



(21) 申请号 201810840812.5

(22) 申请日 2018.07.27

(65) 同一申请的已公布的文献号
申请公布号 CN 108989031 A

(43) 申请公布日 2018.12.11

(73) 专利权人 上海扈民区块链科技有限公司
地址 202156 上海市崇明区上海市新河镇
新中路786号弄5号345室

(72) 发明人 赵运磊 程蕾晓 黄兴忠

(74) 专利代理机构 上海专利商标事务所有限公
司 31100
专利代理师 陈斌

(51) Int.Cl.

H04L 9/08 (2006.01)

H04K 1/00 (2006.01)

(56) 对比文件

CN 107566121 A, 2018.01.09

CN 108173643 A, 2018.06.15

Andrew Chi-Chih Yao等.《Privacy-
Preserving Authenticated Key-Exchange
Over Internet》.《IEEE TRANSACTIONS ON
INFORMATION FORENSICS AND SECURITY》.2014,
第9卷(第1期),全文.

审查员 马晨晨

权利要求书2页 说明书5页

(54) 发明名称

一种多比特纠错编码解码方法

(57) 摘要

一种多比特纠错编码解码方法。运行发明方法的发送方得到 $\sigma_1 \in Z_q$ 和公共参数params, 将 $\sigma_1 \in Z_q$ 和params作为输入运行 $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$ 得到 $k_1 \in Z_k$ 和 $v \in Z_t$, 其中k和t为整数且其中之一大于2或小于-2, 保密存储 k_1 , 并公开传输v给运行发明方法的接收方。接收方得到 $\sigma_2 \in Z_q, v \in Z_t$ 和公共参数params, 其中 σ_2 与 σ_1 满足 $|\sigma_2 - \sigma_1|_q \leq d$, 将 σ_2, v 和params作为输入运行 $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$, 得到 $k_2 \in Z_k$ 。若 σ_2 与 σ_1 的距离d满足一定的限制条件, 则 $k_2 = k_1$, 双方纠错成功。该技术在网络保密通讯领域具有重要应用。

1. 一种多比特纠错编码解码方法;其中, $\{\cdots\}$ 表示一个信息或者数值的集合;这里公共参数 $\text{params} = \{q, k, g, \text{aux}\}$, 其中 q, k, g 均为整数; aux 是可为空的其它辅助公共参数的集合;对于两个整数 i, j , 其中 $i \leq j$, $[i, j]$ 表示整数集 $\{i, i+1, \cdots, j\}$;对于任意正整数 a , 定义 Z_a 为 Z/aZ , Z_a 表示为 $Z_a = [0, a-1]$ 或者 $Z_a = [-\lfloor (a-1)/2 \rfloor, \lfloor a/2 \rfloor]$, 其中, 对于任意实数 b , $\lfloor b \rfloor$ 表示小于或者等于 b 的最大整数;

发送方运行一个编码算法 $\text{Con}(\cdot)$, 算法输入包含 $\sigma_1 \in Z_q$ 和公共参数 params , 算法对 $\sigma_1 \in Z_q$ 基于 params 进行编码, 输出包含 (k_1, v) , 其中 $k_1 \in Z_k, v \in Z_t, k$ 和 t 为整数, 其中 k 大于 2 或小于 -2, 这意味着, k_1 必为多比特;其中, $\text{Con}(\cdot)$ 算法运行如下:

(1) 计算 $\sigma_A \in Z_{q'}$, 其中 q' 是一个整数;其中, σ_A 的计算方法包括: 从集合 $[0, \alpha-1]$ 或集合 $[-\lfloor (\alpha-1)/2 \rfloor, \lfloor \alpha/2 \rfloor]$ 中均匀随机地选取元素 e ; 计算 $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \in Z_{q'}$, 其中 (I) $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \bmod q'$, 或 (II) $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \bmod^{\pm} q'$, 其中, 对于任意整数 a 和正整数 b , $a \bmod^{\pm} b$ 表示在欧几里得除法中 a 除以 b 的唯一的落在 $[-\lfloor (b-1)/2 \rfloor, \lfloor b/2 \rfloor]$ 中的余数;

(2) 计算 $k_1 \in Z_k$ 以及 $\tilde{v} \in Z_{\beta}$; 其中, $k_1 \in Z_k$ 计算方法包括: $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil \bmod^{\pm} k$, 其中, 对于任意实数 a , $\lceil a \rceil$ 表示与 a 最接近的整数;或 $k_1 \in Z_k = [0, k-1]$ 的计算方法包括:

(a) 若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [0, q'-1]$, 则令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor$;

(b) 若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [0, q'-1]$, 则当 $\sigma_A - \sigma_A \bmod^{\pm} \beta = k\beta$ 时, 令 $k_1 = 0$; 否则, 令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$;

(c) 若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [-\lfloor (q'-1)/2 \rfloor, \lfloor q'/2 \rfloor]$, 则当 $\sigma_A < 0$ 时, 令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor + k$; 否则, 令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor$;

(d) 若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [-\lfloor (q'-1)/2 \rfloor, \lfloor q'/2 \rfloor]$, 则当 $\sigma_A \geq -\beta/2$ 时, 令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$; 否则, 令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil + k$;

(3) 计算 $v \in Z_t$, 其中 v 可以公开发送; 其中, $\tilde{v} = \sigma_A \bmod^{\pm} \beta, v = \lfloor \tilde{v}g / \beta \rfloor$ 或 $v = \lceil \tilde{v}g / \beta \rceil$; 或 $\tilde{v} = \sigma_A \bmod \beta$ 和 $v = \lceil \tilde{v}g / \beta \rceil$;

接收方运行一个解码算法 $\text{Rec}(\cdot)$, 算法输入包含 $\sigma_2 \in Z_q, v \in Z_t$ 和公共参数 params , 其中 $|\sigma_2 - \sigma_1|_q \leq d$, d 为一个整数, 对于任意整数 a , $|a|_q$ 定义为 $\min\{a \bmod q, q - a \bmod q\}$, 其中, 对于任意整数 a 和正整数 b , $a \bmod b$ 表示在欧几里得除法中 a 除以 b 的唯一的落在 $[0, \cdots, b-1]$ 中的余数, $\min\{\cdot\}$ 定义为取最小值; 算法对 $\sigma_2 \in Z_q, v \in Z_t$ 基于 params 进行解码, 输出包含 k_2 , 其中 $k_2 \in Z_k$; 若 σ_2 与 σ_1 的距离 d 满足一定的限制条件, 则 $k_2 = k_1$, 双方纠错成功;

其中, $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$ 的计算方法包括: (1) $k_2 = \lceil \alpha\sigma_2 / \beta - v / g \rceil \bmod k$, 或 (2) $k_2 = \lceil \alpha\sigma_2 / \beta - (v+1/2) / g \rceil \bmod k$, 或 (3) $k_2 = \lceil \alpha\sigma_2 / \beta - (v+r) / g \rceil \bmod k$, 其中 r 是一个实数;

其中, d 满足的关系式包含:

(1) $(2d+2)k < q(1-1/g)$, 或

(2) $(2d+1)k < q(1-2\gamma/g)$, 其中 γ 定义为 $\max\{|r|, |1-r|\}$, 对于任意实数 a , $|a|$ 表示取 a 的绝对值, $\max\{\cdot\}$ 定义为取最大值;

(3) $(d+1)k < q(1/2 - \gamma/g)$ 。

2. 如权利要求1所述的方法, 其中, aux 是包含 $\{q', \alpha, \beta\}$ 的集合的可为空的子集合, 其中 q', α, β 为整数。

3. 如权利要求1或2所述的方法, 其中, q, k, g 为正整数, 和/或, $q' = \text{lcm}(q, k)$ 是 q 和 k 的

最小公倍数,和/或, $\alpha=q'/q$,和/或, $\beta=q'/k$,和/或, $\beta \geq g$ 均为正整数。

4.如权利要求3所述的方法,其中, r 为实数,满足 $0 \leq r \leq 1$ 。

5.如权利要求1或2所述的方法,其中, k, g 的取值包含: $k = 2^{\kappa_1}$,或 $g = 2^{\kappa_2}$,其中 κ_1, κ_2 是正整数; q 的取值包含: q 是素数,或 $q = 2^{\kappa_3}$,其中 κ_3 是正整数,或 $q = kg$ 。

一种多比特纠错编码解码方法

技术领域

[0001] 本发明涉及纠错编码解码技术,在网络保密通讯领域具有重要应用。

背景技术

[0002] 纠错编码解码技术是用于解决如下问题:两个用户Alice和Bob各自有一个秘密,发送方Alice得到一个秘密数据 $\sigma_1 \in Z_q$,接受方Bob得到一个秘密数据 $\sigma_2 \in Z_q$ 。这些秘密数据在保密通讯中是利用交换格上的带噪音学习问题实例进行相应计算得到的。但是, $\sigma_1 \in Z_q$ 和 $\sigma_2 \in Z_q$ 并不相等,因此并不可以作为密钥进行保密通讯。但是它们的距离比较近,发明方法是解决如何从两个距离比较近的秘密数据中计算出一个相同的密钥,用于保密通讯。

发明内容

[0003] 运行发明方法的发送方Alice得到 $\sigma_1 \in Z_q$ 和公共参数params,将 $\sigma_1 \in Z_q$ 和params作为输入运行 $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$ 得到 $k_1 \in Z_k$ 和 $v \in Z_t$,保密存储 k_1 ,并公开传输 v 给运行发明方法的接收方Bob。Bob得到 $\sigma_2 \in Z_q$, $v \in Z_t$ 和公共参数params,其中 σ_2 与 σ_1 满足 $|\sigma_2 - \sigma_1|_q \leq d$,将 σ_2 , v 和params作为输入运行 $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$,得到 $k_2 \in Z_k$ 。若 σ_2 与 σ_1 的距离 d 满足一定的限制条件,则正确性成立,即 $k_2 = k_1$,双方纠错成功,生成共同的密钥 $k_2 = k_1$ 。该技术在网络保密通讯领域具有重要应用。

[0004] 本发明给出一种高效的多比特纠错编码解码方法;其中, $\{\dots\}$ 表示一个信息或者数值的集合;这里公共参数 $\text{params} = \{q, k, g, \text{aux}\}$,其中 q, k, g 均为整数;aux包含运行发明方法的可为空的其它辅助公共参数的集合;对于两个整数 i, j ,其中 $i \leq j$, $[i, j]$ 表示整数集 $\{i, i+1, \dots, j\}$;对于任意正整数 a ,定义 Z_a 为 Z/aZ , Z_a 表示为 $Z_a = [0, a-1]$ 或者 $Z_a = [-\lfloor (a-1)/2 \rfloor, \lfloor a/2 \rfloor]$,其中,对于任意实数 b , $\lfloor b \rfloor$ 表示小于或者等于 b 的最大整数;

[0005] 运行发明方法的发送方运行一个编码算法 $\text{Con}(\cdot)$,算法输入包含 $\sigma_1 \in Z_q$ 和公共参数params,算法对 $\sigma_1 \in Z_q$ 基于params进行编码操作,输出包含 (k_1, v) ,其中 $k_1 \in Z_k$, $v \in Z_t$, k 和 t 为整数且其中之一大于2或小于-2;这意味着, k_1 和 v 其中之一必为多比特(即:无法用一个0-1比特来表示)。在实际的实现中,可以对 $\sigma_1 \in Z_q$ 做任何可求逆的变换,比如对其平移一定的量(即:加或减去一个数等),此时Rec对 $\sigma_2 \in Z_q$ 做相应的逆变换。

[0006] 运行发明方法的发送方运行 $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$ 得到 $k_1 \in Z_k$ 和 $v \in Z_t$ 后,可另外使用一层纠错码加密算法Encode加密 $f(k_1)$ 得到 $\text{Encode}(f(k_1))$,其中, f 是关于 k_1 的函数,然后计算 $v' = f'(\text{Encode}(f(k_1)), k_1)$,其中, f' 是关于 $f(k_1), k_1$ 的函数,并公开传输 v, v' 给运行发明方法的接收方Bob。

[0007] 运行发明方法的接受者有一个保密输入 $\sigma_2 \in Z_q$,收到发送方发送过来的 $v \in Z_t$,检查 $v \in Z_t$,若 $v \in Z_t$ 则运行一个解码算法,算法输入包含 $\sigma_2 \in Z_q$, $v \in Z_t$ 和公共参数params,其中 $|\sigma_2 - \sigma_1|_q \leq d$,对于任意整数 a , $|a|_q$ 定义为 $\min\{a \bmod q, q-a \bmod q\}$,其中,对于任意整数 a 和正整数 b , $a \bmod b$ 表示在欧几里得除法中 a 除以 b 的唯一的落在 $[0, \dots, b-1]$ 中的余数,min

$\{\bullet\}$ 定义为取最小值; $d=f_d(q,k,g)$, f_d 是关于 q,k,g 的函数; 算法对 $\sigma_2 \in Z_q, v \in Z_t$ 基于 params 进行解码, 输出包含 k_2 , 其中 $k_2 \in Z_k$, 满足 $k_2=k_1$ 。

[0008] 运行发明方法的接收方Bob运行 $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$, 得到 $k_2 \in Z_k$ 。若 σ_2 与 σ_1 的距离满足一定的限制条件, 则正确性成立, 即 $k_2=k_1$, 双方纠错成功, 生成 $k_2=k_1$ 。即便 σ_2 与 σ_1 的距离超出 d 或传输过程引入的噪音缘故, 接收方仍可使用纠错码解密算法 Decode 解密 $f''(k_2, v')$ 得到 $\text{Decode}(f''(k_2, v'))=f(k_1)$, 其中, f'' 是关于 k_2, v' 的函数, 双方纠错成功, 生成共同的密钥 $f(k_1)$ 。

具体实施方式

[0009] 本发明给出一种高效的纠错编码解码方法; 其中, $\{\cdots\}$ 表示一个信息或者数值的集合; 这里公共参数 $\text{params}=\{q,k,g,\text{aux}\}$, 其中 q,k,g 均为整数; 辅助参数 aux 是包含 $\{q', \alpha, \beta\}$ 的集合的可为空的子集合, 其中 $q'=f_1(q,k,g)$, $\alpha=f_2(q,k,g)$, $\beta=f_3(q,k,g)$, f_1, f_2, f_3 是关于 q,k,g 的函数; 假定公共参数 params 是固定的并被运行发明方法的用户事先获知; 或者, 在发明方法运行之前交换和协商这些参数并达成一致。在基于LWE的密钥协商协议当中, 这些参数主要是由LWE问题来决定。对于两个整数 i, j , 其中 $i \leq j$, $[i, j]$ 表示整数集 $\{i, i+1, \cdots, j\}$; 对于任意正整数 a , 定义 Z_a 为 Z/aZ , 在本发明所在的技术领域, Z_a 表示为 $Z_a=[0, a-1]$ 或者 $Z_a=[-\lfloor(a-1)/2\rfloor, \lfloor a/2 \rfloor]$, 其中, 对于任意实数 b , $\lfloor b \rfloor$ 表示小于或者等于 b 的最大整数, $\lceil b \rceil$ 表示与 b 最接近的整数, 且 $\lfloor b+1/2 \rfloor = \lceil b \rceil$ 。

[0010] 运行发明方法的发送方运行一个编码算法 $\text{Con}(\bullet)$, 算法输入包含 $\sigma_1 \in Z_q$ 和公共参数 params , 输出包含 (k_1, v) , 其中 $k_1 \in Z_k, v \in Z_t, t=f(\beta, g)$, f 是关于 β, g 的函数; 算法运行如下:

[0011] (1) 计算 $\sigma_A \in Z_{q'}$;

[0012] (2) 计算 $k_1 \in Z_k$ 以及 $\tilde{v} \in Z_\beta$;

[0013] (3) 计算 $v \in Z_t$;

[0014] 运行发明方法的发送方运行 $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$ 得到 $k_1 \in Z_k$ 和 $v \in Z_t$ 后, 可另外使用一层纠错码加密算法 Encode 加密 $f(k_1)$ 得到 $\text{Encode}(f(k_1))$, 其中, f 是关于 k_1 的函数, 然后计算 $v'=f'(\text{Encode}(f(k_1)), k_1)$, 其中, f' 是关于 $f(k_1), k_1$ 的函数, 并公开传输 v, v' 给运行发明方法的接收方Bob。

[0015] 运行发明方法的接受者有一个保密输入 $\sigma_2 \in Z_q$, 收到发送方发送过来的 $v \in Z_t$, 检查 $v \in Z_t$, 若 $v \in Z_t$ 则运行一个解码算法, 算法输入包含 $\sigma_2 \in Z_q, v \in Z_t$ 和公共参数 params , 其中 $|\sigma_2 - \sigma_1|_q \leq d$, 对于任意整数 a , $|a|_q$ 定义为 $\min\{a \bmod q, q-a \bmod q\}$, 其中, 对于任意整数 a 和正整数 b , $a \bmod b$ 表示在欧几里得除法中 a 除以 b 的唯一的落在 $[0, \cdots, b-1]$ 中的余数, $\min\{\bullet\}$ 定义为取最小值; $d=f_d(q,k,g)$, f_d 是关于 q,k,g 的函数; 输出包含 k_2 , 其中 $k_2 \in Z_k$, 满足 $k_2=k_1$ 。

[0016] 运行发明方法的接收方Bob运行 $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$, 得到 $k_2 \in Z_k$ 。若 σ_2 与 σ_1 的距离满足一定的限制条件, 则正确性成立, 即 $k_2=k_1$, 双方纠错成功, 生成 $k_2=k_1$ 。即便 σ_2 与 σ_1 的距离超出 d 或传输过程引入的噪音缘故, 接收方仍可使用纠错码解密算法 Decode 解密 $f''(k_2, v')$ 得到 $\text{Decode}(f''(k_2, v'))=f(k_1)$, 其中, f'' 是关于 k_2, v' 的函数, 双方纠错成功, 生成共同

的密钥 $f(k_1)$ 。

[0017] 如上所述的方法,其中, q, k, g 为正整数,和/或, $q' = \text{lcm}(q, k)$ 是 q 和 k 的最小公倍数,和/或, $\alpha = q'/q$,和/或, $\beta = q'/k$,和/或, $\beta \geq g$ 均为正整数。当然,在发明方法的实际应用中, q', α, β, t 还可以是 q, k, g 的其它函数和变换,比如: q' 是 $\text{lcm}(q, k)$ 的一个函数或变换, α 是 q'/q 的一个函数或变换, β 是 q'/k 的一个函数或变换。

[0018] 如上所述的方法,其中, σ_A 是 $Z_{q'}$ 上的随机分布或均匀分布,或者 σ_A 可以有效地转换为 $Z_{q'}$ 上的均匀分布。

[0019] 如上所述的方法,其中, σ_A 的计算方法包括:从集合 $[0, \alpha-1]$ 或集合 $[-\lfloor(\alpha-1)/2\rfloor, \lfloor\alpha/2\rfloor]$ 中均匀随机地选取元素 e ;计算 $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \in Z_{q'}$ 。

[0020] 如上所述的方法,其中, $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \in Z_{q'}$ 的计算方法包括:

[0021] (1) $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \bmod q'$,或

[0022] (2) $\sigma_A = \alpha\sigma_1 + e \bmod^{\pm} q'$,其中,对于任意整数 a 和正整数 b , $a \bmod^{\pm} b$ 表示在欧几里得除法中 a 除以 b 的唯一的落在 $[-\lfloor(b-1)/2\rfloor, \lfloor b/2\rfloor]$ 中的余数。

[0023] 如上所述的方法,其中, $k_1 = h_1(\sigma_A, \alpha, \beta, k)$, $\tilde{v} = h_2(\sigma_A, \alpha, \beta, k)$, h_1, h_2 是关于 $\sigma_A, \alpha, \beta, k$ 的函数。一般而言, h_1 输出的是 σ_A 关于公共参数的高位信息,而 h_2 输出的是 σ_A 关于公共参数的低位信息,或者二者的输出相反。

[0024] 如上所述的方法,其中, $k_1 \in Z_k$ 计算方法包括: $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor \bmod k$ 或者 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil \bmod^{\pm} k$;和/或, $\tilde{v} \in Z_{\beta}$ 的计算方法包括: $\tilde{v} = \sigma_A \bmod \beta$ 或者 $\tilde{v} = \sigma_A \bmod^{\pm} \beta$ 。

[0025] 如上所述的方法,其中, $k_1 \in Z_k = [0, k-1]$ 的计算方法包括:

[0026] (1)若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [0, q'-1]$,则令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor$;

[0027] (2)若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [0, q'-1]$,则当 $\sigma_A - \sigma_A \bmod^{\pm} \beta = k\beta$ 时,令 $k_1 = 0$;否则,令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$;

[0028] (3)若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [-\lfloor(q'-1)/2\rfloor, \lfloor q'/2\rfloor]$,则当 $\sigma_A < 0$ 时,令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor + k$;否则,令 $k_1 = \lfloor \sigma_A / \beta \rfloor$;

[0029] (4)若 $\sigma_A \in Z_{q'} = [-\lfloor(q'-1)/2\rfloor, \lfloor q'/2\rfloor]$,则当 $\sigma_A \geq -\beta/2$ 时,令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$;否则,令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil + k$ 。

[0030] 如上所述的方法,其中, $v = h(\tilde{v}, g, \beta)$, h 是关于 $\tilde{v}, g, \beta$ 的函数。一般而言, v 是 σ_A 关于公共参数的低位信息。

[0031] 如上所述的方法,其中, $v \in Z_t$ 的计算方法包括:

[0032] (1) $v = \lfloor \tilde{v}g / \beta \rfloor$,或

[0033] (2) $v = \lceil \tilde{v}g / \beta \rceil$ 。

[0034] 如上所述的方法,其中, $v \in Z_t$ 中 t 的取值包含: $t = g$ 或 $t = g+1$ 。一般而言, t 是 g 的一个函数(比如,对 g 做平移操作)。

[0035] 如上所述的方法,其中,解码算法 $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params}) = h_R(\sigma_2, v, q, k, g)$, h_R 是关于 σ_2, v, q, k, g 的可有效计算的函数。

- [0036] 如上所述的方法,其中, $\text{Rec}(\sigma_2, v, \text{params})$ 的计算方法包括:
- [0037] (1) $k_2 = \lceil \alpha \sigma_2 / \beta - v / g \rceil \bmod k$, 或
- [0038] (2) $k_2 = \lceil \alpha \sigma_2 / \beta - (v+1/2) / g \rceil \bmod k$, 或
- [0039] (3) $k_2 = \lceil \alpha \sigma_2 / \beta - (v+r) / g \rceil \bmod k$, 其中 r 是一个实数。
- [0040] 如上所述的方法,其中, d 满足的关系式包含:
- [0041] (1) $(2d+1)k < q(1-1/g)$, 或
- [0042] (2) $(2d+2)k < q(1-1/g)$, 或
- [0043] (3) $(2d+1)k < q(1-2\gamma/g)$, 其中 γ 定义为 $\max\{|r|, |1-r|\}$, 对于任意实数 a , $|a|$ 表示取 a 的绝对值, $\max\{\cdot\}$ 定义为取最大值。
- [0044] (4) $(d+1)k < q(1/2 - \gamma/g)$ 。
- [0045] 如上所述的方法,其中,实数 $r \in [0, 1]$ 。
- [0046] 如上所述的方法,其中, k, g 的取值包含: $k = 2^{\kappa_1}$, 或 $g = 2^{\kappa_2}$, 其中 κ_1, κ_2 是正整数; q 的取值包含: q 是素数, 或 $q = 2^{\kappa_3}$, 其中 κ_3 是正整数, 或 $q = kg$ 。
- [0047] 在发明方法的实际应用中,示例的 Con 和 Rec 具体实施方式如下: 示例实施方式一:
- [0048] $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$:
- [0049] 1. 从集合 $[-\lfloor (\alpha-1)/2 \rfloor, \lfloor \alpha/2 \rfloor]$ 中均匀随机地选取元素 e ;
- [0050] 2. 计算 $\sigma_A = \alpha \sigma_1 + e \bmod q'$;
- [0051] 3. 当 $\sigma_A - \sigma_A \bmod^\pm \beta = k\beta$ 时, 令 $k_1 = 0$; 否则, 令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$;
- [0052] 4. 计算 $\tilde{v} = \sigma_A \bmod^\pm \beta$;
- [0053] 5. 计算 $v = \lceil \tilde{v}g / \beta \rceil$;
- [0054] 6. 保密存储 k_1 , 公开传输 v ;
- [0055] $\text{Rec}(\sigma_1, v, \text{params})$:
- [0056] 1. $k_2 = \lceil \alpha \sigma_2 / \beta - v / g \rceil \bmod k$;
- [0057] 2. 保密存储 k_2 。
- [0058] 其中, 示例的参数取值包括:
- [0059] (1) β, g 取偶数且 $g \leq \beta \leq 2g$ 。
- [0060] (2) β, g 取奇数。
- [0061] 示例实施方式二:
- [0062] $\text{Con}(\sigma_1, \text{params})$:
- [0063] 1. 从集合 $[-\lfloor (\alpha-1)/2 \rfloor, \lfloor \alpha/2 \rfloor]$ 中均匀随机地选取元素 e ;
- [0064] 2. 计算 $\sigma_A = \alpha \sigma_1 + e \bmod q'$;
- [0065] 3. 当 $\sigma_A - \sigma_A \bmod^\pm \beta = k\beta$ 时, 令 $k_1 = 0$; 否则, 令 $k_1 = \lceil \sigma_A / \beta \rceil$;
- [0066] 4. 计算 $\tilde{v} = \sigma_A \bmod^\pm \beta$;
- [0067] 5. 计算 $v = \lfloor \tilde{v}g / \beta \rfloor$;
- [0068] 6. 保密存储 k_1 , 公开传输 v ;
- [0069] $\text{Rec}(\sigma_1, v, \text{params})$:
- [0070] 1. $k_2 = \lceil \alpha \sigma_2 / \beta - (v+1/2) / g \rceil \bmod k$;

- [0071] 2. 保密存储 k_2 。
- [0072] 其中, 示例的参数取值包括:
- [0073] (1) β 取偶数, g 取奇数, 且 $g \leq \beta \leq 2g$ 。
- [0074] (2) β 取奇数, g 取偶数。当 β 是素数时, 这是较佳的实施方式。