

(19) 中华人民共和国国家知识产权局



(12) 发明专利申请

(10) 申请公布号 CN 103562850 A

(43) 申请公布日 2014. 02. 05

(21) 申请号 201280024130. 8

(51) Int. Cl.

(22) 申请日 2012. 01. 31

G06F 7/00 (2006. 01)

(30) 优先权数据

61/487, 104 2011. 05. 17 US

(85) PCT国际申请进入国家阶段日

2013. 11. 18

(86) PCT国际申请的申请数据

PCT/US2012/023296 2012. 01. 31

(87) PCT国际申请的公布数据

W02012/158218 EN 2012. 11. 22

(71) 申请人 埃克森美孚上游研究公司

地址 美国德克萨斯州

(72) 发明人 S·马利亚索夫

(74) 专利代理机构 北京纪凯知识产权代理有限

公司 11245

代理人 赵蓉民

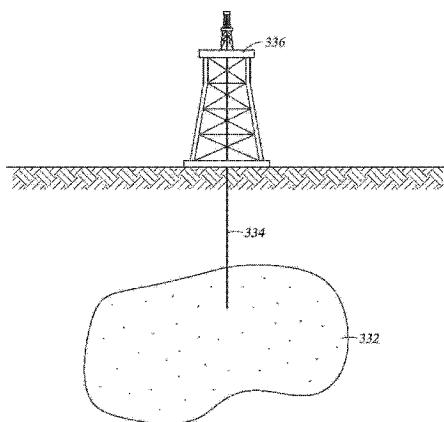
权利要求书3页 说明书12页 附图12页

(54) 发明名称

用于在井存在的条件下分割并行储层仿真的方法

(57) 摘要

本发明公开一种用于分割代表烃储层的网格的方法。网格由多个单元构成。创建节点和边缘的连接性图。多个单元中的每个由节点代表。边缘连接相邻节点。指定不应由分割算法切割的边缘。由指定边缘连接的节点归并成超节点。用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘。连接性图与超节点和替代边缘一起用来分割网格。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。



1. 一种分割代表烃储层的网格的计算机实施方法,所述网格由多个单元组成,所述方法包括:

创建节点和边缘的连接性图,其中所述多个单元中的每个由节点代表,并且其中边缘连接相邻节点;

指定不应由分割算法切割的边缘;

将由所指定边缘连接的节点归并成超节点;

用连接非归并节点与所述超节点的第二边缘替代连接归并节点和所述非归并节点的第一边缘;以及

将所述连接性图与所述超节点和所替代的边缘一起用来分割所述网格,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

2. 根据权利要求 1 所述的方法,进一步包括:

分配权重到所述连接性图中的节点;以及

分配权重到所述超节点,该权重与分配到归并形成所述超节点的所述节点的权重关联。

3. 根据权利要求 2 所述的方法,其中分配到所述超节点的所述权重是分配到归并形成所述超节点的所述节点的所述权重的函数。

4. 根据权利要求 3 所述的方法,其中所述函数是分配到归并形成所述超节点的所述节点的所述权重之和。

5. 根据权利要求 1 所述的方法,进一步包括:

分配边缘权重到所述连接性图中的边缘,其中当与所述第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到所述超节点的一个节点时,所述第二边缘的边缘权重与所述第一边缘的边缘权重相同。

6. 根据权利要求 5 所述的方法,其中所述归并节点是第一归并节点,并且进一步包括第二归并节点,以及

连接所述非归并节点到所述第二归并节点的第三边缘,其中用第二边缘替代所述第一边缘进一步包括用所述第二边缘替代所述第一和第三边缘,所述方法进一步包括:

分配边缘权重到所述第二边缘,所述边缘权重与所述第一边缘的所述边缘权重和所述第三边缘的边缘权重关联。

7. 根据权利要求 6 所述的方法,其中分配到所述第二边缘的所述边缘权重是分配到所述第一边缘和所述第三边缘的所述权重的函数。

8. 根据权利要求 7 所述的方法,其中所述函数是分配到所述第一边缘和所述第三边缘的所述权重之和。

9. 根据权利要求 1 所述的方法,其中在所述连接性图中的所述节点和所述边缘中的至少一个代表井,并且其中所述指定边缘代表所述井的部分。

10. 根据权利要求 1 所述的方法,其中在所述连接性图中的所述节点和所述边缘中的至少一个代表近井区域,并且其中所述指定边缘代表所述近井区域的部分。

11. 根据权利要求 1 所述的方法,进一步包括:

使用已分割网格预测在所述地下储层中烃的存在、位置和量中的至少一个;以及

基于所述预测从所述地下储层开采烃。

12. 一种分割矩阵的计算机实施方法,所述矩阵由在多个行中排列的多个元素构成,所述方法包括:

 创建节点和边缘的连接性图,其中每个节点代表所述矩阵的所述多个行中的一个,每个边缘代表所述矩阵的所述多个元素中的一个,并且其中边缘连接相邻节点;

 指定不应由分割算法切割的边缘;

 将由所指定边缘连接的节点归并到超节点;

 用连接非归并节点与所述超节点的第二边缘替代连接归并节点和所述非归并节点的第一边缘;以及

 将所述连接性图与所述超节点和所替代的边缘一起用来分割所述矩阵,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

13. 根据权利要求 12 所述的方法,进一步包括:

 分配权重到所述连接性图中的节点;

 分配边缘权重到所述连接性图中的边缘;以及

 分配权重到所述超节点,所述权重与分配到归并形成所述超节点的所述节点的权重关联;

 其中当与所述第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到所述超节点的一个节点时,所述第二边缘的边缘权重与所述第一边缘的边缘权重相同。

14. 根据权利要求 12 所述的方法,其中在所述连接性图中的所述节点和边缘中的至少一个代表近井区域,并且其中所指定边缘代表所述近井区域的部分。

15. 根据权利要求 12 所述的方法,进一步包括:

 使用所述矩阵预测地下储层中烃的存在、位置和量中的至少一个;以及

 基于所述预测从所述地下储层开采烃。

16. 一种从地下地层生产烃的方法,包括:

 形成代表所述地下地层的网格,创建节点和边缘的连接性图,其中所述网格的每个单元由所述节点中的一个代表,并且其中所述边缘连接相邻节点;

 指定不应由分割算法切割的边缘;

 将由所述定边缘连接的节点归并到超节点;

 用连接非归并节点与所述超节点的第二边缘替代连接归并节点和所述非归并节点的第一边缘;

 将所述连接性图与所述超节点和所替代的边缘一起用来分割所述网格,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中;

 预测所述地下地层中烃的存在、位置和量中的至少一个;以及

 基于所述预测从所述地下地层开采烃。

17. 根据权利要求 16 所述的方法,进一步包括:

 分配边缘权重到所述连接性图中的边缘;

 其中当与所述第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到所述超节点的一个节点时,所述第二边缘的边缘权重与所述第一边缘的边缘权重相同。

18. 根据权利要求 17 所述的方法,其中所述归并节点是第一归并节点,并且进一步包括

第二归并节点,以及

连接所述非归并节点到所述第二归并节点的第三边缘,其中用第二边缘替代所述第一边缘进一步包括用所述第二边缘替代所述第一和第三边缘,所述方法进一步包括:

分配边缘权重到所述第二边缘,所述边缘权重与所述第一边缘的所述边缘权重和所述第三边缘的边缘权重关联。

19. 一种分割代表烃储层的网格的方法,所述网格由多个单元构成,所述方法的至少部分由计算机实施,所述方法包括:

创建节点和边缘的连接性图,其中所述多个单元中的每个由节点代表,并且其中边缘连接相邻节点,并且进一步其中在所述连接性图中所述节点和边缘中的至少一个代表井;

分配权重到所述连接性图中所述节点中的每个;

分配边缘权重到所述连接性图中的边缘;

指定不应由分割算法切割的边缘,其中所指定边缘代表所述井的部分;

将由所指定边缘连接的节点归并到超节点;

分配权重到所述超节点,所述权重与分配到所述归并节点的所述权重关联;

用连接非归并节点与所述超节点的第二边缘替代连接归并节点和所述非归并节点的第一边缘,其中当与所述第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到所述超节点的一个节点时,所述第二边缘的边缘权重与所述第一边缘的边缘权重相同;以及

将所述连接性图与所述超节点和所替代的边缘一起用来分割所述网格,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

20. 一种具有在有形机器可读介质上记录的计算机可执行逻辑的计算机程序产品,包括:

代码,所述代码用于创建节点和边缘的连接性图,其中在代表地下地层的网格中的多个单元中的每个由节点代表,并且其中边缘连接相邻节点;

代码,所述代码用于指定不应由分割算法切割的边缘;

代码,所述代码用于将由所指定边缘连接的节点归并到超节点;

代码,所述代码用于用连接非归并节点与所述超节点的第二边缘替代连接归并节点和所述非归并节点的第一边缘;以及

代码,所述代码用于将所述连接性图与所述超节点和所替代的边缘一起用来分所述割网格,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

用于在井存在的情况下分割并行储层仿真的方法

[0001] 相关申请的交叉参考

[0002] 本发明要求美国临时专利申请 61/487,104 的权益,该申请提交于 2011 年 5 月 17 日,标题为“用于在井存在的情况下分割并行储层仿真的方法”(METHOD FOR PARTITIONING PARALLEL RESERVOIR SIMULATIONS IN THE PRESENCE OF WELLS),其全部内容包括在此作为参考。

技术领域

[0003] 公开的方面和方法学涉及储层仿真,并更具体涉及用于在并行计算系统上将油或气储层三维建模的方法。

背景技术

[0004] 本节意图介绍可以与所公开技术和方法学的方面关联的本领域的各种方面。在本节中讨论的参考文献可以在下文中涉及。包括参考文献的该讨论相信能够帮助提供框架从而促进本公开特别方面的更优理解。因此,本节应据此阅读并且不必需作为现有技术的承认来阅读。

[0005] 油气储层的基于计算机的仿真是用来预测随时间推移的储层性能和地面设施例如流体管线、压缩机和分离机的状态的工具。储层仿真的目标是了解基础地质学的流体模式,从而最优化从一组井和地面设施生产烃。仿真模型的大小和复杂度已随着如由摩尔定律预测的计算能力的提高的可用性成比例增长。现在的复杂仿真模型可以使用并行计算系统和 / 或算法从而以合理时间得到仿真结果。

[0006] 储层仿真是一类计算流体动态仿真,其中支配流过多孔介质和连接设施网络的多相、多成分流体流动的一组偏微分方程(PDE)可以被近似并求解。这是其中最优化特别烃生产策略的迭代的、时间步进过程。储层仿真器在代表储层岩石、井和地面设施网络的结构化或(非结构化)网格上将基础 PDE 离散化。状态变量,例如压力和饱和度在每个网格框定义。求解过程的离散化的选择和隐性程度变化,但一般说来全部选择生成仿真工作流程,其一般性示例在图 1 中示出并一般表示为参考号 20。在方框 22,工作流程通过解析可以包括问题公式的用户输入数据开始,并且将地质模型离散化到网格框,其中物理性质在每个网格框定义。物理性质可以包括岩石(例如可渗透性)和流体性质。在解析用户输入数据之后,储层仿真器按时间步进直到达到希望长度的时间。在每个时步,在方框 24 井管理计算地面设施和井的当前状态。在方框 26 这些值与在每个网格框的状态变量的值一起用来创建对应的雅克比矩阵,在方框 28 中线性解算器使用该雅可比矩阵迭代地(方框 30)生成所关注物理性质,例如压力和饱和度的更新(方框 32)。一旦结果生成或获得(方框 34),过程在下个时步重复(方框 36)。

[0007] 仿真过程的并行化通过将每个时步的个别组件并行化来实现。为实现并行计算系统的有效利用,仿真模型应在运行时间跨并行计算机或计算机集群的存储器分布,因此计算负载被均匀平衡并且处理器间通信的量被最小化。因此,分割是向不同计算单元(核心、

处理器、中央处理单元、图形处理单元等)分配数据的过程。基于数值公式、实际输入数据和用户提供选项,每个组件可以需要不同的途径以并行化。

[0008] 在储层仿真器中,两种主要类型的并行化中的一种是基于任务的并行化,其中计算被分成并行独立运行的子任务。例如,在井管理中,一组操作可以对于可以相互独立执行的一组井计算。因此,每个计算单元可以独立于其他计算单元执行操作。

[0009] 基于网格的并行化是在储层仿真器中使用的并行化的第二主要类型,并且可以采用雅可比构造和性质计算。在构造雅可比构造的计算过程中,具有对应导数的岩石和流体性质在每个网格框被计算。该类型并行化用于不取决于相邻网格框或为计算需要全局通信的计算。汽 - 液平衡(VLE)计算是可以使用雅可比构造的计算的示例。如果 VLE 仿真计算模型使用黑油流体表征,那么由于黑油 VLE 计算的线性性质,闪蒸计算所需要的计算工作量与仿真单元数目粗略地成比例。另一方面,如果挑选复合流体模型,则在单个仿真单元内用于闪蒸计算的计算工作量取决于单元在相态空间中的位置。因此,计算工作量可以从单元到单元急剧变化。

[0010] 线性解算器是用来计算状态性质例,如压力或饱和度的更新的算法。线性解算器需要从一个子域(其是与每个计算单元关联的网格框)到另一子域相似的局部计算。然而,线性解算器也需要全局计算(雅可比构造不需要该全局计算)从而计算所关注状态变量的更新。

[0011] 分割对储层仿真的全部阶段都是重要的,而对并行线性解算器的效率是关键的。“良好的”分割具有三个主要目标:负载平衡、接口最少化和代数兼容性。良好负载平衡从一个计算单元到另一计算单元均匀分配计算工作。良好分割使分割之间的接口最少,因此将使用分割的算法所需要的通信成本最小化。最终,良好分割维护良好算术兼容性,这意味着分割应支持线性解算器的快速收敛。

[0012] 分割可以基于网格的连通(或连接性)图表(称为图),即网格单元怎样相互连接,或基于线性系统的矩阵表现的连通图表。对于网格,对于的邻近网格单元的图节点由图边缘连接。对于矩阵情况,矩阵的对角线元素代表图的节点,并且非零对角线外矩阵元素表示在对应节点之间的连接。除连接性图之外,分割算法可以考虑分配到图的节点和边缘的权重。通常,较大边缘权重意味着切割特别边缘并且对应节点由分割算法分割成分离子域的较小机会。

[0013] 影响并行线性解算器效率的一个因素是完全在单个计算单元中保存代表井孔(和近井区域)的未知量。当计算域分割成由并行计算系统的不同计算单元处理的子域时,子域的边界不应分割在井节点和储层节点之间的连接。否则线性解算器的收敛会动态地恶化。

[0014] 关于图分割公开的研究文章包括以下:J. D. Teresco, K. D. Devine 和 J. E. Flaherty,“Partitioning and Dynamic Load Balancing for the Numerical Solution of Partial Differential Equations (分割差分方程数值解的分割与动态负载平衡)”,Numerical Solution of Partial Differential Equations on Parallel Computers (并行计算机上分割差分方程的数值解) 中的章,2006, pp. 55–88;以及 B. Hendrickson 和 T. Kolda,“Graph Partitioning Models for Parallel Computing (并行计算的图分割模型)”,2000,Parallel Computing, v. 26, pp. 1519–1534。分割技术中的一些在软件中实施,例如:(a)METIS,如在 G. Karypis 和 V. Kumar,“A Fast and High Quality

Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs (分割不规则图的快速高质量多级体系)”, 1999, SIAM Journal on Scientific Computing, v. 20, No. 1, pp. 359–392 中描述, 或(b) Chaco, 如在 B. Hendrickson 和 R. Leland, “An Improved Spectral Graph Partitioning Algorithm for Mapping Parallel Computations (映射并行计算的改进谱图切割)”, 1995, SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, v. 16, No. 2, pp. 452–469 并在 B. Hendrickson 和 R. Leland, “The Chaco User’s Guide :Version2.0 (Chaco 用户指南 :2.0 版)”, Sandia Tech Report SAND94-2692, 1994 中描述。

[0015] 实施分割算法的软件包允许用户向与每个图节点关联的连接分配权重。由于算法详情, 因此这些权重是正整数。如实践示出, 权重的整数值应具有从 1 跨越到比如说 1000 或 10,000 的相对短的范围。随着范围增加, 分割算法的鲁棒性和所创建分割的质量恶化。此外, 已公开算法或软件不包括用于将某些网格框或模型物理性质一起保存在一个子域中, 即在储层仿真中适当处理井连接。即, 当使用公开可用软件(例如 METIS 或 Chaco)时, 不可能确保某些图连接将不被切割并且对应节点由分割算法分割成分离子域。

[0016] 另一方面, 存在向图的边缘和节点分配权重值从而改善分割质量的许多途径。与油气工业中的问题有关的它们中的一些在 WO2009/075945A1 和美国临时专利申请 No. 61/304, 056(现在为 PCT/US2010/053141)中描述, 这些共同转让并且为所有目的以其全部内容包括在此作为参考。这些专利文档描述怎样基于物理信息(例如传递率、通量值等)为节点和连接构造实权重, 并且怎样将这些实权重映射到小范围的整数值。不幸地, 该映射不保证分割不具有近井切割。需要的是分割储层模型的方法, 该方法将储层特征, 例如井孔及其关联近井孔区的图连接维持在单个子域中。

发明内容

[0017] 在一个方面, 提供了分割代表烃储层的网格的计算机实施方法。网格由多个单元构成。创建节点和边缘的连接性图。多个单元中的每个由节点代表。边缘连接相邻节点。指定不应由分割算法切割的边缘。由指定边缘连接的节点归并到超节点。用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘。连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

[0018] 在另一方面, 公开了用于分割包括在多个行中排列的多个元素的矩阵的计算机实施方法。创建节点和边缘的连接性图。每个节点代表矩阵的多个行中的一个。每个边缘代表矩阵的多个元素中的一个。边缘连接相邻节点。指定不应由分割算法切割的边缘。由指定边缘连接的节点归并到超节点。用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘。连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割矩阵。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

[0019] 在另一方面, 提供了用于从地下地层生产烃的方法。从代表地下地层的网格创建节点和边缘的连接性图。网格的每个单元由节点中的一个代表。边缘连接相邻节点。指定不应由分割算法切割的边缘。由指定边缘连接的节点归并到超节点。用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘。连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。预测烃在地下地层中的存在、位置和 / 或量。基于预测从地下地层开采烃。

[0020] 在另一方面，提供了用于分割代表烃储层的网格的方法。网格由多个单元构成。方法的至少一部分由计算机实施。创建节点和边缘的连接性图。单元中的每个由节点代表。边缘连接相邻节点。在连接性图中节点和边缘中的至少一个代表井。权重分配到连接性图中节点的每个。边缘权重分配到连接性图中的边缘。指定不应由分割算法切割的边缘。指定边缘代表井的部分。由指定边缘连接的节点归并到超节点。分配到超节点的权重与分配到归并节点的权重关联。用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘。当与第一边缘关联的第一非归并节点仅连接归并到超节点的一个节点时，第二边缘的边缘权重与第一边缘的边缘权重相同。连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

[0021] 在另一方面，提供了具有记录在有形机器可读介质上的计算机可执行逻辑的计算机程序产品。提供创建节点和边缘的连接性图的代码。在代表地下地层的网格中的多个单元中的每个由节点代表。边缘连接相邻节点。提供指定不应由分割算法切割的边缘的代码。提供将由指定边缘连接的节点归并到超节点的代码。提供用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘的代码。提供将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格的代码。归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

附图说明

[0022] 本发明的前述和其他优点可以依照回顾实施例的非限制示例的前面详细描述和附图变得明显，其中：

- [0023] 图 1 是示出已知储层仿真方法的框图；
- [0024] 图 2A 和 2B 是示出根据所公开方法学和技术的方法的流程图；
- [0025] 图 3 是表示仿真网格的图示；
- [0026] 图 4 是表示得自图 3 的仿真网格的连接性图的图示；
- [0027] 图 5 是图 4 的连接性图的图示；
- [0028] 图 6 是连接性图和超节点创建的图示；
- [0029] 图 7 是根据所公开方法学和技术的方法的流程图；
- [0030] 图 8 是可根据所公开方法学和技术分割的矩阵；
- [0031] 图 9 是源自图 8 的矩阵的连接性图的图示；
- [0032] 图 10 是计算机系统的框图；
- [0033] 图 11 是表现计算机代码的框图；
- [0034] 图 12 是烃储层的侧面立面图；以及
- [0035] 图 13 是根据所公开方法学和技术的方法的流程图。

具体实施方式

[0036] 就以下描述指定为特别实施例或特别使用来说，这意图仅说明并且不解释为限制本发明的保护范围。相反，其意图覆盖可以包括在本发明的精神和保护范围内的全部替换、修改和等效物。

[0037] 以下详细描述的一些部分按照计算系统或计算装置中存储器内数据位上操作的程序、步骤、逻辑块、处理和其他符号代表来呈现。这些描述和表示是由本领域技术人员用

于数据处理技术从而向其他本领域技术人员最有效传达他们工作的实质的工具。在该详细描述中,程序、步骤、逻辑块、过程等设想为导致希望结果的步骤或指令的自相容序列。步骤是需要物理量的物理操纵的步骤。通常,尽管不必需,但这些量采取能够存储、传递、组合、比较和以其他方式操纵的电、磁或光信号的形式。原理上证明为普遍用法将这些信号称为位、值、元素、符号、字符、项、数字等时常是方便的。

[0038] 除非以从下面讨论明显的其他方式具体陈述,否则术语例如“创建”、“表现”、“连接”、“指定”、“归并”、“替代”、“使用”、“分割”、“维持”、“分配”、“预测”、“提取”等可以指代计算机系统或其他电子装置的行为和过程,该计算机系统或其他电子装置变换在一些电子装置的存储器内表现为物理(电、磁或光)量的数据为在存储器内,或在传输或显示装置中相似表现为物理量的其他数据。这些和相似术语关联合适物理量,并仅是应用于这些物理量的方便标记。

[0039] 在此公开的实施例也涉及用于执行在此操作的设备。该设备可以为所需要目的特殊构造,或其可以包括由存储在计算机中的计算机程序或代码选择性激活或重配置的通用计算机。这样的计算机程序或代码可以在计算机可读介质中存储或编码,或在一些类型的传输介质上实施。计算机可读介质包括以机器例如计算机(“机器”和“计算机”在此同义使用)可读的形式存储或传输信息的任何介质或装置。作为非限制示例,计算机可读介质可以包括计算机可读存储介质(例如只读存储器(“ROM”)、随机存取存储器(“RAM”)、磁盘存储介质、光存储介质、闪存存储装置等)。传输介质可以是绞合线对、同轴电缆、光纤或一些其他合适传输介质,以便传输信号例如电、光、声或其他形式的传播信号(例如载波、红外信号、数字信号等)。

[0040] 此外,模块、特征、属性、方法学和其他方面可以实施为软件、硬件、固件或其任何组合。在本发明的组件实施为软件的任何情况下,该组件可以实施为独立程序、实施为更大程序的部分、实施为多个分离程序、实施为静态或动态链接库、实施为内核可加载模块、实施为装置驱动程序,和 / 或以计算机编程领域技术人员现在或未来获知的每个与任何其他已知方式实施。另外,本发明不限于在任何具体操作系统或环境中实施。

[0041] 示例方法可以参考流程图更优认识。尽管为解释简便,图解方法学示出并描述为一系列方框,但认识到由于一些方框可以在不同顺序中发生和 / 或与源自示出和描述的其他方框同时发生,因此方法学不受方框的顺序限制。此外,可需要少于全部的图解方框以实施示例方法学。方框可以组合或分离为多个组件。此外,另外和 / 或可替换的方法学可以采用在此未示出的另外方框。尽管附图图解连续发生的各种行为,但认识到各种行为可以连续发生、基本并行发生和 / 或在时间中基本不同点发生。

[0042] 在此使用的各种术语在下面定义。就用于权利要求的术语不在下面定义来说,应向具有如在至少一个印刷出版物或提交的专利中反映该术语的相关领域中技术人员给予最广泛的可能定义。

[0043] 如在此使用,放置在第一实体和第二实体之间的“和 / 或”意思是以下之一(1)第一实体,(2)第二实体,以及(3)第一实体和第二实体。用“和 / 或”列出的多个元素应用相同方式解释,即如此联合的元素的“一个或更多”。

[0044] 如在此使用,“单元”是网格例如储层仿真网格的细分。单元可以是二维的或三维的。单元可以任何形状,这根据网格怎样定义的。

[0045] 如在此使用，“显示”包括导致显示的直接行为，以及促进显示的任何间接行为。间接行为包括向最终用户提供软件、维持用户通过网站能够影响显示器的网站、超链接到这样的网站，或与执行这样的直接或间接行为的任何实体协作或合作。因此，第一方可以单独操作或与第三方供应商协作，从而使参考信号能够在显示装置上生成。显示装置可以包括适合显示参考图像的任何装置，例如而不限制为 CRT 监视器、LCD 监视器、等离子装置、平板装置或打印机。显示装置可以包括通过使用任何常规软件校准的装置，该常规软件意图用于评估、校正和 / 或改善显示结果(例如使用监视器校准软件调整的彩色监视器)。除在显示装置上显示参考图像之外，与本发明相容的方法可以包括向对象提供参考图像。“提供参考图像”可以包括创建或由实体、电话或电子输送分配参考图像、提供经由网络对参考的访问，或创建或向对象分配软件，该软件经配置在包括参考图像的对象的工作站或计算机上运行。在一个示例中，提供参考图像可以包括使对象能够以硬拷贝的形式经打印机获得图像。例如，信息、软件和 / 或指令可以传输(例如经数据存储装置或物理拷贝电子或物理传输)和 / 或以其他方式可用(例如经网络)，以便促进主体使用打印机打印硬拷贝形式的参考图像。在这样的示例中，打印机可以是通过使用任何常规软件校准的打印机，该常规软件意图用于评估、校正和 / 或改善打印结果(例如使用彩色校正软件调整的彩色打印机)。

[0046] 如在此使用，“示范”在此专门意为“用作示例、实例或说明”。在此描述为“示范”的任何方面不必解释为超过其他方面优选或有利。

[0047] 如在此使用，“烃储层”包括含有任何烃物质的储层，烃物质包括例如以下任何一种的一种或更多：油(经常称为石油)、天然气、气体凝析油、焦油和沥青。

[0048] 如在此使用，“烃管理”或“管理烃”包括烃开采、烃生产、烃勘探、鉴别潜在烃资源、鉴别井位、确定井注入和 / 或开采率、鉴别储层连接性，获取、处置和 / 或放弃烃资源，回顾先前烃管理决策，以及任何其他烃相关行为或活动。

[0049] 如在此使用，“机器可读介质”指代参与直接或间接提供信号、指令和 / 或数据的介质。机器可读介质可以采取包括但不限于非易失性介质(例如 ROM、盘片)和易失性介质(RAM)的形式。机器可读介质的普遍形式包括但不限于软盘、软磁盘、硬盘、磁带，其他磁介质、CD-ROM、其他光介质、RAM、EPROM、FLASH-EPROM、EEPROM 或其他存储器芯片或卡、存储器棒，以及计算机、处理器或其他电子装置可以从其读取的其他介质。

[0050] 在单元位置的背景下，“相邻”意思是邻接或在附近。

[0051] 如在此使用，“地下”意思是在任何海拔或一定范围海拔上的任何质量陆地的顶面以下，无论是否高于、低于或处在海平面，和 / 或在任何质量水体的地面以下，无论是否高于、低于或处在海平面。

[0052] 示例方法可以参考流程图更优认识。尽管为解释简便，图解方法学示出并描述为一系列方框，但认识到由于一些方框可以在不同顺序中发生和 / 或与源自示出和描述的其他方框同时发生，因此方法学不受方框的顺序限制。此外，少于全部的图解方框可以需要以实施示例方法学。方框可以组合或分离为多个组件。此外，另外和 / 或可替换的方法学可以采用在此未示出的另外方框。尽管附图图解连续发生的各种行为，但认识到各种行为可以连续发生、基本并行发生和 / 或在时间中基本不同点发生。

[0053] 储层模型可以含有大量不同类型的井(例如水平的、水压的)。根据在此公开的方法学和技术，公开的方法在一个子域中保存井、井周围区域和井与穿孔节点附近储层单元

的连接。即,在此公开的方法学和技术提供避免将近井区域分割成若干不同子域的方法和策略。

[0054] 图 2A 是将井及其近井区域维持在单个子域中的方法 40。方法可以与代表储层的网格一起使用,其中网格包括多个单元。这样的网格在图 3 中示出并由参考号 60 表示,并且包括该网格的单元的示例在 62 表示。每个单元具有在图 3 中编号 1–16 的关联节点。节点名义上放置在每个单元的中心,但节点在每个单元中的位置可以根据希望的网格化算法变化。连接每个节点的虚线称为边缘。边缘,例如边缘 64a 和 64b 连接节点并且代表在相邻节点之间的连接性。第一井由节点 17 代表。与第一井关联的近井区域由经过由节点 8 和 3 代表的单元的线 66 示出。第二井由节点 18 代表。节点 19 代表沿第二井的穿孔。与第二井关联的近井区域由经过由节点 5、9 和 14 代表的单元的线 68 示出。

[0055] 参考图 2A,在方框 41 创建网格连接性的拓扑图。该图包括与网格关联的节点和边缘。拓扑图的示例在图 4 中在参考号 80 示出。在方框 42 创建节点和边缘的初始权重。例如,单位权重(等于 1)可以分配到节点和边缘。可替换地,分配到节点和 / 或边缘的初始权重可以根据关于每个单元已知的物理信息,例如在单元之间的流体传递率或单元内的渗透性来分配。在方框 43,并连接性信息被获得并用来确定并标记不应由分割算法切割的边缘。当关联节点物理上位于相同单元内时,不应切割边缘。此外,当关联节点是相同井孔的部分时,不应切割边缘。例如,因为如在图 3 中示出节点 8 和 17 容纳在相同单元内,所以在图 5 中连接节点 8 和 17 的边缘 82 应维持在单个子域中。因为(a)节点 5 和 18 容纳在单元 62a 内,(b)节点 9 和 19 容纳在单元 62b 内,以及(c)节点 18 和 19 是第二井的部分,所以边缘 84a、84b、84c 和 84d 应保持在单个子域内。其中边缘已标记为不切割的两个区域在 85a 和 85b 圈出。

[0056] 在图 2A 中方框 44,为每个单元创建超节点。创建超节点的过程在图 2B 中更详细示出,其中在方框 50 中与不应被切割的边缘关联的节点归并到超节点。如在图 6 中示出,节点 8 和 17 归并到超节点 90,并且节点 5、9、18 和 19 归并到超节点 92。超节点对应于代表井及其相邻网格节点的节点。在方框 51 归并节点的节点权重的和作为由归并节点形成的超节点的节点权重来分配。可替换地,分配到超节点的节点权重可以是归并节点的节点权重的某个函数。作为可与所公开方法学和技术一起使用的另一函数的非限制示例,节点权重可以是归并节点的最大或最高节点权重。

[0057] 对于在已归并与非归并节点之间的任何边缘,在方框 52 创建在超节点和非归并节点之间的边缘。例如,连接节点 4 和 8 的边缘 87(图 5)由连接节点 4 和超节点 90 的边缘 93(图 6)替代。同样,用连接超节点 90 与节点 3、7、11 和 12 的边缘替代分别连接节点 8 与节点 3、7、11 和 12 的边缘。连接节点 5 和 9 与相邻节点的边缘由将超节点 92 连接到这些相邻节点的边缘替代(图 5 和 6)。在方框 53,如果与边缘关联的非归并节点不仅连接到归并到超节点的一个节点,则维持由超节点的创建来修改或替代的边缘的权重。这在图 5 中由连接节点 14 和 9 的边缘 86 表明。由于节点 14 连接到归并到超节点 92(图 6)的节点中的仅一个(节点 9),因此维持分配到对应边缘 94 的权重。然而,如果在方框 54 非归并节点连接到归并到超节点的两个或更多节点,那么将非归并节点连接到超节点的边缘被分配与将非归并节点连接到归并节点的边缘的权重之和(或某个其他函数)相等的权重。例如,在图 5 中边缘 87a 和 87b 分别将节点 6 连接到节点 5 和 9。当创建超节点 92(图 6)时,将

节点 6 连接到超节点 92 的边缘 95 被分配等于边缘 87a 和 87b 权重之和(或某个其他函数)的权重。作为可与所公开方法学和技术一起使用的另一函数的非限制示例,可以向边缘 95 分配与分配到边缘 87a 和 87b 的最大或最高权重相等的权重。

[0058] 方法的结果在图 6 中示出,其示出消减的加权图 99。当图被分割用于并行处理算法时,超节点代表应保持在一起的节点和边缘。返回图 2A,在方框 45,在图 6 中示出的消减的加权图用作到图分割算法的输入。任何分割算法可以使用。由于属于一个超节点的全部节点放置在相同子域中,因此方法 40 确保分割算法不将井或关联的近井区域分割到不同子域。在方框 46,由分割算法创建的分割被用做网格框到用于线性解算器的处理器的分配的域映射。

[0059] 方法 40 可以每个仿真应用一次从而创建静态分割。可替换地,通过使用改变的数据(例如传递率或总流速)定义在不同时间图或矩阵的权重在仿真不同阶段应用算法,方法 40 可以用来创建动态分割。

[0060] 图 7 示出根据所公开方法学和技术的另一方法 100。在方框 102 创建用于图节点和图连接的初始权重。例如,单位权重(等于 1)可以分配到节点和 / 或边缘。在方框 104,标记不应由分割算法切割的边缘。在方框 106 由任何标记边缘连接的图节点归并到超节点。在方框 108 向超节点分配等于归并节点的节点权重之和(或其他函数)的权重。在方框 110,对于在归并节点和非归并节点之间的任何边缘,创建在超节点和非归并节点之间的边缘。在方框 112 维持用于唯一连接(一个非归并节点到一个归并节点)的边缘权重。如果在方框 114 非归并节点连接到归并到超节点的两个或更多节点,那么向将该非归并节点连接到超节点的边缘分配与将非归并节点连接到归并节点的边缘的权重之和(或某个其他函数)相等的权重。在方框 116 由方法 100 创建或生成的消减的加权图用作到分割算法的输入。

[0061] 在此描述的方法学和技术已在为并行处理目的分割储层模型时在相同子域中维持井和关联的附近井区的背景下呈现。然而,描述的方法学和技术可以用来将储层模型的任何希望部分维持在单个子域中。此外,在此描述的方法学和技术可以应用于分割矩阵方程。图 8 是示例 4x4 矩阵 120。创建如在图 9 中在 130 示出的对应连接性图,其中每个节点 1-4 对应于矩阵中单个方程或行。矩阵的每个对角线元素代表节点,并且矩阵的每个非对角线非零元素代表连接对应节点的边缘的权重。例如,矩阵 120 的元素 a31 代表在节点 3 和节点 1 之间连接的边缘权重。连接性图 130 可以然后用来鉴别在求解操作期间不必分割的节点(及其对应方程)。与在方法 100 中相同,标记不切割的对应边缘,并且方法 100 的剩余部分应用于分割连接性图。因为矩阵方程对应于节点,所以可以使用在此描述的方法学分割并求解矩阵 120。

[0062] 图 10 是可以与所公开方法学和技术一起使用的集群计算机系统 200 的框图。计算系统 200 具有四个计算单元 202,其每个都可以为仿真模型的部分执行计算。然而,本领域技术人员认识到由于可以选择任何数目的计算配置,因此本技术不限于该配置。例如,小型仿真模型可以在单个计算单元 202 例如工作站上运行,而巨大仿真可以在具有 10 个、100 个、1000 个以至更多计算单元 202 的计算系统 200 上运行。计算单元 202 中的每个为单个子域运行仿真。然而计算单元 202 的分派可以用任何数目的方式执行。例如多个子域可以分派到单个计算单元 202,或多个计算单元 202 可以分配到单个子域,取决于在每个计算单

元 202 上的计算负载。

[0063] 计算系统 200 可以从一个或更多客户端 204 经由网络 206 访问,例如通过高速网络接口 208 访问。客户端系统 204 中的每个可以具有非暂时性计算机可读存储器 210,包括随机存取存储器(RAM)和只读存储器(ROM),用于操作代码和程序的存储。操作代码和程序可以包括用来实施在此讨论的方法中的全部或任何部分的代码。客户端系统 204 也可以具有其他有形计算机可读介质,例如存储系统 212。存储系统 212 可以包括一个或更多硬盘驱动器、一个或更多光盘驱动器、一个或更多闪存驱动器、这些单元的任何组合,或任何其他合适存储装置。存储系统 212 可以用于代码、模型、数据和用于实施在此描述的方法的其他信息的存储。

[0064] 高速网络接口 208 可以在计算系统 200 中联接到一条或多条通信总线,例如通信总线 214。通信总线 214 可以用来将指令和数据从高速网络接口 208 通信到集群存储 216,并通信到计算单元 202 的每个。通信总线 214 也可以用于在计算单元 202 和存储阵列 216 之间通信。除了通信总线 214 之外,高速总线 218 可以存在从而提高在计算单元 202 和 / 或集群存储 216 之间的通信速率。

[0065] 集群存储 216 可以具有一个或更多有形的、计算机可读的介质装置例如存储装置阵列 220,以便存储数据、视觉表现、结果、代码或其他信息,例如关于在此描述方法的实施和源自该方法的结果的信息。存储装置阵列 220 可以包括硬盘驱动器、光盘驱动器、闪存驱动器、全息存储阵列或任何其他合适装置的任何组合。

[0066] 计算单元 202 中的每个可以具有处理器 222 和关联的本地有形计算机可读介质,例如存储器 224 和存储装置 226。存储器 224 可以包括 ROM 和 / 或 RAM,该 ROM 和 / 或 RAM 用来存储代码,例如用来引导处理器 222 实施在此描述方法的代码。存储装置 226 可以包括一个或更多硬盘驱动器、一个或更多光盘驱动器、一个或更多闪存驱动器,或其任何组合。存储装置 226 可以用来为中间结果、数据、图像、或包括用来实施在此描述方法的与操作关联的代码提供存储。

[0067] 本方法学和技术不限于在图 10 中图解的计算系统 200 的架构。例如,任何合适的基于处理器的装置可以用来实施在此公开方法学和技术的实施例的全部或一部分,包括但不限于个人计算机、膝上计算机、计算机工作站、GPU、移动装置,以及具有(或没有)共享存储器的多处理器服务器或工作站。此外,所公开方法学和技术可以在专用集成电路(ASIC)或超大规模集成(VLSI)电路上实施。事实上,本领域技术人员可以使用能够执行逻辑操作的任何数目的合适结构。

[0068] 图 11 示出可以与计算系统例如计算系统 200 一起使用或执行的机器可读逻辑或代码 300 的表示。在方框 302 提供创建节点和边缘的连接性图的代码,其中代表地下地层的网格中多个单元的每个由节点代表,并且其中边缘连接相邻节点。在方框 304 提供指定不应由分割算法切割的边缘的代码。在方框 306 提供将由指定边缘连接的节点归并到超节点的代码。在方框 308 提供用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘的代码。在方框 310 提供将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格的代码,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。实现或执行所公开方面和方法学的其他特征的代码也可以提供。该另外代码在图 11 中表现为方框 312,并且可以根据计算机代码编程技术置于代码 300 内任何位置。

[0069] 在此公开的方面可以用来执行烃管理活动,例如从在图 12 中由参考号 332 表示的地下地层、区域或储层开采烃。从地下储层 332 开采烃的方法 340 在图 13 中示出。在方框 342 从地下区的数值模型、地质模型或流体仿真接收输入,其中已使用在此描述的方法和方面运行或改善模型或仿真。在方框 344 预测烃在地下区中的存在和 / 或位置。在方框 346 实行烃开采以从地下区移除烃,这可以通过使用油井钻探设备 336 钻井 334 完成(图 12)。其他烃管理活动可以根据已知原理执行。

[0070] 根据本公开的方法和产品的说明、非排他示例在以下非列举段落中呈现。在本公开的保护范围内的是,包括在以下列举段落中的在此引用的方法的个别步骤可以另外地或可替换地称为执行所引用行为的“步骤”。

[0071] A. 一种分割代表烃储层的网格的计算机实施方法,该网格由多个单元构成,该方法包括:

[0072] 创建节点和边缘的连接性图,其中多个单元中的每个由节点代表,并且其中边缘连接相邻节点;

[0073] 指定不应由分割算法切割的边缘;

[0074] 将由指定边缘连接的节点归并到超节点;

[0075] 用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘;以及

[0076] 将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格,其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

[0077] A1. 段落 A 的方法,进一步包括:

[0078] 分配权重到连接性图中的节点;以及

[0079] 分配权重到超节点,该权重与分配到归并形成超节点的节点的权重关联。

[0080] A2. 段落 A-A1 中的任何的方法,其中分配到超节点的权重是分配到归并形成超节点的节点的权重的函数。

[0081] A3. 段落 A-A2 中的任何的方法,其中该函数是分配到归并形成超节点的节点的权重之和。

[0082] A4. 段落 A-A3 中的任何的方法,进一步包括:

[0083] 分配边缘权重到连接性图中的边缘,其中当与第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到超节点的一个节点时,第二边缘的边缘权重与第一边缘的边缘权重相同。

[0084] A5. 段落 A-A4 中的任何的方法,其中归并节点是第一归并节点,并且进一步包括:

[0085] 第二归并节点,以及

[0086] 连接非归并节点到第二归并节点的第三边缘,其中用第二边缘替代第一边缘进一步包括用第二边缘替代第一和第三边缘,该方法进一步包括:

[0087] 分配边缘权重到第二边缘,该边缘权重与第一边缘的边缘权重和第三边缘的边缘权重关联。

[0088] A6. 段落 A-A5 中的任何的方法,其中分配到第二边缘的边缘权重是分配到第一边缘和第三边缘的权重的函数。

[0089] A7. 段落 A-A6 中的任何的方法,其中该函数是分配到第一边缘和第三边缘的权重之和。

[0090] A8. 段落 A-A7 中的任何的方法, 其中在连接性图中的节点和边缘中的至少一个代表井, 并且其中指定边缘代表井的一部分。

[0091] A9. 段落 A-A8 中的任何的方法, 其中在连接性图中的节点和边缘中的至少一个代表近井区域, 并且其中指定边缘代表近井区域的一部分。

[0092] A10. 段落 A-A9 中的任何的方法, 进一步包括:

[0093] 使用已分割网格预测烃在地下储层中的存在、位置和量中的至少一个; 以及

[0094] 基于所述预测从地下储层开采烃。

[0095] B. 一种分割矩阵的计算机实施方法, 该矩阵由在多个行中排列的多个元素构成, 该方法包括:

[0096] 创建节点和边缘的连接性图, 其中每个节点代表矩阵的多个行中的一个, 每个边缘代表矩阵的多个元素中的一个, 并且其中边缘连接相邻节点;

[0097] 指定不应由分割算法切割的边缘;

[0098] 将由指定边缘连接的节点归并到超节点;

[0099] 用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘; 以及

[0100] 将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割矩阵, 其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。

[0101] B1. 段落 B 的方法, 进一步包括:

[0102] 分配权重到连接性图中的节点;

[0103] 分配边缘权重到连接性图中的边缘; 以及

[0104] 分配权重到超节点, 该权重与分配到归并形成超节点的节点的权重关联;

[0105] 其中当与第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到超节点的一个节点时, 第二边缘的边缘权重与第一边缘的边缘权重相同。

[0106] B2. 段落 B-B1 的方法, 其中在连接性图中的节点和边缘中的至少一个代表近井区域, 并且其中指定边缘代表近井区域的一部分。

[0107] B3. 段落 B-B2 中的任何的方法, 进一步包括:

[0108] 使用矩阵预测烃在地下储层中的存在、位置和量中的至少一个; 以及

[0109] 基于所述预测从地下储层开采烃。

[0110] C. 一种从地下地层生产烃的方法, 包括:

[0111] 形成代表地下地层的网格, 创建节点和边缘的连接性图, 其中网格的每个单元由节点中的一个代表, 并且其中边缘连接相邻节点;

[0112] 指定不应由分割算法切割的边缘;

[0113] 将由指定边缘连接的节点归并到超节点;

[0114] 用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘;

[0115] 将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格, 其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中;

[0116] 预测烃在地下地层中的存在、位置和量中的至少一个; 以及

[0117] 基于所述预测从地下地层开采烃。

- [0118] C1. 段落 C 的方法, 进一步包括 :
- [0119] 分配边缘权重到连接性图中的边缘 ;
- [0120] 其中当与第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到超节点的一个节点时, 第二边缘的边缘权重与第一边缘的边缘权重相同。
- [0121] C2. 段落 C-C1 中的任何的方法, 其中归并节点是第一归并节点, 并且进一步包括 :
- [0122] 第二归并节点, 以及
- [0123] 连接非归并节点到第二归并节点的第三边缘, 其中用第二边缘替代第一边缘进一步包括用第二边缘替代第一和第三边缘, 该方法进一步包括 :
- [0124] 分配边缘权重到第二边缘, 该边缘权重与第一边缘的边缘权重和第三边缘的边缘权重关联。
- [0125] D. 一种分割代表烃储层的网格的方法, 该网格由多个单元构成, 该方法的至少一部分由计算机实施, 该方法包括 :
- [0126] 创建节点和边缘的连接性图, 其中多个单元中的每个由节点代表, 并且其中边缘连接相邻节点, 并且进一步地其中在连接性图中节点和边缘中的至少一个代表井 ;
- [0127] 分配权重到连接性图中节点中的每个 ;
- [0128] 分配边缘权重到连接性图中的边缘 ;
- [0129] 指定不应由分割算法切割的边缘, 其中指定边缘代表井的一部分 ;
- [0130] 将由指定边缘连接的节点归并到超节点 ;
- [0131] 分配权重到超节点, 该权重与分配到归并节点的权重关联 ;
- [0132] 用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘, 其中当与第一边缘关联的第一非归并节点仅连接到归并到超节点的一个节点时, 第二边缘的边缘权重与第一边缘的边缘权重相同 ; 以及
- [0133] 将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格, 其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。
- [0134] E. 一种具有在有形机器可读介质上记录的计算机可读逻辑的计算机程序产品, 包括 :
- [0135] 代码, 其用于创建节点和边缘的连接性图, 其中在代表地下地层的网格中的多个单元中的每个由节点代表, 并且其中边缘连接相邻节点 ;
- [0136] 代码, 其用于指定不应由分割算法切割的边缘 ;
- [0137] 代码, 其用于将由指定边缘连接的节点归并到超节点 ;
- [0138] 代码, 其用于用连接非归并节点与超节点的第二边缘替代连接归并节点和非归并节点的第一边缘 ; 以及
- [0139] 代码, 其用于将连接性图与超节点和替代的边缘一起用来分割网格, 其中归并到超节点的节点在分割期间维持在单个子域中。
- [0140] 所公开方面、方法学和技术可以易受各种修改和可替换形式, 并且仅作为示例示出。所公开方面、方法学和技术不意图限于在此公开的细节, 但包括落入附加权利要求的精神和保护范围内的全部替换、修改和等效。

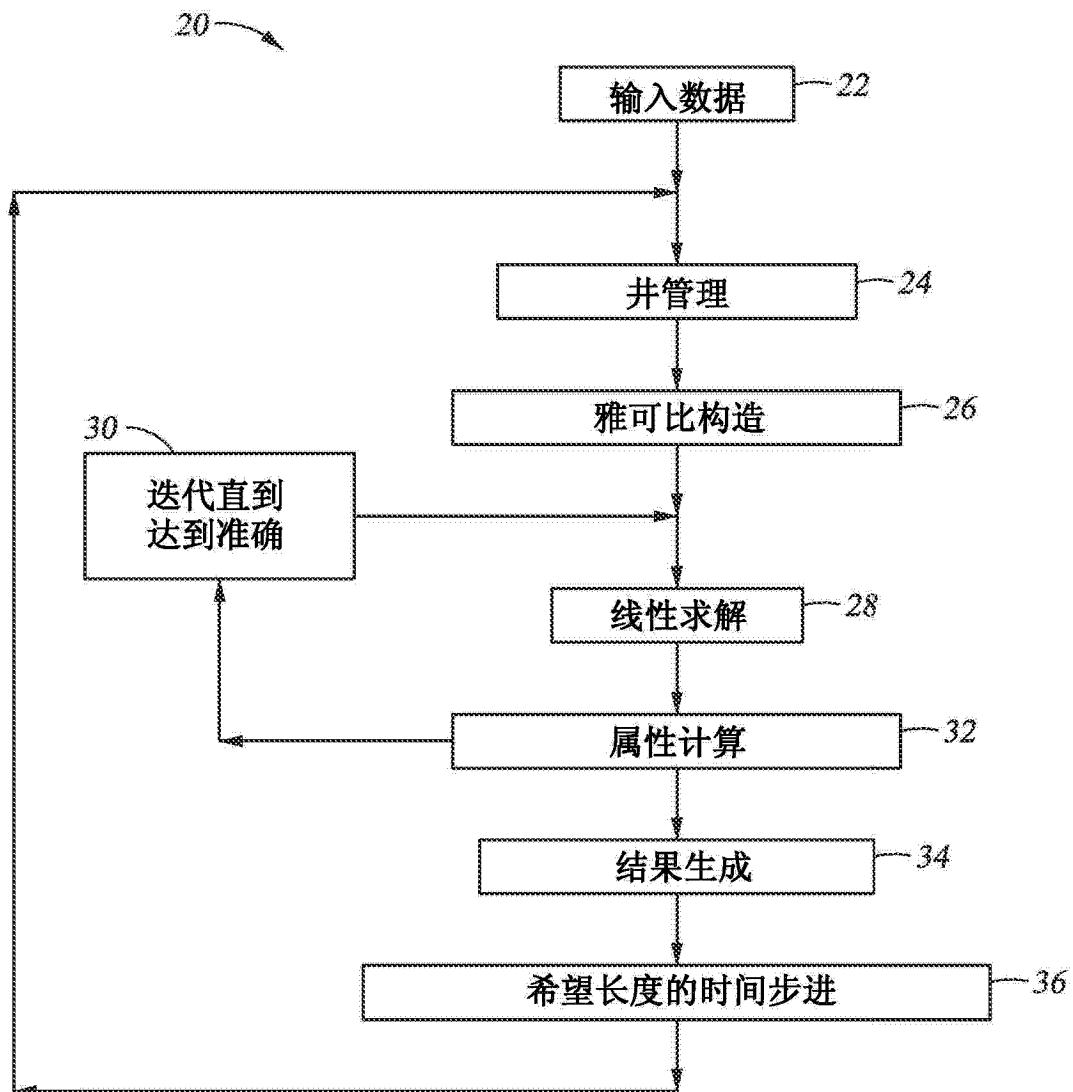


图 1 (现有技术)

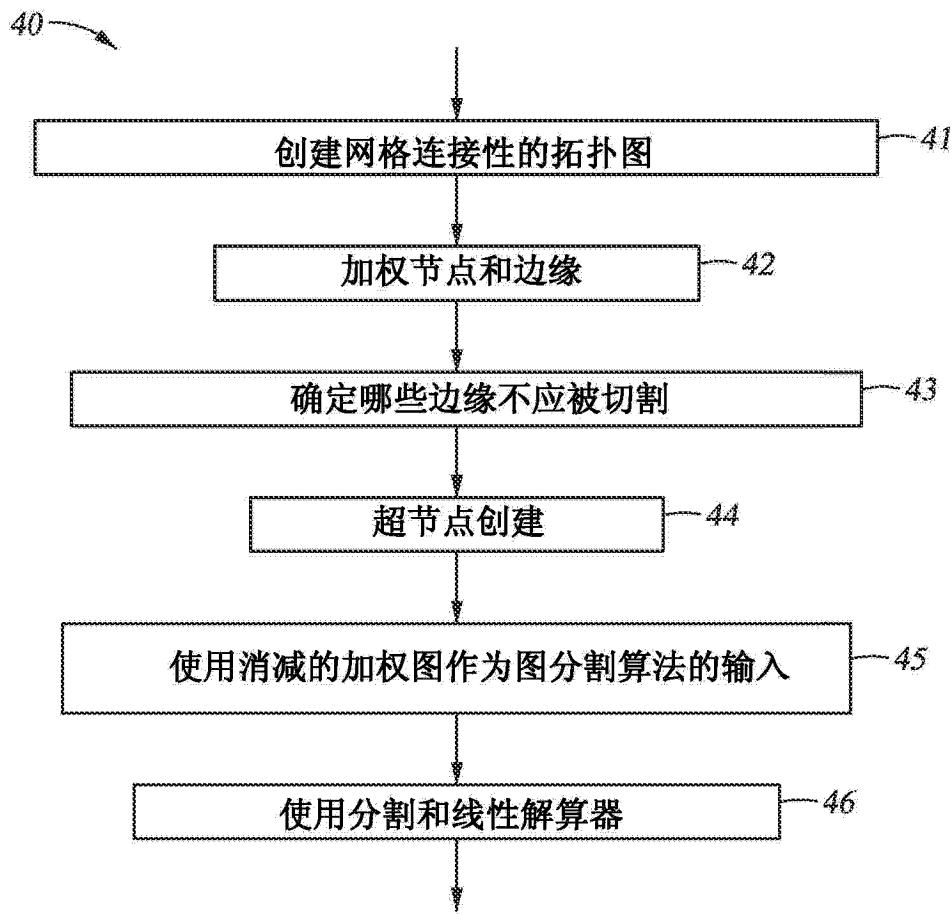


图 2A

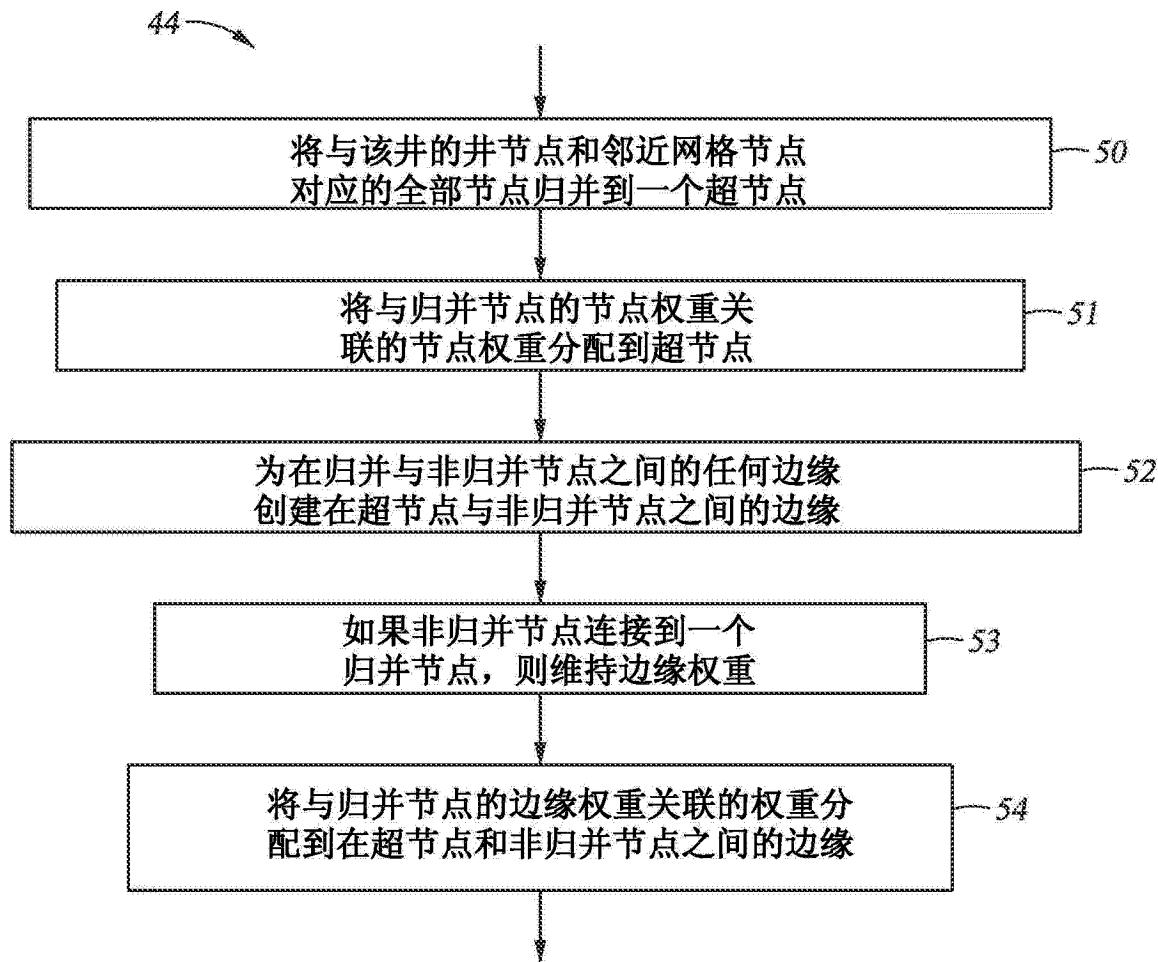


图 2B

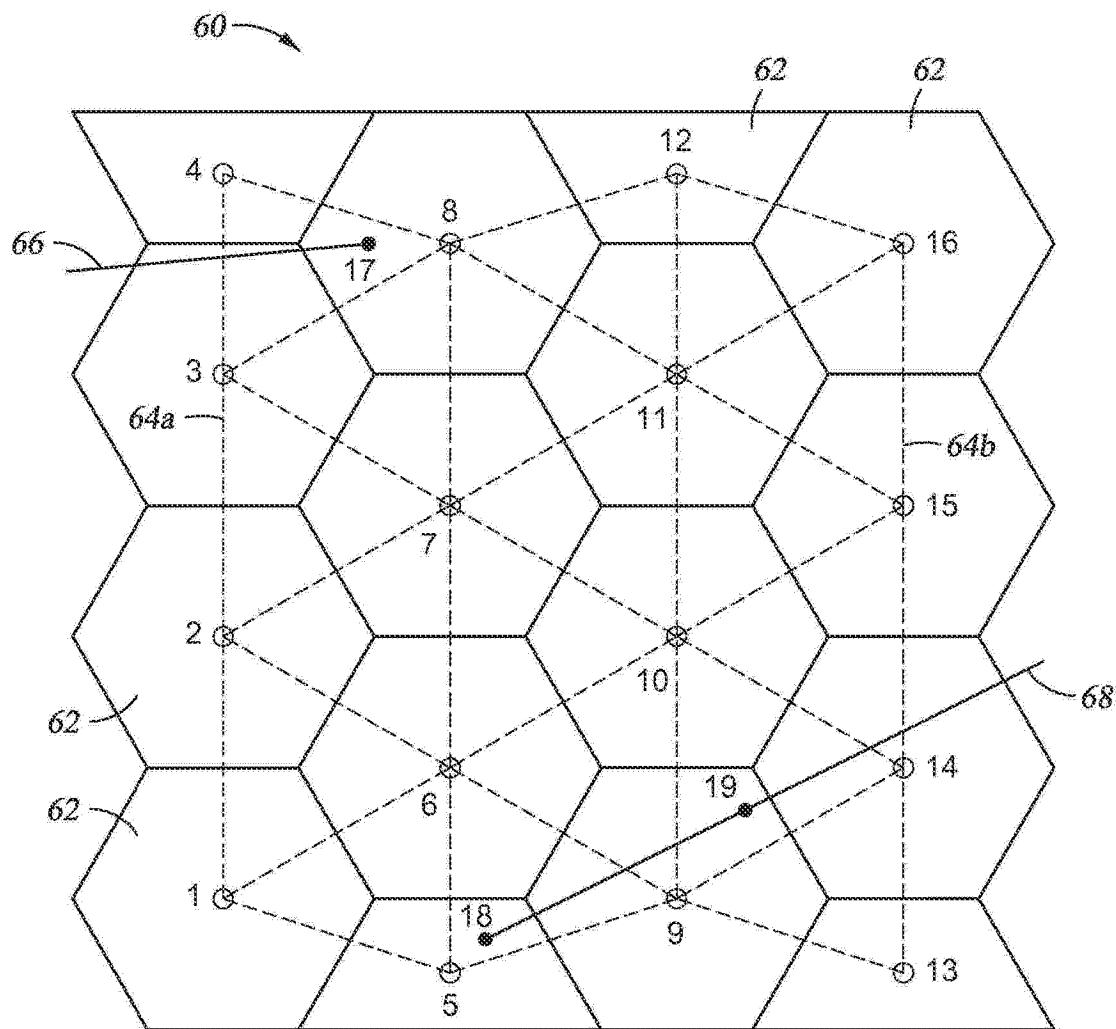


图 3

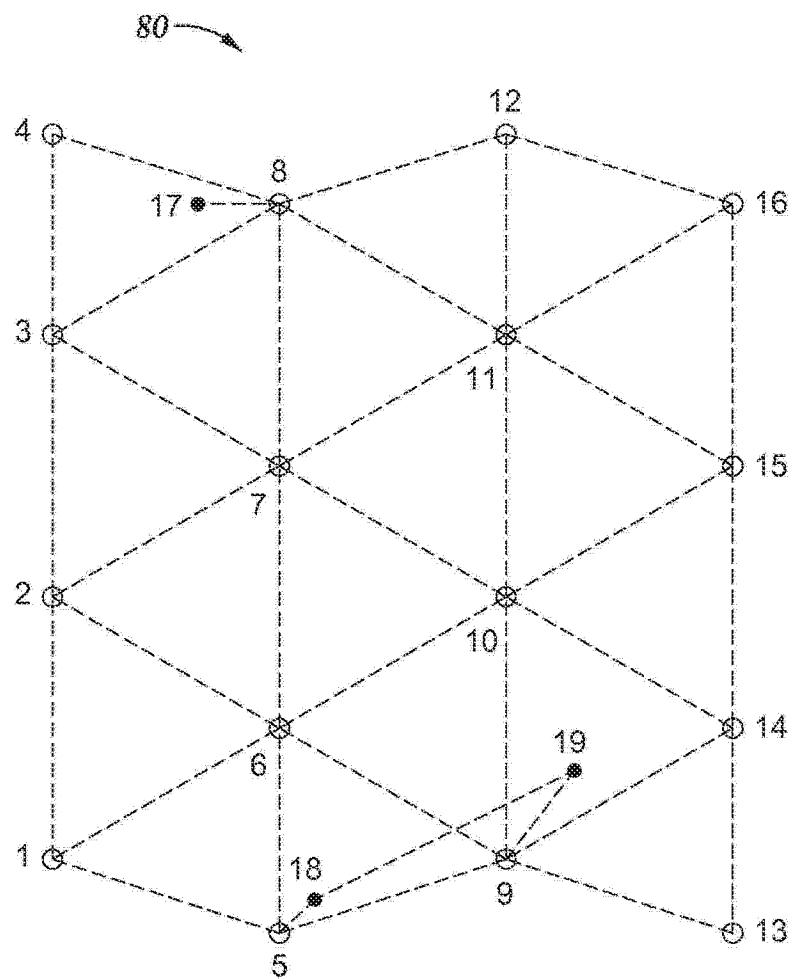


图 4

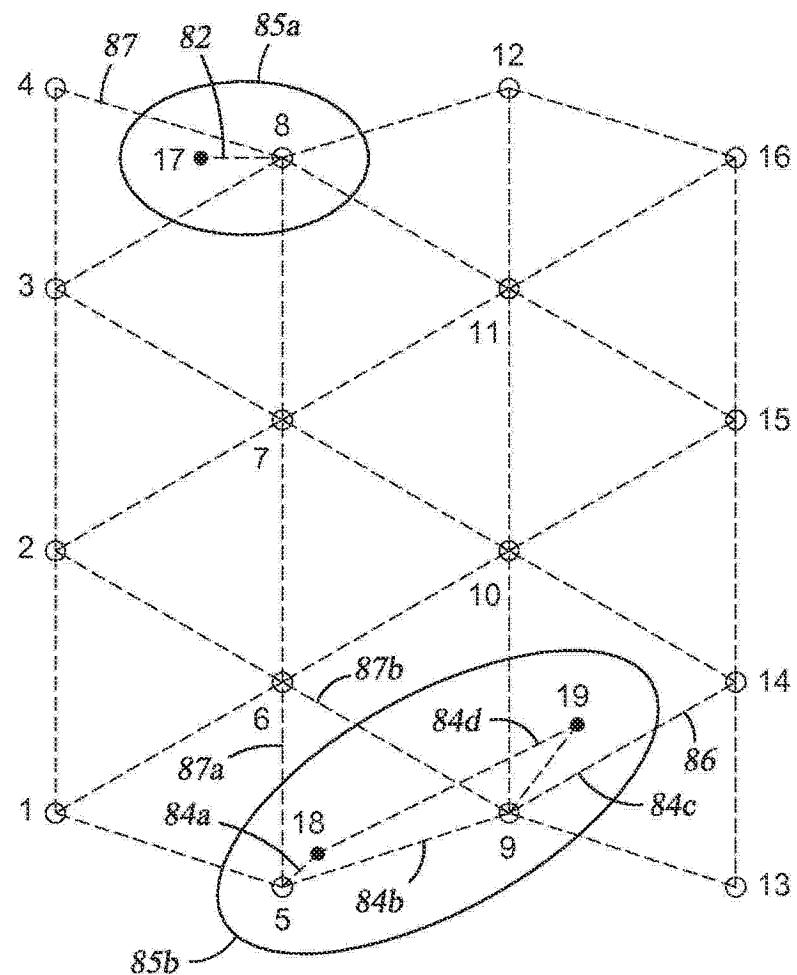


图 5

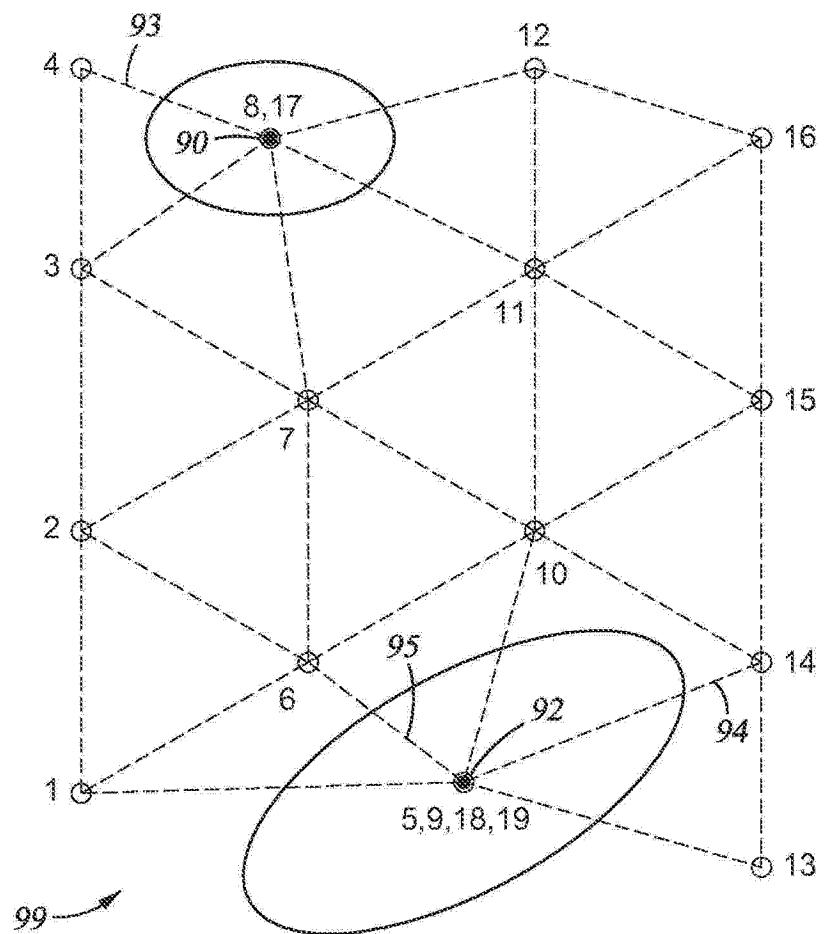


图 6

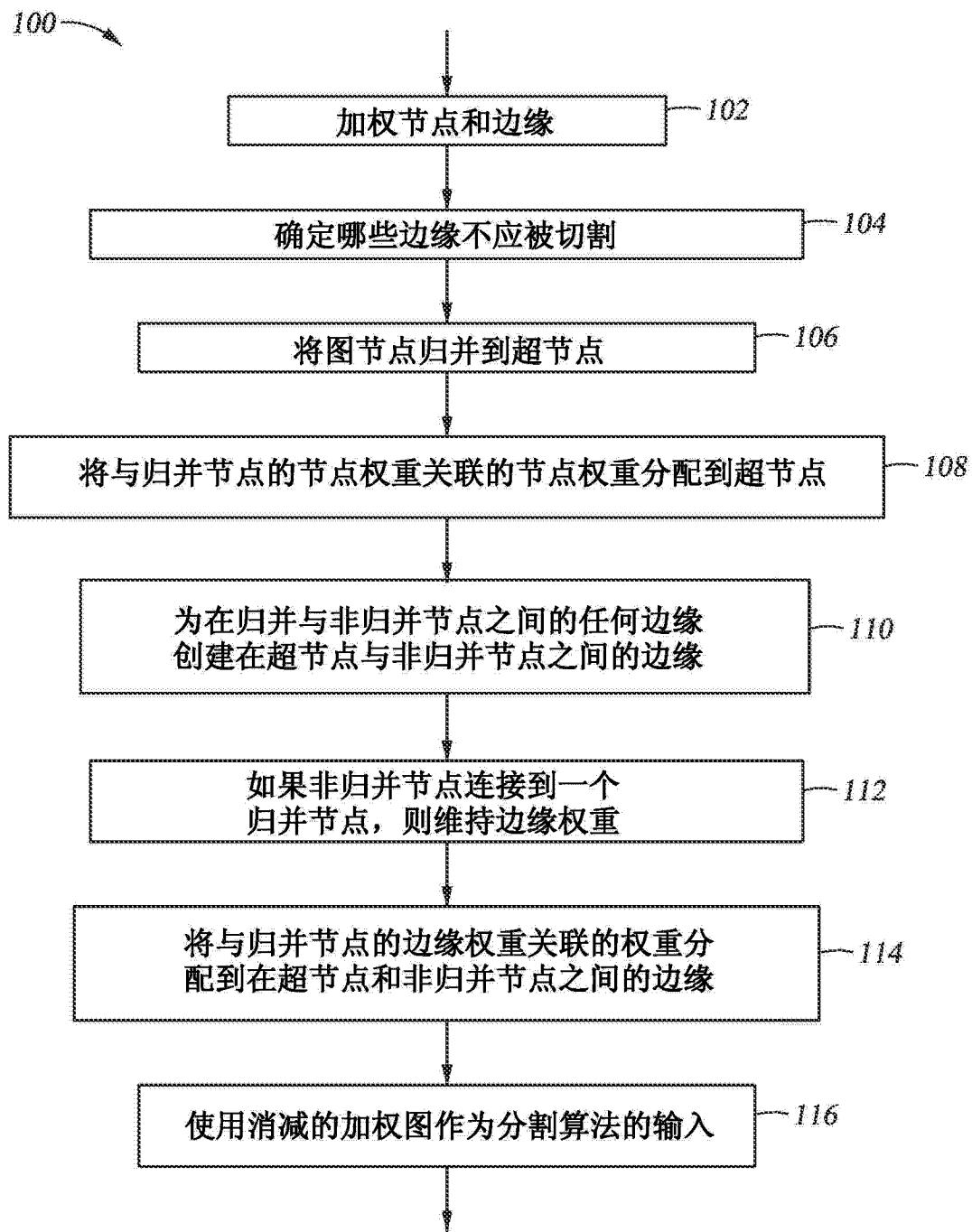


图 7

$$\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{array} \right)$$

图 8

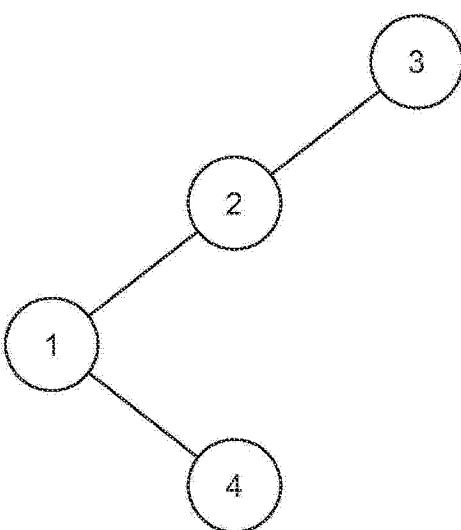


图 9

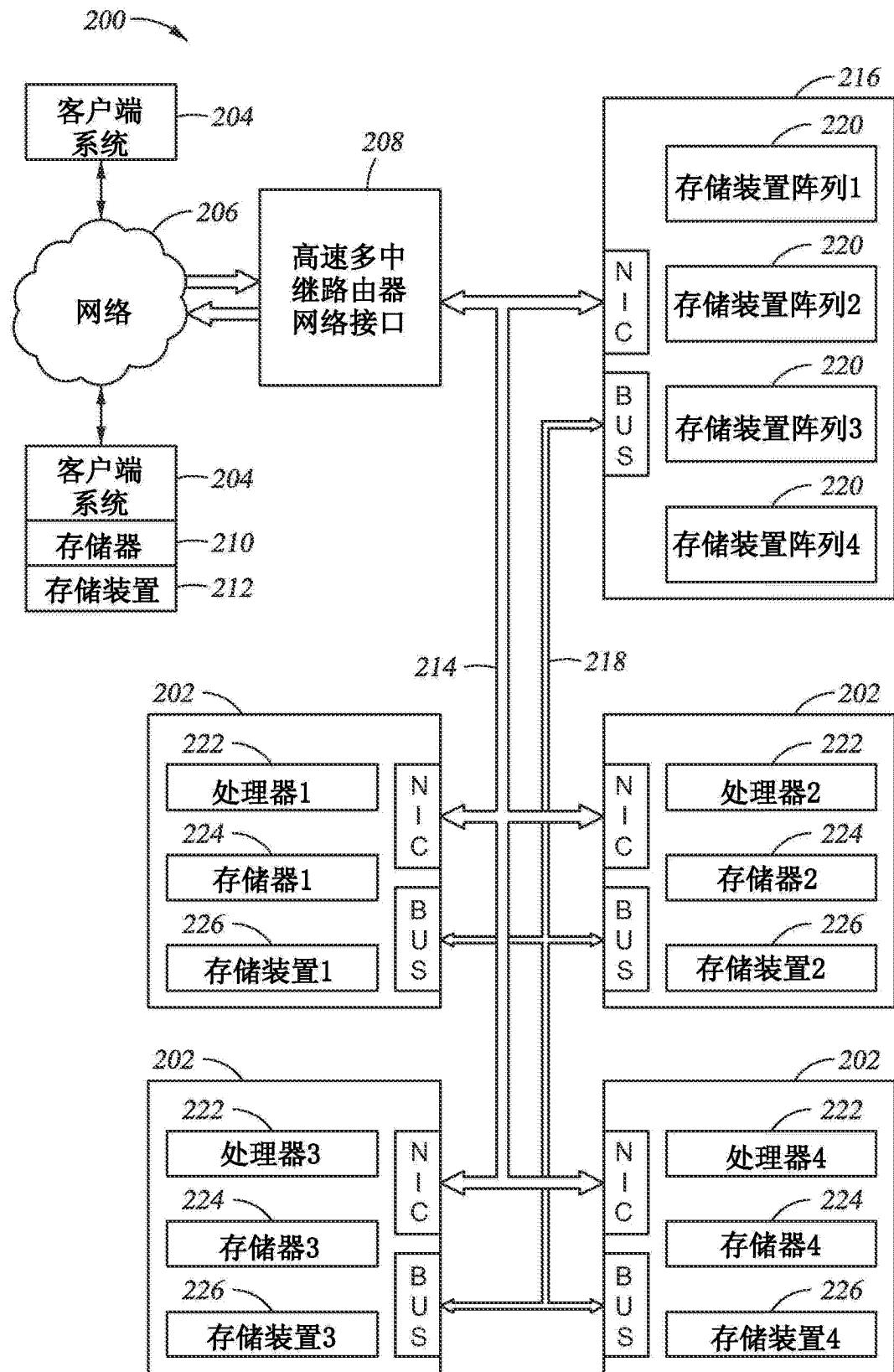


图 10

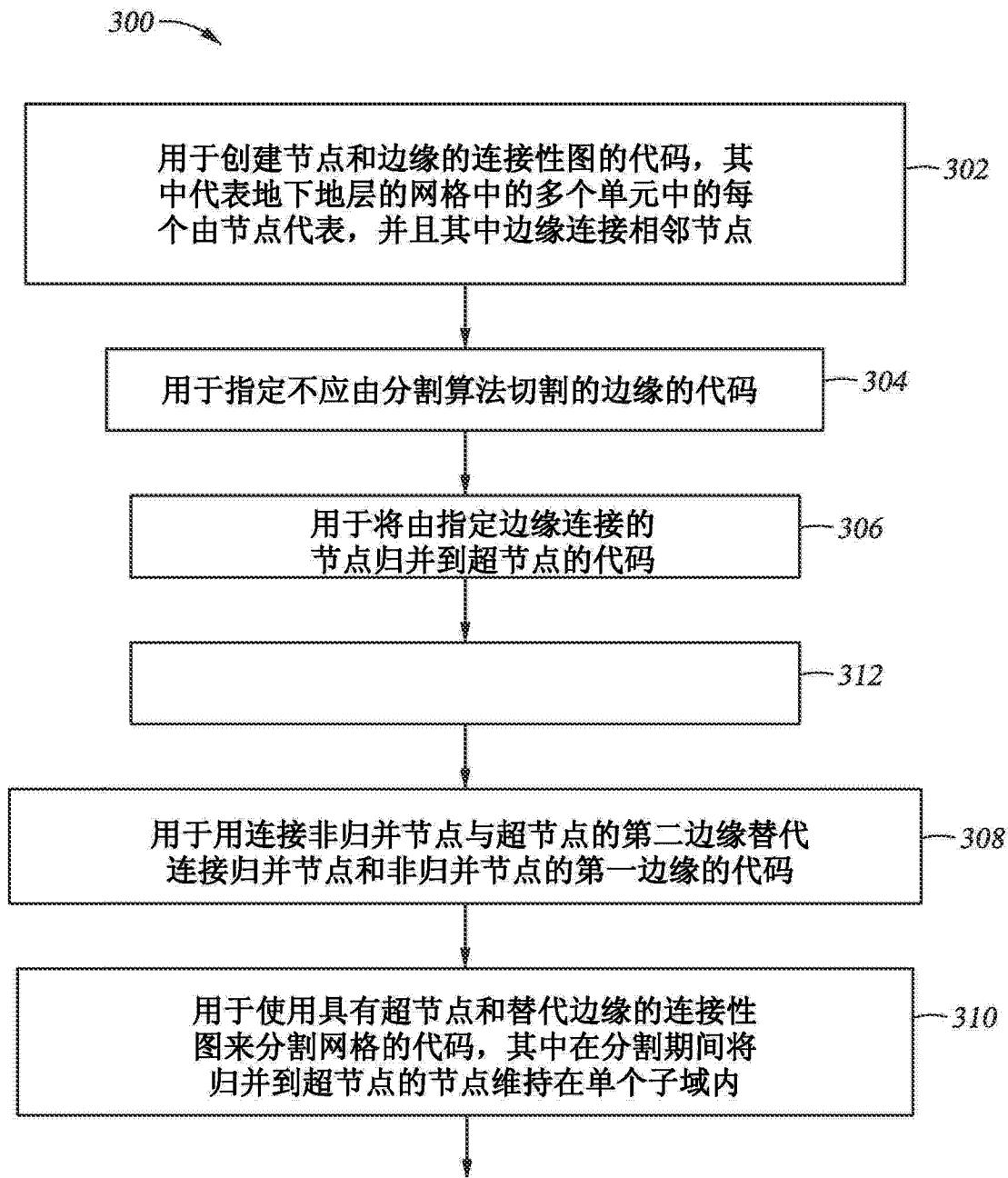


图 11

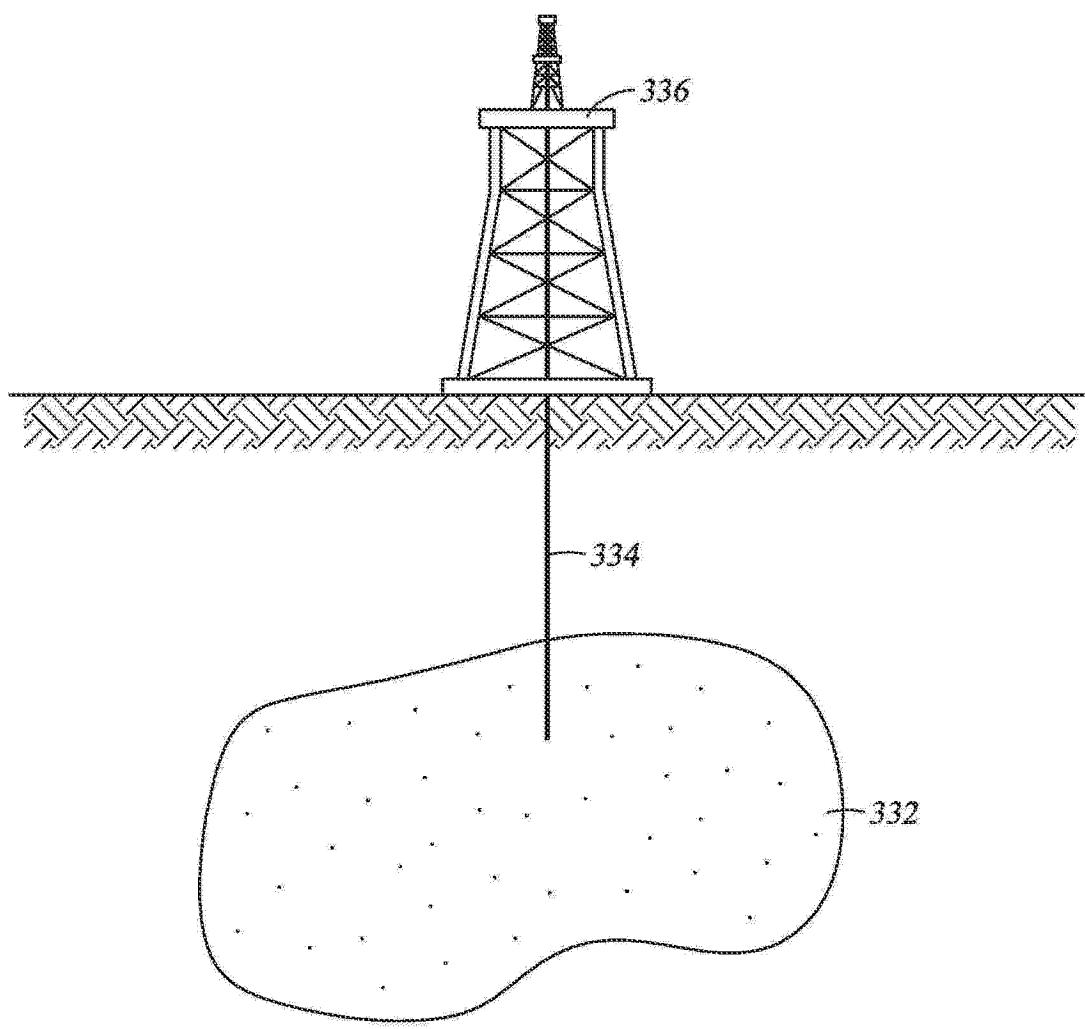


图 12

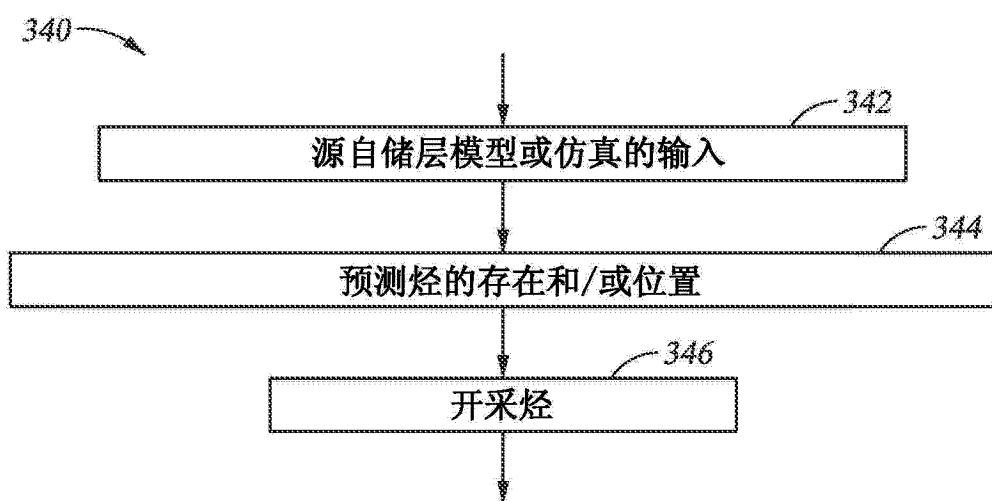


图 13