

(12) 특허협력조약에 의하여 공개된 국제출원

(19) 세계지식재산권기구
국제사무국

(43) 국제공개일
2023년 7월 20일 (20.07.2023) WIPO | PCT



(10) 국제공개번호
WO 2023/136384 A1

- (51) 국제특허분류:
G06N 10/60 (2022.01) *B82Y 10/00* (2011.01)
- (21) 국제출원번호: PCT/KR2022/000814
- (22) 국제출원일: 2022년 1월 17일 (17.01.2022)
- (25) 출원언어: 한국어
- (26) 공개언어: 한국어
- (71) 출원인: 한국과학기술원 (KOREA ADVANCED INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY) [KR/KR]; 34141 대전시 유성구 대학로 291(구성동), Daejeon (KR).
- (72) 발명자: 안재욱 (AHN, Jaewook); 34141 대전시 유성구 대학로 291(구성동) 자연과학동 3305호, Daejeon (KR). 김민혁 (KIM, Min Hyuk); 34141 대전시 유성구 대학로 291(구성동), Daejeon (KR). 김강훈 (KIM, Kanghe-un); 34141 대전시 유성구 대학로 291(구성동) 자연과학동 3317호, Daejeon (KR). 황재용 (HWANG, Jaeyong); 34141 대전시 유성구 대학로 291(구성동) 자연과학동 3317호, Daejeon (KR).
- (74) 대리인: 김성호 (KIM, Sung Ho); 06235 서울시 강남구 도곡로 111 미진빌딩 5층 KNP특허법률사무소, Seoul (KR).
- (81) 지정국 (별도의 표시가 없는 한, 가능한 모든 종류의 국내 권리의 보호를 위하여): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC,

EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, IT, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM, ZW.

- (84) 지정국 (별도의 표시가 없는 한, 가능한 모든 종류의 역내 권리의 보호를 위하여): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), 유라시아 (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), 유럽 (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

규칙 4.17에 의한 선언서:

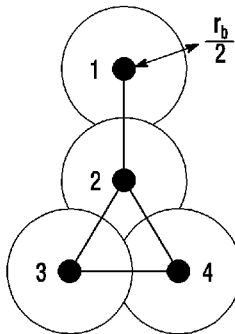
— 신규성을 해치지 아니하는 개시 또는 신규성 상실의 예외에 관한 선언 (규칙 4.17(v))

공개:

— 국제조사보고서와 함께 (조약 제21조(3))

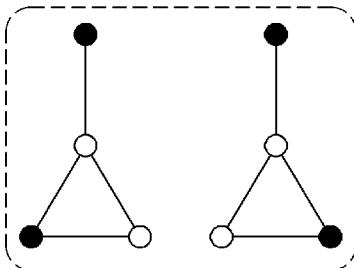
(54) Title: METHOD FOR SOLVING MAXIMUM-INDEPENDENT-SET USING QUANTUM COMPUTING

(54) 발명의 명칭: 양자 컴퓨팅을 이용한 최대독립집합 해결 방법



(57) Abstract: The present invention relates to a method for solving a maximum-independent-set problem using a Rydberg quantum wire. The Rydberg quantum wire is an auxiliary wire atomic chain for synthesizing a wire graph (G_{0+w}) from an initial graph (G_0) and mediating interactions between distant atoms. The present invention makes it possible to easily approach the MIS problem of non-planar or high-degree graphs.

(57) 요약서: 본 발명은 리드버그 양자 와이어(Rydberg quantum wire)를 이용하여 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 문제를 해결하는 방법에 대한 것이다. 여기서, 상기 리드버그 양자 와이어는, 초기 그래프(G_0)에서 와이어 그래프(G_{0+w})를 합성하며, 원거리 원자 간의 상호작용을 중재하기 위한 보조 와이어 원자 체인이다. 본 발명에 따르면 비평면(non-planar) 또는 고차원(high-degree) 그래프의 MIS 문제에 쉽게 접근할 수 있게 된다.



WO 2023/136384 A1

명세서

발명의 명칭: 양자 컴퓨팅을 이용한 최대독립집합 해결 방법 기술분야

- [1] 본 발명은 양자 컴퓨팅을 이용한 최대독립집합 해결 방법에 관한 것으로, 더욱 상세하게는 리드버그 퀀텀 와이어(Rydberg Quantum Wire)를 이용하여 최대독립집합을 해결하는 방법에 관한 것이다.

배경기술

- [2] 양자 컴퓨팅(quantum computing)은 얽힘(entanglement)이나 중첩(superposition)과 같은 양자역학적 현상을 이용하여 데이터를 처리하는 방법을 의미한다. 아직까지는 매우 적은 수의 큐비트(qubit)를 이용한 연구들이 수행되어 왔으며, 여전히 실험적 초기 수준에 머물러 있지만, 특정 정보 처리에 있어서는 현재의 컴퓨터에 비해 정보처리량과 속도가 압도적으로 뛰어나기 때문에 미래 사회의 패러다임을 바꿀 신기술로 여겨지고 있다.
- [3] 양자 컴퓨팅 연구에 있어서 최근에 노력하고 있는 연구 중 하나는 비결정론적 다항시간 최적화(Non-deterministic Polynomial-time optimization) 문제를 풀기 위해 상당한 크기의 양자 다체 계(quantum many-body system)를 이용하는 것이다. 조합 최적화 문제는 실현 가능한 최적의 솔루션을 도출하는 것이다.
- [4] 예를 들어, 최대독립집합(Maximum-Independent-Set, MIS) 문제는 그래프에 대해 최대 크기의 독립 정점 집합을 추출하는 것이다. MIS 문제는 본질적으로 고전적이지만, 계산 복잡도(NP-complete) 때문에 고전적인 튜링 기계가 다루기 어려운 문제이다. 하지만, 양자 다체 계가 다체 기저 상태(many-body ground state)에 대한 문제의 고유 매핑(intrinsic mapping)을 허용하는 경우, 그 진화는 계산 속도 향상을 위해 설계될 수 있을 것이다.
- [5] 리드버그 원자 계(Rydberg atom system)는 MIS 문제에 대해 본질적인 해밀토니안을 제공한다. N개의 원자가, 원자(atom)들과 리드버그 봉쇄 원자쌍(Rydberg blockaded atom pairs)을 각각 나타내는 정점(V)과 변(E)을 갖는 그래프 $G=G(V,E)$ 에 배열되어 있다고 가정하자. 이들의 다체 기저 상태는 G , $M(G)$ 의 MIS 솔루션을 제공한다. 해밀토니안(Hamiltonian)은 대략 아래 수식 1과 같이 같이 주어진다.
- [6] [수식 1]
- [7]
$$\hat{H}_G = U \sum_{(j,k) \in E} \hat{n}_j \hat{n}_k - \frac{\hbar \Delta}{2} \sum_{j \in V} \hat{\sigma}_j^z$$
- [8] 여기서, U는 최근접 상호작용(nearest-neighbor interaction), Δ 는 레이저 디튜닝(laser detuning), $\hat{n} = (\hat{\sigma}^z + 1)/2$ 는 리드버그 여기(Rydberg excitation), 구성 $n=1(n=0)$ 은 각 원자의 리드버그(기저) 상태, j, k는 리드버그 원자 배열의 번호 순서(index), $\hat{\sigma}_j^z$ 는 파울리 z-행렬(1 또는 -1의 값을 가지며, 1이면 리드버그

상태, -1이면 기저 상태를 의미함)을 의미한다. 특히, 레이저 디튜닝은 원자의 기저 상태와 리드버그 상태의 에너지 차와 레이저 주파수의 차이를 의미한다.

- [9] $\hat{H}_G$ 의 다체 기저 상태는 $\mathbb{M}(G)$ 에 반강자성(anti-ferromagnetic)의 강한 상호작용(coupling)($U > \hbar\Delta$)과 양의 디튜닝 필드($\Delta > 0$)를 부여한다는 것을 쉽게 발견할 수 있다.
- [10] 따라서, 슈뢰딩거 방정식의 기저 상태에 대한 양자 시뮬레이션(quantum simulation), $\hat{H}_G|\mathbb{M}(G)\rangle = E_g(G)|\mathbb{M}(G)\rangle$ 은 MIS 솔루션을 찾는다.
- [11] 도 1은 2차원 리드버그 원자 배열 시뮬레이션의 예시가 4개의 정점(vertex)을 갖는 것으로 도시되어 있고, IS-GCI(Information System on Graph Classes and their Inclusion) 명명법에서 G=3-pan 그래프이다.
- [12] 도 1은 리드버그 원자 배열의 그래프 표현이며, 4개의 원자(N=4)가 최근접 리드버그 봉쇄 체계 내에 배열되어 있으며, $G(V,E)=3\text{-pan}$ 그래프이고, $V=\{1,2,3,4\}$, $E=\{\{1,2\},\{2,3\},\{2,4\},\{3,4\}\}$ 이며, 이때 MIS 솔루션은 $\mathbb{M}(G) = \{\{1, 3\}, \{1, 4\}\}$ 이다.
- [13] 도 1에 기재된 넘버링은 원자 배열은 봉쇄 반경(blockade radius) r_b 및 그의 기저 상태 ($|1010\rangle + |1001\rangle)/\sqrt{2}$ 로 리드버그 봉쇄(Rydberg blockade)를 활용하기에 적절하며, $n=1$ 상태의 원자를 카운팅하여 MIS 솔루션 $\mathbb{M}(3\text{-pan}) = \{\{1, 3\}, \{1, 4\}\}$ 을 제공한다.
- [14] 하지만, MIS 문제에 대한 2차원 리드버그 원자 어레이는 두 가지 한계를 내재한다.
- [15] 첫째, 쿠라토프스키에 의한 수학적 정리가 나타내는 바와 같이, 비평면 그래프(non-planar graph)는 2차원 리드버그 원자에 의해 시뮬레이션될 수 없다. 둘째, 리드버그 원자 상호작용의 크기는 봉쇄 반경에 의해 설정되기 때문에 고차 정점의 그래프(graph with high-degree vertices)는 인코딩할 수 없다.
- [16] [선행기술문헌]
- [17] [특허문헌]
- [18] 미국 특허공개공보 US2021/0279631A1 (2021년 9월 9일 공개)

발명의 상세한 설명

기술적 과제

- [19] 본 발명은 상술한 문제점을 감안하여 안출된 것으로, 본 발명의 목적은 리드버그 원자 어레이에 새로운 양자 와이어(quantum wire) 체계를 도입함으로써 위에서 언급한 두 가지 한계를 극복하는 데 있다.

과제 해결 수단

- [20] 본 발명에 따른 방법은 리드버그 양자 와이어(Rydberg quantum wire)를 이용하여 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 문제를 해결한다.
- [21] 그리고, 상기 리드버그 양자 와이어는, 초기 그래프(G_0)에서 와이어 그래프(G

$_{0+w}$)를 합성하며, 원거리 원자 간의 상호작용을 중재하기 위한 보조 와이어 원자 체인일 수 있다.

- [22] 또한, 와이어 어레이(wired array) 구성 단계; MIS 문제를 위한 양자 시뮬레이션(quantum simulation) 단계; 및 와이어 정보 투영(projection) 단계;를 포함할 수 있다.
- [23] 그리고, 상기 와이어 어레이 구성 단계는, 큐비트 원자(Qubit atoms)가 초기 그래프(G_0)를 나타내도록 배열하고, 상기 보조 와이어를 결합할 수 없다.
- [24] 또한, 상기 보조 와이어는, 초기 그래프에 포함된 서로 인접하지 않는 원자들을 연결하는 와이어일 수 있다.
- [25] 그리고, 상기 양자 시뮬레이션 단계는, 슈뢰딩거 방정식에 기초하여 해밀토니안(Hamiltonian)의 기저 상태(ground state)를 획득할 수 있다.
- [26] 또한, 상기 와이어 어레이 구성 단계에서 생성된 상기 와이어 그래프(G_{0+w})의 힐베르트 공간에서의 양자 상태를 상기 타겟 그래프(G_T)의 힐베르트 공간에 투영할 수 있다.
- [27] 그리고, 상기 타겟 그래프(G_T)의 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 솔루션에 기초하여, 상기 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 문제를 해결할 수 있다.
- [28] 또한, 상기 와이어 어레이 구성 단계는, 초기 그래프(G_0)가 비평면(nonplanar) 또는 고차수(high-degree) 그래프에 대하여 수행될 수 있다.

발명의 효과

- [29] 본 발명에 따르면 비평면(non-planar) 또는 고차원(high-degree) 그래프의 MIS 문제에 쉽게 접근할 수 있게 된다.

도면의 간단한 설명

- [30] 도 1은 2차원 리드버그 원자 배열 시뮬레이션의 예시를 도시한다.
- [31] 도 2는 본 발명에 따른 와이어 어레이 구성 단계를 도시한다.
- [32] 도 3 및 4는 리드버그 양자 와이어의 다양한 실험례이다.
- [33] 도 5는 구라토스키 서브그래프에 대한 리드버그 양자 와이어의 다양한 실험례이다.
- [34] 도 6은 본 발명에 따른 리드버그 양자 와이어의 추가 적용례를 도시한다.
- [35] 도 7은 본 발명을 위한 실험에 있어서 3D 원자 위치를 나타내는 표이다.
- [36] 도 8은 본 발명을 위한 실험의 세부 사항을 나타내는 표이다.
- [37] 도 9는 본 발명을 위한 실험 과정 및 시간 예산을 나타내는 표이다.
- [38] 도 10은 본 발명을 위한 실험에 있어서 실험 에러를 나타내는 표이다.

발명의 실시를 위한 형태

- [39] 이하, 첨부된 도면을 참조하여 본 명세서에 개시된 실시 예를 상세히 설명하되, 도면 부호에 관계없이 동일하거나 유사한 구성요소는 동일한 참조 번호를 부여하고 이에 대한 중복되는 설명은 생략하기로 한다. 또한, 본 명세서에

개시된 실시 예를 설명함에 있어서 관련된 공지 기술에 대한 구체적인 설명이 본 명세서에 개시된 실시예의 요지를 흐릴 수 있다고 판단되는 경우 그 상세한 설명을 생략한다. 또한, 첨부된 도면은 본 명세서에 개시된 실시 예를 쉽게 이해할 수 있도록 하기 위한 것일 뿐, 첨부된 도면에 의해 본 명세서에 개시된 기술적 사상이 제한되지 않으며, 본 발명의 사상 및 기술 범위에 포함되는 모든 변경, 균등물 내지 대체물을 포함하는 것으로 이해되어야 한다.

- [40] 양자 와이어(Quantum wire)는 간단한 초기 그래프 G_0 에서 복잡한 타겟 그래프(target graph) G_T 를 합성할 수 있는 방식으로 원거리 원자 간의 강한 상호작용을 중재하기 위해 제안된 보조 와이어 원자(auxiliary wire)의 체인(chain)이다. 이러한 양자 와이어는 원칙적으로 로컬 어드레싱 필드(addressing field)를 사용하여 실현할 수 있지만, 현재의 리드버그 원자 실험에서 이를 구현하는 것은 벅차다.
- [41] 본 발명에서는 로컬 어드레싱(local addressing)을 필요로 하지 않는 리드버그 양자 와이어(Rydberg quantum wire)라는 대체 양자 와이어 방식을 제안한다. 이하에서 설명하는 본 발명에 따르면, 비평면(non-planar) 또는 고차원(high-degree) 그래프의 MIS 문제에 쉽게 접근할 수 있다. 로컬 어드레싱이란 주어진 원자 배열을 모두 포괄할 정도로 크기가 큰 레이저 빔을 가하는 글로벌 어드레싱(global addressing)과 달리, 배열의 특정 원자에만 크기가 작은 레이저 빔을 가하는 실험 절차를 의미한다. 아울러, 아래에서 설명할 양자 어닐링(Quantum Annealing)은 레이저 등의 원자의 외부 시스템을 단열적으로(adiabatically) 변화시켜 최종적으로 다체계(many-body system)의 기저 상태(ground state)를 찾는 절차를 의미한다.
- [42] 리드버그 양자 와이어 체계는 와이어 어레이(wired array) 구성 단계, MIS 문제를 위한 양자 시뮬레이션(quantum simulation) 단계 및 와이어 정보 투영(projection) 단계의 세 단계로 구성된다.
- [43] 도 2는 와이어 어레이 구성 단계를 도시한다. 구체적으로, 도 2는 리드버그 양자 와이어 개념을 도시한 것으로, 큐비트 원자(Qubit atoms)(QA)가 최초 그래프 $G_0 = X_{101}$ 을 나타내도록 배열되었다. 인접하지 않는 원자들(G_0 의 정점A 및 정점B) 사이에서 보조 원자(auxiliary atoms)(AA)의 체인이 새로운 변(edge)을 만들지 않을 때, 결합된 그래프 G_{0+w} (큐비트와 와이어 원자들)는 동일한 MIS 솔루션을 공유함으로써 타겟 그래프 G_T , 즉, 모저 스펀들(Moser spindle) 그래프를 구축한다.
- [44] 다시 상세히 설명하면, 와이어 어레이 구성 단계는, 도 2에 도시된 바와 같이, 짝수($M=6$)의 와이어 원자들의 양자 와이어(AA들로 이루어짐)가 초기 그래프 $G_0 = X_{101}$ (QA들로 이루어짐)에 추가되어 A큐비트 원자와 B큐비트 원자를 결합시킨다. 양자 와이어가 변(edge)으로 처리되는 경우, 결합된 그래프 G_{0+w} 는 타겟 그래프인 $G_T =$ 모저 스펀들(Moser spindle) 그래프와 같다.
- [45] 양자 시뮬레이션 단계에서, 해밀토니안(Hamiltonian)의 기저 상태(ground

state)는, 예를 들어 양자 어닐링으로 실험적으로 아래 [수식 2]의 슈뢰딩거 방정식을 풀어서 획득한다.

[46] [수식 2]

$$[47] \quad \hat{H}_{G_{0+w}} |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle = E_g(G_{0+w}) |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle$$

[48] G_T 의 힐베르트 공간(Hilbert space)의 크기는 G_{0+w} 의 크기와 2^M 의 인자(factor)로 상이하다. 여기서, M 은 양자 와이어를 위한 추가 원자의 수를 의미한다. 따라서, 최종 단계로 G_{0+w} 의 양자 상태의 추가 연산이 수행된다. 타겟 그래프 $\mathbb{M}(G_T)$ 의 MIS 솔루션은 아래 [수식 3]과 같을 수 있다.

[49] [수식 3]

$$[50] \quad |\mathbb{M}(G_T)\rangle = \mathbb{P}_F \mathbb{P}_H [|\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle]$$

[51] 첫 번째 연산($\mathbb{P}_H$)은 G_{0+w} 의 확대된 힐베르트 공간에서의 양자 상태를 타겟 그래프(G_T)의 힐베르트 공간에 투영한다. 이는 G_T 의 큐비트 정보를 측정함으로써 쉽게 수행될 수 있다. 그 다음, 상기 투영을 지정하기 위해, 예컨대 $\mathbb{M}(G) \rightarrow \bar{\mathbb{M}}(G)$ 와 같은 막대 표기법을 도입한다.

[52] 두 번째 연산($\mathbb{P}_F$)은 $\bar{\mathbb{M}}(G_{0+w})$ 의 일부 요소 중, 경계에 있는 큐비트 사이에 리드버그 봉쇄 조건을 위반하는 구성 $\bar{\mathbb{F}}(G_{0+w})$ 을 제거하는 것이다. 그러면, 아래 [수식 4]와 같은 G_T 의 MIS 솔루션이 획득된다.

[53] [수식 4]

$$[54] \quad \mathbb{M}(G_T) = \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) - \bar{\mathbb{F}}(G_{0+w})$$

[55] 본 발명에서 제안하는 리드버그 양자 와이어 체계는 원래의 그래프와 와이어라는 두 양자 다체 계의 양자 얽힘을 활용한다. 즉, 타겟 그래프의 MIS 솔루션에 액세스할 수 있도록 두 계(system)의 큐비트가 얽히게 된다.

[56] MIS 문제의 양자 시뮬레이션 단계는 3D 원자 배열의 양자 어닐링을 통해 수행된다. 실험에서, 중성 ^{87}Rb 원자는 그래프의 변(edge)을 설명하는 모든 최근접 원자 쌍이 리드버그 봉쇄 반경보다 작은 원자간 거리(d)에 유지된다. 즉, $d < r_b = (C_6/\hbar\Omega)^{1/6} = 9.8 \mu\text{m}$ 이다. 그리고, 변(edge)에 의해 연결되지 않는 다른 모든 원자쌍들은 더 먼 거리에 배열된다.

[57] 각 원자의 기저 상태 $|5S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle = |n=0\rangle$ 와 리드버그 상태 $|71S_{1/2}, m_J=1/2\rangle = |n=1\rangle$ 는 큐비트 2상태 계에 사용된다.

[58] 원자 배열의 효과적인 해밀토니안은 아래 [수식 5]와 같다.

[59] [수식 5]

$$[60] \quad \hat{H}(t) = U \sum_{(j,k) \in E} \hat{n}_j \hat{n}_k - \frac{\hbar}{2} \sum_{j \in V} (\delta(t) \hat{\sigma}_j^z - \Omega(t) \hat{\sigma}_j^x)$$

[61] 여기서, j, k 번째 원자에서 두 개의 상태를 갖는 파울리(Pauli) 행렬은 $\hat{n}_{j,k} = (\hat{\sigma}_{j,k}^z + 1)/2$ 가 된다. 오른쪽의 각 항은 고정거리 d 에서의 반데르발스(van der Waals) 상호작용, 시간 의존적 디튜닝 및 시간 의존적 라비

프리퀀시(Rabi frequency)를 각각 나타낸다.

- [62] 처음에, 원자들은 $t=0, |00\dots 0\rangle$ 에서 상자성 다운 스핀(paramagnetic down spins)에서 준비되고, $\delta(0)=-\Delta_i < 0$ 이고, $\Omega(0)=0$ 이다. G의 MIS 솔루션을 찾기 위해, 디튜닝이 점진적으로 $\delta(t = t_f) = \Delta_f < U$ 까지 증가하는 동안 라비 프리퀀시를 온/오프시킴으로써 이 원자들은 $\hat{H}_G$ 의 다체 기저 상태로 준단열적(quasi-adiabatically)으로 구동된다.
- [63] 도 3 및 4는 리드버그 양자 와이어의 실험을 도시한다. 본 발명은 프러스트레이션(frustration)이 있는 경우와 없는 경우, 즉, 위의 수식 4에서 $\bar{\mathbb{F}}(G_{0+w}) = \emptyset$ 또는 $\neq \emptyset$ 인 경우에 있어서 리드버그 양자 와이어의 실험 테스트를 고려한다.
- [64] 도 3은 프러스트레이션이 없는 경우를 도시한다. 구체적으로, 프러스트레이션이 없는 그래프의 경우, 도 3의 (a)에 도시된 $G_0=P_4$ 의 초기 그래프와 도 3의 (b)에 도시된 타겟 그래프 $G_T=C_4$ 를 고려한다.
- [65] 와이어 그래프 $G_{0+w}=C_6$ 의 구축은, 도 3의 (c)에 도시된 바와 같이, $M=2$ 인 리드버그 양자 와이어(5, 6)를 추가함으로써 수행된다.
- [66] 이후, 양자 시뮬레이션에서는, 도 3의 (d), (e), (f)에 도시된 바와 같이, 모집단 수가 많은 상태를 관찰하며, 여기서 MIS 솔루션은 $\mathbb{M}(G_0) = \{\{2, 4\}, \{1, 4\}, \{1, 3\}\}$, $\bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) = \{\{2, 4\}, \{1, 3\}\}$ 및 $\mathbb{M}(G_T) = \{\{2, 4\}, \{1, 3\}\}$ 으로 요약된다.
- [67] 위의 [수식 4]의 MIS 솔루션을 충족하는 $\mathbb{F}(G_{0+w}) = \emptyset$ 과 $\mathbb{M}(G_T) = \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w})$ 를 쉽게 확인할 수 있다.
- [68] 도 3의 (d)에서 G_0 의 MIS 솔루션 사이의 모집단 차이는 양자 어닐링이 MIS 솔루션의 결맞음 중첩(coherent superposition), $|\mathbb{M}(G_0)\rangle\rangle = (|0101\rangle + |1010\rangle)/\sqrt{2} + |0110\rangle/2$ 을 야기한다는 사실에 기인한다.
- [69] 도 4는 프러스트레이션이 있는 경우를 도시한다. 프러스트레이션이 있는 그래프, 즉, $\mathbb{F}(G_{0+w}) \neq \emptyset$ 인 경우, 도 4의 (a), (b)와 같이 초기 그래프와 타겟 그래프인 $G_0=S_4$, $G_T=3\text{-pan}$ 을 고려한다. 도 4의 (c)와 같이, 리드버그 양자 와이어에 의해 구축된 와이어 그래프는 $G_{0+w}=5\text{-pan}$ 이 된다.
- [70] G_0 , G_T , G_{0+w} 의 양자 시뮬레이션은 각각 도 4의 (d), (e), (f)에 도시되어 있으며, 이 중 높은 모집단 상태는 $\mathbb{M}(G_0) = \{\{1, 2, 4\}\}$, $\mathbb{M}(G_T) = \{\{1, 4\}, \{2, 4\}\}$ 및 $\bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) = \{\{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 로 주어진다. 또한, MIS 솔루션인 $\mathbb{M}(G_T) = \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) - \bar{\mathbb{F}}(G_{0+w})$ 도 확인되었다. 여기서, $\bar{\mathbb{F}}(G_{0+w}) = \{\{1, 2, 4\}\}$ 는 프러스트레이션 구성이다.
- [71] 다음으로, 구라토스키(Kuratowski) 서브그래프(subgraph)인 K_5 및 $K_{3,3}$ 에 초점을 맞춘 비평면 그래프(nonplanar)를 고려한다. 구라토스키의 주요 연구는 그래프 G에 두 가지 구라토스키 서브그래프 중 하나가 포함된 경우에만 그래프 G가

비평면이라는 것을 보여준다.

- [72] 도 5의 (a)의 K_5 는 각 꼭지점이 다른 모든 꼭지점에 변(edge)에 있는 완전 그래프이고, 도 5의 (b)의 $K_{3,3}$ 은 한쪽에 있는 세 꼭지점이 다른 쪽에 있는 꼭지점에 완전히 연결된 이분 그래프이다. 이 두 그래프 모두 3D 원자 배열뿐만 아니라 양자 와이어가 필요한 것으로 나타났다.
- [73] 도 5의 (c), (d)에 도시된 바와 같이, 와이어 그래프 $G_{0+w} = K_5^{\text{exp}}$ 및 $K_{3,3}^{\text{exp}}$ 를 구축하였고, 타겟 그래프 $G_T = K_5$ 및 $K_{3,3}$ 을 각각 시뮬레이션했다.
- [74] 도 5의 (c)에 도시된 바와 같이, 초기 그래프는 사면체 구성에서 5개의 큐비트 원자(1,2,3,4,5)의 $G_0 = K_{5-e}$ 이며, 여기서 2개의 큐비트 원자(2, 5)는 6개의 와이어 원자(WA)에 연결된다.
- [75] 구축된 K_5^{exp} 를 사용하여 양자 어닐링이 수행되고, 그 결과는 도 5의 (e)에 도시된 바와 같다. 5개의 단일 여기 솔루션(singly-excited solution)(검은색 막대), $\{1\}, \{2\}, \dots, \{5\}$ 및 이중 여기 $\{2, 5\}$ (회색 막대)에 해당하는 6개의 피크가 관찰된다. 마지막 솔루션인 $\{2, 5\}$ 가 프러스트레이션되고(frustrated), K_5 의 MIS 솔루션은 위의 [수식 4], $M(K_5) = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{5\}\}$ 에 의하여 획득된다. 단일 여기 상태의 불균일 확률은 [수식 4]에서 무시되는 다른 큐비트 원자 및 양자 와이어에 대한 고차 상호 작용의 차이 때문이며, 이는 주로 물리적 구현의 비대칭성 때문이다(예를 들어, 원자 3은 홀로그래픽 광학 전위(holographic optical potentials)의 간섭(interference)을 피하기 위해 원자 5에 더 가깝게 유지됨).
- [76] $K_{3,3}^{\text{exp}}$ 를 나타내는 도 5의 (d)에서 초기 그래프는 A 그래프(1,2,3,4,5,6)이며 3개의 양자 와이어(W1, W2, W3)는 각각 초기 그래프의 (1, 6), (1, 4), (3, 4) 쌍을 연결하는 데 사용된다.
- [77] 구축된 $K_{3,3}^{\text{exp}}$ 의 양자 어닐링은 도 5의 (f)에 도시된 바와 같이, $K_{3,3}^{\text{exp}}$ 의 두 MIS 솔루션 $\{1, 2, 3\}$ 및 $\{4, 5, 6\}$ 에 해당하는 두 개의 피크를 생성한다(검정색 막대). 두 솔루션 모두 프러스트레이트되지 않으며 [수식 4]의 리드버그 양자 와이어 알고리즘이 $M(K_{3,3}) = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$ 으로서 실험적으로 $K_{3,3}$ 의 MIS 솔루션을 찾는다.
- [78] 리드버그 양자 와이어의 추가 적용으로 도 6에 도시된 고차 정점 그래프를 고려할 수 있다. 리드버그 아톰 어레이를 사용한 양자 시뮬레이션에서 고차 정점 구현은 중요하다.
- [79] 예를 들어, 도 6의 (a)에 도시된 바와 같이, 중앙에서 6도의 꼭지점이 있는 스타 그래프(star graph) S_6 는 양자 와이어 방식 없이는 2D 배열에서 시뮬레이션이 불가능하다. 왜냐하면 원자를 2D로 구현하면 도 6의 (b)와 같이 휠 그래프(wheel graph) W_7 가 달라지기 때문이다.
- [80] 본 발명은 그래프 이론에서 정점 분할이라고도 하는 리드버그 양자 와이어를 사용하여 고차 정점의 정도를 줄인다. 도 6의 (c)에 도시된 바와 같이, 13개의 꼭지점 확장 트리 그래프, S_6^{exp} 는 7개의 고립된 꼭지점을 갖는 중 $7K_1$ 의 초기

그래프에서 생성된다.

[81] 3개의 양자선은 3개의 3도(3-degree) 꼭지점을 추가하여, 6도 중앙 꼭지점을 분할하는 데 사용된다.

[82] 구축된 S_6^{exp} 의 양자 어닐링 결과는 도 6의 (d)에 도시된 바와 같다. 단일 피크가 S_6^{exp} 의 MIS 솔루션에 대응하는 것을 확인할 수 있었다. 즉, $\bar{\mathbb{M}}(S_6^{\text{exp}}) = \{\{2, 3, \dots, 7\}\}$ 이며, 여기서는 프러스트레이션되지 않았다($\bar{\mathbb{F}}(G_{0+w}) = \emptyset$). 그리고, 리드버그 양자 와이어 방식이 성공적으로 고차수 그래프(high-degree)를 구축할 수 있음을 관찰할 수 있었다.

[83] 본 발명은 일반적인 MIS 문제에 필요한 비평면(non-planar) 및 고차수(high-degree) 그래프의 복잡한 연결을 프로그래밍하기 위해 중성 원자 와이어를 따라 리드버그 다체 상호작용을 활용하는 리드버그 양자 와이어 방식을 제안하고 실험적으로 확인했다.

[84] 큐비트 및 양자 와이어 원자의 3D 배열을 사용하여 K_5 및 $K_{3,3}$ 및 6도 그래프 S_6 를 구성하고, 근단열 양자 어닐링 절차를 이용하여 다체 기저 상태를 조사했다. 양자 와이어 계의 관찰된 기저 상태는 타겟 그래프의 MIS 솔루션 또는 알고리즘적으로 검색된 우수한 일치를 보여주었다.

[85]

[86] 리드버그 양자 와이어를 이용한 MIS 문제의 양자 역학

[87] 본 발명은 타겟 그래프 G_T 의 MIS 솔루션을 찾는 것을 목적으로 하며, 이는 아래 [수식 6]의 타겟 해밀토니안(Hamiltonian)의 슈뢰딩거 방정식의 기저 상태를 찾음으로써 획득될 수 있다.

[88] [수식 6]

$$[89] \quad \hat{H}_T |\mathbb{M}(G_T)\rangle = E_g(G_T) |\mathbb{M}(G_T)\rangle$$

[90] 하지만, G_T 의 구축(construction)은 기본적으로 비평면 그래프와 고차 정점에 의해 한계를 갖는다.

[91] 본 발명은 이와 같은 한계를 극복하기 위하여, 와이어 그래프 G_{0+w} 를 조사하고, G_T 의 MIS 솔루션을 획득한다. 기본적 팩트는 $\mathbb{M}(G_T) \subset \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w})$ 이며, 이는 양자 와이어를 통해 G_T 의 변(edge)을 교체함으로써 쉽게 표시할 수 있다. G_{0+W} 의 MIS 솔루션은 아래 [수식 7]의 슈뢰딩거 방정식을 푸는 것으로 획득될 수 있다.

[92] [수식 7]

$$[93] \quad \hat{H}_{0+w} |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle = E_g(G_{0+w}) |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle$$

[94] 한편, 기저 상태는 아래 [수식 8]과 같다.

[95] [수식 8]

$$[96] \quad |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle = \sum_j C_j |\Psi_j\rangle = \sum_j C_j |\psi_j\rangle \otimes |\phi_j\rangle$$

[97] 여기서, 큐빗 상태 $|\psi_j\rangle$ (결합 상태 $|\Psi_j\rangle$)는 사이즈가 $2^N(2^{N+M})$ 인 힐베르트

공간에 위치한다. 여기서, N 과 M 은 각각 타겟 그래프 및 와이어의 큐비트 개수를 의미한다. 와이어 그래프의 MIS 솔루션은 아래 [수식 9]와 같다.

[98] [수식 9]

$$[99] \quad \mathbb{M}(G_{0+w}) = \{(\psi_1, \phi_1), (\psi_2, \phi_2)\}$$

[100] 여기서, 투영 연산자 $\mathbb{P}_H$ 를 도입하며, 이는 아래 [수식 10]과 같이 정의된다.

[101] [수식 10]

$$[102] \quad \mathbb{P}_H |\Psi_j\rangle = |\psi_j\rangle$$

[103] 수학적으로 다른 큐비트 수를 가진 포크(Fock) 공간이 필요하지만, MIS 문제에 대해 위의 표기법을 사용하는 것이 안전하다. 투영 상태는 아래 [수식 11]과 같다.

[104] [수식 11]

$$[105] \quad \mathbb{P}_H |\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle = \sum_j C_j |\psi_j\rangle$$

[106] 그리고, 이에 대응하는 솔루션 셋은 아래 [수식 12]와 같다.

[107] [수식 12]

$$[108] \quad \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \dots\}$$

[109] 투영을 지정하기 위해 막대 표기법(bar notation)을 도입한다. $\bar{\mathbb{M}}(G_{0+w})$ 의 일부 요소는 G_T 의 MIS 문제 솔루션이 아니다. $f(n_A, n_B) = n_A n_B$ 로 정의되는 프리스트레이션 함수를 도입할 수 있다. 여기서 $n=1(n=0)$ 은 각 원자의 리드버그(기저) 상태를 의미하고, A, B는 리드버그 원자 배열의 번호 순서(index)를 나타낸다.

[110] 와이어가 연결된 경계의 숫자 연산자 고유값이다. $\bar{\mathbb{M}}(G_{0+w})$ 의 요소에 대해, 리드버그 봉쇄 조건, $f(n_A, n_B) = 1$ 이 테스트될 수 있다. 그리고, 조건을 갖는 셋(set), $\bar{\mathbb{F}}(G_{0+w}) = \{\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \dots\}$ 이 획득된다. 그런 다음 두 번째 투영 연산자를 도입할 수 있다.

[111] 두 번째 연산자인 $\mathbb{P}_F = \mathbb{I} - \sum_a |\tilde{\psi}_a\rangle\langle\tilde{\psi}_a|$ 를 도입한다. 그리고, 최종 상태는 아래 [수식 13]과 같다.

[112] [수식 13]

$$[113] \quad |\mathbb{M}(G_T)\rangle = \mathbb{P}_F \mathbb{P}_H [|\mathbb{M}(G_{0+w})\rangle]$$

[114] 그리고, 솔루션 셋(set)은 아래 [수식 14]와 같이 된다.

[115] [수식 14]

$$[116] \quad \mathbb{M}(G_T) = \bar{\mathbb{M}}(G_{0+w}) - \bar{\mathbb{F}}(G_{0+w}) = \{\psi_1 \psi_2, \dots\}$$

[117]

[118] 리드버그-원자 양자 시뮬레이터

[119] 리드버그 양자 와이어의 실험은 3D 리드버그-원자 양자 시뮬레이터에 의해 수행되었고, 이는 ^{87}RB 원자의 MOT(Magneto-Optical Trap), 홀로그래픽 광학 편셋용 광학 시스템, 리드버그-원자 여기용 레이저 시스템 및 단일 원자 검출

시스템으로 구성된다.

- [120] 원자는 도플러 및 편광 그래디언트 냉각(polarization gradient cooling)에 의해 MOT 내에서 30 μ K까지 냉각되고, 광학적으로 $|0\rangle = |5S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle$ 의 기저 하이퍼파인 상태로 잠핑한다.
- [121] MOT가 꺼진 뒤에, 광학 핀셋(원거리 공진 광학 쌍극자 트랩)을 켜서 단일 원자를 포착한다. 820nm 레이저(Avesta의 Ti:Sapphire CW 레이저), 공간 광 변조기(SLM, Meadowlark optics의 ODPDM512) 및 현미경 대물렌즈(Mitutoyo G Plan Apo 50X)를 사용함으로써, 5~10 μ m의 공간에서 250 광학 핀셋까지 형성될 수 있다. 각 광학 핀셋은 1mK의 트랩 깊이(trap depth), 2 μ m의 직경, 40(10)초의 수명을 갖는다.
- [122] N개의 원자의 결함 없는 배열을 만들기 위해 목표 원자 위치에 N개의 광학 핀셋을 사용하고 다른 N개의 광학 핀셋은 목표물 주변의 저장소로 사용한다. 광학 핀셋의 원자 점유는 전자 증배(electron-multiplied) CCD 카메라 및 전기적 조절 렌즈(ETL, Optotune의 EL-16-40-TC)를 가지고 $|5S_{1/2}, F=2\rangle - |5P_{3/2}, F=3\rangle$ 의 형광 이미징에 의해 결정된다. 측면 및 축 해상도는 각각 0.3 μ m 및 0.5 μ m이다. 점유가 확인된 후, 캡처된 원자는 헝가리 알고리즘에 의해 얻은 경로 세트를 따라 조정되는 광학 핀셋에 의해 재배열된다. 3D Gerchberg-Saxton (GS) 알고리즘은 GPU(NVIDIA, Titan-X 파스칼)로 실시간 계산을 수행하는 동적 홀로그램을 프로그래밍하는 데 사용된다. 3D GS 알고리즘은 목표 부위 강도 피드백의 가중치를 빠르게 수렴하기 위해 사용하며, 모든 반복에 대한 SLM의 초기 위상 패턴은 이전 반복에서 계산된 위상 패턴을 사용한다. 예를 들어, 35회 반복은 약 700ms가 걸리고 각 사이트의 90% 이상의 점유 확률로 약 20 μ m의 트랩을 이동하는 데 충분하다. 모든 실험 그래프의 3D 원자 위치는 도 7에 도시된 표에 나열되어 있다.
- [123] 원자들은 기저 상태 $|0\rangle = |5S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle$ 에서 중간 상태 $|m\rangle = |5P_{3/2}, F=3, m_F=3\rangle$ 를 거쳐 리드버그 상태 $|1\rangle = |71S_{1/2}, m_j=1/2\rangle$ 로 여기된 2개의 광자(photon)이다. 실험에서는 780nm (직접 제작한 엑스트라 캐비티 다이오드 레이저)와 480nm (Toptica의 TA-SHG Pro) 레이저를 이용했고, 각각 $|0\rangle \rightarrow |m\rangle$ 과 $|m\rangle \rightarrow |1\rangle$ 이다. 두개의 레이저 모두 Pound-Drever-Hall 방법에 의해 초저팽창 공동(Stable laser systems, finesse 15000)으로 주파수 안정화된다. 2광자 전이의 유효 Rabi 주파수는 $\Omega = \Omega_{780}\Omega_{480}/2\Delta_m = 2\pi \times 0.88(1)$ 이며, 여기서, $\Omega_{780} = 2\pi \times 50$ MHz과 $\Omega_{480} = 2\pi \times 20$ MHz는 라비 주파수이고, $\Delta_m = 2\pi \times 570$ MHz는 중간 디튜닝이다. 780(480)nm 빔의 레이저 파워는 50 μ W(550mW)이고, 1/e² 빔 직경은 180 μ m(100 μ m)이다. 이는 10% 편차 미만의 거의 균일한 라비 주파수로 사용한 원자 배열을 포함하기에 충분하다. 단일 원자 라비 진동의 일반적인 붕괴 시간은 7(2) μ s이다.

- [124] 양자 어닐링의 경우, 위의 [수식 5]의 해밀토니안 $\hat{H}(t)$ 의 제어 파라미터인 $\delta(t)$ 와 $\Omega(t)$ 는 $\delta(t=0) = \Delta_i < 0$ and $\Omega(t=0) = 0$ 의 상자성 위상 조건(paramagnetic phase condition)에서 $\delta(t=t_f) = \Delta_f < U$ 및 $\Omega(t=t_f) = 0$ 의 MIS 위상 조건으로 조절된다. $t_f=4\mu s$ 동안, 세 영역의 연산을 이용한다. $t:0 \rightarrow t_f/10$ 의 첫번째 영역에서, $\delta(t)$ 는 Δ_i 로 고정되고, $\Omega(t)$ 는 0에서 Ω_0 으로 선형적으로 증가하여, 초기 상태에서 양자 아이싱 해밀토니안(Ising Hamiltonian) 기저 상태로 진화한다. 그런 다음 두번째 영역에서 $\delta(t)$ 는 $\Delta_i < 0$ 에서 $\Delta_f > 0$ 으로 선형적으로 증가하는 동안, $t:t_f/10 \rightarrow 9t_f/10$ 동안 $\Omega(t)$ 는 Ω_0 으로 일정하다. 마지막으로, $t:9t_f/10 \rightarrow t_f$ 의 세번째 영역에서, $\Omega(t)$ 는 0으로 점진적으로 감소하며, $\delta(t)$ 는 Δ_f 로 고정된다. 도 8의 테이블은 원자간 거리 d , 초기 디튜닝 Δ_i , 최종 디튜닝 Δ_f , 각 실험의 측정 반복수를 도시한다.
- [125] 실험 시간 예산은 도 9에 도시된 바와 같다. 공정 후에, 도출된 원자 상태는 $|5P_{3/2}, F=3\rangle$ 로의 40ms 사이클 전이 동안 기저 상태 원자의 형광체로 검출되고, 확률 분포(probability distribution)가 획득될 때까지 공정이 반복된다. 실험에서, SPAM(state-preparation-and-detection) 에러는 $P(|0\rangle||1\rangle) = 0.18$ 및 $P(|1\rangle||0\rangle) = 0.03$ 이다. 이러한 파라미터와 함께, 측정된 마이크로스테이트 S 는, $S' = (M^{-1})^{\otimes N} S$ (N : 원자 개수)에 의하여, 에러 보정된 마이크로스테이트 S' 로 재구성될 수 있다. 여기서, M 은 SPAM 에러 행렬이며 아래 [수식 15]와 같다.
- [126] [수식 15]
- [127]
$$M = \begin{bmatrix} 1 - P(|0\rangle||1\rangle) & P(|1\rangle||0\rangle) \\ P(|0\rangle||1\rangle) & 1 - P(|1\rangle||0\rangle) \end{bmatrix}$$
- [128] 도 10은 실험 에러에 대한 리스트이다. 지배적인 오류는 중간 상태의 자발적 감쇠율과 레이저 위상 노이즈에서 비롯된다. 리드버그 상태($|m\rangle$) 보다 10^4 배 긴 수명의 자발적 붕괴는 무시할 수 있지만, $|m\rangle$ 에 대한 산란율은 $\gamma_m = 2\pi \times 10$ kHz이다. 리드버그 여기 레이저의 위상 노이즈는 두 레이저가 모두 안정화되는 동안 에러 신호의 주파수 노이즈 스펙트럼으로 측정된다. 주파수 노이즈의 전체 스펙트럼 밀도는 라비 주파수 Ω_0 근처의 푸리에 주파수 주변에서 780nm의 경우 $10^4(\text{Hz}^2/\text{Hz})$ 및 480nm의 경우 $10^3(\text{Hz}^2/\text{Hz})$ 으로 측정된다. 이러한 효과를 고려한 Lindblad 마스터 방정식을 사용한 수치 시뮬레이션 계정은 도 3의 (f)와 도 4의 (f)에 "Master"로 표시된다. 추가 실험 오류는 원자의 온도와 리드버그 여기 레이저의 강도 변동에서 비롯된다. 핀셋에 있는 원자의 온도는 원자 위치의 정확한 위치에 대한 불확실성을 유발한다. 온도 30 μK 및 트랩 깊이 1mK에 대해 위치의 표준 편차는 반경 방향의 경우 $\sigma_r=0.1\mu\text{m}$, 축 방향(핀셋 전과 방향)의 경우 $\sigma_z=0.6\mu\text{m}$ 로 계산된다. 레이저의 강도 변동은 약 2%로 측정됩니다. 몬테카를로 수치 시뮬레이션은 도 3의 (f)와 도 4의 (f)에

"thermal, intensity fluc."로 표시된 확률을 고려하여 이러한 효과를 사용하여 수행된다.

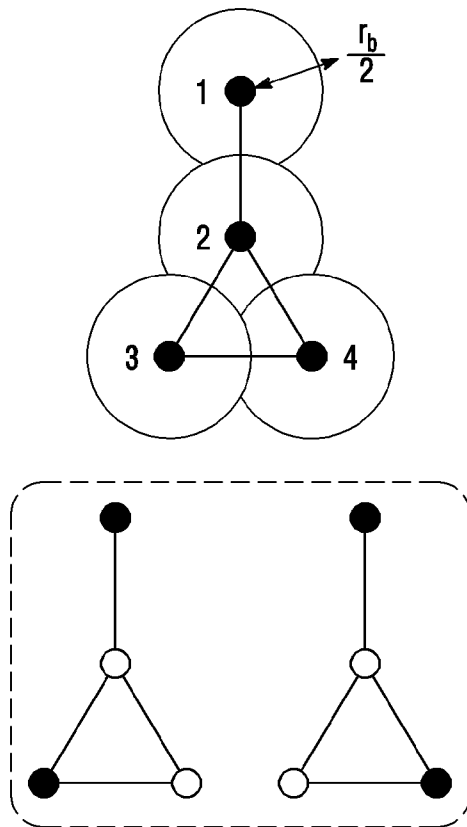
[129] 상술한 양자 컴퓨팅을 이용한 최대독립집합 해결 방법은 양자 컴퓨터, 양자 컴퓨팅을 실현할 수 있는 다양한 장치, 혹은 양자 시뮬레이터 등에 의하여 수행될 수 있다.

[130] 이상에서 실시예들에 설명된 특징, 구조, 효과 등은 본 발명의 하나의 실시예에 포함되며, 반드시 하나의 실시예에만 한정되는 것은 아니다. 나아가, 각 실시예에서 예시된 특징, 구조, 효과 등은 실시예들이 속하는 분야의 통상의 지식을 가지는 자에 의해 다른 실시예들에 대해서도 조합 또는 변형되어 실시 가능하다. 따라서 이러한 조합과 변형에 관계된 내용들은 본 발명의 범위에 포함되는 것으로 해석되어야 할 것이다.

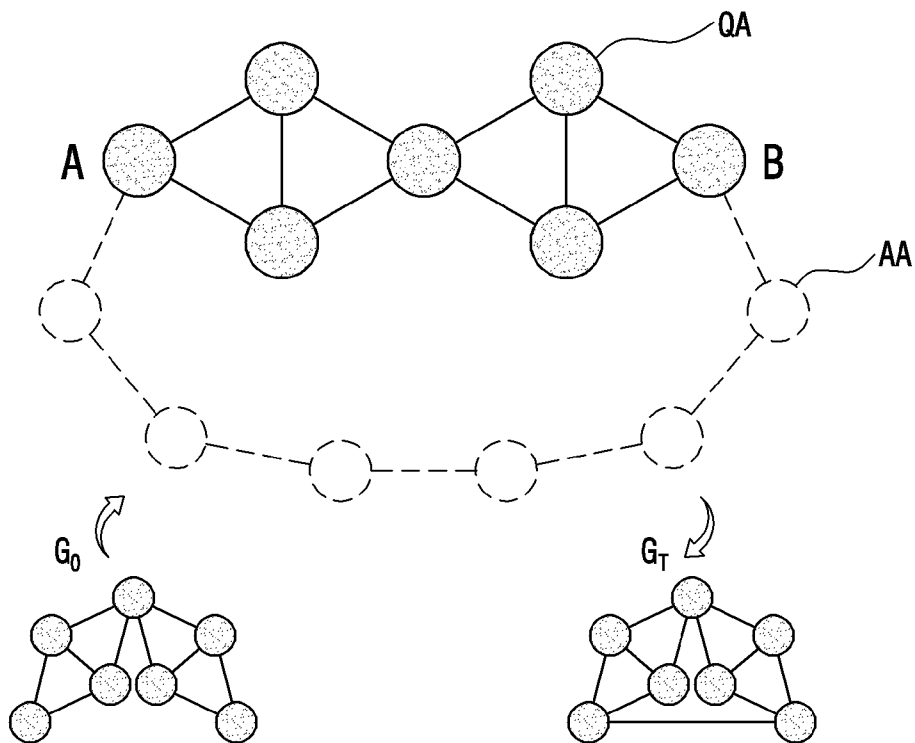
청구범위

- [청구항 1] 리드버그 양자 와이어(Rydberg quantum wire)를 이용하여 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 문제를 해결하는 방법.
- [청구항 2] 제1항에 있어서,
상기 리드버그 양자 와이어는,
초기 그래프(G_0)에서 와이어 그래프(G_{0+w})를 합성하며, 원거리 원자 간의 상호작용을 중재하기 위한 보조 와이어 원자 체인인, 방법.
- [청구항 3] 제2항에 있어서,
와이어 어레이(wired array) 구성 단계;
MIS 문제를 위한 양자 시뮬레이션(quantum simulation) 단계; 및
와이어 정보 투영(projection) 단계;를 포함하는, 방법.
- [청구항 4] 제3항에 있어서,
상기 와이어 어레이 구성 단계는,
큐비트 원자(Qubit atoms)가 초기 그래프(G_0)를 나타내도록 배열하고, 상기 보조 와이어를 결합하는, 방법.
- [청구항 5] 제4항에 있어서,
상기 보조 와이어는, 초기 그래프에 포함된 서로 인접하지 않는 원자들을 연결하는 와이어인, 방법.
- [청구항 6] 제3항에 있어서,
상기 양자 시뮬레이션 단계는,
슈뢰딩거 방정식에 기초하여 해밀토니안(Hamiltonian)의 기저 상태(ground state)를 획득하는, 방법.
- [청구항 7] 제3항에 있어서,
상기 와이어 어레이 구성 단계에서 생성된 상기 와이어 그래프(G_{0+w})의 힐베르트 공간에서의 양자 상태를 상기 타겟 그래프(G_T)의 힐베르트 공간에 투영하는, 방법.
- [청구항 8] 제7항에 있어서,
상기 타겟 그래프(G_T)의 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 솔루션에 기초하여, 상기 최대독립집합(Maximum-Independent-Set) 문제를 해결하는 방법
- [청구항 9] 제1항에 있어서,
상기 와이어 어레이 구성 단계는, 초기 그래프(G_0)가 비평면(nonplanar) 또는 고차수(high-degree) 그래프에 대하여 수행되는, 방법.

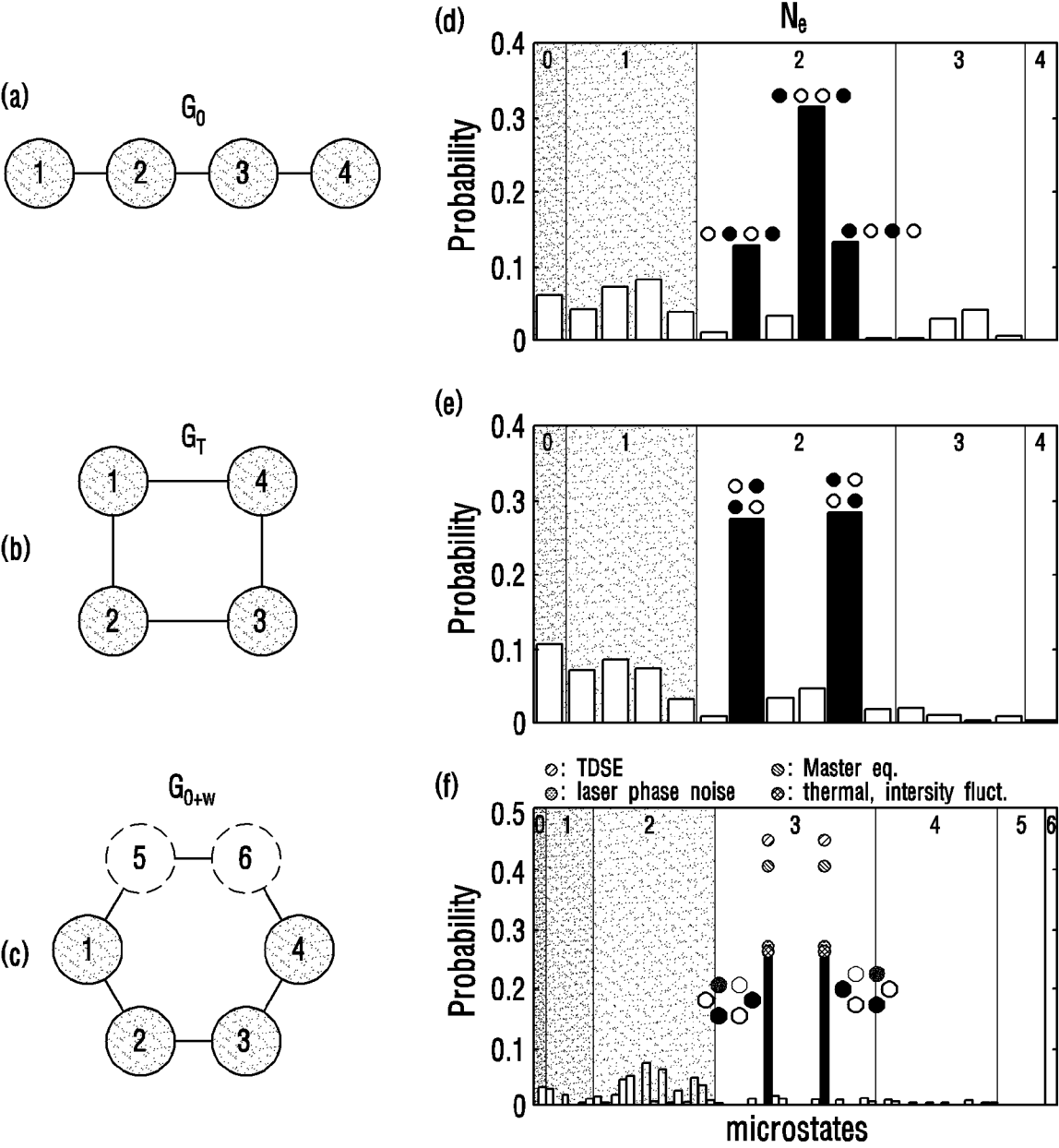
[도1]



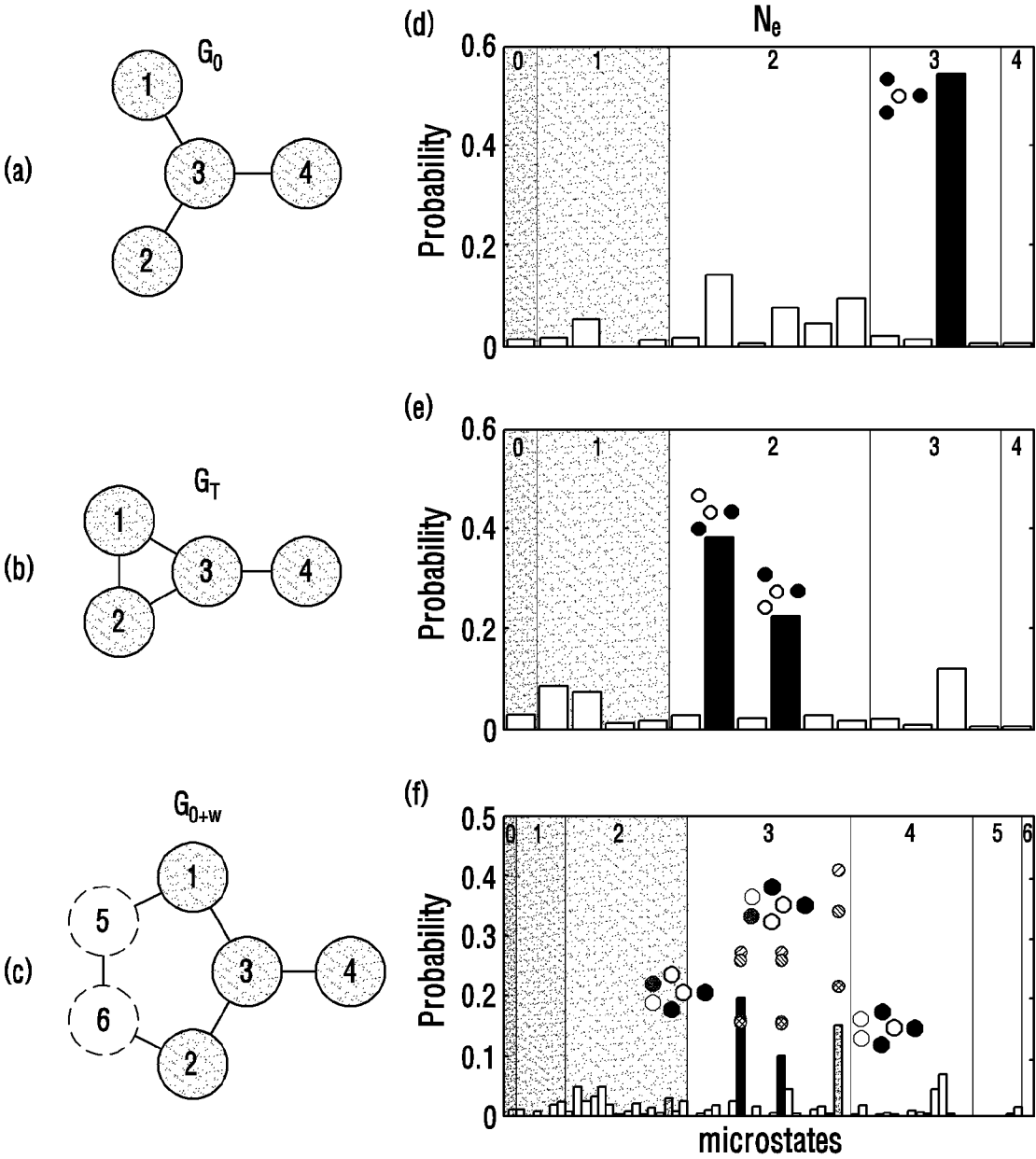
[도2]



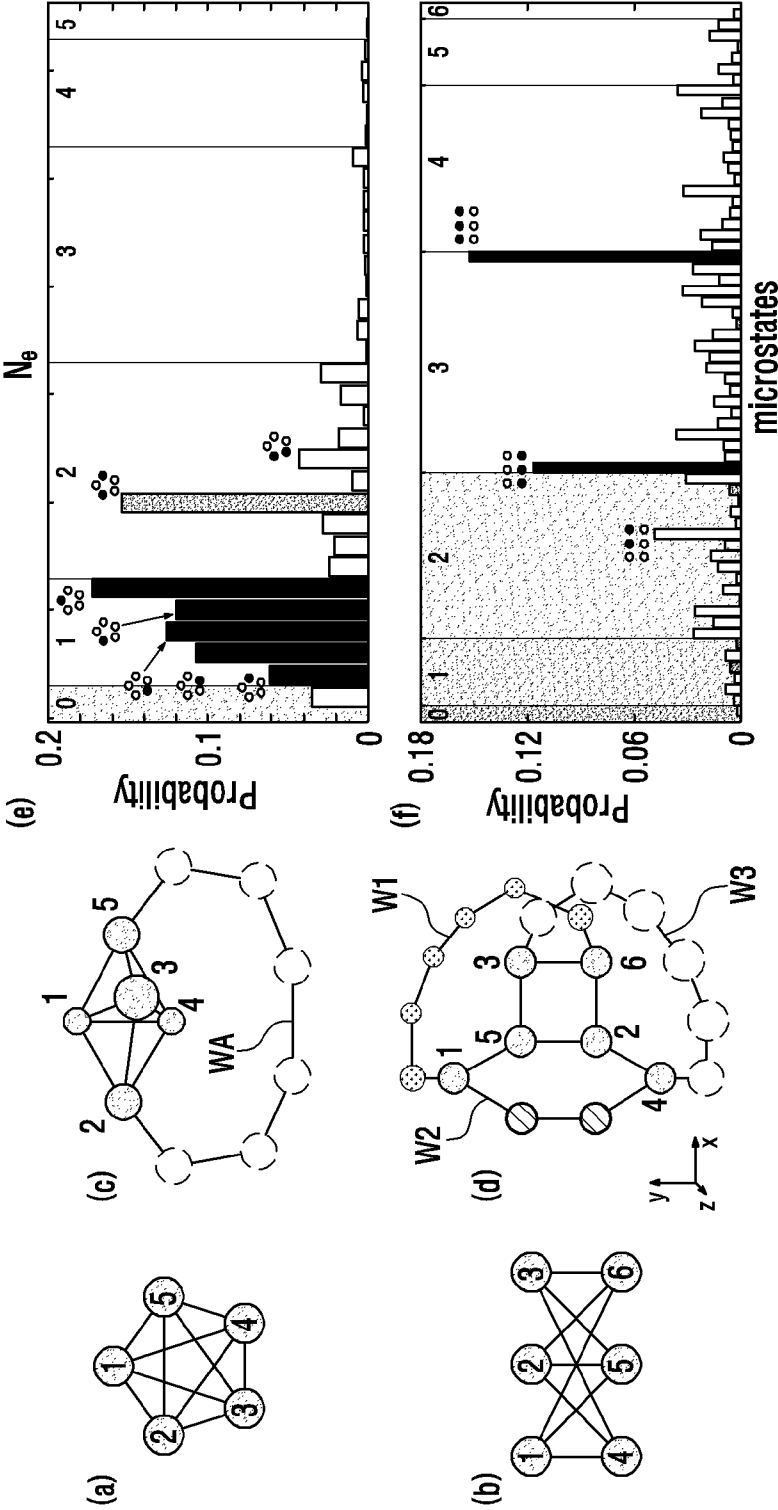
[도3]



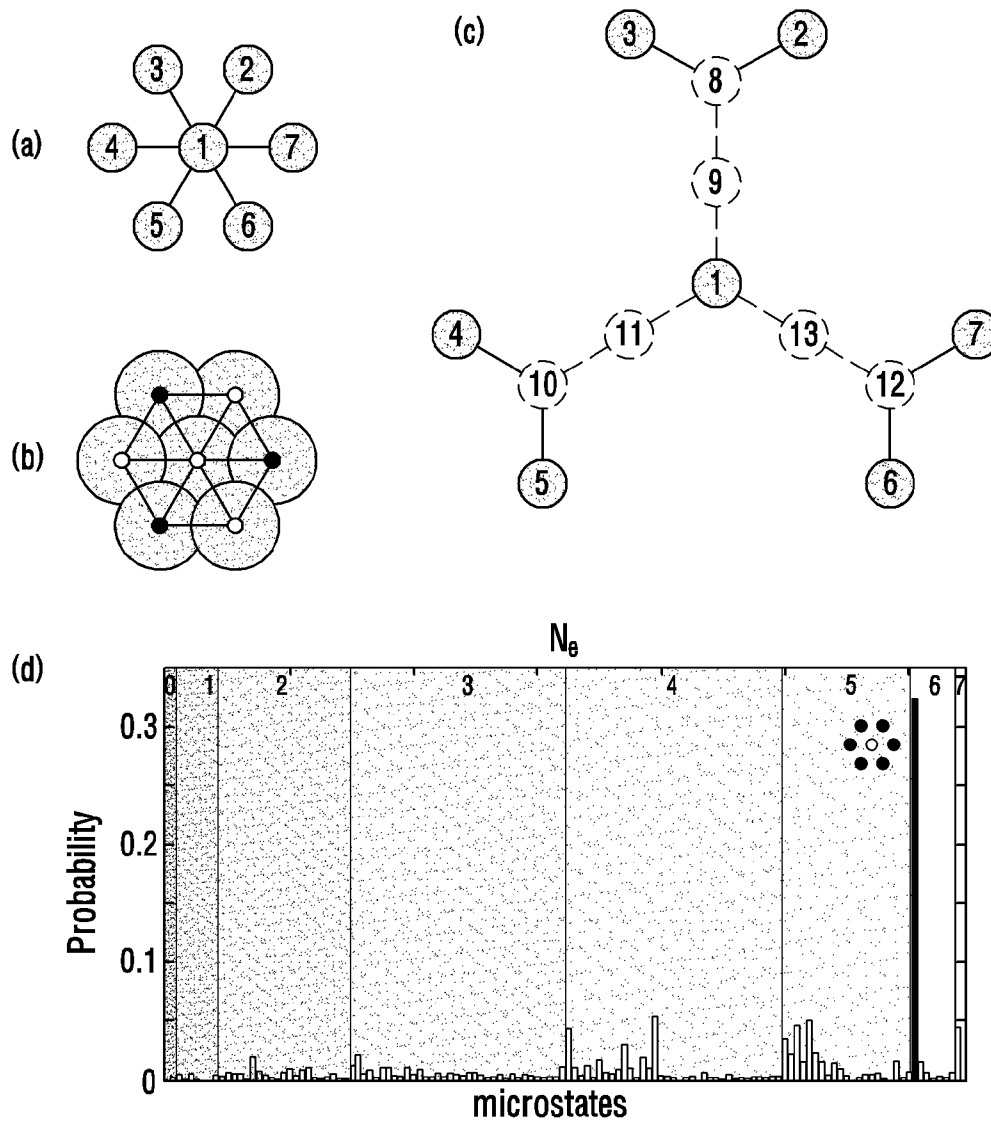
[도4]



[도5]



[도6]



[도7]

TABLE I. Atom positions of the graphs demonstrated in the main text.

Figure	Graph	Positions(x,y,z) (μ m)			
3a	P ₄	1 : (-7.0, 3.0, 0.0)	2 : (-3.5, -3.0, 0.0)	3 : (3.5, -3.0, 0.0)	4 : (7.0, 3.0, 0.0)
3b	C ₄	1 : (-3.5, 3.5, 0.0)	2 : (-3.5, -3.5, 0.0)	3 : (3.5, -3.5, 0.0)	4 : (3.5, 3.5, 0.0)
3c	C ₆	1 : (-7.0, 0.0, 0.0)	2 : (-3.5, -6.1, 0.0)	3 : (3.5, -6.1, 0.0)	4 : (7.0, 0.0, 0.0)
		5 : (-3.5, 6.1, 0.0)	6 : (3.5, 6.1, 0.0)		
4a	S ₄	1 : (-3.8, 6.5, 0.0)	2 : (-3.8, -6.5, 0.0)	3 : (0.0, 0.0, 0.0)	4 : (7.5, 0.0, 0.0)
4b	3-pan	1 : (-6.5, 3.8, 0.0)	2 : (-6.5, -3.8, 0.0)	3 : (0.0, 0.0, 0.0)	4 : (7.5, 0.0, 0.0)
4c	5-pan	1 : (-3.8, 6.5, 0.0)	2 : (-3.8, -6.5, 0.0)	3 : (0.0, 0.0, 0.0)	4 : (7.5, 0.0, 0.0)
5a	K ₅	5 : (-10.7, 3.8, 0.0)	6 : (-10.7, -3.8, 0.0)		
		1 : (-2.0, 0.0, -2.1)	2 : (-5.0, 0.0, 2.5)	3 : (5.0, 0.0, -2.5)	4 : (1.0, 2.9, 1.5)
		5 : (1.0, -3.5, 1.5)	6 : (-9.6, 5.0, 4.0)	7 : (-8.8, 12.1, 3.6)	8 : (-5.1, 12.1, -0.8)
5b	K _{3,3}	9 : (1.0, 12.1, -3.8)	10 : (8.1, 12.1, -4.7)	11 : (8.8, 5.0, -5.1)	
		1 : (-6.9, 8.0, 0.0)	2 : (0.0, -4.0, 0.0)	3 : (8.0, 4.0, 0.0)	4 : (-6.9, -8.0, 0.0)
		5 : (0.0, 4.0, 0.0)	6 : (8.0, -4.0, 0.0)	7 : (-13.9, 4.0, 0.0)	8 : (-13.9, -4.0, 0.0)
		9 : (-6.9, -13.7, -5.7)	10 : (0.0, -16.0, -7.0)	7 : (-8.8, 12.1, 3.6)	8 : (-5.1, 12.1, -0.8)
		13 : (17.0, -3.0, -7.0)	14 : (13.7, 4.0, -5.7)	15 : (-6.9, 13.7, 5.7)	16 : (0.0, 16.0, 7.0)
6c	S ₆	17 : (7.0, 13.0, 7.0)	18 : (14.5, 10.5, 7.0)	19 : (17.0, 3.0, 7.0)	20 : (13.7, -4.0, 5.7)
		1 : (0.0, 0.0, 0.0)	2 : (6.1, 17.5, 0.0)	3 : (-6.1, 17.5, 0.0)	4 : (-18.2, -3.5, 0.0)
		5 : (-12.1, -14.0, 0.0)	6 : (12.1, -14.0, 0.0)	7 : (18.2, -3.5, 0.0)	8 : (0.0, 14.0, 0.0)
		9 : (-12.1, -7.0, 0.0)	10 : (12.1, -7.0, 0.0)	11 : (0.0, 7.0, 0.0)	12 : (-6.1, -3.5, 0.0)
		13 : (6.1, -3.5, 0.0)			

[도8]

TABLE II. Experimental parameters

Figure	Graph	d (μ m)	Δ_i (MHz)	Δ_f (MHz)	repetition
3a	P ₄	7.0	-3.0	+3.0	678
3b	C ₄	7.0	-3.0	+3.0	672
3c	C ₆	7.0	-3.0	+3.0	734
4a	S ₄	7.5	-3.0	+3.0	425
4b	3-pan	7.5	-3.0	+3.0	525
4c	5-pan	7.5	-3.0	+3.0	570
5a	K ₅	7.0	-3.0	+1.5	1961
5b	K _{3,3}	8.0	-3.0	+3.0	1279
6c	S ₆	7.0	-3.0	+3.0	1640

[도9]

TABLE III. Experimental time budget

Process	Time budget
Single atom loading (PGC)	100 ms
Initial occupancy checking	40 x 2 x N _p ms (for 3D array with N _p planes)
Arom rearrangements	800 ms
Final occupancy checking	40 x 2 x N _p ms
Bias field ON, optical pumping	20 ms
Quantum annealing	5 μ s (including trap off)
Bias field OFF	20 ms
Final state detection	40 x 2 x N _p ms

[도10]

TABLE IV. Experimental errors

Error sources	Treatment
Lindblad master equation	
Spontaneous decay from intermediate level $ m\rangle$	$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \sum_{j=1}^N \left(L_j \rho L_j^\dagger - \frac{1}{2} \{ L_j^\dagger L_j, \rho \} \right)$ with $L_j = \sqrt{\gamma_m/2} \sigma_j^-$ and $\gamma_m = 2\pi \times 10$ kHz
Laser phase noise	Monte-Carlo simulation with spectral noises 10^4 (Hz ² /Hz) (780nm) and 10^3 (Hz ² /Hz) (480nm)
Laser intensity fluctuation	Monte-Carlo simulation with measured value (2%)
Finite temperature	Monte-Carlo simulation with positional fluctuation standard deviation $\sigma_r = 0.1 \mu\text{m}$ (radial) and $\sigma_z = 0.6 \mu\text{m}$ (axial) where the temperature $30 \mu\text{K}$, trap depth 1mK
State-preparation-and-measurement (SPAM) error	Correction of measured microstate probabilities $P(0\rangle 1\rangle) = 0.18$ and $P(0\rangle 1\rangle) = 0.03$

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/KR2022/000814

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

G06N 10/60(2022.01); B82Y 10/00(2011.01)n

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

G06N 10/60(2022.01); G06N 10/00(2019.01); G06N 5/00(2006.01)

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Korean utility models and applications for utility models: IPC as above

Japanese utility models and applications for utility models: IPC as above

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

eKOMPASS (KIPO internal) & keywords: 리드버그 양자 와이어(Rydberg quantum wire), 최대 독립 집합(Maximum-Independent-Set)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
Y A	PICHLER, Hannes et al. Quantum Optimization for Maximum Independent Set Using Rydberg Atom Arrays. arXiv:1808.10816v1 [quant-ph]. August 2018. See abstract and pages 1-13.	1 2-9
Y	KONZELMANN, Annika et al. Quantum confined Rydberg excitons in reduced dimensions. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. Vol. 53, No. 2, 18 December 2019. See abstract and pages 1-7.	1
A	DORN, Sebastian. Quantum Complexity Bounds for Independent Set Problems. arXiv:quant-ph/0510084v3. 28 February 2007. See pages 1-12.	1-9
A	YU, Hongye et al. Quantum Algorithm for Approximating Maximum Independent Sets. arXiv:2005.13089v2 [quant-ph]. February 2021. See pages 1-12.	1-9

☒ Further documents are listed in the continuation of Box C.☒ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

“A” document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

“D” document cited by the applicant in the international application

“E” earlier application or patent but published on or after the international filing date

“L” document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

“O” document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

“P” document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

“T” later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

“X” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

“Y” document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

“&” document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

05 October 2022

Date of mailing of the international search report

05 October 2022

Name and mailing address of the ISA/KR

Korean Intellectual Property Office
Government Complex-Daejeon Building 4, 189 Cheongsaro, Seo-gu, Daejeon 35208

Facsimile No. +82-42-481-8578

Authorized officer

Telephone No.

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/KR2022/000814**C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT**

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	KR 10-2021-0129202 A (INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES CORPORATION) 27 October 2021 (2021-10-27) See paragraphs [0034]-[0129] and figures 3-4.	1-9
A	KIM, Minhyuk et al. Atomic Quantum Wires in Ising-spin Chain Models. 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO). May 2021. See pages 1-2. ※ This document is a known document declaring exceptions to lack of novelty by the applicant.	1-9
X	KIM, Minhyuk et al. Rydberg Quantum Wires for Maximum Independent Set Problems with Nonplanar and High-Degree Graphs. arXiv:2109.03517v1 [quant-ph]. September 2021. See pages 1-8. ※ This document is a known document declaring exceptions to lack of novelty by the applicant.	1-9

INTERNATIONAL SEARCH REPORT
Information on patent family members

International application No.

PCT/KR2022/000814

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
KR	10-2021-0129202	A	27 October 2021	AU	2020-271608	A1	15 October 2020
				CA	3135548	A1	15 October 2020
				CN	113632107	A	09 November 2021
				EP	3953870	A1	16 February 2022
				IL	286608	A	31 October 2021
				SG	11202109841	PA	28 October 2021
				US	11334810	B2	17 May 2022
				US	11341427	B2	24 May 2022
				US	2020-0327438	A1	15 October 2020
				US	2020-0327439	A1	15 October 2020
				WO	2020-207956	A1	15 October 2020

A. 발명이 속하는 기술분류(국제특허분류(IPC)) G06N 10/60(2022.01); B82Y 10/00(2011.01)n		
B. 조사된 분야 조사된 최소문헌(국제특허분류를 기재) G06N 10/60(2022.01); G06N 10/00(2019.01); G06N 5/00(2006.01) 조사된 기술분야에 속하는 최소문헌 이외의 문헌 한국등록실용신안공보 및 한국공개실용신안공보: 조사된 최소문헌란에 기재된 IPC 일본등록실용신안공보 및 일본공개실용신안공보: 조사된 최소문헌란에 기재된 IPC 국제조사에 이용된 전산 데이터베이스(데이터베이스의 명칭 및 검색어(해당하는 경우)) eKOMPASS(특허청 내부 검색시스템) & 키워드: 리드버그 양자 와이어 (Rydberg quantum wire), 최대 독립 집합 (Maximum-Independent-Set)		
C. 관련 문헌		
카테고리*	인용문헌명 및 관련 구절(해당하는 경우)의 기재	관련 청구항
Y A	HANNES PICHLER 등, 'Quantum Optimization for Maximum Independent Set Using Rydberg Atom Arrays', arXiv:1808.10816v1 [quant-ph], 2018.08 요약 및 페이지 1-13	1 2-9
Y	ANNIKA KONZELMANN 등, 'Quantum confined Rydberg excitons in reduced dimensions', Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, Vol. 53, No. 2, 2019.12.18 요약 및 페이지 1-7	1
A	SEBASTIAN DORN, 'Quantum Complexity Bounds for Independent Set Problems', arXiv:quant-ph/0510084v3, 2007.02.28 페이지 1-12	1-9
A	HONGYE YU 등, 'Quantum Algorithm for Approximating Maximum Independent Sets', arXiv:2005.13089v2 [quant-ph], 2021.02 페이지 1-12	1-9
A	KR 10-2021-0129202 A (인터넷서널 비즈니스 머신즈 코포레이션) 2021.10.27 단락 [0034]-[0129] 및 도면 3-4	1-9
☒ 추가 문헌이 C(계속)에 기재되어 있습니다. ☒ 대응특허에 관한 별지를 참조하십시오.		
* 인용된 문헌의 특별 카테고리: “A” 특별히 관련이 없는 것으로 보이는 일반적인 기술수준을 정의한 문헌 “D” 본 국제출원에서 출원인이 인용한 문헌 “E” 국제출원일보다 빠른 출원일 또는 우선일을 가지나 국제출원일 이후에 공개된 선출원 또는 특허 문헌 “L” 우선권 주장에 의문을 제기하는 문헌 또는 다른 인용문헌의 공개일 또는 다른 특별한 이유(이유를 명시)를 밝히기 위하여 인용된 문헌 “O” 구두 개시, 사용, 전시 또는 기타 수단을 언급하고 있는 문헌 “P” 우선일 이후에 공개되었으나 국제출원일 이전에 공개된 문헌 “T” 국제출원일 또는 우선일 후에 공개된 문헌으로, 출원과 상충하지 않으며 발명의 기초가 되는 원리나 이론을 이해하기 위해 인용된 문헌 “X” 특별한 관련이 있는 문헌. 해당 문헌 하나만으로 청구된 발명의 신규성 또는 진보성이 없는 것으로 본다. “Y” 특별한 관련이 있는 문헌. 해당 문헌이 하나 이상의 다른 문헌과 조합하는 경우로 그 조합이 당업자에게 자명한 경우 청구된 발명은 진보성이 없는 것으로 본다. “&” 동일한 대응특허문헌에 속하는 문헌		
국제조사의 실제 완료일 2022년10월05일(05.10.2022)		국제조사보고서 발송일 2022년10월05일(05.10.2022)
ISA/KR의 명칭 및 우편주소 대한민국 특허청 (35208) 대전광역시 서구 청사로 189, 4동 (둔산동, 정부대전청사) 팩스 번호 +82-42-481-8578		심사관 양정록 전화번호 +82-42-481-5709

C. 관련 문헌

카테고리*	인용문헌명 및 관련 구절(해당하는 경우)의 기재	관련 청구항
A	MINHYUK KIM 등, 'Atomic Quantum Wires in Ising-spin Chain Models', 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO), 2021.05 페이지 1-2 ※ 위 문헌은 출원인이 신규성 상실의 예외로서 선언한 공지문헌임.	1-9
X	MINHYUK KIM 등, 'Rydberg Quantum Wires for Maximum Independent Set Problems with Nonplanar and High-Degree Graphs', arXiv:2109.03517v1 [quant-ph], 2021.09 페이지 1-8 ※ 위 문헌은 출원인이 신규성 상실의 예외로서 선언한 공지문헌임.	1-9

국제조사보고서에서 인용된 특허문헌	공개일	대응특허문헌	공개일
KR 10-2021-0129202 A	2021/10/27	AU 2020-271608 A1	2020/10/15
		CA 3135548 A1	2020/10/15
		CN 113632107 A	2021/11/09
		EP 3953870 A1	2022/02/16
		IL 286608 A	2021/10/31
		SG 11202109841 PA	2021/10/28
		US 11334810 B2	2022/05/17
		US 11341427 B2	2022/05/24
		US 2020-0327438 A1	2020/10/15
		US 2020-0327439 A1	2020/10/15
		WO 2020-207956 A1	2020/10/15