

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 993 048**

51 Int. Cl.:

G06T 17/20

(2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **19.12.2019** **PCT/EP2019/086159**

87 Fecha y número de publicación internacional: **25.06.2020** **WO20127632**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **19.12.2019** **E 19820808 (4)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **16.10.2024** **EP 3899876**

54 Título: **Recorte automatizado de una malla superficial**

30 Prioridad:

20.12.2018 EP 18214500

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

20.12.2024

73 Titular/es:

**MEDICIM NV (100.0%)
Stationsstraat 102
2800 Mechelen, BE**

72 Inventor/es:

**DE SOMERE, MATHIAS;
ABBELOOS, DIRK;
VAN LEEMPUT, PIETER y
MOLLEMANS, WOUTER**

74 Agente/Representante:

PONS ARIÑO, Ángel

ES 2 993 048 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Recorte automatizado de una malla superficial

5 Campo técnico

La presente invención se refiere a un método para automatizar el recorte de la región límite de un modelo de malla de superficie abierta tridimensional (3D) que comprende una región de malla interna delineada por vértices y bordes de límite. En una realización particular, la presente invención se refiere a un método para automatizar el recorte de una malla de superficie abierta que representa una región intraoral.

Antecedentes

El uso de modelos 3D de objetos del mundo real se está volviendo algo común en muchas aplicaciones diferentes, incluidas la ingeniería, el entretenimiento, la aplicación de la ley y las aplicaciones médicas. Estos modelos 3D normalmente se construyen a partir de datos recopilados mediante un dispositivo de escaneo 3D. Se utilizan diferentes tipos de dispositivos de escaneo 3D y se pueden clasificar según la tecnología utilizada para capturar los datos 3D. Cada tecnología tiene sus propias limitaciones y ventajas. Los dispositivos de escaneo óptico 3D están limitados por su campo de visión; solo se recopilan datos 3D de las superficies de un objeto que pueden llevarse dentro del campo de visión del dispositivo de escaneo. Además, adquirir un modelo 3D de un objeto o parte del mismo generalmente requiere capturar múltiples escaneos desde muchas direcciones diferentes para recopilar datos sobre diferentes lados del objeto. Estos escaneos se registran entre sí y se fusionan en un único conjunto de datos. Los dispositivos de escaneo 3D generalmente registran datos de superficie 3D como una nube de puntos, que, dependiendo del uso posterior de los datos 3D, se transforma en un modelo, como una nube de puntos estructurada, un modelo de malla poligonal, un modelo de superficie NURBS o un modelo CAD basado en características editables. Un modelo de malla de superficie poligonal comprende una colección de vértices, aristas y caras que definen la forma de una superficie poliédrica.

Cuando solo se escanea una parte de un objeto, ya sea porque no se necesita un modelo 3D de todo el objeto o porque ciertas partes del objeto no pueden llevarse adecuadamente dentro del campo de visión del equipo de escaneo 3D, se obtiene un modelo de malla de superficie abierta que comprende una región de malla interna delineada por vértices y bordes de límite. A menudo, el límite de dicha malla de superficie abierta es irregular o dentado, por ejemplo, debido a un escaneo incompleto dentro de la región límite.

Ejemplos particulares de modelos de malla de superficie abierta son representaciones de superficie de la cavidad intraoral, incluidas representaciones del arco dental obtenidas utilizando escáneres intraorales 3D (IOS). El uso de estos escáneres intraorales está ganando popularidad como alternativa a las impresiones analógicas del arco dental, ya que su uso ahorra tiempo y causa menos molestias al paciente. Además, el modelo de superficie de la dentadura de un paciente obtenido con un escáner intraoral está inmediatamente disponible para su uso en la planificación del tratamiento, por ejemplo, fusionando este modelo de superficie con una exploración CBCT del área maxilofacial del mismo paciente. Por el contrario, una impresión analógica debe enviarse a un laboratorio donde se prepara para el escaneo 3D. Sin embargo, el área límite de un modelo de malla de superficie intraoral, típicamente un modelo de malla triangular resultante del escaneo intraoral a menudo comprende regiones que no contienen información relevante o que son incorrectas y que deben eliminarse. Estas regiones de exploración espurias se denominan regiones de solapamiento, que pueden ser datos artefactos o representar partes del labio, la mejilla, la lengua o el área retromolar de un paciente. Además, el límite de la malla de la superficie de escaneo intraoral suele ser irregular, lo que no es visualmente agradable y puede complicar el procesamiento posterior del modelo de la superficie intraoral. La Figura 1 muestra un modelo de escaneo intraoral con un límite irregular y regiones de solapamiento grandes. Para eliminar estas regiones de solapamiento y suavizar algo el límite, las aplicaciones de software de escaneo intraoral disponibles actualmente brindan al usuario la posibilidad de recortar manualmente la región límite del modelo de superficie intraoral indicando en dicho modelo una línea de corte para el recorte. Esto requiere mucho tiempo y el recorte manual no permite obtener un suavizado satisfactorio del límite de la malla de la superficie. Por lo tanto, existe una necesidad de recorte automático de la región exterior de las mallas de superficie abierta, incluidos los modelos de superficie intraoral, lo que da como resultado la eliminación de regiones de solapamiento y garantiza un límite suave sin modificar o agregar área de superficie artificial a los modelos de malla.

Bose, 2009 describe un método de conjunto de niveles para detectar superficies abiertas incrustadas en volúmenes tridimensionales.

El documento US 2013/300734 describe un método para fusionar dos mallas adyacentes cerrando con cremallera los límites externos de estas mallas.

65 Compendio

Para cumplir o al menos parcialmente cumplir los objetivos mencionados anteriormente, los métodos, sistemas y programas informáticos conforme a la invención se definen en las reivindicaciones independientes. Las realizaciones concretas están definidas en las reivindicaciones dependientes.

5 En una realización, se implementa un método, es decir, se lleva a cabo, por un ordenador, o por un conjunto de ordenadores, que comprende recibir una malla de superficie abierta, que puede recibirse como datos de un sistema de escaneo 3D o como un archivo electrónico que comprende los datos de la malla de superficie abierta. El método comprende además determinar una región de dicha malla de superficie abierta que se mantendrá después del recorte y eventualmente recortar la malla de superficie abierta quitando de dicha malla
10 la región o regiones fuera de la región que se mantendrá. La determinación de dicha región a mantener puede comprender los pasos de:

- computar valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta, en donde dichos valores de función varían gradualmente a lo largo de dicha malla, preferiblemente en relación con una medida indicativa de una propiedad local de la malla de superficie, y
15

- identificar una región de malla de superficie abierta que se mantendrá después del recorte, en donde dicha región agrupa posiciones de malla con valores de función dentro de un rango seleccionado.

20 Más preferiblemente, determinar dicha región a mantener comprende los pasos de:

- calcular valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta, en donde dichos valores de función varían gradualmente a lo largo de dicha malla, preferiblemente en relación con una medida indicativa de una propiedad local de la malla de superficie,
25

- calcular una o más isolíneas a partir de dichos valores de función, uniéndose dichas isolíneas en posiciones de la malla de superficie con el mismo valor de función,

- seleccionar una isolínea que encierra una región de interés de dicha malla de superficie abierta,
30

- utilizar dicha isolínea seleccionada para definir una línea de corte que encierra la región de malla de superficie que se mantendrá después del recorte.

Preferiblemente, el método según la presente invención se ejecuta de manera automática minimizando la interacción del usuario.
35

La invención se refiere, además, en una realización, a un sistema para recortar automáticamente una malla de superficie abierta. El sistema comprende una unidad de procesamiento configurada para llevar a cabo las operaciones del método descrito anteriormente.
40

La invención también se refiere a programas de ordenador, productos de programas de ordenador y medios de almacenamiento que comprenden instrucciones legibles por ordenador configuradas, cuando se ejecutan en un ordenador, para hacer que el ordenador lleve a cabo el método descrito anteriormente, o para implementar las funciones de un sistema como se describió anteriormente.
45

Breve descripción de los dibujos

Figura 1: Ejemplo de un escaneo de la superficie intraoral (1) con un límite exterior irregular (2) y varias regiones de solapamiento grandes (3).
50

Figura 2: Área de Voronoi A_i (A) y área mixta A_i^* (B) del vértice v_i en su vecindad de 1 anillo (área gris). También se indican los ángulos α_{ij} y β_{ij} para la arista $e_{ij} = (v_i, v_j)$ también se indican.

Figura 3: Representación en blanco y negro de un mapa de calor en una malla de superficie de juguete 2D con un límite ruidoso, una solapa (derecha) y una grieta (izquierda). La superficie circular tiene un radio de 10 mm. La difusión de calor se aplica con límites mantenidos a una temperatura fija de $u(v_B) = 1^\circ$ y con una disipación de calor ($\lambda = 0,01$) en todas las demás posiciones. La solución de estado estable se visualiza con 20 isolíneas a temperaturas espaciadas uniformemente.
55

Figura 4: Malla de superficie abierta con un límite superior espurio que representa un escaneo 3D de la cabeza de una persona. Se definió una línea de corte (5) para recortar esta malla aplicando una función de difusión de calor.
60

Figura 5: Representaciones simplificadas de la superficie intraoral mandibular (A) y maxilar (B). Normalmente, en la práctica odontológica las áreas grises más oscuras son las de interés, mientras que las áreas grises más
65

claras se recortan al procesar mallas de superficies intraorales.

Figura 6: Vista de los planos que establecen las curvaturas principales en una superficie (adaptada de una imagen de Steve Garvie, distribuida bajo GFDL).

5

Figura 7: Vista esquemática del vecindario de 1 anillo de un vértice de superficie interna (A) y un vértice límite (B). Los vectores de borde se representan como flechas regulares y la normal curvatura media κ_n se representa como una flecha en negrita.

10 **Figura 8:** Representación en blanco y negro de un mapa de calor que muestra isolíneas resultantes de la aplicación de una función de difusión de calor con un coeficiente de disipación de calor dependiente de la curvatura (λ) en mallas de superficie intraoral desafiantes.

15 **Figura 9:** Solución en estado estacionario de difusión de calor disipativo aplicada a una malla de superficie intraoral. Se visualizan veinte isolíneas.

Figura 10: Ilustración esquemática que representa diferentes variables de isolínea de temperatura determinadas y utilizadas en la selección automática de una isolínea que encierra una región de malla de interés.

20

Figura 11: Ejemplo de (A) el umbral de temperatura calculado utilizando la ecuación (20) y (B) la isolínea seleccionada correspondiente u_s indicada en la malla de la superficie intraoral.

25 **Figura 12:** Ejemplo de mallas de superficie intraoral que pueden beneficiarse de un paso de posprocesamiento como el descrito en la Sección 5.

Figura 13: Ilustración esquemática de las distancias más cortas entre una isolínea seleccionada y los vértices de un segmento límite exterior que delimita una región de solapamiento y una grieta, respectivamente.

30 **Figura 14:** Representación esquemática de posibles intersecciones entre una isolínea o línea de corte seleccionada y un triángulo de una malla de superficie.

Figura 15: Representación esquemática de un segmento de malla de límite exterior que delimita una grieta. Las flechas unidireccionales discontinuas indican, para un vértice dado, el vértice vecino con la mayor relación entre la distancia geodésica del límite y la distancia euclidiana. Las flechas bidireccionales completas indican los vértices del límite exterior que se tienen entre sí como vértice vecino con la mayor relación entre la distancia geodésica del límite y la distancia euclidiana. Estos vértices proporcionan un par candidato de vértices de entrada. El par de entrada candidato de la izquierda no se conservará como par de entrada porque los vértices del límite exterior encerrados por este par forman un subconjunto del par de entrada candidato de la derecha.

40

Figura 16: Comparación de las líneas de corte identificadas con diferentes pasos de posprocesamiento para una malla de superficie intraoral con una grieta (6) en la región molar.

45 **Figura 17:** Difusión de calor aplicada a (a) una malla de superficie de juguete y (b) un escaneo intraoral con una fuente de calor y un disipador de calor: (7) indica la línea de corte recién encontrada, (8) y (9) indican respectivamente las líneas que delimitan las áreas locales que rodean la fuente de calor (10) y el sumidero (11) en las que se vuelve a aplicar la ecuación de difusión de calor.

50 **Figura 18:** Diagrama esquemático de una implementación ejemplar de un sistema según una realización de la invención.

Descripción detallada

55 "Malla de superficie" como se utiliza en este documento se refiere a un modelo de malla de superficie poligonal que comprende una colección de vértices, aristas y caras que definen la forma de una representación de superficie poliédrica. El experto en la materia entenderá que en el contexto de la presente invención el término "malla de superficie" también puede referirse a una nube de puntos organizada en donde se definen las relaciones de vecindad entre los puntos. Las mallas de superficies y las nubes de puntos organizadas se utilizan con frecuencia en gráficos de ordenador en 3D. Por ejemplo, los datos de superficie 3D obtenidos mediante
60 un dispositivo de escaneo, como por ejemplo un escáner intraoral 3D, pueden almacenarse digitalmente y/o mostrarse como una malla de superficie o una nube de puntos organizada.

65 "Malla de superficie abierta" se utiliza aquí para referirse a una malla de superficie que comprende una región de malla interna delineada por un límite externo de vértices de límite y bordes de límite que conectan dichos vértices de límite. Estos vértices de límite se caracterizan porque no están completamente rodeados por otros vértices. La región de malla interna puede comprender uno o más orificios, definidos por una pluralidad de

vértices de límite conectados que delimitan un área sin datos de superficie. Dentro de la presente invención, el límite exterior de una malla de superficie abierta corresponde preferiblemente al tramo más largo de vértices de límite conectados de la malla de superficie.

5 "Recorte" se utiliza aquí para referirse a la eliminación de una región límite de una malla de superficie abierta. Normalmente, el recorte de una malla de superficie abierta implica el reposicionamiento total o parcial hacia adentro del límite exterior de la malla en la superficie de la malla original.

10 "Valor de función" se utiliza aquí para referirse a un valor que se computa para una posición de malla dada, por ejemplo, un vértice específico o una posición en un borde que conecta dos vértices, aplicando una función en dicha malla, en donde dicha función comprende una medida indicativa de una propiedad de malla de superficie local como una variable independiente. En una realización preferida, esta función es una función de transferencia de calor y dicho valor de función es una temperatura virtual.

15 "Isolina" se utiliza aquí para referirse a una línea trazada sobre dicha malla de superficie abierta uniendo posiciones de malla con el mismo valor de función. En el contexto de la presente invención, estas isolíneas forman curvas preferiblemente cerradas que encierran una región de la malla de superficie abierta. Por ejemplo, al aplicar una función de transferencia de calor sobre una malla de superficie abierta, una isolínea corresponde a la isoterma que conecta las posiciones en dicha malla con la misma temperatura virtual.

20 "Curvatura", como se utiliza en este documento, se refiere a la desviación de una superficie de ser un plano liso. Esta desviación de un plano puede ser "convexa", lo que significa que la superficie se abulta hacia afuera, o "cóncava", lo que significa que la superficie se abulta hacia adentro. Existen diferentes medidas disponibles para describir la curvatura. Considerando que la curvatura de una superficie se puede determinar en múltiples direcciones (Figura 6), se prefiere que esta medida combine, para una posición de malla dada, las curvaturas de diferentes direcciones en un solo valor. Ejemplos de tales medidas son la "curvatura media" y la "curvatura gaussiana", tal como se definen en la Sección 3.2. Siguiendo esta definición, la curvatura media será positiva si en una posición dada la curvatura general de la superficie es convexa y negativa si la curvatura general es cóncava. Ciertas mallas de superficies abiertas tienen localmente pequeñas variaciones de curvatura dentro de regiones con una curvatura general convexa o cóncava. El ruido resultante de estas variaciones de curvatura local se puede resolver suavizando la medida de curvatura, como la curvatura media, sobre la malla de superficie abierta o una región de la misma.

35 "Color", como se utiliza en este documento, se refiere a una característica óptica percibida, que incluye una o más de las siguientes: tono, croma, valor, translucidez, reflectancia. En aplicaciones digitales, los datos de color pueden estar disponibles como códigos de color asociados con las posiciones de la malla de la superficie. Dicho código de color puede ser una combinación de valores de colorantes, por ejemplo, rojo (R), verde (G) y azul (B), colectivamente RGB, en un espacio de color aditivo, o cian (C), magenta (M), amarillo (Y) y negro (B), colectivamente CMYK, en un espacio de color sustractivo. Además, YCbCr, Y'CbCr o Y Pb/Cb Pr/Cr, también escrito como YCBCR o Y'CBCR, es una familia de espacios de color frecuentemente utilizada como parte de la cadena de producción de imágenes en color en sistemas de vídeo y fotografía digital (donde Y' es el componente de luminancia, CB y CR son los componentes de croma de diferencia azul y diferencia roja e Y el componente de luminancia).

45 "Distancia geodésica" como se utiliza en este documento se refiere a la distancia entre dos vértices de una malla, medida a lo largo de la malla, es decir, la longitud total de los bordes en una ruta más corta que conecta dichos vértices. En diferentes momentos de la descripción de la presente invención se hace referencia a una "distancia geodésica límite". Este término se utiliza para referirse a la distancia más corta entre los vértices de límite a lo largo de una ruta definida por los bordes de límite que conectan estos vértices de límite.

50 El uso de modelos de malla de superficie 3D contruidos a partir de datos de escaneo 3D se ha vuelto algo común en muchas aplicaciones diferentes que varían desde el entretenimiento hasta la planificación de intervenciones médicas y dentales. Cuando se adquieren datos de superficie en 3D de solo una parte de un objeto, ya sea porque no se necesita un modelo 3D de todo el objeto o porque ciertas partes del objeto no pueden llevarse adecuadamente dentro del campo de visión del equipo de escaneo 3D, puede obtenerse un modelo de malla de superficie abierta que comprende una región de malla interna delineada por vértices de límite externos y por los bordes que conectan estos vértices. A menudo, el límite de dicha malla de superficie abierta es irregular o dentado, por ejemplo, debido a un escaneo incompleto dentro de la región límite. Además, la región límite de la malla de superficie abierta puede comprender extensiones o regiones de solapamiento salientes que comprenden datos de superficie de partes del objeto fuera de la zona de interés que se escanean incidentalmente. En general, una región límite irregular y espuria no es deseada cuando se presenta un modelo de malla de superficie abierta. Además, datos innecesarios o inexactos en la región límite pueden obstaculizar el uso adecuado de los modelos de malla en ciertas aplicaciones. Por ejemplo, al superponer la malla de superficie abierta sobre otra imagen 2D o 3D, dichas regiones de solapamiento pueden ocultar información relevante en la imagen subyacente. Un ejemplo de un modelo de malla de superficie abierta es la representación de la superficie de la cavidad intraoral de un paciente que muestra el arco dental obtenido

mediante un escáner intraoral 3D (IOS). La Figura 1 muestra un modelo de escaneo intraoral con un límite irregular y regiones de solapamiento grandes. Otro ejemplo de una malla de superficie abierta con una región límite espuria es la malla de superficie 3D de una superficie parcialmente escaneada de la cabeza de una persona, como se presenta en la Figura 4. Para eliminar estas regiones de solapamiento y suavizar un poco el límite de la malla, los productos de software disponibles actualmente para procesar mallas de superficie permiten al usuario recortar manualmente la región límite de un modelo de superficie abierta indicando en un modelo de superficie mostrado una línea de corte para recortar. Este recorte manual consume mucho tiempo y realmente no proporciona el límite suave deseado de la malla de superficie abierta recortada. Por lo tanto, un objeto de la presente invención es proporcionar un método basado en ordenador que permita el recorte semiautomático o automatizado de la región límite de mallas de superficie abierta, incluidos modelos de superficie intraoral, lo que da como resultado la eliminación de regiones de solapamiento y garantiza un límite suave sin modificar o agregar un área de superficie artificial al modelo de malla. El método de recorte de la presente invención generalmente implica el reposicionamiento hacia adentro del límite exterior de la malla en la malla de superficie original, mientras se minimiza o evita la adición de nueva superficie o la introducción de modificaciones en la parte de la malla de superficie que se retiene después del recorte.

En un paso inicial el método de recorte basado en ordenador de la presente invención comprende recibir una malla de superficie abierta. Esta malla de superficie abierta puede recibirse como datos de un sistema de escaneo 3D o como un archivo electrónico que comprende los datos de la malla de superficie abierta. El método comprende además determinar una región de dicha malla de superficie abierta, que debería mantenerse después del recorte y eventualmente recortar la malla de superficie abierta quitando de dicha malla la región o regiones, fuera de la región que se mantendrá. La determinación de dicha región a mantener puede comprender los pasos de:

- computar valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta, en donde dichos valores de función varían gradualmente a lo largo de dicha malla, preferiblemente en relación con una medida indicativa de una propiedad local de la malla de superficie, y
- identificar una región de malla de superficie abierta que se mantendrá después del recorte, en donde dicha región agrupa posiciones de malla con valores de función dentro de un rango seleccionado.

Más preferiblemente, determinar dicha región a mantener, comprende los pasos de:

- computar valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta, en donde dichos valores de función varían gradualmente a lo largo de dicha malla, preferiblemente en relación con una medida indicativa de una propiedad local de la malla de superficie,
- calcular una o más isolíneas a partir de dichos valores de función, uniéndose dichas isolíneas en posiciones de la malla de superficie con el mismo valor de función,
- seleccionar una isolínea que encierra una región de interés de dicha malla de superficie abierta,
- utilizar dicha isolínea seleccionada para definir una línea de corte que encierra la región de malla de superficie que se mantendrá después del recorte.

Normalmente, estos valores de función se computan aplicando una función en dicha malla, en donde dicha función comprende una medida indicativa de una propiedad de malla de superficie local como una variable independiente. Preferiblemente, dichos valores se computan para una pluralidad de posiciones distribuidas en al menos una región que bordea todo el límite exterior de una malla de superficie abierta, más preferiblemente dichos valores se calculan para posiciones distribuidas en toda la superficie de la malla. Normalmente, los valores de la función se computan al menos para las posiciones de los vértices de la malla de superficie abierta o cualquier región de la misma. En ciertas realizaciones, el valor de la función para una posición en un borde entre dos vértices se obtiene mediante interpolación a partir de los valores de la función de los vértices conectados por dicho borde.

Preferiblemente, los valores de función calculados varían en relación con una medida indicativa de una propiedad de malla de superficie local seleccionada de una medida para la distancia entre una posición de malla y el límite exterior, una medida indicativa de la curvatura de la superficie en una posición de malla o una medida indicativa del color en una posición de malla. Preferiblemente, dicha medida de distancia es la distancia geodésica o euclidiana entre una posición de malla y el límite exterior. Considerando que la curvatura de una superficie se puede determinar en múltiples direcciones (Figura 6), se prefiere que esta medida que describe la curvatura de la malla combine, para una posición de malla dada, las curvaturas de diferentes direcciones en un solo valor. Por lo tanto, se encontró que las medidas de curvatura particularmente adecuadas eran la curvatura gaussiana y la curvatura media, respectivamente. Ciertas mallas de superficie abierta, incluidas aquellas que representan superficies intraorales, pueden tener variaciones de curvatura menores locales dentro de regiones con una curvatura general convexa o cóncava. Para tales mallas se encontró que era

ventajoso suavizar o difuminar las medidas de curvatura encontradas para las respectivas posiciones de la malla. Se pueden utilizar diferentes tipos de códigos de color como medidas indicativas del color de la malla. En ciertas realizaciones es ventajoso suavizar o difuminar las medidas de color encontradas para las respectivas posiciones de malla.

5

En una realización particular, el método de la presente invención comprende calcular sobre dicha malla de superficie abierta dos o más isolíneas cada una con un valor de función diferente y seleccionar una de dichas isolíneas como la isolínea que encierra una región de malla de superficie de interés. La selección de esta isolínea puede implicar la presentación en una pantalla de una representación de la malla de superficie con indicación de las dos o más isolíneas calculadas y la selección por parte de un usuario de una de dichas isolíneas como la isolínea que encierra la región de malla de interés. Alternativamente, esta isolínea se puede seleccionar automáticamente utilizando una función de optimización y criterios de optimización apropiados. En ciertas realizaciones, dichas isolíneas se calculan para estar espaciadas uniformemente. Se puede calcular una pluralidad de isolíneas espaciadas uniformemente dividiendo el rango entre el valor de función más bajo ($f_{\min}$) y más alto ($f_{\max}$) calculados en S intervalos equidistantes, definiendo así un conjunto ordenado de S+1 isolíneas en donde la diferencia entre los valores de isolínea de dos isolíneas vecinas es $\frac{1}{S}(f_{\max} - f_{\min})$. En otras palabras, las isolíneas uniformemente espaciadas se caracterizan porque la diferencia absoluta entre el valor de la función de una isolínea y el de una isolínea vecina es idéntica para todas las isolíneas. Las isolíneas espaciadas uniformemente resultaron particularmente útiles en el caso de la selección automática de isolíneas utilizando una función de optimización. En una realización particular, la isolínea que encierra una región de interés se selecciona automáticamente entre tres o más isolíneas espaciadas uniformemente utilizando una función de optimización que considera los siguientes criterios de optimización: (i) distancia promedio mínima entre la isolínea seleccionada y sus isolíneas vecinas y (ii) área de superficie total máxima dentro de la isolínea seleccionada.

25

La isolínea seleccionada para encerrar una región de interés puede servir como línea de corte para recortar la malla de superficie abierta. Alternativamente, se lleva a cabo un paso de posprocesamiento en donde dicha isolínea seleccionada se utiliza como referencia para definir dicha línea de corte. Por ejemplo, un usuario puede definir manualmente dicha línea de corte moviendo la posición de la isolínea seleccionada o partes de la misma en una visualización del modelo de malla de superficie. Preferentemente, la línea de corte se define automáticamente a partir de dicha isolínea seleccionada. Se encontró que una estrategia adecuada para definir automáticamente la línea de corte a partir de la isolínea seleccionada comprendía posicionar la línea de corte en la malla más cerca del límite exterior que la isolínea seleccionada, donde la distancia más pequeña entre dicho límite exterior y la isolínea seleccionada está por debajo de una distancia umbral, mientras que la posición de la línea de corte se define para coincidir sustancialmente con la de la isolínea seleccionada, donde la distancia más pequeña entre dicho límite exterior y la isolínea seleccionada excede dicha distancia umbral.

35

Una vez establecida la línea de corte, la malla de superficie abierta se recorta eliminando las regiones de malla de superficie entre dicha línea de corte y el límite exterior de dicha malla de superficie abierta. La línea de corte puede cortar uno o más polígonos de la malla de superficie abierta, de modo que al menos un vértice del polígono esté dentro de la región encerrada por dicha isolínea y al menos un vértice del polígono esté fuera de esta región. Por lo tanto, se prefiere que dicho recorte de la malla comprenda un paso de reconstrucción de nuevos polígonos de malla de superficie donde esta línea corta a través de polígonos originales de la malla de superficie abierta. Esta reconstrucción generalmente incluye la introducción de nuevos vértices de límite en posiciones donde la línea de corte cruza los bordes entre los vértices.

45

En un ejemplo, que no cae dentro del ámbito de la invención reivindicada, calcular los valores de función para una pluralidad de posiciones de malla comprende aplicar una función de difusión en una malla de superficie

$$\frac{\partial f(v,t)}{\partial t} = \nabla \cdot A \nabla f(v,t)$$

abierta utilizando una ecuación del tipo $\frac{\partial f(v,t)}{\partial t} = \nabla \cdot A \nabla f(v,t)$, (e1) y aplicar condiciones de contorno que especifican los valores de función de una solución de dicha ecuación a lo largo del límite exterior de dicha malla de superficie abierta, donde v es una posición espacial, t es tiempo, $\nabla \cdot$ es un operador de divergencia, A es una matriz definida positiva, ∇ es un operador de gradiente y f es una función definida en dicha malla de superficie abierta. Dicha función de difusión describe la evolución en el tiempo de la distribución espacial de una cantidad sobre dicha superficie abierta. Preferiblemente, la función de difusión comprende una variable independiente que es una medida de una propiedad de malla de superficie local seleccionada de una medida para la distancia entre una posición de malla y el límite exterior, una medida indicativa de la curvatura de la superficie en una posición de malla o una medida indicativa del color en una posición de malla. Los valores de la función pueden obtenerse a partir de una solución intermedia o de una solución de estado estable de dicha ecuación de difusión. En la medida en que la ecuación de difusión aplicada y las condiciones de contorno justifiquen una solución de estado estable no uniforme, en donde los valores de la función resultante varíen a lo largo de la malla, el uso de una solución de estado estable ofrece varias ventajas sobre una solución intermedia. El uso de una solución intermedia requiere iterar utilizando un paso de tiempo, definir un criterio de detención y manejar diferentes problemas de estabilidad numérica. También es una operación costosa en términos de tiempo de cálculo cuando se procesan mallas de superficies relativamente grandes. Por otra parte, una solución

50

55

60

de estado estable se puede obtener resolviendo un sistema lineal de ecuaciones. El uso de una función de difusión tiene la ventaja de que las isolíneas calculadas a partir de los valores de la función resultante tienen trayectorias suaves sobre dicha malla. Normalmente, una línea de corte obtenida a partir de dicha isolínea hereda la trayectoria suave, lo que garantiza un límite suave de la malla de superficie abierta recortada eventualmente.

En una realización particular, el usuario también puede especificar condiciones de contorno para vértices seleccionados dentro de la región de malla interna, especificando así los valores de función de una solución de dicha ecuación para dichos vértices de malla interna. El usuario puede, por ejemplo, especificar las condiciones de contorno para los vértices de la malla interna indicando una región de malla interna en una pantalla de la malla e introduciendo un valor de función para los vértices dentro de dicha región de malla.

Una malla de superficie abierta puede considerarse como una placa conductora de calor infinitamente delgada. Según la invención, aplicar dicha función de difusión sobre dicha malla comprende utilizar una ecuación de calor del tipo

$$\frac{\partial u(v,t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(v,t) \quad (e2),$$

donde $\alpha \nabla^2 u(v, t)$ especifica un término de difusión térmica con α siendo un coeficiente de difusión $\left(\frac{m^2}{s}\right)$ que describe una transferencia de calor virtual sobre dicha malla y $\nabla^2 u$ denotando el operador de Laplace-Beltrami aplicado a la función u y donde $u(v, t)$ devuelve una temperatura virtual para una posición de malla de superficie dada. Una isolínea que une posiciones de malla con un mismo valor de función (temperatura) obtenido a partir de una solución intermedia o de estado estable de dicha ecuación puede considerarse como una isoterma sobre dicha malla. Preferiblemente, dicha ecuación de calor comprende además un término de disipación de calor $-\lambda u(v, t)$ que proporciona una ecuación

$$\frac{\partial u(v,t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(v,t) - \lambda u(v,t) \quad (12),$$

con λ denotando un coeficiente de disipación de calor (s^{-1}), con $\lambda \geq 0$. En ciertas realizaciones, el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) varían dependiendo de la variación local de una propiedad de malla de superficie abierta. Esta propiedad de malla puede ser la curvatura, la distancia desde el límite exterior o el color de la malla como se describió anteriormente. Por ejemplo, el coeficiente de disipación de calor (λ) puede aumentar con el aumento de la distancia geodésica entre una posición de malla y el límite exterior. De esta manera, los valores de función (temperaturas virtuales) en la región de malla interna tenderán a ser "más fríos" que aquellos en la región de malla vecina al límite exterior, ciertamente con condiciones de límite que establecen el límite exterior como una fuente de calor. En otro ejemplo, el coeficiente de disipación de calor (λ) puede aumentar con una medida de color indicativa de un tono blanco o amarillo que favorece valores de función "más fríos" (temperaturas virtuales) dentro de las regiones de malla de superficie de color amarillo-blanco. En otro ejemplo más, el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) pueden aumentar con el aumento de una medida indicativa de la convexidad de la malla de la superficie, favoreciendo valores de función "más fríos" dentro de las regiones de malla convexa. En un ejemplo particular, el cálculo de dichos valores de función comprende el uso de una ecuación de calor (12) en donde el coeficiente de disipación de calor (λ) depende de una medida de curvatura media suavizada ($\bar{\kappa}$) con λ aumentando con un incremento positivo $\bar{\kappa}$ ($\lambda(\bar{\kappa}) = \max(0, \beta \bar{\kappa})$ (14)).

Curiosamente, calcular dichos valores de función utilizando una función de difusión de calor en la que el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) varían dependiendo de una medida indicativa de una propiedad de la malla puede proporcionar una solución en la que las isolíneas con diferentes valores de función se posicionan cerca una de la otra en ciertas regiones de la malla. Dicha posición cercana de las isolíneas se puede observar más fácilmente con isolíneas espaciadas uniformemente. Se puede calcular una pluralidad de isolíneas espaciadas uniformemente dividiendo el rango entre el valor calculado más bajo (u_{min}) y más alto (u_{max}) de temperatura virtual en S intervalos equidistantes, definiendo así un conjunto ordenado de $S+1$ isolíneas en donde la diferencia entre los valores de isolínea de dos isolíneas vecinas es $\frac{1}{S}(u_{max} - u_{min})$. Por ejemplo, al utilizar una ecuación de difusión de calor con un coeficiente de disipación de calor (λ) que aumenta con el aumento de la convexidad para una curvatura media positiva ($\lambda(\bar{\kappa}) = \max(0, \beta \bar{\kappa})$), las isolíneas uniformemente espaciadas suelen estar ubicadas muy cerca en las regiones de transición de la malla de superficie abierta donde las regiones cóncavas y convexas bordean una a la otra.

El uso de una función de difusión y condiciones de contorno que resultan en regiones con isolíneas posicionadas estrechamente, puede contribuir ventajosamente a seleccionar automáticamente la isolínea que encierra la región de interés. Por ejemplo, de una pluralidad de isolíneas calculadas, esta isolínea se puede

seleccionar automáticamente utilizando una función de optimización considerando los siguientes criterios de optimización: (i) distancia promedio mínima entre la isolínea seleccionada y sus isolíneas vecinas y (ii) área de superficie total máxima dentro de la isolínea seleccionada. En caso de que las áreas convexas de una malla de superficie abierta sean de interés, se recomienda utilizar un enfoque que proporcione una alineación densa de isolíneas, preferiblemente isolíneas espaciadas uniformemente, en ciertas regiones de malla en donde las regiones cóncavas y convexas se bordean entre sí. Como se indicó anteriormente, dicha solución se puede obtener a partir de valores de función calculados con una función de difusión de calor (12) con un coeficiente de disipación de calor (λ) que aumenta con el aumento de la convexidad para una curvatura media positiva ($\lambda(\kappa) = \max(0, \beta\kappa)$). A partir de la pluralidad de isolíneas calculadas, la isolínea que encierra la región de interés se puede determinar automáticamente utilizando una función de optimización que considera los siguientes criterios de optimización: (i) distancia promedio mínima entre la isolínea seleccionada y sus isolíneas vecinas y (ii) área superficial total máxima dentro de la isolínea seleccionada y (iii) curvatura media total máxima o curvatura media suavizada total de la región de malla de superficie dentro de la isolínea seleccionada.

En ciertas realizaciones que implican una función de difusión de calor, el usuario puede especificar condiciones de contorno para los vértices de una región de malla interna seleccionada estableciendo valores de función de temperatura alta (por ejemplo, la misma temperatura que la establecida para los vértices de contorno externos) o valores de función de temperatura baja para dichos vértices. Estos ajustes determinarán si dicha región tendrá mayor probabilidad de estar dentro o fuera de la isolínea seleccionada para definir la línea de corte. Alternativamente, los vértices de una región de malla interna seleccionada se definen como una fuente de calor o un disipador de calor. Al utilizar este enfoque alternativo, la aplicación de una función de difusión de calor requiere el uso de una ecuación de calor (12) ajustada para incluir un término de fuerza F , que es negativo para los disipadores de calor, positivo para las fuentes de calor y 0 para otros vértices internos:

$$\frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\mathbf{v}, t) - \lambda u(\mathbf{v}, t) + F(\mathbf{v}) = 0, \quad (30)$$

Como se indicó anteriormente, la isolínea seleccionada para encerrar una región de interés puede servir como línea de corte para recortar la malla de superficie abierta o el método de la presente invención puede comprender un paso de posprocesamiento en donde la isolínea seleccionada se utiliza como referencia para definir la línea de corte. Normalmente, la línea de corte se identifica en un paso de posprocesamiento utilizando la isolínea seleccionada como referencia para identificar dicha línea de corte, en donde, con respecto a la isolínea seleccionada, dicha línea de corte se mueve hacia el límite exterior en posiciones en donde la distancia más corta entre la isolínea seleccionada y el límite exterior está por debajo de un valor umbral y en donde dicha línea de corte se mantiene sustancialmente al nivel de la isolínea seleccionada en posiciones en donde la distancia mínima entre la isolínea seleccionada y el límite exterior excede dicho valor umbral. En una realización, este paso de posprocesamiento implica volver a calcular los valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta aplicando en dicha malla una función de difusión utilizando condiciones de contorno adaptadas. Posteriormente se calculan una o más isolíneas nuevas a partir de dichos valores de función recalculados. Estas condiciones de contorno adaptadas se establecen preferiblemente para favorecer una solución en la que, en comparación con las isolíneas iniciales, las posiciones de las nuevas isolíneas (i) se desplazan hacia el límite exterior donde la distancia más pequeña entre dicha isolínea inicialmente seleccionada y el límite exterior está por debajo de una distancia umbral, y (ii) se mantienen sustancialmente donde esta distancia más pequeña excede dicha distancia umbral. Por ejemplo, dichas nuevas isolíneas se pueden calcular a partir de los valores de función (temperaturas virtuales) calculados utilizando una función de difusión de calor con condiciones de contorno que fijan la temperatura en posiciones a lo largo del límite exterior, en donde para las posiciones de límite exterior, para las cuales la distancia más corta entre dicha posición y la isolínea inicialmente seleccionada está por debajo de una distancia umbral, la temperatura se establece en un nivel más bajo que para las posiciones de límite exterior para las cuales dicha distancia más pequeña excede dicha distancia umbral. Preferiblemente, dichas posiciones de límite exterior son vértices de límite exterior y dicha distancia más corta es la distancia euclidiana más corta entre dicho vértice de límite exterior y un vértice de la isolínea seleccionada. En caso de que dicha malla de superficie sea una malla de superficie intraoral dicha distancia umbral se establece preferiblemente en 3 mm. Después del cálculo de las nuevas isolíneas, se selecciona una de dichas nuevas isolíneas como la isolínea que encierra una región de interés de dicha malla de superficie abierta. Finalmente, esta isolínea recién seleccionada se utiliza para definir una línea de corte que encierra la región de malla de superficie que se debe mantener después del recorte, en donde dicha isolínea recién seleccionada sirve como línea de corte o se utiliza como referencia en un paso adicional para identificar la línea de corte.

Ciertas mallas de superficie abierta comprenden las denominadas grietas, que son áreas alargadas que carecen de datos de escaneo y que están delineadas por un segmento límite externo que se dobla hacia la malla de superficie (Figura 16; 6). Cuando estas grietas se deben a la falta de datos debido a un escaneo incompleto, se asocian con un segmento límite externo artefactual y pueden dar lugar a un recorte no deseado de la malla de superficie abierta. Por lo tanto, puede ser ventajoso identificar los segmentos límite externos que delimitan dichas grietas. En una realización, el método de la presente invención comprende una selección inicial de una isolínea que encierra un área de malla de superficie de interés como se describió anteriormente,

seguida de un paso de posprocesamiento que comprende el uso de dicha isolínea seleccionada inicialmente en la identificación de segmentos de límite externo que delinear grietas y se doblan en dicha malla de superficie abierta o que delinear regiones de solapamiento que sobresalen de dicha malla. Dicho paso de posprocesamiento comprende además definir la línea de corte utilizando los datos de uno o ambos de estos

5 segmentos de límite externo que sobresalen o se doblan hacia adentro. En un primer paso, la identificación de dichos segmentos de límite exterior que sobresalen o se curvan hacia dentro comprende determinar para cada vértice de límite las distancias a lo largo del límite exterior, denominadas distancia geodésica de límite, y las distancias euclidianas entre dicho vértice de límite exterior y los vértices de límite exterior vecinos dentro de una región que rodea dicho vértice de límite. Esta región que abarca los vértices de límite vecinos se puede

10 imaginar como un volumen, típicamente una esfera o un cubo, con dicho vértice de límite exterior en su centro. Preferiblemente, el diámetro de dicho volumen está entre 1 y 3 veces el ancho esperado de una región de grieta o solapa, por ejemplo, entre 1,5 y 2 veces dicho ancho. En caso de que la malla de superficie abierta sea una malla de superficie intraoral, el diámetro de dicho volumen es preferiblemente entre 2 y 10 mm, como por ejemplo entre 4 y 8 mm, como por ejemplo 6 mm. Un vértice de límite exterior se detecta como un vértice

15 de un segmento de límite exterior que sobresale o se curva hacia dentro cuando la relación entre dicha distancia geodésica de límite y dicha distancia euclidianas entre dicho vértice de límite exterior y un vértice de límite exterior vecino excede de un valor umbral.

En un paso posterior se identifican pares de vértices de entrada, que definen los puntos de inicio y final de los segmentos límite que sobresalen o se curvan hacia dentro. La identificación de estos pares de vértices de entrada normalmente comprende los pasos de:

20

- identificar para cada vértice de límite exterior detectado que está en un segmento límite exterior que sobresale o se curva hacia dentro, el vértice límite vecino con la relación más alta entre la distancia geodésica

25 límite y la distancia euclidianas como el vértice límite correspondiente;

- conservar los vértices detectados que se tienen entre sí como vértices de límite correspondientes como pares candidatos de vértices de entrada;
- comparar dichos pares retenidos de vértices de entrada candidatos en donde un par de vértices de entrada candidatos se descarta cuando los vértices del límite exterior a lo largo del camino más corto entre dichos vértices de entrada candidatos son un subconjunto de los vértices del límite exterior entre otro par de vértices de entrada candidatos; y

30

- etiquetar los pares restantes de vértices de entrada candidatos como pares de vértices de entrada de segmentos límite salientes o con curvatura hacia adentro.

35

Un segmento de límite exterior definido por un par de vértices de entrada se etiqueta posteriormente como un segmento de límite exterior que se dobla hacia adentro y que delimita una grieta o un segmento de límite exterior que delimita una región de solapamiento que sobresale. Preferiblemente, dicho segmento límite exterior se etiqueta como un segmento límite exterior de curvatura interna en caso de que todas las distancias más cortas, preferiblemente distancias euclidianas, entre los vértices respectivos de dicho segmento, incluidos los vértices del par de entrada, y la isolínea seleccionada inicialmente estén por debajo de una distancia umbral. En el caso de una malla de superficie intraoral, esta distancia umbral se establece preferiblemente entre 1 y

40 10 mm, como por ejemplo entre 2 y 6 mm, por ejemplo, a 3 mm. Se prefiere además que dicho segmento límite exterior esté etiquetado como un segmento límite exterior que delimita una región de solapamiento saliente en caso de que la distancia más corta entre al menos un vértice de dicho segmento, incluidos los vértices del par de entrada, y la isolínea seleccionada inicialmente exceda una distancia umbral. En el caso de una malla de superficie intraoral, esta distancia umbral se establece preferiblemente entre 1 y 10 mm, como por ejemplo

45 entre 2 y 6 mm, por ejemplo, a 3 mm.

50

Después de dicha identificación de los segmentos de límite exterior salientes y curvados hacia adentro, estos datos se pueden utilizar para definir una línea de corte. Preferiblemente, dicha identificación comprende volver a calcular los valores de la función aplicando dicha función de difusión sobre dicha malla utilizando condiciones de contorno específicas a lo largo de dichos segmentos de contorno de flexión hacia adentro y/o segmentos de contorno que sobresalen. A partir de estos valores de función recalculados, se calculan una o más isolíneas nuevas y se selecciona una de dichas isolíneas como la isolínea que encierra la región de interés. La isolínea recién seleccionada puede servir como línea de corte para recortar la malla de superficie abierta o puede usarse como referencia en un paso posterior. En un ejemplo particular, dicho paso de posprocesamiento

55 comprende volver a calcular valores de función (temperaturas virtuales) para una pluralidad de posiciones de malla utilizando una función de difusión de calor con condiciones de contorno que fijan la temperatura en posiciones a lo largo del límite exterior, en donde la temperatura en un segmento de límite exterior de curvatura interna se establece más baja que en otros segmentos de límite exterior, lo que da como resultado temperaturas de superficie de malla relativamente más bajas en posiciones de malla interna cerca de dichos segmentos de curvatura interna. Las isolíneas calculadas a partir de estas temperaturas de malla de superficie tienden a desplazarse hacia los segmentos del límite exterior que se curvan hacia adentro. Como alternativa, no se

60

65

definen condiciones de contorno para los vértices de los límites exteriores dentro de los segmentos de flexión interna, lo que también da como resultado dicho desplazamiento de las isolíneas hacia estos segmentos de flexión interna.

- 5 Una realización adicional comprende un paso de posprocesamiento en donde el usuario, después de haber visto una línea de corte inicial obtenida de acuerdo con un método de la presente invención, puede editar la malla de superficie para incluir o excluir ciertas regiones de malla seleccionadas en la región de malla de superficie que se mantendrá después del recorte, según se determina al volver a aplicar una función de difusión de calor en dicha malla. Dicha edición puede comprender la especificación de condiciones de contorno para los vértices de regiones de malla interna seleccionadas estableciendo valores de función de temperatura alta (por ejemplo, la misma temperatura que la establecida para los vértices de contorno externo) o valores de función de temperatura baja para dichos vértices. Estos ajustes determinarán si dicha región tendrá mayor probabilidad de estar dentro o fuera de la isolínea seleccionada para definir la línea de corte al volver a aplicar una función de difusión de calor (12) sobre dicha malla. Alternativamente, esta edición puede comprender la definición de los vértices de estas regiones de malla interna seleccionadas como una fuente de calor o un disipador de calor. Al utilizar este enfoque alternativo, la reaplicación de una función de difusión de calor requiere el uso de una ecuación de calor (12) ajustada para incluir un término de fuerza F , que es negativo para los disipadores de calor, positivo para las fuentes de calor y 0 para otros vértices de superficie internos:

$$20 \quad \frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\mathbf{v}, t) - \lambda u(\mathbf{v}, t) + F(\mathbf{v}) = 0, \quad (30)$$

- Teniendo en cuenta que el efecto de un disipador o fuente de calor definido por un término de fuerza normalmente está limitado a la región de malla seleccionada y al área circundante, puede ser posible volver a aplicar localmente la función de difusión de calor (30), reduciendo así el tiempo de cálculo en este paso de posprocesamiento. A partir del paso de posprocesamiento según esta realización se puede seleccionar una isolínea para definir una línea de corte como se describió anteriormente.

- En ciertas realizaciones de la presente invención, la malla de superficie abierta es una malla de superficie intraoral, que representa una parte de la superficie intraoral de un sujeto humano o animal. Generalmente, dicha malla de superficie intraoral comprende un arco dental convexo o región de hueso mandibular y una o más regiones límite cóncavas, que típicamente representan superficies de mejillas, labios o lengua. Dicha malla de superficie intraoral se puede adquirir escaneando directamente la cavidad intraoral de un paciente utilizando un dispositivo de escaneo intraoral 3D o mediante escaneo óptico o táctil de una impresión de mordida o un molde de la misma, por ejemplo, un molde de yeso. En odontología y cirugía maxilofacial dicha malla de superficie intraoral puede adquirirse ya sea con fines diagnósticos, para la planificación de una intervención quirúrgica o como referencia en el diseño y preparación de una prótesis (dental). En la mayoría de estas aplicaciones, el arco dental convexo o, en el caso de pacientes parcial o totalmente edéntulos, la región del hueso maxilar convexo cubierto de tejido blando es de particular interés, mientras que los datos de las regiones de la malla de la superficie intraoral que representan las regiones cóncavas de la lengua, los labios o las mejillas se consideran menos relevantes o no son deseados. Al aplicar el método de la presente invención para recortar una malla de superficie intraoral, se encontró que era ventajoso calcular dichos valores de función utilizando una función que comprende una medida para la curvatura de la superficie de la malla local, tal como la curvatura media o gaussiana, como una variable independiente. Como se indicó anteriormente, se prefiere que dicha medida de curvatura se suavice o se difumine, reduciendo así el impacto de pequeñas variaciones de curvatura local. En una realización particular, el método según la presente invención comprende calcular dichos valores de función para una pluralidad de posiciones de malla aplicando una función de difusión de calor sobre dicha malla de superficie intraoral utilizando una ecuación (12) que comprende un término de difusión de calor y un término de disipación de calor, en donde el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) son/es dependiente de la curvatura de la superficie local de dicha malla de superficie intraoral. Por ejemplo, la determinación de dicha línea de corte puede comprender el uso de una ecuación de calor (12) en donde el coeficiente de disipación de calor (λ) depende de una medida de curvatura ($\bar{\kappa}$) media suavizada con λ aumentando con crecimiento positivo $\bar{\kappa}(\lambda(\bar{\kappa}) = \max(0, \beta \bar{\kappa})$. Además, el cálculo de los valores de la función también puede tener en cuenta los datos de color asociados con la malla de la superficie intraoral. Las posiciones de malla asociadas con una medida de color indicativa de un tono blanco o amarillo probablemente estén dentro de una región de malla que representa un material dental, mientras que las posiciones asociadas con medidas indicativas de un tono rojo o rosa probablemente estén dentro de una región de tejido blando. Esta información de color se puede considerar al calcular los valores de la función estableciendo ciertas condiciones límite para las posiciones asociadas con ciertos códigos de color y/o introduciendo una medida de color como variable independiente en la función para calcular dichos valores de la función.

- Para una malla de superficie intraoral, el cálculo de las isolíneas a partir de valores de función calculados utilizando una función que comprende una medida que refleja la curvatura de la malla local como una variable independiente, reveló que estas isolíneas tienden a estar posicionadas más densamente en regiones de transición entre partes de malla de superficie cóncava y convexa. Como se indicó anteriormente, este posicionamiento denso en dichas regiones de transición se observó mejor con isolíneas espaciadas

uniformemente. Este espaciamento denso local de las isolíneas resultó útil en procedimientos para seleccionar automáticamente una isolínea que encierra una región de arco dental convexo de interés. En una realización, el paso de seleccionar automáticamente la isolínea que encierra una región de interés comprendió el uso de una función de optimización que combina los siguientes criterios de optimización: (i) distancia promedio mínima entre la isolínea seleccionada y sus isolíneas vecinas, (ii) área superficial total máxima dentro de la isolínea seleccionada y (iii) curvatura media total máxima dentro de la isolínea seleccionada. Esta isolínea seleccionada automáticamente se utiliza como línea de corte para recortar la superficie intraoral o se utiliza como referencia en un paso de posprocesamiento para definir una línea de corte como se describió anteriormente.

- 10 Se encontró que el método de recorte de la presente invención es particularmente útil en el software de escaneo 3D como paso final de un procedimiento de escaneo. Por ejemplo, cuando se utiliza en un software de escaneo intraoral, permite concluir una sesión de escaneo con una malla de superficie intraoral suavemente recortada. Alternativamente, el método de la presente invención se utiliza como un paso de recorte inicial en aplicaciones de software que reciben y procesan la salida de un procedimiento de escaneo. Por ejemplo, en aplicaciones de odontología digital, diferentes tipos de software utilizan como entrada mallas de superficies intraorales resultantes de procedimientos de escaneo óptico. Las aplicaciones de software CAD/CAM para el diseño de prótesis dentales utilizan mallas de superficies intraorales como referencia para diseñar una prótesis. La malla de la superficie intraoral recibida y procesada por este software CAD/CAM se puede exportar a un dispositivo de creación rápida de prototipos para generar un modelo físico de la situación intraoral del paciente. La malla de superficie generalmente se recorta como parte del procedimiento de generación de un archivo electrónico adecuado para impulsar la creación rápida de prototipos. El software de planificación de cirugía, como el software de planificación de cirugía de implantes o maxilofacial, también utiliza mallas de superficies intraorales como entrada. En dicho software de planificación, una malla de superficie intraoral se puede combinar con los datos correspondientes de la tomografía computarizada del cráneo de un paciente. Esta correspondencia a menudo requiere un recorte adecuado de la malla de la superficie intraoral para evitar interferencias no deseadas de la región límite espuria con el proceso de emparejamiento.

1. Operador de Laplace-Beltrami

- 30 El operador de Laplace ∇^2 captura las derivadas de segundo orden de una función u definida en una constelación espacial (como una cuadrícula o una malla). En el espacio 3D, se define como

$$\nabla^2 u(\mathbf{v}) = \frac{\partial^2 u(\mathbf{v})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(\mathbf{v})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(\mathbf{v})}{\partial z^2} \quad (1)$$

- 35 donde $\mathbf{v}$ denota vértices con coordenadas continuas (x, y, z). Este operador se puede generalizar para operar en funciones definidas en superficies en el espacio euclidiano [1, 2]. Comúnmente se utiliza una aproximación a $\nabla^2 u$ basada en diferencias finitas. Dada una función lineal por partes

$$u: \mathcal{M} \mapsto \mathbb{R}$$

40

definida en la malla $\mathcal{M}$, el operador de Laplace-Beltrami discreto basado en diferencias finitas en el vértice $\mathbf{v}_i$ se da por

$$\nabla^2 u(\mathbf{v}_i) = \frac{1}{A_i} \sum_{\mathbf{v}_j \in \mathcal{N}(\mathbf{v}_i)} w_{ij} (u(\mathbf{v}_j) - u(\mathbf{v}_i)) \quad (2)$$

45

donde $\mathbf{v}_j \in \mathcal{N}(\mathbf{v}_i)$ son vértices vecinos de $\mathbf{v}_i$ conectados por una arista. Los pesos de los bordes del triángulo $w_{ij} = w_{ji}$ se definen comúnmente como

$$w_{ij} = \frac{1}{2} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij}). \quad (3)$$

50

El parámetro A_i en (2) es el área de Voronoi del vértice $\mathbf{v}_i$, mientras que α_{ij} y β_{ij} en (3) son los dos ángulos opuestos al borde $\theta_{ij} = (\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$ como se ilustra en la Figura 2a. El área de Voronoi del vértice $\mathbf{v}_i$ se define de la siguiente manera [5]:

$$A_i = \frac{1}{8} \sum_{\mathbf{v}_j \in \mathcal{N}(\mathbf{v}_i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij}) \|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j\|^2 \quad (4)$$

55

Dado que los términos cotangentes ya se computaron en (3), las áreas de Voronoi se pueden computar eficientemente. Sin embargo, si hay un triángulo obtuso (un triángulo con un ángulo mayor a 90°) entre los vecinos adyacentes (es decir, del anillo 1), la región de Voronoi se extiende más allá del anillo 1 como se puede ver en la Figura 2a. Por lo tanto, una medida de área de superficie alternativa A^* que se visualiza en la Figura 2b, se definió en [5]. En este ejemplo, todas las áreas de vértice A son preferiblemente áreas de vértice mixtas

60

A*.

Siguiendo (2), el operador discreto de Laplace-Beltrami para toda la malla se da por

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 u(\mathbf{v}_1) \\ \vdots \\ \nabla^2 u(\mathbf{v}_n) \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \begin{bmatrix} u(\mathbf{v}_1) \\ \vdots \\ u(\mathbf{v}_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde $\mathbf{M}$ es una matriz diagonal con $(\mathbf{M})_{ii} = A_i$, y $\mathbf{C}$ es una matriz cuadrada simétrica $n \times n$ (con n el número de vértices) dada por

$$(C)_{ij} = \begin{cases} -\sum_{k \in \mathcal{N}(\mathbf{v}_i)} w_{ik} & i = j \\ w_{ij} & j | \mathbf{v}_j \in \mathcal{N}(\mathbf{v}_i) \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (6)$$

2. Cálculo de isolíneas usando un modelo de transferencia de calor

La difusión de calor es el fenómeno natural de transferencia de calor a través de un material conductor desde una región de alta temperatura a una región de baja temperatura. Se puede describir mediante una ecuación diferencial parcial que da la distribución de la temperatura $u(\mathbf{v}, t)$ con $\mathbf{v}$ las coordenadas espaciales (por ejemplo en 3D: (x, y, z)) en una región dada en el tiempo t :

$$\frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\mathbf{v}, t) - \lambda u(\mathbf{v}, t), \quad (12)$$

donde α es el coeficiente de difusión térmica $\left(\frac{m^2}{s}\right)$ y $\nabla^2 u$ denota el operador de Laplace (1) aplicado a la función u de temperatura. Además, λ denota el coeficiente de disipación de calor (s^{-1}) que debe tener un valor ≥ 0 . Dado un perfil de temperatura inicial, el calor se difundirá a través del medio a un ritmo controlado por α , mientras que el calor se pierde a través de la disipación de calor a un ritmo controlado por λ . Finalmente, se alcanza una temperatura de estado estable cuando la tasa de cambio de temperatura se vuelve cero. Esta temperatura de estado estable depende de las condiciones límite aplicadas a la región de interés.

Una malla de superficie abierta puede considerarse como una placa de metal infinitamente delgada que conduce fácilmente el calor. Dadas ciertas condiciones de contorno, se puede calcular una distribución de temperatura virtual sobre la malla de superficie abierta utilizando la ecuación de difusión de calor (12). Las isotermas o isolíneas virtuales resultantes de una solución intermedia o de estado estable proporcionan líneas de corte candidatas para recortar una región límite de malla de superficie. Preferiblemente, se utiliza una solución de estado estable ya que puede obtenerse resolviendo un sistema lineal de ecuaciones derivadas de la discretización de diferencias finitas de (12). Por el contrario, una solución intermedia requiere (i) iterar utilizando un cierto paso de tiempo, (ii) definir un criterio de detención y (iii) manejar diferentes cuestiones de estabilidad numérica.

En una realización, una solución de estado estable $u^*(\mathbf{v})$, definida por

$$\frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = 0 \quad (13),$$

, se encuentra fijando la temperatura virtual del límite exterior de la malla de superficie a una cierta temperatura *cálida* (por ejemplo, $u(\mathbf{v}_B) = 1^\circ$, siendo $\mathbf{v}_B$ los vértices del límite exterior), actuando así como fuente de calor y aplicando un término de disipación de calor λ a todas las posiciones de la superficie interior (que no forman parte del límite exterior), actuando así como un sumidero de calor. En general, el límite exterior se define como el tramo más largo de vértices de límite conectados de la malla de superficie. La malla de superficie puede comprender vértices de límite que no son parte del límite exterior, por ejemplo, vértices de límite que delimitan un agujero en la malla interior. Los vértices de límite que no forman parte del límite exterior se consideran parte de la malla interna ($\mathbf{v}_i$).

La Figura 3 demuestra la ecuación de difusión de calor (12) aplicada a una superficie 2D con un límite irregular, una región de solapamiento hacia afuera y una grieta hacia adentro. De la Figura 3 se puede concluir que todas las isolíneas, excepto la de temperatura más alta, tienen una trayectoria suave y pueden seleccionarse para definir una línea de corte para reemplazar el límite ruidoso externo.

2.1. Solución de la ecuación diferencial parcial en una malla de triángulos

En estado estable, la ecuación de calor disipativo (12)-(13) se puede discretizar de la siguiente manera utilizando la discretización de Laplace-Beltrami (5)-(6):

$$\alpha M^{-1} C u(v) - \Lambda u(v) = 0$$

$$(\alpha C - M \Lambda) u(v) = 0$$

$$5 \quad L u(v) = 0, \quad (15)$$

donde Λ es una matriz diagonal con una constante λ en la diagonal para cada vértice i , y $u(v)$ es un vector de columna de temperaturas para cada vértice v . Las condiciones de contorno de Dirichlet se aplican a los vértices de contorno externos:

$$10 \quad u(v_B) = 1^\circ, \quad (16)$$

Debido a que los valores en el límite se conocen a través de (16), los valores $u(v_B)$ ya no son variables. Como tal, el vector de incógnitas u se puede separar en (15) en dos partes, lo que conduce al siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$15 \quad \begin{bmatrix} L_{II} & L_{IB} \\ L_{BI} & L_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(v_I) \\ u(v_B) \end{bmatrix} = 0, \quad (17)$$

donde $u(v_I)$ representa las temperaturas de los vértices de la superficie interna (no límite), es decir, el dominio de cálculo. Como se conoce $u(v_B)$, solo hay que resolver la siguiente ecuación para $u(v_I)$:

$$20 \quad L_{II} u(v_I) = -L_{IB} u(v_B), \quad (18)$$

Este sistema lineal de ecuaciones es muy escaso y se puede aprovechar utilizando un solucionador lineal adecuado.

2.2. Resolver la ecuación diferencial parcial en una representación de malla de superficie 3D de una cabeza humana

30 Se adquirió una imagen 3D de la cabeza de una persona utilizando un escáner láser Minolta. En los bordes del campo de visión de la cámara la adquisición de datos era errónea e incompleta. Como se ilustra en la Figura 4, esto dio como resultado una malla de superficie abierta 3D con regiones de solapamiento espurias (regiones oscuras) en la parte superior de la cabeza. Resolviendo la ecuación de calor disipativo, esta malla de superficie según la sección 2.1 proporcionó una isoterma virtual, que permitió definir una línea de corte (5) para recortar las regiones de solapamiento espurias superiores. Dando como resultado una delineación suave de la parte superior de la cabeza.

3. Cálculo de isolíneas a partir del análisis de curvatura de la superficie

40 3.1. Curvatura de las regiones intraorales

La Figura 5 muestra modelos simplificados de las partes superior (maxilar) e inferior (mandíbula) de la región intraoral con una indicación de las regiones que son de particular interés para el odontólogo, que incluyen los arcos dentales o la región del hueso maxilar edéntulo correspondiente tanto de la mandíbula como del maxilar y el paladar del maxilar. Normalmente, las regiones del modelo que representan partes de los labios, las mejillas o la lengua tienen poco interés. Además, estas áreas son difíciles de incluir en el campo de visión de un dispositivo de escaneo intraoral, lo que da como resultado datos de escaneo incompletos o incorrectos para estas regiones. Por lo tanto, resulta ventajoso que, al procesar un modelo de malla de superficie de una región intraoral para fines odontológicos, se recorten estas regiones de labios, mejillas y lengua. Curiosamente, las regiones de poco interés (mejillas, labios y lengua) suelen tener una superficie cóncava, mientras que la región del arco dental o del hueso mandibular se caracteriza por una superficie general convexa. El paladar tiene una superficie general cóncava pero está en gran parte encerrado por el arco dentario convexo. De esto se puede entender que el análisis de la curvatura de la superficie se puede utilizar para determinar una línea de corte adecuada para recortar una malla de superficie abierta que representa una región intraoral.

55 3.2. Determinación y suavizado de la curvatura media de la superficie

Intuitivamente, la curvatura de una superficie es la cantidad en la que la superficie se desvía de ser un plano. Debido a su inherente multidimensionalidad en el espacio 3D, la curvatura de una superficie se puede medir en múltiples direcciones. Los valores máximo y mínimo de curvatura se denominan curvaturas principales κ_1 y

κ_2 respectivamente (véase la Figura 6). Estas pueden combinarse en una única medida llamada curvatura

gaussiana $\kappa_G = \kappa_1 \kappa_2$ o curvatura media $\kappa_H = \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_2)$. Para el propósito de la presente realización se utilizó la curvatura media κ_H . En el texto que sigue, la curvatura media está representada por κ sin el subíndice H .

5

La curvatura media κ se puede deducir de la curvatura media normal κ_n , que es un vector normal a la superficie con la curvatura media κ como magnitud. Se puede demostrar que al aplicar el operador de Laplace-Beltrami (2) directamente a las coordenadas del vértice de la malla $\mathbf{v}_i$ se obtiene [5]:

$$\nabla^2 \mathbf{v}_i = -2\kappa_i \mathbf{n}_i, \quad (7)$$

donde κ_i es la curvatura media y $\mathbf{n}_i$ es la normal del vértice en el vértice $\mathbf{v}_i$ definido por el operador de Laplace-Beltrami en (2), con $\|\mathbf{n}_i\| = 1$. Nótese que $\mathbf{n}_i$ apunta hacia adentro para un vértice convexo y hacia afuera para un vértice cóncavo (ver también la Figura 7). Téngase en cuenta también que el operador de Laplace-Beltrami aplicado a un vector devuelve un vector, porque el operador se aplica a cada coordenada (x_i, y_i, z_i) por separado. La curvatura media se puede encontrar proyectando la normal de curvatura media κ_n sobre la denominada normal del vértice de Gouraud $\mathbf{n}_G$, que se calcula como el promedio normalizado de las normales de superficie de las caras del anillo 1 de ese vértice, de la siguiente manera:

$$\mathbf{n}_{G,i} = \frac{\sum_{T_j \in N(\mathbf{v}_i)} \mathbf{n}_{T,j}}{\left\| \sum_{T_j \in N(\mathbf{v}_i)} \mathbf{n}_{T,j} \right\|}$$

$$\kappa_i = -\frac{1}{2} (\nabla^2 \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}_{G,i}, \quad (8)$$

donde T_j representa un triángulo en la malla $\mathcal{M}$, y $\mathbf{n}_{T,j}$ es la normal de este triángulo. Al calcular las curvaturas medias sobre las mallas de superficie que representan las áreas mandibulares intraorales, se observó que la mayoría de los vértices en la región del arco dental eran convexos (curvatura media positiva), mientras que la mayoría de los vértices en las regiones de solapamiento (labio, mejilla) eran cóncavos. Sin embargo, el resultado a veces podría ser ruidoso. Se descubrió que la distinción entre las regiones cóncavas y convexas de la malla de superficie se podía mejorar suavizando la curvatura media. Una manera sencilla de suavizar una función $f(\mathbf{v}, t)$ dependiente de los vértices $\mathbf{v}$ y el tiempo t sobre una malla es aplicando difusión:

$$\frac{\partial f(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 f(\mathbf{v}, t), \quad (9)$$

donde α es el coeficiente de difusión $\left(\frac{m^2}{s}\right)$ y $\nabla^2 f$ se define por (1). Esta ecuación de difusión se puede discretizar, por ejemplo, utilizando la discretización de Laplace-Beltrami (5)-(6), o mediante un laplaciano combinatorio como el operador paraguas [6], donde $(C)_{ij}$ se define como en (6), con $w_{ij} = w_{ji} = 1$. Realizando una integración implícita, por ejemplo utilizando un método de Euler hacia atrás, la ecuación de difusión discretizada se ve como sigue:

$$(\mathbf{I}_n - \alpha \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}) \mathbf{f}_{t+1} = \mathbf{f}_t, \quad (10)$$

donde $\mathbf{I}_n$ es la matriz identidad de tamaño $n \times n$ con n el número de vértices, $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}$ es el laplaciano combinatorio normalizado con $\mathbf{M}$ una matriz diagonal de los pesos de normalización y $\mathbf{C}$ la matriz laplaciana combinatoria, y Δt es el paso de tiempo. Cuando establecemos el valor inicial como curvatura media ($\mathbf{f}_0 = \kappa$), podemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales dispersas en un paso de tiempo para encontrar la curvatura media suavizada κ :

45

$$(\mathbf{I}_n - \alpha \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}) \bar{\kappa} = \kappa$$

$$(\mathbf{M} - \alpha \Delta t \mathbf{C}) \bar{\kappa} = \mathbf{M} \kappa \quad (11).$$

Podemos poner α en $1 \frac{m^2}{s}$ para simplificar. El paso de tiempo Δt se puede ajustar para tener una cantidad suficiente de suavizado. Suficiente puede entenderse intuitivamente como la cantidad en que la convexidad se ha distribuido sobre la región del arco dental. La experimentación demostró que un paso de tiempo Δt de 25 segundos proporcionaba una solución suficientemente precisa para las isolíneas de curvatura media suavizadas. Se podría seleccionar una de estas isolíneas para definir líneas de corte para recortar la malla de

la superficie.

4. Cálculo de isolíneas mediante la combinación del análisis de curvatura de la superficie y el modelado de transferencia de calor

4.1. Incorporación de la curvatura media suavizada en la ecuación de transferencia de calor disipativo

Para las mallas de superficie intraoral se encontró que la diferenciación entre la región del arco dental y las regiones de solapamiento menos deseadas que se originan en las regiones de la lengua, los labios o las mejillas se podría mejorar utilizando una ecuación de transferencia de calor disipativa (ver (12)) en la que la curvatura media suavizada κ calculada en la sección 3.2 se incorporó a través del coeficiente de disipación de calor $\lambda(\kappa)$:

$$\frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\mathbf{v}, t) - \lambda u(\mathbf{v}, t)$$

$$\bar{\kappa}(\lambda(\bar{\kappa})) = \max(0, \beta \bar{\kappa}), \quad (14)$$

donde β es un factor de escala lineal. Este factor de escala depende del tamaño esperado de la malla y de la unidad de distancia. Para la aplicación particular del recorte de representaciones intraorales de arcos dentales con anchos de alrededor de 60-70 mm, se ajustó β a 2 y se utilizó el milímetro como unidad de distancia. En estado estable, la ecuación de calor disipativo (14) que incorpora la curvatura media suavizada se puede resolver como se indica en la Sección 2.1. Sin embargo, con respecto a la fórmula (15) debe considerarse que en este caso Λ es una matriz diagonal con $\lambda(\kappa_i)$ en la diagonal para cada vértice i .

Los resultados de la ecuación de calor difusivo que incorpora una curvatura media suavizada aplicada a algunas exploraciones intraorales desafiantes se muestran en la Figura 8. Como se ilustra en la Figura 8d, el paladar se indica en gran medida como una región "fría", aunque esta región es cóncava. La baja temperatura del paladar se explica por su corto límite exterior en comparación con la longitud del arco dentario que encierra el paladar. El paladar solo se "calienta" a través del límite exterior corto (ver la parte superior de la Figura 8d), mientras que se "enfía" desde el arco dental circundante, una región convexa con una alta disipación de calor (ver la parte izquierda, inferior y derecha de la Figura 8d). Como se ilustra además en la Figura 8, la incorporación de la curvatura media suavizada κ en el coeficiente de disipación utilizando (14) tiene ventajas adicionales. En primer lugar, cuando $\kappa \leq 0$, entonces $\lambda(\kappa) = 0$, lo que garantiza que las regiones cóncavas (normalmente las regiones de solapamiento) no disipen calor. Como resultado, se obtienen flujos de calor virtuales rápidos en estas regiones. Por lo tanto, las regiones de solapamiento cóncavas, incluso las grandes, se identifican fácilmente porque su temperatura está cerca de la temperatura límite caliente fija (ver Figura 8a). Además, la zona de transición entre las regiones de solapamiento (cóncava) y la región del arco dental (convexa) está marcada por un cambio de signo en la curvatura media suavizada de negativo a positivo, lo que proporciona una transición de temperatura aguda y, en consecuencia, isolíneas que están posicionadas cerca una de otra en esta zona (ver Figura 9). Además, la función de disipación de calor $\lambda(\kappa)$ garantiza que $\lambda \geq 0$, lo cual es una condición necesaria para evitar una solución oscilante mal planteada. Esta función también permite ajustar la rigidez de las isolíneas alterando el parámetro β . Cuanto menor sea β , más rígidas serán las isolíneas, y viceversa. Si se toma un valor β demasiado bajo, se excluirán las regiones edéntulas; si se toma un valor β demasiado alto, no se obtendrán isolíneas suaves. Se encontró un equilibrio entre ambos al fijar β en aproximadamente 2 como se indicó anteriormente.

4.2. Función de umbral para seleccionar automáticamente la isolínea que comprende una región de malla de superficie de interés.

Después de aplicar la ecuación de difusión de calor (14) a una superficie intraoral como se describió anteriormente, se obtiene una solución de estado estable con temperaturas de vértice $u(\mathbf{v})$ en el rango $[0^\circ, 1^\circ]$. Esto se debe a la condición de contorno $u(\mathbf{v}_B) = 1^\circ$ (16) y a la disipación de calor que provoca una disminución exponencial de la temperatura tal que 0° es la temperatura mínima. Para obtener un límite suave y eliminar las regiones de solapamiento es necesario seleccionar isolíneas de temperatura adecuadas como línea de corte para la malla de superficie triangular. Considerando una malla de superficie que representa un escaneo intraoral que no incluye regiones de solapamiento y un límite relativamente suave, se puede entender intuitivamente que una isolínea de temperatura con una temperatura cercana a 1° puede ser adecuada para una línea de corte para recortar la malla de superficie (casi no es necesario eliminar ninguna superficie). Por otra parte, para una malla de superficie que representa un escaneo intraoral con una región de solapamiento grande, es de esperar que se deba seleccionar una isolínea de temperatura con una temperatura suficientemente inferior a 1° para definir una línea de corte adecuada para el recorte.

En la Figura 9, se visualiza una vista superior y frontal de una solución de estado estable con 20 isolíneas, dando como resultado $S = 19$ regiones entre dos isolíneas. Normalmente, las isolíneas en la región límite

exterior están más espaciadas entre sí debido a la transferencia de calor más rápida en las regiones de solapamiento cóncavas como resultado de la baja disipación de calor local (14). Las isolíneas en el arco dental también están más espaciadas ya que esta región es muy fría (cerca de 0°) debido a la alta disipación de calor local. La región de transición donde regiones de solapamiento cóncavas bordean la región del arco dental convexo se caracteriza por isolíneas de temperatura más densamente espaciadas. Las isolíneas que pueden ser adecuadas para determinar una línea de corte para recortar la malla de la superficie se encuentran normalmente dentro de esta región. Para construir una función de umbral de temperatura para automatizar la selección de la isolínea de temperatura que se puede utilizar para definir una línea de corte, primero dividimos el rango $[u_{\min}, u_{\max}]$ en S intervalos, por ejemplo S intervalos equidistantes. Esto define un conjunto ordenado de isolíneas $[I_0, I_1, \dots, I_{S-1}, I_S]$ con temperaturas $[u_0 = u_{\min} < \dots < u_{S-1} < u_S = u_{\max}]$, donde $S + 1$ es el número de isolíneas y S el número de regiones entre dos isolíneas consecutivas. La diferencia entre las temperaturas de isolínea se elige para que sea igual: $u_s - u_{s-1} = \frac{1}{S}(u_{\max} - u_{\min})$

Los criterios de optimización de la función umbral se establecieron de la siguiente manera (véase la Figura 10):

- Se minimiza la distancia promedio entre la isolínea seleccionada y sus vecinas. Esta distancia media de

$$d_{s-1,s} = \frac{\Delta A_{s-1,s}}{l_{s-1,s}}$$

isolínea d se puede definir de la siguiente manera:

superficie entre dos isolíneas consecutivas, y $l_{s-1,s} = \frac{1}{2}(l_{s-1} + l_s)$ la longitud media de estas dos isolíneas. Tenga en cuenta que A_s y $\Delta A_{s-1,s}$ se calculan preferiblemente en función de las áreas de superficie de los triángulos y no en función de las áreas de Voronoi de los vértices.

- Se debe maximizar el área de superficie total A_s dentro de la isolínea seleccionada. Esto garantiza que no se produzca formación de umbral en una isolínea a bajas temperaturas debido a una pequeña protuberancia en la superficie.

- Se debe maximizar la curvatura media suavizada total dentro del área encerrada por la isolínea seleccionada. De esta forma se garantiza que la superficie dentro de la isolínea sea lo más convexa posible y que la región de transición entre regiones de solapamiento cóncavas y la región del arco dental convexo sea la adecuada. La curvatura media total suavizada $\bar{\kappa}_s$ dentro de la isolínea s se puede definir como:

$$\bar{\kappa}_s = \sum_{v_i \in V} \bar{\kappa}_i \quad \text{con } u(v_i) \leq u_s, (19)$$

La función de umbral de temperatura propuesta para seleccionar la isolínea $\hat{s}$ que se utilizará para definir la línea de corte se puede determinar entonces de la siguiente manera:

$$\hat{s} = \arg \max_s \frac{l_{s-1,s}}{\Delta A_{s-1,s}} A_s \bar{\kappa}_s, \quad (20)$$

con la temperatura correspondiente $u_{\hat{s}}$. En la Figura 11 se muestra un ejemplo de esta función de umbral de temperatura aplicada a una malla de superficie que representa el escaneo intraoral de la Figura 9. El índice de isolínea seleccionado $\hat{s}$ en esta Figura es 70 sobre 100, mientras que su temperatura es $u_{\hat{s}} = 0,695^\circ$.

5. Posprocesamiento

La difusión de calor basada en la curvatura y la selección automática de isolínea como se describe en la Sección 4, proporcionaron generalmente una isolínea seleccionada que es adecuada para ser utilizada como una línea de corte para recortar la malla intraoral. Por ejemplo, la isolínea que se seleccionó para la malla intraoral que se muestra en la Figura 11b proporcionó una línea de corte suave, que preservó las superficies de los dientes a lo largo del arco dental. Sin embargo, para ciertas mallas de superficie intraoral se observó que la isolínea seleccionada automáticamente no cumplía totalmente los requisitos para un recorte más adecuado. Por ejemplo, con una malla de superficie intraoral en la que un segmento del límite exterior comprendía grandes regiones de solapamiento, mientras que otro segmento del límite exterior era relativamente liso sin secciones salientes, la presencia de grandes regiones de solapamiento provocó que la temperatura de la isolínea seleccionada automáticamente fuera bastante baja. El uso de esta isolínea como línea de corte condujo en tales casos a un recorte excesivo de la malla a lo largo de dichos segmentos lisos del límite exterior original (como se muestra en la Figura 12a). Otras mallas de superficie intraoral comprendían las denominadas grietas resultantes de una captura de datos incompleta durante el proceso de escaneo, lo que hacía que el límite exterior se doblara hacia el área de los dientes de la superficie intraoral, típicamente hacia un área molar. El recorte de dicha malla intraoral utilizando una línea de corte correspondiente a una isolínea seleccionada como se describió anteriormente, provocó que la parte del diente que bordea el límite exterior curvado hacia adentro se recortara (como se muestra en la Figura 12b).

Se encontró que en los casos mencionados anteriormente se podía definir una línea de corte más adecuada en un paso de posprocesamiento, que implicaba utilizar la isolínea seleccionada. Curiosamente, la distancia más corta entre un vértice del límite exterior y la isolínea seleccionada permite evaluar si es más probable que un vértice del límite exterior esté dentro de una región de solapamiento o una región de interés (por ejemplo, un área dental). Esto se visualiza esquemáticamente en la Figura 13. Cuanto menor sea esta distancia, más probable será que el vértice del límite exterior no sea parte de un segmento de límite exterior que delimite una región de solapamiento. Cuanto mayor sea esta distancia, más probable será que el vértice del límite exterior sea parte de un segmento que delimita una región de solapamiento. Esta información se puede utilizar para definir una línea de corte. Básicamente, la posición de esta línea de corte se establece para corresponder con la de la isolínea seleccionada, donde esta isolínea se encuentra junto a una región de solapamiento, mientras que se ubica más cerca del límite exterior que esta isolínea dentro de otras regiones de malla de superficie. Se desarrollaron dos enfoques de posprocesamiento: un enfoque basado en la distancia y un enfoque que implica la identificación de los segmentos del límite exterior que delimitan las grietas. Ambos enfoques utilizan una isolínea seleccionada como se describe en la Sección 4 para definir la línea de corte.

5.1. Definición de la línea de corte utilizando un enfoque basado en la distancia

El enfoque basado en la distancia implica volver a aplicar una función de difusión de calor (14) en la superficie de la malla, en donde las condiciones de contorno se ajustan de manera tal que la temperatura de cada vértice de límite exterior se fija dependiendo de la distancia euclidiana más corta entre el vértice de límite exterior y un vértice de la isolínea seleccionada. Entonces, en un primer paso, el enfoque basado en la distancia implica determinar los vértices de la isolínea seleccionada. A continuación, las temperaturas de los vértices del límite exterior se establecen en relación con dichas distancias euclidianas más cortas y la función de difusión se resuelve utilizando las condiciones de límite ajustadas.

5.1.1. Determinación de los vértices de la isolínea seleccionada

Dada una malla con un perfil de temperatura de estado estable y una isolínea seleccionada con una temperatura u_s , cada triángulo en la malla T_{ijk} con vértices $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j, \mathbf{v}_k)$ y temperaturas $u(\mathbf{v}_i) \leq u(\mathbf{v}_j) \leq u(\mathbf{v}_k)$ se puede asignar a una de tres categorías:

- los triángulos cuyos tres vértices tienen una temperatura inferior a u_s (triángulos que se conservarían al utilizar la isolínea seleccionada como línea de corte),
- los triángulos cuyos tres vértices tienen una temperatura superior a u_s (triángulos que se recortarían al utilizar la isolínea seleccionada como línea de corte), y
- triángulos cuyo vértice tiene una temperatura superior y otro vértice tiene una temperatura inferior a u_s (triángulos que se cortarían al utilizar la isolínea seleccionada como línea de corte).

Los triángulos dentro de esta última categoría, se pueden dividir en dos categorías más:

- triángulos cuyo vértice está debajo de u_s (Figura 14(a))
- triángulos cuyos dos vértices están debajo de u_s (Figura 14(b))

En primer lugar y con referencia a la Figura 14, para ambas últimas categorías, se calcula un nuevo vértice $\mathbf{v}_f$:

$$m_f = \frac{u_s - u(\mathbf{v}_i)}{u(\mathbf{v}_k) - u(\mathbf{v}_i)}$$

con : $u(\mathbf{v}_i) \leq u(\mathbf{v}_j) \leq u(\mathbf{v}_k)$

$$\mathbf{v}_f = (1 - m_f)\mathbf{v}_i + m_f \mathbf{v}_k. \quad (27)$$

Cuando solo un vértice tiene una temperatura inferior a u_s ($u(\mathbf{v}_i) < u_s$ y $u(\mathbf{v}_j) > u_s$), $\mathbf{v}_g$ se encuentra de la siguiente manera (véase la Figura 14a):

$$m_g = \frac{u_s - u(\mathbf{v}_i)}{u(\mathbf{v}_j) - u(\mathbf{v}_i)}$$

$$\mathbf{v}_g = (1 - m_g)\mathbf{v}_i + m_g \mathbf{v}_j. \quad (28)$$

Cuando dos vértices tienen una temperatura inferior a u_s ($u(v_i) < u_s$ y $u(v_j) < u_s$), v_g se encuentra de la siguiente manera (véase la Figura 14b):

$$m_g = \frac{u_s - u(v_k)}{u(v_j) - u(v_k)}$$

$$v_g = (1 - m_g)v_k + m_g v_j. \quad (28)$$

5.1.2. Ajuste de las temperaturas de los vértices del límite exterior y definición de la línea de corte

Dada la temperatura u_s (20) de la isolínea seleccionada, podemos ajustar las temperaturas de los vértices del límite exterior $u(v_B)$ a, por ejemplo, un valor entre u_s y 1 (o superior), dependiendo de las distancias euclidianas más cortas entre cada uno de dichos vértices del límite exterior y los vértices de la isolínea seleccionada. Prácticamente, la temperatura para cada vértice del límite exterior i se estableció usando la siguiente función:

$$d_B = \min_{u_j \in \mathcal{V}_s} \|v_B - v_j\|$$

$$u(v_B) = u_s + u_{\text{margen}} + (1 - u_s - u_{\text{margen}}) \frac{d_B - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}}, \quad (25)$$

con $\mathcal{V}_s$ los vértices de la isolínea seleccionada, u_{margen} un margen agregado a la temperatura u_s de la isolínea seleccionada (aquí establecido en aproximadamente $0,05^\circ$), $d_{\min}$ las distancias más cortas del primer percentil entre el límite exterior y los vértices de la isolínea seleccionada y $d_{\max}$ la distancia más corta entre un vértice de la isolínea seleccionada y un vértice del límite exterior por encima del cual se considera que el vértice del límite exterior delinea una región de solapamiento (aquí establecido en $d_{\min} + 3$ mm). Para los vértices de los límites exteriores que delimitan las regiones de solapamiento, $u(v_B) = 1$ o mayor (25), es decir, igual o mayor que las condiciones de límite originales (16). Como resultado, la posición de las isolíneas recién calculadas no cambiará significativamente a lo largo de las regiones de solapamiento. Para los vértices del límite exterior que están dentro de segmentos del límite exterior que no delimitan una región de solapamiento o que delimitan una grieta, d_B es relativamente pequeño, lo que da como resultado un valor $u(v_B)$ entre u_s y 1°. Como resultado, la segunda difusión de calor desplazará localmente las nuevas isolíneas más hacia los segmentos de límite exterior que comprenden vértices con un valor $u(v_B)$ inferior a 1. De las isolíneas recién calculadas, la isolínea con temperatura u_s se puede seleccionar como línea de corte final.

5.2. Definición de la línea de corte con detección de grietas

El método de la Sección 5.1 generalmente proporciona una línea de corte aceptable para recortar una malla de superficie intraoral. Sin embargo, en caso de que una malla intraoral comprenda grietas prominentes en un diente o región dentaria, puede ser ventajoso utilizar un método que implique la identificación de los segmentos del límite externo que delimitan las grietas, que normalmente son entradas alargadas y delgadas en la superficie de la malla delimitadas por un segmento del límite externo. Esta característica se puede aprovechar en un paso de posprocesamiento que comprende detectar segmentos de límite externo que delimitan grietas y posteriormente definir una línea de corte, que evita recortar regiones de malla que bordean las grietas. Este paso de posprocesamiento implica (re)aplicar una función de difusión de calor utilizando condiciones de límite ajustadas.

La naturaleza alargada de las grietas se puede utilizar para evaluar si un vértice de límite exterior está dentro de un segmento que delimita una grieta calculando un peso ω_{Bi} para cada vértice de límite exterior v_{Bi} como la relación máxima entre la distancia a lo largo del límite exterior y la distancia euclidiana a los otros vértices de límite en un vecindario alrededor de cada vértice de límite:

$$\omega_{Bi} = \frac{\max_g \|v_{Bi} - v_{Bj}\|_g}{B_j \|v_{Bi} - v_{Bj}\|_2}, \quad (26)$$

donde $\|\cdot\|_g$ es la distancia geodésica a lo largo del límite y $\|\cdot\|_2$ es la distancia euclidiana. Para los vértices en segmentos de límite exterior que delimitan regiones de solapas salientes o grietas, esta relación (ω_{Bi}) será relativamente alta en comparación con los vértices de límite exterior en otros segmentos. En particular, cerca de las posiciones iniciales/entradas de las regiones de solapamiento y grietas, ω_{Bi} será alto (ver Figura 13, 15). Para restringir aún más los tipos de grietas y regiones de solapas salientes que se detectan, se pueden imponer restricciones. En este ejemplo particular se utilizaron las siguientes restricciones:

- se utilizó un vecindario esférico alrededor de cada vértice límite con un radio de distancia euclidiana de 3 mm.

- La distancia geodésica a lo largo del límite $\|\mathbf{v}_{Bi} - \mathbf{v}_{Bj}\|_g$ está limitada a un rango de [25 mm, 60 mm]. Esto evita la detección de zonas de solapamiento o grietas demasiado pequeñas y demasiado grandes.

- La relación ω_{Bi} debe ser mayor que un valor determinado (establecido en 10). Esta restricción impone un cierto alargamiento mínimo de la grieta.

El uso de (26) combinado con las restricciones anteriores proporciona una lista de vértices de límite externo, que están dentro de segmentos de límite externo que delimitan grietas o regiones de solapamiento. Sin embargo, no se obtiene información sobre las grietas o las regiones de solapamiento individuales, que delimitan los segmentos. Aquí se identifican pares de vértices, cada par define las entradas o puntos de inicio de una grieta o región de solapamiento. Para cada uno de los vértices del límite exterior dentro de dicha lista se almacenan ambos, la relación máxima ω_{Bi} y el vértice correspondiente $\mathbf{v}_{Bj}$. Cuando dos vértices de límites externos enumerados hacen referencia entre sí, se almacenan como un par de entrada candidato. A continuación, se comparan los pares de entradas candidatos y, si los vértices del límite exterior entre un primer par de entradas candidatos son un subconjunto de los que están entre un segundo par de entradas candidatos, se elimina el primer par de entradas candidatos. Esto finalmente proporciona una lista de pares de entradas, cada par define un segmento límite externo que delimita una grieta o región de solapamiento. El método para definir los pares de entrada se visualiza en la Figura 15 para una grieta que delimita un segmento límite exterior. En un paso final, la detección de grietas comprende distinguir los pares de entrada que definen los segmentos de límite externo que delimitan una grieta de aquellos que delimitan las regiones de solapamiento. Esto se hace determinando las distancias euclidianas más cortas entre cada uno de los vértices del límite exterior de un segmento definido por dicho par de entrada y los vértices de la isolínea seleccionada (ver 5.1.1). En caso de que para uno de dichos vértices de límite exterior esta distancia más corta exceda un valor umbral $d_{m\acute{a}x}$ (aquí establecido en 3 mm), se considera que dicho par de entrada define un segmento de límite exterior que delimita una región de solapamiento, de lo contrario se considera que dicho par de entrada define un segmento de límite exterior que delimita una grieta.

Una vez identificados los segmentos de límite exterior que delimitan las grietas, la función de difusión de calor (14) se puede resolver nuevamente en dicha malla utilizando condiciones de límite ajustadas. En una primera opción, la temperatura de los vértices de límite dentro de un segmento límite exterior que delimita una grieta se fija en $u_s + U_{margen}$. Esto garantiza que una isolínea recién calculada con una temperatura u_s estará más cerca del límite de la grieta que la isolínea seleccionada inicialmente.

La segunda opción es no fijar las temperaturas para los vértices del límite exterior dentro de un segmento que delimita la grieta al establecer las condiciones del límite para la segunda transferencia de calor. Esta opción generalmente proporciona aún más protección y hace que la mayoría de los vértices del límite exterior de la grieta se incluyan en la malla finalmente recortada. En la Figura 16 se muestra una comparación de las tres opciones de posprocesamiento en comparación con el uso de la isolínea seleccionada inicialmente.

6. Recortar la malla

En un último paso se corta la malla a lo largo de la línea de corte definida. En un primer paso es necesario determinar los vértices de dicha línea de corte. Esto se puede hacer de la misma manera que se describe para la isolínea seleccionada, véase la Sección 5.1.1 y la Figura 14. Una vez que se encuentran los vértices $\mathbf{v}_f$ y $\mathbf{v}_g$ de la línea de corte, se construyen nuevos triángulos donde la línea de corte corta un triángulo original. Para un triángulo para el que un solo vértice está por debajo de la temperatura de la línea de corte (u_s) (Figura 14(a)) se construye un nuevo triángulo T_{lcf} . Para un triángulo cuyos vértices están debajo de u_s (Figura 14(b)) se construyen dos triángulos. Estos pueden ser T_{lga} y T_{lcf} , o T_{lff} o T_{lcf} .

7. Especificación de condiciones para las regiones de malla interna

Opcionalmente, el usuario puede excluir o incluir ciertas regiones de una malla de superficie intraoral después de haber visualizado una solución de recorte como la propuesta de acuerdo con el método de la presente invención. En este ejemplo, esto se hace indicando vértices dentro de regiones de malla seleccionadas como disipadores de calor o fuentes de calor. La indicación de estos vértices se realiza marcando una región de malla en una representación mostrada de la malla de la superficie intraoral como una región de fuente o sumidero de calor. Después de esta marca, la línea de corte se puede volver a estimar aplicando la siguiente ecuación de difusión de calor en la malla de superficie o en las partes de la malla que comprenden las regiones seleccionadas y sus alrededores:

$$\frac{\partial u(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\mathbf{v}, t) - \lambda u(\mathbf{v}, t) + F(\mathbf{v}) = 0, \quad (30)$$

donde F es un término de fuerza que debe ser positivo para los vértices internos de la fuente de calor, negativo para los vértices internos del disipador de calor y cero para otros vértices internos. La magnitud de F se puede ajustar determinando la región de influencia de la fuente/sumidero de calor. Esta ecuación se puede resolver de la misma manera que se explicó en la sección 2.1. Para limitar el tiempo de cómputo requerido y considerando que los efectos de un disipador o fuente de calor definido por un término de fuerza normalmente se limitan a sus alrededores cercanos, puede ser suficiente resolver localmente (30) dentro de un área que comprende la región seleccionada y un área vecina. Esta área local se puede determinar comenzando con una lista que contenga solo los vértices de origen/destino, y agregando iterativamente a esta lista los vértices de 1 anillo de los vértices en esta lista, hasta que se haya cubierto un área de Voronoi predeterminada. En la Figura 17 se presenta un ejemplo de una fuente de calor y un disipador de calor aplicados a un juguete y a una malla de superficie intraoral.

8. Consideraciones adicionales

La Figura 18 es un diagrama esquemático de una implementación ejemplar de un sistema 700 que puede usarse en realizaciones de la invención.

Como se ilustra en la Figura 17, el sistema 700 puede incluir un bus 755, una unidad de procesamiento 753, una memoria principal 757, una ROM 758, un dispositivo de almacenamiento 759, un dispositivo de entrada 752, un dispositivo de salida 754 y una interfaz de comunicación 756. El bus 755 puede incluir una ruta que permita la comunicación entre los componentes del sistema 700.

La unidad de procesamiento 753 puede incluir un procesador, un microprocesador o una lógica de procesamiento que puede interpretar y ejecutar instrucciones. La memoria principal 757 puede incluir una RAM u otro tipo de dispositivo de almacenamiento dinámico que puede almacenar información e instrucciones para su ejecución por la unidad de procesamiento 753. La ROM 758 puede incluir un dispositivo ROM u otro tipo de dispositivo de almacenamiento estático que puede almacenar información estática e instrucciones para su uso por la unidad de procesamiento 753.

El dispositivo de almacenamiento 759 puede incluir un medio de grabación magnético y/u óptico y su unidad correspondiente.

El dispositivo de entrada 752 puede incluir un mecanismo que permite a un usuario introducir información en el sistema 700, como un teclado, un ratón, un bolígrafo, mecanismos de reconocimiento de voz y/o biométricos, etc. El dispositivo de salida 754 puede incluir un mecanismo que envía información al usuario, incluyendo una pantalla, una impresora, un altavoz, etc. La interfaz de comunicación 756 puede incluir cualquier mecanismo similar a un transceptor, o receptor y transmisor, que permite al sistema 700 comunicarse con otros dispositivos y/o sistemas (como con un aparato de obtención de imágenes como el mencionado anteriormente, etc.). Por ejemplo, la interfaz de comunicación 756 puede incluir mecanismos para comunicarse con otro dispositivo o sistema a través de una red de telecomunicaciones.

El sistema 700 puede realizar ciertas operaciones o procesos descritos en este documento. Estas operaciones pueden realizarse en respuesta a la unidad de procesamiento 753 que ejecuta instrucciones de software contenidas en un medio legible por ordenador, como la memoria principal 757, la ROM 758 y/o el dispositivo de almacenamiento 759. Un medio legible por ordenador puede definirse como un dispositivo de memoria físico o lógico. Por ejemplo, un dispositivo de memoria lógica puede incluir espacio de memoria dentro de un solo dispositivo de memoria física o distribuido entre múltiples dispositivos de memoria física. Cada una de la memoria principal 757, la ROM 758 y el dispositivo de almacenamiento 759 pueden incluir medios legibles por ordenador. Los medios de grabación magnéticos y/o ópticos (por ejemplo, CD o DVD legibles) del dispositivo de almacenamiento 759 también pueden incluir medios legibles por ordenador. Las instrucciones del software pueden leerse en la memoria principal 757 desde otro medio legible por ordenador, como el dispositivo de almacenamiento 759, o desde otro dispositivo a través de la interfaz de comunicación 756.

Las instrucciones de software contenidas en la memoria principal 759 pueden hacer que la unidad de procesamiento 753 realice operaciones o procesos descritos aquí, tales como los pasos 100, 200, 300 y 400 descritos anteriormente. Alternativamente, se pueden utilizar circuitos cableados en lugar de o en combinación con instrucciones de software para implementar procesos y/o operaciones descritas en este documento. Por lo tanto, las implementaciones descritas en el presente documento no se limitan a ninguna combinación específica de hardware y software.

Cualquiera de los procedimientos, pasos o procesos descritos anteriormente se pueden implementar utilizando instrucciones ejecutables por ordenador, por ejemplo, en forma de procedimientos, métodos o similares ejecutables por ordenador, en cualquier tipo de lenguaje de ordenador, y/o en forma de software incorporado en firmware, circuitos integrados o similares.

Aunque la presente invención se ha descrito sobre la base de ejemplos detallados, los ejemplos detallados

solo sirven para proporcionar al experto una mejor comprensión y no pretenden limitar el alcance de la invención. El alcance de la invención se indica las reivindicaciones de patente adjuntas.

Bibliografía

5

BISWAIJT BOSE: "Detecting Open Surfaces in Three Dimension", tesis presentada al Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de doctor en filosofía en ingeniería eléctrica y ciencias de la computación, 1 de junio de 2009, p. 1-104.

REIVINDICACIONES

1. Un método para recortar una malla de superficie abierta (1), que comprende una región de malla interior delimitada por un límite exterior (2), comprendiendo dicho método

recibir una malla de superficie abierta;

determinar una línea de corte para recortar dicha malla de superficie abierta, en donde para dicha determinación se toma como malla de superficie abierta una placa conductora de calor infinitamente delgada y en donde dicha determinación comprende

-computar temperaturas virtuales, para una pluralidad de posiciones sobre dicha malla de superficie abierta, resolviendo una función de difusión de calor que describe la evolución en el tiempo (t) de la distribución espacial de dichas temperaturas virtuales $u(v, t)$ sobre dicha malla de superficie, estando dicha función de difusión de calor caracterizada por una ecuación del tipo

$$\frac{\partial u(v, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(v, t),$$

en donde v es una posición espacial, t es el tiempo, $\alpha \nabla^2 u(v, t)$ especifica un término de difusión térmica con α siendo un coeficiente de difusión de calor, con unidades m^2/s , que describe una tasa virtual de transferencia de calor sobre dicha malla y $\nabla^2 u$ denotando el operador de Laplace-Beltrami aplicado a la función u y en donde la resolución de dicha ecuación de difusión devuelve una temperatura virtual $u(v, t)$ para cada posición de dicha malla

y aplicar condiciones de límite que especifiquen las temperaturas virtuales $u(v, t)$ de una solución de dicha ecuación a lo largo de dicho límite exterior;

- calcular una o más isolíneas (12) a partir de dichas temperaturas virtuales, uniéndose cada una de dichas isolíneas a posiciones de malla de superficie con una misma temperatura virtual,

- seleccionar de entre dichas una o más isolíneas (12) una isolínea que encierra una región de interés de dicha malla de superficie abierta,

en donde la selección de dicha isolínea implica la presentación en una pantalla de una representación de la malla de superficie con indicación de las dos o más isolíneas calculadas y la selección por parte de un usuario de una de dichas isolíneas como la isolínea que encierra la región de malla de interés, o

en donde dicha isolínea se selecciona automáticamente utilizando una función de optimización y criterios de optimización apropiados;

- usar la isolínea seleccionada como línea de corte englobando la región de malla de superficie que será mantenida tras el recorte o usando la isolínea seleccionada como referencia en un paso de posprocesamiento para definir una línea de corte, en donde, con respecto a la isolínea seleccionada, dicha línea de corte se mueve hacia el límite exterior en posiciones en donde la distancia más corta entre la isolínea seleccionada y el límite exterior está por debajo de un valor umbral y en donde dicha línea de corte se mantiene sustancialmente al nivel de la isolínea seleccionada en posiciones en donde la distancia mínima entre la isolínea seleccionada y el límite exterior excede dicho valor umbral; y

recortar dicha malla de superficie abierta eliminando las regiones de malla de superficie entre dicha línea de corte y el límite exterior de dicha malla de superficie abierta.

2. El método según la reivindicación 1, en donde el cómputo de dichas temperaturas virtuales comprende el

$$\frac{\partial u(v, t)}{\partial t} = 0$$

cálculo de una solución de estado estable $u^*(v)$, definida por para dicha función de difusión de calor.

3. El método según las reivindicaciones 1 o 2, en donde dicha ecuación de calor comprende además un término

$$\frac{\partial u(v, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(v, t) -$$

$\lambda u(v, t)$ de disipación de calor que proporciona una ecuación $\lambda u(v, t)$, denotando con λ un coeficiente de disipación de calor (s^{-1}), donde $\lambda \geq 0$.

4. El método según la reivindicación 3, en donde el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de

disipación de calor (λ) dependen de una medida indicativa de la curvatura de la superficie en una posición de malla, una medida indicativa del color en una posición de malla o una medida de la distancia entre una posición de malla y el límite exterior.

5. El método según la reivindicación 4, en donde el coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) dependen de la curvatura media de la superficie o de una curvatura media de la superficie suavizada determinada para una posición de vértice, en donde dicho coeficiente de difusión de calor (α) y/o el coeficiente de disipación de calor (λ) aumentan con dicha curvatura media de la superficie o con una curvatura media de la superficie suavizada, siendo indicativo de una convexidad creciente de la malla de la superficie en dicha posición de vértice.

6. El método según las reivindicaciones 1 a 5 que comprenden el cálculo de una pluralidad de isolíneas espaciadas uniformemente dividiendo el rango entre el valor calculado más bajo (u_{min}) y más alto (u_{max}) de temperatura virtual en S intervalos equidistantes, definiendo así un conjunto ordenado de S+1 isolíneas en

donde la diferencia entre los valores de isolínea de dos isolíneas vecinas es $\frac{1}{S}(u_{max} - u_{min})$.

7. El método según la reivindicación 6, en donde la identificación de una región de malla de superficie abierta de interés comprende seleccionar una de dichas isolíneas espaciadas uniformemente como la isolínea que encierra una región de interés basándose en los siguientes criterios (i) distancia media mínima entre la isolínea seleccionada y sus isolíneas vecinas, (ii) área superficial total máxima dentro de la isolínea seleccionada y (iii) curvatura media total máxima o curvatura media suavizada dentro de la isolínea seleccionada.

8. El método según las reivindicaciones 1 a 7 en donde la isolínea seleccionada que encierra una región de malla de superficie de interés se identifica como la línea de corte.

9. El método según las reivindicaciones 1 a 8, en donde dicho paso de posprocesamiento comprende

- recomputar valores de función para una pluralidad de posiciones en dicha malla de superficie abierta aplicando sobre dicha malla una función de difusión de calor según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 8 utilizando condiciones de contorno adaptadas;

- calcular una o más nuevas isolíneas a partir de dichos valores de función recomputados;

- a partir de dichas nuevas isolíneas seleccionar una isolínea que encierre una región de interés de dicha malla de superficie abierta;

- definir una línea de corte que encierre la región de malla de superficie que se mantendrá después de recortar usando la nueva isolínea seleccionada;

en donde las indicadas condiciones de contorno adaptadas favorecen una solución en la que, en comparación con las isolíneas iniciales, las posiciones de las nuevas isolíneas (i) se desplazan hacia el límite exterior donde la distancia más pequeña entre dicha isolínea inicialmente seleccionada y el límite exterior está por debajo de una distancia umbral, y (ii) se mantienen sustancialmente donde esta distancia más pequeña excede dicha distancia umbral.

10. El método según las reivindicaciones 1 a 9, en donde dicho paso de posprocesamiento comprende la detección de vértices de límite de segmentos límite externos que se doblan en dicha malla de superficie abierta y delimitan grietas o que delimitan regiones de solapamiento que sobresalen de dicha malla de superficie.

en donde dicha detección comprende determinar para cada vértice de límite exterior las distancias a lo largo del límite exterior y las distancias euclidianas entre dicho vértice de límite exterior y los vértices de límite exterior vecinos dentro de una región que rodea dicho vértice de límite,

en donde dicho vértice de límite se detecta como un vértice de límite de un segmento límite exterior que sobresale o se curva hacia dentro cuando la relación entre dicha distancia geodésica y dicha distancia euclidiana entre dicho primer vértice de límite y cualquiera de dichos vértices de límite vecinos excede un valor umbral.

11. El método según la reivindicación 10, en donde los pares de vértices de entrada que definen puntos de inicio y final de segmentos límite que sobresalen o se curvan hacia dentro se identifican utilizando un método que comprende

- identificar para cada vértice de límite exterior detectado que está en un segmento límite exterior que sobresale o se curva hacia dentro, el vértice de límite vecino con la relación más alta entre la distancia geodésica límite

y la distancia euclidiana como el vértice de límite correspondiente;

- conservar los vértices detectados que se tienen entre sí como vértices de límite correspondientes como pares candidatos de vértices de entrada;

5

- comparar dichos pares retenidos de vértices de entrada candidatos en donde un par de vértices de entrada candidatos se descarta cuando los vértices de límite exterior a lo largo del camino más corto entre dichos vértices de entrada candidatos son un subconjunto de los vértices de límite exterior entre otro par de vértices de entrada candidatos; y

10

- etiquetar los pares restantes de vértices de entrada candidatos como pares de vértices de entrada de segmentos límite que sobresalen o se curvan hacia dentro.

15

12. El método según la reivindicación 11, en donde un segmento límite exterior definido por un par de vértices de entrada se etiqueta como un segmento límite exterior de curvatura hacia dentro en caso de que todas las distancias más cortas entre los vértices respectivos de dicho segmento, incluidos los vértices del par de entrada, y la isolínea seleccionada inicialmente estén por debajo de una distancia umbral.

20

13. El método según las reivindicaciones 11 o 12, en donde un segmento límite exterior definido por un par de vértices de entrada se etiqueta como un segmento límite exterior que delimita una región de solapamiento saliente en caso de que la distancia más corta entre al menos un vértice de dicho segmento, incluidos los vértices del par de entrada, y la isolínea seleccionada inicialmente, exceda una distancia umbral.

25

14. El método según las reivindicaciones 12 o 13, en donde dicho paso de posprocesamiento comprende además reposicionar la isolínea seleccionada hacia los segmentos límite de curvatura hacia adentro.

30

15. El método según la reivindicación 14, en donde dicho paso de posprocesamiento comprende (i) calcular nuevos valores de función volviendo a aplicar una función de difusión sobre dicha malla de superficie abierta utilizando condiciones de contorno adaptadas a lo largo de dichos segmentos de contorno exterior salientes o curvados hacia dentro, (ii) recalcular isolíneas a partir de dichos nuevos valores de función, (iii) seleccionar una de dichas isolíneas recalculadas seleccionadas como la isolínea que encierra la región de interés y (iv) determinar la línea de corte para recortar dicha malla de superficie abierta utilizando dicha isolínea recalculada seleccionada.

35

16. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 15, en donde dicha malla de superficie abierta es una malla de superficie intraoral que representa una parte de la región intraoral.

40

17. El método según la reivindicación 16 en donde dicha malla de superficie intraoral comprende un arco dental convexo y una o más regiones de malla cóncavas.

18. El uso de un método según cualquiera de las reivindicaciones 16 o 17 en un procedimiento para planificar una intervención quirúrgica intraoral o para diseñar una prótesis dental.

45

19. Un sistema para recortar una malla de superficie abierta, que comprende una región de malla interior delimitada por un límite exterior, comprendiendo dicho sistema una unidad de procesamiento configurada para:

recibir una malla de superficie abierta;

50

determinar una línea de corte para recortar dicha malla de superficie abierta, en donde para dicha determinación se toma como malla de superficie abierta una placa conductora de calor infinitamente delgada y en donde dicha determinación comprende

55

- computar temperaturas virtuales para una pluralidad de posiciones sobre dicha malla de superficie abierta, resolviendo una función de difusión de calor que describe la evolución en el tiempo (t) de la distribución espacial de dichas temperaturas virtuales sobre dicha malla de superficie, estando dicha función de difusión de calor caracterizada por una ecuación del tipo

$$\frac{\partial u(v,t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(v,t),$$

60

en donde v es una posición espacial, t es el tiempo, $\alpha \nabla^2 u(v,t)$ especifica un término de difusión térmica con α siendo un coeficiente de difusión de calor, con unidades m²/s, que describe una tasa virtual de transferencia de calor sobre dicha malla y $\nabla^2 u$ denotando el operador de Laplace-Beltrami aplicado a la función u y donde la resolución de dicha ecuación de difusión devuelve una temperatura virtual $u(v,t)$ para cada posición de dicha malla

y aplicar condiciones de límite que especifiquen las temperaturas virtuales $u(v, t)$ de una solución de dicha ecuación a lo largo de dicho límite exterior,

- 5 - calcular una o más isolíneas a partir de dichas temperaturas virtuales, uniéndose cada una de dichas isolíneas a posiciones de malla de superficie con una misma temperatura virtual,
- seleccionar de entre dichas una o más isolíneas una isolínea que encierre una región de interés de dicha malla de superficie abierta,
- 10 en donde la selección de dicha isolínea implica, bien la presentación en una pantalla de una representación de la malla de superficie con indicación de las dos o más isolíneas calculadas y la selección por parte de un usuario de una de dichas isolíneas como la isolínea que encierra la región de malla de interés, o
- 15 en donde dicha isolínea se selecciona automáticamente utilizando una función de optimización y criterios de optimización apropiados;
- usar la isolínea seleccionada como línea de corte englobando la región de malla de superficie que debe ser mantenida tras el recorte o usar la isolínea seleccionada como referencia en un paso de posprocesamiento
- 20 para definir una línea de corte, en donde, con respecto a la isolínea seleccionada, dicha línea de corte se mueve hacia el límite exterior en posiciones en donde la distancia más corta entre la isolínea seleccionada y el límite exterior está por debajo de un valor umbral y en donde dicha línea de corte se mantiene sustancialmente al nivel de la isolínea seleccionada en posiciones en donde la distancia mínima entre la isolínea seleccionada y el límite exterior excede dicho valor umbral; y
- 25 recortar dicha malla de superficie abierta, eliminando las regiones de malla de superficie entre dicha línea de corte y el límite exterior de dicha malla de superficie abierta.

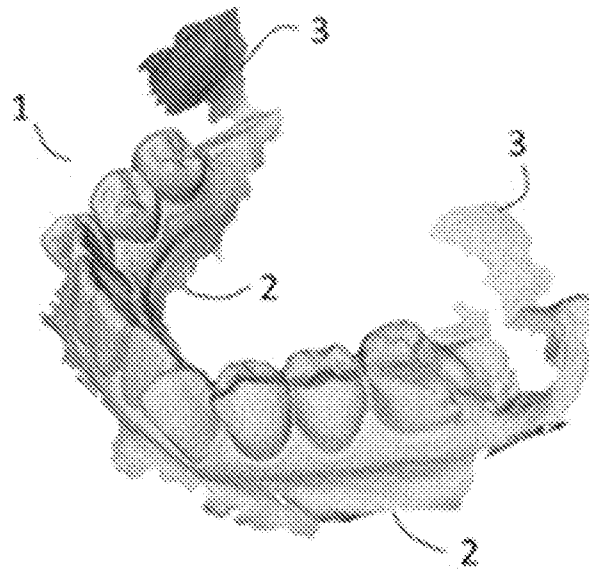


Figura 1

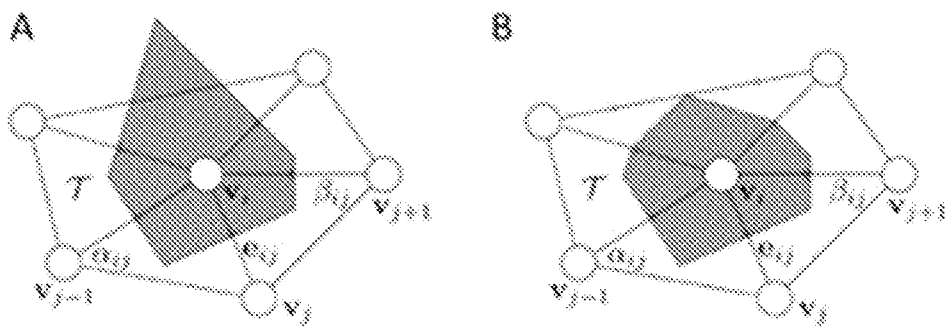


Figura 2

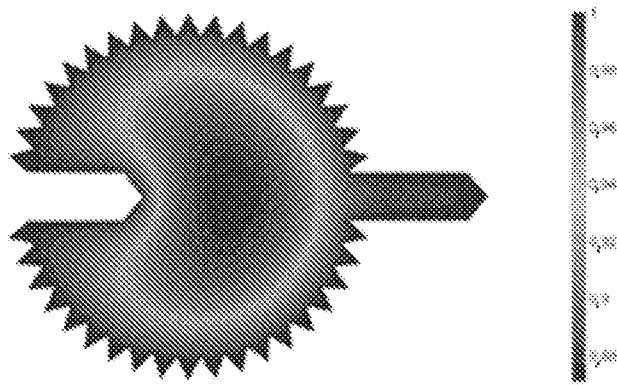


Figura 3



Figura 4

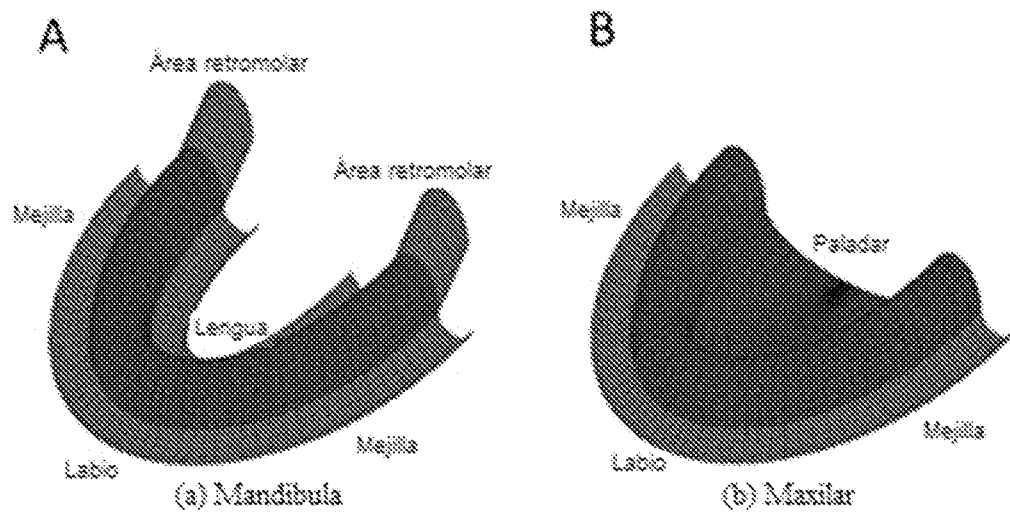


Figura 5

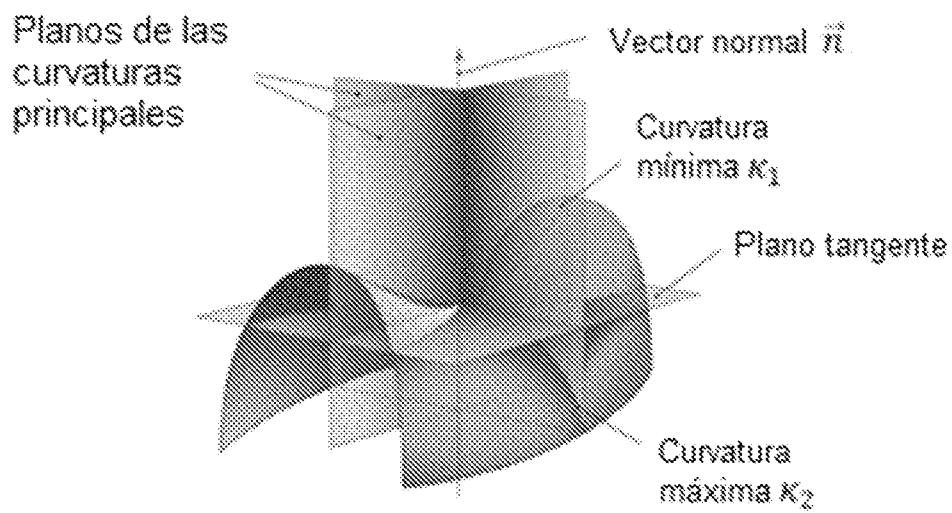


Figura 6

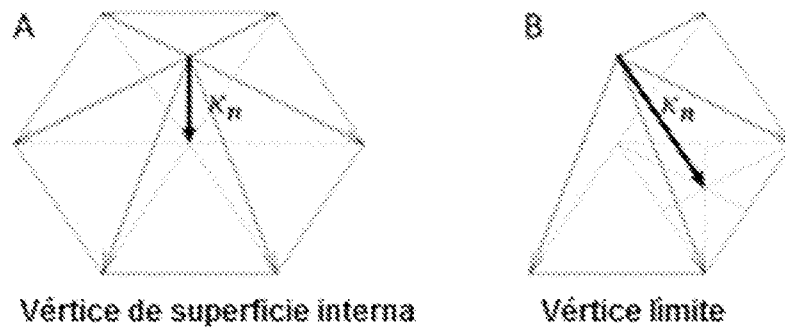


Figura 7

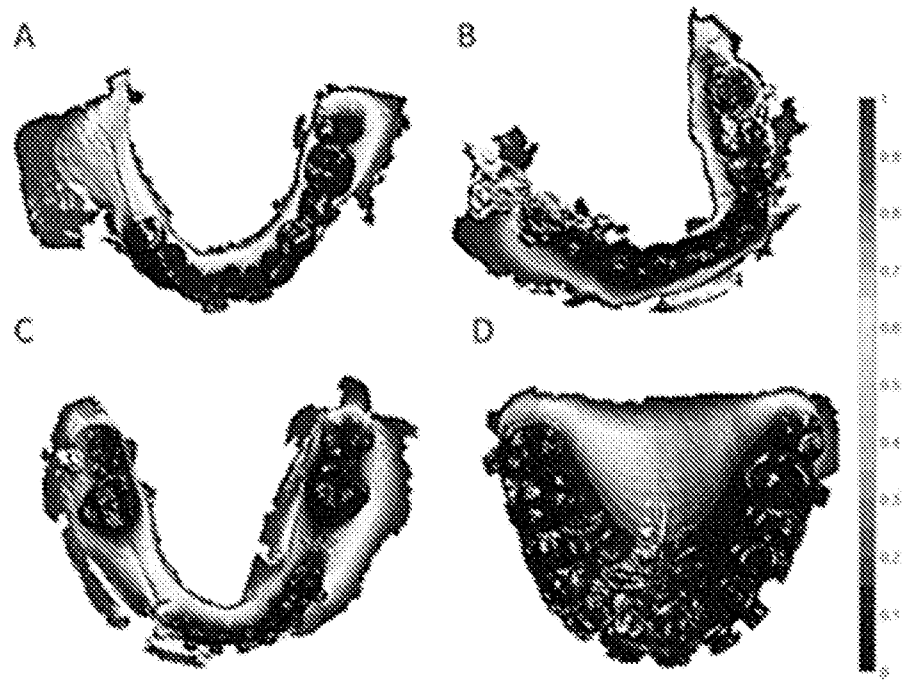


Figura 8

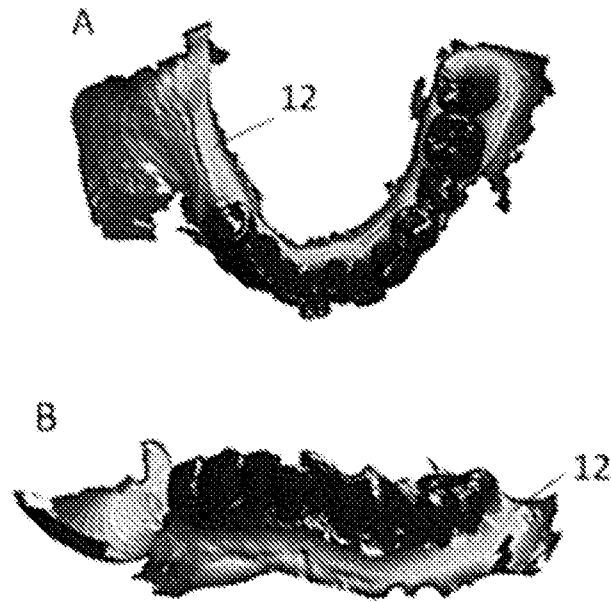


Figura 9

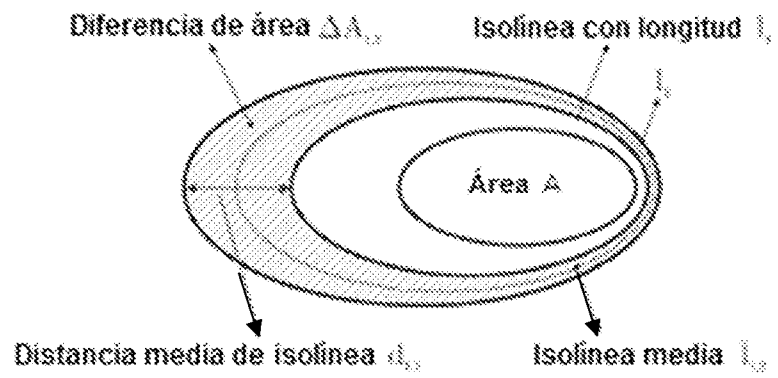


Figura 10

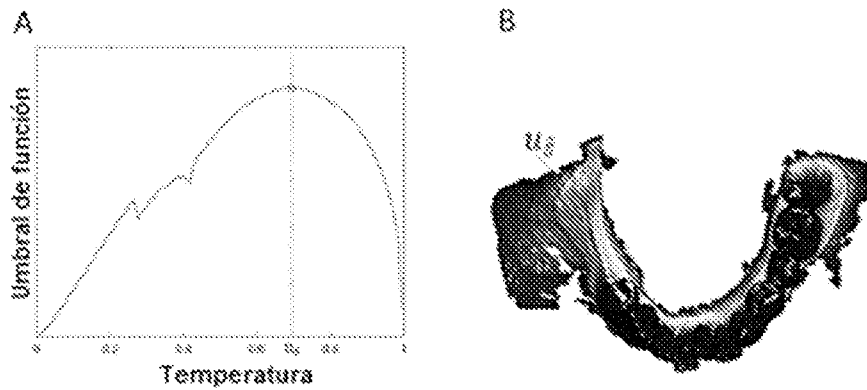


Figura 11

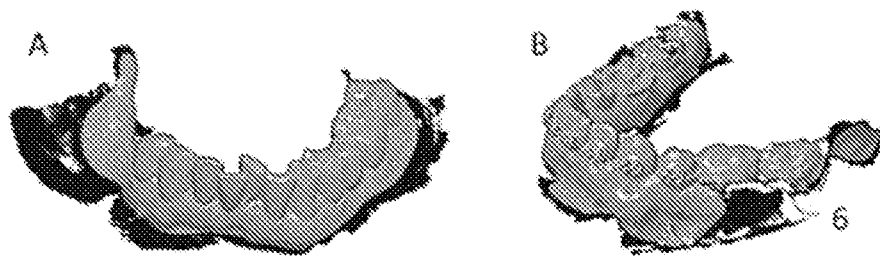


Figura 12

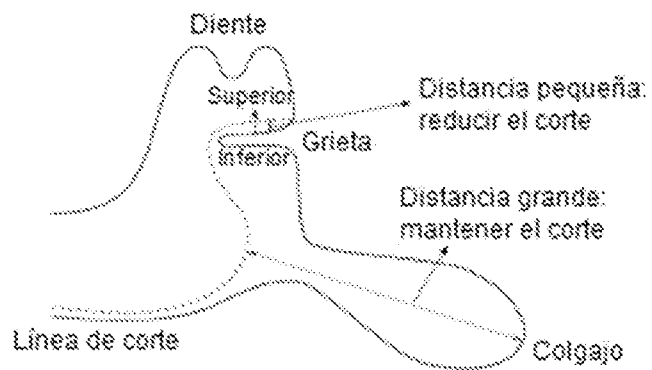


Figura 13

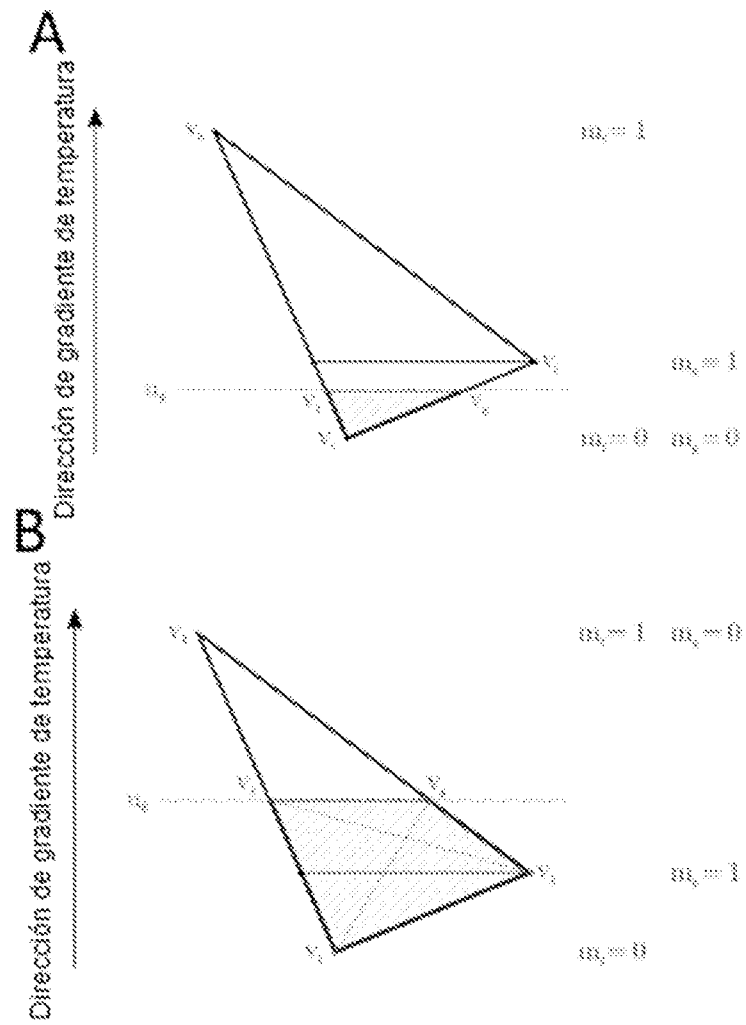


Figura 14

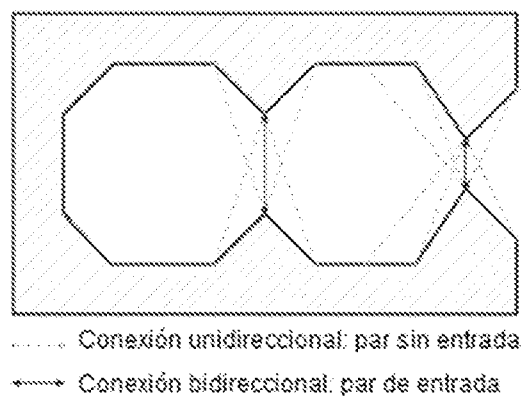


Figura 15

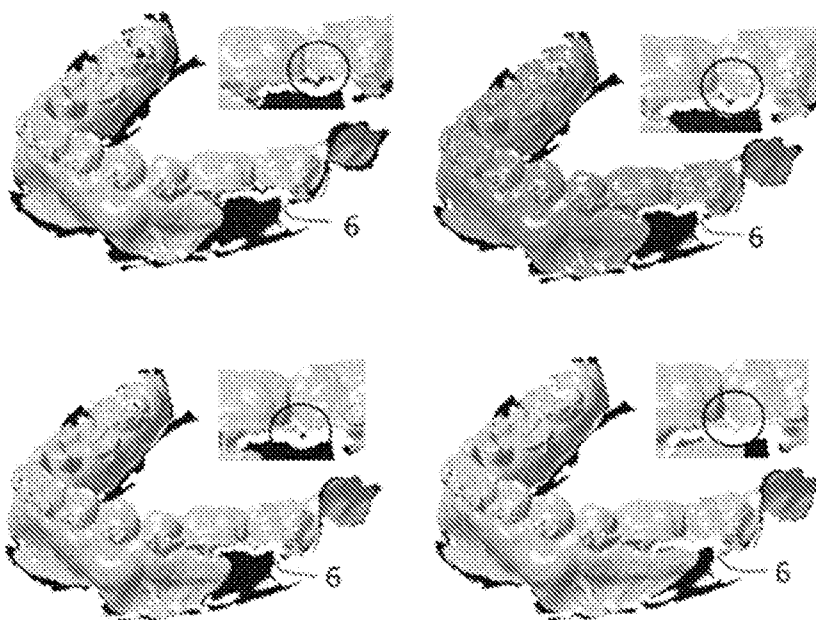


Figura 16

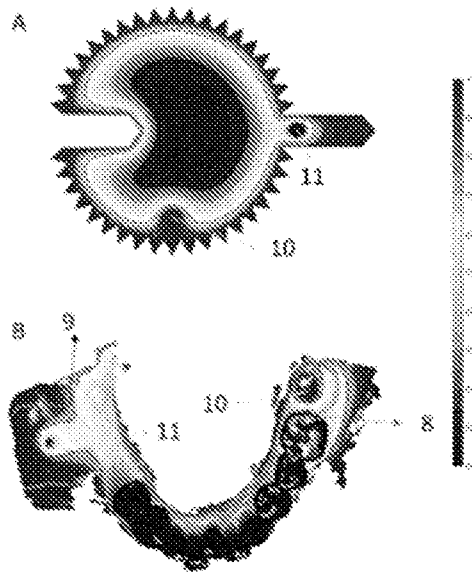


Figura 17

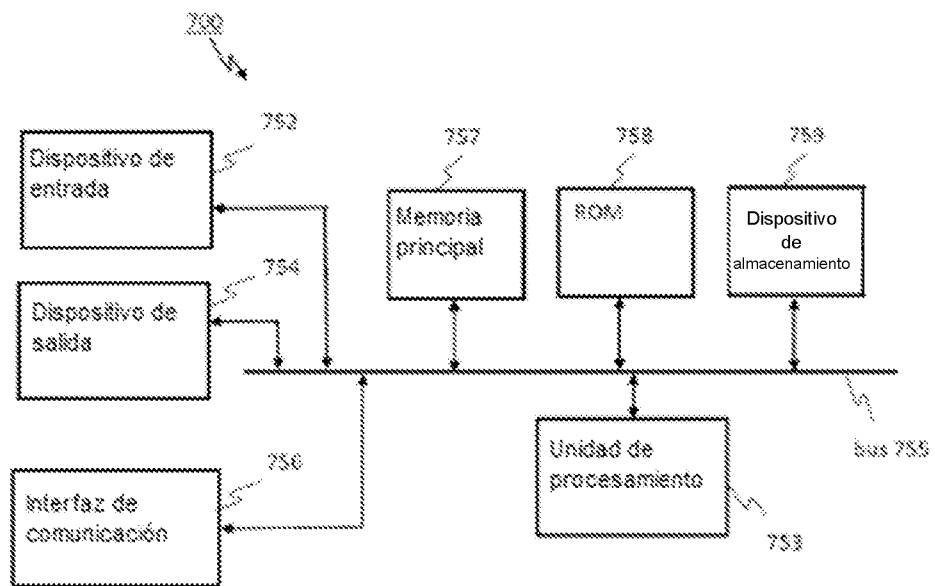


Figura 18