

(12) DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIÉE EN VERTU DU TRAITÉ DE COOPÉRATION EN MATIÈRE DE BREVETS (PCT)

(19) Organisation Mondiale de la
Propriété Intellectuelle
Bureau international



(43) Date de la publication internationale
25 juin 2020 (25.06.2020)

(10) Numéro de publication internationale
WO 2020/128299 A1

(51) Classification internationale des brevets :

B29C 64/393 (2017.01) B29C 37/00 (2006.01)
B22F 3/105 (2006.01) B29C 71/00 (2006.01)
B33Y 50/02 (2015.01) B29C 71/02 (2006.01)

[FR/FR] ; Bat le Ponant, 25 rue Leblanc, 75015 PARIS (FR).

(72) Inventeur : **HAZART, Jérôme** ; CEA Grenoble, 17 rue des Martyrs, 38054 GRENOBLE Cedex 09 (FR).

(21) Numéro de la demande internationale :

PCT/FR2019/053117

(74) Mandataire : **AUGARDE, Eric** ; BREVALEX, 56 Boulevard de l'Embouchure, B.P. 27519, 31075 TOULOUSE Cedex 2 (FR).

(22) Date de dépôt international :

17 décembre 2019 (17.12.2019)

(25) Langue de dépôt :

français

(26) Langue de publication :

français

(30) Données relatives à la priorité :

1873368 19 décembre 2018 (19.12.2018) FR

(71) Déposant : **COMMISSARIAT A L'ENERGIE
ATOMIQUE ET AUX ENERGIES ALTERNATIVES**

(81) États désignés (sauf indication contraire, pour tout titre de protection nationale disponible) : AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM,

(54) Title: PREDICTING THE SHAPE OF A THREE-DIMENSIONAL OBJECT WHICH IS SUBJECTED TO A DIFFUSION PROCESS

(54) Titre : PRÉDICTION DE LA FORME D'UN OBJET TRIDIMENSIONNEL SOUMIS À UN PROCESSUS DE DIFFUSION

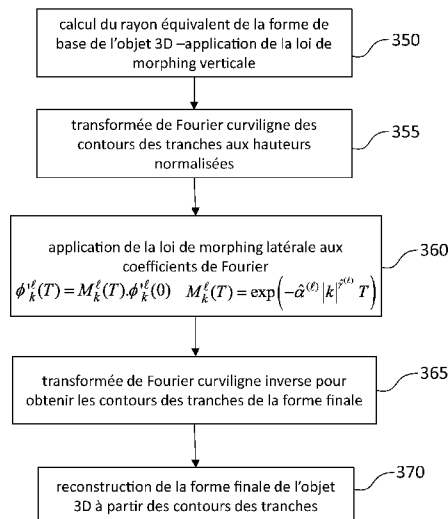


Fig. 3B

350 Calculation of the equivalent radius of the basic shape of the 3D object - application of the law of vertical morphing
355 Curvilinear Fourier transform of the contours of the slices at standardised heights
360 Application of the law of lateral morphing to the Fourier coefficients
365 Inverse curvilinear Fourier transform for obtaining the contours of the slices of the final shape
370 Reconstruction of the final shape of the 3D object from the contours of the slices

(57) Abstract: The present invention relates to a method for predicting the shape of a three-dimensional object which has been subjected to a diffusion process for a predetermined duration. The prediction method uses a law of vertical morphing and a law of lateral morphing. The law of lateral morphing applies to a description of the contours of different slices of a sample at standardised heights. The description of the contour of a slice is obtained by a curvilinear Fourier transform of the contour or by a two-dimensional spatial Fourier transform of a contour line approximating said contour. The present invention also relates to the manufacture of a three-dimensional object of a given material and a given nominal shape.

(57) Abrégé : La présente invention concerne une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel après avoir subi un

[Suite sur la page suivante]

PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, ZA, ZM, ZW.

(84) États désignés (*sauf indication contraire, pour tout titre de protection régionale disponible*) : ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), eurasién (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), européen (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

Publiée:

— avec rapport de recherche internationale (Art. 21(3))

processus de diffusion pendant une durée prédéterminée. La méthode de prédiction fait appel à une loi de morphing verticale et une loi de morphing latérale. La loi de morphing latérale s'applique à une description des contours de différentes tranches d'un échantillon à des hauteurs normalisées. La description du contour d'une tranche est obtenue par une transformée de Fourier curviligne du contour ou par une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle d'une courbe de niveau approchant ce contour. La présente invention concerne également la fabrication d'un objet tri-dimensionnel de matériau donné et de forme de consigne donnée.

DESCRIPTION

PRÉDICTION DE LA FORME D'UN OBJET TRIDIMENSIONNEL SOUMIS À UN PROCESSUS DE DIFFUSION

DOMAINE TECHNIQUE

5 La présente invention concerne de manière générale le domaine de la fabrication d'objets tri-dimensionnels à partir d'une forme initiale destinée à subir un processus de diffusion, et plus particulièrement une méthode de prédiction de la forme de tels objets au terme dudit processus.

10 ÉTAT DE LA TECHNIQUE ANTÉRIEURE

 De nombreuses techniques de fabrication additive d'objets tri-dimensionnels ont vu le jour ces dernières années. Ces techniques font généralement appel à un dépôt de couches successives subissant une transformation physique telle qu'une polymérisation par exemple. Ainsi, la demande EP-A-820855 décrit une méthode de fabrication d'objets
15 tri-dimensionnels à partir de couches successives obtenues par stéréolithographie et subissant une polymérisation sous l'effet d'un rayonnement énergétique.

 Quelle que soit la technique utilisée, il est connu de procéder à une refusion (*reflow*) de l'objet formé par ces couches successives. Toutefois, la forme finale de l'objet après refusion est difficile à déterminer à l'avance, *a fortiori* lorsque le coefficient de
20 diffusion du matériau et le temps de refusion sont élevés. Il est donc nécessaire de procéder à des campagnes d'essais longues et coûteuses, avec des couches de formes différentes et de positions relatives différentes avant d'atteindre la forme finale souhaitée.

 Un but de la présente invention est par conséquent de proposer une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel après que celui-ci a subi un processus
25 de diffusion. Un but subsidiaire de la présente invention est de proposer une méthode de fabrication d'un objet tri-dimensionnel de forme de consigne prédéterminée et de matériau donné, à partir d'une forme initiale donnée.

EXPOSÉ DE L'INVENTION

La présente invention est définie par une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel soumis à un processus de diffusion pendant une durée prédéterminée, ladite méthode comprenant :

5 - une phase de calibration dans laquelle une pluralité d'échantillons de formes initiales différentes subissent, pendant ladite durée déterminée, le processus de diffusion, au terme duquel les échantillons adoptent des formes finales, et dans laquelle, pour chaque échantillon :

10 a) on mesure la hauteur initiale de l'échantillon et l'on acquiert les premiers contours d'une pluralité tranches horizontales de l'échantillon dans sa forme initiale, à des hauteurs normalisées par la hauteur initiale ;

15 b) on mesure la hauteur finale de l'échantillon et l'on acquiert des seconds contours d'une même pluralité de tranches horizontales de l'échantillon dans sa forme finale, à des hauteurs normalisées par la hauteur finale, égales aux dites hauteurs normalisées par la hauteur finale ;

20 c) on estime les paramètres d'une loi de morphing verticale permettant de passer de la hauteur initiale à la hauteur finale et on estime les paramètres d'une loi de morphing latérale permettant de passer d'une représentation, dans un espace de Fourier, des premiers contours à une représentation, dans ce même espace, des seconds contours ;

25 - une phase de prédiction dans laquelle :
d) on estime la hauteur finale dudit objet à partir de sa hauteur initiale et des paramètres de la loi de morphing verticale ;

e) on obtient une représentation dans ledit espace de Fourier d'une pluralité de contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale, aux dites hauteurs normalisées ;

30 f) on obtient une représentation dans ledit espace de Fourier d'une pluralité de contours des tranches de l'objet dans sa forme finale, aux hauteurs normalisées, à partir

de ladite représentation des tranches de l'objet dans sa forme initiale et des paramètres de la loi de morphing latérale ;

g) on détermine les contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale, aux hauteurs normalisées, à partir de la représentation des contours de ces tranches dans ledit espace de Fourier obtenue à l'étape (f) ;

h) on obtient la forme finale de l'objet tridimensionnel à partir de la hauteur finale dudit objet et des contours des tranches dudit objet dans sa forme finale, précédemment déterminées aux hauteurs normalisées.

Selon un premier mode de réalisation la représentation dans ledit espace de Fourier des premiers et seconds contours à l'étape (c) ainsi que la représentation, dans ce même espace, des contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale à l'étape (f), est obtenue par une transformée de Fourier curviligne de ces contours.

Réciproquement, à l'étape (g), la détermination des contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale est obtenue par une transformation de Fourier curviligne inverse de la représentation des contours de ces tranches dans ledit espace de Fourier obtenue à l'étape (f).

Selon un second mode de réalisation la représentation dans ledit espace de Fourier des premiers et seconds contours à l'étape (c) ainsi que la représentation dans cet espace des contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale à l'étape (f), est obtenue en effectuant les étapes suivantes :

(f1) on sélectionne une pluralité de points de ce contour, et on détermine les normales de ce contour en ces points ;

(f2) on calcule les coefficients d'une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle d'une fonction de courbe de niveau prenant une valeur nulle aux points ainsi sélectionnés et dont les normales en ces points sont respectivement égales aux normales du contour en ces mêmes points.

Réciproquement, à l'étape (g), la détermination des contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale est obtenue en effectuant une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle inverse des coefficients calculés à l'étape (f2).

L'invention est également définie par une méthode de fabrication d'un objet tridimensionnel de matériau donné et ayant une forme de consigne donnée, la méthode de

fabrication comprenant une phase de calibration dans laquelle on construit à partir de mesures d'échantillons de ce matériau, avant et après un processus de diffusion de durée T , une base de données de paramètres d'une loi de morphing verticale et d'une loi de morphing latérale pour une pluralité de hauteurs normalisées desdits échantillons, puis on applique une méthode de prédiction telle que définie ci-dessus à une pluralité de formes initiales pour prédire leurs formes finales respectives au terme du processus de diffusion, et l'on sélectionne la forme initiale dont la forme finale correspondante est la plus proche de ladite forme de consigne au sens d'une distance prédéterminée, on réalise un objet tridimensionnel ayant la forme initiale ainsi sélectionnée et l'on applique enfin le processus de diffusion pendant la durée T pour obtenir un objet tridimensionnel ayant ladite forme de consigne.

BRÈVE DESCRIPTION DES DESSINS

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront à la lecture d'un mode de réalisation préférentiel de l'invention, décrit en référence aux figures jointes parmi lesquelles :

[Fig. 1] représente, de manière schématique, la forme initiale d'un objet tridimensionnel ;

[Fig. 2] représente, de manière schématique, la forme de l'objet tri-dimensionnel de la Fig. 1 après que celui-ci a subi un processus de diffusion ;

[Fig. 3A] et [Fig. 3B] représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction, selon un premier mode de réalisation, de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion ;

[Fig. 4A] et [Fig. 4B] représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion, selon une variante du premier mode de réalisation ;

[Fig. 5A] et [Fig. 5B] représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction, selon un second mode de réalisation, de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion ;

[Fig. 6A] et [Fig. 6B] représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion, selon une variante du second mode de réalisation ;

[Fig. 7] représente l'ordinogramme d'une méthode de fabrication d'un objet tri-dimensionnel de matériau donné et de forme de consigne prédéterminée.

EXPOSÉ DÉTAILLÉ DE MODES DE RÉALISATION PARTICULIERS

Nous considérerons dans la suite un objet tri-dimensionnel de forme initiale donnée et de matériau donné. Cet objet peut par exemple avoir été réalisé au moyen d'une technique de fabrication additive ou par photolithographie 3D. Le matériau peut être par exemple un polymère.

On a représenté en Fig. 1 une vue en perspective d'un tel objet, de hauteur totale $h_{\max}$. Cet objet peut être divisé en tranches horizontales successives désignées par C_ℓ , $\ell=1,\dots,L$, chaque tranche étant caractérisée par son propre contour dans le plan horizontal.

On suppose que cet objet subit une transformation au moyen d'un processus de diffusion d'origine physique voire physico-chimique. Ce processus de diffusion peut être par exemple une refusion (*reflow*), telle qu'une refusion thermique du matériau constitutif de l'objet ou encore une érosion de ce matériau en présence d'un solvant en phase gazeuse.

La Fig. 2 représente l'objet tri-dimensionnel de la Fig. 1 après que celui-ci a subi un processus de diffusion pendant un temps T . En raison du processus de diffusion et de la gravité, la forme de l'objet s'est modifiée : la forme s'est globalement affaissée et les zones correspondant à des fréquences spatiales élevées ont été lissées.

L'idée à la base de la présente invention est de modéliser la transformation de forme (encore dénommée *morphing*) de l'objet tri-dimensionnel. Il est important de comprendre que cette modélisation n'a pas pour objectif de modéliser le processus physique sous-jacent mais simplement le changement de forme résultant de l'application du processus.

De manière originale, l'évolution de la forme de l'objet est modélisée, d'une part, par une première loi donnant la hauteur totale de l'objet dans le temps et, d'autre part, par une seconde loi décrivant l'évolution du contour d'une tranche horizontale de l'objet dans le temps.

5 La hauteur de l'objet tri-dimensionnel dépend du temps et est notée pour cette raison $h(t)$, $h(0) = h_{\max}$ désignant la hauteur initiale de l'objet et $h(T)$ la hauteur de ce même objet après qu'il a subi un processus de diffusion pendant un temps T .

On a pu montrer que, lorsque l'objet présente un axe de symétrie vertical, la hauteur $h(T)$ de l'objet au terme du processus de diffusion variait en fonction de la hauteur
10 initiale de l'objet et du rayon r_0 du cercle équivalent à la base de cet objet. Par cercle équivalent à la base de l'objet, on entend un cercle dont l'aire est égale à la surface de la base de cet objet.

$$h(T) = h(0)H(r_0, T) \quad (1)$$

15

avec :

$$H(r_0, T) = a(T)r_0 \exp(-b(T)r_0) \quad (2)$$

où $a(T), b(T)$ sont des coefficients strictement positifs dépendant du matériau utilisé et
20 de la durée du processus de diffusion, T , notés plus simplement dans la suite a, b . L'expression $H(r_0, T)$ est dénommée dans la suite facteur de morphing vertical relatif à la durée T .

On considère ensuite une tranche horizontale de l'objet, située à une hauteur z par rapport à sa base. On note $\bar{z} = z / h$ la hauteur normalisée de la tranche. Cette hauteur
25 normalisée reste inchangée au cours du processus de diffusion. On note $\phi(t)$ le contour de la tranche, celui-ci évoluant pendant l'application du processus de diffusion. Le contour $\phi(t)$ est représenté comme une fonction de son abscisse curviligne u et peut être développé en série de Fourier curviligne, à savoir :

$$x(u, t) = x_0(t) + \sum_{k=1}^N a_k(t) \cos 2\pi k u + b_k(t) \sin 2\pi k u \quad (3-1)$$

$$y(u, t) = y_0(t) + \sum_{k=1}^N c_k(t) \cos 2\pi k u + d_k(t) \sin 2\pi k u \quad (3-2)$$

où $(x(u, t), y(u, t))$ sont les coordonnées cartésiennes d'un point $P(u, t)$ du contour $\phi(t)$ d'abscisse curviligne u et $a_k(t)$, $b_k(t)$, $c_k(t)$, $d_k(t)$ sont les coefficients de Fourier correspondant à la fréquence spatiale k . On notera que ces coefficients de Fourier dépendent du temps dans la mesure où le contour $\phi(t)$ de la tranche évolue dans le temps en raison de l'application du processus de diffusion.

Les équations (3-1) et (3-2) peuvent être exprimées de manière plus compacte au moyen de coordonnées complexes :

$$\phi(u, t) = x(u, t) + jy(u, t) = \sum_{k=-N}^N \phi_k(t) \exp j2\pi k u \quad (4)$$

où $\phi_0(t) = x_0(t) + jy_0(t)$ représente l'évolution dans le temps du centre de gravité du contour, $\phi_1(t)$ représente l'évolution dans le temps de l'ellipse équivalente, c'est-à-dire approximant au mieux le contour de la tranche.

Lorsque la tranche est isolée, le centre de gravité du contour n'a pas de raison de se déplacer et l'on peut supposer, sans perte de généralité, que celui-ci est confondu avec l'origine, autrement dit $\phi_0(t) = 0$.

Le processus de diffusion a tendance à rendre le contour de la tranche circulaire. Autrement dit, l'ellipse équivalente tend vers un cercle et :

$$\phi_1(\infty) = r_\infty(\tilde{z}) \left(\frac{1+j}{\sqrt{2}} \right) \quad (5)$$

où $r_\infty(\tilde{z})$ est le rayon du contour de la tranche considérée à la hauteur normalisée $\tilde{z}$ au bout d'un temps infini.

De manière plus générale, on suppose qu'au bout d'un temps infini la tranche se contracte latéralement d'un coefficient $s(\tilde{z})$:

$$|\phi_1(\infty)| = r_\infty(\tilde{z}) = s(\tilde{z}) \cdot |\phi_1(0)| = s(\tilde{z}) \cdot r_0(\tilde{z}) \quad (6)$$

5

Le coefficient $s(\tilde{z})$ sera dénommé dans la suite coefficient de contraction. Le coefficient de contraction dépend de la hauteur normalisée à laquelle se trouve la tranche dans l'objet tri-dimensionnel. En effet, en raison du processus de diffusion la forme de l'objet au bout d'un temps infini est celle d'une sphère tronquée. Il en résulte que $s(1) = 0$,
 10 puisque le sommet de la sphère peut être considéré comme une tranche de taille nulle. En revanche, le coefficient $s(0)$ peut être supérieur à 1, autrement dit la base peut se dilater dans le temps.

Le contour de la tranche tendant vers un cercle, la puissance des harmoniques de rang $|k| > 1$ tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini, c'est-à-dire :

15

$$\phi_k(\infty) = 0, \quad \forall k, |k| > 1 \quad (7)$$

On suppose que la puissance des harmoniques décroît de manière exponentielle dans le temps, la rapidité de la décroissance dépendant du rang k de l'harmonique, à
 20 savoir :

$$\phi_k(t) = \phi_k(0) \exp(-\alpha |k|^\gamma t) \quad (8)$$

où α et γ sont des réels strictement positifs.

25

En résumé, nous pouvons donc écrire de manière condensée :

$$\phi_k(t) = \phi_k(0) \exp(-\alpha |k|^\gamma t) + \phi_k(\infty)(1 - \exp(-\alpha |k|^\gamma t)), \quad \forall k, |k| > 1 \quad (9)$$

avec $|\phi_1(\infty)| = s(\tilde{z}) \cdot |\phi_1(0)|$ et $\phi_k(\infty) = (1 - \delta(k-1))\phi_1(\infty) + (1 - \delta(k+1))\phi_{-1}(\infty)$ où δ est le
 30 symbole de Dirac.

De manière équivalente, on a :

$$\phi_k(t) = M_k(t) \cdot \phi_k(0) + (1 - M_k(t)) \cdot \phi_k(\infty) \quad (10)$$

5 où $M_k(t) = \exp\left(-\alpha |k|^\gamma t\right)$ est dénommé facteur de morphing latéral pour l'harmonique de rang $|k|$.

Si l'on considère maintenant non plus une tranche isolée mais l'ensemble des tranches de l'objet, il faut tenir compte du fait que les centres de gravité de ces différentes tranches, notés $\phi_0^\ell(t)$, où ℓ représente l'indice de la tranche, ne sont pas alignés à l'instant initial $t = 0$. De surcroît, les tranches peuvent interagir entre elles et les centres de gravité des différentes tranches peuvent dériver dans le temps.

Dans des cas de formes simples, on peut légitimement supposer que les tranches sont indépendantes et leurs centres de gravité restent fixes dans le temps. Il est alors possible de décrire l'évolution de ces tranches dans le temps par :

$$\phi_k^\ell(t) = M_k^\ell(t) \cdot \phi_k^\ell(0) + (1 - M_k^\ell(t)) \cdot \phi_k^\ell(\infty), \quad \ell = 1, \dots, L \quad (11)$$

où $M_k^\ell(t) = \exp\left(-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} t\right)$ est le facteur de morphing relatif à la tranche ℓ et où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont les coefficients α et γ relatifs à la couche ℓ , $|\phi_1^\ell(\infty)| = s^{(\ell)} \cdot |\phi_1^\ell(0)|$ et $\phi_k^\ell(\infty) = (1 - \delta(k-1)) \phi_1^\ell(\infty) + (1 - \delta(k+1)) \phi_{-1}^\ell(\infty)$ où $s^{(\ell)}$ est le facteur de contraction relatif à la couche ℓ .

Cependant, dans d'autres cas, notamment lorsque les contours des tranches sont concaves, par exemple se présentent sous la forme de U, l'hypothèse d'indépendance des tranches n'est pas réaliste. Dans des cas extrêmes, cette hypothèse d'indépendance conduit à des résultats aberrants comme celui par exemple où une tranche supérieure ne serait pas supportée entièrement par une tranche inférieure.

De manière originale, la dépendance entre tranches est traitée comme un problème de minimisation d'énergie, l'énergie d'interaction entre deux tranches successives étant élevée quand celles-ci ne se chevauchent pas et faible lorsqu'elles se chevauchent.

5 On note que, lorsque les tranches sont indépendantes, l'évolution dans le temps des harmoniques curvilignes des différents contours peut être obtenue à partir de l'équation (8) :

$$\frac{d\phi_k^{(\ell)}(t)}{dt} = -\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} \phi_k^{(\ell)}(t) \quad \forall k, |k| > 1 \quad (12)$$

10

En revanche, lorsque deux tranches successives ℓ_1 et ℓ_2 sont couplées entre elles, l'évolution des contours de ces tranches est régie par les équations différentielles couplées :

$$15 \quad \frac{d\phi_k^{(\ell_1)}(t)}{dt} = -\alpha^{(\ell_1)} |k|^{\gamma^{(\ell_1)}} \phi_k^{(\ell_1)}(t) - C_k \left(\phi_k^{(\ell_1)}(t) - \phi_k^{(\ell_2)}(t) \right) \quad (13-1)$$

$$\frac{d\phi_k^{(\ell_2)}(t)}{dt} = -\alpha^{(\ell_2)} |k|^{\gamma^{(\ell_2)}} \phi_k^{(\ell_2)}(t) - C_k \left(\phi_k^{(\ell_2)}(t) - \phi_k^{(\ell_1)}(t) \right) \quad (13-2)$$

20 Ces équations peuvent s'écrire de manière plus compacte sous la forme matricielle :

$$\frac{d\Phi_k(t)}{dt} = -\mathbf{A}_k \Phi_k(t) \quad (14)$$

où $\Phi_k(t)$ est un vecteur de taille L dont les éléments sont les harmoniques curvilignes de rang k : $\phi_k^{(\ell)}(t)$, $\mathbf{A}_k$ est une matrice symétrique tri-diagonale de taille $L \times L$ dont les termes de la diagonale principale sont égaux à $-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} - C_k$ et dont les termes de la diagonale inférieure ainsi que de la diagonale supérieure sont égaux à C_k , où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont des

25

paramètres strictement positifs et C_k est un coefficient de couplage pour l'harmonique de rang k entre deux tranches successives de l'échantillon.

En absence de couplage, c'est-à-dire lorsque les tranches sont indépendantes, la matrice A_k se réduit à une simple matrice diagonale. A l'inverse, le couplage peut s'étendre au-delà de la tranche immédiatement inférieure et de la tranche immédiatement supérieure, auquel cas la matrice comporte des sous-diagonales supérieures et inférieures composées de termes non nuls. En pratique, toutefois, un couplage avec la tranche immédiatement inférieure et de la tranche immédiatement supérieure est généralement suffisant pour décrire l'évolution des contours des différentes tranches de l'objet.

Il résulte de l'équation (14) que :

$$\Phi_k(t) = \exp(A_k t) \Phi_k(0), \quad \forall k, |k| > 1 \quad (15)$$

où $\exp(A_k t) = I_L + \sum_{i=1}^{+\infty} (A_k)^i \frac{t^i}{i!}$ avec I_L matrice identité de taille $L \times L$.

De manière similaire, avec les mêmes conventions que précédemment :

$$\Phi_1(t) = \exp(A_1 t) \Phi_1(0) + (I_L - \exp(A_1 t)) \Phi_1(\infty) \quad (16)$$

Le modèle ci-dessus permet de prédire la forme d'un objet tri-dimensionnel, après avoir subi un processus de diffusion pendant un temps prédéterminé T .

Les Fig. 3A-3B représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction, selon un premier mode de réalisation, de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion pendant un temps prédéterminé.

La méthode de prédiction comporte tout d'abord une phase de calibration comprenant les étapes 310-345 en Fig. 3A.

A l'étape 310, on dispose d'une pluralité d'échantillons d'objets tri-dimensionnels de hauteurs différentes. Ces échantillons présentent également avantageusement des profils différents.

A l'étape 315, on mesure la forme initiale de chacun des échantillons, par exemple au moyen d'un microscope à force atomique (AFM). La hauteur de chaque échantillon est mesurée et divisée en L intervalles, chaque intervalle définissant une tranche horizontale C_ℓ de l'objet située à une hauteur normalisée, $\tilde{z}_\ell$. On obtient à partir de la mesure de la forme initiale, le contour de chaque tranche $\ell=1,\dots,L$. A l'étape 320, on effectue une décomposition de Fourier curviligne du contour de chacune de ces tranches.

A l'étape 325, on applique aux différents échantillons le processus de diffusion pendant une durée T .

A l'étape 330, on mesure la forme finale de chacun des échantillons, de préférence par les mêmes moyens que précédemment. On en déduit les nouvelles hauteurs des échantillons et les contours des tranches situées aux mêmes hauteurs normalisées que précédemment.

A l'étape 335, on estime les coefficients de la loi de morphing verticale. Plus précisément, à partir des hauteurs mesurées à l'étape 330 et des rayons équivalents des tranches formant la base des échantillons, obtenues à l'étape 315, on détermine les coefficients a, b de l'expression (2), à l'aide d'une technique d'ajustement de courbe.

On estime ensuite la loi de morphing latérale.

Pour ce faire, on effectue à l'étape 340 une décomposition de Fourier curviligne de chacun des contours des tranches C_ℓ , $\ell=1,\dots,L$, tels qu'obtenus à l'étape 330, ce pour chacun des échantillons.

A l'étape 345, on détermine par une technique d'ajustement de courbe (*curve fitting*) pour chaque tranche ℓ les paramètres $s^{(\ell)}, \alpha^{(\ell)}, \gamma^{(\ell)}$ qui minimisent l'erreur quadratique entre les valeurs $\phi_k(T)$ données par le modèle (expression (11)) et les valeurs expérimentales correspondantes. On obtient ainsi une estimation de ces paramètres $\hat{s}^{(\ell)}, \hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$.

Avantageusement, on pourra utiliser une régression polynomiale pour estimer ces paramètres. Plus précisément, on a observé de manière heuristique que les paramètres s, α, γ pouvaient s'exprimer en fonction de la hauteur normalisée $\tilde{z} = z / h_{\max}$ où z est la hauteur de la tranche considérée et $h_{\max} = h(0)$ est la hauteur de l'échantillon initial.

$$\alpha = P_2(\tilde{z}) \quad (17-1)$$

$$\gamma = P_3(\tilde{z}) \quad (17-2)$$

$$s = P_4(\tilde{z})\sqrt{1-\tilde{z}^2} \quad (17-3)$$

où $P_2(\tilde{z})$, $P_3(\tilde{z})$, $P_4(\tilde{z})$ sont respectivement des polynômes de degré 2, 3 et 4 de la hauteur normalisée $\tilde{z}$. On remarque que, dans l'expression (17-3), le coefficient de contraction s'annule pour $\tilde{z} = 1$. Autrement dit, dès lors que la durée T est suffisamment longue, la tranche au sommet de l'objet tri-dimensionnel se réduit à un point.

En pratique, les valeurs des paramètres s, α, γ sont estimées pour une pluralité L de hauteurs normalisées (le cas échéant plusieurs estimations relatives à une même hauteur normalisée pouvant être issues de différents échantillons) et les coefficients des polynômes sont ensuite calculés pour minimiser l'écart quadratique moyen aux valeurs des paramètres ainsi estimées.

La phase de calibration est suivie d'une phase de prédiction proprement dite, comprenant les étapes 350-370 en Fig. 3B.

La phase de prédiction vise à prédire la forme d'un objet tri-dimensionnel (de forme initiale donnée) lorsque celui-ci aura subi le processus de diffusion pendant une durée T . La forme initiale de l'objet est caractérisée par sa hauteur totale, $h'_{\max}$, d'une part, et par les contours des tranches horizontales de l'objet situées aux valeurs de hauteurs normalisées $\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$, d'autre part.

A l'étape 350, on calcule le rayon équivalent, r'_0 , de la tranche ($\ell = 1$) à la base de l'objet et l'on détermine, à partir de la loi de morphing verticale, la hauteur de l'objet au terme du processus de diffusion :

$$h'(T) = h'(0)H(r'_0, T) \quad (18)$$

A l'étape 355, on considère les tranches C'_ℓ aux hauteurs normalisées $\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$. A cette étape, on effectue une transformée de Fourier curviligne des contours de ces tranches et l'on obtient les coefficients complexes $\phi_k^{\ell}(0)$, $k = -N, \dots, N$, $\ell = 1, \dots, L$.

A l'étape 360, on détermine à partir de la loi de morphing latérale, les contours des tranches $\ell=1, \dots, L$ au terme du processus de diffusion. Plus précisément, on calcule les coefficients $\phi_k^{(\ell)}(T)$ des harmoniques de rang $|k| > 1$ au moyen de :

$$\phi_k^{(\ell)}(T) = M_k^{(\ell)}(T) \cdot \phi_k^{(\ell)}(0) \text{ pour } |k| > 1 \quad (19)$$

avec $M_k^{(\ell)}(T) = \exp\left(-\hat{\alpha}^{(\ell)} |k|^{\hat{\gamma}^{(\ell)}} T\right)$ où $\hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$ ont été obtenus dans la phase de calibration.

De manière similaire, on calcule les coefficients $\phi_{\pm 1}^{(\ell)}(T)$ pour la fréquence fondamentale $|k| = 1$:

$$\phi_{\pm 1}^{(\ell)}(T) = \hat{s}^{(\ell)} \phi_{\pm 1}^{(\ell)}(0) \quad (20)$$

où les coefficients de contraction $\hat{s}^{(\ell)}, \ell=1, \dots, L$, ont été obtenus dans la phase de calibration.

A l'étape 365, on effectue une transformée curviligne inverse pour calculer le contour de chaque tranche :

$$\phi^{(\ell)}(u, T) = \sum_{k=-N}^N \phi_k^{(\ell)}(T) \exp(-j2\pi ku) \quad (21)$$

Enfin, à l'étape 370, on reconstruit la forme de l'objet-tridimensionnel à partir des contours des tranches $C_{\ell}', \ell=1, \dots, L$, obtenus à l'étape 365, ces tranches étant désormais situées respectivement aux hauteurs $\hat{h}(T)\tilde{z}_{\ell}, \ell=1, \dots, L$. Les Figs. 4A-4B représentent de manière schématique l'ordinogramme d'une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion, selon une variante du premier mode de réalisation.

Dans cette variante, on ne suppose plus que les tranches d'un l'objet tri-dimensionnel sont indépendantes et l'on effectue la calibration conjointement sur toutes les tranches de chaque échantillon.

Comme précédemment, la méthode de prédiction comporte une phase de calibration (Fig. 4A) avant la phase de prédiction proprement dite (Fig. 4B).

Les étapes 410-440 sont respectivement identiques aux étapes 310-340 et leur description ne sera donc pas reprise ici.

- 5 A l'étape 445, on estime les coefficients $\alpha^{(\ell)}, \gamma^{(\ell)}, \ell = 1, \dots, L$ et C_k vérifiant pour chacun des échantillons :

$$\Phi_k(T) = \exp(\mathbf{A}_k T) \Phi_k(0) \quad (22)$$

- 10 où la matrice tri-diagonale $\mathbf{A}_k$ a pour termes diagonaux $-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} - C_k$ et pour éléments de la diagonale inférieure et de la diagonale supérieure, le terme constant C_k , $\Phi_k(T)$ est un vecteur de taille L dont les éléments sont les harmoniques curvilignes de rang k des contours des différentes tranches de l'échantillon au terme de l'application du processus de diffusion et $\Phi_k(0)$ est un vecteur de taille L dont les éléments sont les harmoniques curvilignes de rang k des contours des différentes tranches de l'échantillon initial.
- 15

En pratique, la résolution du système d'équations (22) se fait par ajustement de courbe en ne considérant que les premiers termes du développement en série de $\exp(\mathbf{A}_k T)$.

- 20 La phase de prédiction proprement dite comprend les étapes 450-470. Elle vise comme précédemment à prédire la forme d'un objet tri-dimensionnel (de forme initiale donnée) lorsque celui-ci aura subi le processus de diffusion pendant une durée T .

L'étape 450 de détermination de la hauteur de l'objet tri-dimensionnel, au moyen de la loi de morphing verticale dont les coefficients ont été estimés dans la phase de calibration, est identique à l'étape 350.

- 25 A l'étape 455, on obtient les coefficients complexes $\phi_k^{\ell}(0)$, $k = -N, \dots, N$ $\ell = 1, \dots, L$, de la transformée de Fourier curviligne des contours des tranches C_{ℓ} , $\ell = 1, \dots, L$, de l'objet tri-dimensionnel comme à l'étape 355, puis on forme des vecteurs $\Phi_k^{\ell}(0)$, $|k| > 1$, dont les éléments sont les coefficients $\phi_k^{\ell}(0)$, $\ell = 1, \dots, L$.

A l'étape 460, on détermine à partir de la loi de morphing latérale, les contours des tranches C'_ℓ , $\ell=1,\dots,L$ au terme du processus de diffusion. Plus précisément, on calcule les vecteurs $\Phi'_k(T)$, $|k|>1$ au moyen de :

$$\Phi'_k(T) = \exp(\mathbf{A}_k T) \Phi'_k(0) \quad (23)$$

où la matrice $\mathbf{A}_k$ a été déterminée dans la phase de calibration.

Les éléments de chaque vecteur $\Phi'_k(T)$, $|k|>1$, donnent les coefficients des harmoniques de rang k , $\phi'^{\ell}_k(T)$, des différentes tranches C'_ℓ , $\ell=1,\dots,L$.

Par ailleurs, on calcule les coefficients $\phi'^{\ell}_{\pm 1}(T)$, des différentes tranches C'_ℓ , $\ell=1,\dots,L$, pour la fréquence fondamentale $|k|=1$ à partir de l'expression (20) comme à l'étape 360.

Les étapes 465 et 470 sont respectivement identiques aux étapes 365 et 370. Autrement dit, on calcule en 465 la transformée de Fourier curviligne inverse de $\phi'^{\ell}_k(T)$, $k=-N,\dots,N$, pour obtenir les contours des différentes tranches et on reconstruit enfin la forme de l'objet en 470.

Selon un second mode de réalisation de l'invention, la représentation des contours des tranches de l'objet tri-dimensionnel ne fait pas appel à une décomposition en série de Fourier curviligne mais à une méthode de surfaces de niveau, développées en coefficients de Fourier. De manière générale, les méthodes par surfaces de niveau permettent de représenter l'évolution d'une interface dans le temps. Une interface Γ à une dimension ou ligne de niveau, bornant à l'instant t une région Ω dans un plan est définie par une équation du type :

$$F(x,y,t)=0 \quad (24)$$

où la fonction F est une fonction lisse, positive à l'intérieur de la courbe Γ (donc sur Ω) et négative à l'extérieur de celle-ci.

On considère maintenant un instant t_0 donné et l'on note $f(x,y)$ la fonction définissant la courbe Γ à cet instant. Connaissant un certain nombre de points appartenant

à cette courbe et les normales à la courbe en ce point, il est possible de calculer les coefficients de Fourier (spatiaux) de la fonction $f(x, y)$.

En effet, soit un ensemble de N points P_i , $i=1, \dots, N$, de coordonnées (x_i, y_i) appartenant à la courbe Γ et soient $\mathbf{N}_i = (v_i^x, v_i^y)$ les vecteurs normaux à cette courbe en ces points, la fonction $f(x, y)$ doit vérifier les contraintes :

$$f(x_i, y_i) = 0 ; \quad \forall i=1, \dots, N \quad (25-1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_i, y_i) = v_i^x, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x_i, y_i) = v_i^y ; \quad \forall i=1, \dots, N \quad (25-2)$$

La fonction $f(x, y)$ peut être développée en série de Fourier spatiale :

$$f(x, y) = \sum_{m,n} f_{m,n} \exp(jk_x mx + jk_y ny) \quad (26)$$

avec $k_x = 2\pi / L_x$ et $k_y = 2\pi / L_y$ où L_x et L_y sont les dimensions d'un rectangle incluant la courbe, autrement dit k_x et k_y les fréquences spatiales les plus basses selon l'axe des x et des y pour décrire la courbe Γ

Il résulte de l'expression (26) que :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \sum_{m,n} jk_x m f_{m,n} \exp(jk_x mx + jk_y ny) \quad (27-1)$$

et

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \sum_{m,n} jk_y n f_{m,n} \exp(jk_x mx + jk_y ny) \quad (27-2)$$

Les contraintes (25-1) et (25-2) peuvent alors se réécrire sous la forme de $3N$ équations que doivent vérifier les coefficients de Fourier $f_{m,n}$:

$$\sum_{m,n} f_{m,n} \exp(jk_x mx_i + jk_y ny_i) = 0 ; \quad \forall i=1, \dots, N \quad (28-1)$$

$$\sum_{m,n} jk_x m f_{m,n} \exp(jk_x m x_i + jk_y n y_i) = v_i^x ; \quad \forall i=1, \dots, N \quad (28-2)$$

$$\sum_{m,n} jk_y n f_{m,n} \exp(jk_x m x_i + jk_y n y_i) = v_i^y ; \quad \forall i=1, \dots, N \quad (28-3)$$

Si le nombre N de points est suffisant, on peut déterminer les coefficients pour un nombre prédéterminé d'harmoniques. Plus précisément, si l'on souhaite aller jusqu'aux harmoniques de rang α_x, β_y , on aura besoin de $N \geq \frac{4}{3} \alpha_x, \beta_y$ points sur la courbe Γ .

On supposera dans la suite que $\alpha_x = \beta_y$ et l'on notera $Q = 2\alpha_x = 2\beta_y$.

Les équations précédentes (28-1), (28-2), (28-3) peuvent être représentées sous une forme matricielle plus compacte :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \mathbf{E}_i &= \mathbf{0}_Q \\ \mathbf{F} \mathbf{W}_i^x &= \mathbf{v}_i^x \\ \mathbf{F} \mathbf{W}_i^y &= \mathbf{v}_i^y \end{aligned} \quad (29)$$

où $\mathbf{F}$ est une matrice de taille $Q \times Q$ dont les éléments sont les coefficients de Fourier, $f_{m,n}$, $\mathbf{E}_i$ est une matrice de taille $Q \times Q$ dont les éléments sont les valeurs $\exp(jk_x m x_i + jk_y n y_i)$, $\mathbf{W}_i^x$ est une matrice de taille $Q \times Q$ dont les éléments sont les valeurs $jk_x m \exp(jk_x m x_i + jk_y n y_i)$, $\mathbf{W}_i^y$ est une matrice de taille $Q \times Q$ dont les éléments sont les valeurs $jk_y n \exp(jk_x m x_i + jk_y n y_i)$, $\mathbf{0}_Q$ est un vecteur de taille Q dont les éléments sont nuls, $\mathbf{v}_i^x$ est un vecteur de taille Q dont les éléments sont tous égaux à v_i^x , $\mathbf{v}_i^y$ est un vecteur de taille Q dont les éléments sont tous égaux à v_i^y .

Lorsque la courbe Γ évolue dans le temps, les coefficients de Fourier $f_{m,n}$ sont également fonction du temps et sont alors notés $f_{m,n}(t)$.

Si la courbe Γ est le contour d'une tranche horizontale d'un objet tri-dimensionnel, le phénomène de diffusion induit un lissage de la courbe de sorte que la puissance des harmoniques $f_{m,n}(t)$ tend vers zéro, autrement dit, dès lors que $\sqrt{m^2 + n^2} > 1$, $f_{m,n}(\infty) = 0$.

Comme dans le premier mode de réalisation, on suppose que la puissance des harmoniques décroît de manière exponentielle dans le temps, la rapidité de la décroissance dépendant du rang de l'harmonique, à savoir :

$$f_{m,n}(t) = f_{m,n}(0) \exp(-\alpha |k|^\gamma t) \quad \text{avec} \quad |k| = \sqrt{(mk_x)^2 + (nk_y)^2} \quad (30)$$

Ceci conduit à une évolution des harmoniques du type de celle de l'équation (10) :

$$f_{m,n}(t) = M_{m,n}(t) \cdot f_{m,n}(0) + (1 - M_{m,n}(t)) \cdot f_{m,n}(\infty) \quad (31)$$

10

$$|f_{m,n}(\infty)| = s(\tilde{z}) \cdot |f_{m,n}(0)| \quad \text{si} \quad \sqrt{m^2 + n^2} = 1 \quad \text{et} \quad f_{m,n}(\infty) = 0 \quad \text{si} \quad \sqrt{m^2 + n^2} > 1, \quad \text{où} \quad s(\tilde{z}) \quad \text{est}$$

le facteur de contraction de la tranche comme dans le premier mode de réalisation, et où le facteur de morphing latéral $M_{m,n}(t)$ est donné par :

$$M_{m,n}(t) = \exp(-\alpha |k|^\gamma t) \quad \text{avec} \quad |k| = \sqrt{(mk_x)^2 + (nk_y)^2} \quad (32)$$

15

Lorsque l'on peut considérer les tranches $\ell = 1, \dots, L$ de l'objet tri-dimensionnel comme indépendantes, l'évolution dans le temps des harmoniques des différents contours peut être obtenue à partir de l'équation (30) :

20

$$\frac{df_{m,n}^\ell(t)}{dt} = -\alpha |k|^\gamma f_{m,n}^\ell(t) \quad \forall m,n \quad \sqrt{m^2 + n^2} > 1 \quad (33)$$

où $f_{m,n}^\ell(t)$ est le coefficient de Fourier $f_{m,n}(t)$ du contour d'une tranche ℓ de l'échantillon.

En revanche, lorsque les tranches sont dépendantes, on peut utiliser un modèle de couplage entre harmoniques de même rang de tranches successives, de manière similaire à (13-1) et (13-2) :

25

$$\frac{df_{m,n}^{(\ell_1)}(t)}{dt} = -\alpha^{(\ell_1)} |k|^{\gamma^{(\ell_1)}} f_{m,n}^{(\ell_1)}(t) - C_{m,n} (f_{m,n}^{(\ell_1)}(t) - f_{m,n}^{(\ell_2)}(t)) \quad (34-1)$$

$$\frac{df_{m,n}^{(\ell_2)}(t)}{dt} = -\alpha^{(\ell_2)} |k|^{\gamma^{(\ell_2)}} f_{m,n}^{(\ell_2)}(t) - C_{m,n} (f_{m,n}^{(\ell_2)}(t) - f_{m,n}^{(\ell_1)}(t)) \quad (34-2)$$

5 qui peut également s'écrire sous forme matricielle :

$$\frac{d\mathbf{F}_{m,n}(t)}{dt} = -\mathbf{A}_{m,n} \mathbf{F}_{m,n}(t) \quad (35)$$

10 où $\mathbf{F}_{m,n}(t)$ est un vecteur de taille L dont les éléments sont les harmoniques spatiales d'indices m, n des différentes couches : $f_{m,n}^{(\ell)}(t)$, $\mathbf{A}_{m,n}$ est une matrice symétrique tri-diagonale de taille $L \times L$ dont les termes de la diagonale principale sont égaux à $-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} - C_{m,n}$ et dont les termes de la diagonale inférieure ainsi que de la diagonale supérieure sont égaux à $C_{m,n}$.

Il en résulte que le vecteur $\mathbf{F}_{m,n}(t)$ peut s'écrire :

15

$$\mathbf{F}_{m,n}(t) = \exp(\mathbf{A}_{m,n} t) \mathbf{F}_{m,n}(0) \quad \forall m, n \quad \sqrt{m^2 + n^2} > 1 \quad (36)$$

De manière similaire, avec les mêmes conventions que précédemment :

20

$$\mathbf{F}_{0,1}(t) = \exp(\mathbf{A}_{0,1} t) \mathbf{F}_{0,1}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{0,1} t)) \mathbf{F}_{0,1}(\infty) \quad (37-1)$$

$$\mathbf{F}_{1,0}(t) = \exp(\mathbf{A}_{1,0} t) \mathbf{F}_{1,0}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{1,0} t)) \mathbf{F}_{1,0}(\infty) \quad (37-2)$$

25

Ce modèle, comme celui à la base du premier mode de réalisation, permet de prédire la forme d'un objet tri-dimensionnel, après avoir subi un processus de diffusion pendant un temps prédéterminé T .

Les Figs. 5A-5B représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction, selon le second mode de réalisation, de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion pendant un temps prédéterminé.

La méthode de prédiction comporte tout d'abord une phase de calibration
5 comprenant les étapes 510-545 en Fig. 5A.

A l'étape 510, on dispose d'une pluralité d'échantillons tri-dimensionnels de hauteurs différentes. Ces échantillons présentent également avantageusement des profils différents.

A l'étape 515, on mesure la forme initiale de chacun des échantillons, par exemple
10 au moyen d'un microscope à force atomique (AFM). La hauteur de chaque échantillon est mesurée et divisée en L intervalles, chaque intervalle définissant une tranche horizontale C_ℓ de l'objet située à une hauteur normalisée, $\tilde{z}_\ell$. On choisit sur le contour Γ_ℓ de chaque tranche C_ℓ , $\ell=1,\dots,L$, une pluralité N de points P_i^ℓ , $i=1,\dots,N$, de coordonnées (x_i, y_i) appartenant à la courbe Γ_ℓ et on détermine les vecteur normaux $\mathbf{N}_i^\ell = (v_i^{\ell,x}, v_i^{\ell,y})$ les
15 vecteurs normaux à la courbe Γ_ℓ en ces points. On choisira avantageusement les points P_i^ℓ équidistribués le long du contour.

A l'étape 517, on détermine les courbes de niveau $f^\ell(x, y)$, $\ell=1,\dots,L$, vérifiant les contraintes :

$$20 \quad f^\ell(x_i^\ell, y_i^\ell) = 0 ; \quad \forall i=1,\dots,N \quad (38-1)$$

$$\frac{\partial f^\ell}{\partial x}(x_i^\ell, y_i^\ell) = v_i^{\ell,x}, \quad \frac{\partial f^\ell}{\partial y}(x_i^\ell, y_i^\ell) = v_i^{\ell,y} ; \quad \forall i=1,\dots,N \quad (38-2)$$

A l'étape 520, on calcule, pour chacun des échantillons, les coefficients de Fourier spatiaux $f_{m,n}^{(\ell)}(0)$ de $f^\ell(x, y)$, où la valeur 0 indique que l'objet tri-dimensionnel est considéré
25 à l'instant initial avant l'application du processus de diffusion. Pour le calcul des coefficients de Fourier, on choisit les fréquences spatiales fondamentales $k_x = 2\pi / L_x$ et $k_y = 2\pi / L_y$ où L_x et L_y sont les dimensions d'un rectangle incluant la projection de l'objet sur un plan horizontal. A l'étape 525, on applique aux différents échantillons le processus de diffusion pendant une durée T .

A l'étape 530, on mesure la forme finale de chacun des échantillons par les mêmes moyens que précédemment. On en déduit les nouvelles hauteurs des échantillons et les contours des tranches situées aux mêmes hauteurs normalisées que précédemment.

A l'étape 535, on estime les coefficients de la loi de morphing verticale. Plus précisément, à partir des hauteurs mesurées à l'étape 530 et des rayons équivalents des tranches formant la base des échantillons, obtenues à l'étape 515, on détermine les coefficients a, b de l'expression (2), à l'aide d'une technique d'ajustement de courbe.

On estime ensuite la loi de morphing latérale.

Pour ce faire, à l'étape 540, on choisit à nouveau sur le contour Γ_ℓ de chaque tranche C_ℓ , $\ell = 1, \dots, L$, une pluralité N de points P_i^ℓ , $i = 1, \dots, N$, de coordonnées (x_i, y_i) appartenant à courbe Γ_ℓ et on détermine les vecteurs normaux $\mathbf{N}_i^\ell = (v_i^{\ell,x}, v_i^{\ell,y})$ les vecteurs normaux à la courbe Γ_ℓ en ces points. On comprendra, bien que nous ayons ici adopté pour des raisons de simplification les mêmes notations qu'à l'étape 515, qu'il s'agit ici des contours après diffusion, à l'instant $t = T$. On détermine les courbes de niveau $f^\ell(x, y)$, $\ell = 1, \dots, L$, vérifiant les contraintes (38-1) et (38-2), cette fois ci pour les points P_i^ℓ et les vecteurs normaux $\mathbf{N}_i^\ell$, obtenus à cette même étape, c'est à dire ceux relatifs aux contours des tranches à l'instant $t = T$.

A l'étape 543, on calcule les coefficients de Fourier spatiaux $f_{m,n}^{(\ell)}(T)$ des fonctions $f^\ell(x, y)$, où la valeur T indique que l'objet tri-dimensionnel est considéré après l'application du processus de diffusion. On utilise à cette fin les mêmes fréquences spatiales fondamentales k_x, k_y qu'à l'étape 520.

A l'étape 545, on détermine par une technique d'ajustement de courbe (*curve fitting*) pour chaque tranche ℓ les paramètres $s^{(\ell)}, \alpha^{(\ell)}, \gamma^{(\ell)}$ qui minimisent l'erreur quadratique entre les valeurs $f_{m,n}^\ell(T)$ données par le modèle (expression (31)) et les valeurs expérimentales correspondantes. On obtient ainsi une estimation de ces paramètres : $\hat{s}^{(\ell)}, \hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$.

Avantageusement, on pourra utiliser une régression polynomiale comme dans le premier mode de réalisation pour estimer ces paramètres. Cette variante ne sera pas à nouveau décrite ici.

La phase de calibration est suivie d'une phase de prédiction proprement dite, comprenant les étapes 550-570 en Fig. 5B.

La phase de prédiction vise à prédire la forme d'un objet tri-dimensionnel (de forme initiale donnée) lorsque celui-ci aura subi le processus de diffusion pendant une durée T .

5 A l'étape 550, on calcule le rayon équivalent, r_0 , de la tranche ($\ell = 1$) à la base de l'objet et l'on détermine, à partir de la loi de morphing verticale, la hauteur de l'objet au terme du processus de diffusion, comme dans l'expression (18).

A l'étape 553, on considère les tranches C_ℓ aux hauteurs normalisées $\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$. A cette étape, pour chaque tranche C_ℓ , on sélectionne une pluralité N de points P_i^ℓ , $i = 1, \dots, N$, de coordonnées (x_i^ℓ, y_i^ℓ) sur le contour Γ_ℓ de chaque tranche et
 10 l'on détermine les vecteurs normaux à la courbe $\mathbf{N}_i^\ell = (v_i^{\ell,x}, v_i^{\ell,y})$ en ces points. On choisira avantageusement les points P_i^ℓ angulairement équidistribués sur $[0, 2\pi]$.

A l'étape 555, on détermine les courbes de niveau $f^\ell(x, y)$, $\ell = 1, \dots, L$, vérifiant les contraintes :

$$15 \quad f^\ell(x_i^\ell, y_i^\ell) = 0 ; \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (39-1)$$

$$\frac{\partial f^\ell}{\partial x}(x_i^\ell, y_i^\ell) = v_i^{\ell,x}, \quad \frac{\partial f^\ell}{\partial y}(x_i^\ell, y_i^\ell) = v_i^{\ell,y} ; \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (39-2)$$

A l'étape 557, on calcule les coefficients de Fourier spatiaux $f_{m,n}^{(\ell)}(0)$ des fonctions $f^\ell(x, y)$, où la valeur 0 indique que l'objet tri-dimensionnel est considéré à l'instant initial
 20 avant l'application du processus de diffusion. Les fréquences spatiales fondamentales utilisées pour le calcul des coefficients de Fourier sont les mêmes que la phase de calibration.

A l'étape 560, on détermine à partir de la loi de morphing latérale, les contours des tranches $\ell = 1, \dots, L$ au terme du processus de diffusion. Plus précisément, on calcule
 25 les coefficients $f_{m,n}^\ell(T)$ des harmoniques de rang $\sqrt{m^2 + n^2} > 1$ au moyen de (32) c'est à dire :

$$f_{m,n}^\ell(T) = M_{m,n}^\ell(T) f_{m,n}^\ell(0) \quad \text{avec} \quad |k| = \sqrt{(mk_x)^2 + (nk_y)^2} \quad (40)$$

avec $M_{m,n}^{\ell}(T) = \exp\left(-\hat{\alpha}^{(\ell)} |k|^{\hat{\gamma}^{(\ell)}} T\right)$ où $\hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$ ont été obtenus dans la phase de calibration.

De manière similaire, on calcule les coefficients $f_{0,1}^{\ell}(T)$ et $f_{1,0}^{\ell}(T)$ par :

$$f_{0,1}^{\ell}(T) = \hat{s}^{(\ell)} \cdot f_{0,1}^{\ell}(0) \quad (41-1)$$

$$f_{1,0}^{\ell}(T) = \hat{s}^{(\ell)} \cdot f_{1,0}^{\ell}(0) \quad (41-2)$$

où les coefficients de contraction $\hat{s}^{(\ell)}$, $\ell = 1, \dots, L$, ont été obtenus dans la phase de calibration.

A l'étape 565, on effectue une transformée de Fourier spatiale inverse des coefficients $f_{m,n}^{\ell}(T)$ pour calculer la courbe de niveau $f^{\ell}(x, y)$:

$$f^{\ell}(x, y) = \sum_{m,n} f_{m,n}^{\ell} \exp(jk_x mx + jk_y ny) = 0 \quad (42)$$

Enfin, à l'étape 570, on reconstruit la forme de l'objet-tridimensionnel à partir de courbes de niveau des tranches C_{ℓ}' , $\ell = 1, \dots, L$, obtenues à l'étape 565, ces tranches étant désormais situées respectivement aux hauteurs $h^{\ell}(T) \tilde{z}_{\ell}$, $\ell = 1, \dots, L$.

Les Figs. 6A-6B représentent l'ordinogramme d'une méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel ayant subi un processus de diffusion, selon une variante du second mode de réalisation.

Dans cette variante, on ne suppose plus que les tranches de l'objet tri-dimensionnel sont indépendantes et l'on effectue la calibration sur l'ensemble des tranches de chaque échantillon. Comme précédemment, la phase de calibration (Fig. 6A) est suivie de la phase de prédiction proprement dite (Fig. 6B).

Les étapes 610-643 sont respectivement identiques aux étapes 541-543 du second mode de réalisation et leur description sera donc omise.

A l'étape 645, on estime les paramètres $s^{(\ell)}, \alpha^{(\ell)}, \gamma^{(\ell)}$ vérifiant pour chacun des échantillons:

$$\mathbf{F}_{m,n}(T) = \exp(\mathbf{A}_{m,n}T)\mathbf{F}_{m,n}(0) \quad \forall m,n \quad \sqrt{m^2 + n^2} > 1 \quad (43-1)$$

$$\mathbf{F}_{0,1}(T) = \exp(\mathbf{A}_{0,1}T)\mathbf{F}_{0,1}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{0,1}T))\mathbf{F}_{0,1}(\infty) \quad (43-2)$$

$$\mathbf{F}_{1,0}(T) = \exp(\mathbf{A}_{1,0}T)\mathbf{F}_{1,0}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{1,0}T))\mathbf{F}_{1,0}(\infty) \quad (43-3)$$

où $\mathbf{F}_{m,n}(0)$ (resp. $\mathbf{F}_{m,n}(T)$) est le vecteur de taille L dont les éléments sont $f_{m,n}^{(\ell)}(0)$ (resp. $f_{m,n}^{(\ell)}(T)$) obtenus dans la phase de calibration et $\mathbf{A}_{m,n}$ est la matrice symétrique tri-diagonale de taille $L \times L$ dont les termes de la diagonale principale sont égaux à $-\alpha^{(\ell)}|k|^{p^{(\ell)}} - C_{m,n}$, $\ell = 1, \dots, L$, et dont les termes de la diagonale inférieure ainsi que de la diagonale supérieure sont égaux à $C_{m,n}$, où $C_{m,n}$ est un coefficient de couplage pour l'harmonique spatiale d'indices m, n entre deux tranches successives de l'échantillon. En pratique, la résolution du système d'équations (43-1), (43-2), (43-3) se fait par ajustement de courbes en ne considérant que les premiers du développement en série des exponentielles de matrices.

On obtient ainsi une estimation de ces paramètres : $\hat{s}^{(\ell)}, \hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$.

La phase de calibration est suivie d'une phase de prédiction proprement dite, comprenant les étapes 650-670 en Fig. 6B.

La phase de prédiction consiste à prédire, à partir de la forme d'un objet tri-dimensionnel à un instant $t = 0$, la forme de ce dernier après application d'un processus de diffusion pendant une durée T .

Les étapes 650-657 sont respectivement identiques aux étapes 550-557 du second mode de réalisation.

En bref, on calcule le rayon équivalent, R_0' , de la tranche ($\ell = 1$) à la base de l'objet et l'on détermine, à partir de la loi de morphing verticale, la hauteur de l'objet au terme du processus de diffusion selon (18).

On calcule ensuite les coefficients de Fourier spatiaux $f_{m,n}^{(\ell)}(0)$ des tranches C_ℓ' aux hauteurs normalisées $\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$. On obtient ainsi une pluralité Q^2 vecteurs de taille L

$\mathbf{F}'_{m,n}(0)$, où Q est le nombre d'harmoniques pris en considération dans la transformée de Fourier.

A l'étape 660, on détermine, à partir de la loi de morphing latérale, les contours des tranches $\ell = 1, \dots, L$ au terme du processus de diffusion. Plus précisément, on calcule les coefficients $f'^{\ell}_{m,n}(T)$ des harmoniques de rang $\sqrt{m^2 + n^2} > 1$ au moyen de (36) c'est à dire :

$$\mathbf{F}'_{m,n}(T) = \exp(\mathbf{A}_{m,n}T) \mathbf{F}'_{m,n}(0) \quad (44)$$

où $\mathbf{F}'_{m,n}(T)$ est le vecteur des coefficients de Fourier spatiaux des tranches C'_ℓ aux hauteurs normalisées $\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$;
et pour les fondamentaux, à partir de (37-1) et (37-2) :

$$\mathbf{F}'_{0,1}(T) = \exp(\mathbf{A}_{0,1}T) \mathbf{F}'_{0,1}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{0,1}T)) \mathbf{F}'_{0,1}(\infty) \quad (45-1)$$

$$\mathbf{F}'_{1,0}(T) = \exp(\mathbf{A}_{1,0}T) \mathbf{F}'_{1,0}(0) + (\mathbf{I}_L - \exp(\mathbf{A}_{1,0}T)) \mathbf{F}'_{1,0}(\infty) \quad (45-2)$$

A l'étape 665, on effectue une transformée de Fourier spatiale inverse des coefficients $f'^{\ell}_{m,n}(T)$ obtenus à l'étape précédente.

Enfin, à l'étape 670, on reconstruit la forme de l'objet-tridimensionnel à partir de courbes de niveau des tranches C'_ℓ , $\ell = 1, \dots, L$, obtenues à l'étape 665, ces tranches étant désormais situées respectivement aux hauteurs $h'(T)\tilde{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$.

La méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel, selon les premier et second modes de réalisation ainsi que leurs variantes exposées ci-dessus, permet de réduire considérablement les campagnes de mesure car la modélisation des lois de morphing verticale et latérale ne nécessite qu'un nombre d'échantillons relativement faible.

La Fig. 7 représente l'ordinogramme d'une méthode de fabrication d'un objet tri-dimensionnel de matériau donné et de forme de consigne prédéterminée.

La méthode de fabrication comporte une phase de calibration, une phase de prédiction, une phase d'optimisation et une phase de fabrication proprement dite.

Dans la phase de calibration, 710, on construit à partir de mesures d'échantillons avant et après un processus de diffusion de durée T , une base de données contenant les
 5 paramètres $\hat{s}^{(\ell)}, \hat{\alpha}^{(\ell)}, \hat{\gamma}^{(\ell)}$ pour une pluralité de hauteurs normalisées $\bar{z}_\ell$, $\ell = 1, \dots, L$. Cette phase de calibration peut être celle du premier mode de réalisation ou du second mode de réalisation, ou encore de leurs variantes. Le cas échéant, la base de données peut contenir ces paramètres pour une pluralité de valeurs de durée.

Une fois la base construite, on teste en 720 une pluralité de formes initiales d'un
 10 objet tri-dimensionnel et l'on applique à chacune de ces formes, la méthode de prédiction décrite dans les étapes 350-370 ou 450-470 ou 550-570 ou 650-670 selon le mode de réalisation choisi, pour prédire les formes au bout du processus de diffusion (le cas échéant en prenant en compte différentes durées de diffusion), dites formes finales.

Dans une phase d'optimisation, 730, on détermine la forme finale, dite optimale,
 15 qui se rapproche le plus de la forme de consigne au sens d'une distance prédéterminée.

Le cas échéant, on peut sélectionner une pluralité de formes finales se rapprochant le plus de la forme de consigne et interpoler les formes initiales correspondantes pour obtenir une nouvelle forme initiale à tester en 720. On peut ainsi, par itérations successives, obtenir une forme initiale optimale telle que la distance entre la
 20 forme finale correspondante et la forme de consigne soit alors inférieure à un seuil prédéterminé.

Quelle que soit la manière dont la forme finale optimale est obtenue, dans la phase de fabrication, 740, on réalise un objet tri-dimensionnel ayant la forme initiale correspondante, par exemple par lithographie 3D ou fabrication additive, et l'on applique
 25 le processus de diffusion pendant la durée stockée dans la base de données. Au terme du processus, on obtient un objet tri-dimensionnel dont la forme est identique à ou proche de la forme de consigne.

REVENDICATIONS

1. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel soumis à un processus de diffusion pendant une durée prédéterminée, caractérisée en ce qu'elle comprend :

- une phase de calibration (310-345, 410-445, 510-545, 610-645) dans laquelle une pluralité d'échantillons de formes initiales différentes subissent, pendant ladite durée déterminée, le processus de diffusion, au terme duquel les échantillons adoptent des formes finales, et dans laquelle, pour chaque échantillon :

a) on mesure (415, 515, 615, 615) la hauteur initiale de l'échantillon et l'on acquiert les premiers contours d'une pluralité tranches horizontales de l'échantillon dans sa forme initiale, à des hauteurs normalisées par la hauteur initiale ;

b) on mesure la hauteur finale (430, 530, 630) de l'échantillon et l'on acquiert des seconds contours d'une même pluralité de tranches horizontales de l'échantillon dans sa forme finale, à des hauteurs normalisées par la hauteur finale, égales aux dites hauteurs normalisées par la hauteur finale ;

c) on estime les paramètres d'une loi de morphing verticale (435, 535, 635) permettant de passer de la hauteur initiale à la hauteur finale et on estime les paramètres d'une loi de morphing latérale permettant de passer d'une représentation, dans un espace de Fourier, des premiers contours à une représentation, dans ce même espace, des seconds contours ;

- une phase de prédiction (350-370, 450-470, 550-570, 650-670) dans laquelle :

d) on estime (350, 450, 550, 650) la hauteur finale dudit objet à partir de sa hauteur initiale et des paramètres de la loi de morphing verticale ;

e) on obtient (355, 455, 557, 657) une représentation dans ledit espace de Fourier d'une pluralité de contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale, aux dites hauteurs normalisées ;

f) on obtient (360, 460, 557, 657) une représentation dans ledit espace de Fourier d'une pluralité de contours des tranches de l'objet dans sa forme finale, aux hauteurs normalisées, à partir de ladite représentation des tranches de l'objet dans sa forme initiale et des paramètres de la loi de morphing latérale ;

g) on détermine (365, 465, 565, 665) les contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale, aux hauteurs normalisées, à partir de la représentation des contours de ces tranches dans ledit espace de Fourier obtenue à l'étape (f) ;

h) on obtient (370, 470, 570, 670) la forme finale de l'objet tridimensionnel à partir de la hauteur finale dudit objet et des contours des tranches dudit objet dans sa forme finale, précédemment déterminées aux hauteurs normalisées.

2. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 1, caractérisée en ce que la représentation dans ledit espace de Fourier des premiers et seconds contours à l'étape (c) ainsi que la représentation, dans ce même espace, des contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale à l'étape (f), est obtenue par une transformée de Fourier curviligne de ces contours.

3. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 2, caractérisée en ce qu'à l'étape (g), la détermination des contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale est obtenue par une transformation de Fourier curviligne inverse de la représentation des contours de ces tranches dans ledit espace de Fourier obtenue à l'étape (f).

4. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 1, caractérisée en ce que la représentation dans ledit espace de Fourier des premiers et seconds contours à l'étape (c) ainsi que la représentation dans cet espace des contours des tranches de l'objet dans sa forme initiale à l'étape (f), est obtenue en effectuant les étapes suivantes :

(f1) on sélectionne une pluralité de points de ce contour, et on détermine les normales de ce contour en ces points ;

(f2) on calcule les coefficients d'une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle d'une fonction de courbe de niveau prenant une valeur nulle aux points ainsi sélectionnés et dont les normales en ces points sont respectivement égales aux normales du contour en ces mêmes points.

5. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 4, caractérisée en ce qu'à l'étape (g) la détermination des contours de la pluralité de tranches dudit objet dans sa forme finale est obtenue en effectuant une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle inverse des coefficients calculés à l'étape (f2).

6. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon l'une des revendications précédentes, caractérisée en ce que la loi de morphing verticale est donnée par $h(T) = h(0)H(r_0, T)$ où $h(0)$ et $h(T)$ sont respectivement la hauteur initiale et la hauteur finale de l'échantillon, $H(r_0, T)$ est un facteur de morphing vertical donné par $H(r_0, T) = ar_0 \exp(-br_0)$ où a, b sont des paramètres strictement positifs dépendant du matériau de l'échantillon et de la durée T du processus de diffusion, et r_0 est le rayon d'un cercle équivalent dont la surface est égale à la surface de la base de l'échantillon.

7. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 2 ou 3, caractérisée en ce que la loi de morphing latérale est donnée par $\phi_k^\ell(T) = M_k^\ell(T) \cdot \phi_k^\ell(0) + (1 - M_k^\ell(T)) \cdot \phi_k^\ell(\infty)$ où $\phi_k^\ell(0)$, $\phi_k^\ell(T)$, $\phi_k^\ell(\infty)$ sont les harmoniques curvilignes de rang k du contour d'une tranche ℓ de l'échantillon, respectivement à l'instant initial, au bout de la durée T du processus de diffusion et au bout d'un temps de diffusion infini, $M_k^\ell(T)$ est un facteur de morphing latéral donné par $M_k^\ell(T) = \exp\left(-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} T\right)$ où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont des paramètres strictement positifs dépendant du matériau de l'échantillon et de la durée T du processus de diffusion.

8. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 2 ou 3, caractérisée en ce que la loi de morphing latérale est donnée par $\Phi_k(T) = \exp(\mathbf{A}_k T) \Phi_k(0)$ où $\Phi_k(0)$ et $\Phi_k(T)$ sont des vecteurs de taille L dont les éléments sont les harmoniques curvilignes de rang $k > 1$ des contours des L tranches de l'échantillon, respectivement à l'instant initial et au bout de la durée T du processus de diffusion, et $\mathbf{A}_k$ est une matrice symétrique tri-diagonale de taille $L \times L$ dont les termes de la diagonale principale sont égaux à $-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} - C_k$ et dont les termes de la diagonale inférieure ainsi

que de la diagonale supérieure sont égaux à C_k , où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont des paramètres strictement positifs dépendant du matériau de l'échantillon et C_k est un coefficient de couplage pour l'harmonique de rang k entre deux tranches successives de l'échantillon.

- 5 9. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 4 ou 5, caractérisée en ce que la loi de morphing latérale est donnée par $f_{m,n}^\ell(T) = M_{m,n}^\ell(T) \cdot f_{m,n}^\ell(0) + (1 - M_{m,n}^\ell(T)) \cdot f_{m,n}^\ell(\infty)$, où $f_{m,n}^\ell(0)$, $f_{m,n}^\ell(T)$ et $f_{m,n}^\ell(\infty)$ sont les harmoniques spatiales d'indices m, n du contour d'une tranche ℓ de l'échantillon, respectivement à l'instant initial, au bout de la durée T du processus de diffusion et au bout
- 10 d'un temps de diffusion infini, $M_{m,n}^\ell(T)$ est un facteur de morphing latéral donné par $M_{m,n}^\ell(T) = \exp\left(-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} T\right)$ où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont des paramètres strictement positifs dépendant du matériau de l'échantillon et où $|k| = \sqrt{(mk_x)^2 + (nk_y)^2}$, avec $k_x = 2\pi / L_x$ et $k_y = 2\pi / L_y$, L_x, L_y étant les dimensions d'un rectangle incluant ledit contour.

- 15 10. Méthode de prédiction de la forme d'un objet tri-dimensionnel selon la revendication 4 ou 5, caractérisée en ce que la loi de morphing latérale est donnée par $\mathbf{F}_{m,n}(T) = \exp(\mathbf{A}_{m,n} T) \mathbf{F}_{m,n}(0)$, où $\mathbf{F}_{m,n}(0)$ et $\mathbf{F}_{m,n}(t)$ sont des vecteur de taille L dont les éléments sont les harmoniques spatiales d'indices m, n des contours des L tranches de l'échantillon, respectivement à l'instant initial et au bout de la durée T du processus de
- 20 diffusion, $\mathbf{A}_{m,n}$ est une matrice symétrique tri-diagonale de taille $L \times L$ dont les termes de la diagonale principale sont égaux à $-\alpha^{(\ell)} |k|^{\gamma^{(\ell)}} - C_{m,n}$ et dont les termes de la diagonale inférieure ainsi que de la diagonale supérieure sont égaux à $C_{m,n}$, où $\alpha^{(\ell)}$ et $\gamma^{(\ell)}$ sont des paramètres strictement positifs dépendant du matériau de l'échantillon, $C_{m,n}$ est un coefficient de couplage pour l'harmonique spatiale d'indices m, n entre deux tranches
- 25 successives de l'échantillon, et où $|k| = \sqrt{(mk_x)^2 + (nk_y)^2}$, avec $k_x = 2\pi / L_x$ et $k_y = 2\pi / L_y$, L_x, L_y étant les dimensions d'un rectangle incluant lesdits contours.

11. Méthode de fabrication d'un objet tri-dimensionnel de matériau donné et ayant une forme de consigne donnée, caractérisée en ce qu'elle comprend une phase de

calibration (710) dans laquelle on construit à partir de mesures d'échantillons de ce matériau, avant et après un processus de diffusion de durée T , une base de données de paramètres d'une loi de morphing verticale et d'une loi de morphing latérale pour une pluralité de hauteurs normalisées desdits échantillons, puis on applique une méthode de

5 prédiction (720) selon l'une des revendications précédentes à une pluralité de formes initiales pour prédire leurs formes finales respectives au terme du processus de diffusion, et l'on sélectionne (730) la forme initiale dont la forme finale correspondante est la plus proche de ladite forme de consigne au sens d'une distance prédéterminée, on réalise (740)

10 un objet tridimensionnel ayant la forme initiale ainsi sélectionnée et l'on applique enfin le processus de diffusion pendant la durée T pour obtenir un objet tridimensionnel ayant ladite forme de consigne.

1/10

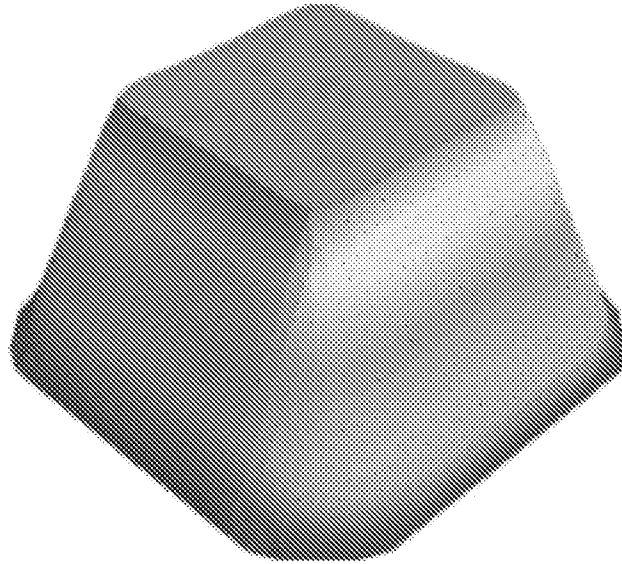


Fig. 1

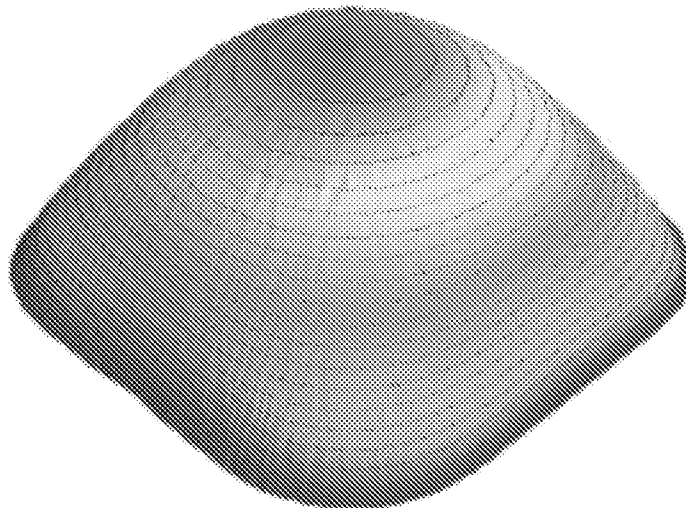
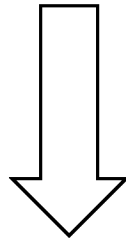
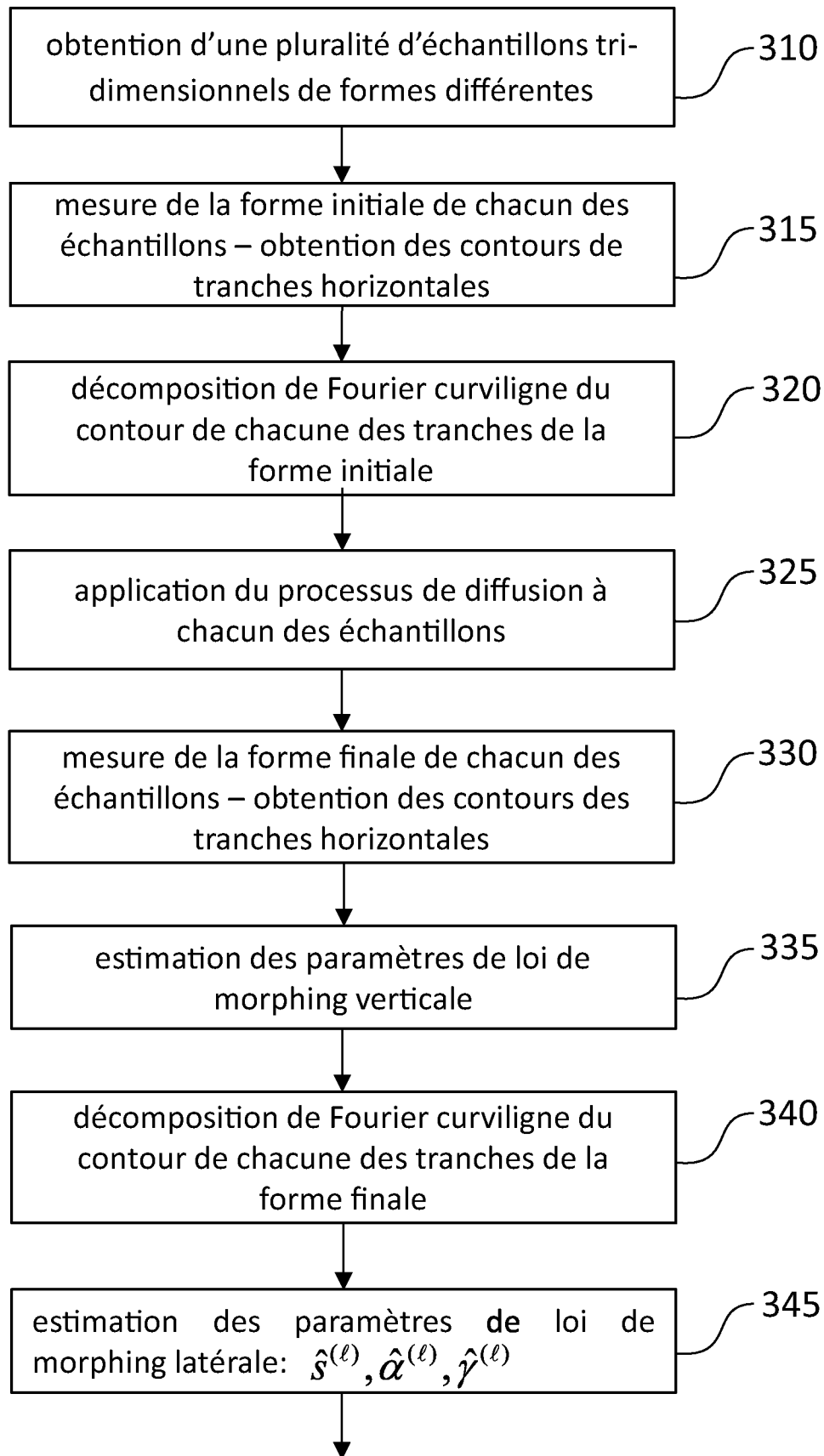
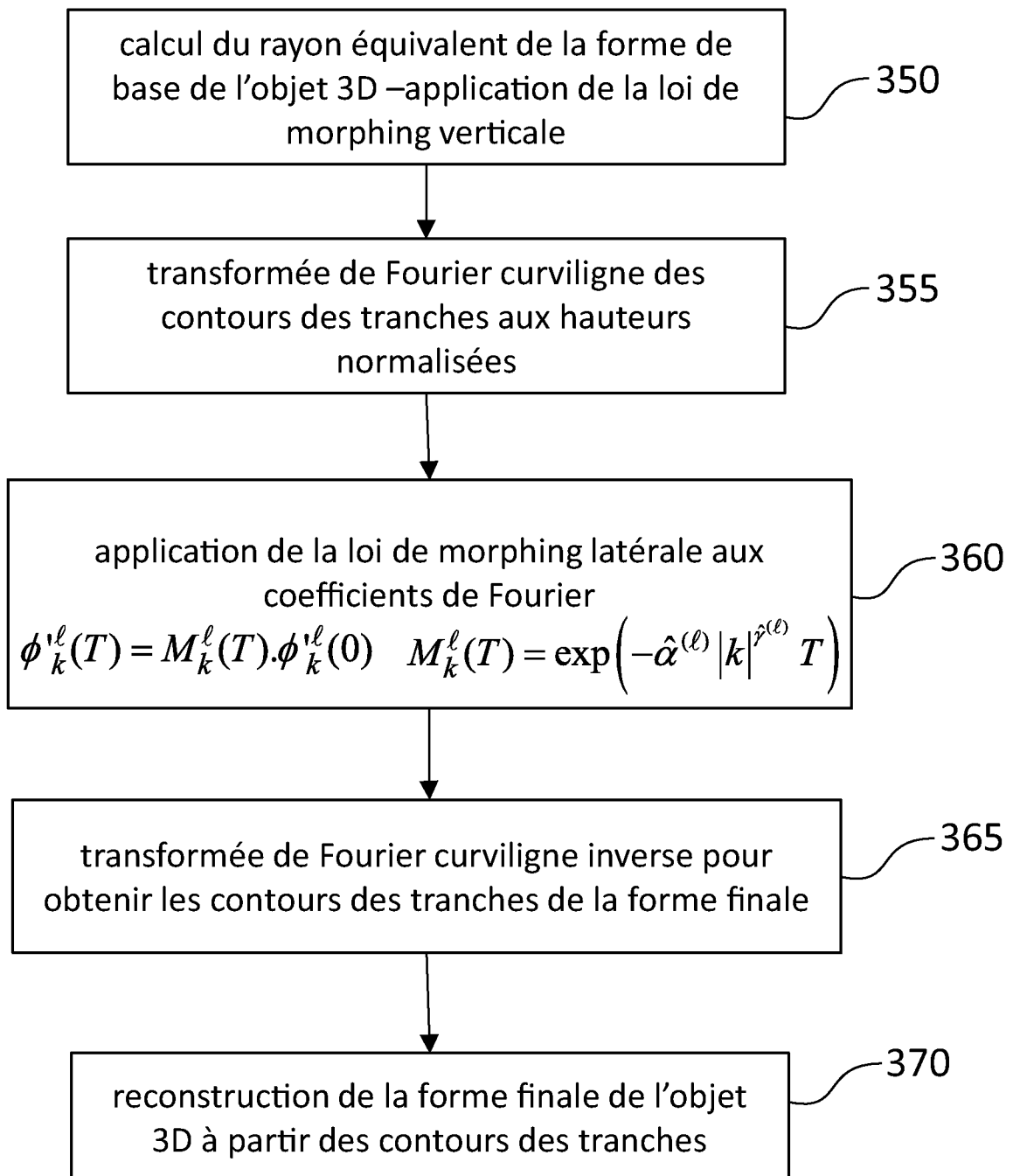


Fig. 2

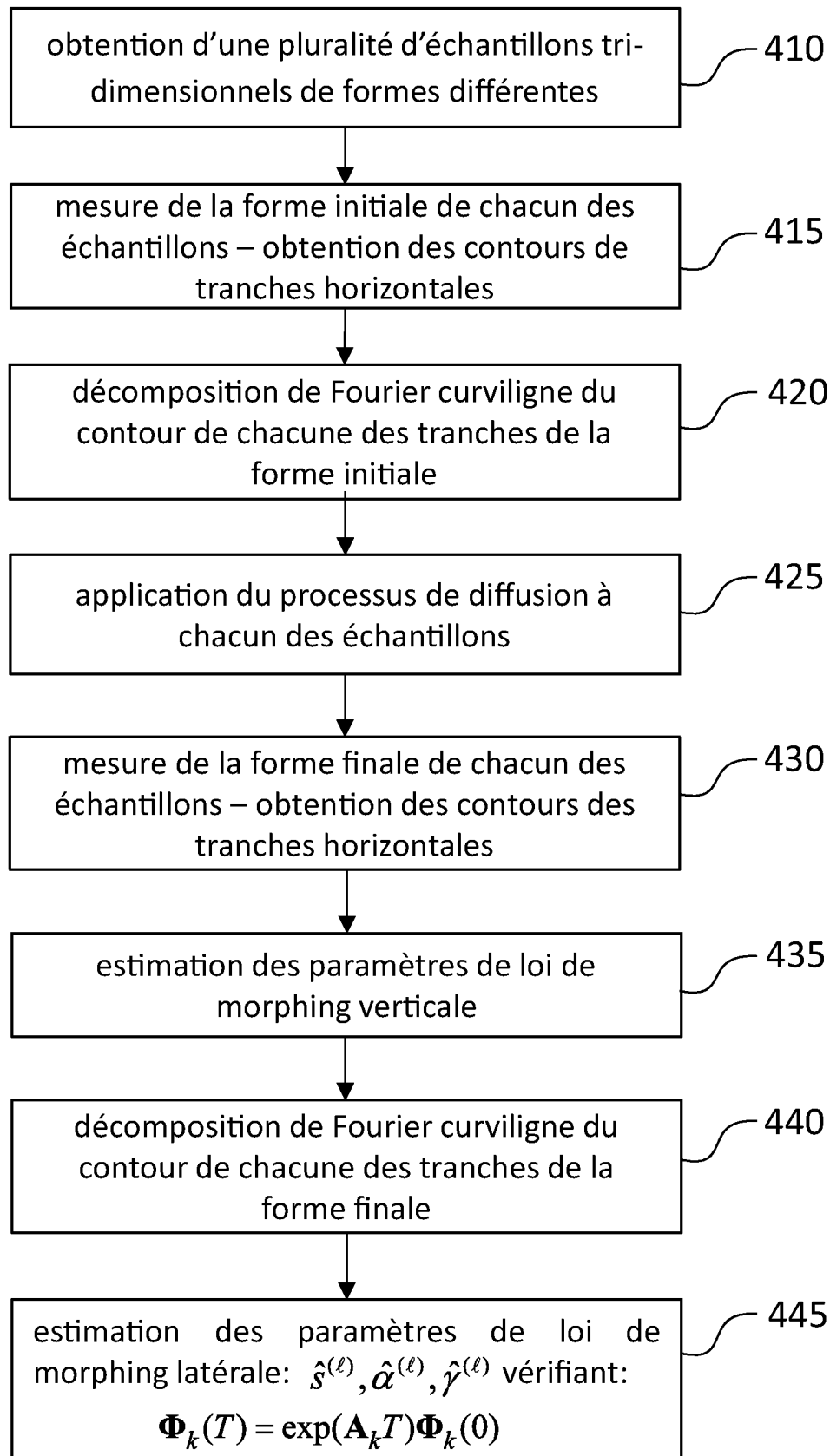
2/10

**Fig. 3A**

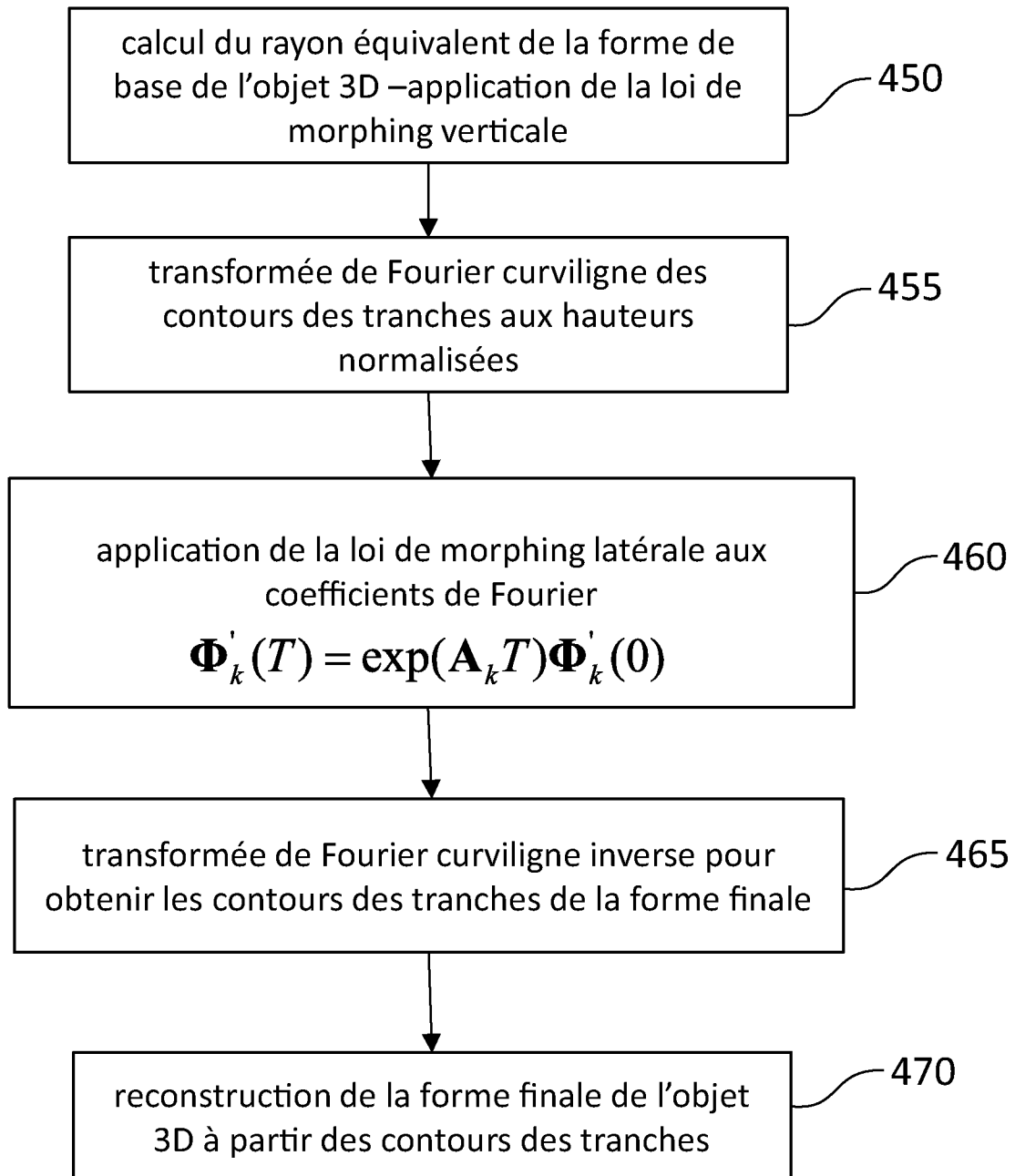
3/10

**Fig. 3B**

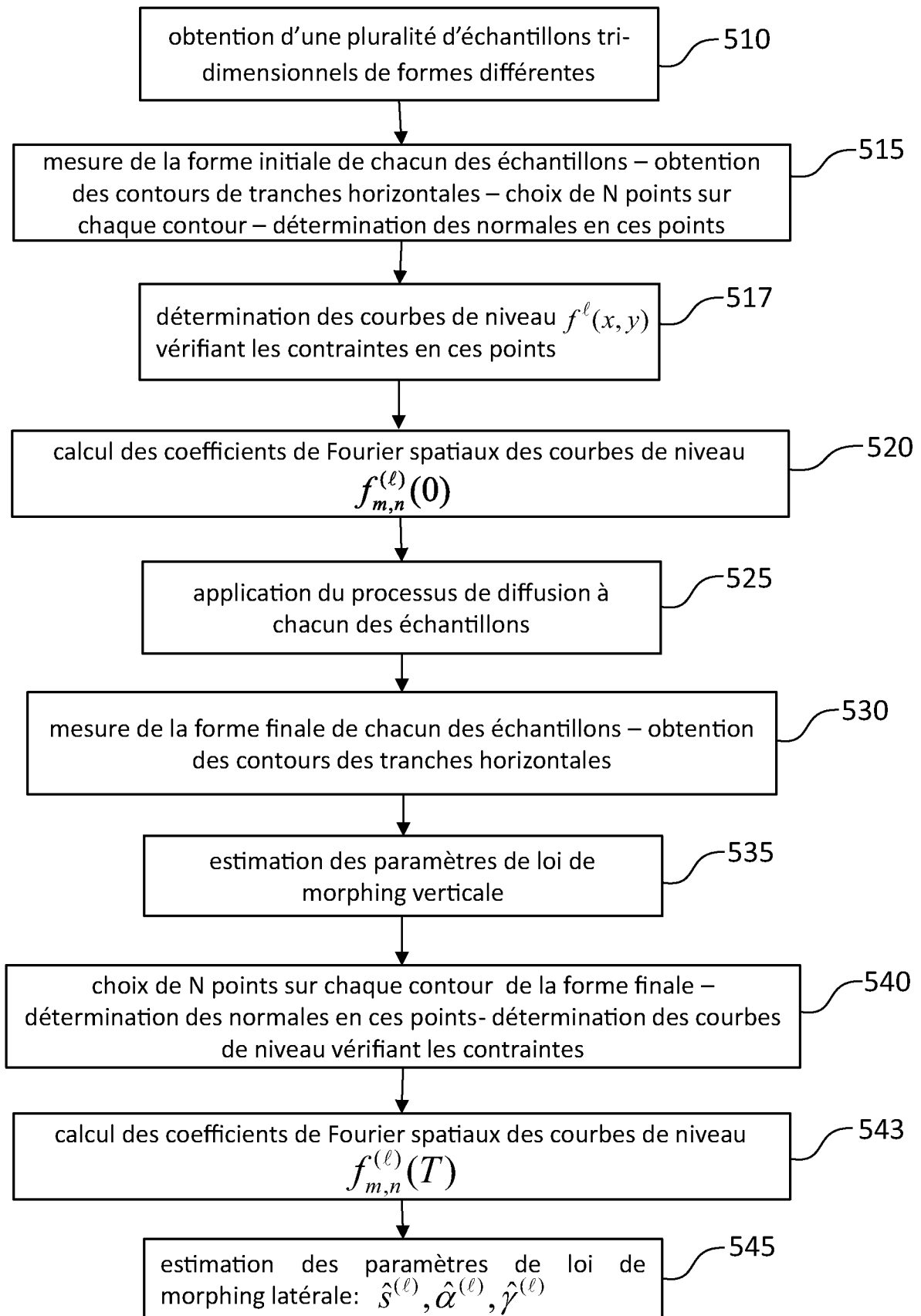
4/10

**Fig. 4A**

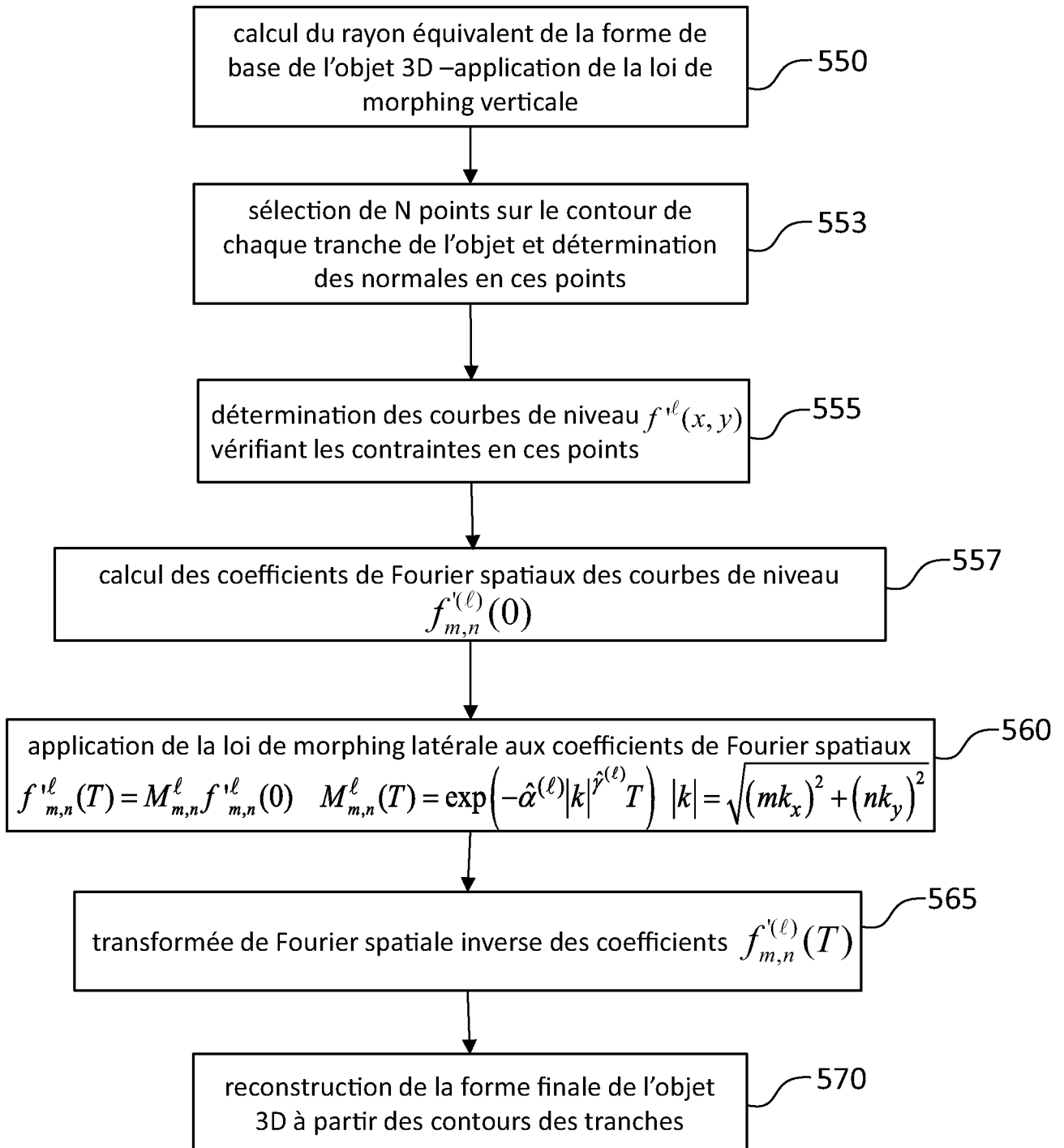
5/10

**Fig. 4B**

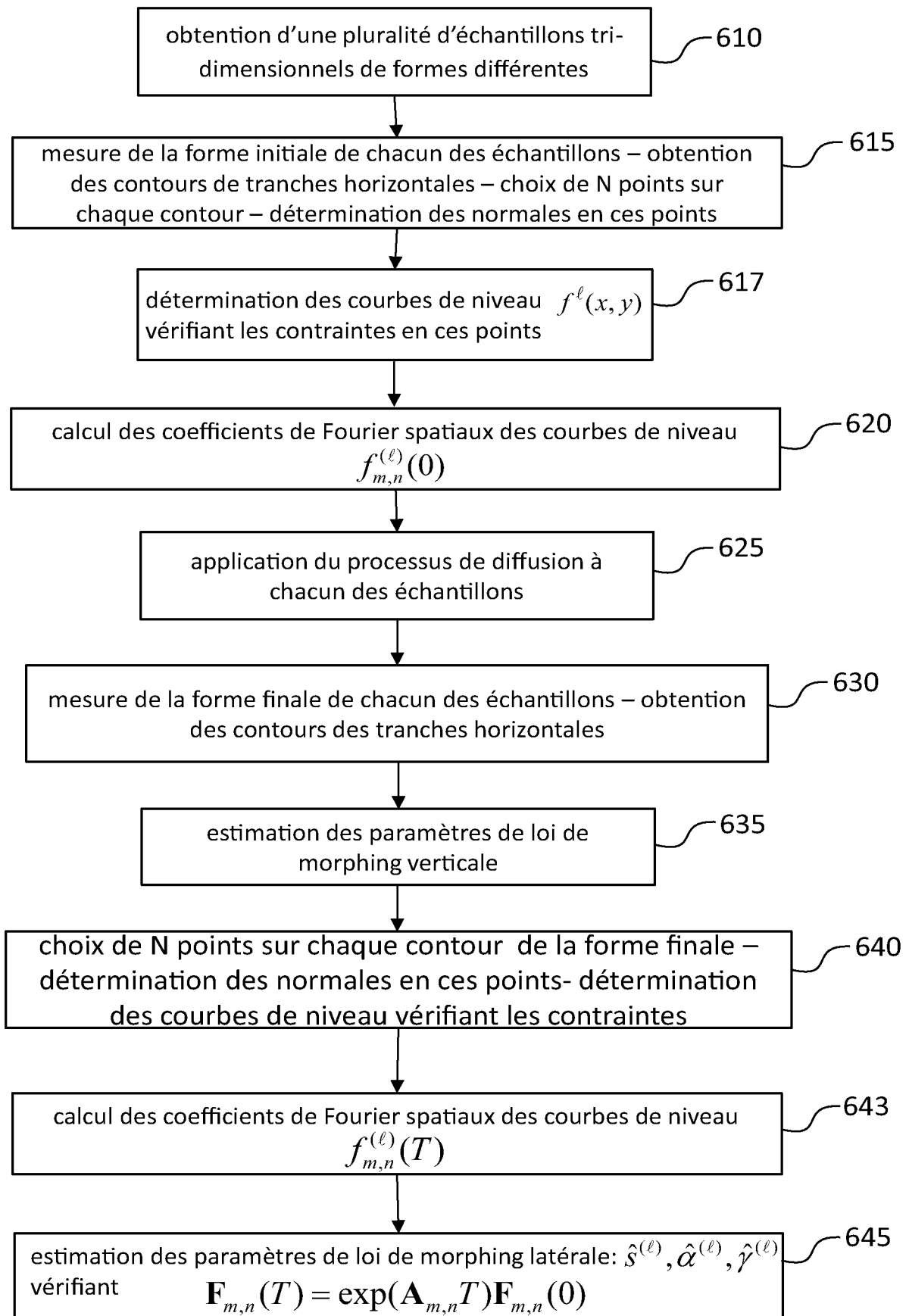
6/10

**Fig. 5A**

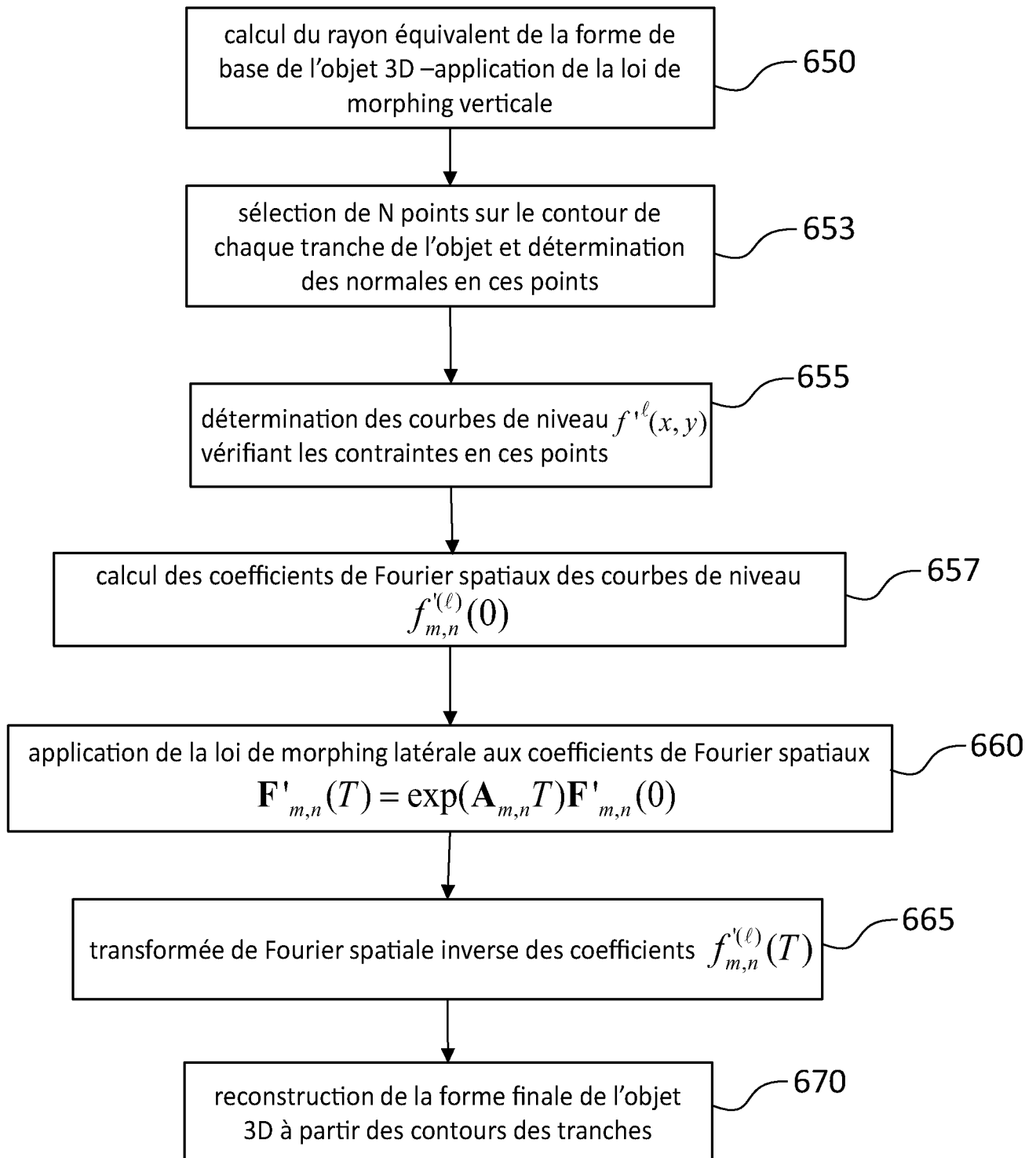
7/10

**Fig. 5B**

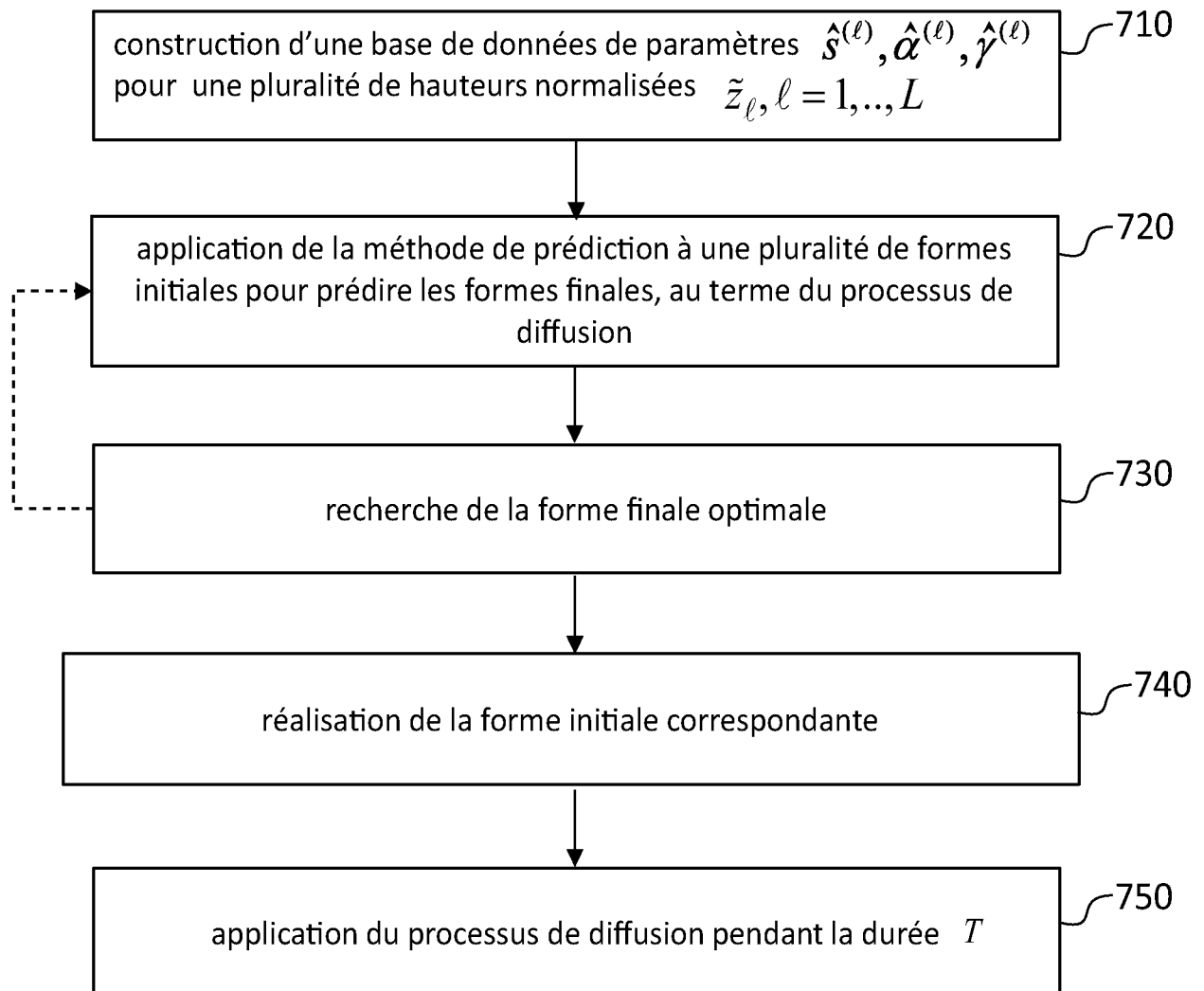
8/10

**Fig. 6A**

9/10

**Fig. 6B**

10/10

**Fig. 7**

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/FR2019/053117

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER <i>B29C 64/393</i> (2017.01)i; <i>B22F 3/105</i> (2006.01)i; <i>B33Y 50/02</i> (2015.01)i; <i>B29C 37/00</i> (2006.01)i; <i>B29C 71/00</i> (2006.01)n; <i>B29C 71/02</i> (2006.01)n According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
B. FIELDS SEARCHED Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols) B29C; B33Y; B22F; G06F Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used) EPO-Internal, WPI Data		
C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	US 2018093419 A1 (LAPPAS TASSO [US] ET AL) 05 April 2018 (2018-04-05) paragraph [0002] - paragraph [0009] paragraph [0021] - paragraph [0022] paragraph [0040] paragraph [0166] - paragraph [0173] paragraph [0205] figures	1-11
A	US 2014107823 A1 (HUANG QIANG [US]) 17 April 2014 (2014-04-17) paragraph [0004] - paragraph [0008] paragraph [0011] - paragraph [0013] paragraph [0016] - paragraph [0023] paragraph [0046] - paragraph [0139] claims figures	1-11
☒ Further documents are listed in the continuation of Box C. ☒ See patent family annex.		
* Special categories of cited documents: "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance "E" earlier application or patent but published on or after the international filing date "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified) "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art "&" document member of the same patent family		
Date of the actual completion of the international search 27 March 2020		Date of mailing of the international search report 09 April 2020
Name and mailing address of the ISA/EP European Patent Office p.b. 5818, Patentlaan 2, 2280 HV Rijswijk Netherlands Telephone No. (+31-70)340-2040 Facsimile No. (+31-70)340-3016		Authorized officer Fageot, Philippe Telephone No.

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	KUN TONG ET AL. "Error compensation for fused deposition modeling (FDM) machine by correcting slice files" <i>RAPID PROTOTYPING JOURNAL</i> , GB, Vol. 14, No. 1, 18 January 2008 (2008-01-18), pages 4-14 DOI: 10.1108/13552540810841517 ISSN: 1355-2546, XP055512912 the whole document	1-11
A	KUN TONG ET AL. "Parametric error modeling and software error compensation for rapid prototyping" <i>RAPID PROTOTYPING JOURNAL</i> , GB, Vol. 9, No. 5, 01 December 2003 (2003-12-01), pages 301-313 DOI: 10.1108/13552540310502202 ISSN: 1355-2546, XP055629658 the whole document	1-11
A	WANG X. "CALIBRATION OF SHRINKAGE AND BEAM OFFSET IN SLS PROCESS" <i>RAPID PROTOTYPING JOURNAL</i> , MCB UNIVERSITY PRESS, BRADFORD, GB, Vol. 5, No. 3, 01 January 1999 (1999-01-01), pages 129-133 DOI: 10.1108/13552549910278955 ISSN: 1355-2546, XP008000433 the whole document	1-11

INTERNATIONAL SEARCH REPORT
Information on patent family members

International application No.

PCT/FR2019/053117

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
US	2018093419	A1	05 April 2018	US	2018093418	A1	05 April 2018
				US	2018093419	A1	05 April 2018
				US	2018095450	A1	05 April 2018
				WO	2018064349	A1	05 April 2018
US	2014107823	A1	17 April 2014	NONE			

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale n°
PCT/FR2019/053117

A. CLASSEMENT DE L'OBJET DE LA DEMANDE INV. B29C64/393 B22F3/105 B33Y50/02 B29C37/00 ADD. B29C71/00 B29C71/02		
Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB		
B. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTE Documentation minimale consultée (système de classification suivi des symboles de classement) B29C B33Y B22F G06F		
Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où ces documents relèvent des domaines sur lesquels a porté la recherche		
Base de données électronique consultée au cours de la recherche internationale (nom de la base de données, et si cela est réalisable, termes de recherche utilisés) EPO-Internal, WPI Data		
C. DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS		
Catégorie*	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	US 2018/093419 A1 (LAPPAS TASSO [US] ET AL) 5 avril 2018 (2018-04-05) alinéa [0002] - alinéa [0009] alinéa [0021] - alinéa [0022] alinéa [0040] alinéa [0166] - alinéa [0173] alinéa [0205] figures	1-11
A	US 2014/107823 A1 (HUANG QIANG [US]) 17 avril 2014 (2014-04-17) alinéa [0004] - alinéa [0008] alinéa [0011] - alinéa [0013] alinéa [0016] - alinéa [0023] alinéa [0046] - alinéa [0139] revendications figures	1-11
----- -/--		
☒ Voir la suite du cadre C pour la fin de la liste des documents ☒ Les documents de familles de brevets sont indiqués en annexe		
* Catégories spéciales de documents cités: "A" document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent "E" document antérieur, mais publié à la date de dépôt international ou après cette date "L" document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telle qu'indiquée) "O" document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens "P" document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée "T" document ultérieur publié après la date de dépôt international ou la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention "X" document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventive par rapport au document considéré isolément "Y" document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventive lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour une personne du métier "&" document qui fait partie de la même famille de brevets		
Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée 27 mars 2020		Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale 09/04/2020
Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale Office Européen des Brevets, P.B. 5818 Patentiaan 2 NL - 2280 HV Rijswijk Tel. (+31-70) 340-2040, Fax: (+31-70) 340-3016		Fonctionnaire autorisé Fageot, Philippe

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale n°

PCT/FR2019/053117

C(suite). DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS

Catégorie*	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	KUN TONG ET AL: "Error compensation for fused deposition modeling (FDM) machine by correcting slice files", RAPID PROTOTYPING JOURNAL, vol. 14, no. 1, 18 janvier 2008 (2008-01-18), pages 4-14, XP055512912, GB ISSN: 1355-2546, DOI: 10.1108/13552540810841517 le document en entier -----	1-11
A	KUN TONG ET AL: "Parametric error modeling and software error compensation for rapid prototyping", RAPID PROTOTYPING JOURNAL, vol. 9, no. 5, 1 décembre 2003 (2003-12-01), pages 301-313, XP055629658, GB ISSN: 1355-2546, DOI: 10.1108/13552540310502202 le document en entier -----	1-11
A	WANG X: "CALIBRATION OF SHRINKAGE AND BEAM OFFSET IN SLS PROCESS", RAPID PROTOTYPING JOURNAL, MCB UNIVERSITY PRESS, BRADFORD, GB, vol. 5, no. 3, 1 janvier 1999 (1999-01-01), pages 129-133, XP008000433, ISSN: 1355-2546, DOI: 10.1108/13552549910278955 le document en entier -----	1-11

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Renseignements relatifs aux membres de familles de brevets

Demande internationale n°

PCT/FR2019/053117

Document brevet cité au rapport de recherche	Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
US 2018093419 A1	05-04-2018	US 2018093418 A1	05-04-2018
		US 2018093419 A1	05-04-2018
		US 2018095450 A1	05-04-2018
		WO 2018064349 A1	05-04-2018

US 2014107823 A1	17-04-2014	AUCUN	
