I361905

公告本

發明專利說明書

（本說明書格式、順序及粗體字，請勿任意更動，※記號部分請勿填寫）

※ 申請案號 96142917

※ 申請日期：96.11.20　　※IPC 分類：

G02B 27/46 (2006.01)

一、發明名稱：（中文/英文）

雷登-維格那顯示系統

二、申 請 人：（共 1 人）

姓名或名稱：（中文/英文）

國立中興大學

代表人：（中文/英文）

蕭介夫

住居所或營業所地址：（中文/英文）

(402)台中市南區國光路 250 號

國　籍：（中文/英文）

中華民國

三、發明人：（共 3 人）

姓　名：（中文/英文）

1. 韓斌
2. 楊國輝
3. 黃宏彥

國　籍：（中文/英文）

1.2.3. 中華民國

四、聲明事項：

☐ 主張專利法第二十二條第二項☐第一款或☐第二款規定之事實，其事實發生日期為：　年　月　日。

☐ 申請前已向下列國家（地區）申請專利：

【格式請依：受理國家（地區）、申請日、申請案號　順序註記】

☐ 有主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

☐ 無主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

☐ 主張專利法第二十九條第一項國內優先權：

【格式請依：申請日、申請案號　順序註記】

☐ 主張專利法第三十條生物材料：

☐ 須寄存生物材料者：

國內生物材料　【格式請依：寄存機構、日期、號碼　順序註記】

國外生物材料　【格式請依：寄存國家、機構、日期、號碼　順序註記】

☐ 不須寄存生物材料者：

所屬技術領域中具有通常知識者易於獲得時，不須寄存。

九、發明說明：

【發明所屬之技術領域】

本發明是有關於一種顯示系統，特別是指一種實現分數傅利葉轉換的雷登-維格那顯示系統。

【先前技術】

分數傅利葉轉換（fractional Fourier transform，FRFT）將傳統的傅利葉轉換廣義化，且常用於信號處理。維格那分佈函數（Wigner distribution function，WDF）是時間-頻率或空間-頻率表示，可將一個一維時變或空變信號映射到一個二維信號表示。雷登-維格那轉換（Radon-Wigner transform，RWT）是維格那分佈函數的雷登轉換（Radon transform），也就是維格那分佈函數在空間相位中以一角度ϕ投影，且已知其等於分數傅利葉轉換的平方模數（square modulus）。雷登-維格那顯示（Radon-Wigner display，RWD）是連續的二維顯示，可顯示一個一維信號在所有角度ϕ的雷登-維格那轉換。

參閱圖 1，一種實現分數傅利葉轉換的光學系統 1（即 Lohmann type II 光學系統）包含沿著一座標軸 Z 排列的一輸入平面 11、二透鏡 12、13 及一成像平面 14，其中，該二透鏡 12、13 間隔設置，且該輸入平面 11 及該成像平面 14 分別與該二透鏡 12、13 相鄰。

當入射光沿著該座標軸 Z 入射該輸入平面 11 時，該成像平面 14 上的複數振幅分佈 $U(x)$如式(1)所示：

$$U(x)=\frac{\exp\left(j\frac{2\pi z}{\lambda}\right)}{\sqrt{j\lambda z}}\int_{-\infty}^{\infty}s(x_0)\exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda z}\left[\left(1-\frac{z}{f}\right)x^2+\left(1-\frac{z}{f}\right)x_0^2-2x_0x\right]\right\}dx_0$$

$$=\frac{\exp\left(j\frac{2\pi z}{\lambda}\right)}{\sqrt{j\lambda z}}\int_{-\infty}^{\infty}s(x_0)\exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda F_1}\left[\left(x^2+x_0^2\right)\cot\phi-2x_0x\csc\phi\right]\right\}dx_0$$

$$=\frac{\exp\left(j\frac{2\pi z}{\lambda}\right)}{\sqrt{j\lambda z}}F^p[s(x_0)]$$

式(1)

其中，λ是入射光的波長，x_0是該輸入平面 11 的座標變數，x是該成像平面 14 的座標變數，z是該輸入平面 11 與該成像平面 14 之間的距離（如式(2)所示），f是該二透鏡 12、13 的焦距（如式(3)所示），F_1是該光學系統 1 的比例因數，而 $F^p[s(x_0)]$是該輸入平面上的信號 $s(x_0)$的分數傅利葉轉換，且其分數階數 p 與該角度ϕ的關係是$\phi=p\pi/2$。

$$z=F_1\sin\phi \qquad \text{式(2)}$$

$$f=\frac{F_1\sin\phi}{1-\cos\phi}=\frac{F_1}{\tan(\phi/2)} \qquad \text{式(3)}$$

雷登-維格那轉換如式(4)所示：

$$|U(x)|^2 = \left| \frac{\exp\left\{ j\frac{\pi}{\lambda}\left[2z + \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)x^2 \right] \right\}}{\sqrt{j\lambda z}} \int_{-\infty}^{\infty} s(x_0) \exp\left\{ \frac{j\pi}{\lambda z}\left[\left(1 - \frac{z}{f}\right)x_0^2 - 2x_0 x \right] \right\} dx_0 \right|^2$$

$$= \left| \frac{\exp\left(j\frac{2\pi z}{\lambda} + \frac{j\pi x^2 \cot\phi}{\lambda F_1} \right)}{\sqrt{j\lambda z}} \int_{-\infty}^{\infty} s(x_0) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda F_1}\left(x_0^2 \cot\phi - 2x_0 x \csc\phi \right) \right] dx_0 \right|^2$$

$$= \left| \frac{\exp\left(j\frac{2\pi z}{\lambda} \right)}{\sqrt{j\lambda z}} F^p[s(x_0)] \right|^2$$

式(4)

根據式(1)及式(4)可以發現，由於雷登-維格那轉換不包括相位資訊，而該透鏡 13 只在該成像平面 14 上產生相位，因此，當利用雷登-維格那顯示來實現分數傅利葉轉換時，該透鏡 13 可以被移除。

參閱圖 2，1998 年 7 月 15 日 OPTICS LETTERS 第 23 卷第 14 期"Optical implementations of the Radon-Wigner display for one-dimensional signals"揭露了一種實現分數傅利葉轉換的雷登-維格那顯示系統 2。該雷登-維格那顯示系統 2 包含沿著一第一座標軸 Z 排列的一輸入平面 21、一變焦透鏡 22 及一成像曲面 23。該輸入平面 21 上的信號沿著一第二座標軸 X 分佈，而分數傅利葉轉換的分數階數沿著一第三座標軸 Y 改變。

根據式(2)及式(3)，該輸入平面 21 與該成像曲面 23 之

間的標準化距離 $z_s(y)$及該變焦透鏡 22 的標準化焦距 $f_s(y)$分別如式(5)及式(6)所示：

$$z_s(y)=\frac{z(y)}{F_1}=\sin\left[\frac{\pi p(y)}{2}\right] \qquad \text{式(5)}$$

$$f_s(y)=\frac{f(y)}{F_1}=\frac{1}{\tan\left[\frac{\pi p(y)}{4}\right]} \qquad \text{式(6)}$$

其中，y 是該第三座標軸 Y 的變數，$z(y)$是該輸入平面 21 與該成像曲面 23 之間的距離，$f(y)$是該變焦透鏡 22 的焦距，F_1 是該雷登-維格那顯示系統 2 的比例因數，而 $p(y)$是分數傅利葉轉換的分數階數。

該雷登-維格那顯示系統 2 有三種實施態樣：(1)該分數階數 $p(y)$隨著該變數 y 線性改變；(2)該距離 $z(y)$隨著該變數 y 線性改變；及(3)該焦距 $f(y)$隨著該變數 y 線性改變。

(1)該分數階數 $p(y)$隨著該變數 y 線性改變

該分數階數 $p(y)$滿足式(7)所示的關係：

$$p(y)=1-c_1 y \qquad \text{式(7)}$$

其中，c_1 是一實數常數。根據式(5)及式(6)，該標準化距離 $z_s(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如式(8)及式(9)所示：

$$z_s(y)=\sin\left[\frac{\pi(1-c_1 y)}{2}\right] \qquad \text{式(8)}$$

$$f_s(y)=\frac{1}{\tan\left[\frac{\pi(1-c_1 y)}{4}\right]} \qquad \text{式(9)}$$

參閱圖 3，當 $c_1=1$ 時，該分數階數 $p(y)$、該標準化距離 $z_s(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如曲線 31~33 所示。當該變數 y 趨近於 1 時，該分數階數 $p(y)$趨近於 0，該標準化距離 $z_s(y)$趨近於 0，而該標準化焦距 $f_s(y)$趨近於無限大。

(2)該距離 $z(y)$隨著該變數 y 線性改變

該標準化距離 $z_s(y)$滿足式(10)所示的關係：

$$z_s(y)=1-c_2y \qquad \text{式(10)}$$

其中，c_2 是一實數常數。根據式(5)及式(6)，該分數階數 $p(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如式(11)及式(12)所示：

$$p(y)=\frac{2\sin^{-1}(1-c_2y)}{\pi} \qquad \text{式(11)}$$

$$f_s(y)=\frac{1}{\tan\left[\frac{\sin^{-1}(1-c_2y)}{2}\right]} \qquad \text{式(12)}$$

參閱圖 4，當 $c_2=1$ 時，該分數階數 $p(y)$、該標準化距離 $z_s(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如曲線 41~43 所示。當該變數 y 趨近於 1 時，該分數階數 $p(y)$趨近於 0，該標準化距離 $z_s(y)$趨近於 0，而該標準化焦距 $f_s(y)$趨近於無限大。

(3)該焦距 $f(y)$隨著該變數 y 線性改變

該標準化焦距 $f_s(y)$滿足式(13)所示的關係：

$$f_s(y)=1+c_3y \qquad \text{式(13)}$$

其中，c_3 是一實數常數。根據式(5)及式(6)，該分數階數 $p(y)$及該標準化距離 $z_s(y)$分別如式(14)及式(15)所示：

$$p(y)=\frac{4}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{1}{1+c_3 y}\right) \qquad \text{式(14)}$$

$$z_s(y)=\sin\left[2\tan^{-1}\left(\frac{1}{1+c_3 y}\right)\right] \qquad \text{式(15)}$$

參閱圖 5，當 c_3=5 時，該分數階數 $p(y)$、該標準化距離 $z_s(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如曲線 51~53 所示。當該變數 y 趨近於無限大時，該分數階數 $p(y)$趨近 0，該標準化距離 $z_s(y)$趨近 0，而該標準化焦距 $f_s(y)$趨近無限大。

然而，在實施態樣(1)及實施態樣(2)中，該變焦透鏡 22 的焦距 $f(y)$隨著該變數 y 非線性地改變，且非線性度很高，實際上很難實現這樣的變焦透鏡 22，而在實施態樣(3)中，除非該變焦透鏡 14 的高度可以趨近於無限大，否則，該分數階數 $p(y)$的範圍會受到限制，也就是無法達到 $0\le p(y)\le 1$。

【發明內容】

因此，本發明之目的即在提供一種實現分數傅利葉轉換的雷登-維格那顯示系統，容易實現，且可以使分數傅利葉轉換的分數階數從 0 到 1 完整呈現。

於是，本發明雷登-維格那顯示系統包含沿著一第一座標軸排列的一輸入平面、一變焦透鏡及一成像曲面。該輸入平面與該成像曲面之間的距離實質上符合 $F_1\sin(p\pi/2)$，而該變焦透鏡的焦距實質上符合 $F_1\cot(p\pi/4)$。其中，p 沿著一第二座標軸改變，且 $4n+1\le p\le 4n+2$，n 是不小於 0 的整數，而 F_1 是一比例因數。

【實施方式】

有關本發明之前述及其他技術內容、特點與功效，在以下配合參考圖式之二個較佳實施例的詳細說明中，將可清楚地呈現。

參閱圖 6，本發明雷登-維格那顯示系統 6 之第一較佳實施例適用於實現分數傅利葉轉換，且包含沿著一第一座標軸 Z 排列的一輸入平面 61、一變焦透鏡 62 及一成像曲面 63。該輸入平面 61 上的信號沿著一第二座標軸 X 分佈，而分數傅利葉轉換的分數階數 $p(y)$沿著一第三座標軸 Y 線性改變，且滿足式(16)所示的關係：

$$p(y)=c_1+c_2y \qquad \text{式(16)}$$

其中，y 是該第三座標軸 Y 的變數，而 c_1 及 c_2 是實數常數。

根據式(2)及式(3)，該輸入平面 61 與該成像曲面 63 之間的標準化距離 $z_s(y)$及該變焦透鏡 62 的標準化焦距 $f_s(y)$分別如式(17)及式(18)所示：

$$z_s(y)=\frac{z(y)}{F_I}=\sin\left[\frac{\pi p(y)}{2}\right]=\sin\left[\frac{\pi(c_1+c_2y)}{2}\right] \qquad \text{式(17)}$$

$$f_s(y)=\frac{f(y)}{F_I}=\cot\left[\frac{\pi p(y)}{4}\right]=\cot\left[\frac{\pi(c_1+c_2y)}{4}\right] \qquad \text{式(18)}$$

其中，$z(y)$是該輸入平面 61 與該成像曲面 63 之間的距離，$f(y)$是該變焦透鏡 62 的焦距，而 F_I 是該雷登-維格那顯示系統 6 的比例因數。

由於分數傅利葉轉換具有週期特性（shift property），也就是 $F^{p}=F^{p\pm1}$，因此，可以選擇 $m\leq p(y)\leq m+1$（m 是正整數），而不是只能選擇 $0\leq p(y)\leq 1$。根據式(18)，由於 cot 在 $\pi/4\sim\pi/2$ 範圍的非線性度比在 $0\sim\pi/4$ 範圍的非線性度低得多，可以選擇 $4n+1\leq p(y)\leq 4n+2$（n 是整數且 $n\geq 0$），以大幅提高該變焦透鏡 62 的焦距 $f(y)$的線性度。

參閱圖 7，當 $c_1=1$、$c_2=5$、$m=1$ 及 $n=0$ 時，該分數階數 $p(y)$、該標準化距離 $z_s(y)$及該標準化焦距 $f_s(y)$分別如曲線 71~73 所示。與圖 3 及圖 4 相比，圖 7 所示的標準化焦距 $f_s(y)$的線性度較高，使得該變焦透鏡 62 較容易實現，而與圖 5 相比，圖 7 所示的分數階數 $p(y)$從 1 到 2 完整呈現，等同於從 0 到 1 完整呈現。

參閱圖 8，本發明雷登-維格那顯示系統 6 之第二較佳實施例與該第一較佳實施例相似，不同之處在於該變焦透鏡 62 包括二線性變焦子透鏡 621。該二線性變焦子透鏡 621 在 $y=0.05$ 處接合，且每一線性變焦子透鏡 621 的焦距隨著該變數 y 線性改變。本實施例利用片段線性（piecewise linearity）來近似該標準化焦距 $f_s(y)$的曲線，使得該變焦透鏡 62 更容易實現。值得注意的是，該變焦透鏡 62 可以包括一或更多線性變焦子透鏡 621，不以二為限。

參閱圖 9，當該輸入平面上的信號是寬度 1.8mm 的矩形開口，且入射光的波長是 632.8nm 時，雷登-維格那顯示的確切數值模擬結果如圖 9(a)所示，習知的實施態樣(3)所得到的結果如圖 9(b)所示，而本發明之第二較佳實施例所得

到的結果如圖 9(c)所示。相較於習知的實施態樣(3)只能得到有限範圍的雷登-維格那顯示，本發明之第二較佳實施例可以得到完整範圍的雷登-維格那顯示。

參閱圖 10，圖 9(c)與圖 9(a)的相關係數如曲線 81 所示。對於完整範圍的分數階數 $p(y)$而言，該相關係數都非常接近 1，因此本發明可以得到精確度非常高的雷登-維格那顯示。

綜上所述，本發明根據該分數傅利葉轉換的週期特性及 cot 在不同的範圍具有不同的非線性度，選擇 $4n+1 \le p(y) \le 4n+2$（n 是整數且 $n \ge 0$），使得該變焦透鏡 62 較容易實現，且該分數階數 $p(y)$等同於從 0 到 1 完整呈現，確實可以達到本發明的目的。

惟以上所述者，僅為本發明之較佳實施例而已，當不能以此限定本發明實施之範圍，即大凡依本發明申請專利範圍及發明說明內容所作之簡單的等效變化與修飾，皆仍屬本發明專利涵蓋之範圍內。

【圖式簡單說明】

圖 1 說明一種實現分數傅利葉轉換的光學系統；

圖 2 說明一種習知的實現分數傅利葉轉換的雷登-維格那顯示系統；

圖 3 說明圖 2 所示系統的實施態樣(1)的參數設定；

圖 4 說明圖 2 所示系統的實施態樣(2)的參數設定；

圖 5 說明圖 2 所示系統的實施態樣(3)的參數設定；

圖 6 說明本發明雷登-維格那顯示系統之第一較佳實施

例；

圖 7 說明圖 6 所示系統的參數設定；

圖 8 說明本發明雷登-維格那顯示系統之第二較佳實施例；

圖 9 說明三種雷登-維格那顯示：(a)確切的數值模擬結果；(b)圖 2 所示系統的實施態樣(3)所得到的結果；及(c)圖 8 所示系統所得到的結果；及

圖 10 說明圖 9(c)與圖 9(a)的相關係數。

【主要元件符號說明】

6 ……光學系統
61……輸入平面
62……變焦透鏡
621……線性變焦透鏡
63……成像曲面
71~73……曲線
81……曲線

五、中文發明摘要：

本發明提供一種實現分數傅利葉轉換的雷登-維格那顯示系統，容易實現，且可以使分數傅利葉轉換的分數階數從 0 到 1 完整呈現。該雷登-維格那顯示系統包含沿著一第一座標軸排列的一輸入平面、一變焦透鏡及一成像曲面。該輸入平面與該成像曲面之間的距離實質上符合 $F_l \sin(p\pi/2)$，而該變焦透鏡的焦距實質上符合 $F_l \cot(p\pi/4)$。其中，p 沿著一第二座標軸改變，且 $4n+1 \le p \le 4n+2$，n 是不小於 0 的整數，而 F_l 是一比例因數。

六、英文發明摘要：

十、申請專利範圍：

1. 一種雷登-維格那顯示系統，包含：

沿著一第一座標軸排列的一輸入平面、一變焦透鏡及一成像曲面，該輸入平面與該成像曲面之間的距離實質上符合 $F_I \sin(p\pi/2)$，該變焦透鏡的焦距實質上符合 $F_I \cot(p\pi/4)$；

其中，p 沿著一第二座標軸改變，且 $4n+1 \le p \le 4n+2$，n 是不小於 0 的整數，而 F_I 是一比例因數。

2. 依據申請專利範圍第 1 項所述之雷登-維格那顯示系統，其中，該變焦透鏡包括至少一線性變焦子透鏡，每一線性變焦子透鏡的焦距沿著該第二座標軸線性改變。

3. 依據申請專利範圍第 1 項所述之雷登-維格那顯示系統，其中，該輸入平面上的信號沿著一第三座標軸分佈。

4. 依據申請專利範圍第 1 項所述之雷登-維格那顯示系統，其中，p 沿著該第二座標軸線性改變。

5. 依據申請專利範圍第 4 項所述之雷登-維格那顯示系統，其中，該變焦透鏡包括至少一線性變焦子透鏡，每一線性變焦子透鏡的焦距沿著該第二座標軸線性改變。

6. 依據申請專利範圍第 4 項所述之雷登-維格那顯示系統，其中，該輸入平面上的信號沿著一第三座標軸分佈。

十一、圖式

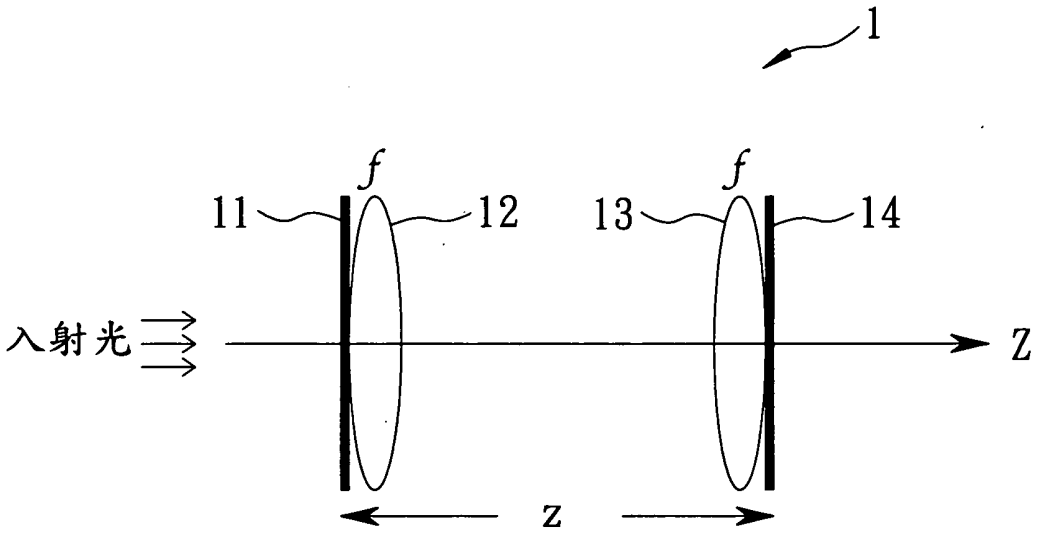


圖1

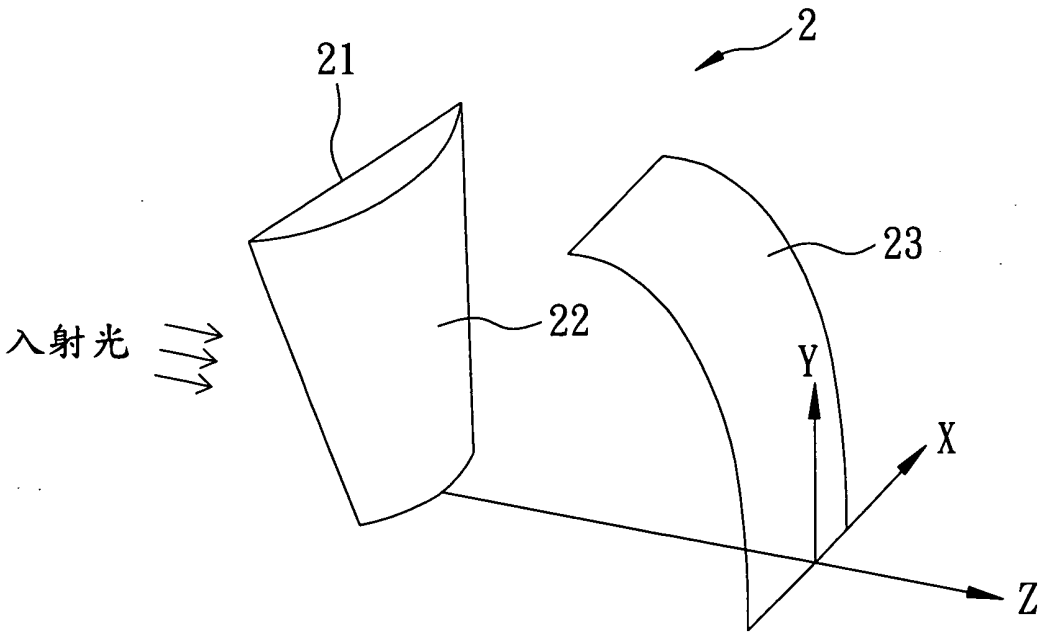


圖2

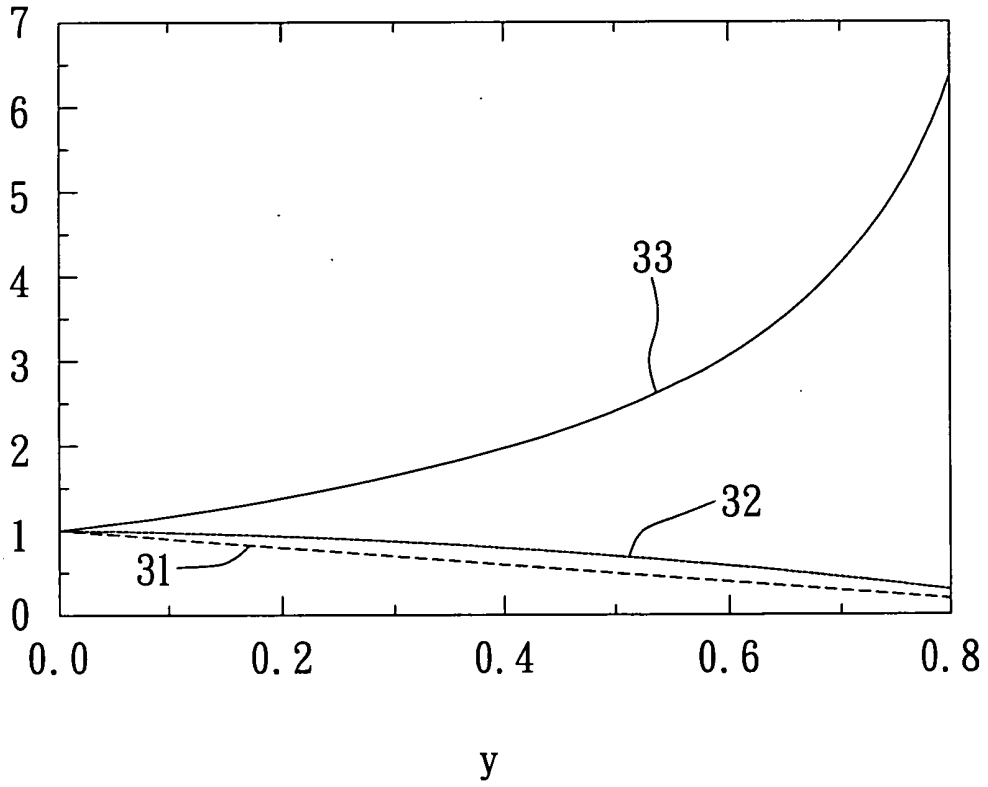


圖3

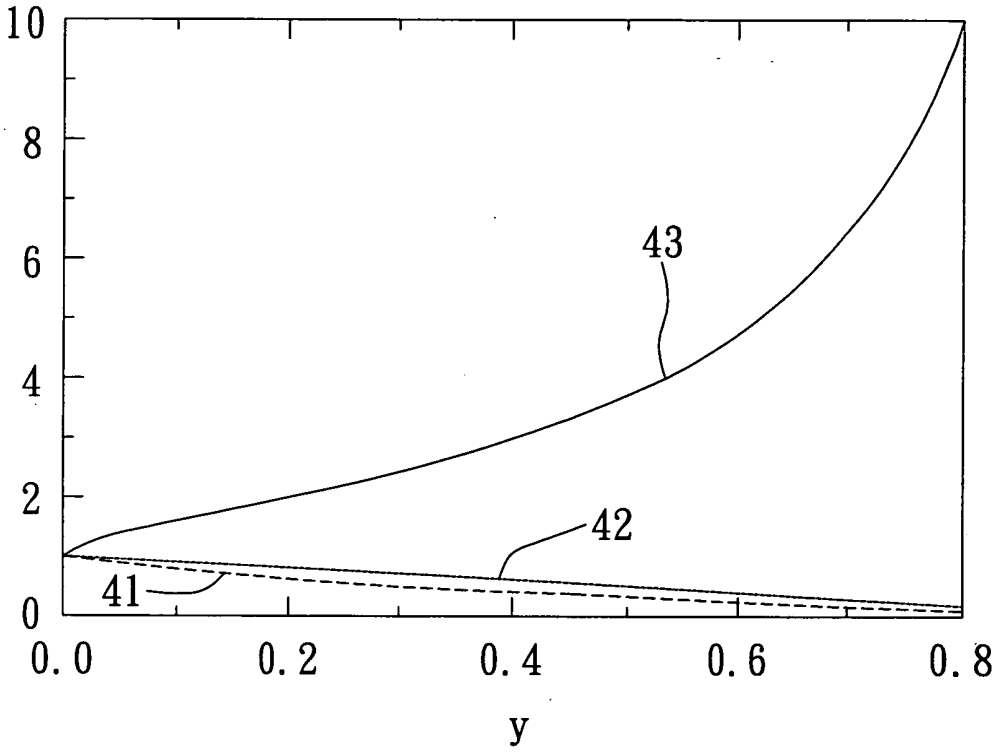


圖4

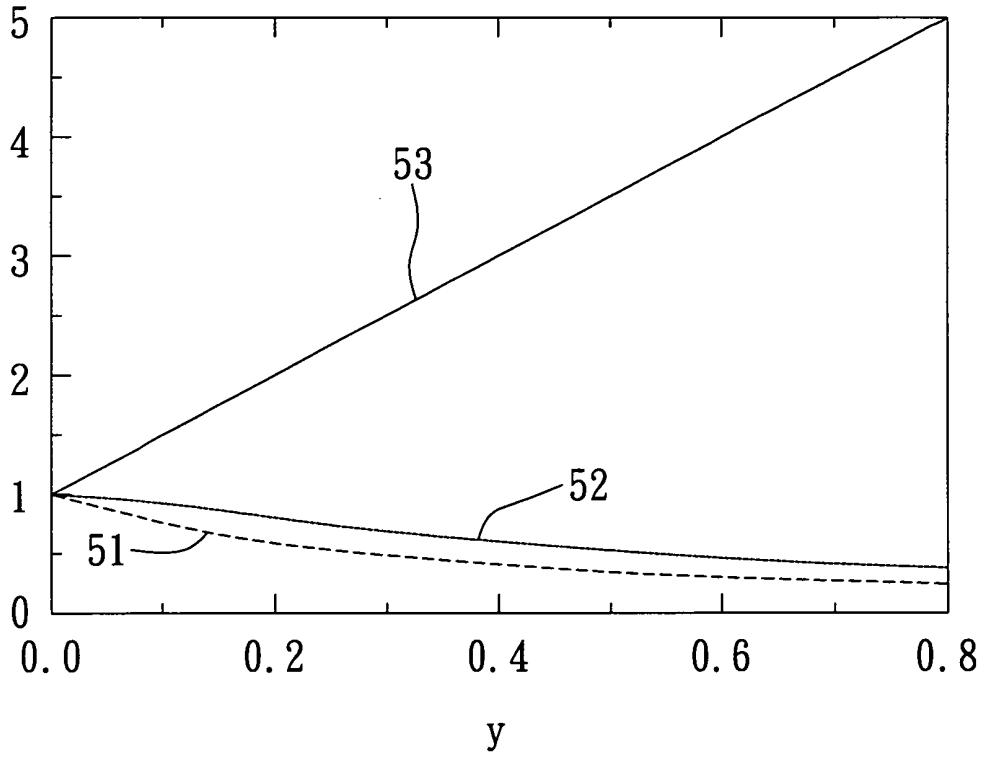


圖5

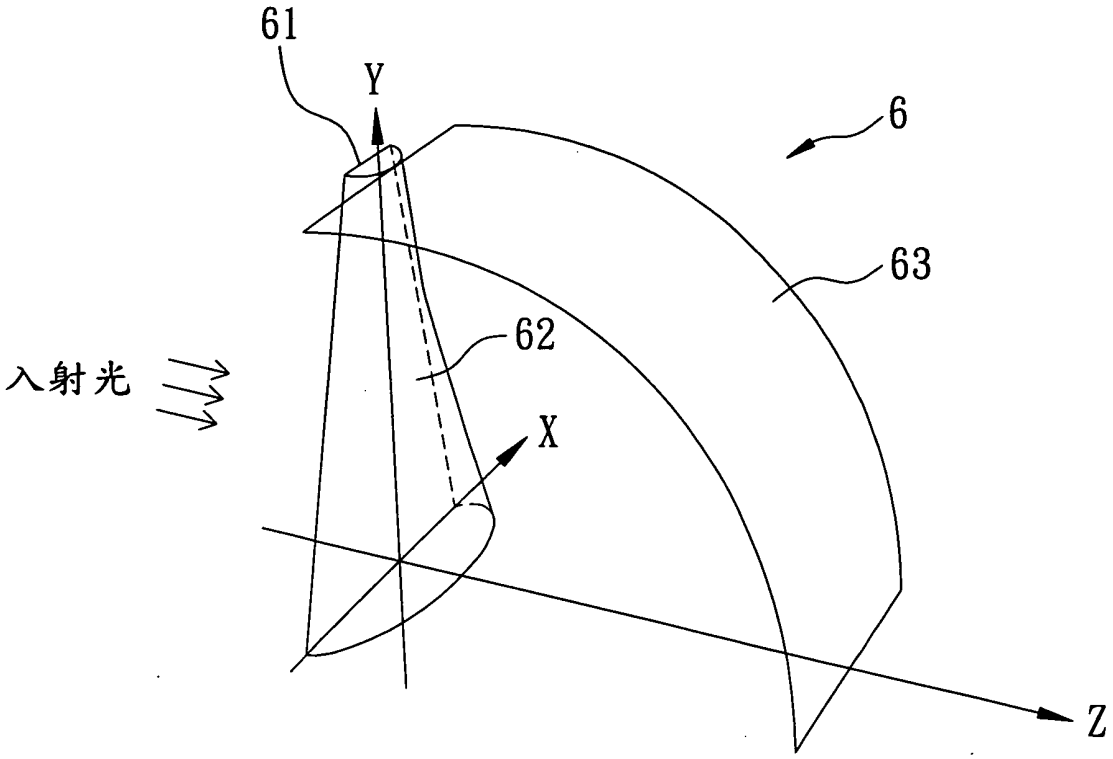


圖6

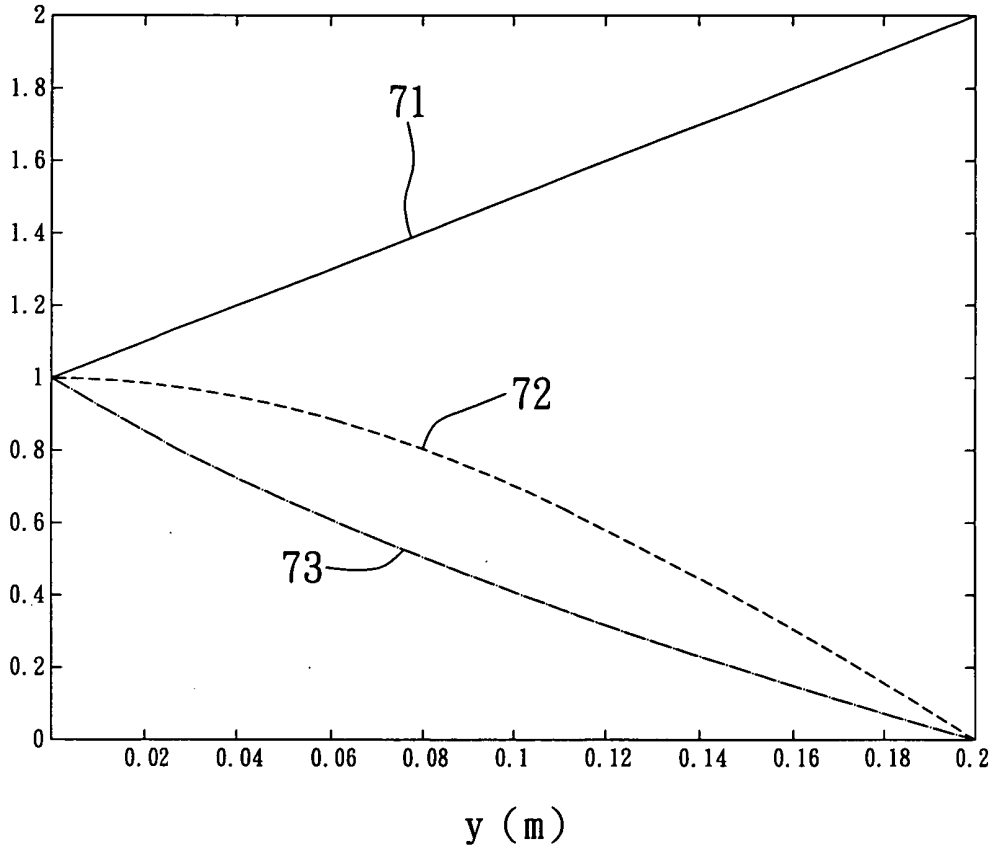

2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.02
0.04
0.06
0.08
0.1
0.12
0.14
0.16
0.18
0.2
71
72
73
y（m）

圖7

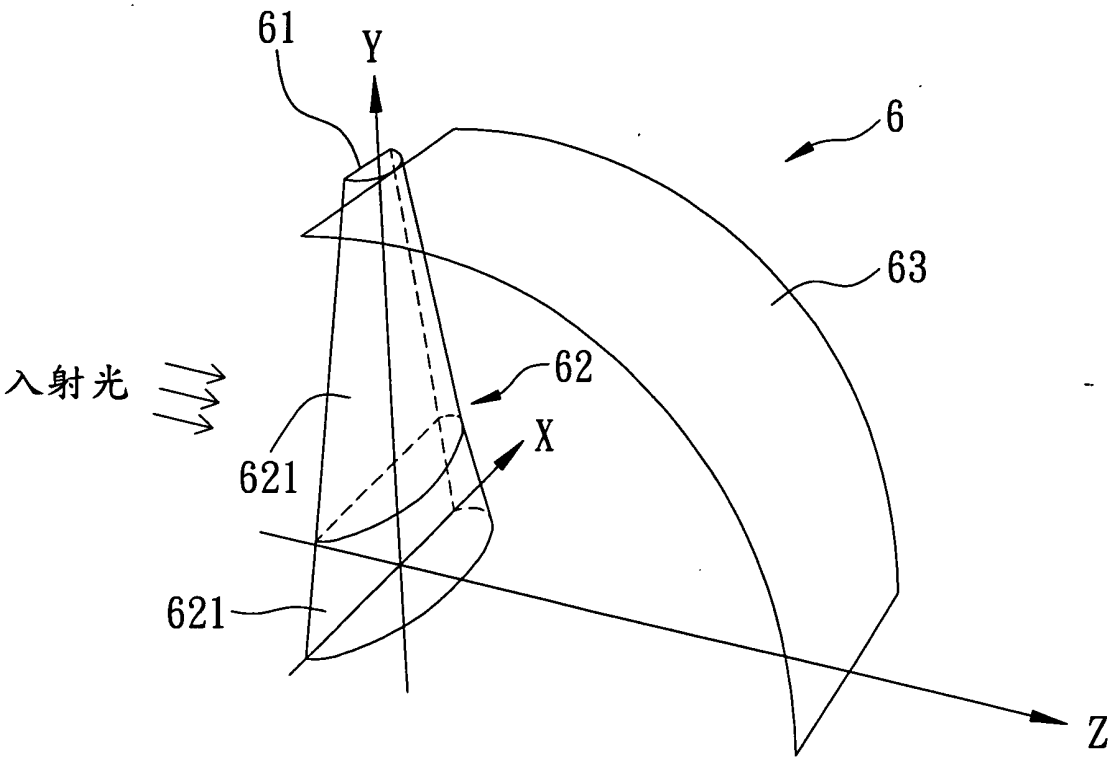
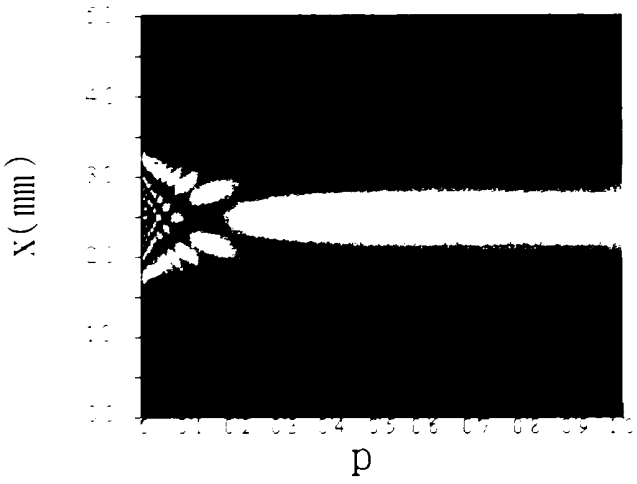
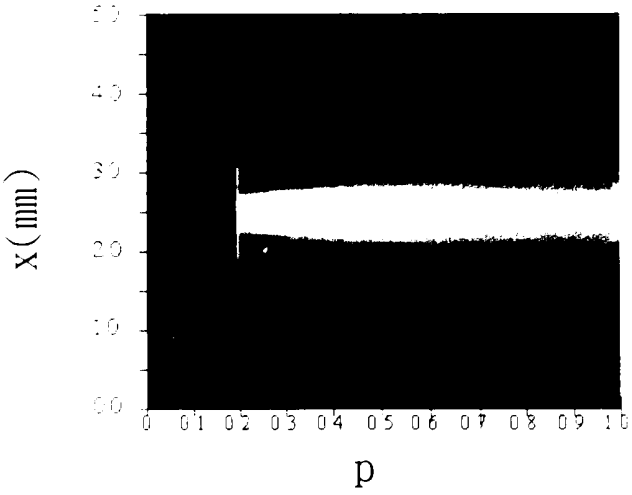


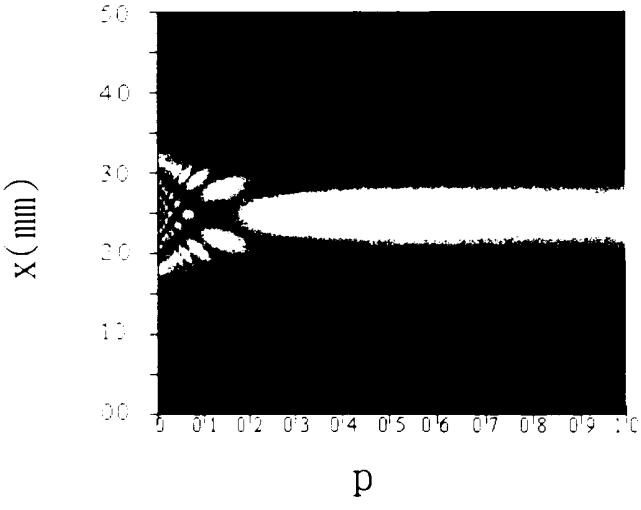
圖8



(a)



(b)



(c)

圖9

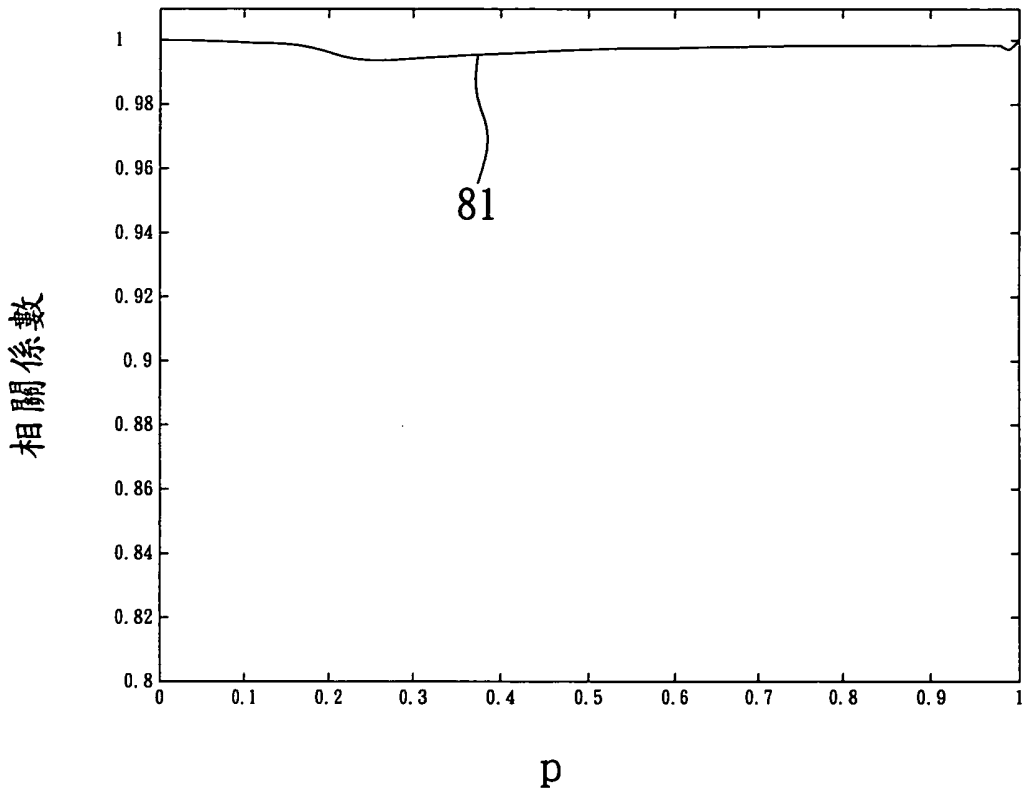

1
0.98
0.96
0.94
0.92
0.9
0.88
0.86
0.84
0.82
0.8
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
81
相關係數
p

圖10

七、指定代表圖：

(一)本案指定代表圖為：第（ 6 ）圖。

(二)本代表圖之元件符號簡單說明：

6……光學系統　　62……變焦透鏡

61……輸入平面　　63……成像曲面

八、本案若有化學式時，請揭示最能顯示發明特徵的化學式：