

(12) 按照专利合作条约所公布的国际申请

(19) 世界知识产权组织  
国际局

(43) 国际公布日  
2024年10月17日 (17.10.2024)



(10) 国际公布号  
**WO 2024/213177 A1**

(51) 国际专利分类号:  
**G06F 30/13** (2020.01) **G06F 119/14** (2020.01)  
**G06F 30/23** (2020.01)

(21) 国际申请号: PCT/CN2024/096536

(22) 国际申请日: 2024年5月31日 (31.05.2024)

(25) 申请语言: 中文

(26) 公布语言: 中文

(30) 优先权:  
202311724352.7 2023年12月15日 (15.12.2023) CN

(71) 申请人: 中国建筑第五工程局有限公司 (CHINA CONSTRUCTION FIFTH ENGINEERING DIVISION CO., LTD) [CN/CN]; 中国湖南省长沙市雨花区中意一路158号中建大厦, Hunan 410004 (CN)。

(72) 发明人: 周帅 (ZHOU, Shuai); 中国湖南省长沙市雨花区井奎路80号中建五局工程创新研究

院, Hunan 410004 (CN)。李璋 (LI, Zhang); 中国湖南省长沙市雨花区井奎路80号中建五局工程创新研究院, Hunan 410004 (CN)。高宗余 (GAO, Zongyu); 中国湖北省武汉市经济技术开发区博学路8号, Hubei 430056 (CN)。陈政清 (CHEN, Zhengqing); 中国湖南省长沙市岳麓区麓山南路2号湖南大学土木工程学院, Hunan 410082 (CN)。曾永平 (ZENG, Yongping); 中国四川省成都市金牛区通锦路3号, Sichuan 610031 (CN)。

(74) 代理人: 长沙智路知识产权代理有限公司 (普通合伙) (CHANGSHA ZHILU INTELLECTUAL PROPERTY AGENCY (GENERAL PARTNERSHIP)); 中国湖南省长沙市岳麓区银盆岭街道银盆岭南路火炬城MO栋三楼, Hunan 410013 (CN)。

(81) 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的国家保护): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG,

(54) **Title:** THEORETICAL ANALYSIS METHOD FOR WIND-INDUCED-VIBRATION AND EXCITED-PARAMETRIC-VIBRATION OF BACKSTAY OF LONG-SPAN ARCH BRIDGE

(54) 发明名称: 一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法

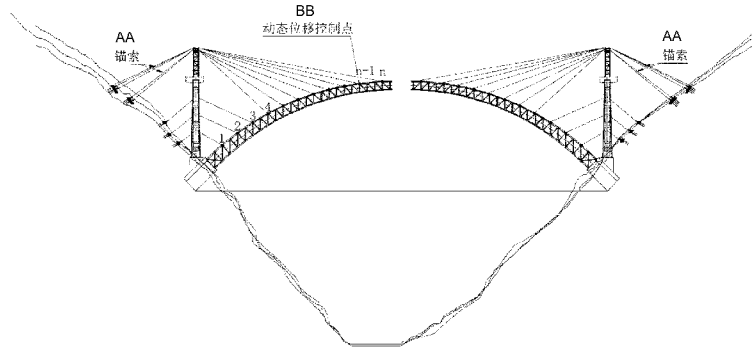


图 1

AA Anchor cable  
BB Dynamic displacement control point

(57) **Abstract:** A theoretical analysis method for wind-induced-vibration and excited-parametric vibration of a backstay of a long-span arch bridge. The method comprises: establishing a finite element model of a cable-stayed buckle-hanging construction stage of a long-span arch bridge in a corresponding cantilever state, acquiring a dynamic displacement of each cable-arch joint point, decomposing the displacement of each cable-arch joint point into dynamic displacements of a backstay in an axial direction and a tangential direction, calculating an axial excitation load of the backstay according to Hooke's theorem, and establishing a wind-induced-vibration and backstay-parametric-vibration coupled theoretical model. A simulation calculation is performed regarding a backstay which possibly vibrates, such that corresponding parameters of the backstay are adjusted in advance according to a simulated vibration situation before construction, thereby avoiding unnecessary vibrations during construction, and improving the safety during arch-rib construction of an arch bridge constructed by means of a cable-stayed buckle-hanging method.

BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CV, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IQ, IR, IS, IT, JM, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, MG, MK, MN, MU, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW。

**(84)** 指定国(除另有指明, 要求每一种可提供的地区保护): ARIPO (BW, CV, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SC, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 欧亚 (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 欧洲 (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, ME, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG)。

本国际公布:

- 包括国际检索报告(条约第21条(3))。
  - 包括经修改的权利要求(条约第19条(1))。
  - 根据申请人的请求, 在条约第21条(2)(a)所规定的期限届满之前进行。
- 

**(57)** 摘要: 一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法, 包括建立对应悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段的有限元模型, 获取各索拱结合点动态位移, 将索拱结合点位移分解为扣索轴向和切向两个方向的动位移, 根据胡克定理, 计算出扣索的轴向激励荷载, 建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型。针对可能发生振动的扣索进行模拟计算, 使得施工前根据模拟振动情况来提前调整扣索的对应参数, 避免施工过程中发生不必要的振动, 提高了斜拉扣挂法施工拱桥拱肋施工过程的安全性。

# 说明书

## 发明名称: 一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法

### 技术领域

[0001] 本发明属于桥梁工程设计技术领域,更具体地,涉及一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法。

### 背景技术

[0002] 高速公路及铁路建设跨越高原峡谷时,往往选择大跨度拱桥,因为拱桥与峡谷地形的贴合比较优美,且工程造价占优势,后期维护简便,是桥梁跨越峡谷时比较理想的方案。但受地形条件的限制,大跨度拱桥往往对扣索采用斜拉扣挂法进行主拱的施工,因为实际施工时需要安装的吊装扣索数量较多,且高原峡谷地势风量较大,故在施工过程中存在拱肋风致振动激发扣索参数振动的可能性,严重影响施工过程的结构安全。

[0003] 目前,针对在建过程中悬拼拱肋风致振动激发扣索参数振动的研究尚无相关研究先例。现有技术针对斜拉扣挂法施工的大跨度拱桥设计,临时扣索的诸多参数选择均根据施工阶段扣索所需张力大小,未考虑拱肋悬臂状态下扣索可能产生参数振动给结构带来的危害,现有技术的方法对于施工阶段的桥梁设计偏不安全。

[0004] 因此,建立大跨度拱桥的悬拼拱肋扣索风致振动激发参数振动理论分析方法意义重大,施工前根据模拟振动情况来提前调整扣索的参数,从而避免施工过程中发生不必要的振动,提高桥梁施工的安全性。

[0005] 发明内容

[0006] (一)要解决的技术问题

[0007] 基于上述背景技术提及的缺陷,本发明公开了一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析及控制方法,该方法能在施工前用于指导工程设计与施工,避免拱肋斜拉扣挂法悬拼施工过程中的扣索产生参数振动,减少施工风险。

[0008] (二)技术方案

[0009] 本发明公开了一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，所述方法包括：

[0010] 步骤1：建立对应悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段的有限元模型，获得扣索的选型和各施工阶段静载作用下索力大小T，并将实测风场环境导入有限元模型中计算分析，以获得各索拱结合点动态位移S， $S = D_n \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，其中下标n表示第n根扣索； $D_n$ 为位移幅值； $\psi_n$ 为扣索位移简谐运动的频率；

[0011] 步骤2：将索拱结合点位移分解为扣索轴向和切向两个方向的动位移，轴向动位移为 $S_x = D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，切向动位移为 $S_y = D_n \sin(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，其中 $\beta_n$ 为第n根扣索的锚点动位移方向与扣索轴向的夹角；

[0012] 步骤3：根据胡克定理，计算出扣索的轴向激励荷载

$$d_x = EA_n \frac{S_x}{L} = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi),$$

其中E为扣索弹性模量， $A_n$ 为第n根的扣索截面积，L表示沿x轴方向上扣索的跨度；

[0013] 步骤4：建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型，取扣索微元体进行振动分析，根据牛顿第二定律建立扣索在xy平面内的振动微分方程如式(1)所示；

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (T + \tau) \frac{\partial(y+v)}{\partial s} \right] = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - mg \cos \alpha + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

[0014] 其中， $y(x)$ 为扣索在自重作用下静力构形函数， $v(x)$ 为扣索的横向动位移函数，T为扣索的切向静拉力， $\tau$ 为扣索的切向动拉力，m为扣索的单位长度质量，g为重力加速度， $\alpha$ 为扣索的水平倾角， $c_y$ 为扣索y向的单位长度粘性阻尼系数，s表示扣索的弧长坐标；设H为扣索的初始轴向拉力，h为扣索的轴向动拉力；

[0015] 利用伽辽金法得到扣索的一阶模态振动微分方程为：

$$\ddot{v} + \frac{c_y}{m} \dot{v} + \left( \omega_1^2 + \pi^2 EA_n D_n \cos(\beta_n) mL^3 \sin \psi_n t \right) v + \frac{3\pi EA_n g \cos(\alpha)}{HL^2} v^2 + \frac{\pi^4 EA_n}{4mL^4} v^3 + \frac{4EA_n g D_n \cos(\beta_n) \cos(\alpha)}{\pi HL \sin \psi_n t} = 0 \quad (11)$$

[0016] 式中,  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{EA(mgL \cos \alpha)^2}{H^3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^4 \right]}$  为扣索考虑垂度的自振频率; 此

外,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 H}{mL^2}}$  为扣索不考虑垂度的自振频率;

[0017] 步骤5: 根据所述一阶模态振动微分方程求得  $\psi_n$ , 通过  $\frac{\psi_n}{\omega_1}$  的值判定第n根扣索是否发生参数振动, 若是, 则调整第n根扣索的截面积, 若否, 则执行下一步骤6;

[0018] 步骤6: 重复以上步骤2~5, 直到判断第1~n根的各个扣索均不在该实测风场环境下发生参数振动后, 再输出所有扣索的截面积及张拉力作为设计值。

[0019] 进一步的, 步骤5中具体包括:

[0020] 若所有扣索的参数激励频率与扣索的固有频率比均满足  $\frac{\psi_n}{\omega_1} < 1.8$  或  $\frac{\psi_n}{\omega_1} > 2.2$  时,

则各扣索不会产生参数振动, 第n根扣索的截面积  $A_n$  及其张拉力  $T$  则作为最终的设计值;

[0021] 若其中有扣索参数激励频率与扣索的固有频率比  $1.8 \leq \frac{\psi_n}{\omega_1} \leq 2.2$ , 则调整该扣索的

截面积以进一步调整其自振频率, 扣索的截面积调整方法如下:  $A'_n = \frac{2.2^2}{\omega_1^2} \times A_n$

[0022]  $A'_n$  为调整后的扣索截面积,  $\omega_1$  为扣索考虑垂度的自振频率, 在不考虑垂度的情况下  $\omega_0^2$  与单位重量成反比, 单位质量  $m$  与截面积  $A$  成正比例关系, 因为扣索垂度小考虑垂度的  $\omega_1^2 \approx \omega_0^2$ , 此时能够采用调整面积的方式调整自振频率, 调整系数为临界自振频率与初始自振频率的比值的平方。

[0023] 进一步的, 步骤1中具体包括: 采用现场实测的方法获取桥址脉动的风场环境, 扣索的截面积  $A_n$  和各施工阶段静载作用下索力大小  $T$  均由现有技术采用的方法提前计算获得。

[0024] 进一步的, 步骤4中还包括:

[0025] 考虑扣索的静力平衡方程:

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dy}{ds} \right) = -mg \cos \alpha \quad (2)$$

[0026] 设H为扣索的初始轴向拉力，h为扣索的轴向动拉力，则

$$\frac{\tau}{h} = \frac{T}{H} = \frac{ds}{dx} \quad (3)$$

[0027] 将(2)和(3)式代入(1)中得

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \frac{ds}{dx} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \frac{ds}{dx} \quad (4)$$

[0028] 当垂度很小时  $\frac{ds}{dx} \approx 1$  式(4)能简化为

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

[0029] 扣索静态平衡时微段长为 $ds_0$ ，动态平衡时为 $ds$ ，则

$$\begin{cases} (ds_0)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \\ (ds)^2 = (dx)^2 + (dy + dv)^2 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{ds - ds_0}{ds_0} \approx \frac{dy}{ds_0} \frac{dv}{ds_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds_0} \right)^2 \quad (7)$$

[0030] 由  $\tau = EA \varepsilon$ ， $\tau = h \frac{ds}{dx}$ ，得扣索的轴向动拉力h为

$$\begin{aligned} h &= d_x + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) = \frac{EA}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \\ &= \frac{EA}{L} \left[ D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right] \end{aligned} \quad (8)$$

[0031] 进一步的，步骤4中还包括：

[0032] 力学模型直角坐标系建立在扣索的轴向和垂直于轴向，故扣索的静力构形取为

:

$$y(x) = \frac{mgL \cos \alpha}{2H} \left( x - \frac{x^2}{L} \right) \quad (9)$$

[0033] 由于实际桥梁中扣索的垂度很小，可以近似设扣索的振动模态为标准弦的振动模态，考虑扣索的边界条件，设方程第二式的解为：

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^N v_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \circ$$

[0034] 进一步的，步骤4中还包括：对于第n根扣索位移简谐运动的频率 $\psi_n$ ，即扣索的固有频率，当频率比满足 $\frac{\psi_n}{\omega_1} = 2$ 时，扣索会发生较为明显的振动。

[0035] (三)有益效果

[0036] 本发明通过建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型，提出了一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析及控制方法，从而针对每个可能发生振动的扣索进行模拟计算，使得施工前根据模拟振动情况来提前调整扣索的对应参数，避免施工过程中发生不必要的振动，从而提高桥梁施工的安全性。该方法填补了行业的空白，可为大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段扣索参数振动提供理论支撑。

## 附图说明

[0037] 为了更清楚地说明本发明或现有技术中的技术方案，下面将对实施例所需要使用的附图进行简单地介绍：

[0038] 图1为本发明方法中的大跨度拱桥斜拉扣挂法拱肋施工项目的扣索动态位移控制点示意图；

[0039] 图2为本发明方法中的索拱结合点位移分解示意图；

[0040] 图3为本发明方法中的扣索参数振动模型示意图；

[0041] 图4为本发明方法中的扣索参数振动微元体力学示意图。

## 具体实施方式

[0042] 为使本发明的目的、技术方案和优点更加清楚，下面将结合本发明实施例中的附图，对本发明中的技术方案进行清楚、完整地描述。显然，所描述的实施例是本发明的一部分实施例，而不是全部的实施例。基于本发明中的实施例，本领域普通技术人员在没有做出创造性劳动的前提下所获得的所有其他实施例，都属于本发明保护的范围。

[0043] 本发明提供了一种高原峡谷中大跨度拱桥拱肋悬浇斜拉扣挂法施工过程中拱肋风致振动激发扣索参数振动的耦合振动分析及控制方法，后简称为大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析及控制方法，因为最大悬臂状态下风致效应最明显、扣索数量最多，故本发明主要以最大悬臂状态下参数振动分析与控制为例说明，具体的，该方法包括如下步骤：

[0044] 步骤1：采用现场实测的方法获取桥址脉动的风场环境，建立对应悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段的有限元模型，获得扣索的选型和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ ，并将实测风场环境导入有限元模型中计算分析，以获得各索拱结合点动态位移 $S$ ， $S = D_n \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，其中下标 $n$ 表示第 $n$ 根扣索； $D_n$ 为位移幅值； $\psi_n$ 为位移简谐运动的频率。

[0045] 进一步的，步骤1中以图1中的最大悬臂状态为例，针对按照现有抗风设计规范进行高原峡谷大桥设计风速取值偏于不安全的问题，本发明选择采用现场实测的方法获取桥址脉动的风场环境，以用于真实施工的指导设计；在建立最大悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段有限元模型后，扣索的选型(截面积 $A_n$ )和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ 均由现有技术采用的方法计算获得；再将测得的风场环境导入有限元模型中计算分析，以获得各索拱结合点动态位移 $S$ ，通过将扣索处发生的动态位移 $S$ 描述为简谐运动，可以利于后续的振动情况分析计算，因为简谐运动是最基本也最简单的机械振动，当某物体进行简谐运动时，物体所受的力跟位移成正比，并且总是指向平衡位置，它是一种由自身系统性质决定的周期性运动(如单摆运动和弹簧振子运动)。

[0046] 步骤2：将索拱结合点位移分解为扣索轴向和切向两个方向的动位移，轴向动位移为

$$S_x = D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi), \quad S_y = D_n \sin(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi),$$

其中 $\beta_n$ 为第 $n$ 根扣索的锚点动位移方向与扣索轴向的夹角，具体可参见图2的分解图所示。

[0047] 步骤3：根据胡克定理，计算出扣索的轴向激励荷载 $d_x$ 为

$$d_x = EA_n \frac{S_x}{L} = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi), \quad \text{即} \quad d_x = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi), \quad \text{其}$$

中E为扣索弹性模量， $A_n$ 为扣索截面积，L表示沿x轴方向上扣索的跨度，具体参见图3所示。

[0048] 步骤4：建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型；如图4所示，取扣索微元体进行振动分析，根据牛顿第二定律建立扣索在xy平面内的振动微分方程如式(1)所示；

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (T + \tau) \frac{\partial(y+v)}{\partial s} \right] = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - mg \cos \alpha + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

[0049] 其中， $y(x)$ 为扣索在自重作用下静力构形， $v(x)$ 为扣索的横向动位移，T为扣索的切向静拉力， $\tau$ 为扣索的切向动拉力，m为扣索的单位长度质量，g为重力加速度， $\alpha$ 为扣索的水平倾角， $c_y$ 为扣索y向的单位长度粘性阻尼系数，s表示扣索的弧长坐标。

[0050] 考虑扣索的静力平衡方程：

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dy}{ds} \right) = -mg \cos \alpha \quad (2)$$

[0051] 设H为扣索的初始轴向拉力，h为扣索的轴向动拉力，则

$$\frac{\tau}{h} = \frac{T}{H} = \frac{ds}{dx} \quad (3)$$

[0052] 将(2)和(3)式代入(1)中得

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \frac{ds}{dx} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \frac{ds}{dx} \quad (4)$$

[0053] 当垂度很小时  $\frac{ds}{dx} \approx 1$  式(4)可以简化为

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

[0054] 扣索静态平衡时微段长为 $ds_0$ ，动态平衡时为 $ds$ ，则

$$\begin{cases} (ds_0)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \\ (ds)^2 = (dx)^2 + (dy + dv)^2 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{ds - ds_0}{ds_0} \approx \frac{dy}{ds_0} \frac{dv}{ds_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds_0} \right)^2 \quad (7)$$

[0055] 由  $\tau = EA \varepsilon$ ,  $\tau = h \frac{ds}{dx}$ , 可得扣索的轴向动拉力  $h$  为

$$\begin{aligned} h &= d_x + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) = \frac{EA}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \\ &= \frac{EA}{L} \left[ D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

[0056] 该力学模型直角坐标系建立在扣索的轴向和垂直于轴向, 故扣索的静力构形取为:

$$y(x) = \frac{mgL \cos \alpha}{2H} \left( x - \frac{x^2}{L} \right) \quad (9)$$

[0057] 由于实际桥梁中扣索的垂度很小, 可以近似设扣索的振动模态为标准弦的振动模态, 考虑扣索的边界条件, 设方程第二式的解为:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^N v_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (10)$$

[0058] 利用伽辽金法可以得到扣索的一阶模态振动微分方程为:

$$\begin{aligned} \ddot{v} + \frac{c_y}{m} \dot{v} + \left( \omega_1^2 + \pi^2 EA_n D_n \cos(\beta_n) mL^3 \sin \psi_n t \right) v + \frac{3\pi EA_n g \cos(\alpha)}{HL^2} v^2 + \frac{\pi^4 EA_n}{4mL^4} v^3 \\ + \frac{4EA_n g D_n \cos(\beta_n) \cos(\alpha)}{\pi HL \sin \psi_n t} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

[0059] 式中,  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{EA(mgL \cos \alpha)^2}{H^3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^4 \right]}$  为扣索考虑垂度的自振频率。

[0060] 此外,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 H}{mL^2}}$  为扣索不考虑垂度的自振频率。

[0061] 对于第  $n$  根扣索位移简谐运动的频率  $\psi_n$ , 即扣索的固有频率, 当频率比满足  $\frac{\psi_n}{\omega_1} = 2$  时, 扣索会发生较为明显的振动。

[0062] 步骤5: 根据步骤4的一阶模态振动微分方程求得  $\psi_n$ , 通过  $\frac{\psi_n}{\omega_1}$  的值判定第n根扣

索是否发生参数振动, 若是, 则调整第n根扣索的截面积  $A_n$ , 若否, 则执行步骤6。

[0063] 具体判定和调整方式为:

[0064] 若所有扣索参数激励频率与扣索的固有频率比均满足  $\frac{\psi_n}{\omega_1} < 1.8$  或  $\frac{\psi_n}{\omega_1} > 2.2$  时, 则

各扣索不会产生参数振动, 第n根扣索的截面积  $A_n$  及其张拉力  $T$  则作为最终的设计值;

[0065] 若其中有扣索参数激励频率与扣索的固有频率比  $1.8 \leq \frac{\psi_n}{\omega_1} \leq 2.2$ , 则调整该扣索的

截面积以进一步调整其自振频率, 扣索的截面积调整方法如下:  $A'_n = \frac{2.2^2}{\omega_1^2} \times A_n$

[0066]  $A'_n$  为调整后的扣索截面积,  $\omega_1$  为一阶振动频率, 即扣索参数激励频率, 其调整方法依据为: 根据振动微分方程(11)

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{EA(mgL \cos \alpha)^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^4}{H^3} \right]}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 H}{mL^2}}$$

可知在不考虑垂度的情况下

$\omega_0^2$  与单位重量成反比, 单位质量  $m$  与截面积  $A$  成正比例关系, 因为扣索垂度小考虑垂度的  $\omega_1^2 \approx \omega_0^2$ , 可采用调整面积的方式调整自振频率, 调整系数为临界自振频率与初始自振频率的比值的平方。

[0067] 值得一提的是, 为减少因振动微分方程计算过程中简化条件带来的误差的影响, 本发明在实际工程应用中取  $1.8 \leq \frac{\psi_n}{\omega_1} \leq 2.2$  为设计中需要避开的自振频率比

的区间, 具体使用过程中可根据实际情况选取该频率比的区间和上下限的具体值。

[0068] 步骤6: 重复以上步骤2~5, 直到判断第1~n根的各个扣索均不在风场环境下发生参数振动后, 再输出所有扣索的截面积 ( $A_n$  或者  $A'_n$ ) 及张拉力  $T$  等参数作为设计值。

[0069] 由此可知，该方法设计出的参数能够避免扣索在实际风场作用下发生不必要的振动，可以指导斜拉扣挂法施工大跨度拱桥的设计与施工，避免施工阶段因扣索发生参数振动而发生安全隐患，提高临时结构的安全性能。

[0070] 最后说明的是：以上实施例仅用以说明本发明的技术方案，而非对其限制；尽管参照前述实施例对本发明进行了详细的说明，本领域的普通技术人员应当理解：其依然可以对前述各实施例所记载的技术方案进行修改，或者对其中部分技术特征进行等同替换；而这些修改或者替换，并不使相应技术方案的本质脱离本发明各实施例技术方案的精神和范围。

## 权利要求书

[权利要求 1] 一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，所述方法包括：

步骤1：建立对应悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段的有限元模型，获得扣索的选型和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ ，并将实测风场环境导入有限元模型中计算分析，以获得各索拱结合点动态位移 $S$ ， $S = D_n \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，其中下标 $n$ 表示第 $n$ 根扣索； $D_n$ 为位移幅值； $\psi_n$ 为扣索位移简谐运动的频率；

步骤2：将索拱结合点位移分解为扣索轴向和切向两个方向的动位移，轴向动位移为 $S_x = D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，切向动位移为 $S_y = D_n \sin(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi)$ ，其中 $\beta_n$ 为第 $n$ 根扣索的锚点动位移方向与扣索轴向的夹角；

步骤3：根据胡克定理，计算出扣索的轴向激励荷载

$$d_x = EA_n \frac{S_x}{L} = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi),$$

其中 $E$ 为扣索弹性模量， $A_n$ 为第 $n$ 根的扣索截面积， $L$ 表示沿 $x$ 轴方向上扣索的跨度；

步骤4：建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型，取扣索微元体进行振动分析，根据牛顿第二定律建立扣索在 $xy$ 平面内的振动微分方程如式(1)所示；

步骤4：建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型，取扣索微元体进行振动分析，根据牛顿第二定律建立扣索在 $xy$ 平面内的振动微分方程如式(1)所示；

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (T + \tau) \frac{\partial(y+v)}{\partial s} \right] = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - mg \cos \alpha + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

其中， $y(x)$ 为扣索在自重作用下静力构形函数， $v(x)$ 为扣索的横向动位移函数， $T$ 为扣索的切向静拉力， $\tau$ 为扣索的切向动拉力， $m$ 为扣索的单位长度质量， $g$ 为重力加速度， $\alpha$ 为扣索的水平倾角， $c_y$ 为扣索 $y$ 向的单位长度粘性阻尼系数， $s$ 表示扣索的弧长坐标；设 $H$ 为扣索的初始轴向拉力， $h$ 为扣索的轴向动拉力；

利用伽辽金法得到扣索的一阶模态振动微分方程为：

$$\ddot{v} + \frac{c_v}{m} \dot{v} + \left( \omega_1^2 + \pi^2 EA_n D_n \cos(\beta_n) mL^3 \sin \psi_n t \right) v + \frac{3\pi EA_n g \cos(\alpha)}{HL^2} v^2 + \frac{\pi^4 EA_n}{4mL^4} v^3 + \frac{4EA_n g D_n \cos(\beta_n) \cos(\alpha)}{\pi HL \sin \psi_n t} = 0 \quad (11)$$

式中， $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{EA(mgL \cos \alpha)^2}{H^3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^4 \right]}$ 为扣索考虑垂度的自振

频率；此外， $\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 H}{mL^2}}$ 为扣索不考虑垂度的自振频率；

步骤5：根据所述一阶模态振动微分方程求得 $\psi_n$ ，通过 $\frac{\psi_n}{\omega_1}$ 的值判

定第n根扣索是否发生参数振动，若是，则调整第n根扣索的截面积，若否，则执行下一步骤6；

步骤6：重复以上步骤2~5，直到判断第1~n根的各个扣索均不在该实测风场环境下发生参数振动后，再输出所有扣索的截面积及张拉力作为设计值。

[权利要求 2]

根据权利要求1所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤5中具体包括：

若所有扣索的参数激励频率与扣索的固有频率比均满足 $\frac{\psi_n}{\omega_1} < 1.8$ 或

$\frac{\psi_n}{\omega_1} > 2.2$ 时，则各扣索不会产生参数振动，第n根扣索的截面积 $A_n$ 及

其张拉力T则作为最终的设计值；

若其中有扣索参数激励频率与扣索的固有频率比 $1.8 \leq \frac{\psi_n}{\omega_1} \leq 2.2$ ，则调

整该扣索的截面积以进一步调整其自振频率，扣索的截面积调整方法如下：

$$A'_n = \frac{2.2^2}{\omega_1^2} \times A_n$$

$A'_n$ 为调整后的扣索截面积， $\omega_1$ 为扣索考虑垂度的自振频率，在不考虑垂度的情况下 $\omega_0^2$ 与单位重量成反比，单位质量m与截面积A成

正比例关系，因为扣索垂度小考虑垂度的 $\omega_1^2 \approx \omega_0^2$ ，此时能够采用调

整面积的方式调整自振频率，调整系数为临界自振频率与初始自振频率的比值的平方。

[权利要求 3] 根据权利要求2所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤1中具体包括：采用现场实测的方法获取桥址脉动的风场环境，扣索的截面积 $A_n$ 和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ 均由现有技术采用的方法提前计算获得。

[权利要求 4] 根据权利要求2所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤4中还包括：  
考虑扣索的静力平衡方程：

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dy}{ds} \right) = -mg \cos \alpha \quad (2)$$

设 $H$ 为扣索的初始轴向拉力， $h$ 为扣索的轴向动拉力，则

$$\frac{\tau}{h} = \frac{T}{H} = \frac{ds}{dx} \quad (3)$$

将(2)和(3)式代入(1)中得

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \frac{ds}{dx} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \frac{ds}{dx} \quad (4)$$

当垂度很小时  $\frac{ds}{dx} \approx 1$  式(4)能简化为

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

扣索静态平衡时微段长为 $ds_0$ ，动态平衡时为 $ds$ ，则

$$\begin{cases} (ds_0)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \\ (ds)^2 = (dx)^2 + (dy + dv)^2 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{ds - ds_0}{ds_0} \approx \frac{dy}{ds_0} \frac{dv}{ds_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds_0} \right)^2 \quad (7)$$

由  $\tau = EA \varepsilon$ ， $\tau = h \frac{ds}{dx}$ ，得扣索的轴向动拉力 $h$ 为

$$h = d_x + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) = \frac{EA}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \quad (8)$$

$$= \frac{EA}{L} \left[ D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \varphi) + \frac{EA}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \right]$$

[权利要求 5]

根据权利要求4所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法,其特征在于,步骤4中还包括:  
力学模型直角坐标系建立在扣索的轴向和垂直于轴向,故扣索的静力构形取为:

$$y(x) = \frac{mgL \cos \alpha}{2H} \left( x - \frac{x^2}{L} \right) \quad (9)$$

由于实际桥梁中扣索的垂度很小,可以近似设扣索的振动模态为标准弦的振动模态,考虑扣索的边界条件,设方程第二式的解为:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^N v_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \circ$$

[权利要求 6]

根据权利要求5所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法,其特征在于,步骤4中还包括:对于第n根扣索位移简谐运动的频率 $\psi_n$ ,即扣索的固有频率,当频率比满足 $\frac{\psi_n}{\omega_1} = 2$ 时,扣

索会发生较为明显的振动。

## 经修改的权利要求 (条约第19条)

国际局收到日: 2024年8月22日 (22.08.2024)

[权利要求 1]

[已修改]

一种大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法, 其特征在于, 所述方法包括:

步骤1: 建立对应悬臂状态下大跨度拱桥斜拉扣挂法施工阶段的有限元模型, 获得扣索的选型和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ , 并将实测风场环境导入有限元模型中计算分析, 以获得各索拱结合点动态位移 $S$ ,  $S = D_n \sin(\psi_n t + \phi)$ , 其中下标 $n$ 表示第 $n$ 根扣索;  $D_n$ 为位移幅值;  $\psi_n$ 为扣索位移简谐运动的频率,  $t$ 为简谐运动的时间值,  $\phi$ 为简谐运动的初始相位;

步骤2: 将索拱结合点位移分解为扣索轴向和切向两个方向的动位移, 轴向动位移为  $S_x = D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \phi)$ , 切向动位移为  $S_y = D_n \sin(\beta_n) \sin(\psi_n t + \phi)$ , 其中  $\beta_n$ 为第 $n$ 根扣索的锚点动位移方向与扣索轴向的夹角;

步骤3: 根据胡克定理, 计算出扣索的轴向激励荷载

$$d_x = EA_n \frac{S_x}{L} = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \phi),$$

其中 $E$ 为扣索弹性模

量,  $A_n$ 为第 $n$ 根的扣索截面积,  $L$ 表示沿 $x$ 轴方向上扣索的跨度;

步骤4: 建立风致振动与扣索参数振动耦合理论模型, 取扣索微元体进行振动分析, 根据牛顿第二定律建立扣索在 $xy$ 平面内的振动微分方程如式(1)所示;

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (T + \tau) \frac{\partial(y+v)}{\partial s} \right] = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - mg \cos \alpha + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

其中,  $y(x)$ 为扣索在自重作用下静力构形函数,  $v(x)$ 为扣索的横向动位移函数,  $T$ 为扣索的切向静拉力,  $\tau$ 为扣索的切向动拉力,  $m$ 为扣索的单位长度质量,  $g$ 为重力加速度,  $\alpha$ 为扣索的水平倾角,  $c$

$\gamma$ 为扣索 $\gamma$ 向的单位长度粘性阻尼系数， $s$ 表示扣索的弧长坐标；设 $H$ 为扣索的初始轴向拉力， $h$ 为扣索的轴向动拉力；

利用伽辽金法得到扣索的一阶模态振动微分方程为：

$$\ddot{v} + \frac{c_\gamma}{m} \dot{v} + \left( \omega_1^2 + \pi^2 EA_n D_n \cos(\beta_n) mL^3 \sin \psi_n t \right) v + \frac{3\pi EA_n g \cos(\alpha)}{HL^2} v^2 + \frac{\pi^4 EA_n}{4mL^4} v^3 + \frac{4EA_n g D_n \cos(\beta_n) \cos(\alpha)}{\pi HL \sin \psi_n t} = 0 \quad (11)$$

式中，

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{EA_n (mgL \cos \alpha)^2}{H^3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^4 \right]}$$

为扣索考虑垂度的自振频率；此外， $\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 H}{mL^2}}$ 为扣索不考虑垂度

的自振频率；

步骤5：根据所述一阶模态振动微分方程求得 $\psi_n$ ，通过 $\frac{\psi_n}{\omega_1}$ 的值判

定第 $n$ 根扣索是否发生参数振动，若是，则调整第 $n$ 根扣索的截面积，若否，则执行下一步骤6；

步骤6：重复以上步骤2~5，直到判断第1~ $n$ 根的各个扣索均不在该实测风场环境下发生参数振动后，再输出所有扣索的截面积及张拉力作为设计值。

[权利要求 2]

[已修改]

根据权利要求1所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤5中具体包括：

若所有扣索的参数激励频率与扣索的固有频率比均满足 $\frac{\psi_n}{\omega_1} < 1.8$ 或

$\frac{\psi_n}{\omega_1} > 2.2$ 时，则各扣索不会产生参数振动，第 $n$ 根扣索的截面积 $A_n$ 及

其张拉力 $T$ 则作为最终的设计值；

若其中有扣索参数激励频率与扣索的固有频率比  $1.8 \leq \frac{\psi_n}{\omega_1} \leq 2.2$ ，则调

整该扣索的截面积以进一步调整其自振频率，扣索的截面积调整方法如下：

$$A'_n = \frac{2.2^2}{\omega_1^2} \times A_n$$

$A'_n$ 为调整后的扣索截面积， $\omega_1$ 为扣索考虑垂度的自振频率，在不考虑垂度的情况下 $\omega_0^2$ 与单位重量成反比，单位质量 $m$ 与截面积 $A_n$

成正比例关系，因为扣索垂度小考虑垂度的 $\omega_1^2 \approx \omega_0^2$ ，此时能够采用调整面积的方式调整自振频率，调整系数为临界自振频率与初始自振频率的比值的平方。

[权利要求 3]

根据权利要求2所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤1中具体包括：采用现场实测的方法获取桥址脉动的风场环境，扣索的截面积 $A_n$ 和各施工阶段静载作用下索力大小 $T$ 均由现有技术采用的方法提前计算获得。

[权利要求 4]

[已修改]

根据权利要求2所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤4中还包括：

考虑扣索的静力平衡方程：

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dy}{ds} \right) = -mg \cos \alpha \quad (2)$$

设 $H$ 为扣索的初始轴向拉力， $h$ 为扣索的轴向动拉力，则

$$\frac{\tau}{h} = \frac{T}{H} = \frac{ds}{dx} \quad (3)$$

将(2)和(3)式代入(1)中得

$$(H + h) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \frac{ds}{dx} + c_y \frac{\partial v}{\partial t} \frac{ds}{dx} \quad (4)$$

当垂度很小时  $\frac{ds}{dx} \approx 1$  式(4)能简化为

$$(H+h)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_y\frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

扣索静态平衡时微段长为 $ds_0$ ，动态平衡时为 $ds$ ，则

$$\begin{cases} (ds_0)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \\ (ds)^2 = (dx)^2 + (dy + dv)^2 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{ds - ds_0}{ds_0} \approx \frac{dy}{ds_0} \frac{dv}{ds_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds_0} \right)^2 \quad (7)$$

由  $\tau = EA\varepsilon$ ， $\tau = h\frac{ds}{dx}$ ，得扣索的轴向动拉力 $h$ 为

$$\begin{aligned} h &= d_x + \frac{EA_n}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) = \frac{EA_n}{L} D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \phi) + \frac{EA_n}{L} \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \\ &= \frac{EA_n}{L} \left[ D_n \cos(\beta_n) \sin(\psi_n t + \phi) + \left( \int_0^L y_x v_x dx + \frac{1}{2} \int_0^L v_x^2 dx \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

[权利要求 5]

[已修改]

根据权利要求4所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤4中还包括：

力学模型直角坐标系建立在扣索的轴向和垂直于轴向，故扣索的静力构形取为：

$$y(x) = \frac{mgL \cos \alpha}{2H} \left( x - \frac{x^2}{L} \right) \quad (9)$$

由于实际桥梁中扣索的垂度很小，近似设扣索的振动模态为标准弦的振动模态，考虑扣索的边界条件，设方程第二式的解为：

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^N v_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \circ$$

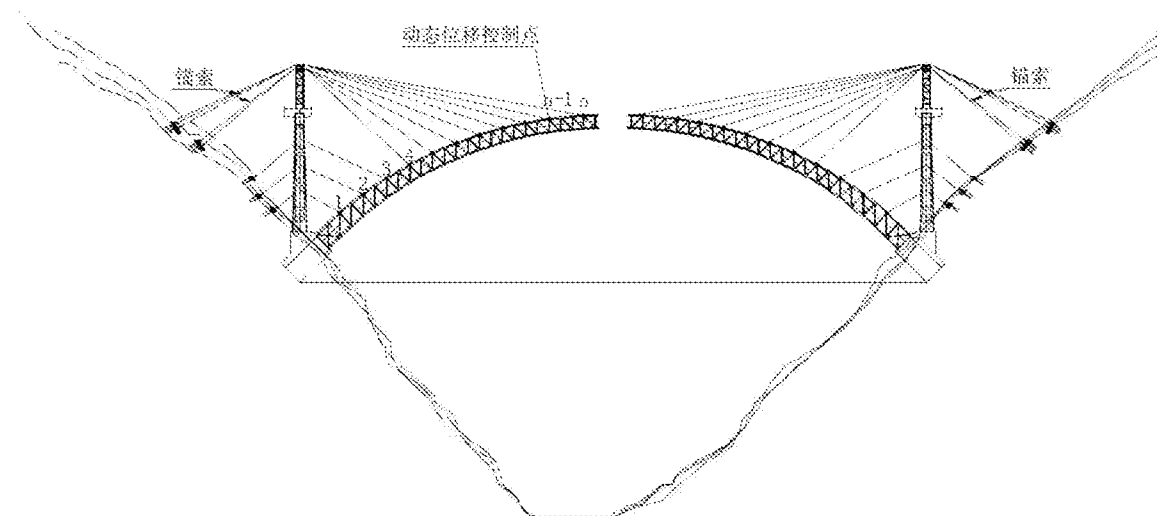
[权利要求 6]

根据权利要求5所述的大跨度拱桥扣索风致振动激发参数振动理论分析方法，其特征在于，步骤4中还包括：对于第 $n$ 根扣索位移简谐

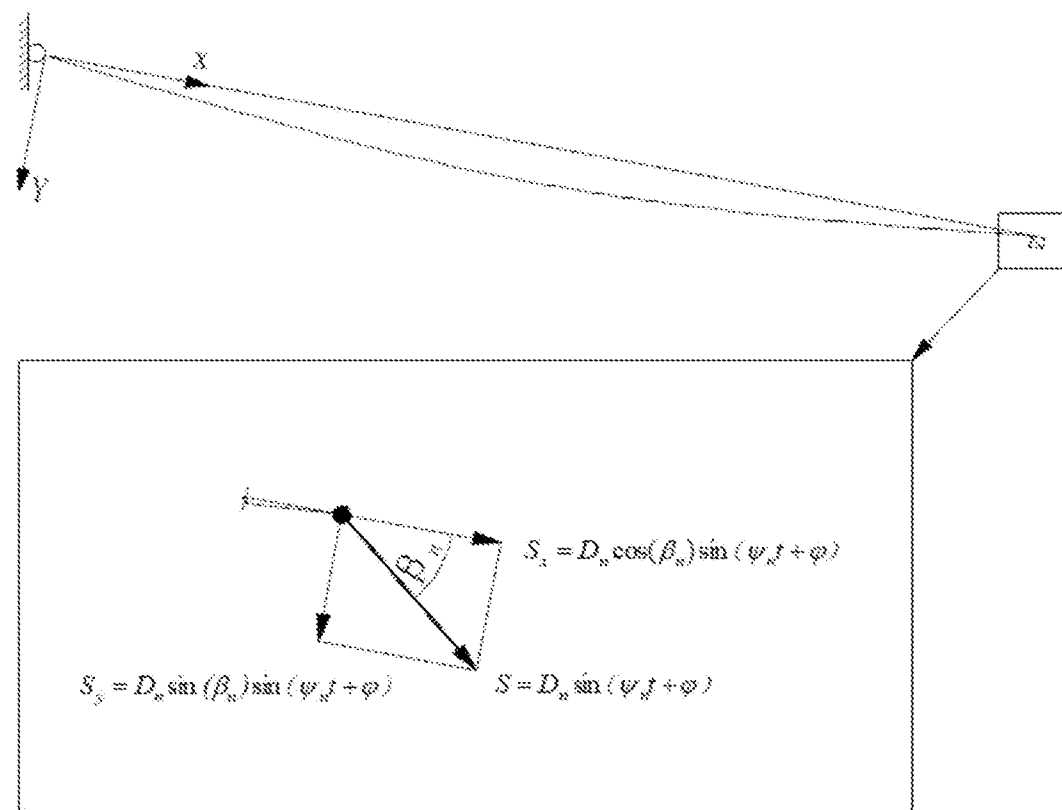
运动的频率  $\psi_n$ ，即扣索的固有频率，当频率比满足  $\frac{\psi_n}{\omega_1} = 2$  时，扣

索会发生较为明显的振动。

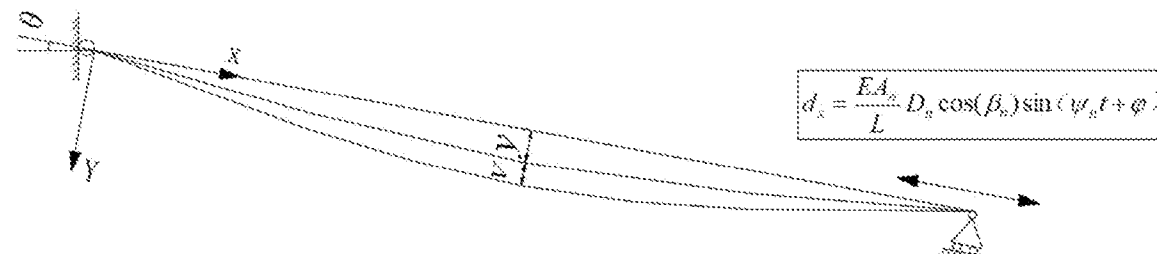
[图 1]



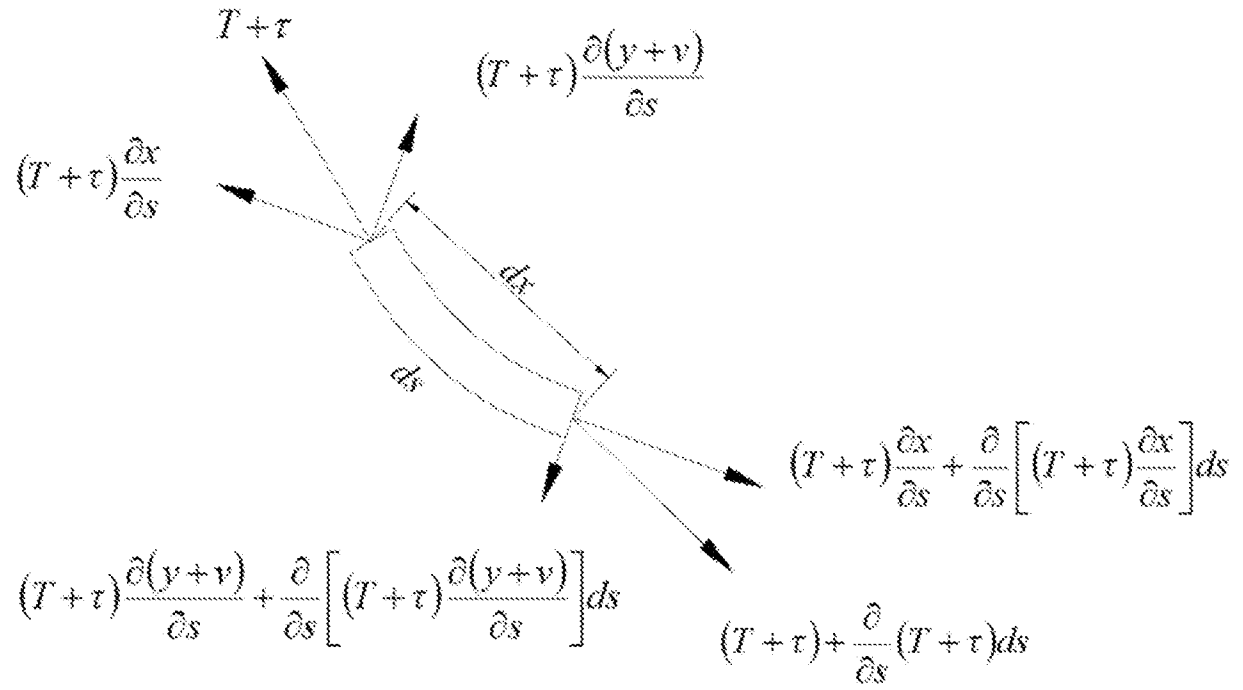
[图 2]



[图 3]



[图 4]



## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/CN2024/096536

<b>A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER</b>		
G06F30/13(2020.01)i; G06F30/23(2020.01)i; G06F119/14(2020.01)i		
According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
<b>B. FIELDS SEARCHED</b>		
Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)		
IPC:G06F		
Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched		
Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)		
CNTXT, ENTXT, ENTXTC, WPABSC, DWPI, 读秀, DUXIU, 中国期刊网全文数据库, China Journal Network Full-text Database (CJFD), ISI_Web of Science: 中国建筑第五工程局有限公司, 周帅, 李璋, 高宗余, 陈政清, 曾永平, 风致振动, 拱, 桥, 索, 建模, 模拟, 模型, 扣挂, 扣索, 频率, 位移, 震动, 振动, 伽辽金, 胡克, bridge, frequency, Galerkin, Hooke, vibrat???		
<b>C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT</b>		
Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
PX	CN 117708939 A (CHINA CONSTRUCTION FIFTH ENGINEERING BUREAU CO., LTD.) 15 March 2024 (2024-03-15) claims 1-6	1-6
A	CN 115391881 A (HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY) 25 November 2022 (2022-11-25) description, paragraphs 0005-0061, and figures 1-5	1-6
A	CN 112906260 A (HUNAN UNIVERSITY) 04 June 2021 (2021-06-04) entire document	1-6
A	CN 115828684 A (CHINA COMMUNICATIONS CONSTRUCTION GROUP CO., LTD.) 21 March 2023 (2023-03-21) entire document	1-6
A	CN 116011283 A (CHINA RAILWAY DESIGN CORP. et al.) 25 April 2023 (2023-04-25) entire document	1-6
<input checked="" type="checkbox"/> Further documents are listed in the continuation of Box C. <input checked="" type="checkbox"/> See patent family annex.		
* Special categories of cited documents: "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance "D" document cited by the applicant in the international application "E" earlier application or patent but published on or after the international filing date "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified) "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art "&" document member of the same patent family		
Date of the actual completion of the international search		Date of mailing of the international search report
12 August 2024		19 August 2024
Name and mailing address of the ISA/CN		Authorized officer
China National Intellectual Property Administration (ISA/CN) China No. 6, Xitucheng Road, Jimenqiao, Haidian District, Beijing 100088		Telephone No.

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/CN2024/096536

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	CN 117034400 A (CHINA RAILWAY 19TH BUREAU GROUP EAST CHINA ENGINEERING CO., LTD. et al.) 10 November 2023 (2023-11-10) entire document	1-6
A	US 2015014904 A1 (THE EUROPEAN UNION, REPRESENTED BY THE EUROPEAN COMMISSION) 15 January 2015 (2015-01-15) entire document	1-6
A	US 2023314272 A1 (TONGJI UNIVERSITY) 05 October 2023 (2023-10-05) entire document	1-6

**INTERNATIONAL SEARCH REPORT**  
**Information on patent family members**

International application No.

**PCT/CN2024/096536**

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
CN	117708939	A	15 March 2024	CN	117708939	B	02 July 2024
CN	115391881	A	25 November 2022	CN	115391881	B	18 April 2023
CN	112906260	A	04 June 2021	None			
CN	115828684	A	21 March 2023	None			
CN	116011283	A	25 April 2023	None			
CN	117034400	A	10 November 2023	None			
US	2015014904	A1	15 January 2015	JP	2015509562	A	30 March 2015
				JP	5798261	B2	21 October 2015
				RU	2014140433	A	27 April 2016
				RU	2606715	C2	10 January 2017
				EP	2636795	A1	11 September 2013
				WO	2013132059	A1	12 September 2013
				KR	20140131594	A	13 November 2014
				KR	101564975	B1	02 November 2015
				US	9394656	B2	19 July 2016
				EP	2823104	A1	14 January 2015
				EP	2823104	B1	18 May 2016
				CN	104185706	A	03 December 2014
				CN	104185706	B	06 July 2016
				US	2015014904	A1	15 January 2015
US	2023314272	A1	05 October 2023	WO	2022111423	A1	02 June 2022

<p>A. 主题的分类</p> <p>G06F30/13(2020.01)i; G06F30/23(2020.01)i; G06F119/14(2020.01)i</p> <p>按照国际专利分类(IPC)或者同时按照国家分类和IPC两种分类</p>																							
<p>B. 检索领域</p> <p>检索的最低限度文献(标明分类系统和分类号)</p> <p>IPC:G06F</p> <p>包含在检索领域中的除最低限度文献以外的检索文献</p> <p>在国际检索时查阅的电子数据库(数据库的名称, 和使用的检索词(如使用))</p> <p>CNTEXT,ENTXT,ENTXTC,WPABSC,DWPI,读秀,中国期刊网全文数据库,ISI_Web of Science:中国建筑第五工程局有限公司,周帅,李璋,高宗余,陈政清,曾永平,风致振动,拱,桥,索,建模,模拟,模型,扣挂,扣索,频率,位移,震动,振动,伽辽金,胡克,bridge,frequency,Galerkin,Hooke,vibrat???</p>																							
<p>C. 相关文件</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>类型*</th> <th>引用文件, 必要时, 指明相关段落</th> <th>相关的权利要求</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>PX</td> <td>CN 117708939 A (中国建筑第五工程局有限公司) 2024年3月15日 (2024 - 03 - 15) 权利要求1-6</td> <td>1-6</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>CN 115391881 A (哈尔滨工业大学) 2022年11月25日 (2022 - 11 - 25) 说明书第0005-0061段、图1-5</td> <td>1-6</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>CN 112906260 A (湖南大学) 2021年6月4日 (2021 - 06 - 04) 全文</td> <td>1-6</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>CN 115828684 A (中交建筑集团有限公司) 2023年3月21日 (2023 - 03 - 21) 全文</td> <td>1-6</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>CN 116011283 A (中国铁路设计集团有限公司等) 2023年4月25日 (2023 - 04 - 25) 全文</td> <td>1-6</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>CN 117034400 A (中铁十九局集团华东工程有限公司等) 2023年11月10日 (2023 - 11 - 10) 全文</td> <td>1-6</td> </tr> </tbody> </table>			类型*	引用文件, 必要时, 指明相关段落	相关的权利要求	PX	CN 117708939 A (中国建筑第五工程局有限公司) 2024年3月15日 (2024 - 03 - 15) 权利要求1-6	1-6	A	CN 115391881 A (哈尔滨工业大学) 2022年11月25日 (2022 - 11 - 25) 说明书第0005-0061段、图1-5	1-6	A	CN 112906260 A (湖南大学) 2021年6月4日 (2021 - 06 - 04) 全文	1-6	A	CN 115828684 A (中交建筑集团有限公司) 2023年3月21日 (2023 - 03 - 21) 全文	1-6	A	CN 116011283 A (中国铁路设计集团有限公司等) 2023年4月25日 (2023 - 04 - 25) 全文	1-6	A	CN 117034400 A (中铁十九局集团华东工程有限公司等) 2023年11月10日 (2023 - 11 - 10) 全文	1-6
类型*	引用文件, 必要时, 指明相关段落	相关的权利要求																					
PX	CN 117708939 A (中国建筑第五工程局有限公司) 2024年3月15日 (2024 - 03 - 15) 权利要求1-6	1-6																					
A	CN 115391881 A (哈尔滨工业大学) 2022年11月25日 (2022 - 11 - 25) 说明书第0005-0061段、图1-5	1-6																					
A	CN 112906260 A (湖南大学) 2021年6月4日 (2021 - 06 - 04) 全文	1-6																					
A	CN 115828684 A (中交建筑集团有限公司) 2023年3月21日 (2023 - 03 - 21) 全文	1-6																					
A	CN 116011283 A (中国铁路设计集团有限公司等) 2023年4月25日 (2023 - 04 - 25) 全文	1-6																					
A	CN 117034400 A (中铁十九局集团华东工程有限公司等) 2023年11月10日 (2023 - 11 - 10) 全文	1-6																					
<p><input checked="" type="checkbox"/> 其余文件在C栏的续页中列出。</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 见同族专利附件。</p>																							
<p>* 引用文件的具体类型:</p> <p>“A” 认为不特别相关的表示了现有技术一般状态的文件</p> <p>“D” 申请人在国际申请中引证的文件</p> <p>“E” 在国际申请日的当天或之后公布的在先申请或专利</p> <p>“L” 可能对优先权要求构成怀疑的文件, 或为确定另一篇引用文件的公布日而引用的或者因其他特殊理由而引用的文件(如具体说明的)</p> <p>“O” 涉及口头公开、使用、展览或其他方式公开的文件</p> <p>“P” 公布日先于国际申请日但迟于所要求的优先权日的文件</p> <p>“T” 在申请日或优先权日之后公布, 与申请不相抵触, 但为了理解发明之理论或原理的在后文件</p> <p>“X” 特别相关的文件, 单独考虑该文件, 认定要求保护的发明不是新颖的或不具有创造性</p> <p>“Y” 特别相关的文件, 当该文件与另一篇或者多篇该类文件结合并且这种结合对于本领域技术人员为显而易见时, 要求保护的发明不具有创造性</p> <p>“&amp;” 同族专利的文件</p>																							
<p>国际检索实际完成的日期</p> <p>2024年8月12日</p>		<p>国际检索报告邮寄日期</p> <p>2024年8月19日</p>																					
<p>ISA/CN的名称和邮寄地址</p> <p>中国国家知识产权局 中国北京市海淀区蓟门桥西土城路6号 100088</p>		<p>授权官员</p> <p>董瑞雪</p> <p>电话号码 (+86) 010-53962009</p>																					

C. 相关文件		
类型*	引用文件，必要时，指明相关段落	相关的权利要求
A	US 2015014904 A1 (EUROPEAN UNION REPRESENTED BY THE EUROPEAN COMMISSION) 2015年1月15日 (2015 - 01 - 15) 全文	1-6
A	US 2023314272 A1 (UNIV TONGJI) 2023年10月5日 (2023 - 10 - 05) 全文	1-6

国际检索报告  
关于同族专利的信息

国际申请号

PCT/CN2024/096536

检索报告引用的专利文件			公布日 (年/月/日)	同族专利	公布日 (年/月/日)	
CN	117708939	A	2024年3月15日	CN	117708939 B	2024年7月2日
CN	115391881	A	2022年11月25日	CN	115391881 B	2023年4月18日
CN	112906260	A	2021年6月4日	无		
CN	115828684	A	2023年3月21日	无		
CN	116011283	A	2023年4月25日	无		
CN	117034400	A	2023年11月10日	无		
US	2015014904	A1	2015年1月15日	JP	2015509562 A	2015年3月30日
				JP	5798261 B2	2015年10月21日
				RU	2014140433 A	2016年4月27日
				RU	2606715 C2	2017年1月10日
				EP	2636795 A1	2013年9月11日
				WO	2013132059 A1	2013年9月12日
				KR	20140131594 A	2014年11月13日
				KR	101564975 B1	2015年11月2日
				US	9394656 B2	2016年7月19日
				EP	2823104 A1	2015年1月14日
				EP	2823104 B1	2016年5月18日
				CN	104185706 A	2014年12月3日
				CN	104185706 B	2016年7月6日
				US	2015014904 A1	2015年1月15日
US	2023314272	A1	2023年10月5日	WO	2022111423 A1	2022年6月2日