



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2012-0057326
(43) 공개일자 2012년06월05일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)

G06T 15/00 (2006.01) G06T 5/00 (2006.01)

(21) 출원번호 10-2010-0119004

(22) 출원일자 2010년11월26일

심사청구일자 2010년11월26일

(71) 출원인

고려대학교 산학협력단

서울 성북구 안암동5가 1

(72) 발명자

심병효

서울특별시 용산구 원효로 40, 강변삼성아파트
103동 1002호 (원효로4가)

이혁

경기도 부천시 소사구 송내대로30번길 103, 507
호 (송내동, 서능아파트)

(74) 대리인

이건주, 김정훈

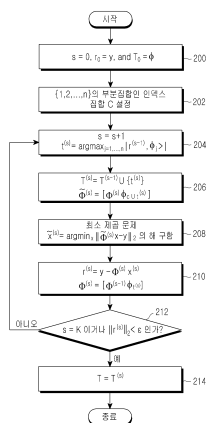
전체 청구항 수 : 총 10 항

(54) 발명의 명칭 L1 최소화 기법을 이용하는 신호 복원 장치 및 방법

(57) 요약

본 발명은 L1-최소화 기법을 이용하여 신호 복원 장치에서 원 신호를 복원하는 방법에 있어서, 상기 L1-최소화 기법에 이용되는 신호 벡터를 구성하는 원소들 중 영이 아닌 원소의 인덱스의 집합인 서포트를 검출하는 과정, 및 상기 검출된 서포트를 이용하여 상기 신호 벡터를 구성하는 원소들의 인덱스들에 가중치를 달리 부여하는 과정을 포함하는 신호 복원 방법을 제안한다. 이로써, 본 발명에 따라 L1-최소화 기법을 사용하면서도 L0-최소화 기법을 사용하는 경우와 유사한 성능의 신호 복원을 기대할 수 있다.

대표도 - 도2



특허청구의 범위

청구항 1

L1-최소화 기법을 이용하여 신호 복원 장치에서 원 신호를 복원하는 방법에 있어서,

상기 L1-최소화 기법에 이용되는 신호 벡터를 구성하는 원소들 중 영이 아닌 원소의 인덱스의 집합인 서포트를 검출하는 과정; 및

상기 검출된 서포트를 이용하여 상기 신호 벡터를 구성하는 원소들의 인덱스들에 가중치를 달리 부여하는 과정을 포함하는 신호 복원 방법.

청구항 2

제1항에 있어서,

상기 가중치를 달리 부여하는 과정은, 상기 서포트로 검출된 인덱스에는 작은 가중치를 부여하고, 상기 서포트로 검출되지 않은 인덱스에는 상대적으로 큰 가중치를 부여함을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

청구항 3

제1항에 있어서,

상기 서포트를 검출하는 과정은 OMP(Orthogonal Matching Pursuit) 알고리즘에 따라 수행되며, 측정 행렬의 열 중에서 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열에 관한 정보를 상기 OMP 알고리즘의 초기 정보로서 이용함을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

청구항 4

제3항에 있어서,

상기 OMP 알고리즘의 최소 제곱 문제 계산과정에서, 상기 측정 행렬의 열 중에서 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열에 관한 정보를 이용함을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

청구항 5

제3항에 있어서,

상기 측정 행렬의 열 중에서 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열의 인덱스 $t^{(s)}$ 는 다음의 수학적식을 이용하여 산출됨을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

$$t^{(s)} = \arg \max_{j=1, \dots, n} |\langle r^{(s-1)}, \phi_j \rangle|$$

여기서, $r^{(s-1)}$ 은 OMP 반복 연산 과정에서 이전 단계에서 사용된 규정 벡터이고, ϕ_j 는 측정 행렬의 j 번째 열을 의미하고, $|\langle r^{(s-1)}, \phi_j \rangle|$ 연산은 두 인수의 상관성의 절대값을 구하는 연산임.

청구항 6

L1-최소화 기법을 이용하여 원 신호를 복원하는 신호 복원 장치에 있어서,

상기 원 신호로부터 샘플링된 데이터를 입력 받아 신호 복원 제어부로 상기 샘플링된 데이터를 전달하는 샘플링 데이터 수집부; 및

상기 샘플링 데이터 수집부로부터 전달 받은 데이터를 이용하여 상기 L1-최소화 기법에 이용되는 신호 벡터를 구성하는 원소들 중 영이 아닌 원소의 인덱스의 집합인 서포트를 검출하고, 상기 검출된 서포트를 이용하여 상기 신호 벡터를 구성하는 원소들의 인덱스들에 가중치를 달리 부여하는 과정을 수행하는 상기 신호 복원 제어부를 포함하는 신호 복원 장치.

청구항 7

제6항에 있어서,

상기 신호 복원 제어부는, 상기 서포트로 검출된 인덱스에는 작은 가중치를 부여하고, 상기 서포트로 검출되지 않은 인덱스에는 상대적으로 큰 가중치를 부여함을 특징으로 하는 신호 복원 장치.

청구항 8

제6항에 있어서,

상기 샘플링 데이터 수집부로부터 상기 신호 복원 제어부에 전달되는 데이터는 측정 행렬 및 측정 벡터를 포함하고,

상기 신호 복원 제어부는, OMP(Orthogonal Matching Pursuit) 알고리즘을 이용하여 상기 서포트를 검출하는 과정을 수행하며, 상기 측정 행렬의 열 중에서 상기 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열에 관한 정보를 상기 OMP 알고리즘의 초기 정보로서 이용함을 특징으로 하는 신호 복원 장치.

청구항 9

제8항에 있어서,

상기 신호 복원 제어부는, 상기 OMP 알고리즘의 최소 제곱 문제 계산과정에서 상기 측정 행렬의 열 중에서 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열에 관한 정보를 이용함을 특징으로 하는 신호 복원 장치.

청구항 10

제8항에 있어서,

상기 신호 복원 제어부는, 상기 측정 행렬의 열 중에서 측정 벡터와 가장 큰 상관성을 갖는 열의 인덱스 $t^{(s)}$ 를 다음의 수학식을 이용하여 결정함을 특징으로 하는 신호 복원 방법.

$$t^{(s)} = \arg \max_{j=1, \dots, n} |\langle r^{(s-1)}, \phi_j \rangle|$$

여기서, $r^{(s-1)}$ 은 OMP 반복 연산 과정에서 이전 단계에서 사용된 규정 벡터이고, ϕ_j 는 측정 행렬의 j 번째 열을 의미하고, $|\langle r^{(s-1)}, \phi_j \rangle|$ 연산은 상관성의 절대값을 구하는 연산임.

명세서

기술 분야

[0001] 본 발명은 압축 센싱(compressed sensing) 기술에 관한 것으로서, 특히 샘플링된 아날로그 신호를 복원하는 데 있어서 L1-최소화 기법을 이용하는 장치 및 방법에 관한 것이다.

배경 기술

[0002] 압축 센싱 기술은 나이퀴스트(Nyquist) 비율 이하로 아날로그 신호를 샘플링하여 이산 시간 신호로 표시하는 기술의 하나이다. 이 기법을 이용하면 아날로그 신호를 기존의 샘플링 방법보다 적은 수의 측정값으로 표현이 가능하며, 획득한 측정값으로부터 본래 아날로그 신호를 완벽하게 복원하거나 작은 오차를 가지고 복원할 수 있다.

[0003] 현재 사용되고 있는 대부분의 디지털 장치는 신호를 복원하여 아날로그 신호를 획득하는데 있어 나이퀴스트 샘플링 이론에 기반하는 방식을 사용한다. 나이퀴스트 샘플링 이론에 의하면 원 신호를 완벽하게 복원하기 위해서는 아날로그 신호 주파수 대역폭의 두 배 이상의 주파수로 샘플링을 해야 한다.

[0004] 나이퀴스트 샘플링 이론은 신호를 완전 무결하게 복원하기 위한 필요충분조건이 아닌, 단순한 충분조건이기 때문에 신호의 특성이 고려되지 않는 단점이 있다. 그런데 3차원(3-dimensional) 영상이나 MRI(Magnetic Resonance Imaging) 등의 바이오 영상 신호 등의 예에서 볼 수 있듯이, 샘플링 해야 하는 데이터의 양이 방대해짐에 따라 나이퀴스트 샘플링 이론에 기반하는 압축 센싱 기술의 효율성에 대한 근본적인 의문이 꾸준히 제기되어 왔다.

[0005] 일반적으로 많은 데이터를 획득하기 위한 시스템에서 측정값과 원 신호(original signal)(즉, 복원하고자 하

는 신호)사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

수학식 1

[0006]

$$y = \Phi x$$

[0007]

상기 수학식 1에서 x 는 원 신호의 벡터, Φ 는 측정 행렬(measurement matrix)이고, y 는 측정 벡터(measurement vector)(즉, 샘플링 된 신호)이다. 즉, 상기 측정 벡터 y 는 원 신호의 샘플링 과정에서 상기 측정 행렬을 이용하여 샘플링된 신호의 측정 벡터이다.

[0008]

압축 센싱 기술에서 주요 관심사는 다음의 수학식 2와 같이 내적(inner product) 연산을 통해 획득되는 측정 벡터 $y \in \mathbb{R}^M$ 로부터 원 신호 $x \in \mathbb{R}^N$ 을 복원하는데 있다.

수학식 2

[0009]

$$y = \langle x, \phi_j \rangle, j = 1, 2, 3, \dots, M$$

[0010]

여기서, ϕ_j 는 측정 행렬 Φ 의 열(column)성분을 나타낸다. 상기 측정 벡터의 크기(열의 개수 M)는 원 신호 벡터의 크기(열의 개수 N)보다 상당히 작다. M 의 크기가 N 보다 작을 경우(즉, $M \ll N$), 측정 벡터와 원 신호 x 의 관계를 표현하는 식인 $y = \Phi x$ 는 과소 결정된(under-determined) 방정식이 된다. 이 경우 주어진 측정 벡터 y 에 대해 하나 이상의 해 x 가 존재하기에 일반적으로 측정 벡터 y 로부터 원 신호 x 를 완벽하게 복원하기 어렵다. 그러나 원 신호 x 가 스파스(sparse; 성긴, 이하 ‘스파스’라 함)한 특성을 가지고 있다면 다음과 같은 L0-최소화(L0-minimization) 기법을 이용하여 원 신호를 완벽하게 복원할 수 있다.

수학식 3

[0011]

$$\min \|x\|_0 \quad \text{subject to} \quad \Phi x = y$$

[0012]

즉, L0-최소화 기법은 $\|x\|_0$ 으로 표현되는 L0-놈(L0-norm, 이하 ‘L0-norm’이라 함)을 최소화하는 기법이다. 여기서, 원 신호 벡터 x ($x \in \mathbb{R}^N$)가 K 개의 영(‘0’) 아닌 엘리먼트(또는 원소)와 $(N-K)$ 개의 영인 엘리먼트로 구성될 때, x 는 K -스파스(K -sparse) 벡터라고 한다.

[0013]

L0-norm은 다음의 수학식 4와 같이 표현할 수 있다.

수학식 4

[0014]

$$\|x\|_0 = \sum_i 1_{\{x_i \neq 0\}}$$

[0015]

L0-norm은 수학적으로 비 볼록 함수(non-convex function)이고 조합의(combinatorial) 형태로 표현되기 때문에, N 이 작은 경우를 제외하면, L0-norm을 최소화 하는 해를 얻어내는 것이 매우 어렵다. 그래서 L0-norm을 L_1 -놈(L1-norm, 이하 ‘L1-norm’이라 함)으로 치환하는 L1-최소화 기법이 제안되었다. L1-최소화 기법은 다음의 수학식 5와 같이 표현된다.

수학식 5

[0016]

$$\min \|x\|_1 \quad \text{subject to} \quad \Phi x = y$$

[0017] 즉, L1-최소화 기법은 $\|x\|_1$ 으로 표현되는 L1-norm을 최소화하는 기법이다. L1-norm은 다음의 수학식 6와 같이 표현할 수 있다.

수학식 6

$$\|x\|_1 = \sum_i |x_i|$$

[0018]

[0019] 상기 L1-norm은 수학적으로 볼록 함수(convex function)이기 때문에 최적화 문제의 해를 비교적 쉽게 구할 수 있다. 하지만 영이 아닌 원소의 개수를 나타내는 L0-norm과 비교할 때 L1-norm은 영이 아닌 원소에 대해 절대 값에 비례하는 가중치가 부여된 결과를 갖기 때문에 신호의 복원 시 성능의 열화가 발생하게 된다.

발명의 내용

해결하려는 과제

[0020] 본 발명은 L1-최소화 기법을 이용하면서도 L0-최소화 기법 대비 신호 복원 시 성능 열화를 보상하는 신호 복원장치 및 그 방법을 제공하고자 한다.

[0021] 또한, 본 발명은 리웨이티드 L1-최소화 기법의 적용시 이용되는 서포트를 우수하게 추정하는 신호 복원장치 및 그 방법을 제공하고자 한다.

[0022] 또한, 본 발명은 서포트 추정의 효과를 향상시키는 개선된 OMP 알고리즘을 적용하는 신호 복원 장치 및 그 방법을 제공하고자 한다.

과제의 해결 수단

[0023] 본 발명은 L1-최소화 기법을 이용하여 신호 복원 장치에서 원 신호를 복원하는 방법에 있어서, 상기 L1-최소화 기법에 이용되는 신호 벡터를 구성하는 원소들 중 영이 아닌 원소의 인덱스의 집합인 서포트를 검출하는 과정; 및 상기 검출된 서포트를 이용하여 상기 신호 벡터를 구성하는 원소들의 인덱스들에 가중치를 달리 부여하는 과정을 포함하는 신호 복원 방법을 제안한다.

[0024] 또한, 본 발명은 L1-최소화 기법을 이용하여 원 신호를 복원하는 신호 복원 장치에 있어서, 상기 원 신호로부터 샘플링된 데이터를 입력 받아 신호 복원 제어부로 상기 샘플링된 데이터를 전달하는 샘플링 데이터 수집부; 및 상기 샘플링 데이터 수집부로부터 전달 받은 데이터를 이용하여 상기 L1-최소화 기법에 이용되는 신호 벡터를 구성하는 원소들 중 영이 아닌 원소의 인덱스의 집합인 서포트를 검출하고, 상기 검출된 서포트를 이용하여 상기 신호 벡터를 구성하는 원소들의 인덱스들에 가중치를 달리 부여하는 과정을 수행하는 상기 신호 복원 제어부를 포함하는 신호 복원 장치를 제안한다.

발명의 효과

[0025] 본 발명의 바람직한 실시예에 따르면, 서포트에 해당하는 인덱스에 작은 가중치를 주는 방식은 리웨이티드 L1-최소화 기법을 통하여 L1-norm과 L0-norm 과의 성능의 차이를 줄일 수 있다.

[0026] 또한, L1-최소화 기법에 사용될 서포트 검출을 위해서 제안되는 개선된 OMP 알고리즘은 상관도가 높은 열 들을 최소 제곱 문제에서 이용함으로써 해당 열의 기여도를 정확하게 추정할 수 있다.

[0027] 따라서, L1-최소화 기법을 이용하면서도 L0-최소화 기법을 사용하는 경우와 유사한 성능의 신호 복원을 기대할 수 있다.

도면의 간단한 설명

[0028] 도 1은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 리웨이티드 L1-최소화 기법의 해 찾기 성능의 우수성을 3차원 도면을 이용하여 비교 설명하는 도면;

도 2는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 개선된 OMP 알고리즘을 설명하는 도면;

도 3은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원장치의 구성을 예시하는 도면;

도 4는 다수의 신호 복원 방법에 따라 신호를 복원하는 경우 스파서티(sparsity; 스파스한 정도) 증가에 따른 최소 제곱 오차를 비교 설명하는 도면;

도 5는 다수의 신호 복원 방법에 따른 신호 복원 시 스파서티 증가에 따른 복원 확률의 변화를 나타내는 도면이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

- [0029] 이하 본 발명의 바람직한 실시예들의 상세한 설명이 첨부된 도면들을 참조하여 설명될 것이다. 도면들 중 동일한 구성들은 가능한 한 어느 곳에서든지 동일한 부호들을 나타내고 있음을 유의하여야 한다.
- [0030] 하기에서 본 발명을 설명함에 있어 관련된 공지 기능 또는 구성에 대한 구체적인 설명이 본 발명의 요지를 불필요하게 흐릴 수 있다고 판단되는 경우에는 그 상세한 설명을 생략할 것이다. 그리고 후술되는 용어들은 본 발명에서의 기능을 고려하여 정의된 용어들로써 이는 사용자, 운용자의 의도 또는 관례 등에 따라 달라질 수 있다. 그러므로 그 정의는 본 명세서 전반에 걸친 내용을 토대로 내려져야 할 것이다.
- [0031] 본 발명의 바람직한 실시예는 L1-최소화 기법에 이용되는 원 신호 벡터의 원소 중 절대 값의 크기가 큰 원소 (또는 상기 원소를 나타내는 인덱스)에 작은 가중치를 부여하여 L0-최소화 기법과 유사한 복원 성능을 얻을 수 있는 기법(이하, 리웨이티드 L1-최소화 알고리즘)을 제안한다.
- [0032] 영 아닌 모든 원소들을 '1' 로 취급하는 상기 L0-최소화 기법과 비교할 때, 상기 L1-최소화 기법이 갖는 성능의 열화는 영 아닌 원소들에 대해 그 원소의 절대값을 최소화 계산에 이용한다는 점에 기인한다. 다시 말하면, L1-최소화 기법에서 신호 벡터의 영 아닌 원소들의 절대값은 균일하지 않으며, 작은 절대값의 원소에 비해 큰 절대값의 원소는 L1-norm의 최소화보다 나쁜 영향을 준다. 그리고, 상기 L1-norm 최소화에 대한 나쁜 영향은 신호 복원 성능의 열화를 초래한다. 그러므로, 본 발명의 바람직한 실시예는 원 신호의 벡터 x 에서 절대값이 큰 원소(또는 인덱스)에 대하여 L0-norm과 L1-norm 간의 차이를 보정하기 위한 가중치를 다시 부여함으로써, L0-최소화 기법에 근접하는 성능의 신호 복원 효과를 얻고자 한다.
- [0033] 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 리웨이티드(reweighted; 가중치가 다시 부여된, 이하 '리웨이티드' 라 함) L1-최소화 기법은 다음 수학식 7과 같이 표현할 수 있다.

수학식 7

$$\min \sum_{i=1}^N \omega_i |x_i| \quad \text{subject to } \Phi x = y$$

- [0034]
- [0035] 여기서, $\omega_i (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 는 양의 값으로서, 신호 벡터의 각 원소(또는 인덱스)에 부여되는 가중치를 나타낸다. 바람직하게는, 상기 가중치 ω_i 를 신호 벡터 x 를 구성하는 각 원소 x_i 의 절대값의 크기에 반비례하도록 부여함으로써, L1-norm과 L0-norm 간의 차이를 효과적으로 보정하여 우수한 신호 복원 효과를 얻을 수 있다.
- [0036] 본 발명의 또 다른 바람직한 실시예는 서포트로 검출된 인덱스(또는 상기 인덱스가 가리키는 원소, 이하 같음)와 그렇지 않은 인덱스에 가중치를 달리 부여하는 방법으로 구현될 수도 있다. 보다 구체적으로, 본 발명의 상기 실시예는 서포트로 검출된 인덱스에는 작은 가중치를 부여하고, 서포트로 검출되지 않은 인덱스에 보다 큰 가중치를 부여하는 방식으로 응용될 수 있다.
- [0037] 본 발명에서 사용하는 용어 '서포트(support)'는 추정 과정에 의해서 산출하는 영 아닌 원소의 인덱스 집합을 의미한다. 상기 서포트는 영이 아닌 원소들만의 인덱스를 포함할 확률이 높으므로, 상기 서포트로 검출된 인덱스에는 작은 가중치를 부여한다. 또한, 서포트로 검출되지 않은 인덱스는 영인 원소를 포함할 확률이 높으므로 서포트로 검출된 원소에 비해 상대적으로 큰 가중치를 부여한다. 이와 같은 방식으로 검출된 서포트에 따라 가중치를 부여함으로써, 각 원소의 절대값의 크기에 반비례하는 가중치를 부여하는 경우와 동일한 신호 복원 효과를 얻을 수 있다.
- [0038] 도 1은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 리웨이티드 L1-최소화 기법의 해 찾기 성능의 우수성을 3차원 도형

을 이용하여 비교 설명하는 도면이다.

[0039] 도 1(a)는, $x \in \mathbb{R}^3$ 일 때, 일반적인 L1-최소화 기법을 만족하는 영역을 나타내는 3차원 입체 도형(L1-볼; L1-ball)(100)과, $\Phi x = y$ 을 만족하는 영역을 나타내는 직선(120)을 도시하고 있다. 도 1(a)에서 L1-볼(100)과 직선(120)은 매우 많은 지점에서 교차하는데, 이는 $\Phi x = y$ 조건과 $\|x\|_1 < \|x_0\|_1$ 조건을 만족하는 해 x 가 x_0 (102)외에도 매우 많이 존재함을 의미한다. 따라서, 신호 복원 과정에서 구해지는 해 x 가 x_0 가 아닐 확률은 매우 높다(예를 들어, x^* (104)와 같은 해가 구해질 것이다).

[0040] 한편, 도 1(b)는, $x \in \mathbb{R}^3$ 일 때, 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 리웨이티드 L1-최소화 기법을 만족하는 영역을 나타내는 3차원 입체 도형(L1-볼)(110)과, $\Phi x = y$ 을 만족하는 영역을 나타내는 직선(120)을 도시하고 있다. 도 1(b)에서 L1-볼(110)과 직선(120)은 단 하나의 지점(즉, x_0 (112))에서만 교차하는데, L1-볼(100)과 달리 L1-볼(110)은 신호 벡터를 구성하는 원소가 서포트에 속해 있는지 여부에 따라 서로 다른 가중치가 적용되어 그 입체적 형상이 변형되었기 때문이다. $\Phi x = y$ 조건을 만족하는 해는 x_0 밖에 없으며, $\|\omega x\|_1 < \|\omega x_0\|_1$ 을 만족하는 어떠한 해도 존재하지 않는다. 즉, L1-최소화 기법에 있어서 본 발명의 바람직한 실시예에 따라 가중치를 부여하게 되면 원 신호 x_0 를 해로서 구할 확률이 매우 높아진다.

[0041] 따라서, 리웨이티드 L1-최소화 기법을 이용하여 신호 복원 시 성능을 높이기 위해서는, 절대값의 위치가 클 것으로 예상되는 원소들의 위치 또는 영이 아닌 원소의 위치를 보다 정확하게 추정하는 것이 필요하다.

[0042] 본 발명의 바람직한 실시예는 절대값의 크기가 클 것으로 예상되는 원소 위치를 추정하기 위하여, 그리고 영이 아닌 원소의 위치를 나타내는 인덱스의 집합인 서포트를 효과적으로 검출하기 위하여, 개선된(modified) Orthogonal Matching Pursuit(OMP) 알고리즘을 이용한다.

[0043] 보다 구체적으로, 본 발명의 바람직한 실시예는 개선된 OMP 알고리즘에서 영 아닌 원소들의 인덱스 집합인 서포트의 검출 성능을 높이기 위하여, 측정 벡터 y 와 상관성이 높은 측정 행렬 Φ 의 열들을 나타내는 인덱스의 집합을 서포트로 판단하고 최소 제곱 문제(Least Squares Problem) 단계에 활용한다.

[0044] 서포트 검출은 측정 벡터 y 로부터 복원하려는 원 신호 벡터 x 의 원소 중에서 영 아닌 원소의 위치를 찾는 것을 말한다. 상기하였듯이, $y = \Phi x$ 이고, 가정에 의해 원 신호 x ($x \in \mathbb{R}^N$)가 K-스파스 벡터이기 때문에 벡터 Φx 는 측정 행렬 Φ 의 K개 열에 의해 스패(span)하는 공간에 속하게 된다. 이때, 서포트 검출을 위한 최적화 문제는 다음의 수학식 8과 같이 표현할 수 있다.

수학식 8

$$I = \arg \max_{J: |J|=K} \|\mathbf{P}_{J_y}\|_2$$

[0046] 여기서, J는 집합 $\{1, 2, \dots, N\}$ 의 부분집합이고, $|J|$ 는 부분집합 J의 카디널리티(cardinality; 기수)를 의미하고, $\mathbf{P}_{J_y}$ 는 측정 벡터 y 의 $\{\phi_j | j \in J\}$ 에 의해 스패되는 공간으로의 직교(orthogonal) 정사영(projection; 또는 투영)이다. 또한, $\|\mathbf{P}_{J_y}\|_2$ 는 에너지를 추정하기 위해 사용되는 L₂-놈(L2-norm) 연산을 의

$$\|\mathbf{P}_{J_y}\|_2 = \left(\sum |p_{j_y}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

으로 표현될 수 있다.

[0047] 따라서, 상기 수학식 8의 I는 측정 벡터 y 를 정사영 했을 때 측정 행렬 Φ 의 열 중에서 가장 큰 에너지를 포함하는 K개의 인덱스 집합을 의미한다.

[0048] 그런데, 원 신호 x 는 $x \in \mathbb{R}^N$ 이고, 상기 벡터 Φx 는 측정 행렬 Φ 의 K개 열에 의해 스패(span)하는 공간에 속하므로, 상기 벡터 Φx 는 조합의 수 ${}_NC_K$ 가지의 부분집합이 가능하다. 따라서, 최적의 I 를 찾기 위한 후보

의 수가 N과 k의 증가에 따라 지수적으로 증가한다는 어려움이 있다.

[0049] 이에 본 발명의 바람직한 실시예는 최적의 I를 구하기 위한 연산을 일정 조건을 만족할 때까지 반복하되, 서포트 검출 성능을 높이기 위하여 초기 인덱스 정보를 이용하는 개선된 OMP 알고리즘을 제안한다.

[0050] 도 2는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 개선된 OMP 알고리즘을 설명하는 도면이다.

[0051] 200 단계에서, 반복 회수를 나타내는 s는 0으로 설정하고, 알고리즘 동작 과정에서 연산용 벡터로 사용되는 규정(regularized) 벡터 r의 초기치 r_0 는 측정 벡터 y로 설정하며, 서포트 셋(set) T의 초기치 T_0 는 공집합($\emptyset$)으로 설정한다.

[0052] 202 단계에서, 집합 C는 전체 인덱스 집합 $\{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합으로 설정하되, $u = \Phi^T y$ 로 표현되는 벡터 u의 원소들의 절대값 중 상위 $(1-\alpha)k$ 번째 절대값 이상의 절대값을 갖는 인덱스들을 포함하는 부분집합으로 설정한다. 상기 α ($0 < \alpha \leq 1$) 값을 임계값으로 조절함으로써, 최적의 서포트 검출을 위한 반복 연산에서의 인덱스의 부분 집합 범위를 원소의 절대값 크기의 상대적 위치로 조절할 수 있다.

[0053] 204 단계에서, 상기 반복 회수 s를 1 증가시키고, 측정 행렬의 열 중에서 규정 벡터 r과 상관성이 가장 높은 인덱스에 해당하는 열 $\emptyset_{t(s)}$ 를 다음 수학적식을 이용하여 구한다. 이로써, 본 발명의 바람직한 실시예는 측정 행렬 Φ 의 열 중에서 측정 벡터($y = r_0$)와 가장 큰 상관성을 갖는 열을 초기 서포트 정보로 이용한다.

수학적식 9

[0054]
$$t^{(s)} = \arg \max_{j=1, \dots, n} |\langle r^{(s-1)}, \emptyset_j \rangle|$$

[0055] 206 단계에서, 새로운 서포트 셋 $T^{(s)}$ 과, 임시 측정 행렬 $\widetilde{\Phi}^{(s)}$ 를 다음의 수학적식을 이용하여 구한다.

수학적식 10

[0056]
$$T^{(s)} = T^{(s-1)} \cup \{t^{(s)}\}$$

수학적식 11

[0057]
$$\widetilde{\Phi}^{(s)} = [\Phi^{(s)} \emptyset_{t \in T^{(s)}}]$$

[0058] 상기 수학적식 11에서 보이듯이, 상기 임시 측정 행렬 $\widetilde{\Phi}^{(s)}$ 은 규정 벡터 r과 상관성이 높은 것으로 결정된 열 $\emptyset_{t(s)}$ 과 인덱스 집합 C에 해당 하는 열들을 결합하여 만들어 진다.

[0059] 208 단계에서, 다음 수학적식을 이용하여 최소 제곱 문제의 해 $\widetilde{x}^{(s)}$ 를 구한다.

수학적식 12

[0060]
$$\widetilde{x}^{(s)} = \arg \min_x \|\widetilde{\Phi}^{(s)} x - y\|_2$$

[0061] 210 단계에서, 다음의 수학적식 13과 같이 측정 벡터 y로부터 추정된 벡터 x의 영향(contribution)을 제거하여 새로운 규정 벡터 $r^{(s)}$ 를 구한다. 이렇게 함으로써, 상관성이 가장 큰 열 $\emptyset_{t(s)}$ 에 의해 영향 성분을 제외하고, 다음으로 큰 영향을 제공하는 열에 대한 정보를 다음 반복 연산 과정에서 구할 수 있다.

수학식 13

[0062]

$$\mathbf{r}^{(s)} = \mathbf{y} - \Phi^{(s)} \mathbf{x}^{(s)}$$

[0063]

또한, 새로운 측정 벡터 $\Phi^{(s)}$ 를 이전 측정 벡터와 규정 벡터 $\mathbf{r}$ 과 상관성이 높은 것으로 결정된 열 $\Phi_{t^{(s)}}$ 를 이용하여 다음 수학식 14와 같이 계산한다.

수학식 14

[0064]

$$\Phi^{(s)} = [\Phi^{(s-1)} \Phi_{t^{(s)}}]$$

[0065]

212 단계에서는, 반복 연산의 중지를 위한 미리 정해진 조건의 만족 여부를 검사한다. 상기 미리 정해진 조건은 예를 들어, 반복 회수 s 가 K 와 동일하거나 또는 현재의 규정 벡터 $\mathbf{r}^{(s)}$ 의 L2-놈($\|\mathbf{r}^{(s)}\|_2$)이 미리 정해진 값(ϵ) 이하 인지 여부가 될 수 있다. 상기 반복 연산의 중지 조건 검사 결과가 참인 경우 214 단계로 진행하고, 거짓인 경우에는 상기 204 단계로 진행하여 반복 연산을 계속한다.

[0066]

214 단계에서는, 서포트 셋인 $T^{(s)}$ 를 현재의 서포트의 검출 결과로 출력한다.

[0067]

상기 반복 연산 과정에서 가장 큰 상관성을 나타낸 열의 순서로 상기 서포트 셋 $T_{(s)}$ 에 저장된다. 여기서, 가장 큰 상관성을 나타낸 열에 해당하는 원소가 가장 큰 절대값을 가진다고 추정할 수 있다. 따라서, 서포트 셋으로부터 영 아닌 원소의 절대값의 상대적인 크기도 추정이 가능하다.

[0068]

본 발명의 바람직한 실시예는 상기의 개선된 OMP 알고리즘에 의해 출력되는 서포트를 이용하여 리웨이티드 L1-최소화 기법을 적용한다. 이렇게 함으로써, 서포트를 보다 정확하게 추정할 수 있고, 상기 추정된 결과에 근거하여 리웨이티드 L1-최소화 기법을 적용하므로, 우수한 신호 복원 성능을 기대할 수 있게 된다.

[0069]

상기 도 2가 예시하는 동작의 흐름도는 본 발명의 권리범위를 한정하기 위한 목적이 아님을 유의해야 한다. 즉, 상기 과정 중에서, 200 내지 214의 동작은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원장치에서 동작하는 구성을 예시하는 것일 뿐이며, 반드시 모든 과정이 포함되어야 구현 가능함을 한정하거나, 특정 연산 또는 수학식에 의해서 수행되어야만 함을 한정하지 않는다.

[0070]

상기 도 2에서 설명한 동작은 해당 프로그램 코드를 저장한 메모리 장치를 신호 복원장치의 제어부 내에 위치하는 임의의 구성부에 구비함으로써 실현될 수 있다. 즉, 제어부는 메모리 장치 내에 저장된 프로그램 코드를 프로세서 혹은 CPU(Central Processing Unit)에 의해 읽어내어 실행함으로써 앞서 설명한 동작을 실행할 수 있다.

[0071]

도 3은 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원장치의 구성을 예시하는 도면이다.

[0072]

본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원장치는 샘플링 데이터 수집부(300) 및 신호 복원 제어부(302)를 포함한다.

[0073]

상기 샘플링 데이터 수집부는 신호 복원장치로 입력되는 다양한 형식의 샘플링된 데이터를 수집하여 상기 신호 복원 제어부(302)로 전달한다. 선택적으로, 상기 샘플링된 데이터는 나이퀴스트 샘플링 이론에 기반하여 샘플링된 신호일 수 있다. 즉, 상기 샘플링 데이터 수집부(300)는 신호 복원 제어부(302)로 상기의 측정 벡터($\mathbf{y}$)가 될 수도 있고, 신호의 샘플링 과정에서 사용한 측정 행렬(Φ)과 같은 데이터일 수도 있다.

[0074]

상기 신호 복원 제어부(302)는 입력 받은 측정 행렬 또는 측정 벡터를 이용하여 상기 설명한 리웨이티드 L1-최소화 기법과 개선된 OMP 알고리즘에 따른 동작을 수행하고 신호를 복원한다.

[0075]

상기 설명한 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 신호 복원장치는 x-레이(x-ray) 등을 이용하여 3차원 영상을 제공하는 장치나, MRI 장치와 같이 샘플링된 신호로부터 원래의 신호를 복원하고자 하는 모든 분야의 디지털 장치에 적용될 수 있다.

[0076]

도 4 및 도 5는 컴퓨터 모의 실험을 통하여 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 방법의 복원 성능이 기존에 알

려진 복원 기법에 비해 최소 제곱 오차(mean square error; MSE) 및 복원 확률(recovery probability)관점에서 우수한 성능을 나타냄을 설명하는 도면이다.

[0077] 도 4는 다수의 신호 복원 방법에 따라 신호를 복원하는 경우 스파서티(sparsity; 스파스한 정도) 증가에 따른 최소 제곱 오차를 비교 설명하는 도면이다.

[0078] 도 4에서 나타내는 최소 제곱 오차는 원 신호의 크기가 256($N=256$)이고 다양한 스파서티(sparsity) 조건을 만족하는 벡터를 이용하여 실험한 결과이다. 이때 K 개의 스파스한 원소의 위치는 랜덤하게 선택하였고, 측정 행렬 Φ 은 $M \times N$ 독립 가우시안 분포의 행렬을 사용하였다(이때, $M=100$). 이때 본 발명은 서포트와 서포트가 아닌 인덱스에 가중치를 달리 부여하는 방식 및 개선된 OMP 알고리즘을 적용하는 실시예가 적용되었다.

[0079] 식별번호 400으로 표시된 그래프는 일반적인 MP(Matching Pursuit) 알고리즘에 따른 성능이고, 402로 표시된 그래프는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 성능이고, 404로 표시된 그래프는 일반적인(가중치가 부여되지 않은) $L1$ -최소화 기법에 따른 성능이며, 406으로 표시된 그래프는 일반적인 OMP(Orthogonal Matching Pursuit) 알고리즘에 따른 성능이고, 408으로 표시된 그래프는 $L1$ MAGIC 알고리즘에 따른 성능이다. 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 방법(402)은 실험한 모든 구간에서 가장 우수한 최소 제곱 오차(MSE) 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다. 특히 스파서티가 증가할수록 성능 개선은 더욱 커짐을 알 수 있다.

[0080] 도 5는 다수의 신호 복원 방법에 따른 신호 복원 시 스파서티 증가에 따른 복원 확률의 변화를 나타내는 도면이다.

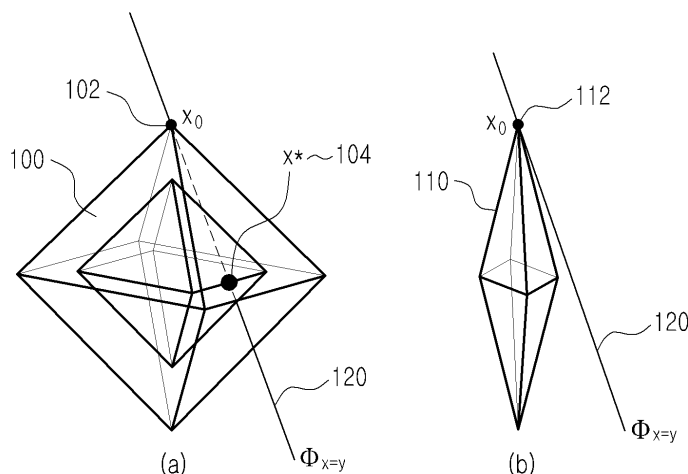
[0081] 도 5의 실험 결과는 상기 도 4에서의 실험과 동일한 조건하에서 수행되었다.

[0082] 식별번호 500으로 표시된 그래프는 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 복원 확률을 나타내고, 502로 표시된 그래프는 일반적인 OMP 알고리즘에 따른 복원 확률을 나타내며, 504로 표시된 그래프는 일반적인 MP 알고리즘에 따른 복원 확률을 나타낸다. 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 방법(500)은 실험한 모든 구간에서 가장 복원 확률 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다. 특히, 본 발명의 바람직한 실시예에 따른 방법은, 스파서티가 증가할 때(스파서티가 45 이상일 때), OMP 알고리즘(502)에 비해 유리한 성능을 보여주는 MP 알고리즘(504)보다도 우수한 복원성능을 보여주고 있음을 확인할 수 있다.

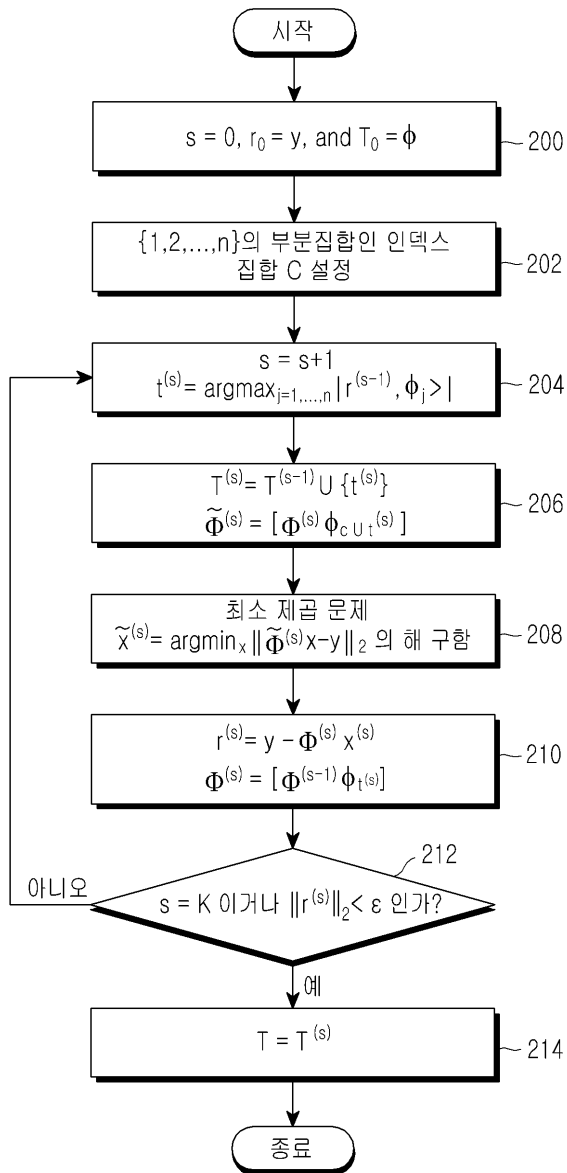
[0083] 한편 본 발명의 상세한 설명에서는 구체적인 실시 예에 관해 설명하였으나, 본 발명의 범위에서 벗어나지 않는 한도 내에서 여러 가지 변형이 가능함은 물론이다. 그러므로 본 발명의 범위는 설명된 실시 예에 국한되어 정해져서는 안되며 후술하는 특허청구의 범위뿐만 아니라 이 특허청구의 범위와 균등한 것들에 의해 정해져야 한다.

도면

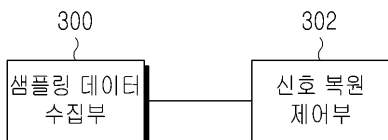
도면1



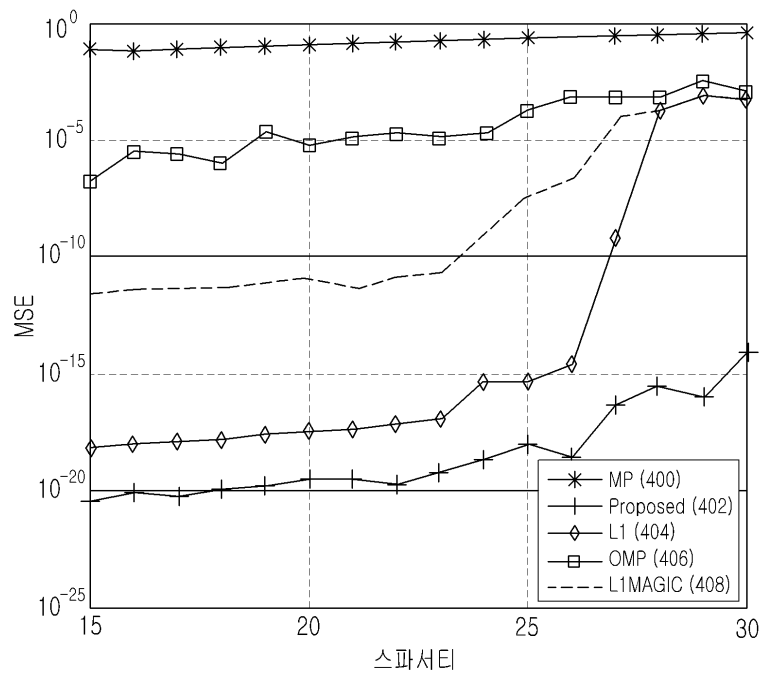
도면2



도면3



도면4



도면5

