

POLSKA
RZECZPOSPOLITA
LUDOWA



URZĄD
PATENTOWY
PRL

OPIS PATENTOWY

66284

Patent dodatkowy
do patentu _____

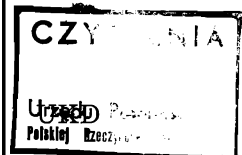
Zgłoszono: 18.XII.1969 (P 137 626)

Pierwszeństwo: _____

Opublikowano: 24. II. 1973

Kl. 42m⁵,1/02

MKP G06j 1/02



Twórca wynalazku: Jerzy Loska

Właściciel patentu: Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa (Polska)

Sposób całkowania po dowolnej figurze płaskiej pola powierzchni, momentów statycznych i bezwładności oraz momentu dewiacyjnego

1

Przedmiotem wynalazku jest sposób całkowania po dowolnej figurze płaskiej pola powierzchni, momentów statycznych i bezwładności oraz momentu dewiacyjnego, względem prostokątnego układu współrzędnych, używany w wyspecjalizowanych maszynach cyfrowych i wykorzystujący do całkowania zadanej figury informacje o kolejnych wyróżnionych punktach jej konturu.

Znane są różne metody obliczeniowe stosowane w przelicznikach cyfrowych polegające, między innymi na wykorzystaniu informacji o pojawieniu się różnoimiennych przyrostów wartości zmiennych niezależnych wprowadzonych do przelicznika. W szczególności można, tytułem przykładu podać tu metody obliczeniowe używane w dość rozpowszechnionych cyfrowych analizatorach równań różniczkowych. Jednak nie sposób aktualnie wskazać publikacji podających metodę całkowania wszystkich, określonych na wstępie funkcji, wystarczająco ogólną i jednocześnie prowadzącą do oszczędnej i zwartej realizacji logicznej przelicznika cyfrowego.

Celem wynalazku jest sposób całkowania po dowolnej figurze płaskiej pola powierzchni, momentów statycznych i bezwładności oraz momentu dewiacyjnego względem prostokątnego układu współrzędnych, nadający się do zastosowania w wyspecjalizowanym przeliczniku cyfrowym, odpowiednio ogólny i prowadzący do oszczędnej i zwartej organizacji logicznej maszyny.

Cel ten został osiągnięty w sposobie całkowania

2

po dowolnej figurze płaskiej pola powierzchni, momentów statycznych i bezwładności oraz momentu dewiacyjnego względem prostokątnego układu współrzędnych, według którego informacje o kolejnych wyróżnionych punktach konturu całkowanej figury w postaci sygnałów o jednostkowych i oznaczonych przyrostach obu współrzędnych określających wyróżnione punkty, a także wartości bieżące niektórych funkcji algebraicznych współrzędnych tych punktów wyliczane z ciągu przyrostów określających kontur są pamiętane w rejestrach osobnych dla każdej współrzędnej i funkcji. Dzielenie i mnożenie pamiętanych w tych rejestrach liczb przez potęgi naturalne podstawy stosowanego systemu arytmetycznego odbywa się drogą przesuwania zawartości rejestrów ku pozycjom odpowiednio mniej lub bardziej znaczącym, o ilość pozycji równą wykładnikowi potęgi będącej mnożnikiem lub dzielnikiem.

Zadawanie warunków początkowych całkowania wykonywane jest drogą obliczania wartości wszystkich wymaganych funkcji pośrednich łącznie z podcałkowymi, zaś zakończenie zadawania warunków początkowych powoduje sumowanie końcowe elementarnych przyrostów funkcji podcałkowych w punktach wyznaczonych pojawieniem się tych jednostkowych przyrostów współrzędnych względem których odbywa się całkowanie.

Podstawą stosowanego systemu arytmetycznego jest liczba dwa, zaś dzielenie i mnożenie przyro-

stów współrzędnych lub ich funkcji przez liczby nie będące naturalnymi potęgami podstawy, a w szczególności przez liczbę trzy wykonywane jest przy pomocy liczników o modułach równych tym liczbom. Po zakończeniu całkowania odbywa się w znany sposób przeliczanie wyników z systemu dwójkowego na dziesiętny oraz skalowanie.

Elementarny przyrost całki powierzchni figury proporcjonalny jest do wartości bieżącej jednej współrzędnej wyróżnionego punktu konturu, zaś elementarny przyrost wartości całkowanego momentu statycznego proporcjonalny jest do połowy kwadratu wartości jednej współrzędnej. Odpowiednio elementarny przyrost wartości całkowanego momentu bezwładności jest proporcjonalny do trzeciej części sześcienu wartości jednej współrzędnej, a elementarny przyrost wartości całkowanego momentu dewiacyjnego jest proporcjonalny do sumy czynników, przy czym jeden czynnik jest tu równy połowie iloczynu kwadratu wartości jednej współrzędnej i wartości drugiej współrzędnej, zaś drugi czynnik jest równy ćwiartce iloczynu kwadratu wartości jednej współrzędnej, oraz jednostkowego przyrostu wartości drugiej współrzędnej, a we wszystkich przypadkach współczynnikiem proporcjonalności jest jednostkowy przyrost wartości drugiej współrzędnej.

Kwadrat wartości każdej współrzędnej otrzymywany jest przez sumowanie przyrostów równych podwójnej bieżącej wartości współrzędnej pomniejszonej o jeden, zaś podobnie przyrost sześcienu wartości współrzędnej równy jest potrojonemu kwadratowi współrzędnej pomniejszonemu o jej wartość i przy obliczaniu co trzeciego przyrostu powiększonemu o jeden. Przyrost iloczynu pierwszej współrzędnej i kwadratu drugiej po zmianie o jeden drugiej współrzędnej równy jest podwojonemu iloczynowi obu współrzędnych pomniejszonemu o wartość pierwszej współrzędnej, zaś po zmianie jednostkowej pierwszej współrzędnej równy on jest kwadratowi drugiej współrzędnej. Wreszcie przyrost elementarny iloczynu obu współrzędnych równy jest wartości współrzędnej nie zmienionej.

Korzyścią techniczną wynikającą z zastosowania opisywanego wynalazku jest możliwość oszczędnej budowy pewnych wyspecjalizowanych przeliczników cyfrowych.

Dla obliczenia omawianych całek, w każdym kroku obliczeń rozważa się jedynie elementarne wycinki prostokątne o podstawie X_k (względem y_0) i wysokości y_0 (względem x_k) zadanej figury. Dla każdego z tych wycinków prostokątnych oblicza się według podanej metody, przyrost szukanej całki, co w wyniku sumowania daje przybliżoną wartość końcową całki. Zgodnie z fig. 1a, b wartość przyrostu pola podawana jest wzorem:

$$\Delta S_1 = \int_0^{x_k} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} dx dy = \int_0^{x_k} \Delta y_1 dx = x_k \Delta y_1$$

Przybliżona wartość całkowita pola wynosi odpowiednio:

$$S = \sum_1 (\Delta S_1) = \sum_1 (x_k \Delta y_1) = \sum_k (y_1 \Delta x_k)$$

Wykres operacyjny liczenia całki powierzchni podano na Fig. 2. Przed rozpoczęciem obliczeń rejestr R_1 przelicznika cyfrowego akumulujący przyrost $\pm \Delta x_k$ oraz rejestr R_6 , który zbiera bieżące przyrosty pola powierzchni ΔS_1 , zostają wyzerowane.

Obliczenia rozpoczynać można od dowolnego punktu konturu powierzchni. Każdy sygnał $\pm \Delta x_k$ przychodzący z urządzenia wejściowego powoduje aktualizację zawartości rejestru R_1 o ± 1 , natomiast każdy sygnał $\pm \Delta y_0$ wywołuje aktualizację rejestru R_6 o bieżącą wartość zmiennej przechowywanej w R_1 . Zakończenie obliczeń następuje po dojściu do punktu początkowego w następstwie obejścia całego całkowanego konturu.

Wartość przyrostów momentów statycznych podana jest wzorem:

$$\begin{aligned} \Delta M_{y_1} &= \int_0^{x_k} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} x dx dy = \frac{1}{2} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} x_k^2 dy = \\ &= \frac{1}{2} x_k^2 \Delta y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{x_k} &= \int_0^{y_1} \int_{x_k}^{x_k + \Delta x_k} y dx dy = \frac{1}{2} \int_{x_k}^{x_k + \Delta x_k} y_1^2 dx = \\ &= \frac{1}{2} y_1^2 \Delta x_k \end{aligned}$$

Wartości całkowite momentów odpowiednio wynoszą:

$$M_y = \sum_1 \Delta M_{y_1} = \sum_1 \frac{1}{2} x_k^2 \Delta y_1$$

$$M_x = \sum_k \Delta M_{x_k} = \sum_k \frac{1}{2} y_1^2 \Delta x_k$$

Obliczanie momentów statycznych wymaga generowania bieżących wartości kwadratów X_k (względnie y_0). Otrzymuje się je w wyniku sumowania przyrostów:

$$\Delta(X^2) = X^2 - (X - 1)^2 = 2X - 1$$

Wykres operacyjny, według którego oblicza się wartość M_y podano na Fig. 3. Przed rozpoczęciem obliczeń wszystkie rejestry przelicznika cyfrowego muszą zostać wyzerowane. Rozpoczęcie obliczeń następuje w dowolnym punkcie na tej osi współrzędnych, wobec której odbywa się obliczanie momentu statycznego. Aby uwzględnić warunki początkowe, można dowolną drogą dojść do obwodowego punktu konturu przy istnieniu sygnału **WP** (warunki początkowe). Wtedy po każdym sygnale $\pm \Delta x$ aktualizowane są tylko zawartości rejestrów akumulujących bieżące wartości X_k i X_k^2 . Po wyłączeniu **WP**, oprócz aktualizacji zawartości rejestrów R_1 i R_3 przechowujących odpowiednio X_k

i X_k^2 po każdym sygnale $\pm \Delta y$ następuje aktualizacja zawartości rejestru R_6 zawierającego bieżącą wartość momentu statycznego, o połowę zawartości rejestru R_3 .

Zakończenie obliczeń ma miejsce po dojściu do początkowego punktu konturu w wyniku jego pełnego obejścia. Kolejność postępowania przy obliczaniu M_x jest identyczna z wyżej podaną jeśli zmienić miejsca badania przyrostów $\pm \Delta x$ i $\pm \Delta y$.

Wartość przyrostów momentów bezwładności dane są wzorem:

$$\Delta B_{y_1} = \int_0^{x_k} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} x^2 dx dy = \frac{1}{3} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} x_k^3 dy = \frac{1}{3} x_k^3 \Delta y_1$$

$$\Delta B_{x_k} = \int_0^{y_1} \int_{x_k}^{x_k + \Delta x_k} y^2 dx dy = \frac{1}{3} \int_{x_k}^{x_k + \Delta x_k} y_1^3 dx = \frac{1}{3} y_1^3 \Delta x_k$$

Wartości całkowite obu tych momentów odpowiednio wynoszą:

$$B_y = \sum_1 \Delta B_{y_1} = \sum_1 \frac{1}{3} x_k^3 \Delta y_1$$

$$B_x = \sum_k B_{x_k} = \sum_k \frac{1}{3} y_1^3 \Delta x_k$$

Obliczanie momentów bezwładności wymaga generowania bieżących wartości sześciątów X_k (względnie y_1). Otrzymuje się je w wyniku sumowania przyrostów w postaci:

$$\Delta(X^3) = X^3 - (X-1)^3 = 3X^2 - 3X + 1$$

Trzecia część tego przyrostu wynosi $X^2 - X + \frac{1}{3}$

W czasie całkowania wielkość $(x^2 - x)$ jest trzykrotnie dodawana do zawartości rejestru R_5 , a po każdym trzecim jej dodaniu jest również dodawana jedynka. Wykres operacyjny obliczania momentu bezwładności B_y podano na Fig. 4. Kolejność postępowania przy obliczaniu B_x jest identyczna z poprzednio podaną, jeśli zmienić miejsca badania przyrostów $\pm \Delta x$ i $\pm \Delta y$. Uwzględnianie wartości początkowych odbywa się tak, jak opisano poprzednio przy omawianiu liczenia momentów statycznych.

Aktualizacja zawartości rejestru R_5 przechowywanego w tym przypadku wartość $\frac{x^3}{3}$ odbywa się z niedomiarem $1/3$, który jak wyżej wspomniano zostaje usunięty po trzech kolejnych jednoimiennych przyrostkach Δx . Po zaniku sygnału warunków początkowych **WP** po każdym sygnale $\pm \Delta y$ następuje aktualizacja zawartości rejestru R_6 przechowywanego bieżącą wartość liczonego momentu

bezwładności, o bieżącą wartość rejestru R_5 . Ostatnią wartość momentu bezwładności B_y dla danego konturu otrzymuje się po pełnym obejściu konturu.

Wartość przyrostu momentu dewiacyjnego dana jest wzorem:

$$\Delta D_{xv_1} = \int_0^{x_k} \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} x y dx dy = \frac{1}{2} x_k^2 \int_{y_1}^{y_1 + \Delta y_1} y dy = \left(\frac{1}{2} x_k^2 y_1 + \frac{1}{4} x_k^2 \Delta y_1 \right) \Delta y_1$$

Wartość całkowania momentu dewiacyjnego odpowiednio wynosi:

$$D_{xy} = \sum_1 \Delta D_1 = \sum_1 \left(\frac{1}{2} x_k^2 y_1 + \frac{1}{4} x_k^2 \Delta y_1 \right) \Delta y_1$$

Jak widać do obliczenia tego momentu konieczne jest generowanie bieżących wartości x , x^2 , y , xy , $x^2 y$. Poza przyrostami omówionymi wyżej, bieżące przyrosty pozostałych wielkości wynoszą odpowiednio: — przy sygnale Δx :

$$\Delta_{x,xy} = xy - (x-1) \cdot y = y$$

$$\Delta_{x,x^2y} = x^2 y - (x-1)^2 \cdot y = 2xy - y,$$

przy sygnale Δy :

$$\Delta_{y,xy} = xy - x(y-1) = x,$$

$$\Delta_{y,x^2y} = x^2 y - x^2 - x^2(y-1) = x^2.$$

Rejestr R_5 używany przy obliczaniu B_y i wskazany na wykresie operacyjnym dla momentu dewiacyjnego, w tym ostatnim przypadku przechowuje bieżące wartości $x^2 y$. Konieczne długości wszystkich 6 zastosowanych rejestrów wynikają z następujących relacji:

- R_1, R_2 — n pozycji dwójkowych,
- R_3, R_4 — $2n-1$ pozycji dwójkowych,
- R_5 — $3n-2$ pozycji dwójkowych,
- R_6 — $4n-3$ pozycji dwójkowych.

Wykres operacyjny do obliczania momentu dewiacyjnego podano na Fig. 5. Ustawianie wartości początkowych wszystkich rejestrów przy włączonym sygnale **WP** dokonuje się jak poprzednio — z tą jednak różnicą, że działanie rozpoczyna się na początku układu współrzędnych. Na zawartość wszystkich 5 rejestrów (z wyjątkiem rejestru R_6), który po włączeniu **WP** pozostaje wyzerowany, mają wpływ zarówno sygnały $\pm \Delta x$ jak i $\pm \Delta y$. Po zaniku sygnału **WP**, co powinno nastąpić przed samym rozpoczęciem obwodzenia konturu, przyrosty $\pm \Delta y$ dodatkowo powodują aktualizację rejestru R_6 o połowę zawartości rejestru R_5 i czwartą częścią zawartości rejestru R_3 .

Wartość całkowitą momentu dewiacji otrzymuje się w rejestrze R_6 po zupełnym obejściu konturu.

Użyty na wykresach operacyjnych (Fig. 2, 3, 4 i 5) zapis symboliczny zostanie wyjaśniony na kilku przykładach. Formuła $(R_1) + 1 \rightarrow R_1$ oznacza, że za-

wartość rejestru R_1 zostaje zwiększona przez dodanie 1 na najmniej znaczącej pozycji i z powrotem umieszczona w tym rejestrze.

1

Formuła $(R_3) - (R_1) + 1 \rightarrow R_3$ oznacza, że od zawartości rejestru R_3 zostanie odjęta, po uprzednim przesunięciu w lewo o 1 pozycję, czyli pomnożeniu przez 2, zawartość rejestru R_1 i równocześnie do pozostającej różnicy zostanie dodana 1 na najmniej znaczącej pozycji, a wynik z powrotem zostanie umieszczony w rejestrze R_3 . Natomiast for-

$$\xrightarrow{1} \xrightarrow{2}$$

muła $(R_6) + (R_5) + (R_3) \rightarrow R_6$ nakazuje dodać kolejno do zawartości rejestru R_6 , przesuniętą o 1 pozycję w prawo, czyli podzieloną przez 2 zawartość rejestru R_5 oraz przesuniętą o 2 pozycje w prawo, czyli podzieloną przez 4 zawartość rejestru R_3 , a wynik umieścić w rejestrze R_6 . Litery **N** i **T** oznaczają odpowiednio niespełnienie lub spełnienie warunku K (koniec liczenia) albo odpowiednio zanik względnie pojawienie się sygnału **WP** (warunki początkowe). Wyniki badania przyrostów Δx i Δy oznaczone przez 0, +1, -1 nie wymagają dalszych komentarzy.

Zastrzeżenie patentowe

1. Sposób całkowania po dowolnej figurze płaskiej pola powierzchni momentów statycznych i bezwładności oraz momentu dewiacyjnego względem prostokątnego układu współrzędnych **znamienny tym**, że informacje o kolejnych wyróżnionych punktach konturu całkowanej figury w postaci sy-

gnałów o jednostkowych i oznaczonych przyrostach obu współrzędnych określających wyróżnione punkty, a także wartości bieżące niektórych funkcji algebraicznych współrzędnych tych punktów wyliczane z ciągu przyrostów określającego kontur są pamiętane w rejestrach osobnych dla każdej współrzędnej i funkcji, przy czym dzielenie i mnożenie pamiętanych w tych rejestrach liczb przez potęgi naturalne podstawy stosowanego systemu arytmetycznego odbywa się drogą przesuwania zawartości rejestrów ku pozycjom odpowiednio mniej lub bardziej znaczącym o ilość pozycji równą wykładnikowi potęgi będącej mnożnikiem lub dzielnikiem.

2. Sposób według zastrz. 1 **znamienny tym**, że zadawanie warunków początkowych całkowania wykonywane jest przez obliczanie wartości wszystkich wymaganych funkcji pośrednich łącznie z podcałkowymi, zaś zakończenie zadawania warunków początkowych powoduje sumowanie końcowe elementarnych przyrostów funkcji podcałkowych w punktach wyznaczonych pojawieniem się tych jednostkowych przyrostów współrzędnych względem których odbywa się całkowanie.

3. Sposób według zastrz. 2 **znamienny tym**, że podstawą stosowanego systemu arytmetycznego jest liczba dwa, zaś dzielenie i mnożenie przyrostów współrzędnych lub ich funkcji przez liczby nie będące naturalnymi potęgami podstawy, a w szczególności przez liczbę trzy wykonywane jest przy pomocy liczników o modułach równych tym liczbom, przy czym po zakończeniu całkowania odbywa się w znany sposób przeliczenie wyników z systemu dwójkowego na dziesiętny oraz skalowanie.

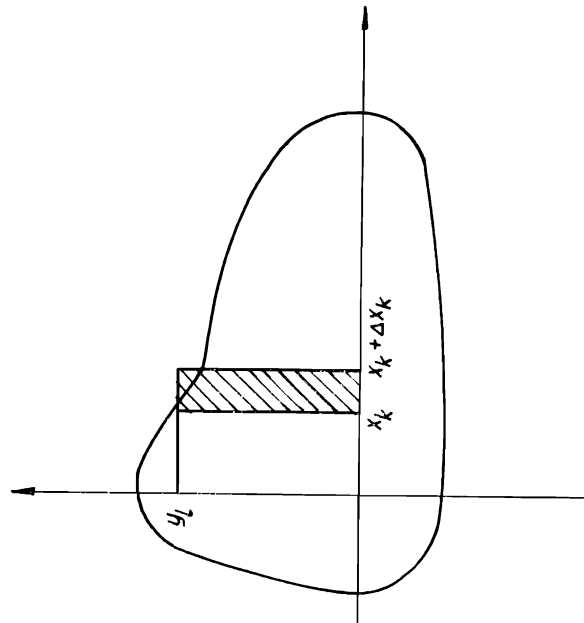


Fig.1a

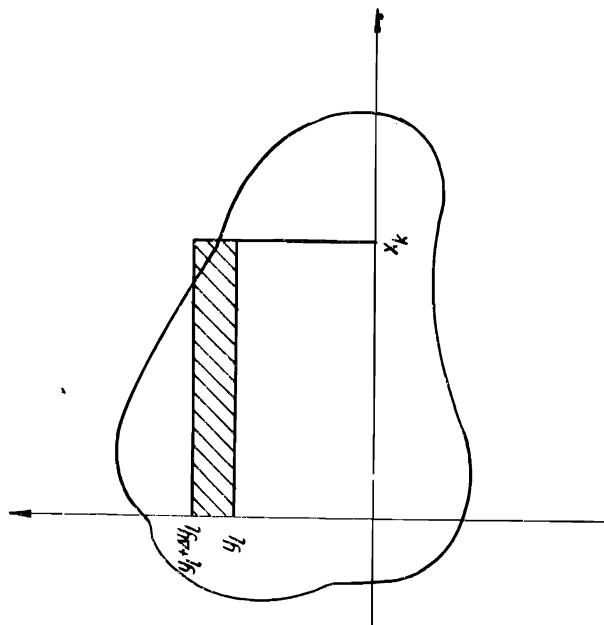


Fig.1b

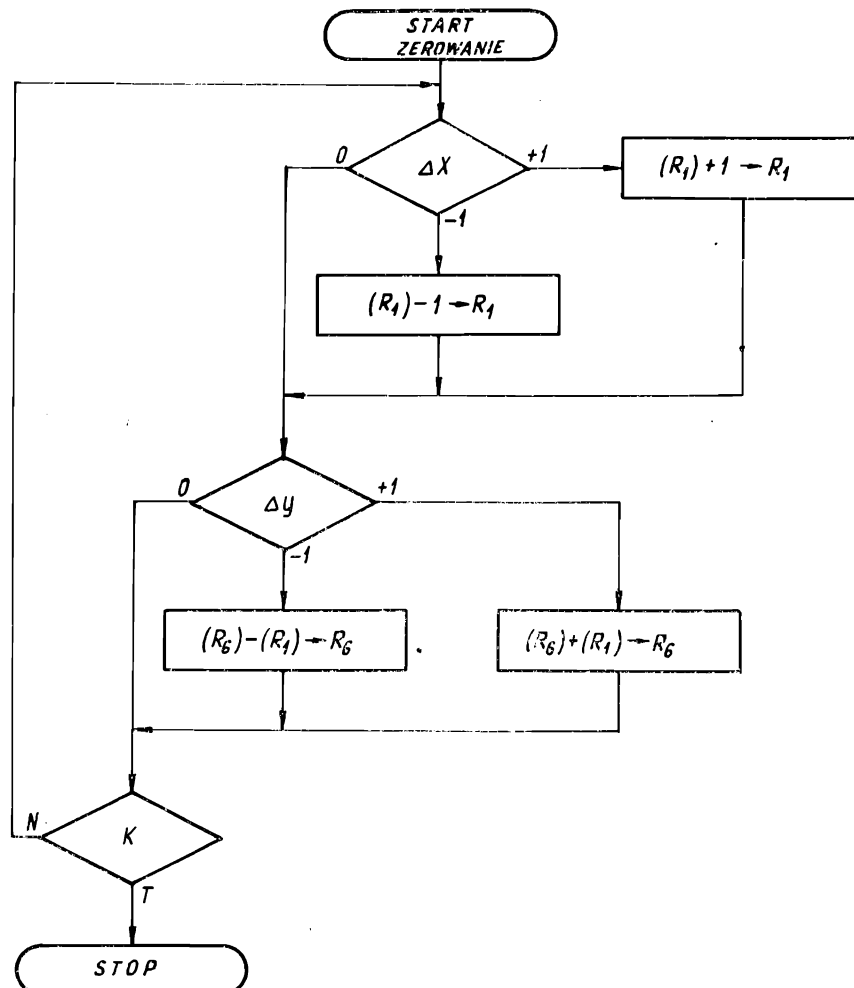


Fig. 2.

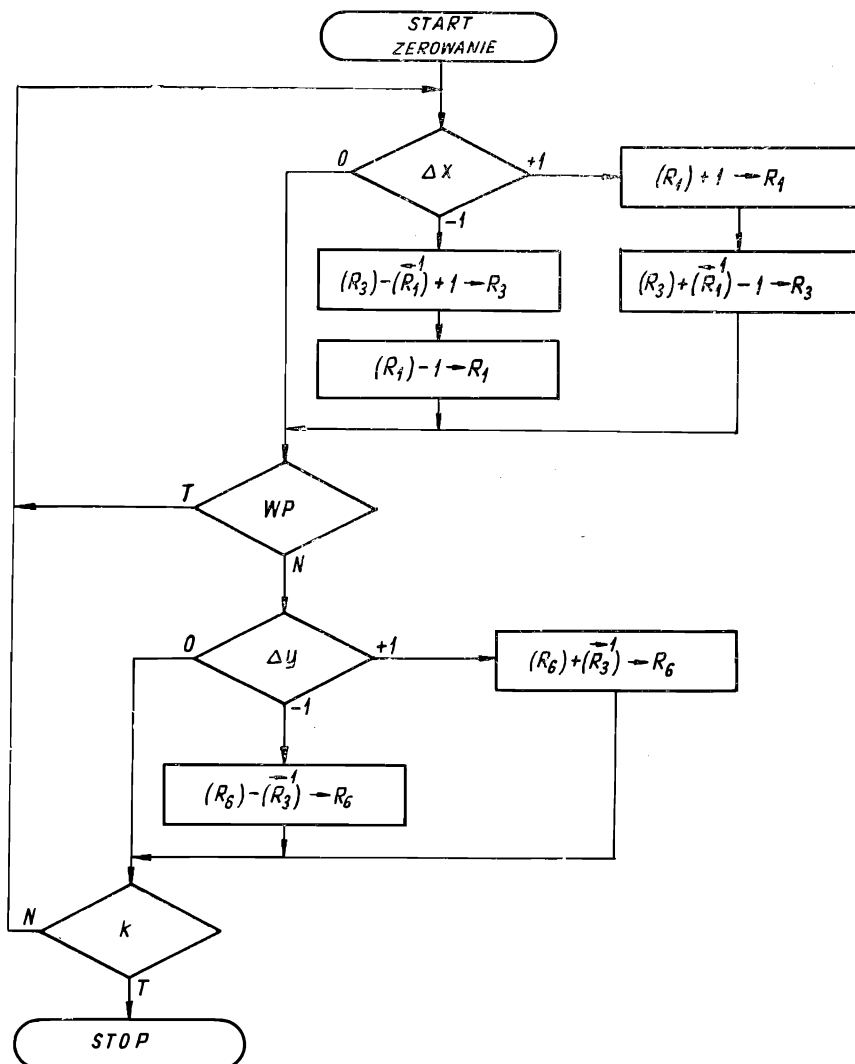


Fig. 3.

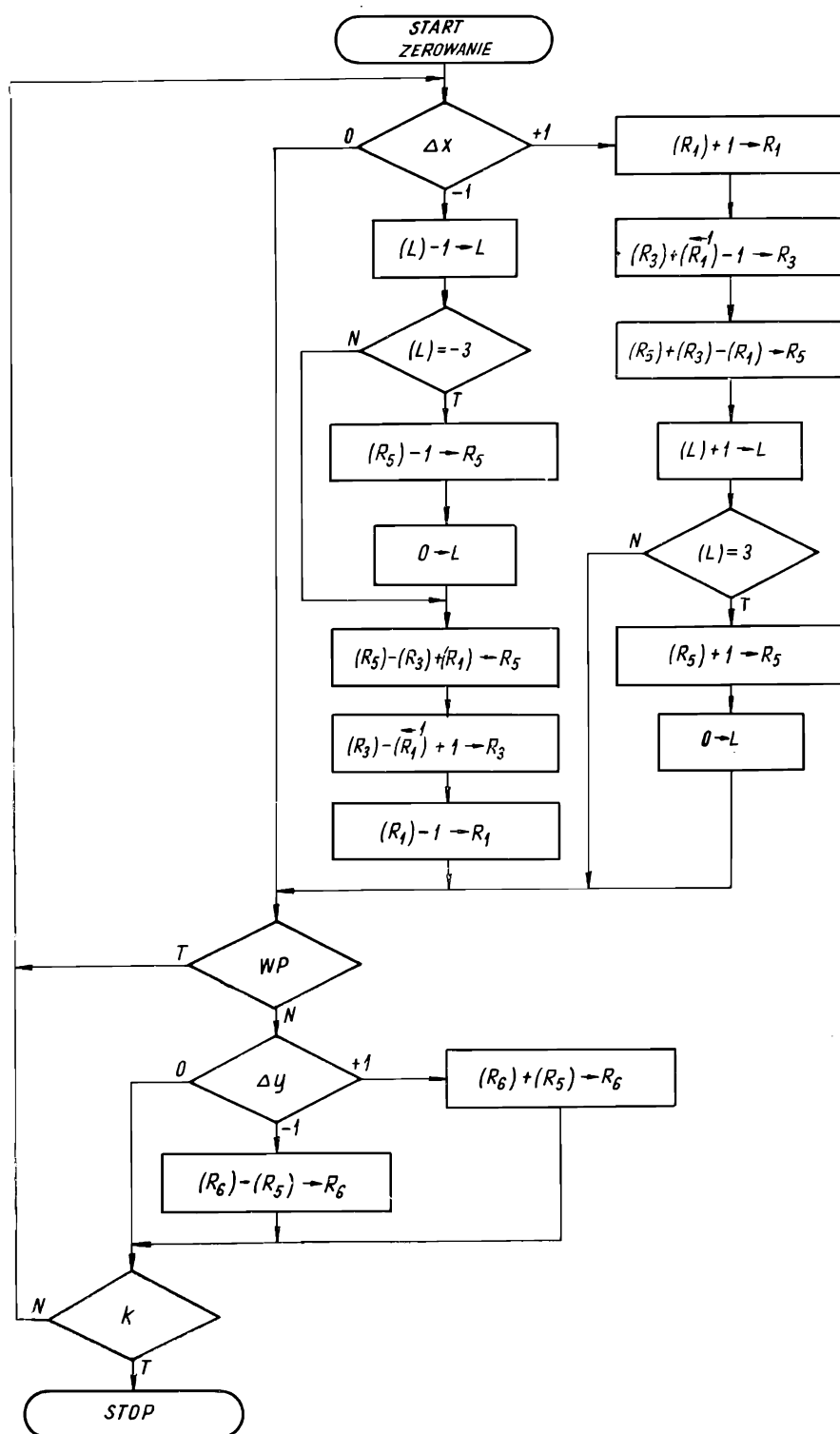


Fig. 4.

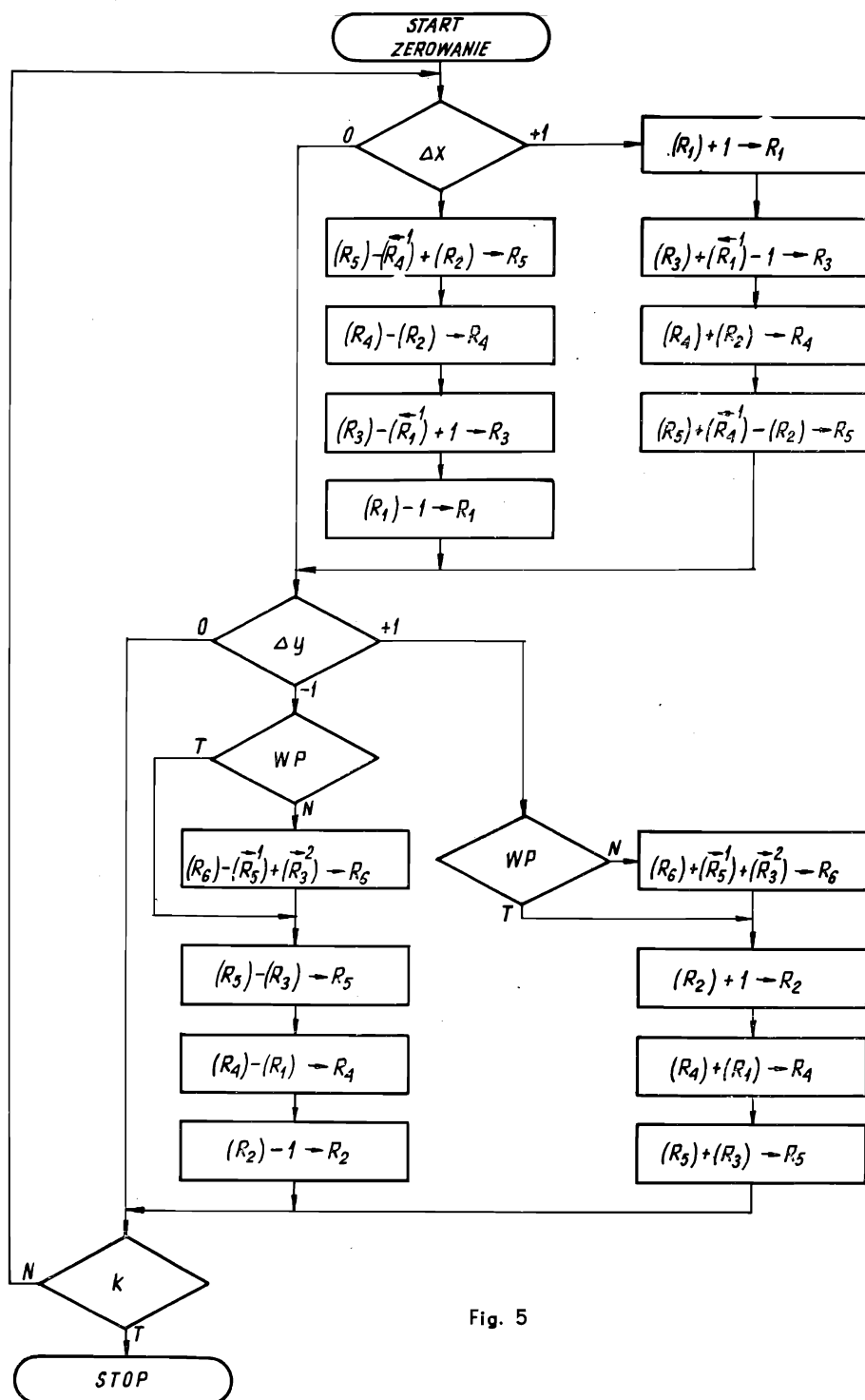


Fig. 5