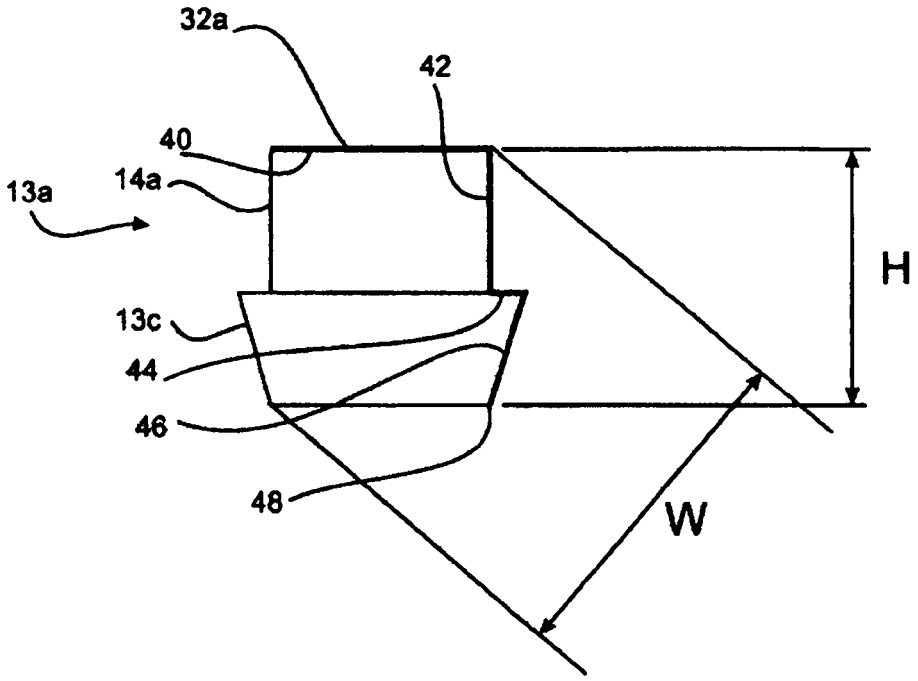

FIG 7

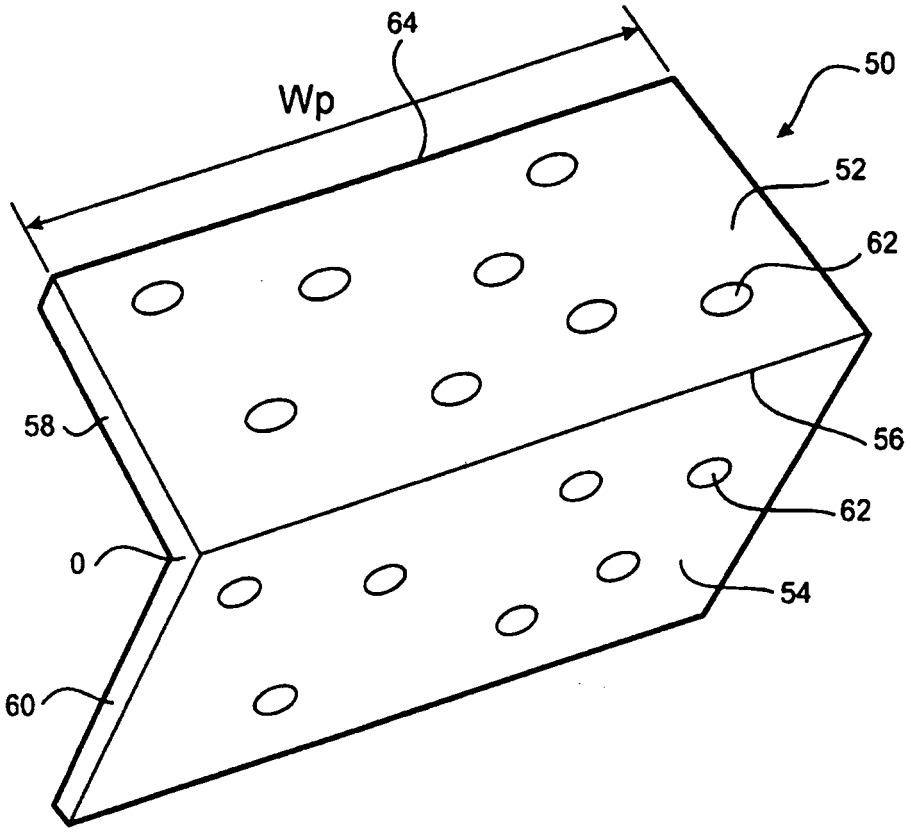

FIG 8

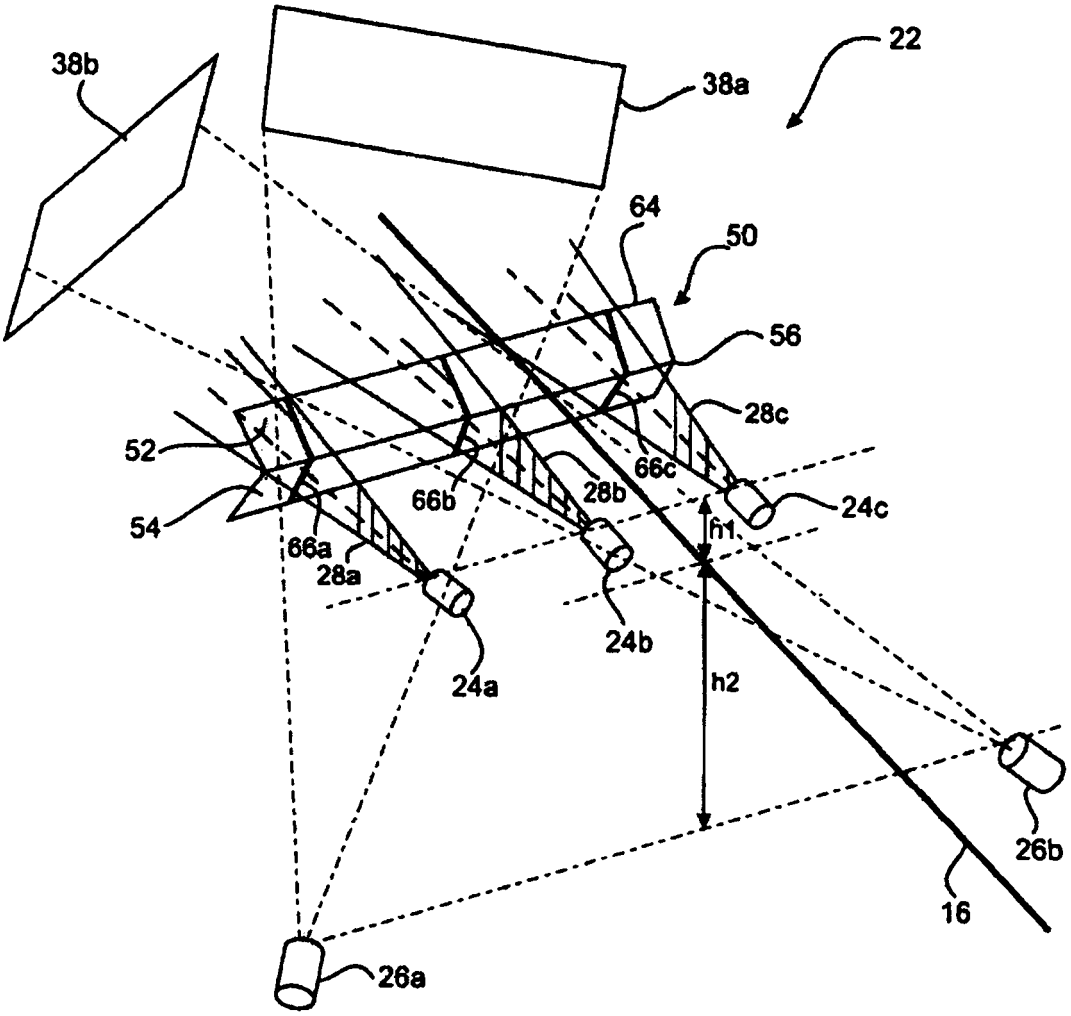
38b
38a
22
64
50
56
28c
52
66c
28b
66b
24c
54
66a
28a
h1
24b
24a
h2
26b
16
26a

FIG 9

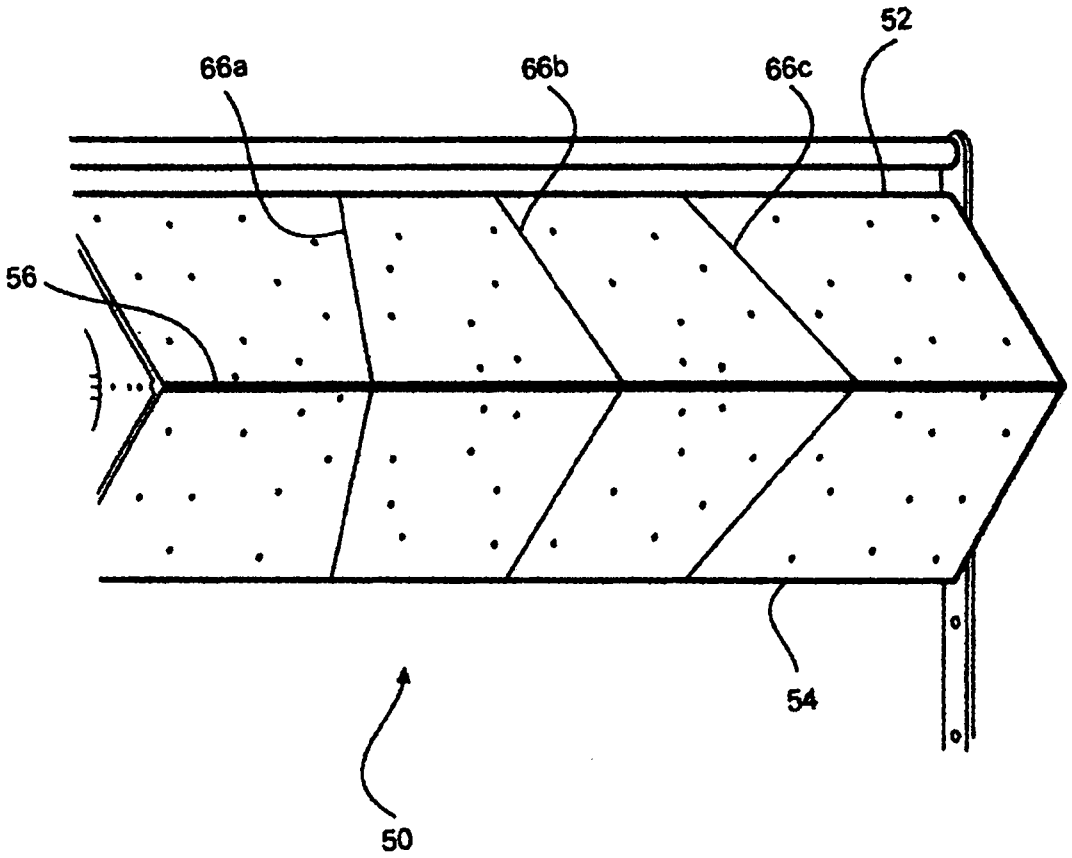

FIG 11

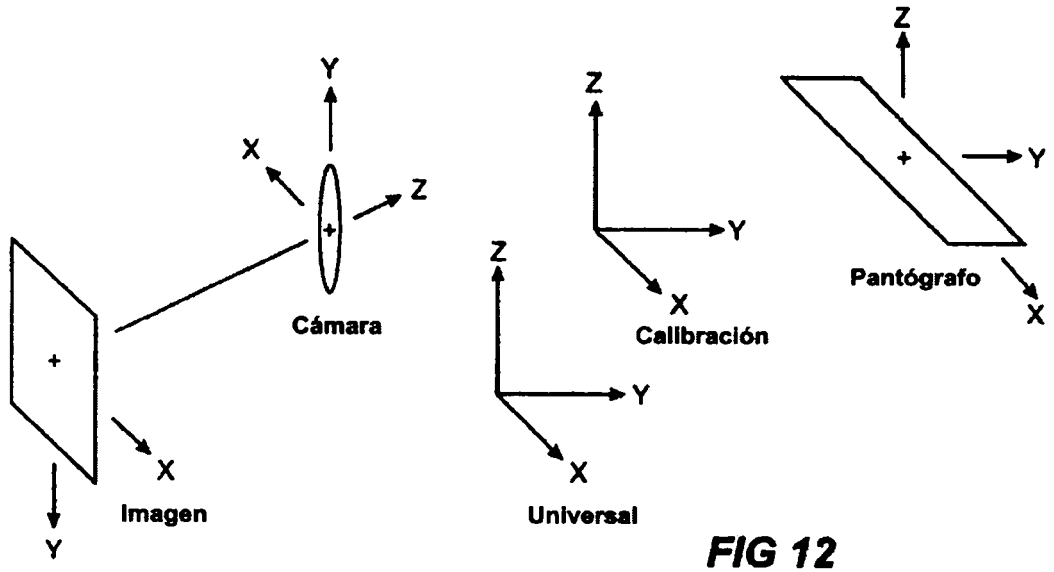
Y
X
Z
Cámara
X
Y
Imagen
Z
Y
X
Calibración
Z
Y
X
Universal
Z
Y
Pantógrafo
X

FIG 12

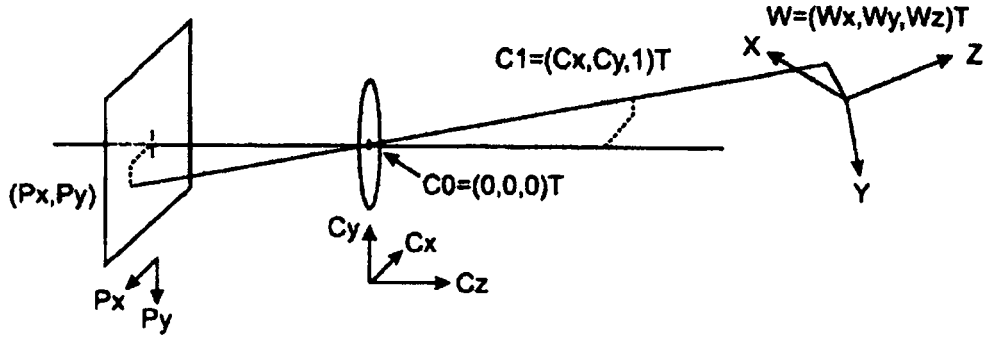
W=(Wx,Wy,Wz)T
C1=(Cx,Cy,1)T
X
Z
Y
C0=(0,0,0)T
(Px,Py)
Cy
Cx
Cz
Px
Py

FIG 13

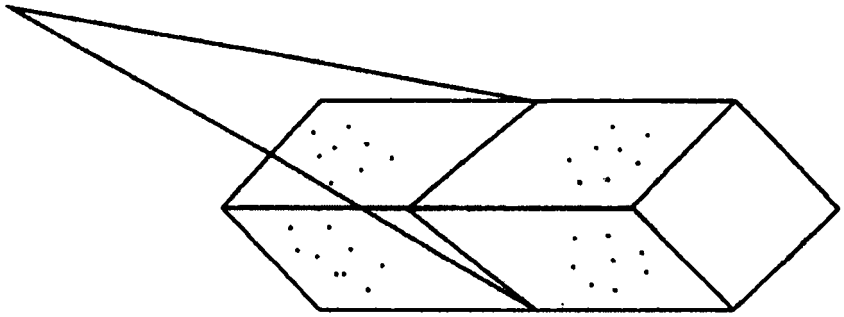

FIG 14

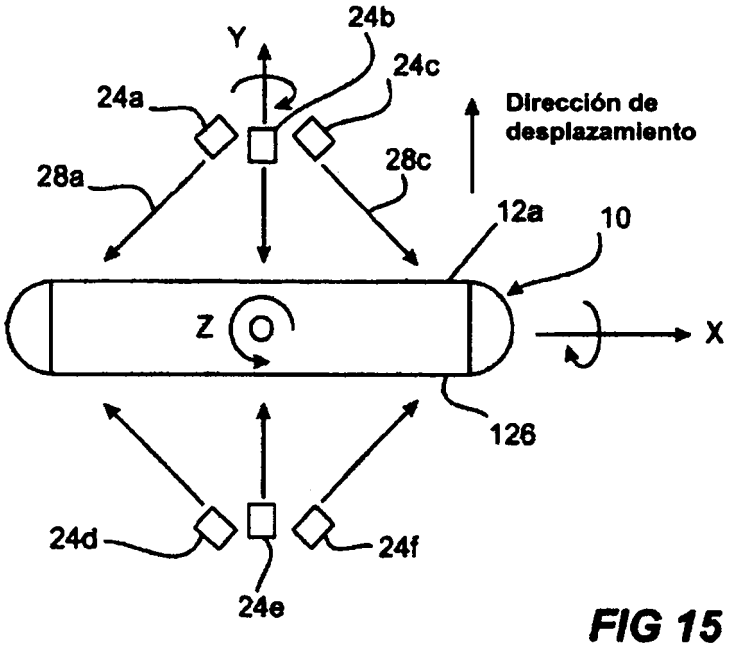

FIG 15

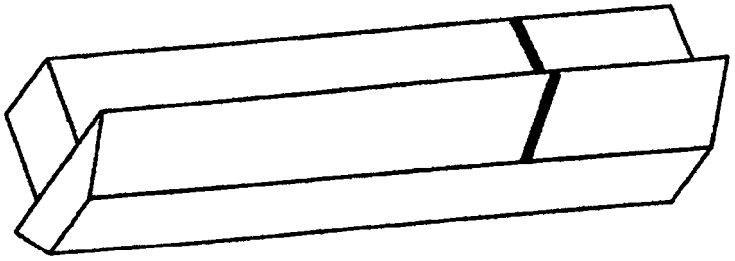

FIG 16

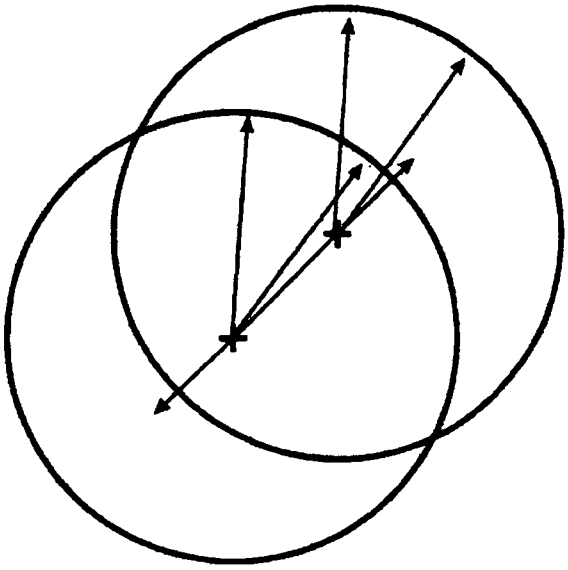

FIG 17

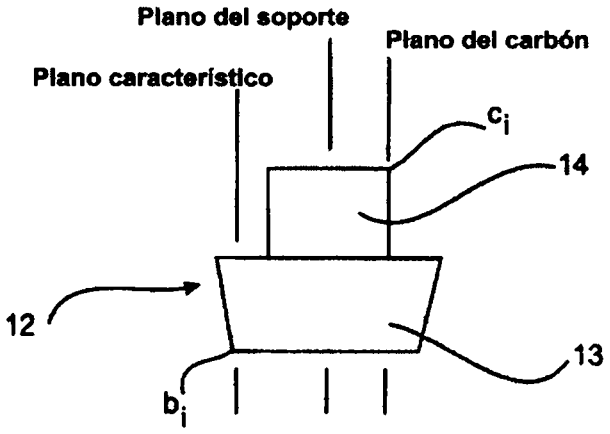
Plano del soporte
Plano del carbón
Plano característico
c_i
14
12
13
b_i

FIG 18

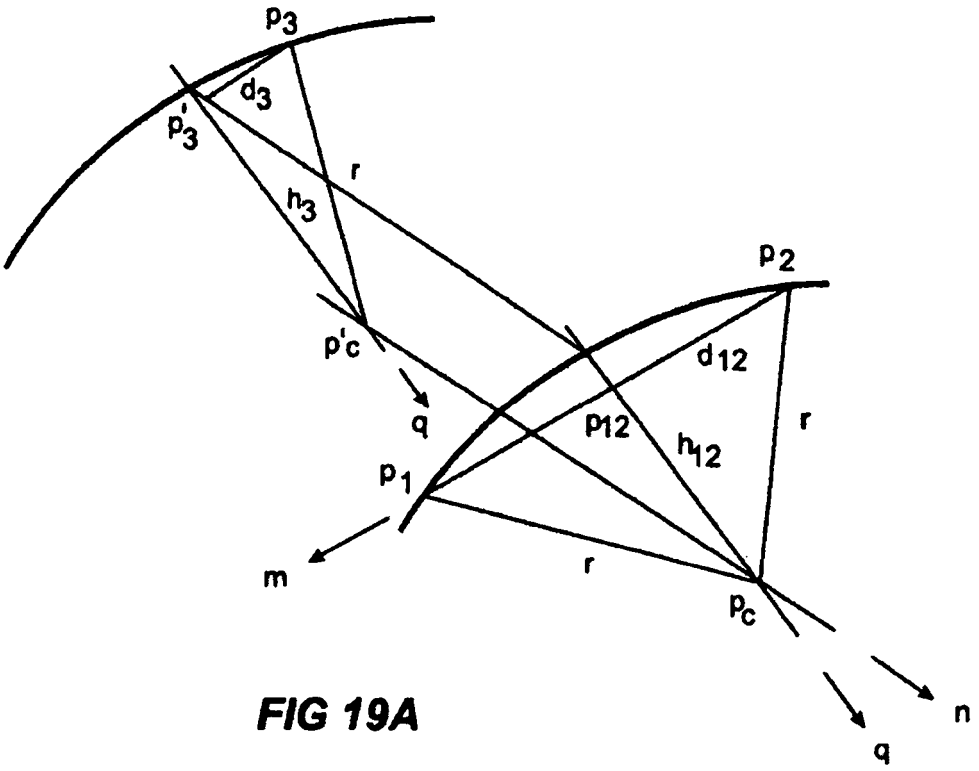

FIG 19A

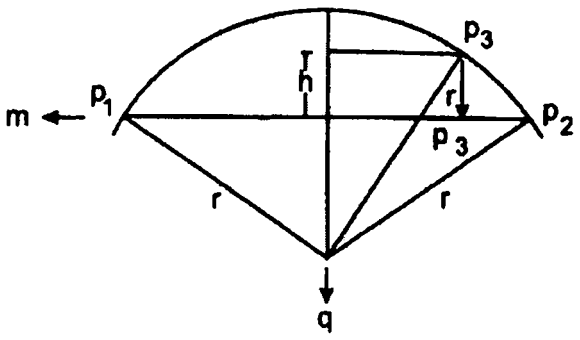

FIG 19B

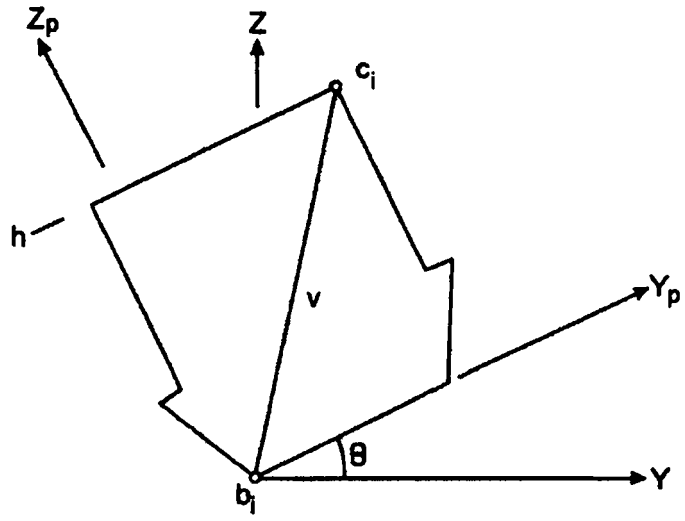

FIG 20