



(12) 发明专利申请

(10) 申请公布号 CN 105363139 A

(43) 申请公布日 2016. 03. 02

(21) 申请号 201510898378. 2

(22) 申请日 2015. 12. 08

(71) 申请人 上海联影医疗科技有限公司

地址 201807 上海市嘉定区城北路 2258 号

(72) 发明人 顾群

(74) 专利代理机构 上海专利商标事务所有限公

司 31100

代理人 骆希聪

(51) Int. Cl.

A61N 5/10(2006. 01)

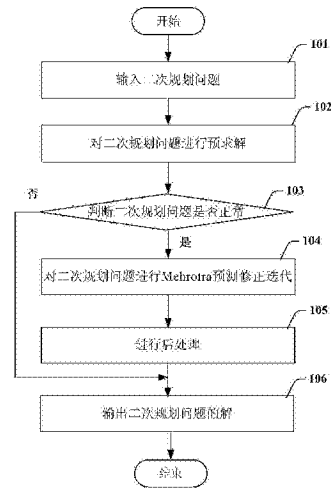
权利要求书3页 说明书8页 附图3页

(54) 发明名称

放射治疗的出射射束强度的计算方法和装置

(57) 摘要

本发明提供了一种放射治疗的出射射束强度的计算方法和装置。该方法包括以下步骤:a. 输入二次规划问题;b. 对该二次规划问题进行预求解;c. 根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常,如果是则进入步骤d,否则进入步骤f;d. 对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代,其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统,当分解遇到不正定的情形,则退回到使用对称不定分解求解增广系统;e. 后处理;f. 输出该二次规划问题的解,其中当该二次规划问题正常时,该二次规划问题的解为该向量 v 的值,当该二次规划问题不正常时,该二次规划问题无解。本发明可以缓解放射治疗的优化方法中二次规划问题求解速度慢以及容易失败的问题。



1. 一种放射治疗的出射射束强度的计算方法,包括以下步骤:

a. 输入二次规划问题,该问题表述为:

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d-t)\|_2^2 + \|w_{\max} \odot (t-d_{\max})^+\|_2^2 + \|w_{\min} \odot (d_{\min}-t)^+\|_2^2$$

满足

$$\begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{\max} \end{cases}$$

其中, t 表示每个三维体素上的剂量分布,向量 d 是平均处方剂量向量,向量 d_{\max} 是最大处方剂量向量,向量 d_{\min} 是最小处方剂量向量,系数向量 w_d, w_{\max}, w_{\min} 分别是平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重,向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度,向量 v_{\max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度;其中向量 $d, d_{\max}, d_{\min}, w_d, w_{\max}, w_{\min}$ 的向量长度是 CT 图像离散化之后三维体素的个数,向量 v, v_{\max} 的向量长度为计划控制点的个数;矩阵 D 是剂量沉积矩阵,该矩阵的行数为三维体素的个数,其列数为控制点的个数;记号 \odot 是 Hadamard 乘积;记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数,即 $s^+ = \max(s, 0)$;

b. 对该二次规划问题进行预求解;

c. 根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常,如果是则进入步骤 d, 否则进入步骤 f;

d. 对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代,其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统,当分解遇到不正定的情形,则退回到使用对称不定分解求解增广系统;

e. 后处理;

f. 输出该二次规划问题的解,其中当该二次规划问题正常时,该二次规划问题的解为该向量 v 的值,当该二次规划问题不正常时,该二次规划问题无解。

2. 如权利要求 1 所述的放射治疗的出射射束强度的计算方法,其特征在于,

在该步骤 d 中,当退回到对称不定分解求解增广系统之后,在后续迭代中不再返回到使用 Vanderbei 策略求解拟定系统。

3. 如权利要求 1 所述的放射治疗的出射射束强度的计算方法,其特征在于,该步骤 d 包括以下步骤:

在步骤 d1, 根据该步骤 b 探测稠密行与稠密列的结果对剂量沉积矩阵 D 进行排序;

在步骤 d2, 生成增广系统的固定部分;

在步骤 d3, 初始化不定标记为正定;

在步骤 d4, 判断不定标记,如果标记为不定,则进入步骤 d5, 否则进入步骤 d6;

在步骤 d5, 使用对称不定分解增广系统,记录分解因子,跳到步骤 d10;

在步骤 d6, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统;

在步骤 d7, 判断求解拟定系统分解是否成功,如果是则进入步骤 d8, 否则进入步骤 d9;

在步骤 d8, 记录求解拟定系统的分解因子;

在步骤 d9, 更新不定标记为不定;

在步骤 d10, 根据不定标记,计算仿射步,得到关于解、对偶变量、拉格朗日乘子的更新;

在步骤 d11, 执行线搜索,找出仿射步长;

- 在步骤 d12, 根据仿射步骤更新残量;
- 在步骤 d13, 判断不定标记, 如果标记为不定, 则进入步骤 d14, 否则进入步骤 d15;
- 在步骤 d14, 使用对称不定分解因子求解增广系统, 进入步骤 d16;
- 在步骤 d15, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统;
- 在步骤 d16, 清空分解因子内存;
- 在步骤 d17, 执行线搜索, 找出修正步长;
- 在步骤 d18, 更新当前解、对偶变量、拉格朗日乘子向量;
- 在步骤 d19, 判断停机准则是否满足, 如果是则进入步骤 d20, 否则返回步骤 d04;
- 在步骤 d20, 停机。

4. 如权利要求 3 所述的放射治疗的出射射束强度的计算方法, 其特征在于, 该步骤 d 中, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统:

$$\begin{bmatrix} Q & A_S^T & A_D^T \\ A_S & \Lambda_S & \\ A_D & & \Lambda_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_S \\ y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_Q \\ r_S \\ r_D \end{bmatrix}$$

其中矩阵 Λ_S 和 Λ_D 是不等式约束条件 A 和等式约束条件 A_{eq} 通

过稠密行和稠密列重新排列得到的矩阵, 向量 x 、 y_S 、 y_D 分别是二次规划主问题的变量、对偶问题稀疏列部分所对应的变量、对偶问题稠密列部分所对应的变量, 向量 r_Q 、 r_S 、 r_D 分别是三个方程的残量, 且包括如下步骤:

步骤 d21, 对 $Q - A_S^T \Lambda_S A_S = LL^T$ 进行 Cholesky 尝试分解, 如果分解不成功, 则退出拟定系统求解, 并返回不定标记;

步骤 d22, 求解三角方程形成辅助矩阵 $Z = L^{-1} A_D^T$;

步骤 d23, Cholesky 尝试分解 $\Lambda_D - Z^T Z = KK^T$, 如分解不成功, 则同步骤 d21, 退出拟定系统求解并返回不定标记;

步骤 d24, 计算辅助变量 $u = r_Q - A_S^T (A_S^{-1} r_S)$;

步骤 d25, 计算辅助变量 $w = r_D - A_D^T (L^{-T} L^{-1} u)$;

步骤 d26, 计算 $y^D = K^{-T} K^{-1} w$;

步骤 d27, 计算解向量 $x = K^{-T} K^{-1} (u - A_D y^D)$;

步骤 d28, 计算 $y_S = \Lambda_S^{-1} (r_S - A_S x)$ 。

5. 一种放射治疗的出射射束强度的计算装置, 包括:

用于输入二次规划问题的模块,

其中该二次规划问题表述为:

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d - t)\|_2^2 + \|w_{max} \odot (t - d_{max})^+\|_2^2 + \|w_{min} \odot (d_{min} - t)^+\|_2^2$$

满足

$$\begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{max} \end{cases}$$

其中, t 表示每个三维体素上的剂量分布, 向量 d 是平均处方剂量向量, 向量 d_{max} 是最大处方剂量向量, 向量 d_{min} 是最小处方剂量向量, 系数向量 w_d , w_{max} , w_{min} 分别是平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重, 向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度, 向

量 v_{\max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度；其中向量 $d, d_{\max}, d_{\min}, w_d, w_{\max}, w_{\min}$ 的向量长度是 CT 图像离散化之后三维体素的个数，向量 v, v_{\max} 的向量长度为计划控制点的个数；矩阵 D 是剂量沉积矩阵，该矩阵的行数为三维体素的个数，其列数为控制点的个数；记号 \odot 是 Hadamard 乘积；记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数，即 $s^+ = \max(s, 0)$ ；

用于对该二次规划问题进行预求解的模块；

用于根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常的模块；

用于该二次规划问题正常时对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代的模块，其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统，当分解遇到不正定的情形，则退回到使用对称不定分解求解增广系统；

用于后处理的模块；

用于输出该二次规划问题的解模块，其中当该二次规划问题正常时，该二次规划问题的解为该向量 v 的值，当该二次规划问题不正常时，该二次规划问题无解。

放射治疗的出射射束强度的计算方法和装置

技术领域

[0001] 本发明涉及放射治疗领域,尤其是涉及放射治疗的出射射束强度的计算方法和装置。

背景技术

[0002] 放射治疗是利用放射线治疗肿瘤的一种局部治疗方法。放射线包括放射性同位素产生的 α 、 β 、 γ 射线和各类 X 射线治疗机或加速器产生的 X 射线、电子线、质子束及其他粒子束等。

[0003] 在现代放射治疗计划中广泛使用二次规划问题模型。二次规划是非线性规划中的一类特殊数学规划问题。在各种放射治疗类型,例如容积调强放射治疗 (Volumetric Arc Radiation Therapy, VMAT) 和调强放射治疗 (Intensity Modulated Radiation Therapy, IMRT) 中,二次规划问题可用于通量图优化、直接子野优化,来计算需要的出射射束强度。

[0004] 为了通过求解大规模二次规划问题来计算需要的出射射束强度,一种主流方法是 Mehrotra 预测 - 修正 (predictor-corrector) 格式的内点法,该方法涉及求解两次大规模的线性方程组。直接法求解此类线性方程组,如高斯消去法 (LU 分解)、对称不定分解 (LDLT 分解) 和传统迭代法 (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR 等) 直接求解的代价是昂贵的。

[0005] 无等式约束情形下,线性方程组可以写成拟定系统。此时,可以通过 Vanderbei 对拟定方程组求解的技巧,使用块 Cholesky 分解进行加速。不利的是,此方法在带等式约束的问题中,无法保证子线性系统仍然是正定的。尤其是当迭代进行了若干步时,线性系统接近奇异,此时的 Cholesky 分解由于数值不稳定性会导致失败。使得 Vanderbei 的拟定算法无法进行。

发明内容

[0006] 本发明所要解决的技术问题是提供一种放射治疗的出射射束强度的计算方法和装置,以缓解放射治疗的优化方法中二次规划问题求解速度慢以及容易失败的问题。

[0007] 为解决上述技术问题,本发明提供了一种放射治疗的出射射束强度的计算方法,包括以下步骤:

[0008] a. 输入二次规划问题,该问题表述为:

[0009]

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d - t)\|_2^2 + \|w_{max} \odot (t - d_{max})^+\|_2^2 + \|w_{min} \odot (d_{min} - t)^+\|_2^2$$

[0010] 满足

$$[0011] \begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{max} \end{cases}$$

[0012] 其中, t 表示每个三维体素上的剂量分布,向量 d 是平均处方剂量向量,向量 d_{max} 是最大处方剂量向量,向量 d_{min} 是最小处方剂量向量,系数向量 w_d , w_{max} , w_{min} 分别是平均处方

剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重, 向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度, 向量 v_{\max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度; 其中向量 $d, d_{\max}, d_{\min}, w_d, w_{\max}, w_{\min}$ 的向量长度是 CT 图像离散化之后三维体素的个数, 向量 v, v_{\max} 的向量长度为计划控制点的个数; 矩阵 D 是剂量沉积矩阵, 该矩阵的行数为三维体素的个数, 其列数为控制点的个数; 记号 \odot 是 Hadamard 乘积; 记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数, 即 $s^+ = \max(s, 0)$;

[0013] b. 对该二次规划问题进行预求解;

[0014] c. 根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常, 如果是则进入步骤 d, 否则进入步骤 f;

[0015] d. 对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代, 其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统, 当分解遇到不正定的情形, 则退回到使用对称不定分解求解增广系统;

[0016] e. 后处理;

[0017] f. 输出该二次规划问题的解, 其中当该二次规划问题正常时, 该二次规划问题的解为该向量 v 的值, 当该二次规划问题不正常时, 该二次规划问题无解。

[0018] 在本发明的一实施例中, 在该步骤 d 中, 当退回到对称不定分解求解增广系统之后, 在后续迭代中不再返回到使用 Vanderbei 策略求解拟定系统。

[0019] 在本发明的一实施例中, 该步骤 d 包括以下步骤: 在步骤 d1, 根据该步骤 b 探测稠密行与稠密列的结果对剂量沉积矩阵 D 进行排序; 在步骤 d2, 生成增广系统的固定部分; 在步骤 d3, 初始化不定标记为正定; 在步骤 d4, 判断不定标记, 如果标记为不定, 则进入步骤 d5, 否则进入步骤 d6; 在步骤 d5, 使用对称不定分解增广系统, 记录分解因子, 跳到步骤 d10; 在步骤 d6, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统; 在步骤 d7, 判断求解拟定系统分解是否成功, 如果是则进入步骤 d8, 否则进入步骤 d9; 在步骤 d8, 记录求解拟定系统的分解因子; 在步骤 d9, 更新不定标记为不定; 在步骤 d10, 根据不定标记, 计算仿射步, 得到关于解、对偶变量、拉格朗日乘子的更新; 在步骤 d11, 执行线搜索, 找出仿射步长; 在步骤 d12, 根据仿射步骤更新残量; 在步骤 d13, 判断不定标记, 如果标记为不定, 则进入步骤 d14, 否则进入步骤 d15; 在步骤 d14, 使用对称不定分解因子求解增广系统, 进入步骤 d16; 在步骤 d15, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统; 在步骤 d16, 清空分解因子内存; 在步骤 d17, 执行线搜索, 找出修正步长; 在步骤 d18, 更新当前解、对偶变量、拉格朗日乘子向量; 在步骤 d19, 判断停机准则是否满足, 如果是则进入步骤 d20, 否则返回步骤 d04; 在步骤 d20, 停机。

[0020] 在本发明的一实施例中, 该步骤 d 中, 使用 Vanderbei 策略求解拟定系统:

$$[0021] \begin{bmatrix} Q & A_S^T & A_D^T \\ A_S & \Lambda_S & \\ A_D & & \Lambda_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_S \\ y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_Q \\ r_S \\ r_D \end{bmatrix} \text{ 其中矩阵 } A_S \text{ 和 } A_D \text{ 是不等式约束条件 } A \text{ 和等式约束条件}$$

A_{eq} 通过稠密行和稠密列重新排列得到的矩阵, 向量 x, y_S, y_D 分别是二次规划主问题的变量、对偶问题稀疏列部分所对应的变量、对偶问题稠密列部分所对应的变量, 向量 r_Q, r_S, r_D 分别是三个方程的残量, 且包括如下步骤:

[0022] 步骤 d21, 对 $Q - A_S^T \Lambda_S A_S = LL^T$ 进行 Cholesky 尝试分解, 如果分解不成功, 则退出拟定系统求解, 并返回不定标记;

[0023] 步骤 d22, 求解三角方程形成辅助矩阵 $Z = L^{-1} A_D^T$;

[0024] 步骤 d23, Cholesky 尝试分解 $\Lambda_D - Z^T Z = KK^T$, 如分解不成功, 则同步骤 d21, 退出拟

定系统求解并返回不定标记；

[0025] 步骤 d24, 计算辅助变量 $u = r_Q - A_S^T (A_S^{-1} r_S)$;

[0026] 步骤 d25, 计算辅助变量 $w = r_D - A_D^T (L^T L^{-1} u)$;

[0027] 步骤 d26, 计算 $y^D = K^{-T} K^{-1} w$;

[0028] 步骤 d27, 计算解向量 $x = K^{-T} K^{-1} (u - A_0 y^D)$;

[0029] 步骤 d28, 计算 $y_S = \Lambda^{-1} (r_S - A_S x)$ 。

[0030] 本发明还提出一种放射治疗的出射射束强度的计算装置, 包括:

[0031] 用于输入二次规划问题的模块,

[0032] 其中该二次规划问题表述为:

[0033]

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d - t)\|_2^2 + \|w_{\max} \odot (t - d_{\max})^+\|_2^2 + \|w_{\min} \odot (d_{\min} - t)^+\|_2^2$$

[0034] 满足

$$[0035] \begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{\max} \end{cases}$$

[0036] 其中, t 表示每个三维体素上的剂量分布, 向量 d 是平均处方剂量向量, 向量 d_{\max} 是最大处方剂量向量, 向量 d_{\min} 是最小处方剂量向量, 系数向量 w_d, w_{\max}, w_{\min} 分别是平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重, 向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度, 向量 v_{\max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度; 其中向量 $d, d_{\max}, d_{\min}, w_d, w_{\max}, w_{\min}$ 的向量长度是 CT 图像离散化之后三维体素的个数, 向量 v, v_{\max} 的向量长度为计划控制点的个数; 矩阵 D 是剂量沉积矩阵, 该矩阵的行数为三维体素的个数, 其列数为控制点的个数; 记号 \odot 是 Hadamard 乘积; 记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数, 即 $s^+ = \max(s, 0)$;

[0037] 用于对该二次规划问题进行预求解的模块;

[0038] 用于根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常的模块;

[0039] 用于该二次规划问题正常时对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代的模块, 其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统, 当分解遇到不正定的情形, 则退回到使用对称不定分解求解增广系统;

[0040] 用于后处理的模块;

[0041] 用于输出该二次规划问题的解模块, 其中当该二次规划问题正常时, 该二次规划问题的解为该向量 v 的值, 当该二次规划问题不正常时, 该二次规划问题无解。

[0042] 与现有技术相比, 本发明将 Vanderbei 的策略作为优先策略, 如果方程能够使用拟定系统技巧求解时, 就使用该方法, 通过对稠密行与稠密列的重新排序, 保证了对于良态问题的速度优势; 当分解遇到不正定的情形, 本发明退回到使用对称不定分解求解增广系统的策略。这使得求解器能够处理一些病态问题, 并使得在求解器迭代到边界时, 降低数值不稳定性对求解器的影响。

附图说明

[0043] 图 1 是本发明一实施例的放射治疗的出射射束强度的计算方法流程图。

[0044] 图 2A、2B 是图 1 中的 Mehrotra 预测修正迭代步骤的流程图。

具体实施方式

[0045] 为了让本发明的上述目的、特征和优点能更明显易懂，以下结合附图对本发明的具体实施方式作详细说明。

[0046] 在下面的描述中阐述了很多具体细节以便于充分理解本发明，但是本发明还可以采用其它不同于在此描述的其它方式来实施，因此本发明不受下面公开的具体实施例的限制。

[0047] 在现代放射治疗计划中，通过二次规划模型优化容积调强放射治疗 (VMAT) 和调强放射治疗 (IMRT) 计划是常见的问题。一般优化问题都具有如下非线性规划形式：

[0048]

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d - t)\|_2^2 + \|w_{max} \odot (t - d_{max})^+\|_2^2 + \|w_{min} \odot (d_{min} - t)^+\|_2^2$$

[0049] 满足

$$\begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{max} \end{cases}$$

[0051] 其中，

[0052] t 表示每个三维体素上的剂量分布；

[0053] 向量 d 是平均处方剂量向量，向量长度为 CT 图像离散化之后三维体素 (voxel) 的个数；

[0054] 向量 d_{max} 是最大处方剂量向量，向量长度同上；

[0055] 向量 d_{min} 是最小处方剂量向量，向量长度同上；

[0056] 系数向量 w_d, w_{max}, w_{min} 分别是平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重，向量长度均同上；

[0057] 向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度 (单位 MU)，向量长度为计划控制点的个数；

[0058] 向量 v_{max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度，向量长度同上，为计划控制点的个数；

[0059] 矩阵 D 是剂量沉积矩阵，该矩阵的行数为三维体素的个数，其列数为控制点的个数。

[0060] 记号 \odot 是 Hadamard 乘积。

[0061] 记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数，即 $s^+ = \max(s, 0)$ 。

[0062] 第一项称为平均剂量惩罚项，第二项为最大剂量惩罚项，第三项为最小剂量惩罚项，将上述问题做变量代换，得到：

$$\min_{v,r,p,q,t} \|w_d \cdot r\|_2^2 + \|w_{max} \cdot p\|_2^2 + \|w_{min} \cdot q\|_2^2$$

[0064] 满足

$$[0065] \quad \begin{cases} t = Dv \\ r = d - t \\ p \geq 0 \\ p \geq d_{\max} - t \\ q \geq 0 \\ q \geq t - d_{\min} \\ 0 \leq v \leq v_{\max} \end{cases}$$

[0066] 此时化归到一个标准的二次规划问题：

$$[0067] \quad \min_x x^T Q x$$

[0068] 满足

$$[0069] \quad \begin{cases} Ax \geq b \\ A_{\text{eq}} x = b_{\text{eq}} \\ l \leq x \leq u \end{cases}$$

[0070] 这里, $Q = \text{diag}(w_d^2, w_{\max}^2, w_{\min}^2)$

$$[0071] \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & I & -I \end{bmatrix}$$

$$[0072] \quad b = \begin{bmatrix} d_{\max} \\ d_{\min} \end{bmatrix}$$

$$[0073] \quad A_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & 0 & -I \\ 0 & I & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$[0074] \quad b_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}$$

[0075] 而 $x = [v, r, p, q, t]^T$, $l = [0, -\infty, 0, 0, -\infty]^T$, $u = [v_{\max}, +\infty, +\infty, +\infty, +\infty]^T$ 。

[0076] 本领域技术人员可以理解,上述非线性规划形式的问题所转换的标准二次规划问题可以有不止一种形式。

[0077] 图 1 示出本发明一实施例的放射治疗的出射射束强度的计算方法流程图。参考图 1 所示,本实施例的方法包括如下步骤：

[0078] 在步骤 101,输入二次规划问题。

[0079] 二次规划问题可表述为前述的非线性规划形式,或者是化归的标准二次规划问题。在这一二次规划问题中,输入放射治疗的各种参数,包括平均处方剂量向量 d 、最大处方剂量向量 d_{\max} 、最小处方剂量向量 d_{\min} ,平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重 w_d, w_{\max}, w_{\min} ,控制点处的出射射束的最大强度 v_{\max} 。通过二次规划问题描述的约束,求解每一个控制点处的出射射束强度,即向量 v 。

[0080] 在步骤 102,对二次规划问题进行预求解。

[0081] 预求解首先包括降维,即去除冗余信息。例如去除二次规划问题中相同或相似的约束条件。接着,判断剩余的约束条件是否矛盾。约束条件矛盾的二次规划问题是无解的。如果通过等式约束可以直接解出某一变量,则直接将此变量剔除,并保存这个变量的值。

[0082] 在步骤 103,根据预求解结果判断二次规划问题是否正常,如果是则进入步骤 104,否则进入步骤 106。例如当约束条件不矛盾时,二次规划问题是正常的,当约束条件矛盾时,二次规划问题是不正常的。

- [0083] 在步骤 104,对二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代。
- [0084] 在步骤 105,进行后处理,即结合预求解的信息与 Mehrotra 预测修正迭代得到的解,组合出原问题的解。
- [0085] 在步骤 106,输出二次规划问题的解。当二次规划问题正常时,二次规划问题的解为向量 v 的值,当二次规划问题不正常时,二次规划问题无解。
- [0086] 本实施例的特点之一是,在步骤 104 进行 Mehrotra 预测修正迭代时,优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统,当分解遇到不正定的情形,则退回到使用对称不定分解求解增广系统。这一做法的优点是,使得求解方法能够处理一些病态问题,并使得在求解方法迭代到边界时,降低数值不稳定性对求解方法的影响。
- [0087] 较佳地,当退回到对称不定分解策略之后,在后续迭代中不再返回到使用 Vanderbei 策略求解拟定系统。这样可以避免由数值稳定性问题导致迭代震荡、循环不收敛的问题。
- [0088] 图 2A、2B 示出图 1 中的 Mehrotra 预测修正迭代步骤的流程图。参考图 2A、2B 所示, Mehrotra 预测修正迭代步骤如下:
- [0089] 在步骤 201,根据预求解 (Presolve) 步骤探测稠密行与稠密列的结果对剂量沉积矩阵 D 进行排序。
- [0090] 在步骤 202,生成增广系统的固定部分,如海森 (Hessian) 矩阵、等式约束矩阵,不等式约束矩阵。
- [0091] 在步骤 203,初始化不定标记为正定。
- [0092] 在步骤 204,判断不定标记,如果标记为正定,则进入步骤 206,否则进入步骤 205。
- [0093] 在步骤 205,使用对称不定分解增广系统,记录分解因子,跳到步骤 210。
- [0094] 在步骤 206,使用 Vanderbei 策略求解拟定系统。
- [0095] 在步骤 207,判断求解拟定系统分解是否成功,如果是则进入步骤 208,否则进入步骤 209。
- [0096] 在步骤 208,记录求解拟定系统的分解因子,并跳到步骤 210。
- [0097] 在步骤 209,更新不定标记为不定。
- [0098] 在步骤 210,根据不定标记,计算仿射步,得到关于解、对偶变量、拉格朗日乘子的更新。
- [0099] 在步骤 211,执行线搜索,找出仿射步长。
- [0100] 在步骤 212,根据仿射步骤更新残量;
- [0101] 在步骤 213,判断不定标记,如果标记为正定,则进入步骤 215,否则进入步骤 214。
- [0102] 在步骤 214,使用对称不定分解因子求解增广系统,进入步骤 216。
- [0103] 在步骤 215,使用 Vanderbei 策略求解拟定系统。
- [0104] 在步骤 216,清空分解因子内存。
- [0105] 在步骤 217,执行线搜索,找出修正步长。
- [0106] 在步骤 218,更新当前解、对偶变量、拉格朗日乘子向量。
- [0107] 在步骤 219,判断停机准则是否满足,如果是则进入步骤 220,否则返回步骤 204。
- [0108] 在步骤 220,停机。
- [0109] 在步骤 219 中,举例来说,如果目标函数与对偶目标的相对误差以 10 位底的对数

小于-6,则此时目标函数的有效数字已经达到六位,且主问题不可行度(即KKT条件中主问题部分中的残量范数)小于1E-5,此时可以停机。

[0110] 在上述流程中,一旦在步骤209更新不定标记为不定,即不再返回正定,从而在后续的循环中,一直使用对称不定分解策略。

[0111] 使用Vanderbei策略求解拟定系统的求解如下:

$$[0112] \begin{bmatrix} Q & A_S^T & A_D^T \\ A_S & \Lambda_S & \\ A_D & & \Lambda_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_S \\ y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_Q \\ r_S \\ r_D \end{bmatrix}$$

[0113] 这里,矩阵 A_S 和 A_D 是不等式约束条件 A 和等式约束条件 A_{eq} 通过稠密行和稠密列重新排列得到的矩阵,向量 x 、 y_S 、 y_D 分别是二次规划主问题的变量、对偶问题稀疏列部分所对应的变量、对偶问题稠密列部分所对应的变量,向量 r_Q 、 r_S 、 r_D 分别是三个方程的残量。求解此方程时,按照求解 y_D 、 x 、 y_S 的顺序。具体计算格式如下:

[0114] 1) 首先对 $Q-A_S^T \Lambda_S A_S = LL^T$ 进行Cholesky“尝试”分解,其中 L 是Cholesky因子。如果分解不成功,则退出拟定系统求解,并返回不定标记;

[0115] 2) 求解三角方程形成辅助矩阵 $Z = L^{-1} A_D^T$;

[0116] 3) Cholesky“尝试”分解 $\Lambda_D - Z^T Z = KK^T$,其中 K 是Cholesky因子。如分解不成功,则同步骤1),退出拟定系统求解并返回不定标记;

[0117] 4) 计算辅助变量 $u = r_Q - A_S^T (A_S^{-1} r_S)$;

[0118] 5) 计算辅助变量 $w = r_D - A_D^T (L^{-1} L^{-1} u)$;

[0119] 6) 计算 $y_D = K^{-1} K^{-1} w$;

[0120] 7) 计算解向量 $x = K^{-1} K^{-1} (u - A_D y_D)$;

[0121] 8) 计算 $y_S = \Lambda^{-1} (r_S - A_S x)$ 。

[0122] 按照上述步骤计算得到向量 x 的值,根据前述定义的向量 x 与向量 v 之间的关系,由向量 x 再计算得到向量 v 的值,即得到每一个控制点处的出射射束强度(单位MU)。

[0123] 从另一角度看,本发明提出一种放射治疗的二次规划问题求解器,包括:

[0124] 用于输入二次规划问题的模块,其中该二次规划问题表述为:

[0125]

$$\min_{v,t} \|w_d \odot (d - t)\|_2^2 + \|w_{max} \odot (t - d_{max})^+\|_2^2 + \|w_{min} \odot (d_{min} - t)^+\|_2^2$$

[0126] 满足

$$[0127] \begin{cases} t = Dv \\ 0 \leq v \leq v_{max} \end{cases}$$

[0128] 其中, t 表示每个三维体素上的剂量分布,向量 d 是平均处方剂量向量,向量 d_{max} 是最大处方剂量向量,向量 d_{min} 是最小处方剂量向量,系数向量 w_d 、 w_{max} 、 w_{min} 分别是平均处方剂量权重、最大处方剂量权重、最小处方剂量权重,向量 v 是每一个控制点处的出射射束强度,向量 v_{max} 是每一个控制点处的出射射束的最大强度;其中向量 d 、 d_{max} 、 d_{min} 、 w_d 、 w_{max} 、 w_{min} 的向量长度是CT图像离散化之后三维体素的个数,向量 v 、 v_{max} 的向量长度为计划控制点的个数;矩阵 D 是剂量沉积矩阵,该矩阵的行数为三维体素的个数,其列数为控制点的个数;记

号 \odot 是 Hadamard 乘积 ;记号 $(\cdot)^+$ 是取正部函数,即 $s^+ = \max(s, 0)$;

[0129] 用于对该二次规划问题进行预求解的模块 ;

[0130] 用于根据预求解结果判断该二次规划问题是否正常的模块 ;

[0131] 用于该二次规划问题正常时对该二次规划问题进行 Mehrotra 预测修正迭代的模块,其中优先使用 Vanderbei 策略求解拟定系统,当分解遇到不正定的情形,则退回到使用对称不定分解求解增广系统 ;

[0132] 用于后处理的模块 ;

[0133] 用于输出该二次规划问题的解模块,其中当该二次规划问题正常时,该二次规划问题的解为该向量 v 的值,当该二次规划问题不正常时,该二次规划问题无解。

[0134] 本发明的上述实施例可以在例如计算机软件、硬件或计算机软件与硬件的组合的计算机可读取介质中加以实施。对于硬件实施而言,本发明中所描述的实施例可在一个或多个专用集成电路 (ASIC)、数字信号处理器 (DSP)、数字信号处理器件 (DAPD)、可编程逻辑器件 (PLD)、现场可编程门阵列 (FPGA)、处理器、控制器、微控制器、微处理器、用于执行上述功能的其它电子装置或上述装置的选择组合来加以实施。在部分情况下,这类实施例可以通过控制器进行实施。

[0135] 对软件实施而言,本发明中所描述的实施例可通过诸如程序模块 (procedures) 和函数模块 (functions) 等独立的软件模块来加以实施,其中每一个模块执行一个或多个本文中描述的功能和操作。软件代码可通过在适当编程语言中编写的应用软件来加以实施,可以储存在内存中,由控制器或处理器执行。

[0136] 虽然本发明已参照当前的具体实施例来描述,但是本技术领域中的普通技术人员应当认识到,以上的实施例仅是用来说明本发明,在没有脱离本发明精神的情况下还可作出各种等效的变化或替换,因此,只要在本发明的实质精神范围内对上述实施例的变化、变型都将落在本申请的权利要求书的范围内。

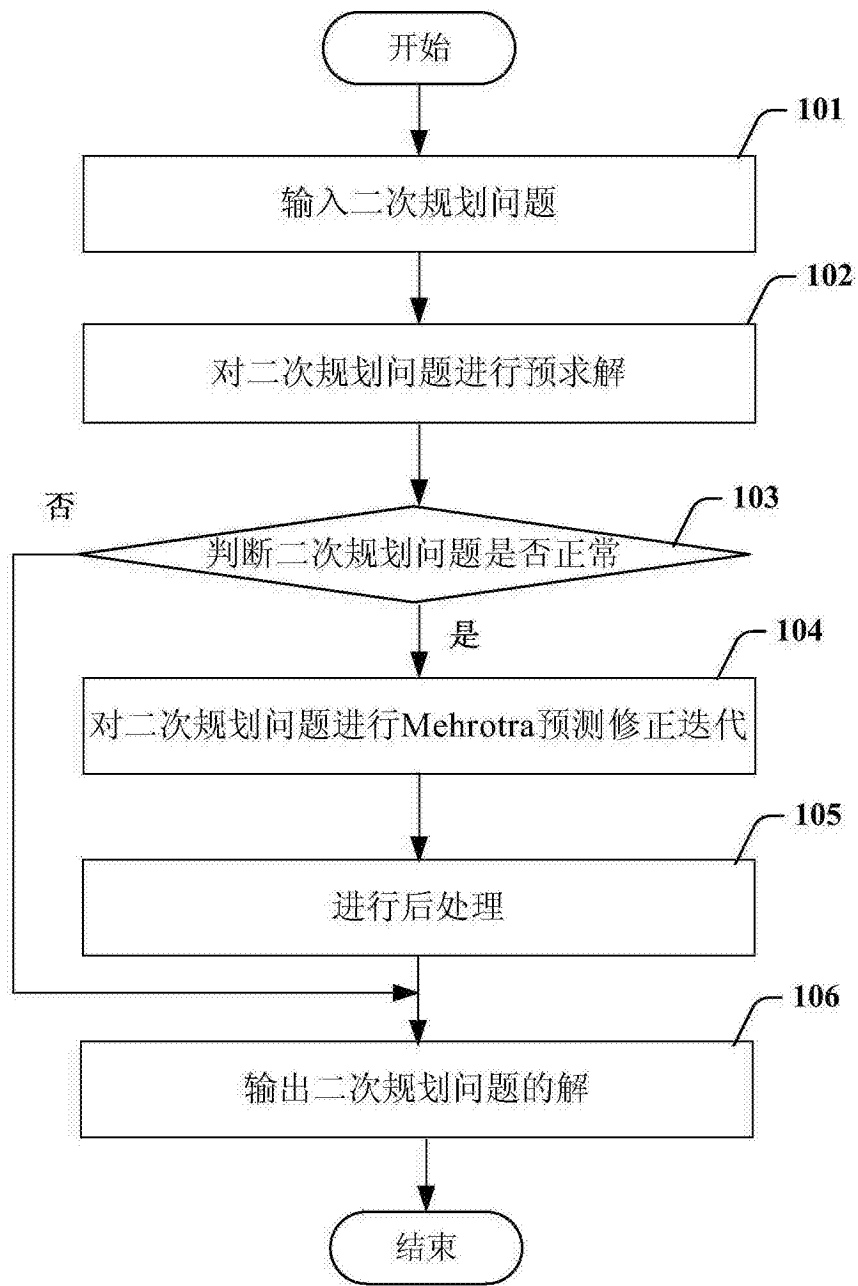


图 1

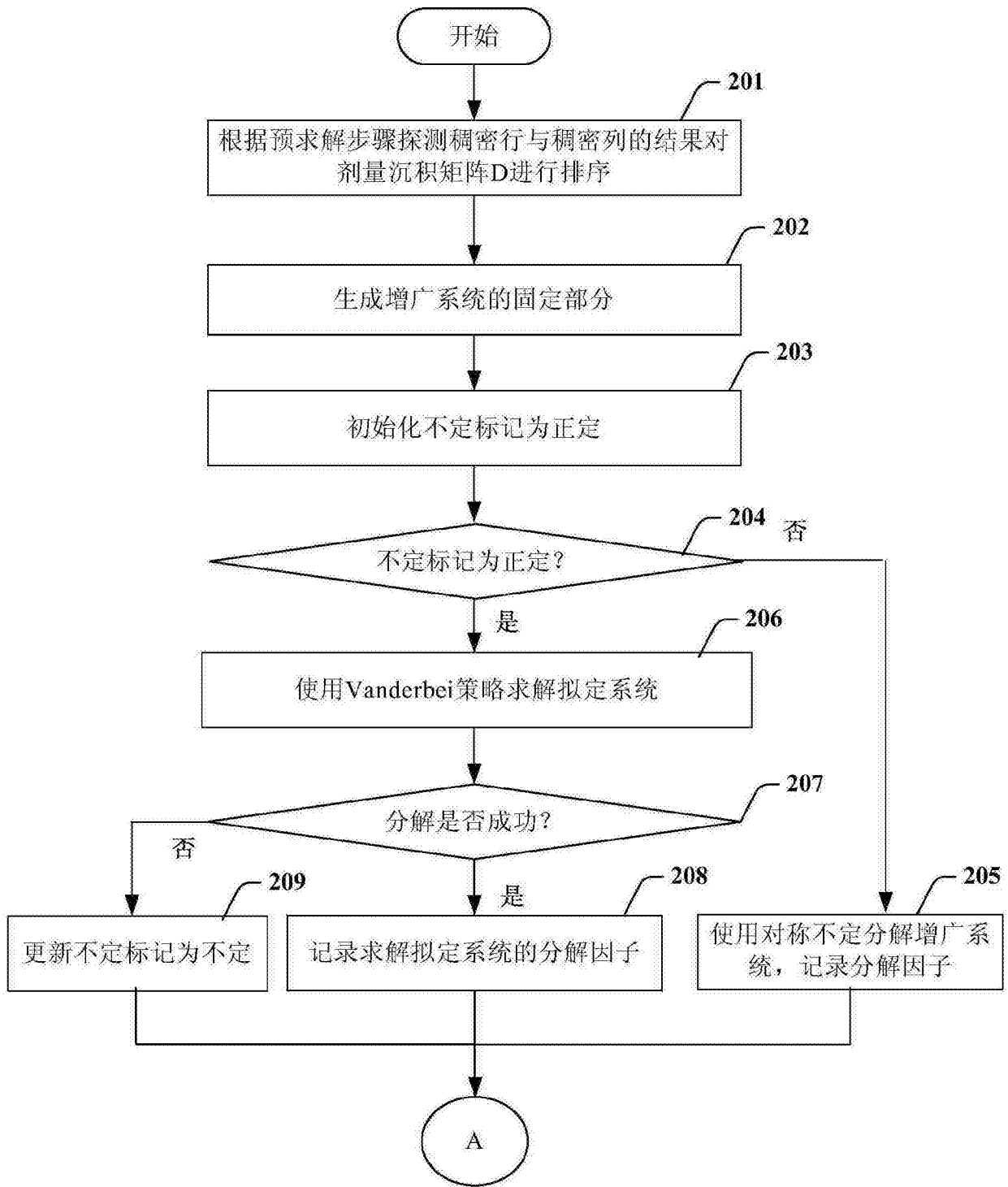


图 2A

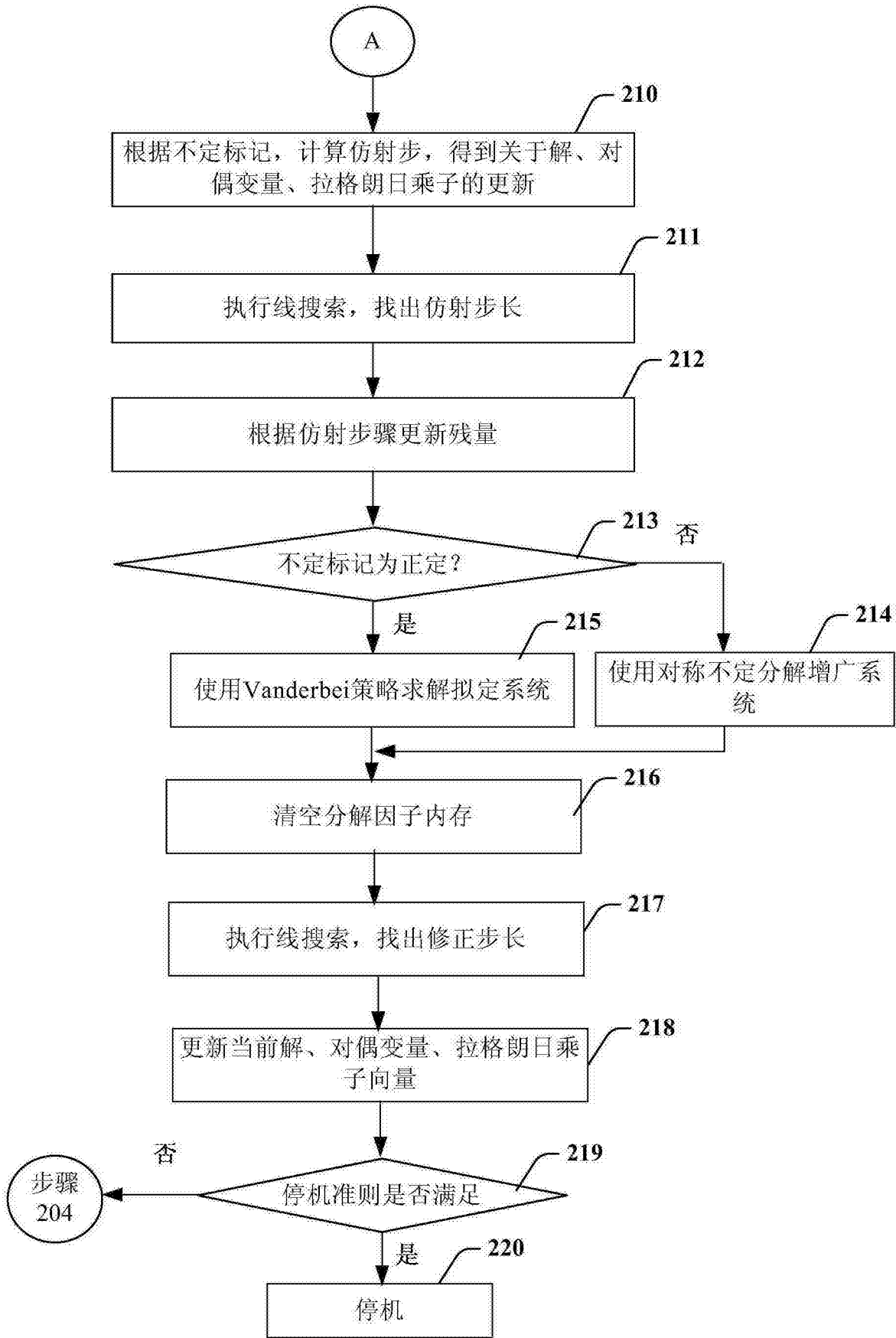


图 2B