



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 102639056 B

(45) 授权公告日 2015. 08. 05

(21) 申请号 201080054374. 1

(22) 申请日 2010. 11. 24

(30) 优先权数据

09177892. 8 2009. 12. 03 EP

(85) PCT国际申请进入国家阶段日

2012. 05. 31

(86) PCT国际申请的申请数据

PCT/IB2010/055392 2010. 11. 24

(87) PCT国际申请的公布数据

W02011/067698 EN 2011. 06. 09

(73) 专利权人 皇家飞利浦电子股份有限公司

地址 荷兰艾恩德霍芬

(72) 发明人 J·G·范登奥达韦格

(74) 专利代理机构 永新专利商标代理有限公司

72002

代理人 王英 刘炳胜

(51) Int. Cl.

A61B 5/08(2006. 01)

A61B 5/085(2006. 01)

(56) 对比文件

CN 1767785 A, 2006. 05. 03,

CN 1972631 A, 2007. 05. 30, 全文.

US 2008/0114261 A1, 2008. 05. 15, 说明书第

0001-0025 段, 附图 1.

JP 特开 2009-240752 A, 2009. 10. 22, 全文.

US 6142952 A, 2000. 11. 07, 全文.

US 6066101 A, 2000. 05. 23, 全文.

Pedro Lopes de Melo 等. New impedance spectrometer for scientific and clinical studies of the respiratory system. 《Review of Scientific Instruments》. 2000, 第 71 卷 (第 7 期), 第 2867-2873 页.

D. MacLeod 等. Respiratory input impedance measurement: forced oscillation methods. 《Medical. Biological Engineering. Computing》. 2001, 第 39 卷 505-516.

王华等. 应用电抗评估重度 COPD 患者气流受限的程度及无创正压通气的效果. 《中国呼吸与危重监护杂志》. 2009, 第 8 卷 (第 2 期), 第 156-162 页.

K. A. DAVIS 等. TIME SERIES VERSUS FOURIER TRANSFORM METHODS FOR ESTIMATION OF RESPIRATORY IMPEDANCE SPECTRA. 《Int J Biomed Comput》. 1991, 第 27 卷 261-276.

孔繁亮. 非侵入性呼吸声阻抗频谱测定仪的研制. 《中国生物医学工程学报》. 1992, 第 11 卷 (第 4 期), 第 239 页第 1 行 - 第 242 页倒数第 4 行, 图 1、图 2 及图 4.

(续)

审查员 李陆美

权利要求书5页 说明书35页 附图13页

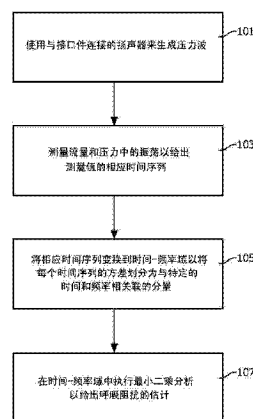
(54) 发明名称

用于估计呼吸阻抗的方法和设备

(57) 摘要

可以从受试者气道中生成的振荡来推断呼吸系统的声阻抗。该阻抗描述了流量和压力中所产生的振荡之间的频率依赖关系。当阻抗随着吸气到呼气而变化时, 必须以高时间分辨率来估计该阻抗。提供了一种在足够短以用于生理学目的的时间间隔中可靠估计阻抗的方法。已经针对离散时间和频率导出了不确定性原理的简单版本。已经研究出离散时间-频率变换以给出根据这一原理的最佳时间-频率分辨率。该变换是标准正交的, 其允许对离散时间-频率域中方差的分析。在

假设流量和压力两者中都存在噪声的情况下, 根据时间-频率域中的双变量最小二乘分析来获得阻抗。



[转续页]

[接上页]

(56) 对比文件

姜世忠. 应用强迫振荡法识别呼吸力学参数. 《第四军医大学学报》. 1985, 第 6 卷 (第 1 期).

黄敏等. 强迫振荡法测定呼吸系统通气功能. 《中国医疗器械杂志》. 1990, 第 14 卷 (第 6 期), 67-75.

期), 345-349.

1. 一种估计呼吸阻抗的方法,所述方法包括:

将患者接口设备(4)耦合至受试者的气道以创建气动系统的步骤,所述气动系统包括所述患者接口设备和该受试者的气道;

经由与所述患者接口设备操作性耦合的激励源(6)使在该受试者的该气道中的气体的压力、流量或者体积振荡以生成压力波的步骤;

确定所述气动系统中所述气体的所述流量和压力以产生表示所述流量和所述压力的相应时间序列(123)的步骤;

将所述相应时间序列变换到时间-频率域上(125)以创建经变换的时间序列的步骤;

从经变换的时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和所述压力的功率(127)的步骤;

基于经变换的时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和所述压力的相应交叉谱的步骤;

从所估计的功率和所估计的交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗(129,131)的步骤;

使用选择的置信水平 F_α 、所估计的所述流量的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励源和所述流量之间的平方相干性 $K_{xq,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间-频率域中确定流量相关变

量 $A_{q,t,m}^2$ 的步骤,其中通过 $A_{q,t,m}^2 = F_\alpha \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xq,t,m}^2}{K_{xq,t,m}^2} \right)$ 来确定所述流量相关变量 $A_{q,t,m}^2$;

使用选择的置信水平 F_α 、所估计的所述压力的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励源和所述压力之间的平方相干性 $K_{xp,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间-频率域中确定压力相关变

量 $A_{p,t,m}^2$ 的步骤,其中通过 $A_{p,t,m}^2 = F_\alpha \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xp,t,m}^2}{K_{xp,t,m}^2} \right)$ 来确定所述压力相关变量 $A_{p,t,m}^2$;

以及

如果所确定的流量相关变量等于或大于第一阈值或者所确定的压力相关变量等于或大于第二阈值则拒绝所述阻抗的估计的步骤。

2. 如权利要求1所述的方法,其中,从所估计的功率和交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗的所述步骤(129,131)包括:

从所述相应功率和交叉谱来确定从所述压力波分别到所述流量和压力的传递函数(129);以及

从所述流量和压力传递函数来估计所述呼吸阻抗(131)。

3. 如权利要求1或2所述的方法,其中,流量和压力的测量值的所述时间序列被分别表示为 q_t 和 p_t , 并且将所述相应时间序列变换到时间-频率域上的所述步骤(125)

包括针对流量时间序列评估 $\tilde{q}_{t,m} = \sum_{l=-K_1}^{K_1} w_l e^{-2\pi i m l / M} q_{t+l}$, 以及针对压力时间序列评估

$\tilde{p}_{t,m} = \sum_{l=-K_1}^{K_1} w_l e^{-2\pi i m l / M} p_{t+l}$, 以给出根据离散时间 t 和不同频率 $f_m = m/M$ 的流量 $\tilde{q}_{t,m}$ 和压力 $\tilde{p}_{t,m}$, 其中, m 是频率指数并且 M 是时间-频率滤波器的有效宽度, $i^2 = -1$, 权重因子 w_l 通过时间的加窗函数近似, $w_l = e^{-(l/\Delta_t)^2}$, 并且 Δ_t 是时间的不确定性, 其中 K_1 是正整数。

4. 如权利要求 3 所述的方法, 其中, 所述加窗函数是高斯函数、三角函数、分段线性近似函数或者多项式函数。

5. 如权利要求 3 所述的方法, 其中, 估计所述流量和压力的功率的步骤 (127) 包括针对所述流量评估 $P_{q,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} |\tilde{q}_{t+l,m}|^2$, 以及针对所述压力评估 $P_{p,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} |\tilde{p}_{t+l,m}|^2$, 其中, N_S 是在时间-频率域中样本的数量, $K_2 = \frac{1}{2}(N_S - 1)$, 其中, N_S 为奇数并且 $|\cdot|$ 代表绝对值。

6. 如权利要求 5 所述的方法, 其中, 用所生成的压力波来估计所述流量和压力的所述交叉谱的所述步骤 (127) 包括针对所述流量评估 $C_{xq,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} \tilde{x}_{t,m}^* \tilde{q}_{t+l,m}$, 以及针对所述压力评估 $C_{xp,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} \tilde{x}_{t,m}^* \tilde{p}_{t+l,m}$, 其中, 星号代表复共轭, 并且 $\tilde{x}_{t,m}$ 表示所述压力波。

7. 如权利要求 6 所述的方法, 其中, 从所估计的功率和交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗的所述步骤 (129, 131) 包括通过评估 $B_{xq,t,m} = \frac{C_{xq,t,m}}{P_{x,t,m}}$ 来确定从所述压力波到所述流量的传递函数 (129), 以及通过评估 $B_{xp,t,m} = \frac{C_{xp,t,m}}{P_{x,t,m}}$ 来确定从所述压力波到所述压力的传递函数 (129), 并且其中, 通过评估具有实分量 $Rrs_{t,m}$ 和虚分量 $Xrs_{t,m}$ 的 $Zrs_{t,m} = \frac{B_{xp,t,m}}{B_{xq,t,m}}$ 来估计所述呼吸阻抗 (131)。

8. 如权利要求 7 所述的方法, 还包括确定所估计的阻抗的置信界限的步骤 (133), 其包括:

使用 $K_{xq,t,m}^2 = \frac{|C_{xq,t,m}|^2}{P_{x,t,m} \cdot P_{q,t,m}}$ 来确定所述压力波和所述流量之间的平方相干性;

使用 $K_{xp,t,m}^2 = \frac{|C_{xp,t,m}|^2}{P_{x,t,m} \cdot P_{p,t,m}}$ 来确定所述压力波和所述压力之间的平方相干性;

确定所述功率和交叉谱的自由度数 η : $\eta = \frac{(\text{tr}\{P^H P\})^2}{\text{tr}\{(P^H P)^2\}}$, 其中 P 是 $N \times N$ 矩阵, H 代表厄

密共轭转置;

从 $A_{q,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xq,t,m}^2}{K_{xq,t,m}^2} \right)$ 确定所述流量相关变量 $A_{q,t,m}^2$;

从 $A_{p,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xp,t,m}^2}{K_{xp,t,m}^2} \right)$ 确定所述压力相关变量 $A_{p,t,m}^2$;

分别从 $Rrs \cdot c_1 \pm c_2$ 和 $Xrs \cdot c_1 \pm c_2$ 确定针对所估计的阻抗的实部和虚部的 $100(1-\alpha)\%$ 置信界限, 其中, $c_1 = 1 + A_{q,t,m} \cdot c_3$, $c_2 = |Zrs_{t,m}| \cdot c_3$ 以及 $c_3 = \frac{A_{q,t,m} + A_{p,t,m}}{1 - A_{q,t,m}^2}$ 。

9. 如权利要求8所述的方法, 其中拒绝所述阻抗的估计的步骤包括在 $A_{q,t,m} \geq$ 所述第一阈值或者 $A_{p,t,m} \geq$ 所述第二阈值的情况下, 拒绝针对给定时间和频率的呼吸阻抗的估计。

10. 如权利要求1或9所述的方法, 其中, 所述第一阈值是1, 并且其中, 所述第二阈值是1。

11. 如权利要求1所述的方法, 其中, 基于最小二乘准则使用具有气体的振荡压力、流量或者体积作为输入并且所述流量和所述压力作为输出的模型来完成基于经变换的时间序列估计所述流量和所述压力的所述相应交叉谱。

12. 如权利要求1所述的方法, 其中, 通过使用与所述气动系统操作性耦合的流量传感器来测量所述流量以实现确定所述气动系统中的所述气体的所述流量, 并且其中, 通过使用与所述气动系统操作性耦合的压力传感器来实现确定所述气动系统中的所述气体的所述压力。

13. 一种用于估计呼吸阻抗的装置 (2), 所述装置 (2) 包括:

患者接口设备 (4);

用于在受试者的气道中生成气体的振荡压力、流量或者体积的激励源 (6);

用于确定由所述患者接口设备和该受试者的气道限定的气动线路中的气体的所述流量和所述压力, 并且用于输出表示所述流量或所述压力的值的相应时间序列的器件 (8, 10, 12);

处理器 (16), 其被配置为:

将所述相应时间序列变换到时间-频率域上 (125);

基于经变换的所述相应时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和所述压力的功率 (127);

基于经变换的所述相应时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和压力的相应交叉谱;

从所估计的功率和交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗 (129, 131);

使用选择的置信水平 F_{α} 、所估计的所述流量的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励源和所述流量之间的平方相干性 $K_{xq,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间-频率域中确定流量相关变

量 $A_{q,t,m}^2$, 其中通过 $A_{q,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xq,t,m}^2}{K_{xq,t,m}^2} \right)$ 来确定所述流量相关变量 $A_{q,t,m}^2$;

使用选择的置信水平 F_{α} 、所估计的所述压力的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励

源和所述压力之间的平方相干性 $K_{xp,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间 - 频率域中确定压力相关变量 $A_{p,t,m}^2$, 其中通过 $A_{p,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xp,t,m}^2}{K_{xp,t,m}^2} \right)$ 来确定所述压力相关变量 $A_{p,t,m}^2$; 以及

如果所确定的流量相关变量等于或大于第一阈值或者所确定的压力相关变量等于或大于第二阈值则拒绝所述阻抗的估计。

14. 如权利要求 13 所述的装置 (2), 其中, 用于确定所述气动线路中气体的所述流量和所述压力的器件包括:

与所述气动系统操作性耦合的流量传感器; 以及

与所述气动系统操作性耦合的压力传感器。

15. 如权利要求 13 所述的装置 (2), 其中, 基于最小二乘准则使用具有所述气体的振荡压力、流量或者体积作为输入并且所述流量和所述压力作为输出的模型来完成基于经变换的所述时间序列估计所述流量和所述压力的所述相应交叉谱。

16. 如权利要求 13 所述的装置 (2), 其中, 所述处理器 (16) 被配置为通过以下从所估计的功率和交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗 (129, 131):

从所述相应功率和交叉谱来确定从所述压力波分别到所述流量和压力的传递函数 (129); 以及

从所述流量和压力传递函数来估计所述呼吸阻抗 (131)。

17. 一种估计呼吸阻抗的装置, 所述装置包括:

用于将患者接口设备 (4) 耦合至受试者的气道以创建气动系统的模块, 所述气动系统包括所述患者接口设备和该受试者的气道;

用于经由与所述患者接口设备操作性耦合的激励源 (6) 使在该受试者的该气道中的气体的压力、流量或者体积振荡的模块;

用于确定所述气动系统中所述气体的所述流量和压力以产生表示所述流量和所述压力的相应时间序列 (123) 的模块;

用于将所述相应时间序列变换到时间 - 频率域上 (125) 以创建经变换的时间序列的模块;

用于从经变换的时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和所述压力的功率 (127) 的模块;

用于基于经变换的时间序列来估计根据时间和频率的所述流量和所述压力的相应交叉谱的模块;

用于从所估计的功率和所估计的交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗 (129, 131) 的模块;

用于使用选择的置信水平 F_{α} 、所估计的所述流量的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励源和所述流量之间的平方相干性 $K_{xq,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间 - 频率域中确定流量

相关变量 $A_{q,t,m}^2$ 的模块, 其中通过 $A_{q,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta-2} \right) \left(\frac{1-K_{xq,t,m}^2}{K_{xq,t,m}^2} \right)$ 来确定所述流量相关变量

$A_{q,t,m}^2$;

用于使用选择的置信水平 F_α 、所估计的所述压力的功率和交叉谱的自由度数 η 、以及激励源和所述压力之间的平方相干性 $K_{xp,t,m}^2$ 为所估计的阻抗在时间 - 频率域中确定压力

相关变量 $A_{p,t,m}^2$ 的模块, 其中通过 $A_{p,t,m}^2 = F_\alpha \left(\frac{2}{\eta - 2} \right) \left(\frac{1 - K_{xp,t,m}^2}{K_{xp,t,m}^2} \right)$ 来确定所述压力相关变量

$A_{p,t,m}^2$; 以及

用于如果所确定的流量相关变量等于或大于第一阈值或者所确定的压力相关变量等于或大于第二阈值则拒绝所述阻抗的估计的模块。

用于估计呼吸阻抗的方法和设备

技术领域

[0001] 本发明涉及用于从受迫压力振荡来估计呼吸阻抗的方法和设备。

背景技术

[0002] 可以测量人呼吸系统的呼吸或者声学阻抗以获得关于气道、肺部和胸壁的阻力、顺应性以及惯性的信息。这一信息在诊断各种呼吸疾病例如慢性阻塞性肺病(COPD)、哮喘以及支气管炎的类型和严重性中是有用的。

[0003] 在受迫振荡技术(FOT)中,例如在 Dellacà 等人的“Expiratory Flow Limitation Detected by Forced Oscillation and Negative Expiratory Pressure”,第 363-374 页 European Respiratory Journal Vol. 29No. 2 (参考文献 1) 中所描述的,在人正常呼吸的同时将声波导向呼吸系统,并且测量响应以确定呼吸阻抗。

[0004] 该呼吸阻抗描述了由声波导致的振荡在流量和压力方面的频率依赖关系。当呼吸阻抗从吸气到呼气发生变化时(如在一些疾病以及其他医学状况中),必须用精细的时间分辨率来估计该呼吸阻抗。然而,在现有技术中,很少考虑到用于在足够短以用于生理学目的的时间间隔(也即,比吸气或者呼气的持续时间更短)来估计呼吸阻抗的技术的可靠性。

[0005] 因此,需要一种用于在短时间间隔中可靠地估计呼吸阻抗的方法和设备。

发明内容

[0006] 根据本发明的第一方面,提供一种估计呼吸阻抗的方法,所述方法包括:在与受试者气道连通的患者接口设备中生成压力波;确定在包括所述患者接口设备和该受试者气道的气动系统中的气体的流量和压力,以产生表示所述流量和压力的相应时间序列;将所述相应时间序列变换到时间-频率域以创建经变换的时间序列;从经变换的相应时间序列估计所述流量和所述压力的功率;基于所述经变换的时间序列估计所述流量和所述压力的相应交叉谱;以及从所估计的功率和交叉谱估计所述受试者的所述呼吸阻抗。

[0007] 根据本发明的第二方面,提供一种用于估计呼吸阻抗的装置,所述装置包括:患者接口设备;用于在该受试者的该气道中生成气体的振荡压力、流量或者体积的激励源;用于确定由所述患者接口设备和该受试者的气道限定的气动线路中的气体的流量和压力,并且用于输出表示所述流量和压力的值的相应时间序列的器件;处理器,其被配置为:将相应时间序列变换到时间-频率域上;从经变换的相应时间序列来估计所述流量和所述压力的功率;基于经变换的相应时间序列来估计所述流量和所述压力的相应交叉谱;以及从所述估计的功率和交叉谱来估计所述受试者的所述呼吸阻抗。

[0008] 根据本发明的第三方面,提供一种包括计算机可读介质的计算机程序产品,所述计算机可读介质具有包含于其中的计算机可读代码,所述计算机可读代码被配置为使得当被合适的处理器或者计算机执行时,所述处理器或者计算机执行以上描述的方法。

[0009] 可通过诊断工具来做出呼吸阻抗的估计,该诊断工具使用估计来评价气道的阻塞性或者估计疾病严重性。该诊断工具因而也可用于评价应当影响呼吸阻抗的治疗(药理学

的或者其他的)的有效性。

[0010] 因而,根据本发明的第四方面,提供了一种诊断生理学状况的方法,所述方法包括如以上所描述地测量呼吸阻抗,以及基于所测量的呼吸阻抗诊断生理学状况。

[0011] 呼吸阻抗的估计也可或者可选地用于调节在医学状况的治疗中使用的机器,例如,用于消除气道阻塞的无创通气机,的设置,或者用于确定针对生理学状况的治疗方案(例如,使用哪种特殊药物或者设备,药物的剂量,等等)。

[0012] 因而,根据本发明的第五方面,提供了一种治疗生理学状况的方法,所述方法包括如以上所描述地测量呼吸阻抗,以及基于所测量的呼吸阻抗确定和/或施予针对所述生理学状况的治疗。

附图说明

[0013] 现在将仅通过举例方式,参照以下附图来详细描述本发明的优选实施例,其中:

[0014] 图 1 是根据本发明用于从受迫压力振荡估计呼吸阻抗的设备的框图;

[0015] 图 2 是根据本发明用于估计呼吸阻抗的线性模型的示意图;

[0016] 图 3A 和图 3B 分别图示了在离散时域中的循环假设和不确定性;

[0017] 图 4A 和 4B 图示了针对其 $\Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2$ 最小的时间序列;

[0018] 图 5 图示了在时间-频率域中的双变量最小二乘法;

[0019] 图 6 图示了在复平面中的置信区域;

[0020] 图 7 图示了根据时间和频率的健康患者中的呼吸阻抗,其针对在五个不同频率处的受迫压力振荡具有置信界限;

[0021] 图 8 图示了根据时间和频率的具有 COPD 的患者的呼吸阻抗,其针对在五个不同频率处的受迫压力振荡具有置信界限;

[0022] 图 9 的流程图图示了根据本发明的估计呼吸阻抗的方法中的步骤;

[0023] 图 10 的流程图更加详细地图示了由根据本发明的设备执行的步骤;

[0024] 图 11 示出了根据时间序列中的事件数量 N 的矩阵 C 的最小奇异值和最大奇异值;

[0025] 图 12 图示了时间不确定性 Δ_t 和针对 $N = 16$ 的 $C^H C$ 的特征向量的重心之间的关系;

[0026] 图 13 图示了针对 $N = 16$ 的时间不确定性 Δ_t 和频率不确定性 Δ_f 之间的关系;

[0027] 图 14 是绘出 $v_{\text{最小},n}$ 对比 f_n 的曲线图;

[0028] 图 15 图示了针对 $N = 16$ 的 $N \Delta_f$ 对比 Δ_t 的绘图中的不确定性;

[0029] 图 16 图示了复平面中针对 $\hat{Z}_{t,m}$ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信界限的估计;

[0030] 图 17 图示了针对健康受试者的根据时间和频率的平方相干性;以及

[0031] 图 18 图示了针对具有 COPD 的受试者的根据时间和频率的平方相干性。

具体实施方式

[0032] 如以上描述地,可以从接口件或者面罩中的受迫压力振荡来推断呼吸系统的声阻抗(受迫振荡技术, FOT)。由于这一“呼吸阻抗”取决于气道、肺部和胸壁的阻力、顺从性以及惯性,因此其提供了对各种呼吸疾病的类型和严重性的洞察。该频率依赖性阻抗通常在时间上是变化的。在慢性阻塞性肺病中,气道阻力常常在呼气期间增大。在睡眠呼吸暂停

或者打鼾中,阻力可能在吸气期间增大。这要求在比呼吸持续时间更短的短时间间隔中可靠地估计阻抗。

[0033] 呼吸阻抗被定义为复值传递函数,其描述了根据频率 f 的流量 q 和压力 p 之间的线性关系,

$$[0034] \quad p(f) = q(f) z(f), \quad (1)$$

[0035] 其中阻抗被表示为 $z(f)$ 。这一方程只有在 $z(f)$ 为常数并且时间是无限的情况下才成立。如果系统是暂时稳定的,那么仍然可以在短时间间隔中估计 $z(f)$ 。然而,这受到不确定性原理的限制,该原理认为不可能在时域和频域中都精确地定位信号。此外,短时间间隔的使用使得估计更依赖于偶发事件。问题是其将如何影响到对传递函数如 $z(f)$ 的估计,其只在部分的呼吸循环中是稳定的。

[0036] 在下文中,通过在离散时间-频率域中的线性回归来估计暂时稳定过程的传递函数。针对离散时间和频率来导出不确定性关系,并将其用于获得最佳时间-频率分辨率。对所使用的阻抗估计量的统计特性的分析产生呼吸力学的频率依赖性参数,并且可以及时产生其估计值和置信界限。

[0037] 在详细描述的最后包括一个表(表 1),其提供了在本发明的以下说明中所使用的符号和缩写词的术语表。

[0038] 方法

[0039] 详细描述的这一部分阐明根据本发明的方法和设备的数学基础。在下文的“讨论”部分中提供了本发明的较少数学性的说明。

[0040] 在图 1 中示出了根据本发明的设备 2 的示意图。简单地说,所使用的 FOT 设备 2 包括患者接口设备 4,其与受试者的气道连接以创建包括该受试者气道的气动系统。患者接口设备 4 是适合于提供与受试者气道的气动连接的任何设备,例如面罩或者接口件。患者接口设备 4 可操作地耦合到激励源 6,该激励源 6 以相对低的频率,例如从 8 到 24Hz 的频率,生成压力波、流量变化或者体积变化。在本发明的示例性实施例中,患者接口设备 4 是扩音器。

[0041] 在图示的实施例中,患者经由靠近位于患者接口设备 4 和激励源 6 之间的呼吸速度描记头 8 的金属网线阻力器 9 来呼吸空气。受迫波在患者的气道和肺部中被部分反射并导致由 FOT 设备 2 所测量的气流和压力中的振荡。使用压差换能器 10 来测量通过呼吸速度描记头 8 的气流,并且使用接口件 4 附近的第二压力换能器 12 来测量压力。模数转换器 12 生成被提供给处理器或者计算机 16 以用于分析的流量和压力的相应时间序列, $\{q_t\}$ 和 $\{p_t\}$,其中整数 t 是离散时间指数。计算机或者处理器 16 也可以经由模数转换器 14 和放大器 18 来提供信号以控制由扩音器 6 生成的声波的频率。在下文中题名为“测量设备”的部分中提供了设备 2 的具体实施例的进一步细节。

[0042] 本发明也预期除了激励源 6 之外的可以耦合到受试者气道的其他气流递送设备。例如,压力支持系统或者通气机可以耦合到患者接口设备 4 以提供气流,例如在激励源 6 振荡受试者气道的同时。也应当注意的是可以在沿着气动系统的任何位置处做出流量和压力测量,包括在压力支持系统或者通气机之内测量压力和流量。然后可以使用任何常规技术来将所测量到的压力和流量用于确定在该气动系统中例如患者气道处的气体的流量和压力。

[0043] 本发明也预期激励源 6 可以是压力支持系统或者通气机的部件而不是独立的设备。例如,压力支持系统或者通气机可包括阀以控制被递送给患者的气体的流量/压力。本发明预期振荡这种阀以产生低频压力波、流量变化或者体积变化。当然,可以使用能够生成低频压力波、流量变化或者体积变化的任何其他设备或系统,例如活塞,来作为激励源 6。

[0044] 本发明也预期例如通过压力支持系统或者通气机来设置或控制流量或压力,而不是使用压力和/或流量传感器来测量压力和/或流量。在这种情况下,所设置的压力或者所设置的流量用作针对本发明目的的流量或压力,而不是压差换能器 10 或者第二压力换能器 12 的输出。

[0045] 在两个样本之间的间隔(秒)是采样率(Hz)的倒数。在这一部分中,使用相对简单的线性代数来从这些时间序列中导出时间依赖性和频率依赖性阻抗。不熟悉线性代数的读者可以参考下文的讨论部分,其中总结了主要结果。

[0046] 简单线性模型。为了解释偶发事件,假设双变量时间序列 $\{q_t, p_t\}$ 是双变量随机过程 $\{Q_t, P_t\}$ 的实现。确定性变量写为小写字母并且随机变量(RVs)写为大写字母。进一步假设时间是无限长的($t = \dots, -1, 0, 1, \dots$)。现在参照图 2,通过具有脉冲响应序列 $\{h_{qx,1}\}$ 和 $\{h_{px,1}\}$ 的线性时不变滤波器(2 和 3)来过滤激励源输入 x_t 。这给出了通过线性模型预测的流量和压力,

$$[0047] \quad q_{p,t} \equiv \sum_{l=0}^{\infty} h_{qx,l} x_{t-l} \text{ 和 } p_{p,t} \equiv \sum_{l=0}^{\infty} h_{px,l} x_{t-l}. \quad (2)$$

[0048] 假设这些“真实”值受到两个分别具有变量 σ_Q^2 和 σ_P^2 的零均值白噪声的独立源干扰。这些噪声源也经过线性时不变滤波器(1 和 4)以给出“误差”项 $Q_{e,t}$ 和 $P_{e,t}$ 。然后将完整的模型写为

$$[0049] \quad \begin{cases} Q_t = \mu_Q + q_{p,t} + Q_{e,t} \\ P_t = \mu_P + p_{p,t} + P_{e,t} \end{cases} \quad (3)$$

[0050] 其中均值 μ_Q 和 μ_P 是常数。由于所生成的 Q_t 和 P_t 是正态分布的,因此假定的双变量过程 $\{Q_t, P_t\}$ 是完全稳定的。

[0051] 循环假设。虽然所描述的稳定过程是无限长的,但是本发明的目的是描述瞬时现象,其中只可以针对 N 个事件的有限序列来假设稳定。就最后的事件先于第一个事件的意义而言,这可以通过假设时间是循环的来解决。然后可通过将 N 个事件以规定间隔沿着圆形(如时钟)放置来表示所生成的时间序列。人们可以不断地在同一方向上追踪该圆形而不偏离它。所生成的无限时间序列是以 N 为周期的。也就是,针对任意整数 j ,

$$[0052] \quad x_t = x_{t+jN}. \quad (4)$$

[0053] 用 $u = t-1+jN$ 代替,方程 2 中的第一个卷积可以被重写为

$$[0054] \quad q_{p,t} = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_{qx,t-u+jN} x_{u-jN}.$$

[0055] 归因于 x_t (方程 4) 的假定周期性特征 $x_{u-jN} = x_u$ 。在以上方程中的无穷和可以被定义为 $h_{qx,t-u}$ “划分周期为长度 N ”,表示为

[0056]

$$h_{qx,t-u}^{\circ} \equiv \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_{qx,t-u+jN}^{\circ} \quad (5)$$

[0057] 因此,

[0058]

$$q_{p,t} = \sum_{u=0}^{N-1} h_{qx,t-u}^{\circ} x_u \quad (6)$$

[0059] 由于 $h_{qx,t-u}^{\circ}$ 也是以 N 为周期, 因此在 $t-u$ 为负数的情况下可以将指数 $t-u$ 增加 N (从而该指数总落在从零到 $N-1$ 的范围内, 这是方便的)。当通过列向量表示该序列时, 方程 6 也可以被写为 (在 $N=4$ 的情况下)

$$[0060] \quad \begin{bmatrix} q_{p,0} \\ q_{p,1} \\ q_{p,2} \\ q_{p,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{qx,0}^{\circ} & h_{qx,3}^{\circ} & h_{qx,2}^{\circ} & h_{qx,1}^{\circ} \\ h_{qx,1}^{\circ} & h_{qx,0}^{\circ} & h_{qx,3}^{\circ} & h_{qx,2}^{\circ} \\ h_{qx,2}^{\circ} & h_{qx,1}^{\circ} & h_{qx,0}^{\circ} & h_{qx,3}^{\circ} \\ h_{qx,3}^{\circ} & h_{qx,2}^{\circ} & h_{qx,1}^{\circ} & h_{qx,0}^{\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

[0061] 在这一方程中的 $N \times N$ 矩阵是循环行列式 (一种其行是前一行的右移版本, 并在边缘处具有卷绕的方矩阵)。当第一行表示为 $\mathbf{h}_{qx}^H$, 其中上标 H 代表厄密共轭转置时, 该循环行列式也可以被写为 $\text{circ}\{\mathbf{h}_{qx}^H\}$ 。使得 $\mathbf{x} \equiv \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$, $\mathbf{C}_{qx} \equiv \text{circ}\{\mathbf{h}_{qx}^H\}$ 以及 $\mathbf{q}_p \equiv \{q_{p,0}, \dots, q_{p,N-1}\}$ 。然后 $\mathbf{q}_p = \mathbf{C}_{qx} \mathbf{x}$ 。类似地, $\mathbf{p}_p = \mathbf{C}_{px} \mathbf{x}$, 从而方程 3 变为

$$[0062] \quad \begin{cases} \mathbf{Q} = \boldsymbol{\mu}_Q + \mathbf{q}_p + \mathbf{Q}_e \\ \mathbf{P} = \boldsymbol{\mu}_P + \mathbf{p}_p + \mathbf{P}_e \end{cases}, \text{ 或者 } \begin{cases} \mathbf{Q} = \boldsymbol{\mu}_Q + \mathbf{C}_{qx} \mathbf{x} + \mathbf{Q}_e \\ \mathbf{P} = \boldsymbol{\mu}_P + \mathbf{C}_{px} \mathbf{x} + \mathbf{P}_e \end{cases} \quad (8)$$

[0063] 离散频域。为了导出频率依赖性阻抗, 必须将方程 8 的模型变换到离散频域。作为对时间-频率分析的提升, 在此进行了简要地总结。给定时间序列 $\mathbf{x} \equiv \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$ 到离散频域的变换将该序列划分为具有离散频率 $f_n \equiv n/N$ (针对 $n=0, \dots, N-1$) 的谐波振荡组。这种振荡通过 N -向量描述

$$[0064] \quad \mathbf{f}_n \equiv \{1, \omega^n, \omega^{n \cdot 2}, \dots, \omega^{nt}, \dots, \omega^{n(N-1)}\}, \quad (9)$$

[0065] 其中 $\omega \equiv \exp(2\pi i/N)$ 并且 $i^2 = -1$ 。归因于欧拉定理,

$$[0066] \quad \exp(2\pi i n t/N) = \cos(2\pi n t/N) + i \sin(2\pi n t/N), \quad (10)$$

[0067] 从而向量 $\mathbf{f}_n$ 实际上描述了沿着实轴和虚轴的具有频率 f_n 的组合振荡。容易示出的是

$$[0068] \quad \mathbf{f}_n^H \mathbf{f}_{n'} = \begin{cases} N, & n = n'; \\ 0, & n \neq n'. \end{cases} \quad (11)$$

[0069] 因此, 范数的平方 $\|\mathbf{f}_n\|^2 = \mathbf{f}_n^H \mathbf{f}_n$ 等于 N , 同时在不同谐波频率处的两个振荡是正交的。

[0070] 通过“标准正交离散傅里叶变换”(ODFT) 矩阵 $\mathbf{F}$ 来执行 $\mathbf{x}$ 到离散频域的变换, 其定义为

$$[0071] \quad \mathbf{F} \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \{\omega^{-nt}\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0^H \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{N-1}^H \end{bmatrix}, \quad (12)$$

[0072] 其中 $n, t = 0, \dots, N-1$ 。这一变换产生了 N - 向量 Fx , 其分量是内积 $\mathbf{f}_n^H \mathbf{x} / \sqrt{N}$ 。从方程 11 可知, F 的行(和列)是标准正交的, 从而该矩阵是酉矩阵,

$$[0073] \quad FF^H = F^H F = I, \quad (13)$$

[0074] 其中 I 是 $N \times N$ 单位矩阵。这允许来自 N 个振荡的 x 的合成,

$$[0075] \quad \mathbf{x} = I \mathbf{x} = F^H F \mathbf{x} = \frac{1}{N} [\mathbf{f}_0 \quad \dots \quad \mathbf{f}_{N-1}] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0^H \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{N-1}^H \end{bmatrix} \mathbf{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{f}_n (\mathbf{f}_n^H \mathbf{x}). \quad (14)$$

[0076] 因此, x 被写为具有频率 f_n 的 N 个谐波振荡的加权和。

[0077] 向量 $\mathbf{f}_n$ 是循环矩阵的特征向量, 从而我们可以写出

$$[0078] \quad C_{qx} \mathbf{f}_n = \mathbf{f}_n H_{qx, n}. \quad (15)$$

[0079] 复数 $H_{qx, n}$ 是针对频率 f_n 的从 x 到 q 的传递函数, 被定义为

$$[0080] \quad H_{qx, n} \equiv \mathbf{h}_{qx}^H \mathbf{f}_n. \quad (16)$$

[0081] 当以类似方式定义 $H_{px, n}$ 时, 针对频率 f_n 的阻抗为

$$[0082] \quad Z_n \equiv H_{px, n} / H_{qx, n}. \quad (17)$$

[0083] 当将特征值代入对角矩阵 $\Lambda_{qx} \equiv \text{diag} \{H_{qx, 0}, \dots, H_{qx, N-1}\}$ 并且将作为列的相应的特征向量代入 $N \times N$ 矩阵 F^H 时, 方程 15 变为

$$[0084] \quad C_{qx} F^H = F^H \Lambda_{qx}. \quad (18)$$

[0085] 循环行列式是正规矩阵(它们与其厄密共轭转置可交换)。方程 18 因此符合谱定理, 该谱定理认为 $N \times N$ 正规矩阵具有 N 个正交的特征向量(在这一情况下, N 个正交的列向量 $\mathbf{f}_n$)。

[0086] 针对离散时间和频率的不确定性原理。 $x \equiv \{x_t\}$ 的分量在时域中被精确地定位, 但是在频域中是不确定的。相反, 傅里叶变换的分量 $F x$ 在频域中被精确地定位, 但是在时域中是不确定的。为了获得在该两个域中都具有小不确定性的信号, 必须要定义不确定性的度量。

[0087] 在假设时间是循环的情况下, Forbes 和 Alonso 的方法看起来是最适合的(见参考文献 3)。现在参照图 3A, 在时域中, 以有规律的间隔将分量的平方 $|x_t|^2$ 作为点质量放置在复平面上的以原点为中心的半径 r_t 的圆形上, 在图 3A 中每个点质量的尺寸对应于每个事件的权重。时间由两个事件之间的弧长度表示。该圆形的圆周是总时间 N (在这一图示中 $N=12$), 从而半径等于 $r_t \equiv N/(2\pi)$ 。在时间 t 的给定事件位于复平面上的点 $r_t \omega^t$ 处。Forbes 和 Alonso (参考文献 3) 提出了几种不确定性的度量。于此使用了一种稍微不同的度量, 其被定义为在时间 t 的每个事件和在参考时间 t_R 的事件之间的距离平方的加权平均,

$$[0088] \quad \Delta_t^2 \equiv \sum_{t=0}^{N-1} |r_t \omega^t - r_t \omega^{t_R}|^2 |x_t|^2 / \sum_{t=0}^{N-1} |x_t|^2. \quad (19)$$

[0089] 这一不确定性度量具有的优点在于其可以容易地被表达为二次型的比率。不失一般性的说, 可以假设 $t_R=0$ (如图 3A 所示)。那么不确定性的平方 Δ_t^2 为

[0090]

$$\Delta_t^2 \equiv r_t^2 \mathbf{x}^H (\Omega - I)^H (\Omega - I) \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2, \quad (20)$$

[0091] 其中对角矩阵 $\Omega \equiv \text{diag}\{1, \omega^1, \dots, \omega^{N-1}\}$ 。可能定义

$$\Delta_t \equiv r_t ||\mathbf{Ax}|| / ||\mathbf{x}||, \quad (21)$$

[0093] 其中 $A \equiv \Omega - I$ 。在物理上, Δ_t^2 是点质量组关于穿过参考点 R (对应于时间 t_R) 的轴 (与该圆形的平面垂直) 的二次惯性矩。如图 3B 中所描绘的, 这一惯性矩与重心直接相关。在几何学上, Δ_t 等于从 R 到两个点中穿过重心的垂直线与该圆相交的一个点的距离。因此, Δ_t 完全通过从重心到 R 的水平距离来确定。如果重心与 R 一致, 那么 $\mathbf{x}$ 的权重完全集中在时间 t_R , 并且 Δ_t 为零。如果重心位于该圆的对点, 那么权重完全集中于那一点并且 Δ_t 是最大的, 等于 $2r_t$ 。因而, 在图 3B 中, 穿过重心 B 的垂直线在点 C 处与该圆形相交。不确定性 Δ_t 等于距离 $\overline{CR}$ 。

[0094] 在频域中, $F\mathbf{x}$ 的分量与频率 $f_n \equiv n/N$ 相关联。可针对频率 $n/N+j$ 将获得相同的分量, 其中 j 是任意整数 (见方程 9, 10)。因此 $F\mathbf{x}$ 的分量在频域中是周期性的, 具有单位周期。因而可以在频域中相对于参考频率 f_R 定义不确定性的相当的度量。再次将 $F\mathbf{x}$ 分量大小的平方作为点质量设置在复平面中的圆形上。现在半径等于 $r_f \equiv 1/(2\pi)$, 从而圆周等于一。如果 $f_R=0$, 那么

$$\Delta_f \equiv r_f ||(\Omega - I)F\mathbf{x}|| / ||\mathbf{x}||. \quad (22)$$

[0096] 对角矩阵 Ω 涉及“时移算子” $T \equiv \text{circ}\{0, \dots, 0, 1\}$ 。 $\mathbf{x}$ 与 T 的自左乘循环地将 $\mathbf{x}$ 的分量向下移位一个位置。从方程 18 很容易可知 $FT^{-1} = \Omega F$ (“移位定理”), 从而

$$\Delta_f = r_f ||(\Omega F - F)\mathbf{x}|| / ||\mathbf{x}|| = r_f ||F(T^{-1} - I)\mathbf{x}|| / ||\mathbf{x}||.$$

[0098] 由于 F 为酉矩阵, 因而 $||F(T^{-1} - I)\mathbf{x}|| = ||(T^{-1} - I)\mathbf{x}||$ 。使得 $B \equiv T^{-1} - I$,

$$\Delta_f \equiv r_f ||B\mathbf{x}|| / ||\mathbf{x}||. \quad (23)$$

[0100] 现在考虑矩阵

$$C \equiv r_t \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

[0102] 可将在时间和频率中的总不确定性表达为比率

[0103]

$$\mathbf{x}^H C^H C \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2 = r_t^2 \mathbf{x}^H (A^H A + B^H B) \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2 = \Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2. \quad (24)$$

[0104] 这一比率 (瑞利商) 可以在从 C 的奇异值平方的最小值到最大值的范围内取值。这针对离散时间和频率产生了相应的不确定性原理,

[0105]

$$\sigma_{\text{最小}}^2 \leq \Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2 \leq \sigma_{\text{最大}}^2. \quad (25)$$

[0106] 因此, 不可能 Δ_t 和 Δ_f 两者都很小, 因为总不确定性 $\Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2$ 应当至少等于 $\sigma_{\text{最小}}^2$ 。在 $\mathbf{x}$ 是与 $\sigma_{\text{最小}}^2$ 对应的 $C^H C$ 的特征向量的情况下, 总不确定性最小。 $C^H C$ 的特征向量可以被认为离散马提厄函数。 $C^H C$ 的有趣特性在于其与 F 可交换, 从而 $C^H C$ 和 F 共享同一个特征向量。 F 的与 $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 对应的特征值等于一, 从而 $F\mathbf{v}_{\text{最小}} = \mathbf{v}_{\text{最小}}$ 。如在图 4A 中所描绘地, 这意味着在 $\mathbf{x}$ 等于 $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 的情况下, $\Delta_t = N\Delta_f$ 。图 4 示出了针对其 $\Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2$ 的和最小的时间序列。在图 4A 中, 针对参考时间 $t_R=0$ 和频率 $f_R=0$ 导出特征向量 (上面的曲线图)。这也是傅里叶矩阵 F (具有单位特征值) 的特征向量, 从而时间序列在转换到离散频域之后保持不变 (下面

的曲线图)。在这些曲线图中,出于视觉原因而将时间和频率的轴循环移位。图 4B 对应于图 4A 但是具有参考频率 $f_r=1/4$ 。在图 4B 中,实心的圆圈代表实值,空心的圆圈代表虚值,并且十字指示绝对值。

[0107] 见下文中题名为“不确定性原理的推导”的部分,其更加详细地分析了不确定性原理。

[0108] 离散时间-频率域。ODFT 将 N 个事件的时间序列划分为具有 N 个不同频率的振荡组。执行时间-频率分析的简单方式是针对 M 个相继事件(其中 $M < N$)的短持续时间序列重复计算 ODFT。因此,该序列被划分为具有频率 $f_m \equiv m/M$ (其中 $m = 0, \dots, M-1$)的 M 个振荡,其相当于离散“短时傅里叶变换”。在用 $v_{\text{最小}}$ 的分量给每个短持续时间振荡“加窗”的情况下,所生成的时间和频率中的不确定性是最小的。

[0109] 对于 M 个事件序列,通过 M - 向量来描述这种加窗振荡

[0110]

$$v_{\text{最小}}^{(m)} = \Omega^m v_{\text{最小}}. \quad (26)$$

[0111] 图 4B 中示出了一例子。注意到 $v_{\text{最小}}^{(m)}$ 实际上是 $v_{\text{最小}}$ 在频域中的循环移位版本。如在图 4 中所图示的以及在下文中“不确定性原理的推导”部分所证明的(见方程 B19),其在时间和频率上具有与特征向量 $v_{\text{最小}}$ 相同的不确定性(在将 f_m 作为参考频率的情况下)。使得 $v_{\text{最小}}^{(m)}$ 的分量通过 $v_{\text{最小}}^{(m)}(i)$ 表示。然后通过 $v_{\text{最小}}^{(m)}$ 的中间插入零而获得描述短持续时间振荡的 N - 向量(从而向量的单峰结构保持完整)。这给出了

[0112]

$$\mathbf{h}_{m,0} \equiv \{v_{\text{最小},0}^{(m)}, \dots, v_{\text{最小},K}^{(m)}, 0, \dots, 0, v_{\text{最小},K+1}^{(m)}, \dots, v_{\text{最小},M-1}^{(m)}\} / \|v_{\text{最小}}\|, \quad (27)$$

[0113] 其中 K 是小于或者等于 $M/2$ 的最小整数。这一振荡以时间 $t = 0$ 和频率 $f_m = m/M$ 为中心。通常,在

$$\mathbf{h}_{m,t} \equiv T^t \mathbf{h}_{m,0} \quad (28)$$

[0115] 中的振荡大约以时间 t 和频率 f_m 为中心。

[0116] 在最小二乘意义上的 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{h}_{m,t}$ 之间的最佳拟合线性关系根据 $\mathbf{x}$ 到 $\mathbf{h}_{m,t}$ 所跨越的(复)一维子空间上的正交投影而得到。考虑到 $\mathbf{h}_{m,t}$ 被定义为单位向量(见方程 27),这一投影为

[0117]

$$\mathbf{h}_{m,t} \mathbf{h}_{m,t}^H \mathbf{x} / \|\mathbf{h}_{m,t}\|^2 = \mathbf{h}_{m,t} \mathbf{h}_{m,t}^H \mathbf{x}. \quad (29)$$

[0118] 对于给定的频率 f_m ,使得 $N \times N$ 矩阵 $\mathbf{M}_m$ 被定义为

$$\mathbf{M}_m \equiv \text{circ}\{\mathbf{h}_{m,0}^H\}. \quad (30)$$

[0120] 这是用作具有共振频率 f_m 的带通滤波器的循环行列式。 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{M}_m$ 的自左乘给出了 N - 向量,其可由波浪号或“波浪符号”表示,

$$\tilde{\mathbf{x}}_m \equiv \mathbf{M}_m \mathbf{x}. \quad (31)$$

[0122] $\tilde{\mathbf{x}}_m$ 的分量是内积 $\tilde{x}_{m,t} \equiv \mathbf{h}_{m,t}^H \mathbf{x}$ 。

[0123] 完全时间-频率变换(TFT)包含针对 $m=0, \dots, M-1$ 的所有频率 f_m 。使得 $MN \times N$ 矩阵 $\mathbf{M}$ 被定义为

[0124]

$$\mathbf{M} \equiv \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{M}_{M-1} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

[0125] 通过 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{M}$ 的自左乘(尤其针对给定的 M) 来执行到“该”离散时间-频率域(该时间-频率域)的变换。这给出了 MN - 向量 $\tilde{\mathbf{x}} \equiv \mathbf{M} \mathbf{x}$ 。反变换意味着再次乘以 $\mathbf{M}^H$ 给出了 $\mathbf{M}^H \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{x}$ 。在下文中的题名为“时间-频率变换的推导”的部分中,示出了 $\mathbf{M}$ 的列是标准正交的,从而

$$[0126] \quad \mathbf{M}^H \mathbf{M} = \mathbf{I}. \quad (33)$$

[0127] 因而反变换恢复了原始时间序列,因为 $\mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{I} \mathbf{x} = \mathbf{x}$ 。这使得 $\mathbf{x}$ 的时间-频率合成可能根据

$$[0128] \quad \mathbf{x} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{h}_{m,t} \tilde{\mathbf{x}}_{m,t}. \quad (34)$$

[0129] 因而时间序列被写为 MN 短持续振荡的加权和,该每个短持续振荡以时间 t 和频率 f_m 为中心(参见,方程 14)。对于给定的 M ,这些振荡根据方程 25 的不确定性原理给出了最佳时间-频率分辨率。如在下文中“不确定性原理的推导”部分所示,可以通过具有 $M' = 10 \cdot \Delta_t$ 非零元素的截断高斯来近似该振荡。

[0130] 激励源的输入。使用谐波振荡组作为激励源输入 $\mathbf{x}$ 是方便的。为了分析数据,则可以选择 TFT 的尺度 M 从而这些振荡的频率与 TFT 的共振频率 f_m 一致。首先考虑具有频率 f_n 和幅值 a_m 的单一的正弦输入。归因于欧拉定理(方程 10),实值谐波振荡是复值振荡与其复共轭的和。因而激励源输入可以被写为

$$[0131] \quad \mathbf{x} = \frac{1}{2} (a_m \mathbf{f}_n + a_m^* \mathbf{f}_n^*), \quad (35)$$

[0132] 其中星号表示复共轭。从方程 9 和 10,可知 $\mathbf{f}_n^* = \mathbf{f}_{N-n}$ 。在 N 是 M 的整数倍的情况下,可将频率 $f_n \equiv n/N$ 与 TFT 共振频率 $f_m \equiv m/M$ 相匹配。如果随后选定 m 从而 $f_n = f_m$,

$$[0133] \quad \tilde{\mathbf{x}}_m = \mathbf{M}_m \left(\frac{1}{2} a_m \mathbf{f}_n + \frac{1}{2} a_m \mathbf{f}_{N-n} \right) \approx \frac{1}{2} a_m \mathbf{f}_n. \quad (36)$$

[0134] 在 M 足够大并且相应的 Δ_f 足够小以通过具有共振频率 $f_n = f_m$ 的 TFT 滤波器来抑制频率 f_{N-n} 的振荡时,后面的近似是有效的。如果在方程 36 中通过把 $\mathbf{M}_{M-m}$ 加入 $\mathbf{M}_m$ 而使得也包括在“互补频率” f_{N-n} (在此等于 f_{M-m}) 处的分量时,那么可以获得在时间-频率域中的激励源输入的完整表示。

[0135] 通过将两个方程都自左乘 $\mathbf{M}$ 而将方程 8 的模型变换到时间-频率域上。专注于感兴趣的频率(例如,方程 35 所描述的受迫振荡的频率),将方程 8 的上面部分乘以 $\mathbf{M}_m$,得到

$$[0136] \quad \mathbf{M}_m \mathbf{Q} = \mathbf{M}_m \mu_Q + \mathbf{M}_m \mathbf{C}_{qx} \mathbf{x} + \mathbf{M}_m \mathbf{Q}_e \quad (37)$$

[0137] 容易示出的是如果 $m \neq 0$ 那么 $\mathbf{M}_m \mu_Q$ 为零。因而,

$$[0138] \quad \tilde{\mathbf{Q}}_m = \mathbf{M}_m \mathbf{C}_{qx} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{Q}}_{e,m} \quad (38)$$

[0139] 由于循环行列式都是可交换的,因此可知 $\mathbf{M}_m \mathbf{C}_{qx} \mathbf{x} = \mathbf{C}_{qx} \mathbf{M}_m \mathbf{x} = \mathbf{C}_{qx} \tilde{\mathbf{x}}_m$ 。如果选定 n 和 m 从而 $f_n = f_m$,那么,使用方程 36 和 15,

$$[0140] \quad \mathbf{C}_{qx} \tilde{\mathbf{x}}_m = \frac{1}{2} a_m \mathbf{C}_{qx} \mathbf{f}_n = \frac{1}{2} a_m \mathbf{f}_n^H \mathbf{H}_{qx,n} = \tilde{\mathbf{x}}_m^H \mathbf{H}_{qx,n} \quad (39)$$

[0141] 当用 $b_{Q,m}$ 表示针对 $f_n=f_m$ 的 $H_{qx,n}$ 时(并且用 $b_{P,m}$ 表示相应的 $H_{px,n}$), 方程 8 的模型简化为

$$[0142] \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{Q}}_m = \tilde{\mathbf{x}}_m b_{Q,m} + \tilde{\mathbf{Q}}_{e,m} \\ \tilde{\mathbf{P}}_m = \tilde{\mathbf{x}}_m b_{P,m} + \tilde{\mathbf{P}}_{e,m} \end{cases} \quad (40)$$

[0143] 针对 $f_n=f_m$ 的阻抗为

$$[0144] \quad z_m \equiv b_{P,m}/b_{Q,m} \quad (41)$$

[0145] 可以将其他振荡组加入方程 35 的激励源输入, 条件是所使用的 TFT 的 Δ_f 足够小从而在时间-频率域上很好将这些振荡进行分离。

[0146] 对时间-频率域中方差的分析。TFT 允许对时间-频率域中方差的分析(见下文中题为“对时间-频率域中方差的分析”的部分)。例如, 流量中噪声的范数的平方(见方程 8)可以被划分为

[0147]

$$\|\mathbf{Q}_e\|^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \|\tilde{\mathbf{Q}}_{e,m}\|^2 \quad (42)$$

[0148] 随机变量 $\|\tilde{\mathbf{Q}}_{e,m}\|^2 / N$ 可以被称为噪声 Q_e 的“TFT 样本功率谱”。假设滤波器 1 的从噪声 1 到 $Q_{e,t}$ 的传递函数(图 2)在 TFT 滤波器的关于 f_m 的通频带中是相对平的。那么 $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,m}$ 被近似地分布为好像其是源自于具有零均值以及方差 $\sigma_{Q,m}^2 I$ 的白噪声。因此, $\|\tilde{\mathbf{Q}}_{e,m}\|^2 / \sigma_{Q,m}^2$ 沿着具有等效自由度 n 的近似卡方分布。见下文中“对时间-频率域中方差的分析”部分针对 n 的推导, 其中只包括了 $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,m}$ 的那些与循环假设无关的分量(以及在互补频率 f_{M-m} 处的分量)。

[0149] 在时间-频率域中的双变量最小二乘法。现在假设在每个时间 t , 新的暂时稳定过程如图 2 的模型所描述的开始。该过程包含 N 个事件并且假设是循环的(也就是, 以 N 为周期)。在时间-频率域中, 该模型变为(从方程 40)

$$[0150] \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} + \tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{P,t,m} + \tilde{\mathbf{P}}_{e,t,m} \end{cases} \quad (43)$$

[0151] 其中该向量现在是“短持续时间” N -向量, 从时间 t 开始。注意到常数 $b_{Q,m}$ 和 $b_{P,m}$ 也已经具有指数 t , 因为它们被假设为针对该过程的开始时间是特定的。因而, 该常数以及模型的输入在不同的时间 t 处是不同的(即使两个过程在时间上重叠)。

[0152] 可以通过将误差向量的范数的平方最小化来从 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 、 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}$ 导出 $b_{Q,t,m}$ 和 $b_{P,t,m}$ 的最佳拟合估计量。这得到了最小二乘估计量 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 和 $\hat{B}_{P,t,m}$ 。该估计关系为

$$[0153] \quad \begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m} + \hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m} \\ \hat{\mathbf{P}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} \hat{B}_{P,t,m} + \hat{\mathbf{P}}_{e,t,m} \end{cases}, \quad (44)$$

[0154] 其中所估计的“预测”向量 $\hat{\mathbf{Q}}_{P,t,m} \equiv \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m}$ 与所估计的“误差” $\hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$ 正交(以及, 类似地, $\hat{\mathbf{P}}_{P,t,m}$ 与 $\hat{\mathbf{P}}_{e,t,m}$ 正交)。在图 5 中, 将向量描绘为箭头并且所有的变量涉及时间指数 t 和频率指数 m (对应于频率 $f_m=m/M$)。具体而言, 在图 5 中, 激励源输入 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 为固定变量, 而流量

$\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 和压力 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}$ 是随机变量。向量 $\hat{\mathbf{Q}}_{p,t,m}$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_{p,t,m}$ 是 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}$ 在 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 所跨越的复一维子空间上的投影(线 1)。阻抗估计量根据 $\hat{\mathbf{P}}_{p,t,m} = \hat{\mathbf{Q}}_{p,t,m} \hat{Z}_{t,m}$ 得出。误差向量 $\hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_{e,t,m}$ 垂直于 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 。每个向量由其长度等于范数的箭头代表。绘制向量之间的角度从而 $\cos^2 \varphi$ 和 $\cos^2 \theta$ 分别等于 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 与 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 之间以及与 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}$ 之间的平方相干性。

[0155] $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 与 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 之间的线性关系的程度表达为“TFT 样本平方相干性”

[0156]

$$K_{Qx,t,m}^2 \equiv \frac{|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}|^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 \|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2} \quad (45)$$

[0157] 随机变量 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} / N$ 可被称为从 x 到 Q 的“TFT 样本交叉谱”。在几何学上, $K_{Qx,t,m}^2$ 等于 $\cos^2 \varphi$,其中 φ 是图 5 中从 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 到 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 的角度。类似的, $K_{Px,t,m}^2$ 等于 $\cos^2 \theta$ 。以标准方式导出最小二乘估计量。这给出了

$$[0158] \quad \hat{B}_{Q,t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} / \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 \quad (46)$$

[0159] 因此, $\hat{B}_{Q,t,m}$ 是从 x 到 Q 的样本交叉谱与 x 的样本功率谱的比率。当以类似方式导出 $\hat{B}_{P,t,m}$ 时,通过

$$[0160] \quad \hat{Z}_{t,m} = \hat{B}_{P,t,m} / \hat{B}_{Q,t,m} \quad (47)$$

[0161] 估计阻抗。

[0162] “实际”阻抗 $z_{t,m}$ 具有实部 $r_{t,m}$ (“电阻”)和虚部 $x_{t,m}$ (“电抗”)。相应的估计量是 $\hat{Z}_{t,m}$ 的实部和虚部,

$$[0163] \quad \hat{Z}_{t,m} = \hat{R}_{t,m} + i \hat{X}_{t,m} \quad (48)$$

[0164] 如在图 6A 中所描绘的,通过复平面中的以 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 为中心的圆形来划界 $b_{Q,t,m}$ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信区域。该置信区域通过

$$[0165] \quad |b_{Q,t,m} - \hat{B}_{Q,t,m}|^2 \leq |\hat{B}_{Q,t,m}|^2 A_{Q,t,m}^2 \quad (49)$$

[0166] 给出。其中 $A_{Q,t,m}^2 \equiv F_\alpha \cdot 2(1 - K_{Qx,t,m}^2) / (\eta - 2) K_{Qx,t,m}^2$,并且 F_α 是 f -分布的上部 $100(1-\alpha)\%$ 点(见下文中题为“置信界限的推导”的部分)。激励源输入 x_t 是无量纲变量,从而 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 具有单位流量(因为从图 5 中 $\hat{\mathbf{Q}}_{p,t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m}$)。于此丢弃了取决于循环假设的值(样本的有效数量为 $N_s = N - M + 1$)。如果原点在该圆形之内,那么将拒绝该关系(然后在 $100 \cdot \alpha\%$ 置信水平处 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 与零没有显著的不同)。因此,从方程 49 可知如果 $A_{Q,t,m} < 1$,那么获得显著性。通过相似的圆形来划界 $\hat{B}_{P,t,m}$ 的置信区域,并且如果 $A_{P,t,m} < 1$,那么 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}$ 之间的关系被认为是显著的。

[0167] 在下文中的题为“置信界限的推导”的部分中,在假设 $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{e,t,m}$ 是不相关的情况下导出针对 $\hat{Z}_{t,m}$ 的置信区域的保守估计。该区域被描述为

[0168]

$$\left| z_{t,m} - \hat{Z}_{t,m} \frac{1 + A_{Q,t,m} A_{P,t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2} \right|^2 \leq \left| \hat{Z}_{t,m} \frac{A_{Q,t,m} + A_{P,t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2} \right|^2 \quad (50)$$

[0169] 参照图 6B, 限制圆形不与估计量 $\hat{Z}_{t,m}$ 同心。 $\hat{Z}_{t,m}$ 的实部和虚部由 $\hat{R}_{t,m}$ 和 $\hat{X}_{t,m}$ 表示。垂直箭头指示针对实部的上部置信界限, 并且水平箭头指示针对阻抗虚部的下部置信界限。针对给定的 $\hat{Z}_{t,m}$ 实现的“实际” $z_{t,m}$ 的分布显然是斜对称的。在图 6B 中, 通过角度 β 确定偏斜度。该偏斜度完全归因于流量中的噪声, 如从 β 和图 5 中的角度 φ 之间的关系看出来的,

[0170]

$$\tan^2 \beta = A_{Q,t,m}^2 = \tan^2 \varphi \cdot F_\alpha \cdot 2 / (\eta - 2) \quad (51)$$

[0171] 如果流量中的噪声为零, 那么 $\varphi = 0$, $K_{Qx,t,m}^2 = 1$ 以及 $A_{Q,t,m}^2 = 0$, 从而 $\beta = 0$ 并且置信区域关于 $\hat{Z}_{t,m}$ 对称。

[0172] 在下文中的题名为“置信界限的推导”的部分中给出了对在假设流量中的噪声或者压力中的噪声为零的情况下会发生什么的进一步分析。然后各个估计量将等于

$$\hat{Z}_{t,m}^{(Q)} \equiv \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m} / \|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2 \text{ 以及 } \hat{Z}_{t,m}^{(P)} \equiv \|\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}\|^2 / \tilde{\mathbf{P}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} \quad (52)$$

[0174] 这相当于时间-频率域中从流量到压力(或者相反地)的线性回归。变量 $\|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2 / N$ 、 $\|\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}\|^2 / N$ 和 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m} / N$ 分别是样本功率和交叉谱。方程 52 的估计量和 $\hat{Z}_{t,m}$ 之间的主要区别在于所估计阻抗的大小。该大小通过下式建立联系

$$|\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}| / K_{Qx,t,m}^2 = |\hat{Z}_{t,m}| = |\hat{Z}_{t,m}^{(P)}| K_{Px,t,m}^2 \quad (53)$$

[0176] 由此可知在噪声存在于流量和压力两者的情况下, 如果替代于 $\hat{Z}_{t,m}$ 而使用了 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$, 那么低估了阻抗的大小(并且如果使用了 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 则为高估)。

[0177] 设置。在使用设备 2 时, 以 800Hz 的采样率来记录流量和压力。以 $\Delta_t = 50$ 来执行 TFT (其相当于 $50/800 = 0.0625\text{s}$)。这将需要 TFT 滤波器的宽度为 $M = 4\pi\Delta_t^2 = 31,416$ 。然而, TFT 滤波器的系数通过 $M' = 10 \cdot \Delta_t = 500$ 的截断高斯来近似(见下文中的“不确定性原理的推导”部分)。频率中的相关不确定性为 $\Delta_f = 1/(4\pi\Delta_t) = 0.0016$ (或者 $0.0016 \times 800 = 1.27\text{Hz}$)。针对 $f_m = 0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03$, 对应于施加的 FOT 频率 8、12、16、20、24Hz 来导出 TFT。针对 $N_s = 500$ 来计算样本功率和交叉谱(也就是, 越过 $500/800 = 0.625\text{s}$ 的时间间隔)。只使用与循环假设无关的数据。这导致样本谱的具有 $\eta = 6.72$ 的近似卡方分布。针对 90% 的置信水平 ($F_\alpha = 4.05$) 来导出阻抗的置信界限。时间-频率谱与原始时间序列在时间上对齐。

[0178] 例子

[0179] 图 7 示出了针对正常受试者的根据时间和频率的估计阻抗 $\hat{Z}_{t,m}$ 的实部和虚部。蓝线表示实部 $\hat{R}_{t,m}$ 并且红线表示虚部 $\hat{X}_{t,m}$ 。灰线表示如图 6B 所描绘的置信界限。8Hz 频率带的右边的轴指示阻抗分量的尺度。在 8Hz 时, 实部 $\hat{R}_{t,m}$ 为正并且在呼吸循环期间波动, 同时虚部 $\hat{X}_{t,m}$ 几乎等于零并且保持相对不变。置信界限给出了在时间过程中 $\hat{R}_{t,m}$ 和 $\hat{X}_{t,m}$ 的变化的统计显著性的直接印象。在较高频率时, $\hat{R}_{t,m}$ 减小而 $\hat{X}_{t,m}$ 逐渐变得更加地正。当受试者按要求

吞咽时该信号被严重地干扰,并伴随着置信区域的大幅度增大。在下文中的“置信界限的推导”部分中示出了相关联的相干谱。

[0180] 图8示出了具有COPD的患者的阻抗,其在呼气期间 $\hat{X}_{t,m}$ 具有大幅度的负摆动(考虑到置信界限,这与吸气值是明显显著不同的)。这种负摆动先前已经在COPD中被描述并且归因于在呼气期间气道的次最大塌陷而与流量限制有关。置信区域在从吸气到呼气的转折点处是最大的,并且反之亦然,这或许归因于干扰受迫振荡的患者自身呼吸的高频内容。见下文针对相干谱的“置信界限的推导”部分。

[0181] 讨论

[0182] 图9是将根据本发明的方法中的步骤进行总结的流程图。在这一示例性实施例中,使用与接口件连接的扩音器来生成压力波(步骤101),该接口件作为与受试者的气道连通的接口设备4。测量通过该接口件4的气体的流量和压力中的振荡,以给出测量值的相应时间序列(步骤103)。在稳态下,可以从安静呼吸受试者的接口件4中的受迫压力振荡推断出呼吸阻抗。由于呼吸系统的力学性质从吸气到呼气常常发生改变,因此该方法估计暂时“稳定”的情况下的阻抗。主要问题在于阻抗是频率依赖性量并且高时间分辨率不可避免地导致低频率分辨率,因而使得估计失真。由于数据包括离散时间序列(在接口件4中流量和压力的连续测量),因此这要求对短时间序列的最佳时间-频率分析。

[0183] 如在以上的“方法”部分所描述地,本发明是基于这样的概念:在假设时间是循环的情况下短时间序列可以是稳定的(见下文)。如所描述地,针对这种时间序列已经导出了新版本的不确定性原理,其对时域和频域中的总不确定性提出了较低的限制。在步骤105中,这一原理用于将每个时间序列的方差划分为与特定的时间和频率相关联的分量(通过到“离散时间-频率域”或者“时间-频率域”的变换)。然后在时间-频率域中的最小二乘分析给出了具有最佳时间-频率分辨率的阻抗的无偏估计量(步骤107)。最后,构建出根据时间和频率的阻抗的置信界限。在下文中总结和讨论了主要步骤。

[0184] 线性模型。呼吸阻抗的估计是基于简单线性模型(方程3,图2)。在设备2的接口件4中的振荡由扩音器6引起。所产生的流量和压力的变化取决于患者呼吸系统的力学性质(那一系统的声学)。在该模型中,其通过两个修改扩音器输入的线性时不变滤波器(图2中的2和3)来表达。所产生的流量和压力的波动受到流量和压力两者中的两个独立噪声源的干扰。通过两个线性滤波器(2和3)来确定呼吸阻抗。

[0185] 可能的噪声源是:1)患者呼吸在受迫振荡频率范围中的分量,其或许是最重要的问题(见参考文献2),2)患者的吞咽、咳嗽或者其他运动,3)心源性振荡,尤其当气道阻力很低时,4)呼吸阻抗本身的时间依赖变化以及5)随机测量误差。

[0186] 先前已经使用了线性模型来解释在类似实验期间流量和压力之间的频率依赖关系(见参考文献2),但是已经指出不能忽略在呼吸系统非线性相互作用。然而,在FOT设备2中流量和压力之间关系的线性描述受到这一事实的支持:压力差别与平均绝对压力相比是很小的。使用阻抗来描述该关系是在这些情况下可预期的驻波的相互作用的简化。然而,主要限制看起来在于在其期间呼吸系统可以被认为是稳定的时间。

[0187] 循环假设。为了解释偶发事件,已经假设流量和压力是具有给定概率分布的随机变量(RVs)。因而流量和压力的N对测量值的短序列被认为是来自有限双变量随机过程的样本(按时间顺序排序的N对RVs组)。在假设双变量随机过程为(二阶)稳定的情况下,在这

种过程中的流量和压力之间的频率依赖关系只可以通过稳定阻抗来描述。这意味着流量和压力的期望值是不变的,并且同时值和相继值之间的协方差是不变的。然而,归因于开始和结束效应,相继值之间的协方差针对有限序列不可能是不变的(除非这些协方差等于零)。

[0188] 然而,就最后的事件先于第一个事件的意义而言,通过假设时间是循环的来解决这一问题。以此方式,相继值之间的协方差可能是不变的,而序列仍然包括的有限数量的 RVs。这是序列的离散和有限的本质的直接结果。想象一个时钟,在其上只可能看到整个的小时(按时间顺序排列的 $N=12$ 事件的序列)。如果你看一点钟(时间 t_1)和两点钟(时间 t_2),可能从 t_1 到 t_2 已经逝去一个小时,但是也可能已经经过 13 小时或者在 t_2 的事件在 t_1 之前的 11 个小时发生。没有进一步的知识,不可能区分一个小时和一个小时加上或减去 12 的整数倍之间的时间差别。这一不确定与“混淆”直接相关(其在人们尝试着从这种时间序列重建连续信号的情况下发生)。尽管如此,在所测量序列的最后部分中的偶然变化可能在两个变量中引起在第一部分中不连续的波动。这将引起阻抗估计的偏差,然而其在所应用的时间-频率分析中被消除了(见以下)。

[0189] 不确定性原理。“时间的不确定性”是时间序列的特性,其表达了该序列的分量在时间中展开的程度。对于离散、有限和循环的时间序列,这给出了如图 3A 所示的图。该时间序列的分量由以有规律的间隔围绕该时间圆形放置的点质量来表示(每个质量等于分量的绝对值的平方)。关于参考点(于此 $t = 0$ 时的点,方程 19)来定义不确定性 Δ_t ,并且该不确定性 Δ_t 与重心紧密相关(方程 B3)。如果时间序列只具有一个非零分量(在时间 $t = 0$),那么重心位于 $t = 0$,并且 Δ_t 为零。如果所有的分量具有相等的权重,那么重心位于中心并且 Δ_t 很大(与时域中的最大展开有关)。

[0190] 类似地,“频率的不确定性” Δ_f 表达在频域中的展开(方程 22)。通过离散傅里叶变换,具有 N 个分量的每一个时间序列可以被写为具有给定幅值和频率的 N 个谐波振荡的和(在离散频域中的表示)。对于离散时间序列,这些频率也是循环的。可以通过与图 3A 中相似地将幅值的平方作为 N 个点质量围绕圆形放置从而将频域中的展开可视化(每个点对应于特定的频率)。

[0191] 对于连续的时间和频率,已经示出了时间不确定性和频率不确定性之间的折衷,由以下的不确定性关系表示

$$[0192] \quad \Delta_t \Delta_f \geq 1/(4\pi) \quad (54)$$

[0193] 这对于连续和无限的时间序列是成立的(在某些情况下)。如果 Δ_t 很小, Δ_f 必须很大,因为乘积应当至少等于 $1/(4\pi)$,并且反之亦然。这一不等式与有名的针对粒子的位置和动量的海森堡不确定性原理是直接相关的。然而,对于离散时间序列,乘积 $\Delta_t \Delta_f$ 的下限为零(也见下文中的“不确定性原理的推导”)。尽管如此,对于 Δ_t 和 Δ_f 的联合值是有限制的。在上文的“方法”部分中(方程 25),示出了对于离散、有限和循环的时间序列,

$$[0194] \quad \Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2 \geq \sigma_{\text{最小}}^2 \quad (55)$$

[0195] 其中 $\sigma_{\text{最小}}$ 是 N 的函数。因而, Δ_t 和 Δ_f 不可能都很小。针对其离散傅里叶变换正好等于原始时间序列的时间序列(图 4A), $\Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2$ 的和是最小的。随着 N 变大,具有时间和频率的最小联合不确定性的这一时间序列近似时间的高斯函数。这一时间序列类似于在量子力学中两个相吸引粒子的最小不确定性状态(所谓的“量子谐振子”)。Forbes 等(见参

考文献 4) 针对这种振子从波动方程导出了类似的时间序列。然而在本发明的情况下, 可以简单地从针对离散和有限时间序列的 Δ_t 和 Δ_f 的定义中导出这一最小不确定性状态。在下文的“不确定性原理的推导”中, 示出了方程 55 的不确定性原理是如何与针对大 N 的伽柏不确定性原理相关的(见图 14)。

[0196] 离散时间-频率域。所提出的时间-频率变换(TFT)将离散和有限时间序列划分为 M 个分量的短持续时间振荡组, 并且 $M \ll N$ (到时间-频率域的变换)。根据方程 55 的原理, 每个振荡以特定的时间和频率为中心, 在两个域中具有最小的不确定性。TFT 相当于加窗的“短期傅里叶变换”或者“移动傅里叶变换”。短持续时间振荡在时间上最大地彼此重叠从而结果与第一个振荡开始的时间无关。只有在时间序列的起点之前开始并且在时间序列的末端之后结束的振荡才依赖于循环假设(在分析中排除这些振荡以避免偏差)。在下文中的“时间-频率变换的推导”部分中, 示出了该变换是“标准正交的”(方程 33), 其意味着在变换到离散时间-频率域之后仍保留着该时间序列中的所有信息。没有增加, 没有损失。逆变换恢复原始的时间序列。

[0197] 确切的说, 不可能涉及“该”离散时间-频率域, 而只可能关于针对选定 M 值的时间-频率域。这一整数确定了每个短期振荡的持续时间, 但是其也等于作为这些振荡的中心的频率(TFT 共振频率)的数量。如下文中“不确定性原理的推导”所示的, 根据方程 55 的不确定性原理的最佳 Δ_t 和 Δ_f 取决于 M (在方程 B8 中用 M 代替 N, 也见图 11)。毫不奇怪的是, M 越大, 相应的最佳 Δ_t 越大并且相应的 Δ_f 越小。在本分析中, 选定 M 从而 Δ_f 足够小以能够区分出由扩音器引起的不同振荡。

[0198] 扩音器的输入。在示例性实施例中, 使用五个谐波振荡的组作为扩音器 6 的输入(分别在频率 8、12、16、20 和 24Hz 处)。对于该分析, 选定 M 的值(实际上是有效值, 见方程 B6)从而以时间单位表达不确定性为 $\Delta_t = 0.0625s$ 和 $\Delta_f = 1.27Hz$ 。只针对这五个频率来计算 TFT 系数, 其相当于具有五个共振频率的带通滤波。一个现有技术方法针对扩音器输入使用单一频率。这给时间-频率分析提出了较少的要求(它们使用具有矩形窗的带通滤波器, 针对给定的 Δ_t 具有比本发明更大的 Δ_f)。对于单一频率, 频率分辨率是较不重要的, 但是其对于滤除患者呼吸的较高次谐波可能仍然是有用的。另一方面, 阻抗的频率依赖性可以提供关于呼吸力学的额外信息。可选地, 可以应用宽带噪声, 其具有的缺点在于输入信号的功率逐渐地分布在所有的频率上, 并在所研究的频率处具有相对小的功率(在扩音器的相同总功率下的较低信噪比)。在仍另一方法中, 应用通气机波形, 其为通气患者建立了非谐波正弦曲线以防止在谐波频率处振荡之间的相互作用。然而这种方法在自由呼吸的受试者中是不适用的。在本发明中, 呼吸系统在谐波频率处的一些干扰的确是可能发生的, 但是在宽带激励之后在系统的频率响应中没有观察到该干扰。

[0199] 对时间-频率域中方差的分析。TFT 的标准正交特性使其可能将随机过程的方差划分为时间-频率依赖性分量, 其给出了时间-频率功率谱(见下文中的“对时间-频率域中方差的分析”)。TFT 样本功率表达了关于给定时间和频率的短持续时间振荡对总样本方差的贡献。因对 TFT 功率谱的分析相当于对时间-频率域中方差的分析(方程 42)。在模型中(方程 43), 假设在流量和压力中具有独立的噪声源, 一起形成了双变量循环稳定随机过程。当丢弃了取决于循环假设的值时, 在时间-频率域中的多个 $N_s = 500$ 相继值被认为是来自这一过程的样本(以 800Hz 采样率的 0.625s 的事件)。假设在每一个瞬间(每秒 800

次)这一类型的新随机过程以不必等于前一个的方差开始。因而,测量值被细分为 500 个值的最大重叠事件,其每一个都被认为是来自不同的稳定随机过程的样本。不假设噪声源是“白”的,而假设在 TFT 滤波器的每个频带中功率是不变的。然后在每个 500 个值的事件期间的平均功率沿着近似卡方分布,针对该分布导出等效自由度。

[0200] 在时间-频率域中的双变量最小二乘法。对于每个 $N_s = 500$ 的相继值事件,通过在时间-频率域中的简单线性回归(方程 44,图 5)来估计在扩音器输入和流量($b_{q,t,m}$)之间的线性关系以及输入和压力($b_{p,t,m}$)之间的关系的系数。这导致了与时间 t 和频率 f_m 相关联的无偏估计量(分别为 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 和 $\hat{B}_{P,t,m}$,见方程 46)。每个估计量是基于在时间-频率域中对于 N_s 值的时间平均功率和交叉谱。随后,通过比率 $\hat{Z}_{t,m} = \hat{B}_{P,t,m} / \hat{B}_{Q,t,m}$ 来估计阻抗。

[0201] N 的选择取决于在其期间系统可以被认为是稳定的时间。对于呼吸,假设阻抗在每个吸气和呼气的中间是近似稳定的情况下,~0.5s 的事件看起来是合理的。在所示的例子中,这运作良好(图 7 和 8)。然而,在大部分的现有技术中,在更长的事件中,通常是大于 10s,将谱平均。一些平均谱值从总共 16s 事件的 ~0.65s 的非重叠部分中导出。然而,非重叠部分的使用与于此使用的最大重叠部分(也即,在 TFT 中使用的 M 个值的部分)相比针对同一长度的事件给出了少很多的自由度。主要问题在于 16s 事件的使用将吸气和呼气之间的可能生理学差别进行了平均,该差别在例如 COPD 的疾病中通常是更显著的。在那一情况下,在 16s 上的流量和压力之间的低相干性不但是噪声的反映,也是阻抗的呼吸内变化性(其是疾病的一部分)的反映。也不应将假定稳定的持续时间选定得太短。在图 8 的例子中,在从吸气到呼气的转折点处的置信间隔相对宽,并且反之亦然。这可能是归因于患者自身呼吸的高频分量。这些变化显然小于 0.5s,从而它们看起来好像是估计中的噪声。假定稳定的持续时间因而应当足够长以将这些变化“解释”为噪声。

[0202] 由于根据两个正态分布 RVs ($\hat{B}_{P,t,m}$ 和 $\hat{B}_{Q,t,m}$) 的比率导出阻抗估计量 $\hat{Z}_{t,m}$,因此其沿着没有期望值的柯西分布。从而,严格来说,在预期值和真实值之间差别的意义上来说, $\hat{Z}_{t,m}$ 是无偏的。尽管如此,由于 $\hat{B}_{P,t,m}$ 和 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 是无偏的正态分布 RVs,因此 $\hat{Z}_{t,m}$ 是具有期望值 $z_{t,m} = b_{p,t,m} / b_{q,t,m}$ 的近似正态分布。Daróczy 和 Hantos (参考文献 2)效仿了类似的方法,根据从扩音器输入分别到流量和压力的回归系数的比率来导出阻抗估计量。基于患者力学性质的简单模型和设备,他们指出在假设噪声只在流量或者压力中出现的情况下,会引入系统误差。已经发现了针对这种偏差的实验证据。然而,其他人假设扩音器生成压力波,并且主要噪声,即患者自身呼吸的高频分量,是纯的流量源(同时在压力中的噪声为零)。如果已经使用了 TFT,那么估计量将是方程 52 中的 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 。另一方面,其他文献使用与方程 52 中的 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 类似的估计量。由于 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 和 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 是假设在压力或者流量中的噪声为零时的最小二乘估计量,因此其在这与事实不一致的情况下导致偏差,这已经由几个作者指出(见参考文献 2)。已经指出在流量和压力之间的相干性很高的情况下这一类型的误差是最小的,并且在事实并非如此的情况下推荐丢弃该估计。这与方程 53 是一致的,从方程 53 可知在相干性倾向于一的情况下, $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 和 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 都接近 $\hat{Z}_{t,m}$ (以及因而实际的 $z_{t,m}$)。关于方程 50 和 51 的讨论也示出流量中的噪声也影响了阻抗的置信区域(尤其是偏斜度参数 $\tan \beta$,见图 6B)。在一个较早的文献中,将带通滤波压力除以流量来获得根据时间的阻抗(见上文)。所生成的阻抗

在数值上等于在流量和压力上具有样本方差的等效贡献的“总体最小二乘”估计。可以预期这些值通常处于与用双变量最小二乘法获得的那些相同的范围(在从输入到流量的相干性等于从输入到压力的相干性的情况下)。然而这一“估计量”不从使其十分容易受到随机误差的影响的平均值中导出。

[0203] 至此,只针对相对长的时间间隔来导出对估计阻抗的置信界限。在本发明实施例中的时间-频率依赖性置信界限提供了对短持续时间序列是来自稳定随机过程的样本的假设是有效的这一持续印象。它们使得在时间过程中测试阻抗变化的显著性是可能的,并且提供了基础以自动拒绝不可靠的估计(如图7中的吞咽期间),这在实时监控中是有实际意义的。

[0204] 图10的流程图更加详细地图示了由根据本发明的设备2执行的方法(并且尤其是由计算机16执行的处理步骤)。与在图9中一样,在步骤121中,使用与被受试者使用的接口件4连接的扩音器6来生成压力波,并且测量经过接口件4的流量的流量和压力中的振荡,并且将其数字化以给出测量值的相应时间序列(步骤123)。因而给出根据离散时间 t 的流量和压力 q_t 和 p_t 。

[0205] 然后,在步骤125中,将时间序列各自变换到离散时间-频率域上以给出根据离散时间 t 和不同频率 $f_m=m/M$ 的流量 $\tilde{q}_{t,m}$ 和压力 $\tilde{p}_{t,m}$,其中 m 是频率指数并且 M 是时间-频率滤波器的有效宽度。选定频率 f_m 从而它们与施加的FOT频率的频率相匹配。

[0206] 步骤125包括针对流量时间序列 q_t 评估:

[0207]

$$\tilde{q}_{t,m} = \sum_{l=-K_1}^{K_1} w_l e^{-2\pi i m l / M} q_{t+l}, \quad (56)$$

[0208] 其中 $i^2=-1$ 并且权重因子 w_l 由时间的高斯函数近似, $w_l = e^{-(l/\Delta_t)^2}$,并且 Δ_t 是选定的时间不确定性。滤波器在 $K_1=5 \cdot \Delta_t$ 处截断。虽然于此描述的权重因子 w_l 由高斯函数近似,但是将理解的是本发明也预期其他窗或者权重因子,例如三角形窗、分段线性近似,或者多项式函数。

[0209] 根据时间和频率的压力 $\tilde{p}_{t,m}$ 类似地从下式导出

[0210]

$$\tilde{p}_{t,m} = \sum_{l=-K_1}^{K_1} w_l e^{-2\pi i m l / M} p_{t+l} \quad (56a)$$

[0211] 然后,在步骤127,导出根据时间和频率的功率和交叉谱。流量的功率由下式给出:

[0212]

$$P_{q,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} |\tilde{q}_{t+l,m}|^2, \quad (57)$$

[0213] 其中 N_S 是在时间-频率域中样本的数量,在 N_S 为奇数并且 $|\cdot|$ 代表绝对值的情况下 $K_2 = \frac{1}{2}(N_S - 1)$ 。

[0214] 由 $P_{p,t,m}$ 表示的压力的功率类似地从下式导出

[0215]

$$P_{p,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} |\tilde{p}_{t+l,m}|^2 \quad (57a)$$

[0216] 在时间 - 频率域中的从扩音器输入 $\tilde{x}_{t,m}$ 到流量 $\tilde{q}_{t,m}$ 的交叉谱通过下式给出：

[0217]

$$C_{xq,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} \tilde{x}_{t,m}^* \tilde{q}_{t,m}, \quad (58)$$

[0218] 其中星号表示复共轭。

[0219] 从扩音器输入到压力的交叉谱 $C_{xp,t,m}$ 以类似的方式从 $\tilde{x}_{t,m}$ 和 $\tilde{p}_{t,m}$ 导出：

[0220]

$$C_{xp,t,m} = \frac{1}{N_S} \sum_{l=-K_2}^{K_2} \tilde{x}_{t,m}^* \tilde{p}_{t,m} \quad (58a)$$

[0221] 在步骤 129, 功率和交叉谱用于确定从扩音器输入分别到流量和压力的传递函数。

[0222] 具体而言, 从扩音器输入到流量的传递函数通过交叉谱与功率的比率给出：

$$B_{xq,t,m} = \frac{C_{xq,t,m}}{P_{x,t,m}}, \quad (59)$$

[0224] 并且类似地导出从扩音器输入到压力的传递函数 $B_{xp,t,m}$ ：

$$B_{xp,t,m} = \frac{C_{xp,t,m}}{P_{x,t,m}} \quad (59a)$$

[0226] 因而, 在步骤 131 中, 可以从传递函数的比率确定呼吸系统的阻抗：

$$Zrs_{t,m} = \frac{B_{xp,t,m}}{B_{xq,t,m}}, \quad (60)$$

[0228] 其具有实分量 $Rrs_{t,m}$ 和虚分量 $Xrs_{t,m}$ 。

[0229] 此外, 可以如下导出呼吸阻抗的置信界限 (步骤 133)。

[0230] 功率和交叉谱的等效自由度 η 通过下式给出：

$$\eta = \frac{(\text{tr}\{P^H P\})^2}{\text{tr}\{(P^H P)^2\}}, \quad (61)$$

[0232] 其中 P 是 $N \times N$ 矩阵, H 代表厄密共轭转置, 并且 $\text{tr}\{\cdot\}$ 代表矩阵的迹。该矩阵 P 被定义为

$$P = S(M_m + M_{m-m})/N_S. \quad (62)$$

[0234] 其中 S 是对角矩阵 S , 其主对角线上具有 N_S 个一 (并且其余为零), 也即

$$S = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0\}. \quad (63)$$

[0236] (移位) 时间 - 频率变换矩阵 M_m 是循环行列式, 针对 $l = -K_3, \dots, K_3$ 和 $K_3 = \frac{1}{2}(N-1)$ (其中 N 为奇数) 其在第一行上的项为 $w_1 e^{2\pi i m l / M}$ 。 F_α 被标记为 $2, \eta-2$ 自由度上的 F - 分布的上部 $100(1-\alpha)\%$ 点。

[0237] 在 $\tilde{x}_{t,m}$ 和 $\tilde{q}_{t,m}$ 之间的平方相干性通过下式给出：

[0238]

$$K_{xq,t,m}^2 = \frac{|C_{xq,t,m}|^2}{P_{x,t,m} \cdot P_{q,t,m}}, \quad (64)$$

[0239] 并且类似地通过下式导出在 $\tilde{x}_{t,m}$ 和 $\tilde{p}_{t,m}$ 之间的平方相干性 $K_{xp,t,m}^2$

[0240]

$$K_{xp,t,m}^2 = \frac{|C_{xp,t,m}|^2}{P_{x,t,m} \cdot P_{p,t,m}} \quad (64a)$$

[0241] 流量相关变量 $A_{q,t,m}^2$ 被定义为

[0242]

$$A_{q,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta - 2} \right) \left(\frac{1 - K_{xq,t,m}^2}{K_{xq,t,m}^2} \right), \quad (65)$$

[0243] 并且以类似的方式从下式导出类似的压力相关变量,表示为 $A_{p,t,m}^2$

[0244]

$$A_{p,t,m}^2 = F_{\alpha} \left(\frac{2}{\eta - 2} \right) \left(\frac{1 - K_{xp,t,m}^2}{K_{xp,t,m}^2} \right) \quad (65a)$$

[0245] 因而,针对呼吸阻抗的实部和虚部的 $100(1-\alpha)\%$ 置信界限分别通过下式给出,

[0246] $Rrs \cdot c_1 \pm c_2$ 以及 $Xrs \cdot c_1 \pm c_2$,

[0247] 并具有 $c_1 = 1 + A_{q,t,m} \cdot c_3$, $c_2 = |Zrs_{t,m}| \cdot c_3$, 以及 $c_3 = \frac{A_{q,t,m} + A_{p,t,m}}{1 - A_{q,t,m}^2}$ 。

[0248] 在 $A_{q,t,m} \geq$ 第一阈值,或者 $A_{p,t,m} \geq$ 第二阈值的情况下,因为不显著而拒绝针对给定时间和频率的呼吸阻抗的估计。在示例性实施例中,将第一阈值和第二阈值设置为 1(一),从而在 $A_{q,t,m} \geq 1$ 或者 $A_{p,t,m} \geq 1$ 的情况下,因为不显著而拒绝针对给定时间和频率的呼吸阻抗的估计。

[0249] 为了处理开始和结束效应,该算法包含几个循环数据缓冲器。

[0250] 测量设备

[0251] 测量。可以用呼吸速度描记头 8 和内置的压力换能器 10 (例如 Jaeger Masterscreen 呼吸速度描记类型 BF/IEC 601-1,胡艾赫伯格,德国)来测量气流。可以利用压差换能器 12(例如 Hans Rudolph 呼吸速度描记放大器 1 系列 1110,肖尼,堪萨斯州)参考周围环境空气来测量在接口件 4 处的压力。可以通过扩音器 6(例如 Jaeger Masterscreen IOS,胡艾赫伯格,德国)来在 FOT 设备 2 中生成压力振荡,通过来自个人计算机 16 (例如 Hewlett Packard Compac dc 7600,帕洛阿尔托,加利福尼亚州)经过模数转换卡 14 (例如 National Instruments PCI-6221,达拉斯,德克萨斯州)并被放大器 18(例如 Harman Kardon HK 970 放大器,华盛顿特区)放大的模拟输出信号来控制该扩音器 6。受试者可以经由与呼吸速度描记头 8 连接的金属网线阻力器 9 来呼入和呼出。模拟输入信号可以经由同一模数转换卡 14 以 800Hz 的采样率被转换为数字序列,并且被存储在个人计算机 16 中。可以通过执行适当的计算机软件的计算机或者处理器 16 来执行输出信号的生成以及数据的分析。

[0252] 可以在覆盖多个呼吸循环的时间期间,例如 90 秒的安静呼吸,使用设备 2 来做出测量。

[0253] 不确定性原理的推导

[0254] 不确定性在时间和频率中的几何学解释。根据方程 20 的定义, 不确定性 Δ_t 与时间序列 $\mathbf{x} \equiv \{x_t\}$ 的“重心”直接相关。在时间序列中的事件被表示为具有值 $|x_t|^2$ 的点质量, 以有规律的间隔围绕复平面上具有半径 r_t 并以原点为中心的圆形的周界放置点质量。每个事件在复平面上的点 $r_t \omega^t$ 处发生, 具有 $r_t \equiv N/(2\pi)$ 以及 $\omega \equiv \exp(2\pi i/N)$ 。加权平均 $\bar{\omega}_t$ 可以被定义为

[0255]

$$\bar{\omega}_t \equiv \sum_{t=0}^{N-1} \omega^t |x_t|^2 / \sum_{t=0}^{N-1} |x_t|^2 \quad (B1)$$

[0256] 重心位于 $r_t \bar{\omega}_t$ 。在矩阵表述中,

[0257]

$$\bar{\omega}_t \equiv \mathbf{x}^H \Omega \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2, \quad (B2)$$

[0258] 其中 $\Omega \equiv \text{diag}\{1, \omega, \dots, \omega^{N-1}\}$ 。利用 Ω 为酉矩阵这一事实, 那么不确定性的平方 Δ_t^2 可以被简化为

$$[0259] \quad \Delta_t^2 \equiv r_t^2 \mathbf{x}^H (\Omega - I)^H (\Omega - I) \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2$$

$$[0260] \quad = r_t^2 \mathbf{x}^H (\Omega^H \Omega + I - \Omega^H - \Omega) \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2$$

$$[0261] \quad (B3)$$

$$[0262] \quad = r_t^2 \mathbf{x}^H [2I - 2 \cdot \frac{1}{2} (\Omega^H + \Omega)] \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2$$

$$[0263] \quad = 2r_t^2 (1 - \text{Re}\{\bar{\omega}_t\}).$$

[0264] 这与针对关于穿过图 12 中的参考点 R 的轴 (与圆形的平面垂直) 的二次惯性矩的“平行轴定理”是一致的。图 12 图示了针对 $N=16$ 的时间不确定性 Δ_t 和 $C^H C$ 的特征向量的重心之间的关系。将特征向量沿着复平面上的以原点为中心具有半径 r_t 的时间圆形映射。以黑点描绘每个特征向量的重心。C 的相应奇异值针对在右边 (接近参考点 R) 的重心是最小的, 并且向着图的左边逐渐增大。针对每个特征向量的不确定性 Δ_t 是从 R 到穿过重心的垂直线与圆形的交叉点之一的倾斜距离。

[0265] 在图 13 的表示中, 从方程 11 可知 $\Delta_t^2 = 2r_t \cdot \overline{AR}$, 其中是 $\overline{AR}$ 图 12 中从 A 到 R 的距离。使用勾股定理, 可知 $\Delta_t = \overline{CR}$, 因为

$$[0266] \quad \overline{CR}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AR}^2 = r_t^2 - (r_t - \overline{AR})^2 + \overline{AR}^2 = 2r_t \cdot \overline{AR}$$

[0267] 在频域中, 可以以类似方式几何解释不确定性 Δ_f 。

[0268] 矩阵 C 的奇异值。通过 $\sigma_{\text{最小}}^2$ 和 $\sigma_{\text{最大}}^2$, C 的最小和最大奇异值的平方来确定方程 25 的不确定性原理。奇异值 σ 可以源自于

$$[0269] \quad \det(C^H C - \sigma^2 I) = 0 \quad (B4)$$

[0270] 其中 $\det(\cdot)$ 代表矩阵的行列式。对于 $N=2$, 很容易可知 $\sigma_{\text{最小}}^2 = 2(2 - \sqrt{2})/\pi^2$ 以及 $\sigma_{\text{最大}}^2 = 2(2 + \sqrt{2})/\pi^2$ 。对于更大的 N, 已经研发出各种策略来导出 C 的奇异值 ($C^H C$ 的特征值)。图 11 示出了根据 N 的 $\sigma_{\text{最小}}$ 和 $\sigma_{\text{最大}}$ 。其示出了针对更大的 N (例如, $N > 15$), $\sigma_{\text{最小}}$ 近似于 $\sqrt{N/2\pi}$ 并且 $\sigma_{\text{最大}}$ 近似于 $N\sqrt{2}/\pi$ 。在时间圆形的半径方面, 这意味中 $\sigma_{\text{最小}} \approx \sqrt{r_t}$ 并且 $\sigma_{\text{最大}} \approx 2\sqrt{2}r_t$ 。

[0271] 使得 $\mathbf{v}$ 是 $C^H C$ 的与奇异值 σ 对应的单位特征向量。正则方程 $(C^H C - \sigma^2 I) \mathbf{v} = 0$ 可以被重写为：

$$\begin{aligned} [0272] \quad & r_t^2 [(\Omega - I)^H (\Omega - I) + (T^{-1} - I)^H (T^{-1} - I)] \mathbf{v} - \sigma^2 \mathbf{v} \\ [0273] \quad & = r_t^2 [\Omega^H \Omega + I - \Omega^H - \Omega + T T^{-1} + I - T - T^{-1}] \mathbf{v} - \sigma^2 \mathbf{v} \\ [0274] \quad & = [r_t^2 (2I - \Omega^H - \Omega) - \sigma^2] \mathbf{v} - r_t^2 (T - 2I + T^{-1}) \mathbf{v} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (B5)$$

[0275] 第一项取决于 $\mathbf{v}$ 的分量沿着实轴与参考点 R 的偏离(参考方程 B3)。第二项可以被视为是 $\mathbf{v}$ 的分量的二次导数(针对离散和循环的时间)。方程 B5 类似于针对量子谐振子的 **Schrödinger** 方程。解决方法可以被认为是离散正交的马提厄函数。与 $\sigma_{\text{最小}}$ 对应的特征向量 $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 是时间的单峰函数(如图 4A)。对于大的 N , 可以由向量 $\mathbf{v}'_{\text{最小}}$ 近似 $\mathbf{v}_{\text{最小}}$, 该向量 $\mathbf{v}'_{\text{最小}}$ 的分量 $v'_{\text{最小},t}$ 是时间的高斯函数,

$$[0276] \quad v'_{\text{最小},t} = v'_{\text{最小},0} \exp[-(t/2\Delta_t)^2] \quad (B6)$$

[0277] 其中在 $t \geq \frac{1}{2}N$ 的情况下必须从 t 中减去 N 。由于在 $t > 5 \cdot \Delta_t$ 的情况下分量 $v'_{\text{最小},t}$ 接近于零, 因此可以通过只使用关于最大值的最大的 $10 \cdot \Delta_t$ 个值并将其余的设置为零来将高斯截断。将所生成的近似特征向量称为 $\mathbf{v}'$, 并且差向量 $\mathbf{d} \equiv \mathbf{v} - \mathbf{v}'$, 可以将范数 $\|\mathbf{d}\|$ 作为由该近似所造成的误差的度量。使用适当的数学软件, 可知在 $N > 75$ 的情况下相对误差 $\|\mathbf{d}\|/\|\mathbf{v}\|$ 小于 0.005。

[0278] 由于 $C^H C$ 与 F 可交换, 因此这些矩阵共享相同的特征向量。由于 $F^4 = I$, 因此 F 的特征值是 1、-1、 i 和 $-i$ 。因此, 对于每一个单元特征向量 $\mathbf{v}$, 时间的不确定性与频率的不确定性直接相关,

$$[0279] \quad \Delta_t = r_t \|(\Omega - I) \mathbf{v} \| = \frac{N}{2\pi} \| (\Omega - I) F \mathbf{v} \| = N \Delta_f \quad (B7)$$

[0280] 这意味着对于每一个特征向量 $\mathbf{v}$, 总不确定性均匀地分布在时间和频率上,

$$[0281] \quad \sigma^2 = \mathbf{v}^H C^H C \mathbf{v} = \Delta_t^2 + N^2 \Delta_f^2 = 2 \Delta_t^2 = 2 N^2 \Delta_f^2 \quad (B8)$$

[0282] 从而, 对于每一个特征向量 $\mathbf{v}$, $\Delta_t = N \Delta_f = \sigma / \sqrt{2}$ 。注意到根据方程 B6 的 $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 的高斯近似可以被重写为 $v'_{\text{最小},t} = v'_{\text{最小},0} \exp[-\frac{1}{2}(t/\sigma_{\text{最小}})^2]$ 。总不确定性 $\sigma_{\text{最小}}^2$ 因而等于这一高斯函数的方差。方程 B8 也暗示, 对于 $N > 15$, 对应于最小和最大总不确定性的 Δ_t 的值分别是 $\Delta_{t,\text{最小}} = \sigma_{\text{最小}} / \sqrt{2} \approx \sqrt{r_t/2}$ 和 $\Delta_{t,\text{最大}} = \sigma_{\text{最大}} / \sqrt{2} \approx 2r_t$ 。后者是直观上合理的, 因为 $2r_t$ 是在时间圆形之内最大的可能的 Δ_t (见图 13)。图 13 图示了针对 $N = 16$ 的时间不确定性 Δ_t 和频率不确定性 Δ_f 之间的关系。针对所有可能 N - 向量 $\mathbf{x}$ 的可达区域被具有半径 $\sigma_{\text{最小}}$ 和 $\sigma_{\text{最大}}$ (C 的最小和最大奇异值) 的两个圆形界定。在图 13 中, r_t 是时间圆形的半径, 黑点属于 $C^H C$ 的特征向量, $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 和 $\mathbf{v}_{\text{最大}}$ 是对应于 $\sigma_{\text{最小}}$ 和 $\sigma_{\text{最大}}$ 的特征向量, $\mathbf{e}_0$ 和 $\mathbf{e}_8$ 是对应于 $t=0$ 和 $t=8$ 的正则向量, $\mathbf{f}_0$ 和 $\mathbf{f}_8$ 是具有频率 $f_n=0$ 和 $f_n=8/16=1/2$ 的谐波振荡。

[0283] 如以上所述, 图 12 示出了针对在 $N=16$ 的时间圆形中的所有特征向量 $\mathbf{v}$ 的重心。由于 $C^H C$ 是正规矩阵, 因此其根据谱定理具有 N 个正交特征向量。如从方程 B3 显而易见的, 相应的 Δ_t 取决于复平面中从 R 到重心的水平距离。从图 12, 其可以被理解为从 R 到圆形与穿过重心的垂直线的交叉点的弦的长度。最接近 R 的重心对应于 $\sigma_{\text{最小}}$ 。处于更远的重心对应于越来越大的 σ (并且 $\Delta_t = \sigma / \sqrt{2}$) 值。对于相对大的 N , $\mathbf{v}_{\text{最小}}$ 的重心和 R 之间的距

离接近 $1/4$, 这从方程 B3 可知, 并且发现 $\Delta_{t, \text{最小}}$ 接近 $\sqrt{r_t}/2$ 。在有两个具有相同特征值 $\sigma^2 = N^2/\pi^2$ 的正交特征向量的意义上而言, $C^H C$ 的特征值具有多样性。这种特征值的多样性只可能在 N 被四整除的情况下发生。这两个正交特征向量的重心都位于虚轴上。它们具有相同的 Δ_t , 等于 $\sigma/\sqrt{2} = N/(\sqrt{2}\pi) = \sqrt{2}r_t$ 。相应的 Δ_f 等于 $\Delta_t/N = 1/(\sqrt{2}\pi) = \sqrt{2}r_f$ 。这两个特征向量在时域和频域上都具有最大的可能展开 (等于在重心将位于时间和频率圆形两者的中心处的情况下将会获得的值)。对应于 σ 的更大值的特征向量与更大的“不确定性” Δ_t 相关联 (相对于 R), 但是在时间中具有较小的展开。向量的权重实际上变得越来越集中于时间和频率圆形两者的对侧, 直到针对特征向量 $v_{\text{最大}}$ 实现最大的总不确定性 $\sigma_{\text{最大}}^2$ 并且 Δ_t 差不多等于 $2r_t$ 。注意图 12 中的明显的对称性 (重心在虚轴上反映)。

[0284] 图 13 示出了根据 Δ_t 的 $N\Delta_f$ 。归因于方程 25 的不确定性原理, 可达区域被具有半径 $\sigma_{\text{最小}}$ 和 $\sigma_{\text{最大}}$ 的两个以原点为中心的圆形界定。这并不意味着在这些圆形之间的所有的值都是可能的, 并且在该圆形外部的所有的值都是不可能的。属于 $C^H C$ 的特征向量的坐标都位于同一条线上 (归因于方程 B7)。也示出了一些极端例子。一个是正则向量 $e_0 \equiv \{1, 0, \dots, 0\}$ 。其“权重” $\|x\|^2 = |x_0|^2 + \dots + |x_{N-1}|^2$ 完全集中于 $t=0$, 从而 Δ_t 为零。到频域的变换给出了

$$[0285] \quad F e_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} f_0^* & \dots & f_{N-1}^* \end{bmatrix} e_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} f_0^* = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{1} \quad (B9)$$

[0286] 其中 f_n 在方程 9 中定义, ‘*’ 符号代表复共轭, 并且 $\mathbf{1}$ 是只包含一的 N - 向量。因而, e_0 的权重在频域中均匀地分布在所有频率上, 并且 $\Delta_f = \sqrt{2}r_f$ 或者 $N\Delta_f = \sqrt{2}r_t$ 。另一极端是 e_8 。(使得正则向量 e_t 被定义为 $\{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}$, 其中一位于从零开始的第 t 个位置。) e_8 的权重完全集中在复平面上的点 $(-r_t, 0)$, 因此 Δ_t 是最大的, 等于 $2r_t$ 。在频域中,

$$[0287] \quad F e_8 = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} f_0^* & \dots & f_{N-1}^* \end{bmatrix} e_8 = \frac{1}{\sqrt{N}} f_8^* \quad (B10)$$

[0288] 列向量 f_8^* 描述了具有频率 $f_n = 8/16 = 1/2$ 的谐波振荡。其分量的平方也均匀地分布在所有频率上, 从而 $N\Delta_f = \sqrt{2}r_t$ 。从时域开始, 其他极端是振荡 f_0 , 其权重均匀地分布在时域上, 并且急剧地集中在频域的 $f_n = 0$ ($\Delta_t = \sqrt{2}r_t$ 和 $\Delta_f = 0$), 以及 f_8 , 其权重也均匀地分布在时域上但是急剧地集中在频域的 $f_n = 1/2$ (从而 $\Delta_t = \sqrt{2}r_t$ 并且 $N\Delta_f = 2r_t$)。由于针对 Δ_t 和 $N\Delta_f$ 的可能值被限制在范围 $[0, 2r_t]$, 因此可以预期所有的可能组合 $(\Delta_t, N\Delta_f)$ 被限制在图 13 中的被 $v_{\text{最小}}$ 、 e_0 、 f_8 、 $v_{\text{最大}}$ 、 e_8 和 f_0 的坐标所包围的区域中。这些极端向量也是一般规则的例证: 进行时间序列向量 x 的傅里叶变换 (经由与 F 的自左乘) 交换了图 13 的曲线图中的 $(\Delta_t, N\Delta_f)$ 坐标。不同的在于: 针对和 x 和 Fx 的坐标在标识 (identity) 线上反映。其可以很容易地通过使用方程 21 和 23 来验证。

[0289] 与伽柏不确定性原理的比较。由伽柏在 1946 年描述的不确定性原理 (见下文中的参考文献 5) 确定了针对连续时间和频率的乘积 $\Delta_t \Delta_f$ 的下界限,

$$[0290] \quad \Delta_t \Delta_f \geq \frac{1}{4\pi} \quad (B11)$$

[0291] 这一不等式是如何与根据方程 25 的针对离散时间和频率的不确定性原理相关的？在方程 B11 中， Δ_t^2 也被定义为关于与 $t = 0$ 的点垂直的轴的二次惯性矩，但是时间当前被映射在无限的线上（或者具有无限半径的圆形上）。在方程 B11 的推导中，假设平均时间为零（重心位于 $t = 0$ ）。对于频域中的展开也是一样的（无论频率不是离散且周期性的而是连续且无限的这一事实）。

[0292] 方程 B11 和方程 B25 的不等式之间的主要差别在于这一事实：根据伽柏不确定性原理，针对具有任意非零 Δ_t 值的 t 的高斯函数（具有如方程 B6 的相同形式）获得 $\Delta_t \Delta_f$ 的下界限（见参考文献 5）。这是线性独立的（无限的）向量组。然而，针对 $C^N C$ 的唯一一个特征空间（ $v_{\text{最小}}$ 所跨越的复一维子空间）而获得根据方程 25 的总不确定性 $\Delta_t^2 + N\Delta_f^2$ 的下界限，其对应于 Δ_t 的一个单一值（等于 $\sigma_{\text{最小}}/\sqrt{2}$ ）。另一方面，在这一特征空间中的向量确实获得了伽柏不确定性原理的下界限（在如 $N \rightarrow \infty$ 的界限情形中）。对于 $C^N C$ 的每一个特征向量，从方程 B8 可知

[0293]

$$\Delta_t \Delta_f = \Delta_t^2 / N = \sigma^2 / (2N) \quad (B12)$$

[0294] 对于 $v_{\text{最小}}$ （或者在相应特征空间中的任何其他向量），随着 N 变大， σ 接近 $\sqrt{N/(2\pi)}$ （图 11）。然后数值近似示出了，随着 $N \rightarrow \infty$ ，

[0295]

$$\Delta_{t,\text{最小}} \Delta_{f,\text{最小}} \uparrow \frac{N}{2\pi} \cdot \frac{1}{2N} = \frac{1}{4\pi} \quad (B13)$$

[0296] 然而对于有限 N ， $1/(4\pi)$ 不是针对 $\Delta_t \Delta_f$ 的绝对下界限。对于 e_0 和 f_0 ，乘积为零，并且小随机数的相加示出了针对稍微不同的向量其接近于零。

[0297] 在我们考虑源自于针对更短时间序列（包含 M 个事件，具有 $1 < M \leq N$ ）而导出的 $v_{\text{最小}}$ 向量的 N - 向量的情况下，两个不确定性原理之间的关系变得更加明显。见图 14 的例子，其中从 8×8 的矩阵 $C^N C$ 导出 $v_{\text{最小}}$ 。F $v_{\text{最小}}$ 的分量示出为频率 f_n 的函数（黑点）。这些频率是 $1/8$ 的倍数。在 8 - 向量 $v_{\text{最小}}$ 的两个最小分量之间插入一组 8 个零（从而向量的单峰结构在圆形时间基础上保持完整），这导致 16 - 向量

$$\{v_{\text{最小},0}, v_{\text{最小},1}, \dots, v_{\text{最小},4}, 0, \dots, 0, v_{\text{最小},5}, \dots, v_{\text{最小},8}\} \quad (B14)$$

[0299] 这给出了 Δ_t 的稍微增加（从 0.7583 到 0.7900）以及频率 Δ_f 的几乎可忽略的增加（从 0.0948 到 0.0949）。在图 14 中的空心圆圈表示当在时域中的特征向量的两个最小值之间插入八个零的组时在频域中的插值，连续线表示作为在时域中添加的零的数量的插值倾向于是无限的。所生成的 16 - 向量导致在频域中的 $1/16$ 倍数频率处的内插（空心圆圈）。这是频域中公知的内插形式（通过时域中的“零填充”）。

[0300] 以此方式，对于给定的 N ，可以通过将零填入从 $M \times M$ 矩阵 $C^N C$ 获得的较小 M - 维 $v_{\text{最小}}$ 向量而导出多个 $N-1$ 向量。普通的例子是通过将零填入针对 $M = 1$ 的“ 1 - 向量” $v_{\text{最小}} = 1$ 而导出的 e_0 。图 15 示出了针对 $N=16$ 的 $N\Delta_f$ 对比 Δ_t 的曲线图中的相应不确定性。这些值在区域 I 中出现，由线 $\Delta_t = 0$ 、 $\Delta_t = \sqrt{r_t/2}$ 、 $N\Delta_f = \sqrt{r_t/2}$ 和 $N\Delta_f = \sqrt{2} \cdot r_t$ 划界。针对 $M=1$ 的值与 e_0 一致，针对 $M=2$ 的值由箭头指出，并且针对更大 M 的值逐渐地接近针对 $M = N = 16$ 的值，位于标识条线（其对应于针对 $N=16$ 的 $v_{\text{最小}}$ ）上。对于相对大的 M ，零的加入也很难改变

Δ_t 和 Δ_f , 同时相关的 σ 接近 $\sqrt{M/(2\pi)}$, 从而

[0301]

$$\Delta_t \cdot N \Delta_f \approx \sqrt{\frac{M}{4\pi}} \cdot N \cdot \frac{1}{M} \sqrt{\frac{M}{4\pi}} = \frac{N}{4\pi} \quad (B15)$$

[0302] 因此, 在图 15 中在双曲线 $x \cdot y = N/(4\pi)$ 的稍微之下绘出了针对相对大 M 的值。随着时间的进行以及 N 变得更大, 一串值沿着这一双曲线增大, 并且在标识线处出现新的值。如果比对 Δ_t 绘出 Δ_f , 那么通过 $x \cdot y = 1/(4\pi)$ 给出相关双曲线, 并且该双曲线在伽柏不确定性原理的下界限处包含与不同高斯对应的所有可能值。

[0303] 没有正式的数学证明, 人们可想像从针对 $M < N$ 的 $v_{\text{最小}}$ 导出的 N - 向量给图 15 的 $(\Delta_t, N \Delta_f)$ - 平面中的可达区域造成了进一步的限制。由于这些向量针对 M 个非零事件的序列具有最小的可能总不确定性, 因此可以预期在由图 15 中的黑点标记的区域外部将不会出现值。这对于区域 II 中的值也是成立的, 该值通过区域 I 中的向量与 Ω^8 的自左乘导出, 并在频域中循环地将向量移位(至频率圆形的相对部分), 而不改变时域中的权重。因而, 最大化这些向量的 Δ_f 而不改变 Δ_t 。相反, 从区域 I 中的向量与在时域中循环地移位向量的 T^8 自左乘(因而最大化 Δ_t 而不改变 Δ_f) 而获得在区域 VI 中的点。在区域 V 中的向量是通过将区域 II 中的向量与 T^8 自左乘而得到的。在区域 VIII 中的向量是通过将区域 I 中的向量进行傅里叶变换(与 F 自左乘意味着在标识线中的反映)而得到的。将这些向量与 Ω^8 自左乘给出了区域 III 中的向量, 与 T^8 自左乘给出了区域 VII 中的向量, 并且将后者再次与 Ω^8 自左乘给出了区域 IV 中的向量。(很明显的是从一个时间-频率区域到另一个时间-频率区域具有很多方式, 例如, 将区域 VI 中的向量进行傅里叶变换将它们移至区域 III)。总之, 可以预期到 $\Delta_t, N \Delta_f$ 的可能组合被限制于由图 15 中的黑点(和空心圆圈)描绘轮廓的铲状区域。

[0304] 针对非零平均时间和频率的不确定性原理。如果允许方程 19 中的参考时间 t_R 为非零, 那么

$$[0305] \quad \Delta_t^2 \equiv r_t^2 \mathbf{x}^H (\Omega - \omega^{t_R} I)^H (\Omega - \omega^{t_R} I) \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|^2, \text{或者}$$

$$[0306] \quad \Delta_t \equiv r_t \left\| (\Omega - \omega^{t_R} I) \mathbf{x} \right\| / \|\mathbf{x}\| \quad (B16)$$

[0307] 类似的, 对于非零参考频率 $f_R \equiv n_R/N$,

$$[0308] \quad \Delta_f \equiv r_f \left\| (\Omega - \omega^{n_R} I) F \mathbf{x} \right\| / \|\mathbf{x}\| = r_f \left\| (T^{-1} - \omega^{n_R} I) \mathbf{x} \right\| / \|\mathbf{x}\| \quad (B17)$$

[0309] 使得 $A_R \equiv \Omega - \omega^{t_R} I, B_R \equiv T^{-1} - \omega^{n_R} I$ 以及

$$[0310] \quad C_R \equiv r_t \begin{bmatrix} A_R \\ B_R \end{bmatrix}$$

[0311] 当仍然相对于 $t_R=0$ 和 $f_R=0$ 定义 C 时, 那么 $C_R^H C_R$ 和 $C^H C$ 被证明是类似的,

$$[0312] \quad (C_R^H C_R) T^{t_R} \Omega^{n_R} = T^{t_R} \Omega^{n_R} (C^H C) \quad (B18)$$

[0313] 这通过使用对于任意整数 k, n 都是有效的关系 $T^k \Omega^n = \omega^{-nk} \Omega^n T^k$ 而很容易示出。从而, 如果 $(\sigma^2, \mathbf{v})$ 是 $C^H C$ 的特征值-特征向量对, 那么

$$[0314] \quad (C_R^H C_R) T^{t_R} \Omega^{n_R} \mathbf{v} = \sigma^2 T^{t_R} \Omega^{n_R} \mathbf{v} \quad (B19)$$

[0315] 意味着 $T^{t_R} \Omega^{n_R} \mathbf{v}$ 是具有特征值 σ^2 的 $C_R^H C_R$ 的特征向量。由此可知 $T^{t_R} \Omega^{n_R} \mathbf{v}$ 相对于 t_R

的时域不确定性以及相对于 f_R 的频域不确定性等于 v 相对于在该两个域中的零的不确定性。这并不令人意外。即使在频域(通过 Ω^{n_R})和时域(通过 T^{t_R})中的循环移位之后, $T^{t_R} \Omega^{n_R} \mathbf{v}$ 分量的绝对值的平方(“权重”)等于 v 的绝对值的平方。

[0316] 时间-频率变换的推导

[0317] 时间-频率变换矩阵 M 的列是标准正交的,

$$[0318] \quad M^H M = I \quad (C1)$$

[0319] 这可以证明如下。该乘积可以被写为循环矩阵的和,

$$[0320] \quad M^H M = \frac{1}{M} \begin{bmatrix} M_0^H & \cdots & M_{M-1}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ \vdots \\ M_{M-1} \end{bmatrix} \quad (C2)$$

$$[0321] \quad = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} M_m^H M_m.$$

[0322] 由于 $\mathbf{h}_m^H$ 与 T^{-1} 的自右乘意味着其分量循环移位至右边, 因此循环行列式 M_m 也可以被写为

$$[0323] \quad M_m = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_m^H \\ \mathbf{h}_m^H T^{-1} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_m^H T^{-N+1} \end{bmatrix}. \quad (C3)$$

[0324] 由于循环行列式是正规矩阵, 因此它们与其厄密共轭转置可交换,

$$[0325] \quad M_m^H M_m = M_m M_m^H$$

[0326]

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{h}_m^H \\ \mathbf{h}_m^H T^{-1} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_m^H T^{-N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_m & T \mathbf{h}_m & \cdots & T^{N-1} \mathbf{h}_m \end{bmatrix} \quad (C4)$$

$$[0327] \quad = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_m & \mathbf{h}_m^H T \mathbf{h}_m & \mathbf{h}_m^H T^2 \mathbf{h}_m & \cdots & \mathbf{h}_m^H T^{N-1} \mathbf{h}_m \\ \mathbf{h}_m^H T^{-1} \mathbf{h}_m & \mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_m & \mathbf{h}_m^H T \mathbf{h}_m & \cdots & \mathbf{h}_m^H T^{N-2} \mathbf{h}_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$[0328] \quad = \text{circ}\{\mathbf{g}_m^H\},$$

[0329] 其中 $\mathbf{g}_m \equiv \{\mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_m, \mathbf{h}_m^H T^{-1} \mathbf{h}_m, \dots, \mathbf{h}_m^H T^{-N+1} \mathbf{h}_m\}$ 是 $\mathbf{h}_m$ 的“复自相关”。

[0330] 其分量是

[0331]

$$g_{m,u} \equiv \begin{cases} \mathbf{h}_m^H T^{-u} \mathbf{h}_m, & 0 \leq u \leq M-1, \text{ 或者 } N-M+2 \leq u \leq N-1; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (C5)$$

[0332] 根据 N -向量 $\mathbf{h}_m$ 的定义(方程 26 和 27), 其也可以被写为 $\Omega^{-mN/M} \mathbf{h}_0$ 。使用 $T^k \Omega^n = \omega^{-nk} \Omega^n T^k$, 可知非零分量等于

$$[0333] \quad \mathbf{h}_m^H \mathbf{T}^{-u} \mathbf{h}_m = \mathbf{h}_0^H \Omega^{-mN/M} \mathbf{T}^{-u} \Omega^{mN/M} \mathbf{h}_0$$

$$[0334] \quad (C6)$$

$$[0335] \quad = \omega^{muN/M} \mathbf{h}_0^H \mathbf{T}^{-u} \mathbf{h}_0 = e^{2\pi i mu/M} a_u,$$

[0336] 其中 $a_u = \mathbf{h}_0^H \mathbf{T}^{-u} \mathbf{h}_0$ 。当在 m 上使这些分量相加时,我们有

[0337]

$$\sum_{m=0}^{M-1} g_{m,u} = \sum_{m=0}^{M-1} e^{2\pi i mu/M} a_u = \begin{cases} a_0 M, & u=0; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (C7)$$

[0338] 其是根据 $\{e^{2\pi i mu/M}\}$ 是针对 $m=0, \dots, M-1$ 的几何级数的事实而得出的。注意到 $a_0 = \mathbf{h}_0^H \mathbf{T}^0 \mathbf{h}_0 = \|\mathbf{h}_0\|^2 = 1$, 因为采用的 $\mathbf{h}_m$ 是单位向量。因此, 在方程 C2 中的和可以被重写为

$$[0339] \quad \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \text{circ}\{\mathbf{g}_m^H\}$$

$$[0340] \quad (C8)$$

$$[0341] \quad = \frac{1}{M} \text{circ}\left\{\sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{g}_m^H\right\} = \frac{1}{M} \text{circ}\{M, 0, \dots, 0\} = I,$$

[0342] 这完成了方程 C1 的证明。

[0343] 在 $\mathbf{h}_0$ 通过具有不确定性 Δ_t 和 $M' = 10 \cdot \Delta_t$ 非零分量的截断标准高斯来近似的情况下(使用方程 B4), 标准正交特性(方程 C1)是仍然成立的, 因为其不取决于对 $\mathbf{h}_0$ 的选择(假设 $\|\mathbf{h}_0\|=1$)。

[0344] 时间-频率合成。标准正交特性的直接必然结果是给定的时间序列向量 $\mathbf{x}$ 可以被写为短持续时间振荡的加权和(方程 34)。使用方程 28 的定义,

$$[0345] \quad \mathbf{x} = I \mathbf{x} = \mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{x}$$

$$[0346] \quad = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{m,0} & \dots & \mathbf{h}_{m,N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{m,0}^H \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{m,N-1}^H \end{bmatrix} \quad (C9)$$

$$[0347] \quad = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{h}_{m,t} \mathbf{h}_{m,t}^H \mathbf{x} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{h}_{m,t} \tilde{\mathbf{x}}_{m,t}.$$

[0348] 对时间-频率域中方差的分析

[0349] TFT 的标准正交特性的另一直接必然结果是在变换之后仍然保持 N - 向量 $\mathbf{x}$ 的“能量”(范数的平方),

$$[0350] \quad \|\mathbf{x}\|^2 = \mathbf{x}^H I \mathbf{x} = \mathbf{x}^H \mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{x} = \|\mathbf{M} \mathbf{x}\|^2 = \|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 \quad (D1)$$

[0351] 这允许对时间-频率域中“方差的分析”(ANOVA)。以上也意味着 $\mathbf{x}$ 的能量可以被划分为 M 个频率依赖性分量,

$$[0352] \quad \|\mathbf{x}\|^2 = \frac{1}{M} \mathbf{x}^H \left(\sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m \right) \mathbf{x}$$

$$[0353] \quad = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{x}^H \mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m \mathbf{x} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{M}_m \mathbf{x}\|^2 \quad (D2)$$

$$[0354] \quad = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \|\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2.$$

[0355] 假设随机 N - 向量 $\mathbf{X}$ 具有多元正态分布, 其期望值 $E\{\mathbf{X}\}=0$ 并且方差 $\text{var}\{\mathbf{X}\}=\sigma^2\mathbf{I}$ 。那么二次型 $\|\mathbf{X}\|^2/\sigma^2$ 以 N 个自由度上的卡方分布。根据方程 D2, $\|\mathbf{X}\|^2$ 可以被划分为 M 个频率依赖性分量 $\|\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2$ 。二次型 $\|\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2/N$ 可被称为 $\mathbf{X}$ 的针对频率 f_m 的“TFT 样本功率谱”。对于白噪声, 这一 RV 的期望值是

$$[0356] \quad E\{\|\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2/N\} = E\{\|\mathbf{M}_m\mathbf{X}\|^2/N\} = E\{\mathbf{X}^H\mathbf{M}_m^H\mathbf{M}_m\mathbf{X}\}/N$$

$$[0357] \quad \sigma^2 \text{tr}\{\mathbf{M}_m^H\mathbf{M}_m\}/N,$$

[0358] 其中 $\text{tr}\{\cdot\}$ 代表矩阵的迹。使用方程 C4, 由此可知 $\text{tr}\{\mathbf{M}_m^H\mathbf{M}_m\} = N\mathbf{h}_m^H\mathbf{h}_m = N$, 从而

[0359]

$$E\{\|\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2/N\} = \sigma^2 \quad (D3)$$

[0360] 然而归因于循环假设, 根据以上定义的样本功率谱对于偏差是灵敏的。注意到 $\tilde{\mathbf{x}}_m \equiv \mathbf{M}_m\mathbf{X}$ 的分量是从 $\mathbf{X}$ 通过与具有 M 个非零元素的线性时不变滤波器的循环卷积(方程 26-31) 而导出。这一滤波器的结构使得 $\tilde{\mathbf{x}}_m$ 的第一个 $M-K-1$ 和最后的 K 分量依赖于循环假设(假设这些整数大于零), 其中 K 是小于或等于 $M/2$ 的最大整数。归因于循环假设, 因而获得的无偏差功率估计量具有“选择矩阵” $\mathbf{S}$, 定义为

[0361]

$$\mathbf{S} = \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{M-K-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{N-M+1}, \underbrace{0, \dots, 0}_K\} \quad (D4)$$

[0362] $\tilde{\mathbf{x}}_m$ 与 $\mathbf{S}$ 的自左乘选择了 $\tilde{\mathbf{x}}_m$ 的与循环假设无关的分量, 这给出了无偏的二次型 $\|\mathbf{S}\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2$ 。当也包括互补频率 f_{M-m} 时, “总”无偏样本功率可被定义为

[0363]

$$P_{X,m} = \begin{cases} \|\mathbf{S}\tilde{\mathbf{x}}_m\|^2/N_s, & m=0 \text{ 或者 } m=\frac{1}{2}; \\ \|\mathbf{S}(\mathbf{M}_m + \mathbf{M}_{M-m})\mathbf{X}\|^2/(2N_s), & \text{其他.} \end{cases} \quad (D5)$$

[0364] 在时间 - 频率域中“样本”的数量是 $N_s = N-M+1$ 。

[0365] 样本功率(用 σ^2 除)沿着具有等效自由度(EDOFs)的近似卡方分布

$$[0366] \quad \eta = 2 \cdot (E\{P_{X,m}\})^2 / \text{var}\{P_{X,m}\} \quad (D6)$$

[0367] 使得针对 $m \neq 0$ 以及 $m \neq \frac{1}{2}$, $P \equiv \mathbf{S}(\mathbf{M}_m + \mathbf{M}_{M-m})\mathbf{X} / (2N_s)$, 针对零均值白噪声 $\mathbf{X}$,

$$[0368] \quad E\{P_{X,m}\} = \sigma^2 \text{tr}\{P^H P\}, \quad (D7)$$

$$[0369] \quad \text{var}\{P_{X,m}\} = 2\sigma^4 \text{tr}\{(P^H P)^2\},$$

[0370] 其给出了

$$[0371] \quad \eta = (\text{tr}\{P^H P\})^2 / \text{tr}\{(P^H P)^2\} \quad (D8)$$

[0372] 在本文献中, η 是根据方程 D8 使用数学计算机软件数值计算出的。

[0373] 置信界限的推导

[0374] $\hat{B}_{Q,t,m}$ 和 $\hat{B}_{P,t,m}$ 的均值和方差。由于假设流量中的噪声 $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$ 为零均值白噪声, 因此使

用方程 43, $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$ 的期望值为

$$[0375] \quad E\{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} + \tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m}\} + E\{\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\}$$

$$[0376] \quad (E1)$$

$$[0377] \quad = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} + \mathbf{0} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m}.$$

$$[0378] \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m} \text{ 的方差是 } \sigma_{Q,m}^2 \mathbf{I}。 \text{ 由于乘积 } \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} \text{ 是确定性的,}$$

$$[0379] \quad \text{var}\{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\} = \text{var}\{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} + \tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\} = \text{var}\{\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\} = \sigma_{Q,m}^2 \mathbf{I} \quad (E2)$$

$$[0380] \quad \text{当前 } \hat{B}_{Q,t,m} \text{ 的均值和方差根据方程 46 得出,}$$

$$[0381] \quad E\{\hat{B}_{Q,t,m}\} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} / \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2\} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H E\{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\} / \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2$$

$$[0382] \quad (E3)$$

$$[0383] \quad = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} / \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 = b_{Q,t,m},$$

$$[0384]$$

$$\text{var}\{\hat{B}_{Q,t,m}\} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2} \text{var}\{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\} \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2} \cdot \sigma_{Q,m}^2 \mathbf{I} \cdot \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2} = \frac{\sigma_{Q,m}^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2} \quad (E4)$$

$$[0385] \quad \text{因此, } \hat{B}_{Q,t,m} \text{ 是 } b_{Q,t,m} \text{ 的无偏估计量。 } \hat{B}_{P,t,m} \text{ 的均值和方差遵循类似的方式,}$$

$$[0386] \quad E\{\hat{B}_{P,t,m}\} = b_{P,t,m} \text{ 和 } \text{var}\{\hat{B}_{P,t,m}\} = \sigma_{P,m}^2 / \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 \quad (E5)$$

[0387] 置信界限。 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 和 $\hat{B}_{P,t,m}$ 的置信界限根据最小二乘分析中的标准方法得出。方程 43 和 44 的组合给出了

$$[0388] \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m} = \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} - \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} b_{Q,t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} (\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}) + \hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m} \quad (E6)$$

$$[0389] \quad \text{归因于 } \tilde{\mathbf{x}}_{t,m} \text{ 和 } \hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m} \text{ 之间的正交性 (见图 5),}$$

$$[0390] \quad \|\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\|^2 = \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 \cdot |\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}|^2 + \|\hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\|^2 \quad (E7)$$

$$[0391] \quad \text{随机变量 } \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 |\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}|^2 / \sigma_{Q,m}^2 \text{ 具有形式}$$

$$[0392] \quad (\hat{B}_{Q,t,m} - E\{\hat{B}_{Q,t,m}\})^H (\text{var}\{\hat{B}_{Q,t,m}\})^{-1} (\hat{B}_{Q,t,m} - E\{\hat{B}_{Q,t,m}\})$$

[0393] 并且因而(精确地)分布为(一个自由度的)卡方变量。当在估计中也包括在互补频率 $f_{M-m}=1-m/M$ 处的 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,M-m}$ 时,所生成的卡方变量具有两个自由度。当用总无偏功率谱(方程 D5)估计噪声时,方程 E7 将噪声的总功率分解为具有 EDOfs $\eta=2+(\eta-2)$ 的正交分量。然后在方程 E7 右手边的两个正交分量的比率沿着 $(2, \eta-2)$ 自由度的 F-分布。使得这一分布的上部 $100(1-\alpha)\%$ 点由 F_α 表示。那么

$$[0394]$$

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 |\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}|^2}{\|\hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m}\|^2} \leq F_\alpha \frac{2}{\eta-2} \quad (E8)$$

$$[0395] \quad \text{使用 TFT 样本相干性的定义(方程 45), 并且假设 } K_{Q,t,m}^2 > 0, \text{ 其可以被重写为}$$

$$[0396]$$

$$\frac{|\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}|^2}{|b_{Q,t,m}|^2} \leq F_{\alpha} \frac{2}{\eta-2} \frac{1-K_{Qx,t,m}^2}{K_{Qx,t,m}^2} \quad (E9)$$

[0397] 由 $A_{Q,t,m}^2$ 表示这一不等式的右手边部分,

[0398]

$$|\hat{B}_{Q,t,m} - b_{Q,t,m}|^2 \leq |\hat{B}_{Q,t,m}|^2 A_{Q,t,m}^2 \quad (E10)$$

[0399] 针对 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信区域因而通过复平面中的以 $\hat{B}_{Q,t,m}$ 为中心并且半径为 $|\hat{B}_{Q,t,m}| A_{Q,t,m}$ 的圆形描述。针对 $\hat{B}_{P,t,m}$ 的置信区域以类似方式导出,

[0400]

$$|\hat{B}_{P,t,m} - b_{P,t,m}|^2 \leq |\hat{B}_{P,t,m}|^2 A_{P,t,m}^2 \quad (E11)$$

[0401] 为了实现针对 $\hat{Z}_{t,m}$ 的置信区域,将方程 10 的两边都乘以 $|\hat{Z}_{t,m}/b_{Q,t,m}|^2$,并且用 $U \equiv \hat{Z}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m} / b_{Q,t,m}$ 替代,这给出了

$$|U - \hat{Z}_{t,m}|^2 \leq |U|^2 A_{Q,t,m}^2 \quad (E12)$$

[0403] 使用复变量的实部和虚部,这可以被重新整理为

$$|U - \frac{\hat{Z}_{t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2}|^2 \leq \left| \frac{\hat{Z}_{t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2} \right|^2 A_{Q,t,m}^2 \quad (E13)$$

[0405] 接着在方程 E11 的两边都除以 $|b_{Q,t,m}|^2$ 。用 $\hat{Z}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m}$ 代替 $\hat{B}_{P,t,m}$ (方程 47),并且用 U 代替 $\hat{Z}_{t,m} \hat{B}_{Q,t,m} / b_{Q,t,m}$,

$$|U - z_{t,m}|^2 \leq |U|^2 A_{P,t,m}^2 \quad (E14)$$

[0407] 现在可以以两步法来导出针对 $\hat{Z}_{t,m}$ 的置信区域。根据方程 E13, U 以 $100(1-\alpha)\%$ 的机会位于以 $C_u \equiv \hat{Z}_{t,m} / (1 - A_{Q,t,m}^2)$ 为中心以及半径 $r_u = |\hat{Z}_{t,m}| A_{Q,t,m} / (1 - A_{Q,t,m}^2)$ 的圆形内 (图 16A)。假设 $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{e,t,m}$ 是不相关的。那么,对于给定的 U 值, $z_{t,m}$ 以 $100(1-\alpha)\%$ 的机会位于具有中心 U 和半径 $|U| A_{P,t,m}$ 的第二圆形之内 (方程 E14)。考虑到 $|U|$ 的两个极值,其为图 16A 中 $U_{\text{最小}}$ 和 $U_{\text{最大}}$ 的大小。 $|z_{t,m}|$ 的相应极值是图 16B 中 $z_{\text{最小}}$ 和 $z_{\text{最大}}$ 的大小。从方程 E13 和 E14,

$$z_{\text{最小}} = \hat{Z}_{t,m} \frac{1 - A_{P,t,m}}{1 + A_{Q,t,m}}, z_{\text{最大}} = \hat{Z}_{t,m} \frac{1 + A_{P,t,m}}{1 - A_{Q,t,m}} \quad (E15)$$

[0409] 现在通过包含 $z_{\text{最小}}$ 和 $z_{\text{最大}}$ 的,并且其中心位于穿过 $\hat{Z}_{t,m}$ 和原点的线上的圆形来给出针对 $\hat{Z}_{t,m}$ 的 $100(1-\alpha)\%$ 置信区域的保守界限。因此,相应的置信区域通过下式来描述

[0410]

$$\left| z_{t,m} - \hat{Z}_{t,m} \frac{1 + A_{Q,t,m} A_{P,t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2} \right|^2 \leq \left| \hat{Z}_{t,m} \frac{A_{Q,t,m} + A_{P,t,m}}{1 - A_{Q,t,m}^2} \right|^2 \quad (E16)$$

[0411] 这一区域通过图 16B 和 16C 中的具有中心 $C_2 \equiv \hat{Z}_{t,m}(1 + A_{Q,t,m}A_{P,t,m})/(1 - A_{Q,t,m}^2)$ 以及半径 $r_2 \equiv |\hat{Z}_{t,m}|(A_{Q,t,m} + A_{P,t,m})/(1 - A_{Q,t,m}^2)$ 的圆形来界定。这一圆形不与 $\hat{Z}_{t,m}$ 同心。针对给定 $\hat{Z}_{t,m}$ 的 $z_{t,m}$ 的可能值的分布是关于 $\hat{Z}_{t,m}$ 斜对称的(图 16D)。通过图 16C 中的 $\tan \beta$ 来表示偏斜度。从方程 E16, 可知

$$[0412] \quad \tan \beta = |C_2 - \hat{Z}_{t,m}|/r_2 = A_{Q,t,m} \quad (E17)$$

[0413] 特殊例子 1 : 流量中无噪声。如果流量中的噪声为零, $\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m} = \mathbf{0}$, 那么 $\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m}b_{Q,t,m}$ 并且 $\hat{B}_{Q,t,m} = b_{Q,t,m}$ (方程 43 和 46)。使得 $z_{t,m}$ 的相应估计量由 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 表示。假设 $b_{Q,t,m} \neq 0$,

$$[0414] \quad \hat{Z}_{t,m}^{(Q)} = \frac{\hat{B}_{P,t,m}}{\hat{B}_{Q,t,m}} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2 b_{Q,t,m}}$$

[0415] 由于在这一例子中 $\tilde{\mathbf{x}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}/b_{Q,t,m}$,

[0416]

$$\hat{Z}_{t,m}^{(Q)} = \frac{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2} \quad (E18)$$

[0417] 这是“普通最小二乘估计量”。则 $K_{Qx,t,m}^2 = 1$ 并且 $A_{Q,t,m} = 0$ 。虽然具有 $A_{Q,t,m} = 0$, 但是置信界限仍然通过方程 E16 描述。现在置信圆形以 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 为中心, 具有半径 $|\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}|A_{P,t,m}$ 。偏斜度参数 $\tan \beta$ 等于零。

[0418] 特殊例子 2 : 压力中无噪声。如果压力中的噪声为零, $\tilde{\mathbf{P}}_{e,t,m} = \mathbf{0}$, 那么 $\tilde{\mathbf{P}}_{t,m} = \tilde{\mathbf{x}}_{t,m}b_{P,t,m}$ 并且 $\hat{B}_{P,t,m} = b_{P,t,m}$ 。当 $z_{t,m}$ 的相应估计量由 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 表示时,

[0419]

$$\hat{Z}_{t,m}^{(P)} = \frac{\hat{B}_{P,t,m}}{\hat{B}_{Q,t,m}} = \frac{b_{P,t,m} \|\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}\|^2}{\tilde{\mathbf{x}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}} = \frac{\|\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}\|^2}{\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}} \quad (E19)$$

[0420] 这是“数据最小二乘估计量”。现在 $K_{Px,t,m}^2 = 1$ 并且 $A_{P,t,m} = 0$ 。从方程 E16, 置信圆形具有中心 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}/(1 - A_{Q,t,m}^2)$ 和半径 $|\hat{Z}_{t,m}^{(P)}|/(1 - A_{Q,t,m}^2)$ 。偏斜度参数 $\tan \beta$ 等于 $A_{Q,t,m}$ 。两个估计量 $\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}$ 和 $\hat{Z}_{t,m}^{(P)}$ 通过流量和压力之间平方相干性而相关,

[0421]

$$K_{PQ,t,m}^2 \equiv \frac{|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m}|^2}{\|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2 \|\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}\|^2} = \frac{\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{P}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}\|^2} \cdot \frac{\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}}{\|\tilde{\mathbf{P}}_{t,m}\|^2} = \frac{\hat{Z}_{t,m}^{(Q)}}{\hat{Z}_{t,m}^{(P)}} \quad (E20)$$

[0422] 例子 : 根据时间和频率的平方相干性。图 17 示出了针对图 7 中的同一记录的平方相干性。在这一例子中, 扩音器输入和流量之间的相干性通常低于输入和压力之间的相干性。如从图中显而易见的, 相干性根据时间和频率两者而变化。在从吸气到呼气(反之亦然)的转折点处, 在最低频率处获得最小的相干性。吞咽对相干性, 特别是输入与流量之间的相干性具有很深的影响。图 18 示出了针对图 8 示出的具有 COPD 的患者的估计阻抗的根据时间和频率的平方相干性。在呼吸时相之间的转折点处的相干性的降低比图 17 的正常例子

中的要远远更加明显。在图 17 和 18 两者中,粗线表示针对不同的共振频率(8 到 24Hz),扩音器输入和流量之间根据时间的平方相干性 $K_{Qx,t,m}^2$,并且细线表示扩音器输入和压力之间的平方相干性 $K_{Px,t,m}^2$ 。“流量”表示气流的低频分量,“insp”表示吸气,并且“exp”表示呼气。

[0423] 总之,提出了一种方法来以最佳时间-频率分辨率估计受试者的呼吸系统的传递函数。

[0424] 如以上描述,可通过诊断工具来做出呼吸阻抗的估计,该诊断工具使用估计来评价气道的阻塞性或者估计疾病严重性。该诊断工具因而也可用于评价应当影响呼吸阻抗的治疗(药理学的或者其他的)的有效性。

[0425] 例如,呼吸阻抗的估计可以用于检测(i)慢性阻塞性肺病(COPD)中的呼气流量限制;(ii)COPD 或者哮喘中气道阻塞的严重性,其本身用于评价吸气气道扩张肌(例如,拟交感神经或者副交感神经阻滞药物)随着时间过程的作用(这可以应用于研究环境以及也应用于其中患者不能够执行标准受迫呼吸演习的临床环境);(iii)在睡眠期间哮喘或者 COPD 中的气道阻塞;或者(iv)怀疑患有睡眠呼吸暂停-呼吸不足综合症的患者在睡眠期间的上气道阻塞。

[0426] 呼吸阻抗的估计也可或者可选地用于调节在医学状况的治疗中使用的机器的设置。例如,呼吸阻抗的估计可以用于调整 COPD 中无创通气的设置。呼吸阻抗可以用作给通气机的输入以连续地提供关于气道阻抗严重性的信息(将置信值所指出的不可信值丢弃)。这一信息也可以用于调整双水平气道正压的水平,通过该水平可以正好克服呼气流量限制。作为可选的例子,呼吸阻抗的估计可以用来帮助引导具有阻塞性睡眠呼吸暂停综合症的患者连续气道正压的水平。

[0427] 虽然已经在图中和前述描述中详细图示和描述了本发明,但是这种图示和描述应当被认为是说明性或者示例性的,而不是限制性的;本发明不限于所述公开的实施例。

[0428] 本领域技术人员根据对图、公开内容和所附权利要求的研究,在实践所主张的本发明时,可以理解和实现所公开实施例的变型。在权利要求中,措辞“包括”不排除其他元件或步骤,并且不定冠词“一”或“一个”不排除多个。单一处理器或者其他单元可实现在权利要求中所陈述的几项功能。在相互不同的从属权利要求中陈述某些措施的这一仅有事实,并不表示不能将这些措施的组合加以利用。计算机程序可被存储/分布在适当的介质上,例如与其他硬件一起提供或者作为其他硬件一部分的光学存储介质或者固态介质,但是其也可能以其他形式分布,例如经由因特网或者其他有线或者无线的通信系统。权利要求中的任何附图标记不应被解释为限制范围。

[0429] 参考文献:

[0430] 1.Dellacà et al.Expiratory flow limitation detected by forced oscillation and negative expiratory pressure,European Respiratory Journal Vol. 29No. 2, pages363-374

[0431] 2.Daróczy B,Hantos Z.An improved forced oscillation estimation of respiratory impedance.Int J Biomed Comput 13:221-235,1982.

[0432] 3.Forbes GW,Alonso MA.Consistent analogs of the Fourier uncertainty relation.Am J Physics 69:340-347,2001.

[0433] 4. Forbes GW, Alonso MA, Siegman AE. Uncertainty relations and minimal uncertainty states for the discrete Fourier transform and the Fourier series. J Phys A: Math Gen 36:7027-7047, 2003.

[0434] 5. Gabor D. Theory of communications. J Inst Electr Eng 93:429-457, 1946.

[0435] 表 1.

[0436] 符号和缩写词

[0437] 时间和频率

[0438]

f_m, f_n	离散频率 m/M (或者 n/N)
f_R	针对 Δ_f 的参考频率
$\mathbf{f}_n$	描述具有频率 f_n 的谐波振荡的 N -向量
m	针对 TFT 的频率指数
$M(M')$	TFT 滤波器的宽度 (或者使用截断高斯时的有效宽度)
n	针对 ODFT 的频率指数
N	在时间序列中事件的数量
N_S	来自随机过程的在时间-频率域中样本的数量
r_t, r_f	时间圆形(或者频率圆形) 的半径
t	离散时间指数
t_R	针对 Δ_t 的参考时间
A, B, C	与时间和频率中的不确定性相关的矩阵
F	ODFT 矩阵
$M(M_m)$	TFT 矩阵 (或者针对频率 f_m 的部分 TFT 矩阵)
T	时移算子; $\text{circ}\{0, \dots, 0, 1\}$
Δ_t, Δ_f	时间或频率中的不确定性
ω	复指数; $\exp(2\pi i / N)$

[0439]

$\sigma_{\text{最小}}, \sigma_{\text{最大}}$	C 的最小奇异值和最大奇异值	
Ω	在主对角线上具有 ω^l 的对角矩阵; $\text{diag}\{\omega^0, \dots, \omega^{N-1}\}$	
[0440] 变量的名称		
[0441]		
p	压力	
q	流量	
x	扩音器输入(或者未知变量)	
z	呼吸阻抗	
[0442]		
<i>变量的类型</i>		<i>例子</i>
根据离散时间的确定性变量		q_t
根据离散时间的随机变量		Q_t
确定性 N -向量 (小写字母)		$\mathbf{q}$
随机的 N -向量(大写字母)		$\mathbf{Q}$
在时间-频率域中的向量(以频率 f_m 为中心)		$\tilde{\mathbf{Q}}_m$
在时间-频率域中的向量(以频率 f_m 为中心并从时间 t 开始)		$\tilde{\mathbf{Q}}_{t,m}$
通过时间-频率域中的线性回归“预测”的确定性向量		$\tilde{\mathbf{q}}_{p,t,m}$
针对时间-频率域中的线性回归的随机“误差”		$\tilde{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$
在时间-频率域中的误差估计量		$\hat{\mathbf{Q}}_{e,t,m}$
[0443] 线性滤波器		
[0444]		
$\mathbf{h}_{qx}$	具有从 x 到 q 的滤波器周期性脉冲响应的向量	
[0445]		
$H_{qx,n}$	针对频率 f_n 的从 x 到 q 的传递函数	
$\mathbf{C}_{qx}$	描述扩音器输入和流量之间的滤波器的循环矩阵	
Λ_{xq}	在主对角线上具有 $H_{qx,n}$ 的对角矩阵	
[0446] 统计学		

[0447]

$A_{Q,t,m}$ 时间-频率域中的变量，其确定流量中的噪声对 $\hat{z}_{t,m}$ 的置信区域的贡献

F_α 针对 $(2, \eta - 2)$ 自由度的 F -测试的上部 $100(1 - \alpha)\%$ 置信界限

$K_{Qx,t,m}^2$ 时间-频率域中的扩音器输入和流量之间的样本平方相关性

$\hat{z}_{t,m}$ 根据时间和频率的阻抗 $z_{t,m}$ 的双变量最小二乘估计量

$\hat{z}_{t,m}^{(Q)}$ 在流量中的噪声为零的假设下的 $z_{t,m}$ 的估计量

α 类型 II 误差

β 确定 $\hat{z}_{t,m}$ 与置信区域中心的偏离的角度

η 等效自由度

μ_Q 平均流量

σ_Q^2 流量中噪声的方差

[0448] 通用数学符号

[0449]

i 虚数 ($i^2 = -1$)

I $N \times N$ 单位矩阵

$\equiv$ 通过定义等于

[0450]

	$ x_t $	复值 x_t 的大小
	$\ \mathbf{x}\ $	N -向量 $\mathbf{x}$ 的 2-范数
	$\mathbf{x}^H$	向量 $\mathbf{x}$ 的厄密共轭转置
	$\mathbf{x}^*$	$\mathbf{x}$ 的复共轭
	$\{\cdot\}$	序列(通常表达为列向量)
	$\text{diag}\{\cdot\}$	在主对角线上具有序列的对角矩阵
	$\text{circ}\{\cdot\}$	在第一行中具有序列的循环矩阵
[0451]	缩写词	
[0452]		
	FOT	受迫振荡技术
	t-f domain	时间-频率域
	TFT	时间-频率变换
	ODFT	标准正交离散傅里叶变换
	RV	随机变量

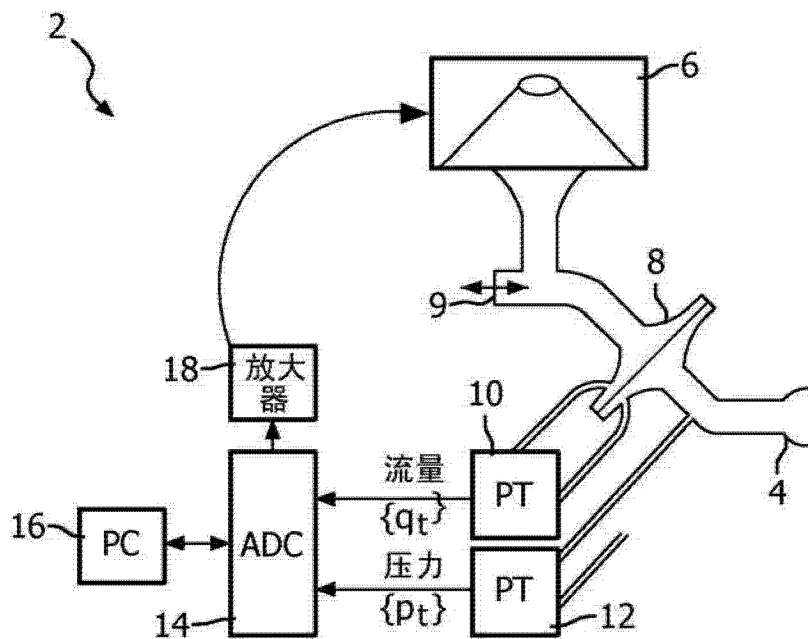


图 1

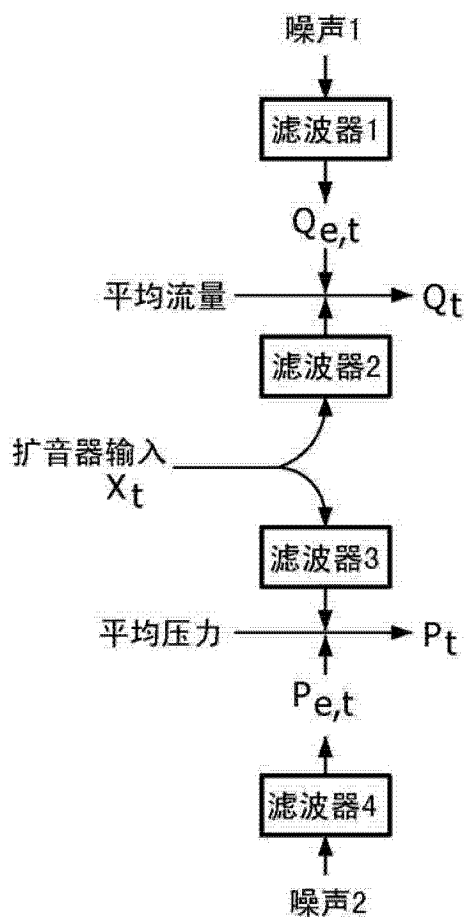


图 2

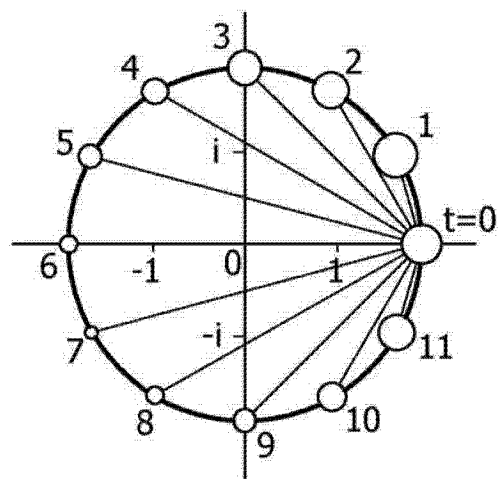


图 3A

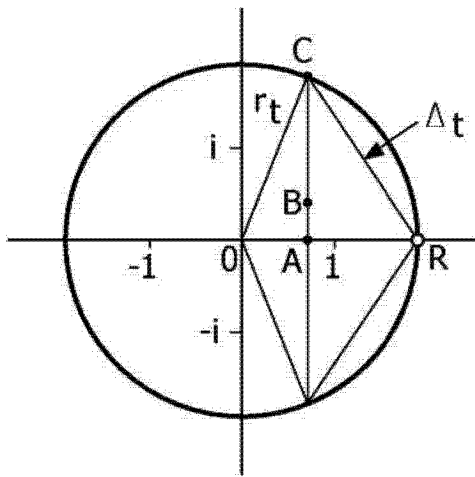


图 3B

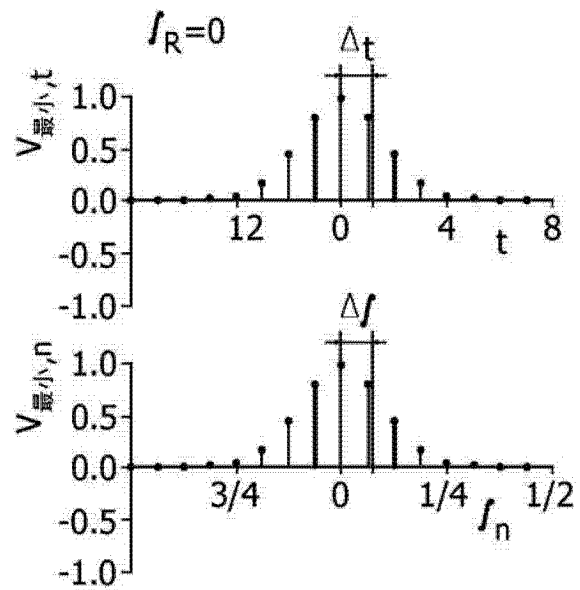


图 4A

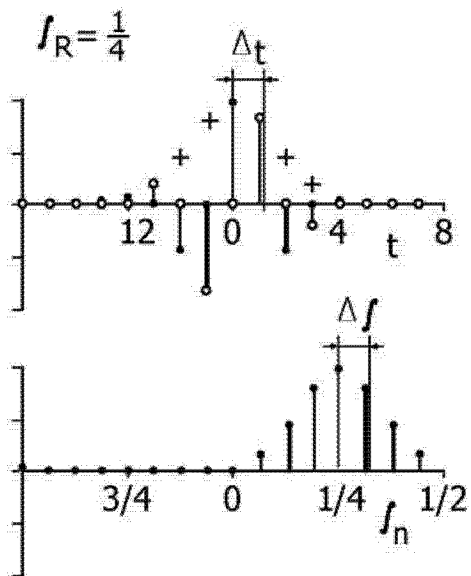


图 4B

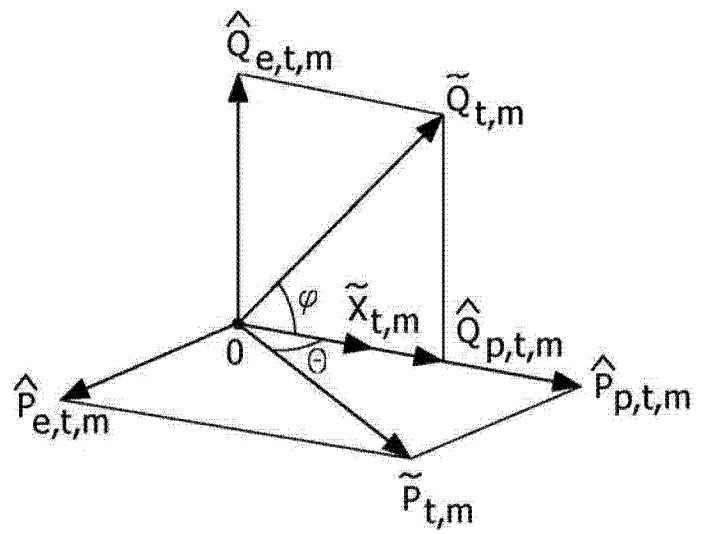


图 5

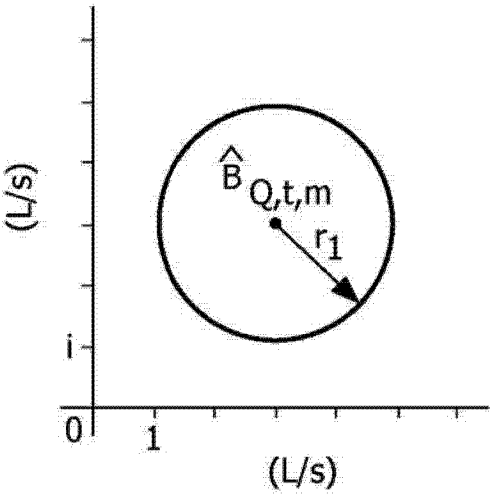


图 6A

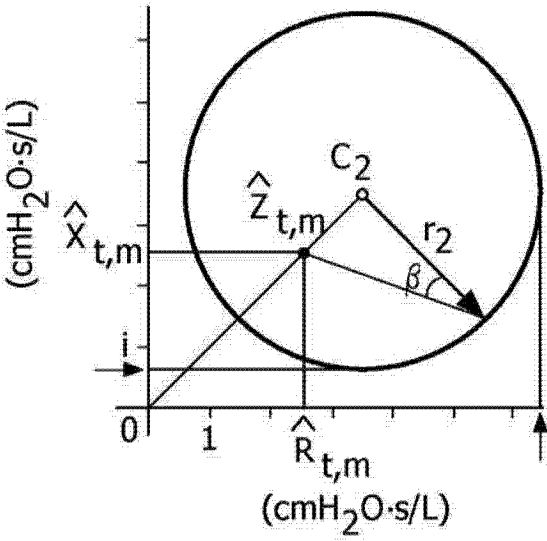


图 6B

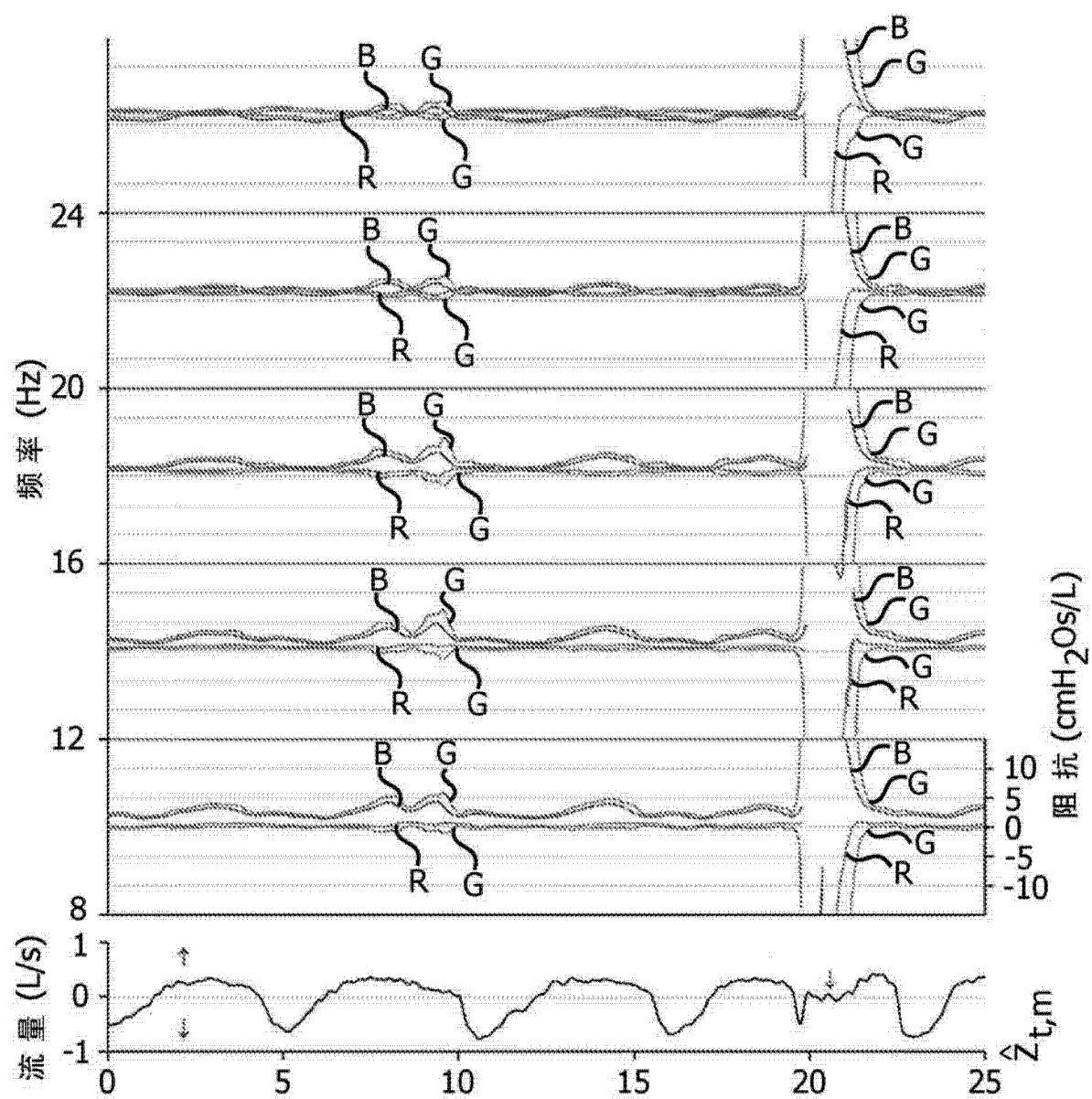


图 7

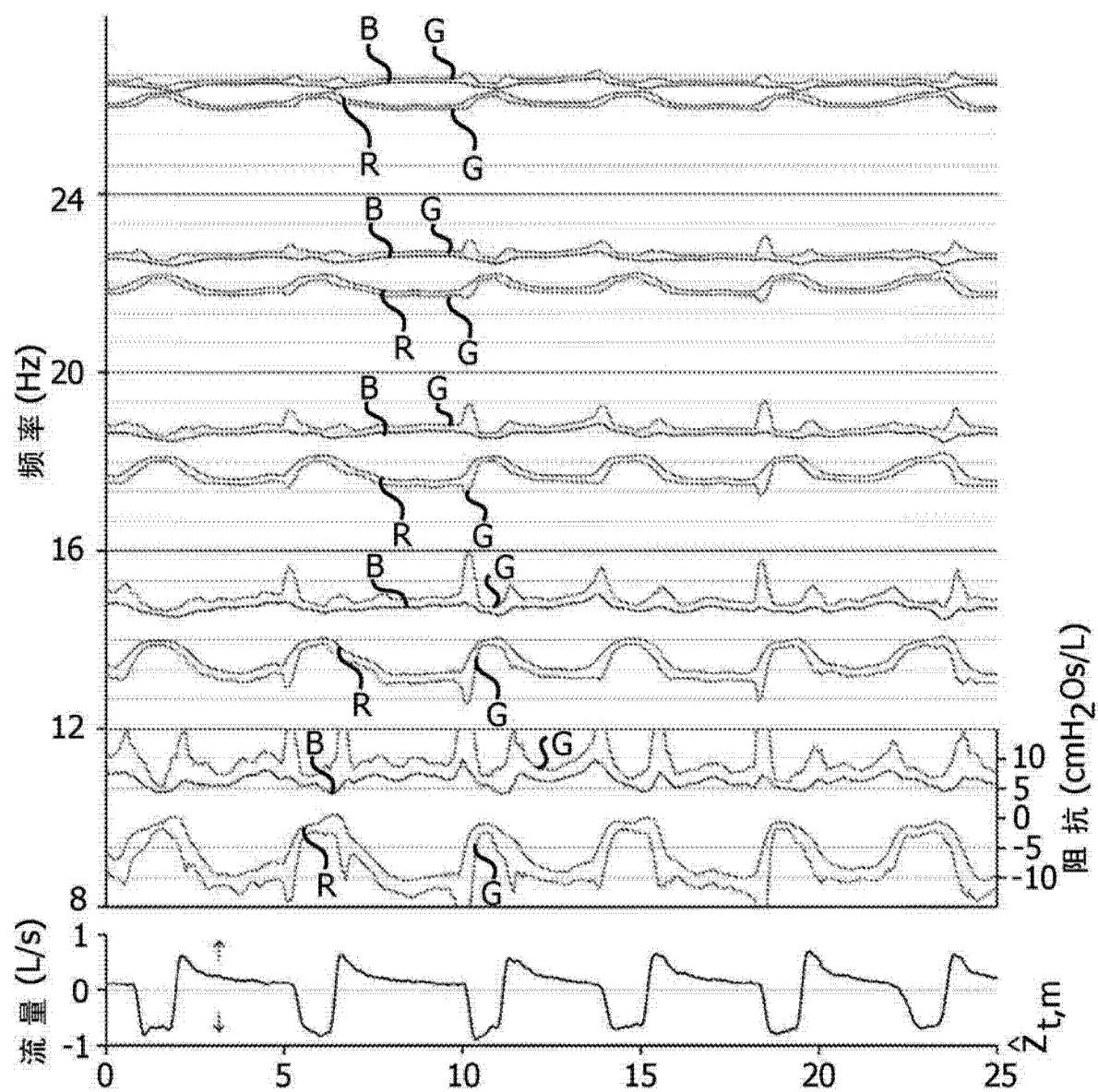


图 8

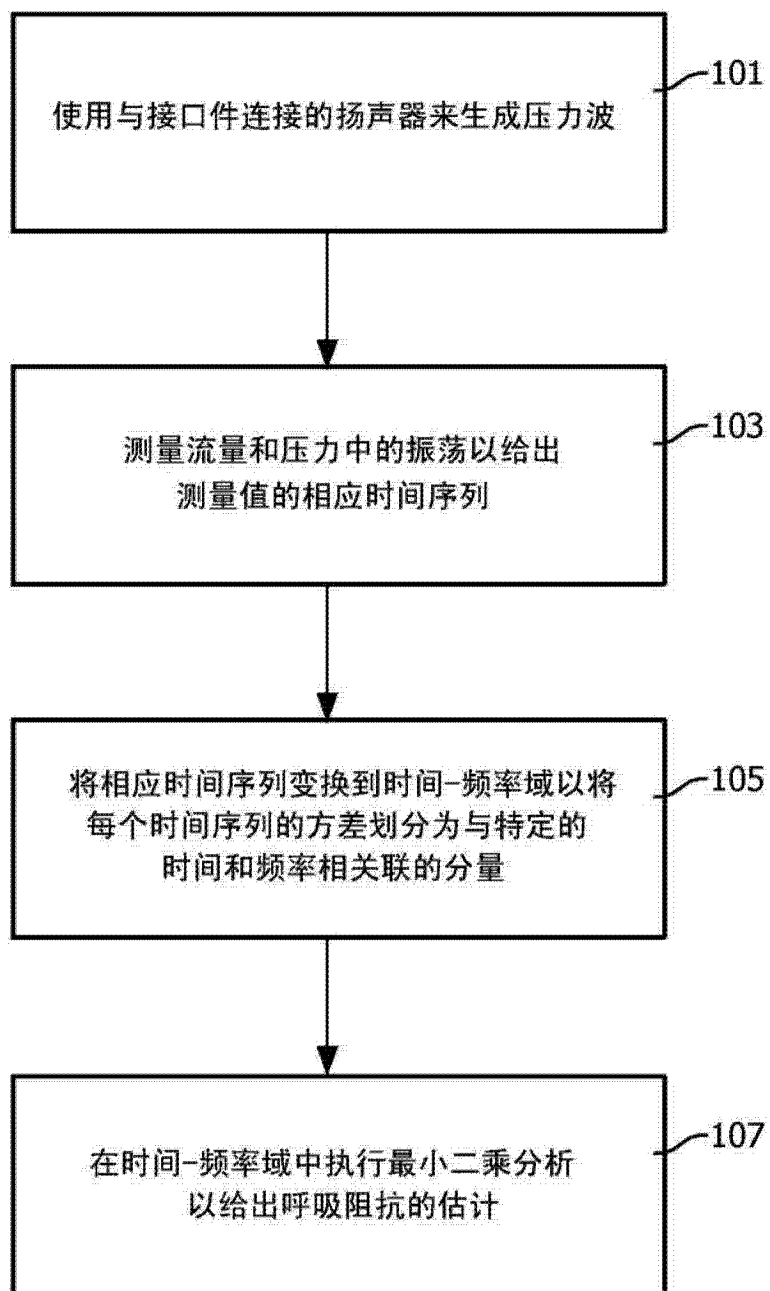


图 9

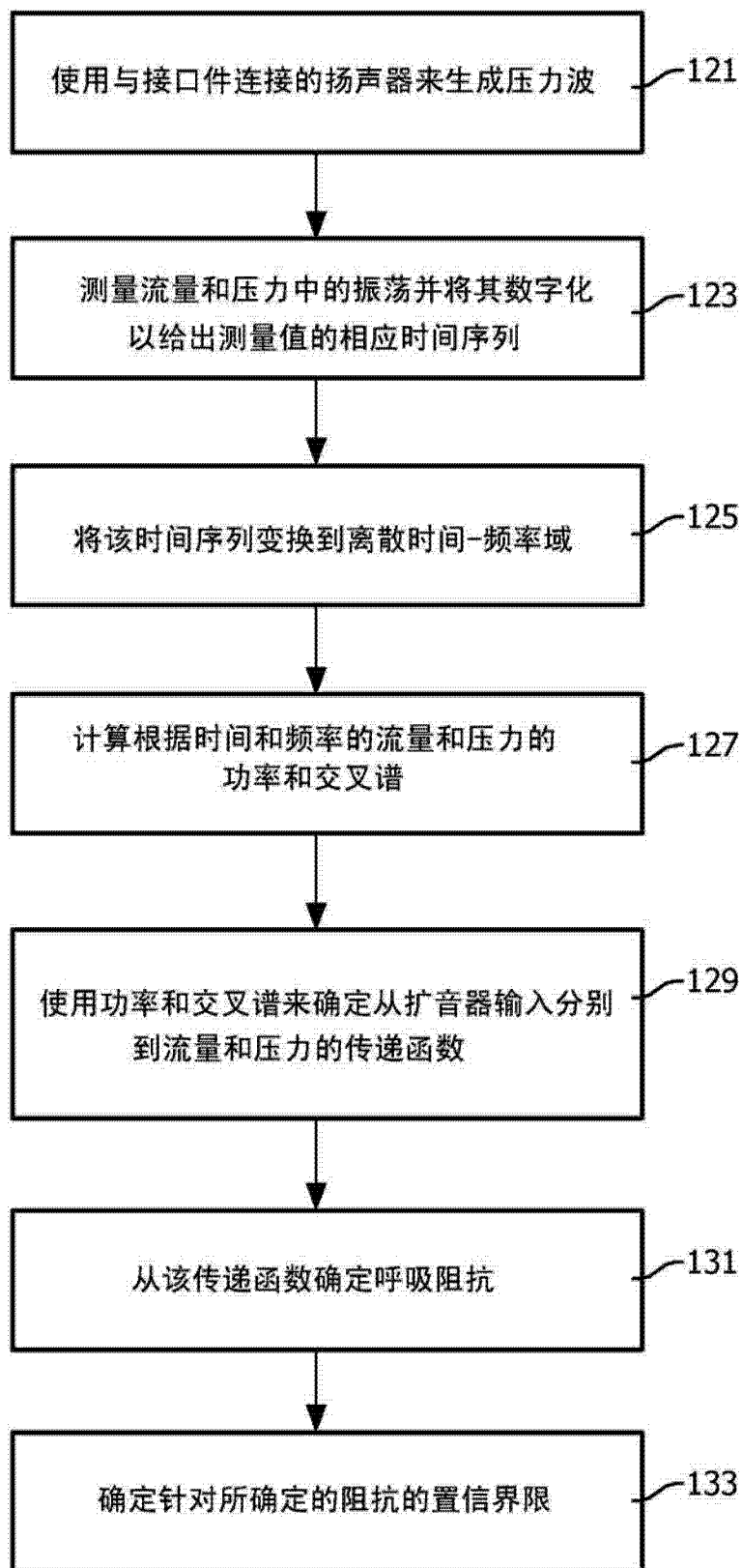


图 10

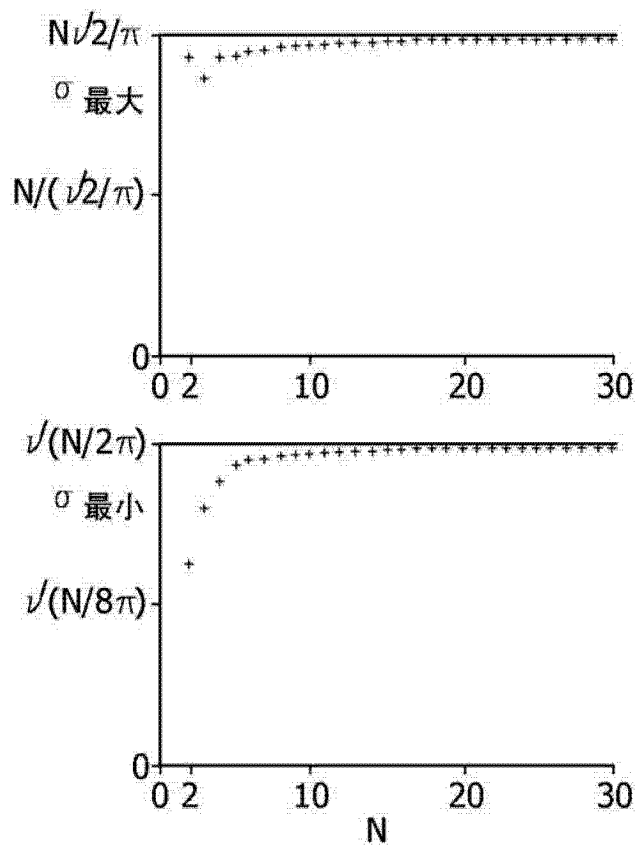


图 11

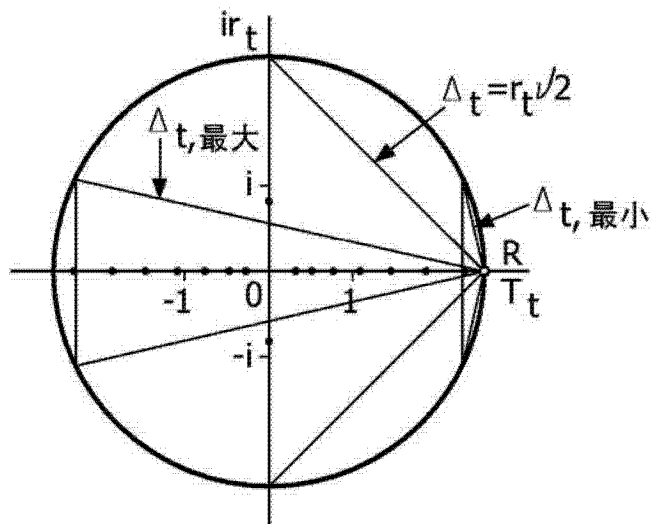


图 12

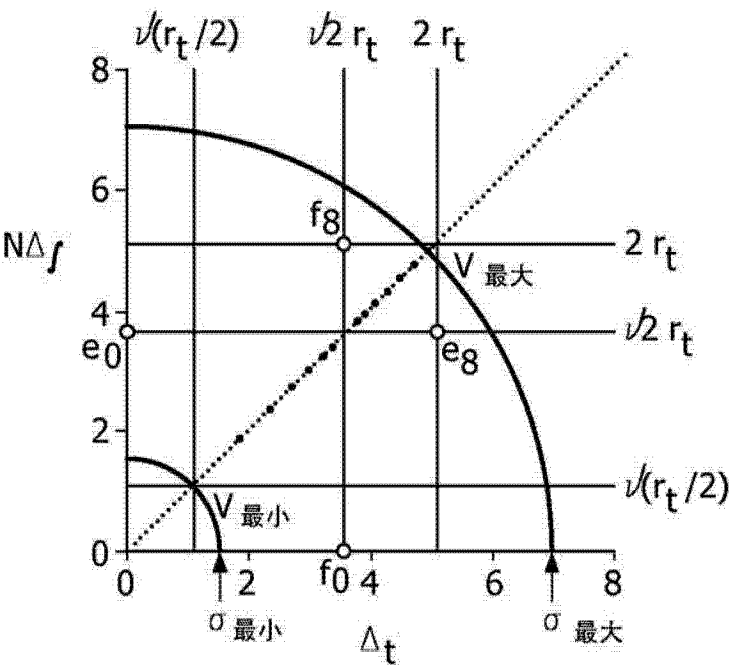


图 13

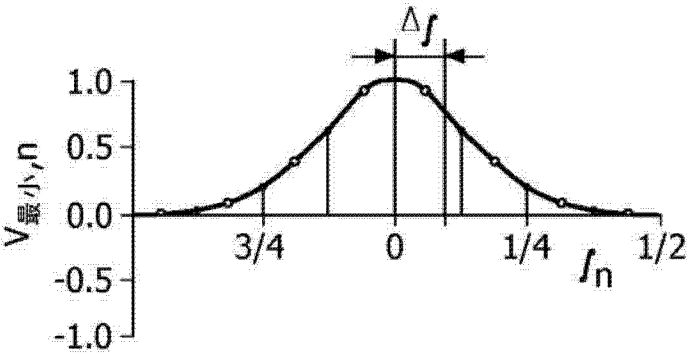


图 14

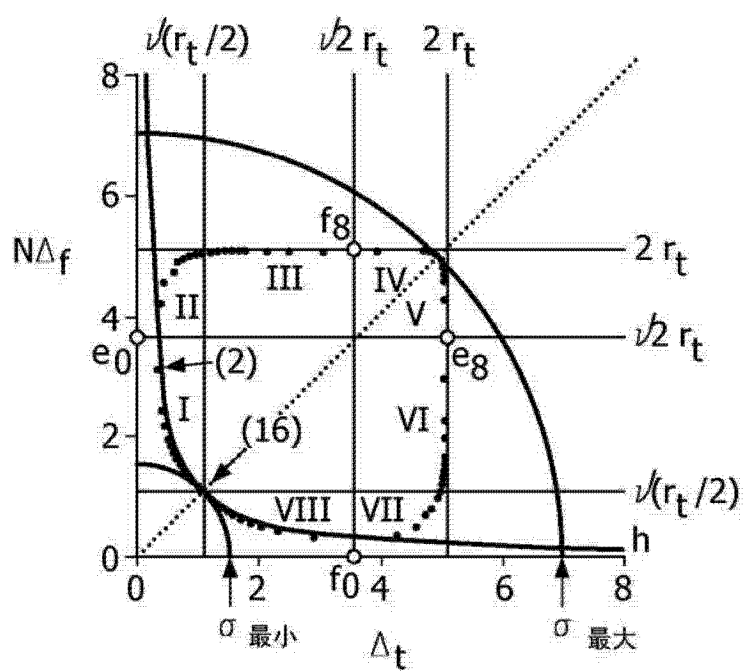


图 15

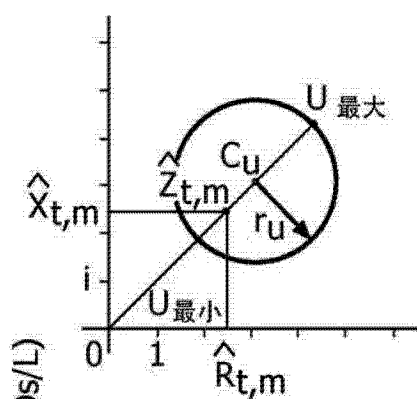


图16A

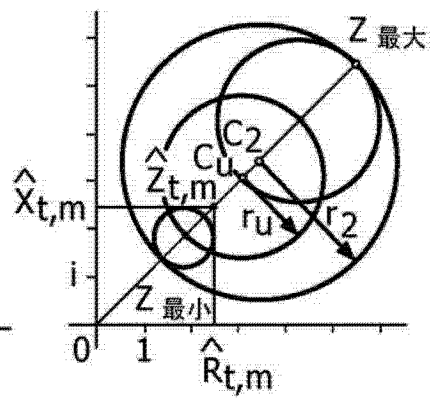


图16B

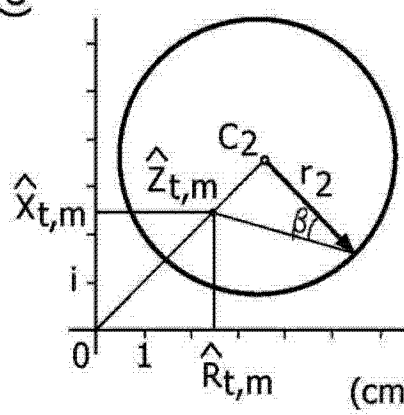


图16C

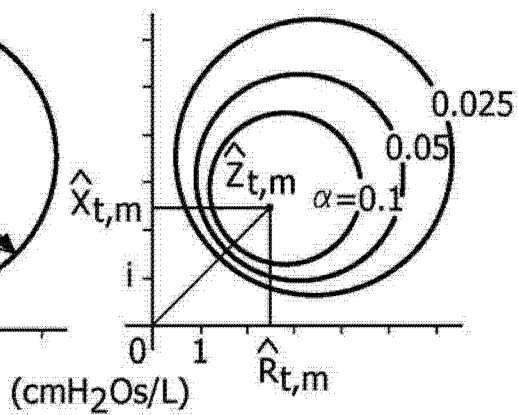


图16D

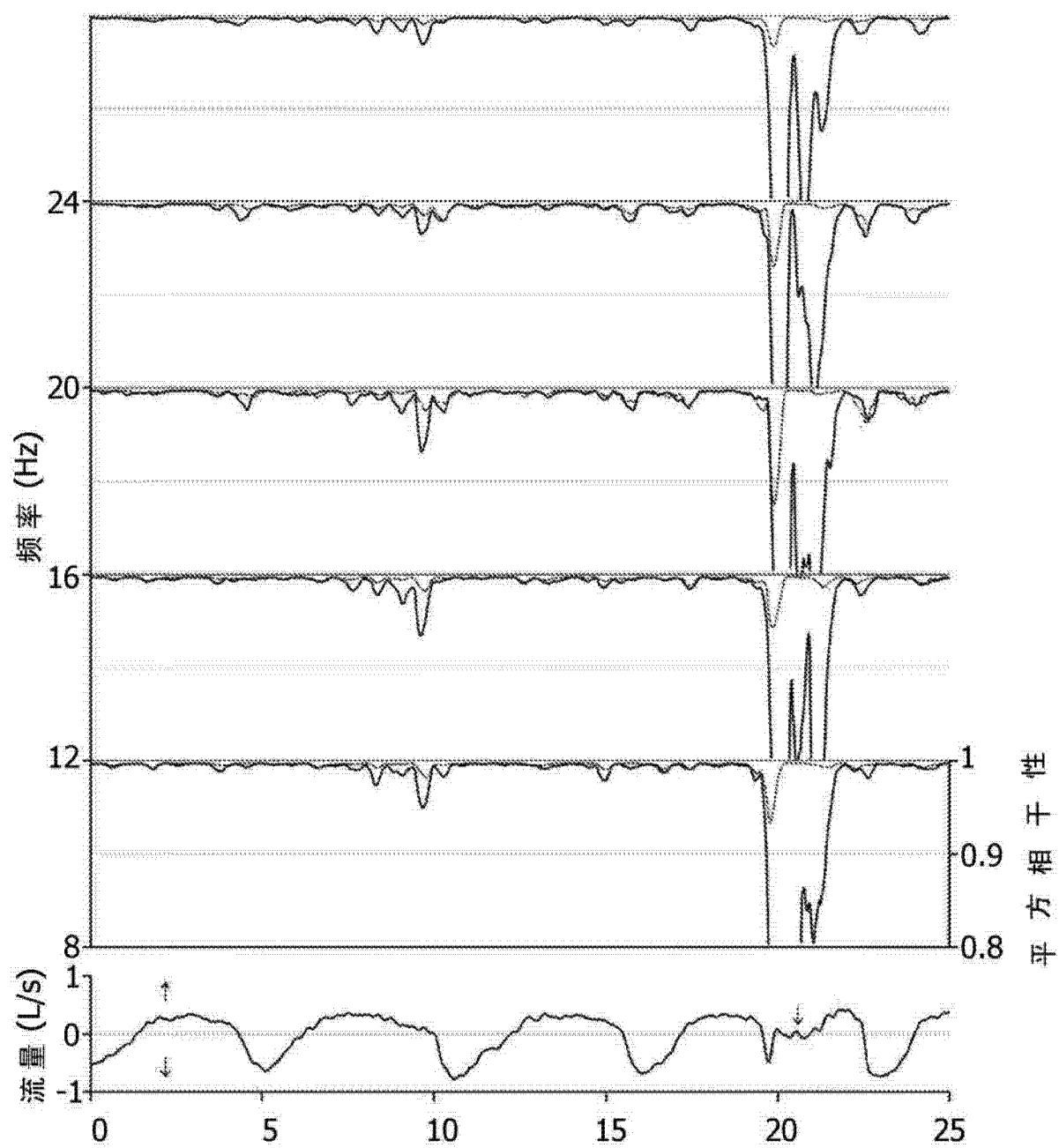


图 17

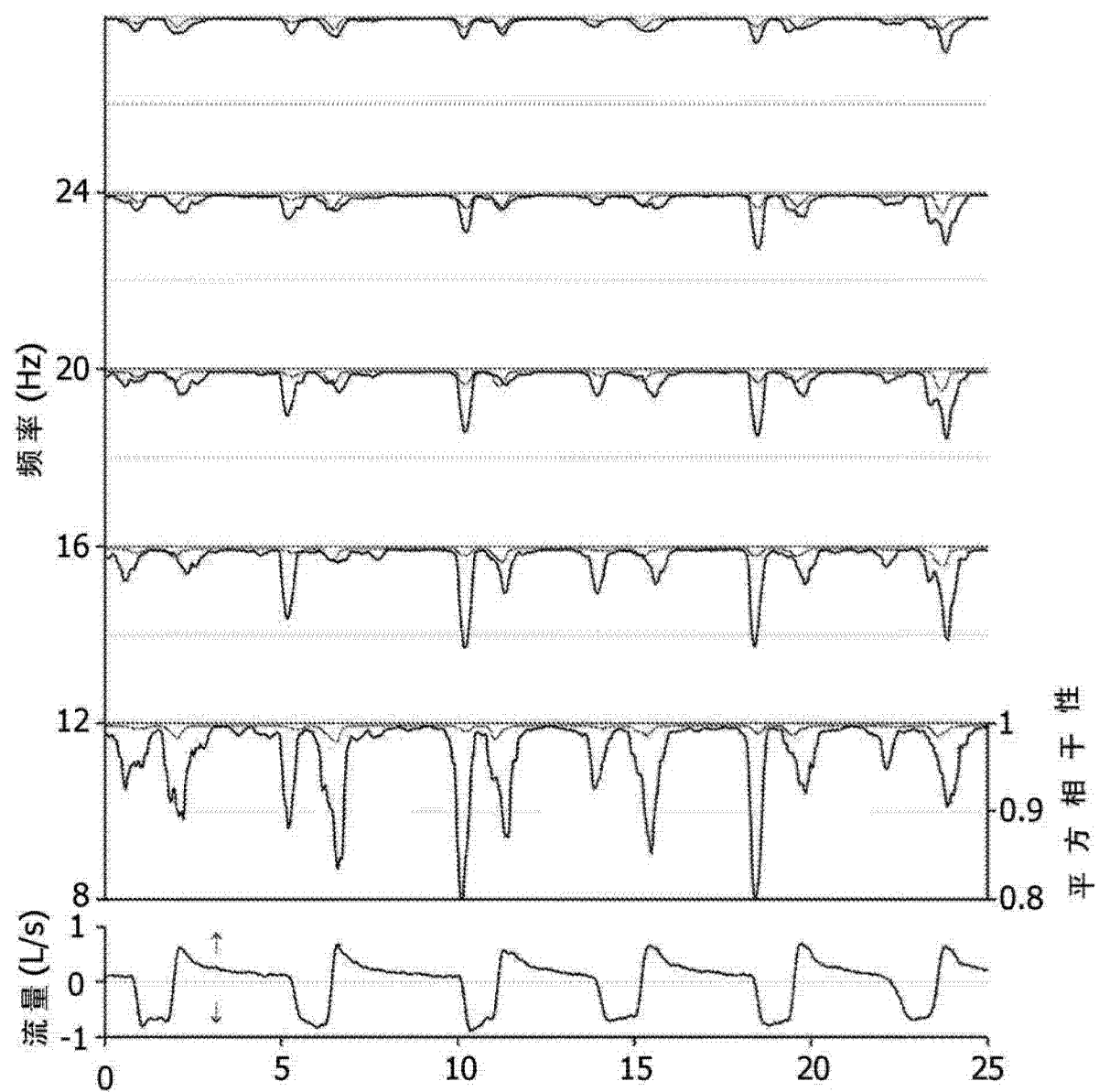


图 18