



(12) **PATENT**

(19) NO

(11) 324124

(13) B1

NORGE

(51) Int Cl.

G01V 1/34 (2006.01)

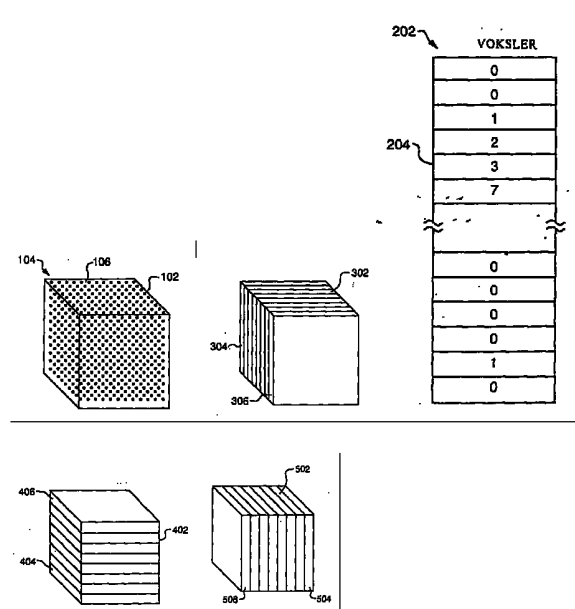
G06T 15/50 (2006.01)

Patentstyret

(21)	Søknadsnr	20023903	(86)	Int.inng.dag og søknadsnr	2001.12.14 PCT/US01/48439
(22)	Inng.dag	2002.08.16	(85)	Videreføringsdag	2002.08.16
(24)	Løpedag	2001.12.14	(30)	Prioritet	2000.12.18, US, 256433
(41)	Alm.tilgj	2002.10.18			
(45)	Meddelt	2007.08.27			
(73)	Innehaver	Schlumberger Holdings Ltd, P O Box 71, Craigmuir Chambers ROAD TOWN, TORTOLA, VG			
(72)	Oppfinner	Dmitriy G Repin, 1715 Enclave Parkway #808, Houston, TX 77077, US			
		Mark S Passolt, 523 Bayou Knoll, Houston, TX 77079, US			
(74)	Fullmektig	Onsagers AS, Postboks 6963 St Olavs Plass, 0130 OSLO			

(54)	Benevnelse	Fremgangsmåte og apparat for visualisering av tredimensjonal vokseldata med anvendelse av belyste opasitetsvolumer med skyggelegging
(56)	Anførte publikasjoner	US 6008813
(57)	Sammendrag	

En volumgjengivelsesfremgangsmåte er angitt for å forbedre den visuelle kvaliteten for bildet som er dannet ved å gjengi og å fremvise volumetriske data i vokselformat for fremvisning av tre-dimensjonale (3D) data på en to-dimensjonal (2D) fremvisningsanordning med skyggelegging og opasitet for å styre den realistiske fremvisning av bilder som er gjengitt fra vokslene. Fremgangsmåten omfatter å dele flertallet av vokslar blant flere skiver hvor hver skive tilsvarer et respektivt område i volumet. Hver voksel omfatter en opasitetsverdi som er justert ved å påføre en opasitetskurve til verdien. Opasitetsverdien for hver voksel i hver celle i volumet konverteres til en ny visuell opasitetsverdi som anvendes for å beregne en ny visuell opasitetsgradient for bare én voksel i senteret i hver celle. Den visuelle opasitetsgradienten anvendes for å beregne skyggeleggingen, anvendt for å endre fargen i enkelte vokslar basert på orientering av opasitetsisoflater som passerer gjennom hver voksel i volumet, for å danne et høykvalitets realistiske bilde.



Denne oppfinnelsen vedrører generelt feltet infografi (på engelsk "computer graphics"). Nærmere bestemt vedrører denne oppfinnelsen volumgjengivelse. Nærmere bestemt vedrører denne oppfinnelsen fremvisning av tre-dimensjonale data på et to-dimensjonalt display med skygge og opasitet for å styre den realistiske fremvisning av volumetriske data i vokselformat.

Oppfinnelsens bakgrunn

Volumgjengivelse er et viktig område i infografi. Den anvendes i mange forskjellige disipliner, omfattende medisin, geologi, biologi og meteorologi. Volumgjengivelse tillater at en bruker ser inne i en gjenstand og ser trekk som ellers ville være dekket ved gjengivelse av gjenstandens overflatetrekk. Et patent som lærer bort volumgjengivelse med anvendelse av voksler er US patent nr. 6 304 266, utstedt 16. oktober 2001, med tittel "Method and Apparatus For Volume Rendering" som innlemmes her som referanse.

Videre viser US 6 008 813 et apparat for å muliggjøre sanntids volumrendring på en datamaskin hvor en teknikk som involverer blokkering av vokseldata organiserer dataene slik at alle voksler innenfor en blokk lagres ved etterfølgende minneadresser innefor en enkeltminnemodel, noe som gjør det mulig å hente en hel blokk av data på en gang istedenfor en voksel om gangen.

I fig. 1 vises volumetriske data bestående av et tre-dimensjonalt (3D) datasett med elementer kalt voksler 102. Typisk er vokslene 102 jevnt fordelt i et volum 104. Hver voksel 102 har en stilling i volumet og har knyttet til den informasjon slik som farge, belysning, opasitet, hastighet, amplitude, osv. Informasjonen som er knyttet til hver voksel 102 tilveiebringes av slike disipliner som medisin (f.eks. CAT-skanning), biologi (konfokal mikroskopi), og geologisk vitenskap (seismiske data).

I fig. 2 vises hvordan dataverdier for voksler 102 er typisk lagret i en lagringsmatrise 202. Stillingen til en bestemt voksel i volumet er iboende i plasseringen i matrisen. F.eks. vil matrisestillingen 204 kunne knyttes med et punkt 106 (fig. 1) i volumet som er en spesifisert avstand fra et spesifisert hjørne i volumet. Typisk vil en enkelt verdi lagres i matrisen 202 for hver voksel 102, selv om det også er mulig å lagre mer enn én verdi for hver voksel 102, slik som for farge, belysning, opasitet, hastighet og amplitude.

Fig. 3, 4 og 5 viser teksturgjengivelse hvor volumetriske data underfordes i skiver. 2D-teksturgjengivelsen organiserer skivene i tre sett av skiver 302, 402 og 502 langs tre forskjellige ortogonale akser. Vokslene er delt blant skivesettene 302, 402 og 502 og i celler som omfatter flere voksler i hver skive. Delingen utgjøres basert på stillingen til vokslene i matrisen 202. På tilsvarende måte vil en 3D - teksturgjengivelse typisk skjære volumet rettvisklet til synsretningen.

Gjengivelsen er da utført på en skive-pr.-skive-basis med bevegelse fra den bakerste skiven respektivt 304, 404, 504 til den fremste skiven 306, 406 og 506. Skivesettet

som er valgt og prosessert er settet hvor aksen har den minste vinkelen med synsretningen. Når et nytt bilde gjengis blandes det med det tidligere tegnede scenen, og danner en følelse av et 3D-legeme. 2D-teksturgjengivelsen organiserer skivene langs én av de tre volumstørrelsene, mens 3D-teksturgjengivelsen skjærer volumet perpendikulært med synsretningen, noe som forbedrer bildekvalitet, men krever interpolering mellom volumdatapunktene. En slik interpolering er vanligvis utført av spesialisert grafikkhardware.

Fig. 6 og 7 viser hvordan teksturverdien eller "teksele" fastsettes for hver voksel i hver skive (blokk 702 og 704). Tekselen er lagret i et databuffer 602 (blokk 706). Typisk er tekseleverdien en angivelse av RGB-fargene (rødt, grønt og blått) som skal vises frem for en voksel som fastsatt av ett eller flere parametere avhengig av dataverdien eller verdiene som er knyttet med vokselen og finnes i en tabell som kan slås opp. F.eks. kan tekseldataene omfatte en verdi for hver av rød, grønn og blå komponentene knyttet med vokselen. Når alle vokslene i skiven har vært prosessert (blokk 704), er innholdet til databuffere nedlastet til et teksturminne 604 (blokk 708).

Fig. 8 viser en fremvisningsanordning 802 hvor informasjonen som er nedlastet med tekseldata vises. Basert på informasjonen og perspektivet som kreves av brukeren, vil fremvisningsanordningen mate tekstene til piksler på en fremvisningsskjerm 804 (blokk 710). Mens hver skive lastes ned og gjengis vil brukeren se volumet i det påkrevde perspektivet. Hver gang brukeren endrer synspunktet, f.eks. ved å anvende et softwareverktøy til å rotere, forflytte eller forstørre volumets bilde vil prosessen med nedlasting og gjengivelse av skivene gjentas.

I fig. 9 illustreres fremvisning av et volum som viser de ytre flatene i volumet. Den indre delen av volumet ses ikke.

I noen anvendelser oppnår man større fleksibilitet ved å anvende halvgjennomsiktige data. Halvgjennomsiktige data er tilveiebragt ved å tilføye en ekstra faktor, α , til hver voksel sammen med RGB- (rødt, grønt og blått) komponentene beskrevet ovenfor. Verdien for α for en voksel fastsetter vokselens opasitet. Opasitet er et mål av den mengde som en spesiell voksel i en skive vil tillate at en voksel på en bakgrunnsskive som mater til samme piksel på en 2D fremvisningsanordning vises gjennom. Opasiteten til en voksel styrer hvordan bildet av vokselen blandes med bildene av vokslene som ligger bak den i synsretningen som fremvises. En opasitetsverdi på 0,0 betyr at en voksel er fullstendig gjennomsiktig og kan ikke ses til å ha noe effekt på fargen av den fremviste piksel på 2D-fremvisningsanordningen siden den betraktes som å være tom; og en verdi på 1,0 betyr at vokselen er fullstendig opak, kanskje betraktes som solid og hvis den har ingen andre vokslar som er mappet foran den vil dennes teksele fastsette fargen til den fremviste pikselen. Mellomliggende opasitetsverdier tilsvarer mellomliggende nivåer på opasitet og tekseledefinerte farger for to vokslar som er

mappet til den samme pikselen er blandet på konvensjonell måte for å fastsette fargen til pikselen som skal vises frem.

I fig. 10 illustreres et opasitetsverktøy, slik som det som er inkludert i GEOVIZ produktet fra Schlumberger-GeoQuest som er søkeren i den foreliggende oppfinnelsen. Opasitetsverktøyet anvendes for å kartlegge volumetriske data, slik som geofysisk seismisk tolkning, magnetisk avbildning, og ultrasonografdata, for å se halvgjennomsiktige volumetriske data deri. I de tilfellene vil verdien for hver voksel ikke bare mappes til eller tildeles en farge definert ved dens teksel men også en opasitet definert med α . I fig. 10 har brukeren justert opasitetsmappingen, vist grafisk med kurven 1002, for å gjøre alle vokslene gjennomsiktige ($\alpha = 0$) bortsett fra de som har store positive eller negative verdier. Dette har den effekt at det gjør at det meste av dataene er gjennomsiktige når de fremvises, som man kan se ut fra histogrammet 1004 som reflekterer fordelingen av verdiene for vokslene i de volumetriske dataene som forevises i fig. 9. Dette er en teknikk som kalles standard opasitetsvolumgjengiving og tillater at en bruker gjør vokslene innenfor et bestemt verdiområde for dataverdier usynlige, mens andre vokslene forblir synlige.

I fig. 11 vises en fremvisning som resulterer når dataene som er fremvist i fig. 9 er prosessert med anvendelse av opasitetsverktøyet vist i fig. 10. Volumets overflate vil ikke lenger formørke strukturer som er inne i volumet, som man kan se ved å sammenligne fig. 9 og 11.

Det kommer også frem fra histogrammet 1004 og fig. 11 at de fleste av de opasitetsjusterte vokslene er gjennomsiktige og ikke har noen effekt på fremvisningen.

Kort beskrivelse av oppfinnelsen

Den foreliggende oppfinnelsen er definert i de selvstendige patentkravene 1, 8, 12, 14, 21, 25, 27, 28.

Oppfinnelsen vedrører forbedring av den visuelle kvaliteten til bilder som er tilveiebragt med gjengivelse av volumetriske data i vokselformat for fremvisning av tre-dimensjonale (3D) data på en to-dimensjonal (2D) fremvisningsanordning med skygger og opasitet for å styre den realistiske fremvisning av bilder som er gjengitt fra vokslene.

En av de største ulemper ved standard opasitetsgjengivelse av vokselformat datavolumer beskrevet i oppfinnelsens bakgrunn er at gjenstander som fremvises med anvendelse av et vokselformat ser ut til å være flate, noe som hindrer dybdeintrykk og gjør det vanskelig om ikke umulig å fastsette 3D form, orientering og relative stillinger til gjenstandene.

Fig. 12 viser displayfremvisning av en elliptisk gjenstand som er gjengitt med anvendelse av standard opasitetsvolumgjengivelse av volumetriske data bestående av vokslene. Selv om det er klart at tverrsnittfasongen er oval, er det ingen måte å se

om gjenstanden er elliptisk, eggformet, kjegleformet, osv. Det er også umulig å si om gjenstanden berører det flate seismiske snittet bak den. Grunnen til disse ulempene er at tradisjonelle datamaskingrafiske overflatelysteknikker for overflatebelysning ikke virker for voksler fordi de enkelte vokslene ikke har egnede flater som skal belyses.

Fig. 13 viser hvordan et elliptisk sett av voksler vil se ut når det fremvises som et sett av solide brikker som er belyst med et lys. Den virkelige fasongen til den gjengitte gjenstanden kan nå ses.

I et forsøk til å forbedre ulempene ved gjengivelse og fremvisning av voksler vil brukeren foreta utsøkte justeringer til volumfargekartet eller opasitetsverdiene, se at gjengivelsen går frem fra baksiden til forsiden, bevege synspunktet eller simpelthen anvende forestillingsevne til å hjelpe å gjengi gjenstandene i hans eller hennes tanke. Fremgangsmåtene er veldig tidskrevende, subjektive og vanskelige for en uerfaren seer til å beherske og alle gir utilfredsstillende resultater.

For å komme over disse ulempene vil oppfinnelsen belyse et vokselvolum med én eller flere lyskilder. Når det er gjengitt og fremvist vil det belyste volum gi seeren stor visuell informasjon for å hjelpe i oppfatning av dybde, og også fasonger, orienteringer, og stillinger til gjenstander i vokselvolumet. Belysningsparametere er beregnet og grafiske egenskaper for de enkelte vokslene justeres basert på orienteringen til opasitetsisoflater som passerer gjennom hver voksel i volumet.

For å forbedre fremvisning av gjenstander vil opasiteten til fremviste voksler i et datavolum kunne justeres avhengig av opasiteten til nabovokslene. Med anvendelse av et opasitetsverktøy vil hver voksel i et volum tildeles en standard opasitetsverdi α med anvendelse av en tredimensjonal opasitetsfunksjon $\alpha(i, j, k)$ hvor alfa representerer opasitet og bokstavene i, j, k representerer ortogonale retninger.

Isoflater kobler voksler med like opasitetsverdier. For hver voksel vil algoritmen estimere en normal til isoflatene som passerer gjennom vokselen, som er lik den negative gradienten til opasitetsfunksjonen ved vokselen, og anvende den til å skyggelegge vokselen som om det var et punkt på isoflaten. Selv om resultater er typisk vist for en enkel, en-retnings, hvit lyskilde, kan resultatene lett strekkes ut til en to-retnings lyskilde eller til fargede lys.

I fig. 14 vises de grunnleggende trinnene som er implementert i gjengivelsesprosessen som omfatter læren ved den foreliggende oppfinnelsen, og disse trinnene er generelt beskrevet umiddelbart etter. Oppfinnelsen implementeres bare i det andre og det tredje trinnet, i blokkene 1402, 1403 og 1404.

Ved blokk 1401 vil den opprinnelige opasitetsverdien for hver voksel i inngangsvokseldatavolumet prosesseres med et opasitetsverktøy, slik som det som vises i fig. 10, for å gjøre det meste av dataene gjennomsiktig ved fremvisning, som tidligere beskrevet, og strukturene innenfor volumet er ikke lenger mørke, som kan ses i fig.

11. Som en del av denne prosessen vil den opprinnelige opasitetsverdien for hver synlige voksel i datavolumet konverteres til en standard opasitetsverdi α .

Ved blokken 1402 er standard opasitetsverdien α for hver synlige voksel omdannet til en ny synlig opasitets β -verdi ifølge læren ved den foreliggende oppfinnelsen.

- 5 Ved blokk 1403 vil en ny synlig gradientverdi beregnes for hver synlige voksel i et volum med anvendelse av den nye synlige opasitetsverdien β ifølge læren ved den foreliggende oppfinnelsen. Den nye synlige gradientverdien som er beregnet for hver voksel vil ta i betraktning degenereringstilfeller i numerisk gradientberegningen og anvendes i alle ytterligere gjengivelsesberegninger. Bare synlige celler, som er valgt med anvendelse av opasitetsverktøyet og som har en ny synlig opasitet- β som er beregnet, har dens opasitets β -verdi anvendt for å beregne en ny synlig gradient, $\bar{G}$, for hver voksel. Den nye synlige gradienten $\bar{G}$ for hver voksel anvendes for å skyggelegge og å gjengi de fremviste vokslene.

- 15 Ved blokk 1404 vil omgivelses- og diffus skygge beregnes, som ville kunne påføres til en opasitets-isoflate som passerer gjennom vokslene i en omgivelses- og diffus belyningsmodell hvor vokselvolum belyses med bare én eller med flere lyskilder (typisk i én retning og i to retninger). Retningen til den negative synlige gradientvektoren $\bar{G}$ tjener som et normal til isoflaten. En spesiell behandling adderes for vokslar som ligger innenfor opake områder i volumet basert på spesifikasjoner til volumetrisk geodata, som forbedrer brukerens oppfatning av det gjengitte bildet. Et belyst og skyggebelagt volum tilbyr seeren stor visuell informasjon for hjelp i oppfatning av dybde, og også fasonger, orienteringer, og stillinger til gjenstander i volumet.

- 25 Ved blokk 1405 for både 2D- og 3D-teksturer vil fargene til alle de synlige vokslene i volumet endres med å påføre skyggen som beregnes i blokk 1404.

Ved blokk 1406 fremvises det prosesserte, synlige, vokselvolum med skygge.

- I ett aspekt av oppfinnelsen, som definert i patentkrav 27 og 28, anvendes en datamaskin for å prosessere vokselvolumdata, og oppfinnelsen omfatter et produkt omfattende et medium som kan leses av datamaskinen og mediet bærer instruksjoner for at datamaskinen skal kunne utføre den nye prosessen med å beregne den nye synlige opasitet og den synlige gradienten for hver voksel som beskrevet i de foregående avsnittene.

Foretrukne utførelsesformer fremgår av de uselvstendige kravene.

Kort beskrivelse av tegningene

- 35 Oppfinnelsen vil forstås bedre ved å lese den følgende beskrivelse av den foretrukke utførelse sammen med tegningene hvor:

Fig. 1 er en representasjon av vokslar innenfor et terningformet volum;

Fig. 2 er en representasjon av lagring av vokselverdier i et minne;

- Fig. 3-5 illustrerer deling av et volum i skiver i ortogonale plan for 2D-teksturgjengivelse;
- Fig. 6 er en representasjon av et volum i et gitt bilde uten skyggelegging;
- Fig. 7 er et blokkdiagram for trinnene i en volumgjengivelsesprosess;
- 5 Fig. 8 er et blokkdiagram av volumgjengivelsesutstyr;
- Fig. 9 er en gjengivelse av et opakt volum;
- Fig. 10 er en representasjon av et opasitetsverktøy;
- Fig. 11 er en gjengivelse av et halvgjennomsiktig volum etter at et opakt eller ugjennomsiktig volum prosesseres ved anvendelse av et opasitetsverktøy;
- 10 Fig. 12 viser fremvisning av en elliptisk gjenstand som er gjengitt med anvendelse av standard opasitetsvolumer som gjengir volumetriske data bestående av vokslar uten skyggelegging;
- Fig. 13 viser hvordan et elliptisk sett av vokslar ville se ut når de er fremstilt som et sett av solide brikker som er belyst med et lys;
- 15 Fig. 14 viser i blokkskjemaform trinnet for prosessering og fremvisning av volumetriske geovitenskapelige data bestående av et volum av vokseldata;
- Fig. 15-17 er riss med delene fra hverandre for volumer hvor hvert viser en celle som er fremstilt av vokslar som er anvendt for å beregne ny visuell opasitets- og visuell gradientverdier for vokslene;
- 20 Fig. 18-20 er tabeller som viser hvordan de nye visuelle opasitetsverdiene for vokslene er beregnet; og
- Fig. 21-23 er tabeller som viser hvordan de nye visuelle opasitetsverdiene er anvendt for å beregne nye visuelle gradientverdier for vokslene.
- Beskrivelse av den foretrukne utførelsen**
- 25 I den følgende beskrivelsen vil alle henvisningstall angi i hvilken figur de er plassert. Således vil f.eks. referansenummer 1004 finnes i fig. 10 og referansenummer 1405 finnes i fig. 14.
- Det volumetriske datavolum vil først deles i skiver som illustrert i fig. 3, 4 og 5 og skivene omfatter hver rader og kolonner med vokslar som ikke ses i disse figurene
- 30 men som ses i fig. 15-17. Volumgjengivelsen av dataene kan gjøres hurtigere ved å redusere antall vokslar som er prosessert, nedlastet og gjengitt ved å slette gjennomsiktige vokslar. En slik volumgjengivelse er forklart i det tidligere nevnte US patent nr. 6 304 266 som innlemmes her som referanse.
- I fig. 15-17 vises et representativt volum av vokslar som er formet til et flertall av
- 35 skiver A-E og celler, som spesielt anvendt ved geovitenskapelige data, hvor vokslene er gruppert i celler som omfatter ikke mindre enn 27 alfanummerisk

angitte voksler (f.eks. A11, C21) og som danner en terning. Andre ikke-angitte voksler vist i disse figurene er andre voksler i datavolumet hvor cellene som beskrives er plassert. Bare én celle vises i hver av disse figurene for enkelthets skyld, men i virkeligheten ville det være flere skiver og mange celler i hver skive i et volum. Disse cellene beskrives i større detalj nedenfor. Skivene vises adskilt fra hverandre bare for å gjøre det enklere å se de 27 vokslene A11-A33, B11-B33 og C11-C33 som danner cellene 1 og 3 i fig. 16 og 17, og de 27 vokslene B11-B33, C11-C33 og D11-D33 som danner celle to i fig. 16.

For dette eksemplet vises bare horisontale skiver spesifikt i fig. 15, 16 og 17 men det finnes også vertikale skiver og de kryssende ortogonale skivene gjennom datavolumet anvendes for å danne de tredimensjonale rader og kolonner med voksler som vist slik at i dette spesielle tilfellet vil vektoren eller pilretningen til lyskilden være parallell med én av de tre ortogonale aksene (u , v , w) i det skivedelte datavolumet mens de andre to aksene er ortogonale med retningen for lyskildevektoren. I fig. 15 og 16 er lysvektoren parallell med aksene W , og i fig. 17 er lysvektoren parallell med aksene V . Merk at mens illustrasjonene viser lysretningen som parallell med én av aksene vil fremgangsmåten som anvendes støtte vilkårlige retninger for lyskilden. Verdien til den initiale opasitet α for vokslene i hver celle anvendes for å beregne verdiene til synlig opasitet β bare for vokslene i hver celle som beskrevet heretter med henvisning til fig. 18-20.

Mens den foretrukkede celledelingsstørrelsen, som vist i fig. 15-17, er 27 voksler som danner en terning på $3 \times 3 \times 3$ voksler, kan en annen celledelingsstørrelse være egnet for andre data slik som medisinske eller meteorologiske data. Et eksempel av en annen celledelingsstørrelse kan være 100, 25 voksler som danner en terning på $5 \times 5 \times 5$ voksler. Antall voksler i en celle baseres på fordelingen av data i volumet.

I fig. 15 celle én er den spesielle voksel som er av interesse sentervokselen B22. I fig. 15 vil lys komme inn fra toppen av datavolumet og celle én er representert av lyskildevektor/-pil. I fig. 16 celle to er den spesielle voksel som er av interesse sentervoksel C22. I fig. 16 er lyset innkommende fra toppen av datavolum og celle to og representeres med lyskildevektor/pil. I fig. 17 er celle tre er fremstilt av samme vokslene som celle én, men lyset kommer inn på høyre side av datavolumet og celle tre, som representert av lyskildevektor/-pil.

Som kort beskrevet ovenfor vil den opprinnelige opasitetsverdien for hver voksel i et datavolum først avbildes (på engelsk "mapping") med et opasitetsverktøy, slik som det som illustreres i fig. 10 og som er innlemmet i GEOVIZ produktet for Schlumberger-GeoQuest for å oppnå en standard opasitetsverdi α for hver voksel i et datavolum. Opasitetsverktøyet justerer opasitetsavbildningen av voksler i datavolumet for å gjøre utvalgte voksler gjennomsiktige ($\alpha=0$) bortsett fra f.eks. de som har store positive eller negative verdier. Dette har den effekten at det meste av dataene er gjennomsiktige når de gjengis, og strukturer innenfor datavolumet ikke

lenger er mørke, som kan ses i fig. 11. Dette er en teknikk som kalles standard opasitetsvolumgjengivelse og tillater at en bruker lager voksler innenfor et bestemt verdiområde for dataverdier usynlige mens de andre forblir synlige. Operatøren gjør dette ved å endre settingen til opasitetsverktøyet. Denne teknikken beskrives i større detalj i US patent nr. 6 304 266 nevnt ovenfor.

I en forenklet behandling av visibilitet vil vi først finne den største komponenten av lys som innkommer på et datavolum og merke den som visibilitetsretningen (f.eks. u, hvis man antar at $L_u = \max(L_u, L_v, L_w)$). Dette vil være vektor/pilen i fig. 15-17. Således for lys som kommer fra u-retningen (ikke representert i fig. 15-17), vil den nye synlige opasitets β -verdi beregnes med anvendelse av følgende ligninger:

$$\begin{aligned}
 &\text{if } \sum_{j,k} \alpha(i+1, j, k) > \sum_{j,k} \alpha(i-1, j, k) \\
 &\quad \beta(i-1, j, k) = \alpha(i-1, j, k) \\
 &\quad \beta(i, j, k) = \max(\beta(i-1, j, k), \alpha(i, j, k)) \\
 &\quad \beta(i+1, j, k) = \max(\beta(i, j, k), \alpha(i+1, j, k)) \\
 &\text{else} \\
 &\quad \beta(i+1, j, k) = \alpha(i+1, j, k) \\
 &\quad \beta(i, j, k) = \max(\beta(i+1, j, k), \alpha(i, j, k)) \\
 &\quad \beta(i-1, j, k) = \max(\beta(i, j, k), \alpha(i-1, j, k))
 \end{aligned}$$

De ovennevnte matematiske ligningene anvendes for å beregne den synlige opasiteten β for hver voksel i hver av de ni kolonner med tre voksler i en celle, sett fra lysretningen, slik som vokselkolonnene A11, B11, C11 og vokselkolonnene A23, B23, C23 i celle én. Når en vokselkolonne ses fra retningen til lyskilden, hvis den første vokselen er opak vil alle vokslene som ligger bak den ikke kunne ses. F.eks. i celle én i fig. 15, hvis voksel A11 er opak vil voksler B11 og C11 bak den ikke kunne ses. Tilsvarende hvis voksel A11 er halvt gjennomsiktig (opprinnelig opasitetsverdi mellom 0,0 og 1,0) vil opasitetsverdien for voksler B11 og C11 bak voksel A11 ikke kunne være mindre enn dette. F.eks. hvis voksel A11 er halvt gjennomsiktig med en opasitetsverdi på 0,7, kan ikke vokslene B11 og C11 ha en synlig opasitetsverdi som er lavere enn 0,7 og de endres med hensyn til dette med å beregne synlige opasitetsverdier β for voksel B11 og C11.

Fig. 18-20 er tabeller som anvendes for å forenkle og for å vise på klarere måte de matematiske beregningene som er utført av de ovennevnte ligningene for å avlede de nye synlige opasitetsverdiene β respektivt for alle 27 vokslene i hver av cellene én, to og tre med anvendelse av standard opasitetsverdien α for vokslene ifølge læren ved den foreliggende oppfinnelsen. I den følgende beskrivelsen angir α standard opasitet og når den anvendes som α_{A11} angir den standard opasiteten til

voksel A11, og β angir den nye synlige opasiteten og når den anvendes som $\beta A11$ angir den synlige opasiteten til voksel A11.

Tilbake til fig. 15 for å beskrive beregning av synlig opasitets β -verdier for alle vokslar i celle én som vist i tabellen i fig. 18. Med lys som kommer inn på toppen av volumet i fig. 15, og A11-A33 vokslene på toppen av cellen, vil standard opasitetsverdien for hver av vokslene A11-A33 ($\alpha A11$ - $\alpha A33$) være lik den synlige opasiteten β -verdien for hver av disse vokslene. Det er ingenting foran disse vokslene for å blokkere eller endre intensiteten til lyset som skinner på dem slik at deres standard opasitet vil være lik deres synlige opasitet. Dette representeres i "A-skive"-kolonnen i fig. 18 som $\alpha A11 = \beta A11$, $\alpha A12 = \beta A12$ osv. helt til $\alpha A33 = \beta A33$.

For å beregne den synlige opasiteten β for vokselen B11 bak voksel A11, og med standard opasitet for voksel A11 ($\alpha A11$) lik den synlige opasiteten $\beta A11$ for voksel A11, når $\beta A11$ er større enn standardopasiteten for voksel B11 ($\alpha B11$) bak den, vil verdien til den synlige opasiteten for voksel B11 ($\beta B11$) ikke kunne være mindre og den endres for å være lik den synlige opasiteten til voksel A11. Det vil si at den synlige opasiteten til voksel B11, $\beta B11$ settes lik den synlige opasitetsverdien for voksel A11, $\beta A11$ ($\beta B11 = \beta A11$). Det motsatte, hvis den synlige opasiteten $\beta A11$ er mindre enn eller lik standardopasiteten $\alpha B11$ vil den synlige opasiteten for voksel B11, $\beta B11$ settes lik standard opasitetsverdien ($\beta B11 = \alpha B11$). Fortsatt ned samme kolonne med vokslar A11, B11 og C11 til C11 voksel, og igjen med anvendelse av samme resonnement, hvis den synlige opasiteten for voksel B11, $\beta B11$ er større enn standardopasiteten for vokslene C11, $\alpha C11$ vil da den synlige opasiteten for voksel C11, $\beta C11$ være sett lik den synlige opasiteten for voksel B11, $\beta B11$ ($\beta C11 = \beta B11$). Derimot hvis den synlige opasiteten for voksel B11, $\alpha B11$ er mindre enn eller lik standard opasiteten for voksel C11, $\alpha C11$ vil da den synlige opasiteten $\beta C11$ forbli lik standard opasiteten ($\beta C11 = \alpha C11$).

Denne samme fastsettelse av synlig opasitet for alle vokslar i celle én gjentas for hver av de andre ni kolonner med tre vokslar i fig. 15 (f.eks. vokselkolonner A32, B32 og C32; A22, B22 og C22; osv.). Den synlige opasitets β -verdier beregnet på denne måte for alle vokslar i celle én anvendes med den ene hensikten å beregne den visuelle opasitetsgradient for bare voksel B22 i senteret av celle én som beskrives heretter med henvisning til fig. 21. Selv om andre celler, slik som celle to omfatter flere av de samme vokslene som er inkludert i celle én vil verdiene for synlig opasitet beregnes på nytt for alle vokslar i hver celle, og de synlige opasitetsverdiene for vokslar i celle to vil mest sannsynlig kunne være forskjellig fra de verdiene som er beregnet når vokslene er i celle én.

Selv om bare én celle vises i fig. 15 finnes det i virkeligheten flere celler i et datavolum og den synlige opasiteten β fastsettes for alle vokslar i datavolumet. Dette gjøres ved å ha hver voksel ved senteret av en celle og utføre beregningene

som er beskrevet ovenfor. Vokslene i den ytre flaten til volumet kan man se bort fra.

I fig. 19 finnes en tabell som viser hvordan standardopasitet α -verdier for hver av vokslene i celle to, fig. 16 anvendes for å oppnå de nye synlige opasitets β -verdier for hver av vokslene i celle to. Med lys som kommer inn fra toppen av datavolumet i fig. 16, og B11-B33 vokslene for celle to på den side av cellen fra hvilken lyset kommer, vil standard opasitetsverdien for hver av vokslene B11-B33 være lik den synlige opasitetsverdien for hver av disse samme vokslene. Dette representeres i B-skive kolonne i fig. 19 som $\alpha B11 = \beta B11$, $\alpha B12 = \beta B12$ osv. helt til $\alpha B33 = \beta B33$.

Når man beregner den synlige opasiteten for voksel C11 bak voksel B11, og med anvendelse av résonnementet som er beskrevet i foregående avsnitt, hvis den synlige opasiteten $\alpha B11$ er større enn standardopasiteten α for voksel C11, vil da den synlige opasiteten for voksel C11 endres for å være lik den synlige opasiteten for voksel B11. Dette betyr at $\beta C11 = \beta B11$. Derimot hvis den synlige opasiteten til voksel B11, $\beta B11$ er mindre enn eller lik standard opasiteten for voksel C11, $\alpha C11$, vil da den synlige opasiteten $\beta C11$ for voksel C11 settes lik standardopasiteten. Det betyr at $\beta C11 = \alpha C11$. Man fortsetter ned kolonnen med vokslene B11, C11 og D11, hvis den synlige opasiteten for voksel C11, $\beta C11$, større enn standard opasiteten for voksel D11, $\alpha D11$ vil da den synlige opasiteten for voksel D11, $\beta D11$ settes lik den synlige opasiteten for voksel C11, $\beta C11$. Det vil si $\beta D11 = \beta C11$. Derimot hvis den synlige opasiteten for voksel C11, $\beta C11$ er mindre enn eller lik standardopasiteten for voksel D11, $\alpha D11$ vil da den synlige opasiteten $\beta D11$ forbli lik standardopasiteten $\alpha D11$. Det betyr at $\beta D11 = \alpha D11$.

Denne samme beregningen av synlig opasitet β for alle vokslene i celle to gjentas for hver av de resterende ni kolonner med tre vokslene i celle to i fig. 19 (f.eks. vokselkolonner B32, C32 og D32; B22, C22 og D22; osv.). På denne måten vil den synlige opasiteten β for alle vokslene i celle to beregnes. Den beregnede verdien for synlig opasitet β for alle vokslene i celle 2 anvendes bare i ligningene i fig. 2 for å beregne den synlige opasitetsgradienten β for voksel C22 i senteret av celle to.

Selv om bare én celle vises i fig. 16 finnes det i virkeligheten flere celler i et datavolum og den synlige opasiteten β er fastsatt for alle vokslene i datavolumet. Dette gjøres ved å ha hver voksel ved senteret av en celle og utføre beregningene som er beskrevet ovenfor. Vokslene på den ytre flaten av volumet kan ses bort fra.

I fig. 17 er celle tre den som har de samme vokslene som celle én vist som i fig. 15 men lysretningen for datavolumet og celle tre er fra høyre siden heller enn fra toppen. Ifølge dette vil beregninger for synlig opasitet β være identiske i måte men de er forskjellige. Kolonnene med tre vokslene er på deres side gjennom celle tre. F.eks. vokslene B23, B22, B21 og vokslene C13, C12, C11. Tabellene for å beregne

synlig opasitet β for alle vokslar i celle to vises i fig. 20. Med hensyntagen til den foregående beskrivelse av hvordan disse beregningene gjøres med henvisning til tabellene i fig. 18 o 19, vil ikke beskrivelsen gjentas her for korthets skyld. Den synlige opasiteten β for alle vokslene i celle tre anvendes for å beregne den synlige opasitetsgradienten $\bar{G}$ bare for voksel B22 i senteret av celle tre som beskrevet heretter med henvisning til fig. 23. Igjen finnes det flere celler i datavolumet i fig. 17 og synlig opasitet er bestemt for alle vokslene.

Fig. 21-23 er tabeller som anvendes for å beskrive de matematiske beregningene som er utført for å avlede de tre gradientkomponentene G_u , G_v og G_w som definerer ny synlig opasitetsgradient $\bar{G}$ for hver voksel i senteret av hver representative celle én, to og tre ifølge læren ved den foreliggende oppfinnelsen. Gradientene må avledes for alle vokslar i et datavolum slik at tilsvarende tabeller avledes for de andre vokslene i et datavolum, ikke bare celler én, to og tre. De tre gradientkomponentene beregnes for hver voksel med anvendelse av den nylig beregnede verdi for synlig opasitet β for alle vokslar i hver celle. For celle én i fig. 15 er sentervoksel B22; for celle to i fig. 16 er sentervoksel C22; og for celle 3 i fig. 17 er sentervoksel B22. Den nye synlige opasitetsgradienten G for alle vokslar er da anvendt for å gjengi vokseldata volum på en måte som er kjent i teknikken. Disse beregningene er gjentatt for hver voksel i et volum og er beskrevet i større detalj heretter.

Tilbake til celle én for å beskrive hvordan de synlige opasitets β -verdier for de 27 vokslene i celle én anvendes for å beregne den nye synlige opasitetsgradienten $\bar{G}$ for sentervoksel B22. Med anvendelse av synlig opasitets β -verdier beregnet for hver av de 27 vokslene A11-C33 i celle én, anvendes disse verdiene i ligningene vist i fig. 18 for å beregne vektorkomponenter G_u , G_v og G_w for vektor $\bar{G}$ bare for voksel B22 i senteret av celle én. Vektorkomponenten er da kombinert for å få vektor $\bar{G}$, den negative, synlige opasitetsverdien for voksel B22.

På samme måte, de nye synlige opasitets β -verdier som er beregnet for hver av de 27 vokslene B11 til D33 i celle to anvendes i ligningen i fig. 19 for å beregne gradientkomponentene G_u , G_v og G_w for den synlige opasitetsgradientvektor $\bar{G}$ bare for voksel B22 i midten av celle to. Gradientkomponenten er da kombinert for å gi den negative synlige opasitetsgradienten for voksel B22.

Altså de synlige opasitets β -verdier for de 27 vokslene A11-C33 i celle tre anvendes i ligningene i fig. 20 for å beregne vektorkomponenter G_u , G_v og G_w for den synlige opasitetsgradientvektor $\bar{G}$ bare for voksel C22. Gradientkomponentene er da kombinert for å oppnå den negative synlige opasitetsgradient for voksel C22. Den grunnleggende gradientligning er kjent i teknikken og er beskrevet i større detalj i de følgende avsnittene men verdier for synlig opasitet β er anvendt i ligninger heller

enn verdier for standard opasitet som tidligere anvendt for å avlede de forenklete beregningene vist i fig. 21-23.

En negativ opasitetsgradient $\bar{G}$ ved en bestemt voksel er fastsatt ved tre partielle deriverte langs de tre større aksene G_u , G_v og G_w som:

$$5 \quad \bar{G} = \langle -G_u, -G_v, -G_w \rangle$$

hvor standard gradientligningene anvendt er:

$$G_u = \sum_{j,k} \alpha(i+1, j, k) - \sum_{j,k} \alpha(i-1, j, k)$$

$$G_v = \sum_{i,k} \alpha(i, j+1, k) - \sum_{i,k} \alpha(i, j-1, k)$$

$$G_w = \sum_{i,j} \alpha(i, j, k+1) - \sum_{i,j} \alpha(i, j, k-1)$$

- 10 Imidlertid, ifølge læren ved oppfinnelsen er disse tre standard gradientligningene for å beregne vektorkomponenter G_u , G_v og G_w modifisert for å beregne en ny negativ synlig opasitetsgradient vektor $\bar{G}$ som vises ved å følge ligningene ved å anvende de nye synlige opasitets β -verdier heller enn standard opasitetsverdier α vist i ligningene umiddelbart ovenfor. Ved å erstatte en verdi for synlig opasitet β i standard gradientligningene, vil gradientligningene da bli:

$$G_u = \sum_{j,k} \beta(i+1, j, k) - \sum_{j,k} \beta(i-1, j, k)$$

$$G_v = \sum_{i,k} \beta(i, j+1, k) - \sum_{i,k} \beta(i, j-1, k)$$

$$G_w = \sum_{i,j} \beta(i, j, k+1) - \sum_{i,j} \beta(i, j, k-1)$$

- 15 hvor $\beta(i,j,k)$ er den synlige opasiteten for en singel voksel langs hver av de tre større aksene i, j, k .

- Bare synlige vokslar, som er valgt med anvendelse av opasitetsverktøyet, og deretter prosessert for å avlede synlig opasitet β for hver synlig voksel, er anvendt for å beregne vektorkomponenter G_u , G_v og G_w for negativ synlig opasitetsgradient $\bar{G}$ fortrinnsvis ved anvendelse av 26-nabo-senter-forskjellmetoden beskrevet ovenfor, ved hver synlige voksel med anvendelse av de endrede ligningene som ligger umiddelbart ovenfor. Den negative synlige opasitetsgradienten G er beregnet med anvendelse av ligningen:

$$\bar{G} = \langle -G_u, -G_v, -G_w \rangle$$

- 25 hvor vektorkomponentene G_u , G_v og G_w er beregnet med anvendelse av tabellene i fig. 21-23. Disse tabellene reflekterer beregningene i de ovennevnte gradientligningene.

Gradient $\bar{G}$ som er beregnet med anvendelse av 26-nabolag-forskjellmetode har betydelig flere forskjellige verdier og resulterer i mykere bilder enn en seks-nabolag-forskjellen, selv om den siste er hurtigere for å beregne, men den har bare 27 forskjellige verdier som resulterer i brå endringer i skyggeleggingen. For den foreliggende beskrivelsen anvender vi 26-nabo-forskjell-gradienter for opasiteten. Disse ligningene virker uansett antall lys som belyser et objekt eller lysfargen.

Den nye synlige opasitetsgradienten $\bar{G}$ for hver av vokslene B22 (celle én), C22 (celle to) og B22 (celle tre) er anvendt for å beregne omgivelses- og diffus skyggeintensitet for vokslene på en måte som er kjent tidligere, med tillegg av spesielle behandlinger som er tilveiebragt ved denne oppfinnelsen, og generelt beskrevet med henvisning til blokk 1404 i fig. 14. Skyggeleggingen er beregnet som om det var påført en opasitets-isoflate som passerer gjennom alle vokslene i et volum i en omgivelses- og diffus illuminasjonsbelysningsmodell hvor vokselvolum belyses med én eller flere lyskilder (typisk med en retning og to retninger). Retningen til den negative synlige opasitetsgradientvektoren tjener i dette tilfelle som en normal til isoflaten. Spesiell behandling tilføyes for vokslene innenfor opake områder i volumet basert på spesielle egenskaper til volumetrisk geovitenskapelige data, som forbedrer brukerens oppfatning av det gjengitte bildet. Et belyst og skyggelagt volum tilbyr seere stor visuell informasjon for å hjelpe i oppfatning av dybde, og også fasonger, orienteringer, og stillinger til gjenstander i volumet.

Som en del av beregningen av skyggeleggingen tar man en avgjørelse om volumet som skal gjengis skal skyggelegges som om det var belyst av en én-retnings lyskilde som peker i én retning eller av et to-retnings lys som består av to identiske retningslys som peker i motsattliggende retninger på et volum. Når volumet som gjengis er belyst av en én-retnings kilde vil omgivelsen og den diffuse skyggeintensitet beregnes med anvendelse av opasitet ($I_{\text{shading}} = I(\beta)$) som følger:

$$\begin{aligned} &\text{if } \bar{G} \cdot \bar{L} > 0 \\ &\quad I_{\text{shading}} = I_{\text{ambient}} + I_{\text{diffuse}} (\bar{G} \cdot \bar{L}) / \text{Norm}(\bar{G}) \\ &\text{else if } \bar{G} \cdot \bar{L} \leq 0 \\ &\quad I_{\text{shading}} = I_{\text{ambient}} \end{aligned}$$

hvor $\bar{G}$ er den negative synlige opasitetsgradient, beregnet som tidligere beskrevet og $\bar{L}$ er enhets-lysvektor.

For to-retningslys som består av to identiske, rettede lys som peker i motsattliggende retninger på volumet, vil omgivelses- og den diffuse skyggeleggingsintensitet beregnes som følger:

if $\bar{G} \cdot \bar{L} > 0$

$$I_{\text{shading}} = I_{\text{ambient}} + I_{\text{diffuse}} (\bar{G} \cdot \bar{L}) / \text{Norm}(\bar{G})$$

else if $\bar{G} \cdot \bar{L} \leq 0$

$$I_{\text{shading}} = I_{\text{ambient}} - I_{\text{diffuse}} (\bar{G} \cdot \bar{L}) / \text{Norm}(\bar{G})$$

hvor $\bar{G}$ er vektoren for den negative synlige opasitetsgradient og $\bar{L}$ er enhetslengdevektoren.

For tilfellet hvor $\bar{G} = 0$ (når og bare når $\text{Norm}(\bar{G})=0$) fortjener spesiell behandling.

5 Det finnes fire mulige scenarioer:

a) $\bar{G} = 0$ og opasitetsverdien i vokselen er 0.0 ($\beta(i,j,k)=0$). Vi behandler dette som tomt rom og $I_{\text{skygge}}=0$.

b) $\bar{G} = 0$ mens dataverdien i vokselen ikke er 0.0 ($\beta(i,j,k) \neq 0$), dataverdier for de omkringliggende vokslar er ikke alle 0,0 og

$$10 \quad \sum_{j,k} \beta(i+1,j,k) = \sum_{i,k} \beta(i,j+1,k) = \sum_{i,j} \beta(i,j,k+1)$$

I dette tilfellet behandles vokselen som plassert innenfor et jevnt voksellegeme.

Teoretisk vil i dette tilfellet en isoflate som vil passere gjennom vokselen ikke være definert og således bør vokselen ikke skyggelegges ($I_{\text{skygge}}=1$). Dette tilveiebringer visuell støy når noen betrakter det gjengitte bildet. For å eliminere dette velger vi å 15 tildele slike vokslar en kunstig gradient $G_{\text{foretrukket}}$ og sette skyggeleggingsintensitet i en slik voksel til å være:

$$I_{\text{skygge}} = I_{\text{ambient}} + I_{\text{difus}} (G_{\text{foretrukket}} \cdot L)$$

For det meste av 3D-geo-vitenskapsvolumer finnes det horisontale lag i data slik at det mest fornuftige valget for $\bar{G}_{\text{foretrukket}}$ er:

$$20 \quad \bar{G}_{\text{foretrukket}} = \langle 0,0,1 \rangle$$

c) $\bar{G} = 0$ mens dataverdien i vokselen ikke er 0,0 ($\beta(i,j,k) \neq 0$), men dataverdier for alle de omkringliggende vokslar er 0,0. I dette tilfellet med en enkelt voksel som er omgitt av tomt rom er retningen for den visuelle opasitetsgradienten ikke definert. Således velger vi den vilkårlig for å tilfredsstille ligningene fra 25 scenario (b) umiddelbart ovenfor.

d) Resten av scenariene kan påkreve en ny beregning av $\bar{G}$ ved å anvende riktige forskjeller eller en annen kjent metode. De påkrevede beregningene er tidskrevende. Skyggeleggingen var beregnet med anvendelse av formelen i scenariet (b) ovenfor for de fleste vokslene tilnærmer seg den nøyaktige beregnede ganske 30 godt.

Etter at skyggeleggingsintensiteten er beregnet, inkludert den spesielle behandling i scenarier (a)-(d), påføres den til et fargekodet opasitetsvolum. Dette henviste man til med henvisning til blokk 1405 i fig. 14. Det finnes flere kjente måter å implementere dette. Ofte vil fargen til en voksel avledes fra den assosierte dataverdi μ med anvendelse av en fargepalett også kalt en tabell for å slå opp eller LUT, som:

$$(r,g,b,\alpha) = \text{LUT}(\mu)$$

hvor LUT er hovedsakelig en én-dimensjonsmatrise med r,g,b,α kvadrupler som er indeksert med dataverdien μ . Således når en fargepalett anvendes vil fargen til en voksel være en funksjon av bare dataverdien.

- 10 Når vi påfører skygge til en voksel, vil vokselens endelige farge være avhengig ikke bare av dataverdien, men også av skyggeintensiteten som er knyttet til vokselen. Den opprinnelige formelen ber om å gange hver av fargekomponentene for hver voksel med skyggeintensiteten for vokselen. Dette krever flere tilleggsberegninger, noe som gjør prosessen saktere. Man kunne som et alternativ anvende en utvidet fargepalett, SHADING_LUT, som er en to-dimensjonsmatrise som består av r,g,b,α kolonner som er beregnet for forskjellige verdier av skyggeintensitet I_{shading} . Når de er beregnet på forhånd, vil en slik utvidet fargepalett kunne anvendes for å slå opp en farge for en skygget voksel med anvendelse av dataverdien μ og skyggeintensitet I_{shading} som indekser:

$$(r,g,b,\alpha) = \text{SHADING_LUT}(\mu, I_{\text{shading}})$$

- Den opprinnelige farge (r,g,b) for et 3D-seismisk opasitetsvolum er ikke avhengig av volumets opasitet og kan spesifiseres basert på hvilke som helst dataverdier som er knyttet med et volum (f.eks. amplitude, øyeblikkelig frekvens, osv.). For å kunne simulere belysning av en voksel med hvitt lys, modifiseres fargekomponentene til vokselmaterialet ved å gange dem med skyggeintensiteten:

$$(r_{\text{shaded}}, g_{\text{shaded}}, b_{\text{shaded}}, \alpha) = (I_{\text{shading}}r, I_{\text{shading}}g, I_{\text{shading}}b, \alpha)$$

Resultatene som oppnås fra denne beregningen er de gjengitte volumetriske data som er anvendt for å vise 3D-seismiske informasjonsvolumer på en 2D-fremvisningsanordning.

- 30 Mens det som er beskrevet ovenfor er den foretrukkede utførelsen av oppfinnelsen vil fagmannen på området merke at flere endringer kan utføres uten å fjerne seg fra ånden og rammen ved oppfinnelsen.

Patentkrav

1. Fremgangsmåte for å gjengi et volum med vokseldata med skygge og opasitet, hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter ved en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor
5 fremgangsmåten omfatter trinnene:
 - å beregne en revidert verdi for opasitet for hver av vokslene i volumet, hvor den reviderte opasitetsverdien for en voksel er avhengig av den opprinnelige opasitetsverdien og den reviderte opasitetsverdien for vokselen i umiddelbar nærhet til den; og
 - 10 å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede reviderte verdier for opasitet for alle vokslene.
2. Volumgjengivelsesmetoden ifølge krav 1, hvor trinnet å beregne en revidert verdi for opasitet ytterligere omfatter trinnet:
 - å danne en celle med vokslar som omgir hver voksel i volumet, hvor alle
15 vokslene i hver celle er innrettet i grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor hver celle er plassert bak hverandre i en linje som er parallell med den primære retningen for lyset.
3. Volumgjengivelsesmetoden ifølge krav 2, hvor trinnet å beregne en revidert verdi for opasitet ytterligere omfatter trinnene:
 - 20 å sette den reviderte verdien for opasitet for vokselen nærmest lyskilden i hver gruppe av vokslar i hver celle lik den opprinnelige opasitetsverdien; og
 - å sette den reviderte opasitetsverdien for alle de andre vokslene i hver gruppe av vokslar i hver celle lik den reviderte verdien for opasitet for en nærliggende voksel i samme gruppe av vokslar som ligger nærmere lyskilden hvis den reviderte
25 opasitetsverdien for den nærmeste vokselen er lik eller større enn den opprinnelige opasitetsverdien for den nærliggende andre vokselen, og å sette den reviderte verdien for opasitet i den nærliggende andre voksel lik den opprinnelige opasitetsverdien hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er mindre enn den opprinnelige verdien for opasitet i den nærliggende andre vokselen.
- 30 4. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 3, hvor trinnet å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av den beregnede reviderte verdi for opasitet for alle vokslene omfatter ytterligere trinnene:
 - å kombinere de reviderte verdiene for opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret av hver
35 celle; og
 - å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for vokselen i senteret av hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom vokselen i senteret av hver celle.
5. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 1, hvor trinnet å beregne en
40 opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede

reviderte verdier for opasitet for alle vokslene omfatter ytterligere trinnene:

å kombinere de reviderte verdiene for opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret av hver celle; og

5 å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for vokselen i senteret av hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er rettvinklet med en isoflate som passerer gjennom vokselen i senteret av hver celle.

6. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 4, ytterligere omfattende trinnet: å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og å
10 fremvise det gjengitte volumet på fremvisningsanordningen.

7. Volumgjengivelsesfremgangsmåte ifølge krav 1, ytterligere omfattende trinnet: å beregne skyggen for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og å fremvise det gjengitte volumet på fremvisningsanordningen.

8. Fremgangsmåte for gjengivelse av et volum av vokseldata med
15 skyggelegging og opasitet avhengig av retningen for en lyskilde som er spesifisert til å belyse volumet for gjengivelse, hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter med en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor fremgangsmåten omfatter trinnene:
20 (1) å beregne en revidert opasitetsverdi for en første voksel i volumet ved å danne en celle med vokslar som omgir den første vokselen, hvor alle vokslene i cellen er innrettet i grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor cellen er plassert én bak den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen, og det reviderte opasitetsberegningstrinnet ytterligere omfatter trinnene:

25 (a) å sette den reviderte verdien for opasitet for vokselen som ligger nærmest lyskilden i hver gruppe av vokslar i cellen lik den opprinnelige verdien for opasitet; og

30 (b) å sette den reviderte opasitetsverdien for andre vokslar i gruppen av vokslar i cellen lik den reviderte verdien for opasitet i en nærliggende voksel i samme gruppe av vokslar som ligger nærmest lyskilden hvis den reviderte verdien av opasitet for den nærmest liggende voksel er lik eller større enn den opprinnelige opasitetsverdien for den andre vokselen, og sette den reviderte verdien for opasitet av den andre voksel lik den opprinnelige verdien for opasitet av den andre voksel hvis den reviderte opasitetsverdien for den nærmeste voksel er mindre enn den opprinnelige opasitetsverdien for den andre vokselen;

35 (2) å gjenta det reviderte opasitetsberegningstrinn for alle andre vokslar i volumet forskjellig fra den første voksel; og

(3) å beregne en gradient for opasitet for hver av vokslene i volumet med anvendelse av beregnede reviderte verdier for opasitet for alle vokslene.

9. Volumgjengivelsesfremgangsmåte ifølge krav 8, hvor trinnet å beregne en
40 opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede

reviderte verdier for opasitet for alle vokslene omfatter ytterligere trinnene:

å kombinere de reviderte verdier for opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret av den sistnevnte celle; og

- 5 å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for vokselen i senteret av hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom vokselen i senteret av den sistnevnte celle.

10. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 8, ytterligere omfattende trinnene å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og å
10 fremvise det gjengitte volumet på fremvisningsanordningen.

11. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 9, ytterligere omfattende trinnene: å beregne skygger for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og å fremvise det gjengitte volum på fremvisningsanordningen.

12. Fremgangsmåte for gjengivelse av et volum av vokseldata med
15 skyggelegging og opasitet som er avhengig av retningen for en lyskilde som er spesifisert til å belyse volumet for gjengivelsen hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter ved en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor fremgangsmåten omfatter trinnene:
(1) å beregne en revidert verdi for opasitet for en første voksel i volumet ved å
20 danne en celle med vokslar som omgir den første voksel, hvor alle vokslene i cellen er innrettet til grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor cellen er plassert én etter den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen, og det reviderte opasitetsberegningstrinn ytterligere omfatter trinnene:

- (a) å sette den reviderte opasitetsverdien for vokselen nærmest lyskilden i
25 hver gruppe av vokslar i cellen lik den opprinnelige opasitetsverdien;
(b) å sette den reviderte verdien for opasitet for andre vokslar i vokselgruppene i cellen lik den reviderte verdien av opasitet for en nærliggende voksel i samme gruppe med vokslar som ligger nærmest lyskilden hvis den reviderte verdien av opasitet for den nærmeste vokselen er lik eller større enn den
30 opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen, og å sette den reviderte verdien for opasitet for den andre vokselen lik den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen hvis den reviderte verdien for opasitet av den nærmeste vokselen er mindre enn den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen;

- (2) å gjenta det reviderte opasitetsberegningstrinnet for alle andre vokslar i volumet forskjellig fra den første vokselen;

- (3) å beregne tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for den første vokselen, hvor én av de ortogonale opasitetsgradientkomponenter er parallell med den primære lysretningen, hvor opasitetsgradientberegningstrinnet ytterligere
40 omfatter trinnene:

(a) å kombinere de reviderte verdier for opasitet for vokslene i cellen for å

avlede de tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for den første vokselen; og

(b) å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for den første vokselen for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom den første vokselen;

5 (c) å gjenta opasitetsgradientberegningstrinnet for alle andre vokslar i volumet forskjellige fra den første vokselen.

13. Volumgjengivelsesmetode ifølge krav 12, ytterligere omfattende trinnene: å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og

10 å fremvise det gjengitte volum på fremvisningsanordningen.

14. Apparat for å gjengi et volum av vokseldata med skyggelegging og opasitet, hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter ved en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor gjengivelsesapparatet omfatter:

15 midler for å beregne en revidert verdi for opasitet for hver av vokslene i volumet, hvor den reviderte opasitetsverdi for en voksel er avhengig av den opprinnelige verdien for opasitet og den reviderte opasitetsverdi for vokslar som ligger i nærheten av dem; og

20 anordninger for å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av den beregnede reviderte verdi for opasitet for alle vokslene.

15. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 14, hvor anordningen for å beregne en revidert verdi for opasitet ytterligere omfatter:

25 anordninger for å danne en celle med vokslar som omgir hver voksel i volumet, hvor alle vokslene i hver celle er innrettet til grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor hver celle er plassert én etter den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen.

16. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 15, hvor anordningen for å beregne en revidert verdi for opasitet ytterligere omfatter:

30 midler for å sette den reviderte opasitetsverdien for vokselen nærmest lyskilden i hver gruppe av vokslar i hver celle lik den opprinnelige opasitetsverdien; og

35 midler for å sette den reviderte opasitetsverdien for alle andre vokslar i hver gruppe av vokslar i hver celle lik den reviderte opasitetsverdien for en nærliggende voksel i samme gruppe av vokslar som ligger nærmere lyskilden hvis den reviderte verdien for den nærmere vokselen er lik eller større enn den opprinnelige opasitetsverdien for den nærliggende andre vokselen, og å sette den reviderte verdien for opasitet for den nærliggende andre voksel lik den opprinnelige opasitetsverdien hvis den reviderte verdien av opasitet for den nærmeste vokselen er

mindre enn den opprinnelige verdien for opasitet for den nærliggende andre vokselen.

17. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 16, hvor anordningen for å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av nevnte beregnede reviderte verdiene for opasitet for alle vokslene omfatter ytterligere:
 - 5 anordninger for å kombinere de reviderte verdiene av opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret av hver celle; og
 - anordninger for å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for vokselen i senteret av hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med isoflaten som passerer gjennom vokselen i senteret av hver celle.
18. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 14, hvor anordningen for å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede reviderte verdiene for opasitet for alle vokslene ytterligere omfatter:
 - 15 anordninger for å kombinere de reviderte verdier for opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret av hver celle; og
 - anordninger for å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for vokselen i senteret av hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom vokselen i senteret av hver celle.
19. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 17, ytterligere omfattende:
 - 25 anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og
 - anordninger for å vise det gjengitte volum på en fremvisningsanordning.
20. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 14, ytterligere omfattende:
 - anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og
 - 30 anordninger for å vise det gjengitte volum på en fremvisningsanordning.
21. Apparat for å gjengi et volum av vokseldata med skyggelegging og opasitet avhengig av retningen for en lyskilde som er spesifisert til å belyse volumet som skal gjengis, hvor hver voksel omfatter en verdi som er representert for en parameter ved en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor apparatet omfatter:
 - 35 (1) anordninger for å beregne en revidert verdi for opasitet for en første voksel i volumet ved å danne en celle med vokslar som ligger rundt den første vokselen, hvor alle vokslene i cellen er innrettet i grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor cellen er plassert én etter den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen, og den reviderte opasitetsberegningensanordningen
 - 40

ytterligere omfatter:

- (a) midler for å sette den reviderte opasitetsverdien for vokselen som ligger nærmest lyskilden i hver gruppe av vokslar i celler lik den opprinnelige verdien for opasitet; og
 - 5 (b) anordninger for å sette den reviderte verdien for opasitet for andre vokslar i vokselgruppene i cellen lik den reviderte opasitetsverdien for en nærliggende voksel i samme vokselgruppe som ligger nærmere lyskilden hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmeste vokselen er lik eller større enn den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen, å sette den reviderte
 - 10 verdien for opasitet for den andre voksel lik den opprinnelige opasitetsverdien for den andre voksel hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er mindre enn den opprinnelige verdien for opasitet for den andre voksel;
 - (2) anordninger for å gjenta de reviderte opasitetsberegningene for alle andre vokslar i volumet forskjellig fra den første vokselen; og
 - 15 (3) anordninger for å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede reviderte verdier for opasitet for alle vokslene.
22. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 21, hvor anordningen for å beregne opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede reviderte verdier for alle vokslene ytterligere omfatter:
- 20 anordninger for å kombinere de reviderte verdier for opasitet for vokslene i hver celle for å avlede tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret i den sistnevnte celle; og
 - anordninger for å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for vokselen i senteret i hver celle for å avlede en opasitetsgradient som er
 - 25 perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom vokselen i senteret av den sistnevnte celle.
23. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 21, ytterligere omfattende:
- anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og
 - 30 anordninger for å fremvise det gjengitte volum på fremvisningsanordningen.
24. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 22, ytterligere omfattende:
- anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og
 - anordninger for å fremvise det gjengitte volum på fremvisningsanordningen.
- 35 25. Apparat for å gjengi et volum for vokseldata med skyggelegging og opasitet avhengig av retningen for en lyskilde spesifisert til å belyse volumet for gjengivelse, hvor hver voksel omfatter en verdi som er representativ for et parameter med en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor apparatet omfatter:
- 40 (1) anordninger for å beregne revidert verdi for opasitet for den første voksel i

volumet ved å danne en celle med vokslar som ligger rundt den første vokselen, hvor alle vokslene i cellen er innrettet i grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innanfor cellen er plassert én etter den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen, og den reviderte opasitetsberegningssanordningen

5 ytterligere omfatter:

(a) anordninger for å sette den reviderte verdien for opasitet for vokselen som ligger nærmest lyskilden i hver gruppe med vokslar i cellen lik den opprinnelige verdien for opasitet;

(b) anordninger for å sette den reviderte opasitetsverdien for andre vokslar i 10 gruppene av vokslene i cellen lik den reviderte verdien for opasitet i en nærliggende voksel i samme gruppe med celler som ligger nærmere lyskilden hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er lik eller større enn den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen, å sette den reviderte opasitetsverdien for den andre vokselen lik den opprinnelige verdien for opasitet for 15 den andre vokselen hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er mindre enn den opprinnelige opasitetsverdien for den andre vokselen;

(2) anordninger for å gjenta de reviderte opasitetsberegninger for alle andre vokslar i volumet forskjellig fra den første vokselen;

(3) anordninger for å beregne tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for den 20 første vokselen og en av den ortogonale opasitetsgradientkomponent er parallell med den primære lysretningen, hvor opasitetsgradientsberegningssanordningen ytterligere omfatter:

(a) anordninger for å kombinere de reviderte verdier for opasitet for vokslene i cellen for å avlede de tre ortogonale opasitetsgradientkomponenter for den første 25 vokselen;

(b) anordninger for å kombinere de tre ortogonale opasitetsgradientkomponentene for den første vokselen for å avlede en opasitetsgradient som er perpendikulær med en isoflate som passerer gjennom den første vokselen; og

(c) anordninger for å gjenta opasitetsgradientberegningen for alle andre vokslar i volumet forskjellige fra den første vokselen; og

(4) anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten.

26. Volumgjengivelsesapparat ifølge krav 12, ytterligere omfattende: 35 anordninger for å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten; og anordninger for å vise frem det gjengitte volum på fremvisningsanordningen.

27. Datamaskinlesbart medium omfattende utførbare instruksjoner for å gjengi 40 på en fremvisningsanordning et volum med vokseldata med skyggelegging og opasitet avhengig av retningen til en lyskilde som er spesifisert til å belyse volumet for gjengivelse, hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter

ved en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, hvor de gjennomførbare programinstruksjoner omfatter programinstruksjoner for:

- 5 (1) å beregne en revidert verdi for opasitet for den første voksel i volumet ved å danne en celle med vokslar som omgir den første voksel, hvor alle vokslene i cellen er innrettet i grupper slik at hver voksel i hver gruppe av vokslar innenfor cellen er plassert én etter den andre i en linje som er parallell med den primære lysretningen, og den reviderte opasitetsberegningssanordningen ytterligere omfatter:
 - 10 (a) å sette den reviderte verdien for opasitet for vokselen nærmest lyskilden i hver gruppe av vokslar i cellen lik den opprinnelige opasitetsverdien; og
 - (b) å sette den reviderte opasitetsverdien for andre vokslar i gruppene av vokslene i cellen lik den reviderte verdien for opasitet i en nærliggende voksel i samme gruppe av vokslar som ligger nærmere lyskilden hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er lik eller større enn den opprinnelige
 - 15 verdien for opasitet for den andre vokselen, og sette den reviderte verdien for opasitet for den andre vokselen lik den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen hvis den reviderte verdien for opasitet for den nærmere vokselen er mindre enn den opprinnelige verdien for opasitet for den andre vokselen;
 - (2) å gjenta de reviderte opasitetsberegningene for alle andre vokslar i volumet
 - 20 forskjellig fra den andre vokselen;
 - (3) å beregne en gradient for opasitet for hver av vokslene i volumet med anvendelse av de beregnede reviderte verdier for opasitet for alle vokslene; og
 - (4) å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten.

28. Et datamaskinlesbart medium som omfatter gjennomførbare instruksjoner for
 25 å gjengi på en fremvisningsanordning et volum med vokseldata med en skyggelegging og opasitet hvor hver voksel omfatter en verdi som representerer en parameter med en beliggenhet innenfor volumet og hver voksel har en opprinnelig opasitetsverdi, og fremgangsmåten omfatter trinnene:

- 30 å beregne en revidert verdi for opasitet for hver av vokslene i volumet, hvor den reviderte verdien for opasitet for en voksel er avhengig av den opprinnelige opasitetsverdien og den reviderte opasitetsverdien for vokslar som ligger nærmere den; og
- å beregne en opasitetsgradient for hver av vokslene i volumet ved anvendelse av de beregnede reviderte verdier for opasitet for alle vokslene; og
- 35 å beregne skyggelegging for volumet med anvendelse av opasitetsgradienten.

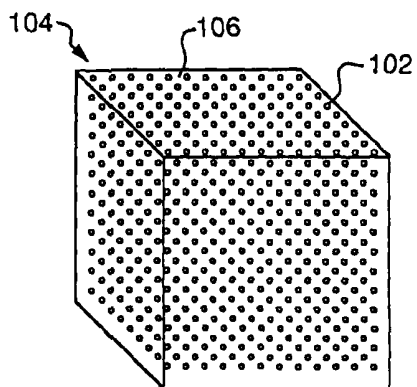


FIG. 1

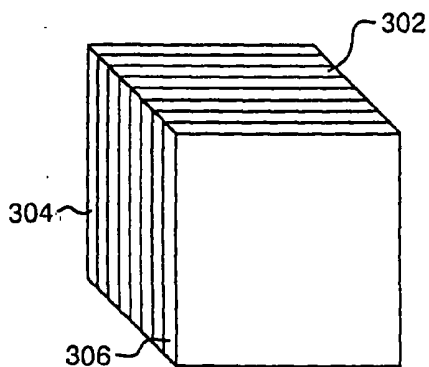


FIG. 3

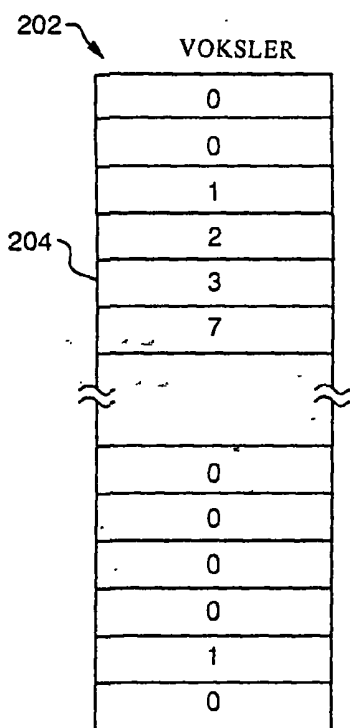


FIG. 2

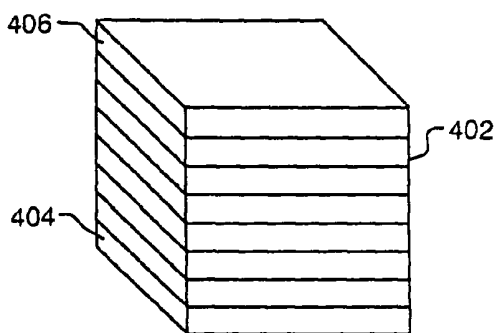


FIG. 4

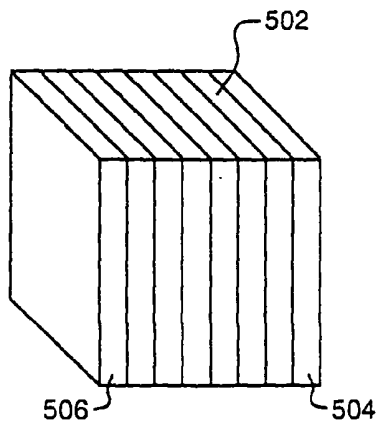


FIG. 5

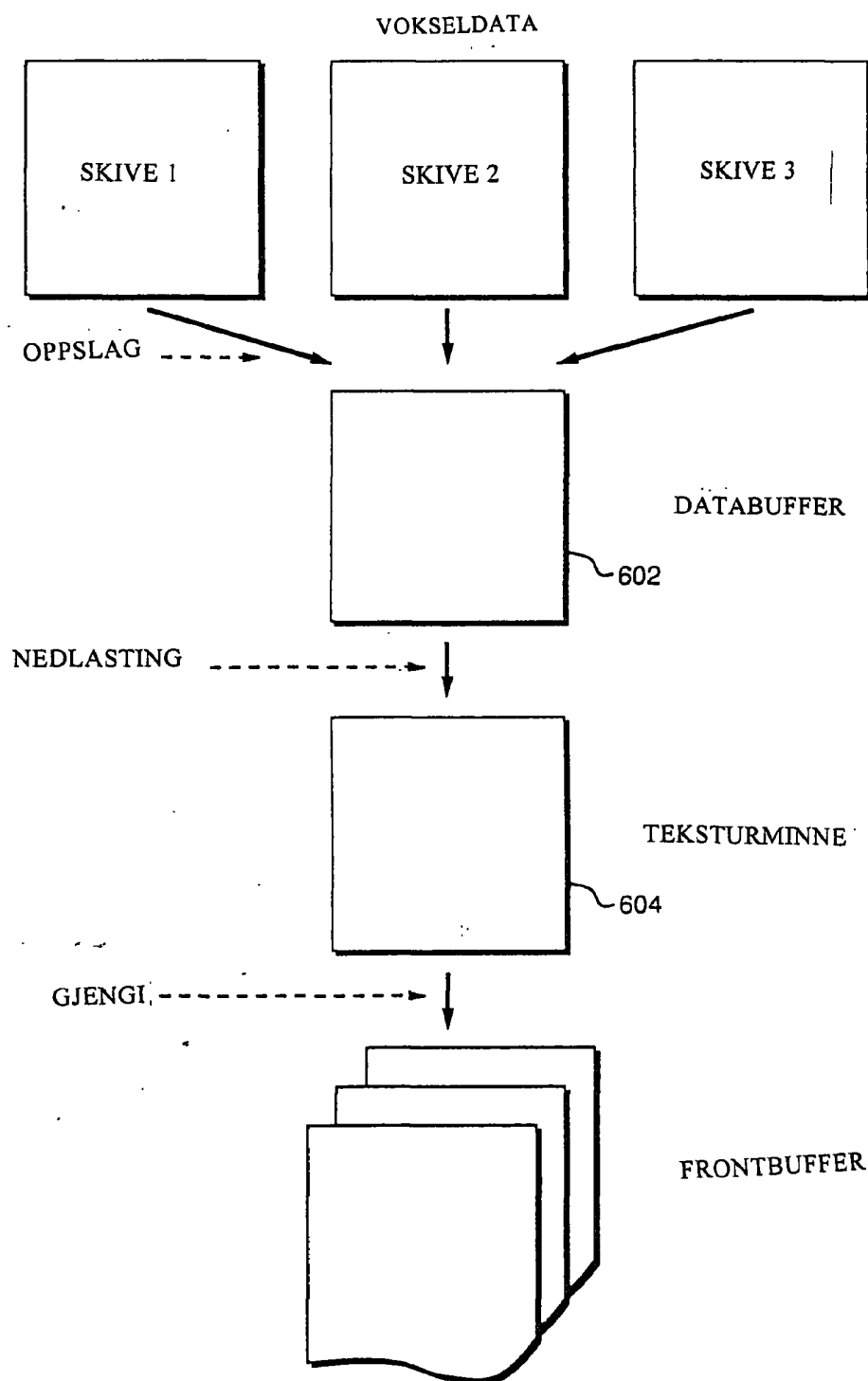


FIG. 6

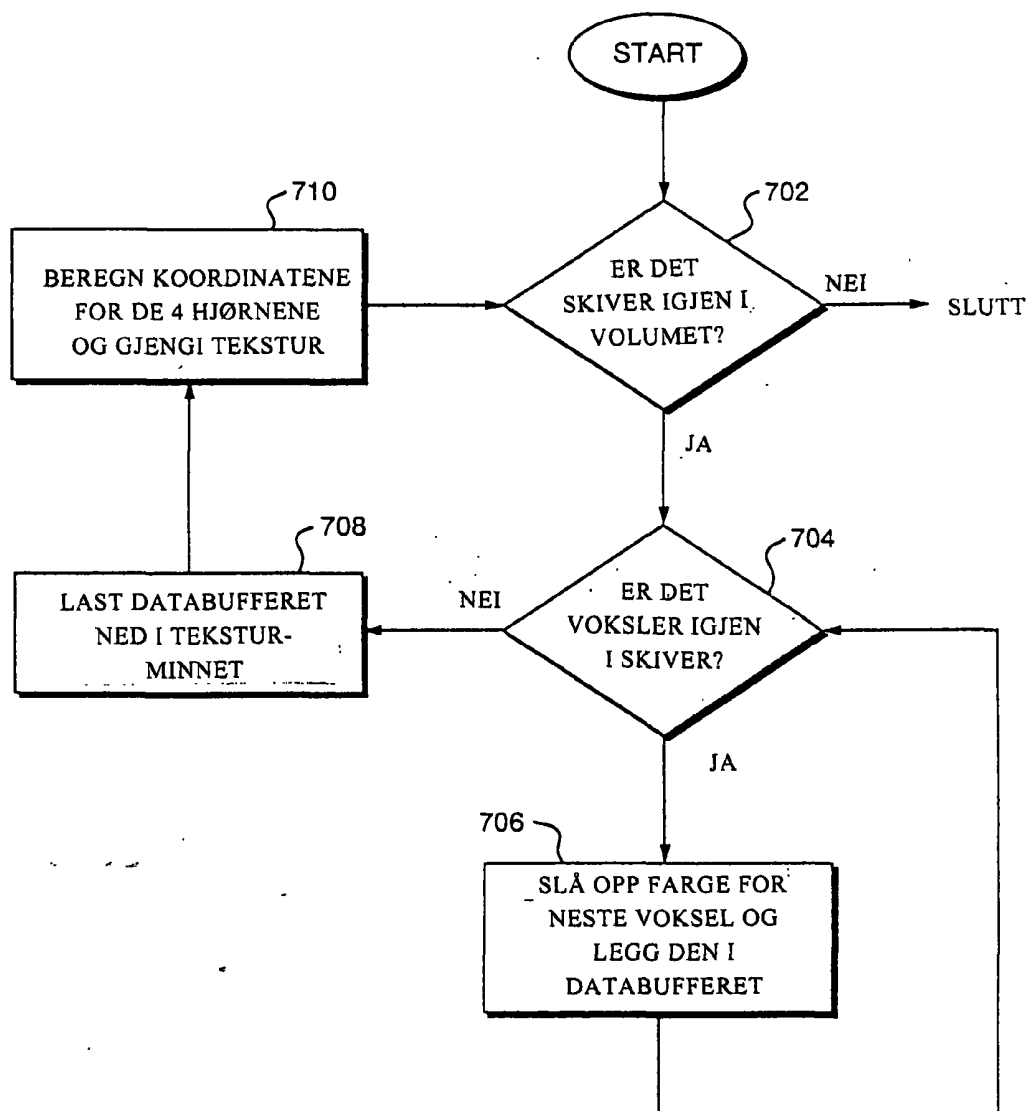


FIG. 7

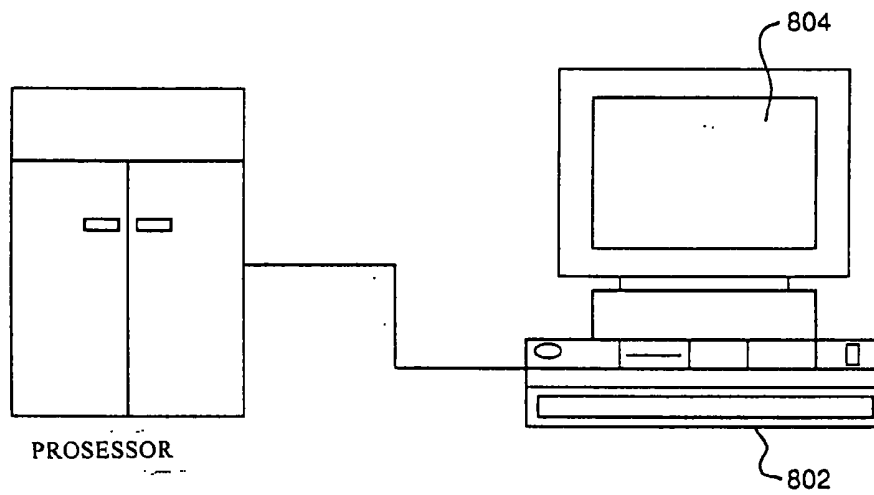


FIG. 8

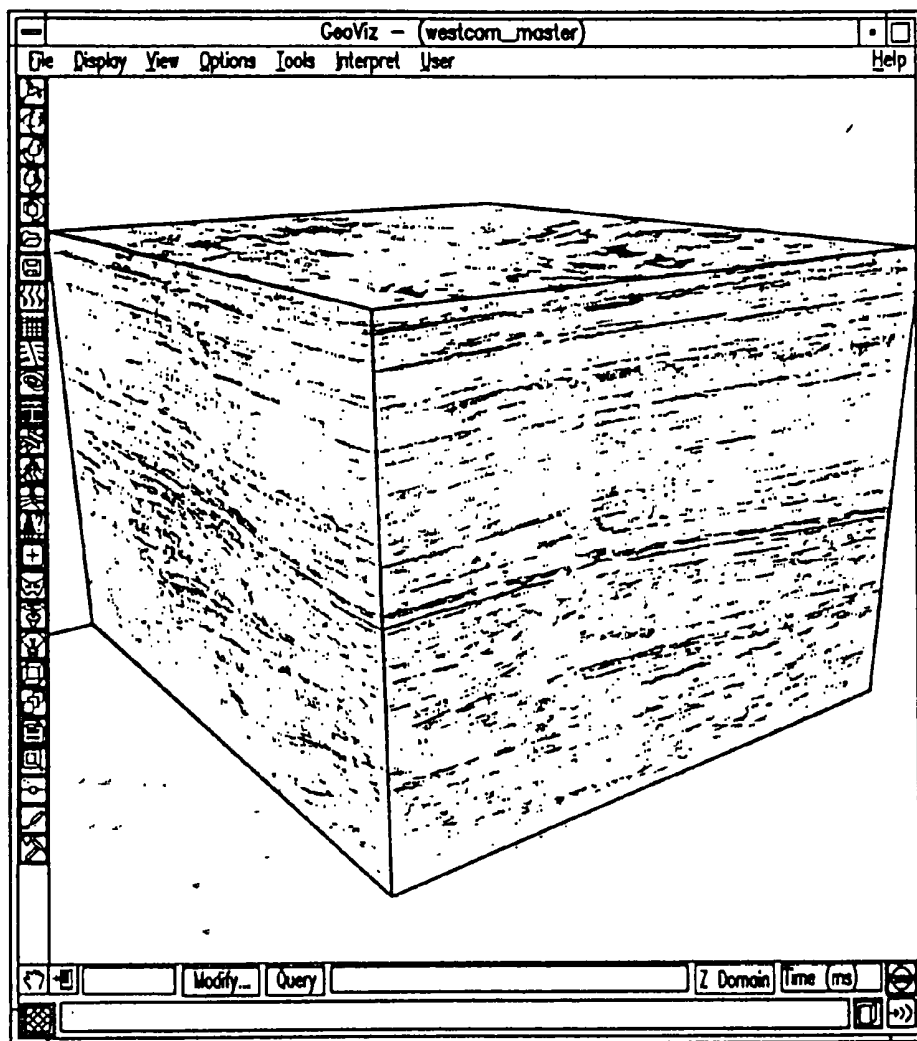


FIG. 9

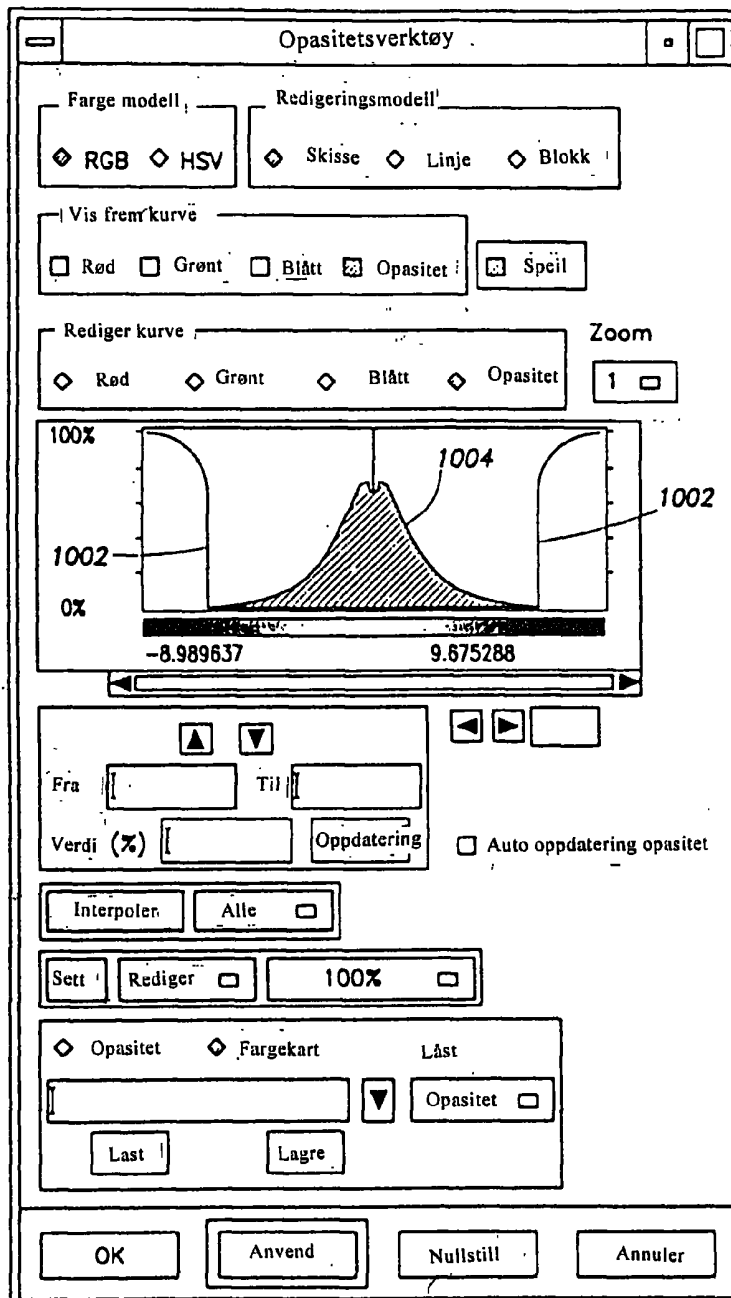


FIG. 10

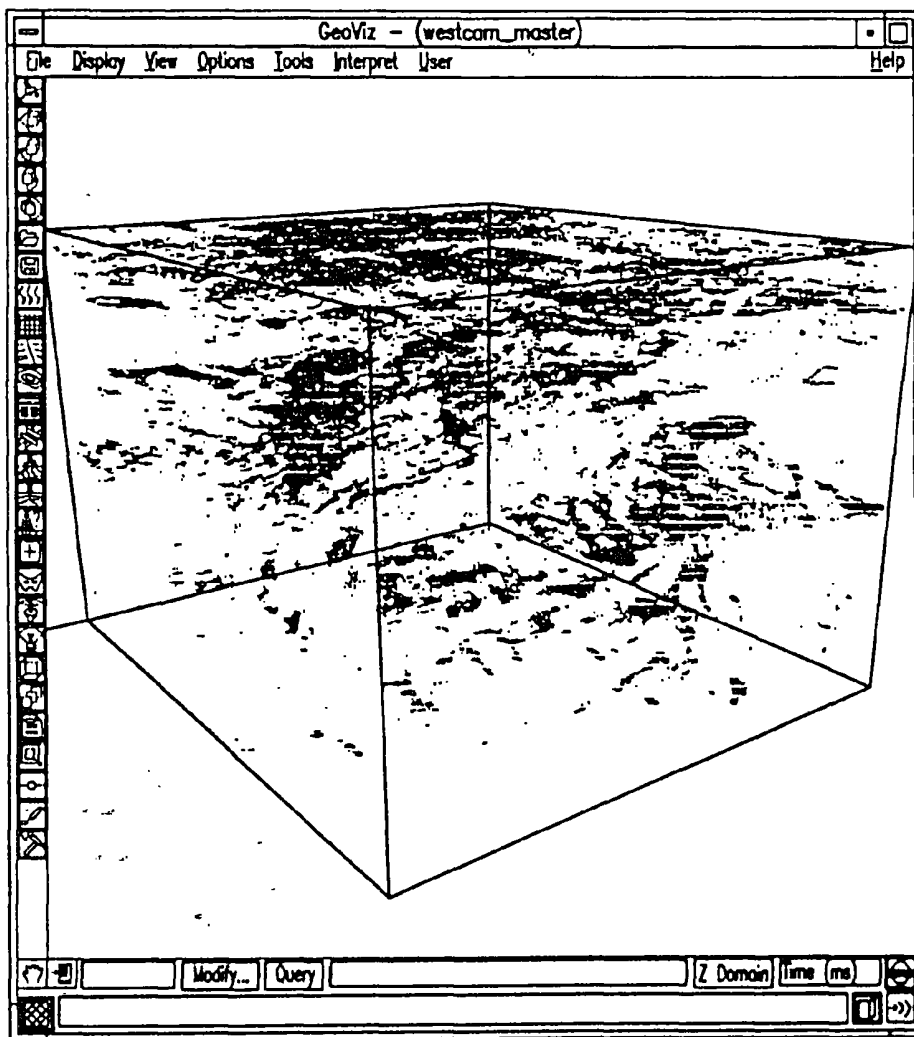


FIG. 11

8/16



FIG. 12



FIG. 13

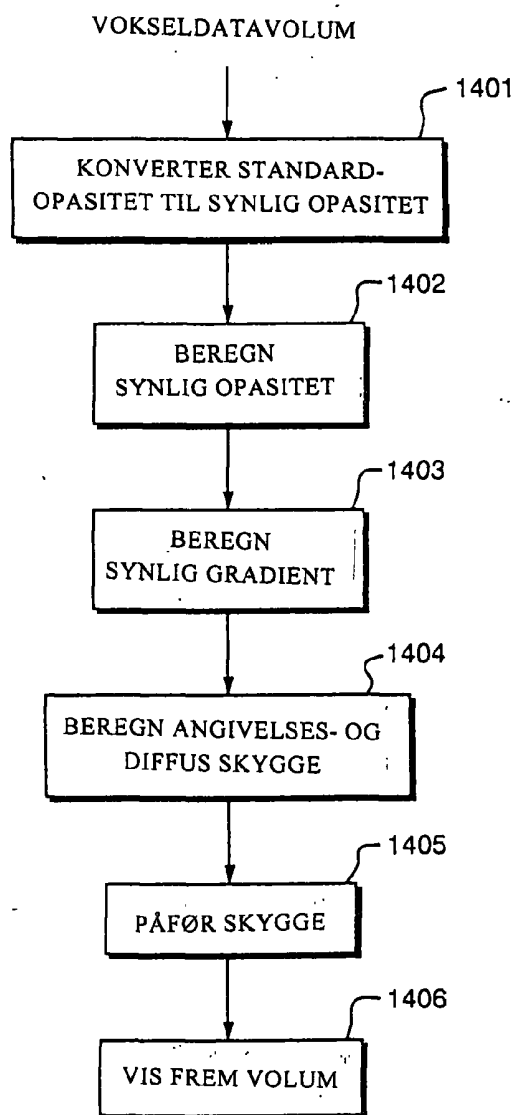
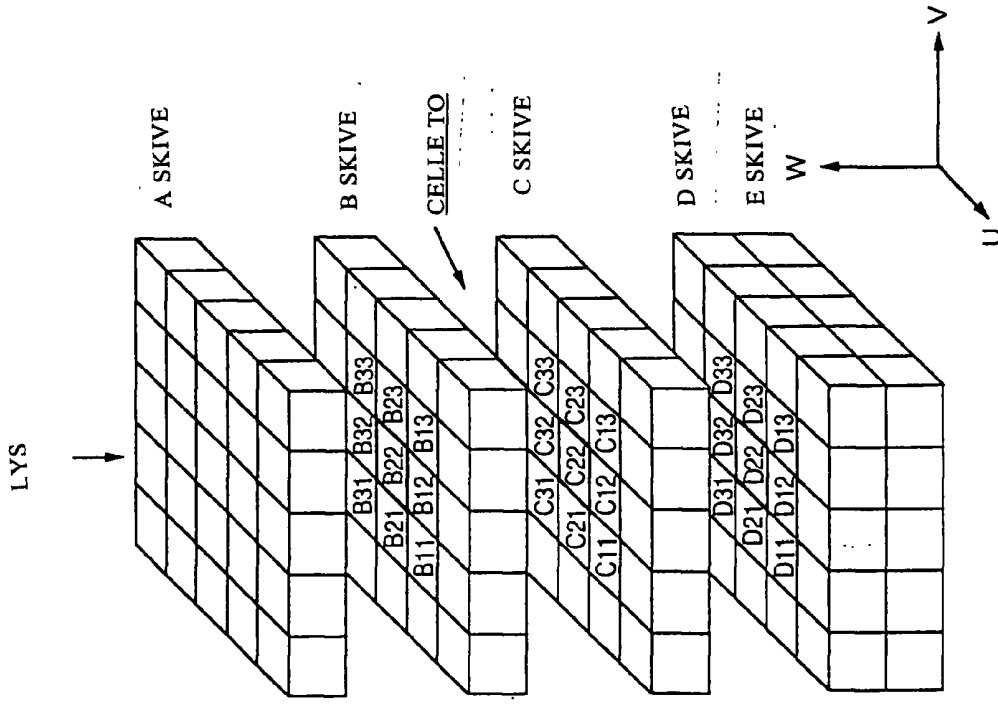
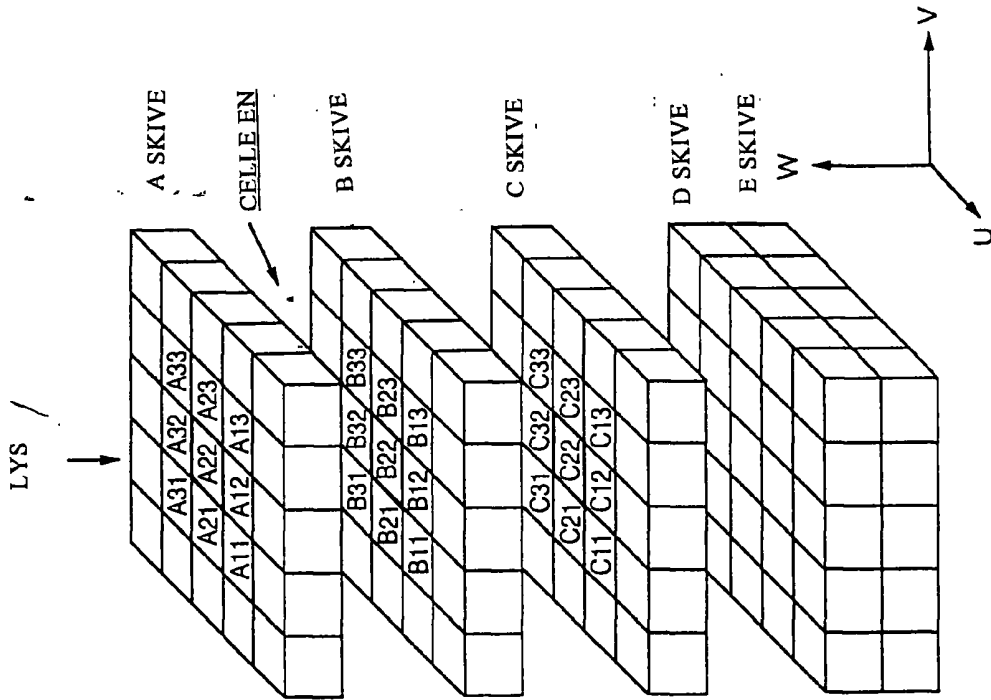


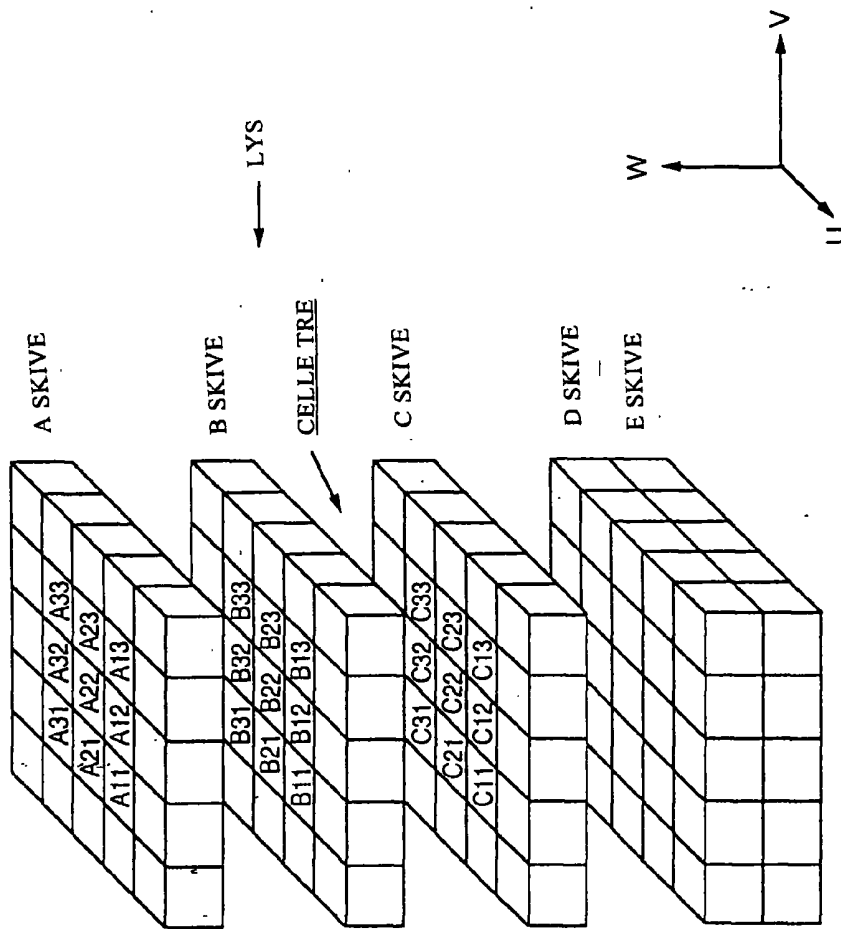
FIG. 14



(SE FIG. 19)
FIG. 16



(SE FIG. 18)
FIG. 15



(SE FIG. 20)
FIG. 17

A SKIVE	B SKIVE	C SKIVE
$\alpha A 11 = \beta A 11$	If $\beta A 11 > \alpha B 11$, then $\beta B 11 = \beta A 11$	If $\beta B 11 > \alpha C 11$, then $\beta C 11 = \beta B 11$
	If $\beta A 11 \leq \alpha B 11$, then $\beta B 11 = \alpha B 11$	If $\beta B 11 \leq \alpha C 11$, then $\beta C 11 = \alpha C 11$
$\alpha A 12 = \beta A 12$	If $\beta A 12 > \alpha B 12$, then $\beta B 12 = \beta A 12$	If $\beta B 12 > \alpha C 12$, then $\beta C 12 = \beta B 12$
	If $\beta A 12 \leq \alpha B 12$, then $\beta B 12 = \alpha B 12$	If $\beta B 12 \leq \alpha C 12$, then $\beta C 12 = \alpha C 12$
$\alpha A 13 = \beta A 13$	If $\beta A 13 > \alpha B 13$, then $\beta B 13 = \beta A 13$	If $\beta B 13 > \alpha C 13$, then $\beta C 13 = \beta B 13$
	If $\beta A 13 \leq \alpha B 13$, then $\beta B 13 = \alpha B 13$	If $\beta B 13 \leq \alpha C 13$, then $\beta C 13 = \alpha C 13$
$\alpha A 21 = \beta A 21$	If $\beta A 21 > \alpha B 21$, then $\beta B 21 = \beta A 21$	If $\beta B 21 > \alpha C 21$, then $\beta C 21 = \beta B 21$
	If $\beta A 21 \leq \alpha B 21$, then $\beta B 21 = \alpha B 21$	If $\beta B 21 \leq \alpha C 21$, then $\beta C 21 = \alpha C 21$
$\alpha A 22 = \beta A 22$	If $\beta A 22 > \alpha B 22$, then $\beta B 22 = \beta A 22$	If $\beta B 22 > \alpha C 22$, then $\beta C 22 = \beta B 22$
	If $\beta A 22 \leq \alpha B 22$, then $\beta B 22 = \alpha B 22$	If $\beta B 22 \leq \alpha C 22$, then $\beta C 22 = \alpha C 22$
$\alpha A 23 = \beta A 23$	If $\beta A 23 > \alpha B 23$, then $\beta B 23 = \beta A 23$	If $\beta B 23 > \alpha C 23$, then $\beta C 23 = \beta B 23$
	If $\beta A 23 \leq \alpha B 23$, then $\beta B 23 = \alpha B 23$	If $\beta B 23 \leq \alpha C 23$, then $\beta C 23 = \alpha C 23$
$\alpha A 31 = \beta A 31$	If $\beta A 31 > \alpha B 31$, then $\beta B 31 = \beta A 31$	If $\beta B 31 > \alpha C 31$, then $\beta C 31 = \beta B 31$
	If $\beta A 31 \leq \alpha B 31$, then $\beta B 31 = \alpha B 31$	If $\beta B 31 \leq \alpha C 31$, then $\beta C 31 = \alpha C 31$
$\alpha A 32 = \beta A 32$	If $\beta A 32 > \alpha B 32$, then $\beta B 32 = \beta A 32$	If $\beta B 32 > \alpha C 32$, then $\beta C 32 = \beta B 32$
	If $\beta A 32 \leq \alpha B 32$, then $\beta B 32 = \alpha B 32$	If $\beta B 32 \leq \alpha C 32$, then $\beta C 32 = \alpha C 32$
$\alpha A 33 = \beta A 33$	If $\beta A 33 > \alpha B 33$, then $\beta B 33 = \beta A 33$	If $\beta B 33 > \alpha C 33$, then $\beta C 33 = \beta B 33$
	If $\beta A 33 \leq \alpha B 33$, then $\beta B 33 = \alpha B 33$	If $\beta B 33 \leq \alpha C 33$, then $\beta C 33 = \alpha C 33$

FIG. 18

B SKIVE	C SKIVE	D SKIVE
$\alpha B11 = \beta B11$	If $\beta B11 > \alpha C11$, then $\beta C11 = \beta B11$	If $\beta C11 > \alpha D11$, then $\beta D11 = \beta C11$
	If $\beta B11 \leq \alpha C11$, then $\beta C11 = \alpha C11$	If $\beta C11 \leq \alpha D11$, then $\beta D11 = \alpha D11$
$\alpha B12 = \beta B12$	If $\beta B12 > \alpha C12$, then $\beta C12 = \beta B12$	If $\beta C12 > \alpha D12$, then $\beta D12 = \beta C12$
	If $\beta B12 \leq \alpha C12$, then $\beta C12 = \alpha C12$	If $\beta C12 \leq \alpha D12$, then $\beta D12 = \alpha D12$
$\alpha B13 = \beta B13$	If $\beta B13 > \alpha C13$, then $\beta C13 = \beta B13$	If $\beta C13 > \alpha D13$, then $\beta D13 = \beta C13$
	If $\beta B13 \leq \alpha C13$, then $\beta C13 = \alpha C13$	If $\beta C13 \leq \alpha D13$, then $\beta D13 = \alpha D13$
$\alpha B21 = \beta B21$	If $\beta B21 > \alpha C21$, then $\beta C21 = \beta B21$	If $\beta C21 > \alpha D21$, then $\beta D21 = \beta C21$
	If $\beta B21 \leq \alpha C21$, then $\beta C21 = \alpha C21$	If $\beta C21 \leq \alpha D21$, then $\beta D21 = \alpha D21$
$\alpha B22 = \beta B22$	If $\beta B22 > \alpha C22$, then $\beta C22 = \beta B22$	If $\beta C22 > \alpha D22$, then $\beta D22 = \beta C22$
	If $\beta B22 \leq \alpha C22$, then $\beta C22 = \alpha C22$	If $\beta C22 \leq \alpha D22$, then $\beta D22 = \alpha D22$
$\alpha B23 = \beta B23$	If $\beta B23 > \alpha C23$, then $\beta C23 = \beta B23$	If $\beta C23 > \alpha D23$, then $\beta D23 = \beta C23$
	If $\beta B23 \leq \alpha C23$, then $\beta C23 = \alpha C23$	If $\beta C23 \leq \alpha D23$, then $\beta D23 = \alpha D23$
$\alpha B31 = \beta B31$	If $\beta B31 > \alpha C31$, then $\beta C31 = \beta B31$	If $\beta C31 > \alpha D31$, then $\beta D31 = \beta C31$
	If $\beta B31 \leq \alpha C31$, then $\beta C31 = \alpha C31$	If $\beta C31 \leq \alpha D31$, then $\beta D31 = \alpha D31$
$\alpha B32 = \beta B32$	If $\beta B32 > \alpha C32$, then $\beta C32 = \beta B32$	If $\beta C32 > \alpha D32$, then $\beta D32 = \beta C32$
	If $\beta B32 \leq \alpha C32$, then $\beta C32 = \alpha C32$	If $\beta C32 \leq \alpha D32$, then $\beta D32 = \alpha D32$
$\alpha B33 = \beta B33$	If $\beta B33 > \alpha C33$, then $\beta C33 = \beta B33$	If $\beta C33 > \alpha D33$, then $\beta D33 = \beta C33$
	If $\beta B33 \leq \alpha C33$, then $\beta C33 = \alpha C33$	If $\beta C33 \leq \alpha D33$, then $\beta D33 = \alpha D33$

FIG. 19

A SKIVE	B SKIVE	C SKIVE
$\alpha A 33 = \beta A 33$	If $\beta A 33 > \alpha A 32$, then $\beta A 32 = \beta A 33$	If $\beta A 32 > \alpha A 31$, then $\beta A 31 = \beta A 32$
	If $\beta A 33 \leq \alpha A 32$, then $\beta A 32 = \alpha A 32$	If $\beta A 32 \leq \alpha A 31$, then $\beta A 31 = \alpha A 31$
$\alpha A 23 = \beta A 23$	If $\beta A 23 > \alpha A 22$, then $\beta A 22 = \beta A 23$	If $\beta A 22 > \alpha A 21$, then $\beta A 21 = \beta A 22$
	If $\beta A 23 \leq \alpha A 22$, then $\beta A 22 = \alpha A 22$	If $\beta A 22 \leq \alpha A 21$, then $\beta A 21 = \alpha A 21$
$\alpha A 13 = \beta A 13$	If $\beta A 13 > \alpha A 12$, then $\beta A 12 = \beta A 13$	If $\beta A 12 > \alpha A 11$, then $\beta A 11 = \beta A 12$
	If $\beta A 13 \leq \alpha A 12$, then $\beta A 12 = \alpha A 12$	If $\beta A 12 \leq \alpha A 11$, then $\beta A 11 = \alpha A 11$
$\alpha B 33 = \beta B 33$	If $\beta B 33 > \alpha B 32$, then $\beta B 32 = \beta B 33$	If $\beta B 32 > \alpha B 31$, then $\beta B 31 = \beta B 32$
	If $\beta B 33 \leq \alpha B 32$, then $\beta B 32 = \alpha B 32$	If $\beta B 32 \leq \alpha B 31$, then $\beta B 31 = \alpha B 31$
$\alpha B 23 = \beta B 23$	If $\beta B 23 > \alpha B 22$, then $\beta B 22 = \beta B 23$	If $\beta B 22 > \alpha B 21$, then $\beta B 21 = \beta B 22$
	If $\beta B 23 \leq \alpha B 22$, then $\beta B 22 = \alpha B 22$	If $\beta B 22 \leq \alpha B 21$, then $\beta B 21 = \alpha B 21$
$\alpha B 13 = \beta B 13$	If $\beta B 13 > \alpha B 12$, then $\beta B 12 = \beta B 13$	If $\beta B 12 > \alpha B 11$, then $\beta B 11 = \beta B 12$
	If $\beta B 13 \leq \alpha B 12$, then $\beta B 12 = \alpha B 12$	If $\beta B 12 \leq \alpha B 11$, then $\beta B 11 = \alpha B 11$
$\alpha C 33 = \beta C 33$	If $\beta C 33 > \alpha C 32$, then $\beta C 32 = \beta C 33$	If $\beta C 32 > \alpha C 31$, then $\beta C 31 = \beta C 32$
	If $\beta C 33 \leq \alpha C 32$, then $\beta C 32 = \alpha C 32$	If $\beta C 32 \leq \alpha C 31$, then $\beta C 31 = \alpha C 31$
$\alpha C 23 = \beta C 23$	If $\beta C 23 > \alpha C 22$, then $\beta C 22 = \beta C 23$	If $\beta C 22 > \alpha C 21$, then $\beta C 21 = \beta C 22$
	If $\beta C 23 \leq \alpha C 22$, then $\beta C 22 = \alpha C 22$	If $\beta C 22 \leq \alpha C 21$, then $\beta C 21 = \alpha C 21$
$\alpha C 13 = \beta C 13$	If $\beta C 13 > \alpha C 12$, then $\beta C 12 = \beta C 13$	If $\beta C 12 > \alpha C 11$, then $\beta C 11 = \beta C 12$
	If $\beta C 13 \leq \alpha C 12$, then $\beta C 12 = \alpha C 12$	If $\beta C 12 \leq \alpha C 11$, then $\beta C 11 = \alpha C 11$

FIG. 20

$$\begin{aligned}
G_U &= (\beta_{A11} + \beta_{A12} + \beta_{A13} + \beta_{B11} + \beta_{B12} + \beta_{B13} + \beta_{C11} + \beta_{C12} + \beta_{C13}) - \\
&\quad (\beta_{A31} + \beta_{A32} + \beta_{A33} + \beta_{B31} + \beta_{B32} + \beta_{B33} + \beta_{C31} + \beta_{C32} + \beta_{C33}) \\
G_V &= (\beta_{A13} + \beta_{A23} + \beta_{A33} + \beta_{B13} + \beta_{B23} + \beta_{B33} + \beta_{C13} + \beta_{C23} + \beta_{C33}) - \\
&\quad (\beta_{A11} + \beta_{A21} + \beta_{A31} + \beta_{B11} + \beta_{B21} + \beta_{B31} + \beta_{C11} + \beta_{C21} + \beta_{C31}) \\
G_W &= (\beta_{A11} + \beta_{A12} + \beta_{A13} + \beta_{A21} + \beta_{A22} + \beta_{A23} + \beta_{A31} + \beta_{A32} + \beta_{A33}) - \\
&\quad (\beta_{C11} + \beta_{C12} + \beta_{C13} + \beta_{C21} + \beta_{C22} + \beta_{C23} + \beta_{C31} + \beta_{C32} + \beta_{C33})
\end{aligned}$$

FIG. 21

$$\begin{aligned}
G_U &= (\beta_{B11} + \beta_{B12} + \beta_{B13} + \beta_{C11} + \beta_{C12} + \beta_{C13} + \beta_{D11} + \beta_{D12} + \beta_{D13}) - \\
&\quad (\beta_{B31} + \beta_{B32} + \beta_{B33} + \beta_{C31} + \beta_{C32} + \beta_{C33} + \beta_{D31} + \beta_{D32} + \beta_{D33}) \\
G_V &= (\beta_{B13} + \beta_{B23} + \beta_{B33} + \beta_{C13} + \beta_{C23} + \beta_{C33} + \beta_{D13} + \beta_{D23} + \beta_{D33}) - \\
&\quad (\beta_{B11} + \beta_{B21} + \beta_{B31} + \beta_{C11} + \beta_{C21} + \beta_{C31} + \beta_{D11} + \beta_{D21} + \beta_{D31}) \\
G_W &= (B_{11} + B_{12} + B_{13} + B_{21} + B_{22} + B_{23} + B_{31} + B_{32} + B_{33}) - \\
&\quad (\beta_{D11} + \beta_{D12} + \beta_{D13} + \beta_{D21} + \beta_{D22} + \beta_{D23} + \beta_{D31} + \beta_{D32} + \beta_{D33})
\end{aligned}$$

FIG. 22

$$\begin{aligned}
G_U &= (\beta_{B11} + \beta_{B12} + \beta_{B13} + \beta_{C11} + \beta_{C12} + \beta_{C13} + \beta_{D11} + \beta_{D12} + \beta_{D13}) - \\
&\quad (\beta_{B31} + \beta_{B32} + \beta_{B33} + \beta_{C31} + \beta_{C32} + \beta_{C33} + \beta_{D31} + \beta_{D32} + \beta_{D33}) \\
G_V &= (\beta_{B13} + \beta_{B23} + \beta_{B33} + \beta_{C13} + \beta_{C23} + \beta_{C33} + \beta_{D13} + \beta_{D23} + \beta_{D33}) - \\
&\quad (\beta_{B11} + \beta_{B21} + \beta_{B31} + \beta_{C11} + \beta_{C21} + \beta_{C31} + \beta_{D11} + \beta_{D21} + \beta_{D31}) \\
G_W &= (\beta_{B11} + \beta_{B12} + \beta_{B13} + \beta_{B21} + \beta_{B22} + \beta_{B23} + \beta_{B31} + \beta_{B32} + \beta_{B33}) - \\
&\quad (\beta_{D11} + \beta_{D12} + \beta_{D13} + \beta_{D21} + \beta_{D22} + \beta_{D23} + \beta_{D31} + \beta_{D32} + \beta_{D33})
\end{aligned}$$

FIG. 23