



(12) 发明专利申请

(10) 申请公布号 CN 102930071 A

(43) 申请公布日 2013. 02. 13

(21) 申请号 201210312359. 3

(22) 申请日 2012. 08. 29

(71) 申请人 电子科技大学

地址 611731 四川省成都市高新区(西区)西
源大道 2006 号

(72) 发明人 徐立 李斌 杨中海 朱小芳
李建清

(74) 专利代理机构 成都行之专利代理事务所
(普通合伙) 51220

代理人 温利平

(51) Int. Cl.

G06F 17/50 (2006. 01)

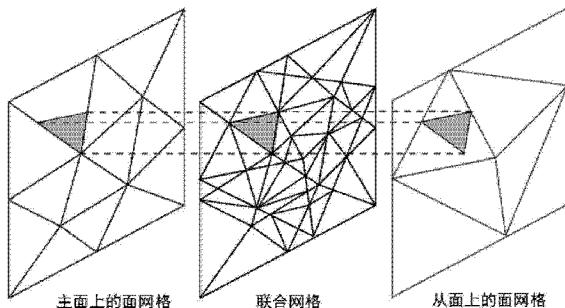
权利要求书 2 页 说明书 9 页 附图 4 页

(54) 发明名称

基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿
真模拟方法

(57) 摘要

本发明涉及基于非匹配网格的周期结构的三
维电磁场仿真模拟方法，包括以下步骤：选取特
定的具有周期特性的微波管高频电路；从步骤 A
中选取的高频电路中截取一个周期长度的结构进
行建模，建立该周期长度的高频结构对应的几何
结构模型；根据几何结构模型的周期性确定主面
和从面，并对所建几何结构模型进行网格划分，将
连续的几何结构空间转化为离散的网格空间；根
据仿真区域主面面网格与从面面网格生成联合面
网格。本发明的有益效果：利用本发明提出的基
于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟
方法可以在对网格没有任何限制的条件下，准确
快速求解周期结构的高频特性。



1. 基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法,其特征在于,包括以下步骤:

A. 选取特定的具有周期特性的微波管高频电路;

B. 从步骤A中选取的高频电路中截取一个周期长度的结构进行建模,建立该周期长度的高频结构对应的几何结构模型;

C. 根据几何结构模型的周期性确定主面和从面,并对所建几何结构模型进行网格划分,将连续的几何结构空间转化为离散的网格空间;

D. 根据仿真区域主面面网格与从面面网格生成联合面网格;

E. 利用有限元法,将麦克斯韦方程组等效的电磁场边值问题在步骤C建立的网格空间进行离散,结合步骤D建立的联合网格,建立考虑介质损耗和有限电导率导体损耗周期结构高频电路的代数本征方程;

F. 给定一个频率,求解步骤E所建立的代数本征方程,获得与给定频率相对应的周期结构的相位常数、衰减常数和互作用阻抗;

G. 给定不同的频率,重复步骤F,获得周期结构的高频特性。

2. 根据权利要求1所述的基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法,其特征在于,步骤C的具体过程为:根据几何结构模型的周期性,将沿着周期结构周期性的方向上仿真区域的初始端面定义为主面,沿着周期结构周期性的方向上仿真区域的最后端面定义为从面;主面与从面的距离为一个空间周期;主面上的场与从面上的场服从周期边界条件;然后,采用四面体网格剖分仿真区域,剖分后的仿真区域被人为分割为多个三维四面体网格,从而将连续的几何结构空间转化为离散的网格空间;此时,主面和从面由一系列离散的面网格单元组成;这里定义附属于主面上的网格单元为主面面网格,附属于从面上的网格单元为从面面网格。

3. 根据权利要求1所述的基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法,其特征在于,步骤D中联合面网格的生成方法包括如下步骤:

1) 将主面面网格和从面面网格进行重叠;

2) 将主面和从面上的面网格重叠后形成的各个不规则多边形内部取点,并将该点和相应不规则多边形的各个顶点连接,将各个不规则多边形重新剖分成多个新的三角形,从而形成主面和从面的联合面网格。

4. 根据权利要求1所述的基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法,其特征在于,步骤E中建立考虑介质损耗和有限电导率导体损耗周期结构高频电路的代数本征方程具体如式(1)所示:

$$\begin{cases} \nabla \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \epsilon_r^* \vec{E} = 0 & \text{in } \Omega \\ Z_s \hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E} = jk_0 \eta_0 \hat{n} \times (\vec{E} \times \hat{n}) & \text{on } \Gamma_{\text{SIBC}} \\ \hat{n} \times \vec{E}_s \times \hat{n} = \hat{n} \times \vec{E}_m \times \hat{n} e^{-rL} & \text{on } \Gamma_{\text{PBC}} \\ \hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E}_s = -(\hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E}_m) e^{-rL} & \text{on } \Gamma_{\text{PBC}} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中第一个式子为频域矢量波动方程,是周期结构有限元仿真中的主方程;其中, Ω 为周期结构的仿真区域空间范围,即为公式(1)的求解域。 ∇ 是矢性偏微分算子符号, μ_r 为求解域 Ω 中介质的相对磁导率, \vec{E} 为求解域 Ω 的电场强度矢量, k_0 为自由空间波数, ϵ_r 为求解域 Ω 中介质的相对介电常数。在考虑介质损耗时, $\epsilon_r = \epsilon' - r(1-j\tan\delta)$ 为复数,

ϵ' 为 ϵ_r 的实部, 通常为不随频率变化的常数。j 为虚数单位符号。 $-j\epsilon'_r \tan \delta$ 为 ϵ_r 的虚部, $\tan \delta$ 是用以描述介质损耗的损耗角正切, 通常随频率升高而增加。

基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法

技术领域

[0001] 本发明属于三维电磁场数值求解的技术领域,具体涉及一种基于非匹配网格的周期结构本征分析方法。

背景技术

[0002] 周期结构在微波管中应用非常广泛,包括波导截面的周期性变化,波导周期加载膜片,周期填充介质等。在微波管中,普遍采用周期结构作为器件的高频电路,形成电子注与高频场相互作用进行能量交换以实现微波振荡或放大的场所。周期结构的高频特性(包括色散特性、阻抗特性与衰减特性)直接影响器件的工作频率、频带宽度、换能效率和输出功率,以及其他一系列整管性能。高精度地获得周期结构的高频特性有着极其重要的意义。

[0003] 目前,利用各种计算电磁学方法对周期结构的高频特性进行仿真分析时,通常利用一定的周期边界条件将仿真区域缩减为一个空间周期,通过对周期结构的一个空间周期进行三维建模和网格划分,在严格要求仿真区域主面和从面上的网格严格匹配的情况下,求解特定边界条件下的麦克斯韦方程组或其等效形式,求出仿真区域内的电磁场分布以及色散、互作用阻抗以及衰减常数等高频特性。

[0004] 当几何结构比较规则,采用简单的结构化网格(如正六面体单元)就能很好地模拟该结构时,上述的模拟方法是完全可行的。但是,当几何结构日益复杂,日益不规则时,必须采用非结构化的网格单元(如四面体单元,三棱柱等)来精确模拟任意几何形状。通常的做法是采用结构化网格来模拟几何结构的规则部分,而采用四面体单元来模拟不规则部分。当引入非结构化的四面体网格进行空间离散时,仿真区域主面与从面网格严格匹配的强制性要求会导致生成的网格质量非常差,甚至无法完成网格划分。仿真区域主面与从面网格匹配的强制性要求也严重限制了高效率和高可靠性的自适应网格技术的应用。

发明内容

[0005] 本发明的目的是为了克服现有的周期结构数值分析方法对主面与从面网格严格匹配的强制性要求,提出了基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法。该方法在对网格划分没有任何特殊限制的条件下,能够精确和高效地求解出周期结构的高频特性。

[0006] 为了实现上述目的,本发明的技术方案是:基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法,包括以下步骤:

[0007] A. 选取特定的具有周期特性的微波管高频电路;

[0008] B. 从步骤A中选取的高频电路中截取一个周期长度的结构进行建模,建立该周期长度的高频结构对应的几何结构模型;

[0009] C. 根据几何结构模型的周期性确定主面和从面,并对所建几何结构模型进行网格划分,将连续的几何结构空间转化为离散的网格空间;

[0010] D. 根据仿真区域主面面网格与从面面网格生成联合面网格;

- [0011] E. 利用有限元法,将麦克斯韦方程组等效的电磁场边值问题在步骤 C 建立的网格空间进行离散,结合步骤 D 建立的联合网格,建立考虑介质损耗和有限电导率导体损耗周期结构高频电路的代数本征方程;
- [0012] F. 给定一个频率,求解步骤 E 所建立的代数本征方程,获得与给定频率相对应的周期结构的相位常数、衰减常数和互作用阻抗;
- [0013] G. 给定不同的频率,重复步骤 F,获得周期结构的高频特性。
- [0014] 本发明的有益效果:利用本发明提出的基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法可以在对网格没有任何限制的条件下,准确快速求解周期结构的高频特性。

附图说明

- [0015] 图 1 是本发明的主流程图。
- [0016] 图 2 是联合网格的构造方法示意图。
- [0017] 图 3 是周期边界主面和从面上的非匹配网格构成的联合网格。
- [0018] 图 4 是典型螺旋线高频电路的色散特性曲线。
- [0019] 图 5 是典型螺旋线高频电路的衰减特性曲线。
- [0020] 图 6 是典型螺旋线高频电路的互作用阻抗特性曲线。

具体实施方式

- [0021] 下面结合附图和具体实施例对本发明作进一步说明。
- [0022] 如图 1 所示,基于非匹配网格的周期结构的三维电磁场仿真模拟方法包括以下步骤:
- [0023] A. 选取特定的具有周期特性的微波管高频电路;
- [0024] 选取特定的具有周期特性的微波管高频电路,如螺旋线高频电路、耦合腔高频电路、折叠波导高频电路等。
- [0025] B. 从步骤 A 中选取的高频电路中截取一个周期长度的结构进行建模,建立该周期长度的结构对应的几何结构模型;
- [0026] 根据高频电路的周期性,通常仅建立一个空间周期几何结构,并引入周期边界条件来仿真整个周期结构高频电路的高频特性。具体的结构建模是电磁场数值计算中的一种公知过程,因此本步骤不再详细描述。
- [0027] C. 根据几何结构模型的周期性确定主面和从面,并对所建几何结构模型进行网格划分,将连续的几何结构空间转化为离散的网格空间;
- [0028] 根据几何结构模型的周期性,将沿着周期结构周期性的方向上仿真区域的初始端面定义为主面,沿着周期结构周期性的方向上仿真区域的最后端面定义为从面。主面与从面的距离为一个空间周期。主面上的场与从面上的场服从周期边界条件。
- [0029] 然后,采用四面体网格剖分仿真区域,剖分后的仿真区域被人为分割为多个三维四面体网格,从而将连续的几何结构空间转化为离散的网格空间。此时,主面和从面由一系列离散的面网格单元组成。这里定义附属于主面上的网格单元为主面面网格,附属于从面上的网格单元为从面面网格。由于四面体网格剖分是有限元方法中的一种公知过程,因此本步骤不再详细描述。

[0030] 与传统的计算电磁学方法分析周期结构要求主面面网格和从面面网格完全匹配不同,这里周期结构的主面面网格和从面面网格没有任何限制,不再强制要求严格匹配。

[0031] D. 根据仿真区域主面面网格和从面面网格生成联合面网格;

[0032] 传统的计算电磁学方法分析周期结构的高频特性通常要求主面面网格和从面面网格完全匹配。在此条件下,根据周期边界条件,从面面网格上的场可由主面面网格上的场直接对应得到。反之,主面面网格上的场也可由从面面网格上的场直接对应得到。因此,在模拟过程中,仅需要引入周期边界条件计算主面面网格上的场或者从面面网格上的场即可。

[0033] 由于在步骤 C 的网格划分中,没有强制要求主面面网格和从面面网格严格匹配,主面面网格上的场与从面面网格上的场不存在直接对应的关系。为了在后续步骤中能够施加周期边界条件,需要根据主面面网格和从面面网格生成联合面网格。下面给出联合面网格的生成方法与步骤。

[0034] 1) 将主面面网格和从面面网格进行重叠;

[0035] 一般情况下,主面上的一个面网格和从面上的一个面网格重叠,重叠部分为一不规则的多边形,如图 2 所示。其中,粗线三角形代表主面上的一个面网格,细线三角形代表一个从面上的面网格,标号 1,2,3,4,5,6 的六个三角形构成的不规则多边形为主面上的一个面网格和从面上的一个面网格重叠相互重叠的部分。

[0036] 与主面上的一个面网格和从面上的一个面网格重叠的情形类似,主面上的所有面网格和从面上的所有面网格重叠将形成大量的不规则多边形。

[0037] 2) 将主面和从面上的面网格重叠后形成的各个不规则多边形内部取点,并将该点和相应不规则多边形的各个顶点连接,将各个不规则多边形重新剖分成多个新的三角形,从而形成主面和从面的联合面网格。

[0038] 在不规则多边形中选取的一点一般尽可能落在多边形的中部,以保证新形成的多个三角形中不出现钝角。一种可取的方案是取相对两个内角的对角线的交点。如图 2 所示,一个不规则多边形被重新划分为标号 1,2,3,4,5,6 的六个三角形。

[0039] 将主面面网格和从面面网格重叠后形成的每一个不规则多边形按照步骤 2) 用三角形剖分后,得到典型的联合面网格示意图,如图 3 所示。显然,联合面网格是对主面或从面更为细致的网格划分。此时,将联合网格中的任一三角形网格单元(如图 3 中的灰色三角形)分别向主面和从面进行投影,就能唯一确定其所属主面上的某个三角形网格和从面上的某个三角形网格。

[0040] E. 利用有限元法,将麦克斯韦方程组等效的电磁场边值问题在步骤 C 建立的网格空间进行离散,结合步骤 D 建立的联合网格,建立考虑介质损耗和有限电导率导体损耗周期结构高频电路的代数本征方程;

[0041] 有限元法是一种众所周知的近似求解数理边值问题的数值技术,在电磁学中的应用已有 40 余年的历史,这里不再赘述。

[0042] 在微波管中,经常采用周期结构作为高频电路,如螺旋线高频电路和耦合腔高频电路。这些周期结构高频电路通常会包含非理想的介质与有限电导率的导体。由于这些非理想的介质和导体的存在,电磁波在周期结构高频电路中传输时会伴随着损耗。这里,直接给出与麦克斯韦方程组等效的,考虑介质损耗和有限电导率导体损耗周期结构高频电路的

电磁场边值问题,如式(1)所示。

$$\begin{aligned} [0043] \quad & \left\{ \begin{array}{ll} \nabla \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \epsilon_r^* \vec{E} = 0 & \text{in } \Omega \\ Z_s \hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E} = jk_0 \eta_0 \hat{n} \times (\vec{E} \times \hat{n}) & \text{on } \Gamma_{SIBC} \\ \hat{n} \times \vec{E}_s \times \hat{n} = \hat{n} \times \vec{E}_m \times \hat{n} e^{-\gamma L} & \text{on } \Gamma_{PBC} \\ \hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E}_s = -(\hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E}_m) e^{-\gamma L} & \text{on } \Gamma_{PBC} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (1)$$

[0044] 式(1)中第一个式子为频域矢量波动方程,是周期结构有限元仿真中的主方程;其中, Ω 为周期结构的仿真区域空间范围,即为公式(1)的求解域。 ∇ 是矢性偏微分算子符号, μ_r 为求解域 Ω 中介质的相对磁导率, \vec{E} 为求解域 Ω 的电场强度矢量, k_0 为自由空间波数, ϵ_r 为求解域 Ω 中介质的相对介电常数。在考虑介质损耗时, $\epsilon_r = \epsilon'_r - j \tan \delta$ 为复数, ϵ'_r 为 ϵ_r 的实部,通常为不随频率变化的常数。 j 为虚数单位符号。 $-j \epsilon'_r \tan \delta$ 为 ϵ_r 的虚部, $\tan \delta$ 是用以描述介质损耗的损耗角正切,通常随频率升高而增加。

[0045] 公式(1)中第二个式子为导体的阻抗边界条件。其中, Γ_{SIBC} 表示阻抗边界; Z_s 为良导体的表面阻抗,满足 $Z_s = (1+j) \sqrt{\pi f \mu / \sigma}$,其中 f 为频率, μ 和 σ 分别为导体的磁导率和有限电导率。 \hat{n} 为边界的外法向单位矢量。 η_0 为自由空间波阻抗。

[0046] 公式(1)中第三和第四式为周期结构的准周期边界条件。 Γ_{PBC} 表示准周期边界, \vec{E}_m 和 \vec{E}_s 分别表示主面和从面上的电场强度;传播常数 $\gamma = \alpha + j \beta$, α 和 β 分别为衰减常数和相位常数; L 为周期结构一个空间周期的长度。第三个式子表示主面和从面上的切向电场满足弗洛奎定理;第四个式子表示主面和从面上的切向磁场满足弗洛奎定理。弗洛奎定理是该领域公知的研究周期结构高频电路的基础定理,它表明,在给定频率下,对确定的电磁波传播模式,沿着周期结构传播的波在任一横截面上的场分布与离该截面一个周期远处的场分布仅仅相差一个复常数因子 $e^{-(\alpha+j\beta)L}$ 。因为主面和从面的空间距离刚好为周期结构的一个空间周期,符合弗洛奎定理。

[0047] 周期边界 Γ_{PBC} 和阻抗边界 Γ_{SIBC} 共同组成求解域 Ω 的外边界。

[0048] 定义矢量任意矢量函数 \vec{u} 和 \vec{v} 的三维内积为 $(\vec{u}, \vec{v})_\Omega = \int_\Omega \vec{u}^* \cdot \vec{v} dV$,对公式(1)中的矢量波动方程和阻抗边界条件选取测试函数 \vec{v} ,依照公知的伽略金有限元法推导过程,得到矢量波动方程与导体的阻抗边界条件的联合伽略金弱形式,如

[0049]

$$(\nabla \times \vec{v}, \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E})_\Omega - k_0^2 (\vec{v}, \epsilon_r^* \vec{E})_\Omega + k_0 \langle \vec{v}, \vec{j}_m \rangle_{\Gamma_m} + k_0 \langle \vec{v}, \vec{j}_s \rangle_{\Gamma_s} + \frac{j k_0 \eta_0}{Z_s} \langle \vec{v}, \hat{n} \times \vec{E} \times \hat{n} \rangle_{\Gamma_{SIBC}} = 0 \quad (2)$$

[0050] 为了在联合面网格的基础上实现周期边界条件,提出了一种等效的二阶 TE 周期边界条件,通过这种新的施加方式去除周期结构主面和从面网格匹配的限制。首先,引入辅助的表面电场强度矢量 \vec{e} 和表面电流密度矢量 \vec{j} ,

$$[0051] \quad \vec{e} = \hat{n} \times (\vec{E} \times \hat{n}) \quad (3)$$

$$[0052] \quad \vec{j} = k_0^{-1} \hat{n} \times \mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E} \quad (4)$$

[0053] 根据公式(1)中电场和磁场的准周期边界条件,经过一系列代数运算,得到其对应的等价形式,如式(5)和式(6)所示。

$$[0054] \quad (k_0 \vec{j}_s + a \vec{e}_s + b \nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_s) = e^{-\gamma L} (-k_0 \vec{j}_m + a \vec{e}_m + b \nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_m) \quad (5)$$

[0055] $(k_0 \vec{j}_m + a\vec{e}_m + b\nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_m) = e^{\gamma L} (-k_0 \vec{j}_s + a\vec{e}_s + b\nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_s)$ (6)

[0056] 公式(5)和公式(6)中, \vec{e}_m 与 \vec{e}_s 分别表示主面与从面上的表面电场强度, \vec{j}_m 和 \vec{j}_s 分别表示主面与从面上的表面电流密度。 $\nabla_\Gamma \times$ 表示表面旋度算子, a 和 b 为待定系数, 这里取为

[0057] $a = -jk_0$ (7)

[0058] $b = \frac{j}{k_0 + \tilde{k}_z}$ (8)

[0059] 其中, $\tilde{k}_z = -j\sqrt{(k_t^{\max})^2 - k_0^2}$, k_t^{\max} 为在给定工作频率和网格尺寸下周期边界上能够支持的最大横向波数。 $k_t^{\max} \approx c\left(\frac{\pi p}{h}\right)$, c 为一常数, 这里取 $c=0.5$; h 为网格最大尺寸, p 为有限元法所选取基函数的阶数。当采用边棱元基函数时, $p=1$; 当采用二阶叠层型矢量基函数时, $p=2$ 。

[0060] 公式(5)和公式(6)中包含了横向电场的高阶项 $\nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_s$ 和 $\nabla_\Gamma \times \nabla_\Gamma \times \vec{e}_m$, 因而能够显著提高周期边界上存在的 TE 调零模式的迭代收敛速度, 因此将该周期边界条件称为二阶 TE 周期边界条件。TE 为电磁场中众所周知的横电模的英文缩写。对 TE 模, 电场仅存在于与电磁波传播方向垂直的横向, 沿电磁波传播方向没有电场分量。

[0061] 要施加二阶 TE 周期边界条件, 需要推导对应伽略金弱形式。对(5)式与(6)式, 分别选取测试函数 \bar{u}_s 与 \bar{u}_m , 按照公知的伽略金有限元法推导过程, 得到式(5)与式(6)对应的伽略金弱形式, 如式(9)与式(10)所示。

[0062]
$$\begin{aligned} & k_0^2 \langle \bar{u}_s, a^{-1} \vec{j}_s \rangle_{\Gamma_s} + k_0 \langle \bar{u}_s, \vec{e}_s \rangle_{\Gamma_s} + k_0 \langle \nabla_\Gamma \times \bar{u}_s, b a^{-1} \nabla_\Gamma \times \vec{e}_s \rangle_{\Gamma_s} \\ & + e^{-\gamma L} k_0^2 \langle \bar{u}_s, a^{-1} \vec{j}_m \rangle_{\Gamma_p} - e^{-\gamma L} k_0 \langle \bar{u}_s, \vec{e}_m \rangle_{\Gamma_p} - e^{-\gamma L} k_0 \langle \nabla_\Gamma \times \bar{u}_s, b a^{-1} \nabla_\Gamma \times \vec{e}_m \rangle_{\Gamma_p} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

[0063]
$$\begin{aligned} & k_0^2 \langle \bar{u}_m, a^{-1} \vec{j}_m \rangle_{\Gamma_m} + k_0 \langle \bar{u}_m, \vec{e}_m \rangle_{\Gamma_m} + k_0 \langle \nabla_\Gamma \times \bar{u}_m, b a^{-1} \nabla_\Gamma \times \vec{e}_m \rangle_{\Gamma_m} \\ & + e^{\gamma L} k_0^2 \langle \bar{u}_m, a^{-1} \vec{j}_s \rangle_{\Gamma_p} - e^{\gamma L} k_0 \langle \bar{u}_m, \vec{e}_s \rangle_{\Gamma_p} - e^{\gamma L} k_0 \langle \nabla_\Gamma \times \bar{u}_m, b a^{-1} \nabla_\Gamma \times \vec{e}_s \rangle_{\Gamma_p} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

[0064] 式(9)与式(10)中关于任意两个矢量函数 \bar{u} 和 \bar{v} 的二维内积定义为 $\langle \bar{u}, \bar{v} \rangle_\Gamma = \int_\Gamma \bar{u}^* \cdot \bar{v} ds$, Γ_s 表示从面, Γ_m 表示主面, Γ_p 表示主面和从面构成的联合面。对于从面上的测试函数与从面上的物理量之间的积分在从面上进行, 主面上的测试函数与主面上的物理量之间的积分在主面上进行。涉及从面上的测试函数与主面上的物理量之间的积分, 以及主面上的测试函数与从面上的物理量之间的积分则在主面与从面构成的联合面上进行。

[0065] 方程式(2)、(9)和(10)构成了周期结构电磁场边值问题的伽略金弱形式。将方程式(2)、(9)和(10)在离散后的计算区域 Ω^h 上进行离散, 得到对应的离散 Galerkin 弱形式如下:

[0066]
$$\begin{aligned} & (\nabla \times \bar{v}^h, \mu_r^{-1} \nabla \times \bar{E}^h)_{\Omega^h} - k_0^2 (\bar{v}^h, \boldsymbol{\varepsilon}_r^* \bar{E}^h)_{\Omega^h} + k_0 \langle \bar{v}^h, \vec{j}_m^h \rangle_{\Gamma_m^h} \\ & + k_0 \langle \bar{v}^h, \vec{j}_s^h \rangle_{\Gamma_s^h} + \frac{j k_0 \eta_0}{Z_s} \langle \bar{v}^h, \hat{n} \times \bar{E}^h \times \hat{n} \rangle_{\Gamma_{SBC}^h} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [0067] \quad & k_0^2 \langle \bar{u}_s^h, a^{-1} \bar{j}_s^h \rangle_{\Gamma_s^h} + k_0 \langle \bar{u}_s^h, \bar{e}_s^h \rangle_{\Gamma_s^h} + k_0 \langle \nabla_{\Gamma} \times \bar{u}_s^h, b a^{-1} \nabla_{\Gamma} \times \bar{e}_s^h \rangle_{\Gamma_s^h} \\ & + e^{-\gamma L} k_0^2 \langle \bar{u}_s^h, a^{-1} \bar{j}_m^h \rangle_{\Gamma_p^h} - e^{-\gamma L} k_0 \langle \bar{u}_s^h, \bar{e}_m^h \rangle_{\Gamma_p^h} - e^{-\gamma L} k_0 \langle \nabla_{\Gamma} \times \bar{u}_s^h, b a^{-1} \nabla_{\Gamma} \times \bar{e}_m^h \rangle_{\Gamma_p^h} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [0068] \quad & k_0^2 \langle \bar{u}_m^h, a^{-1} \bar{j}_m^h \rangle_{\Gamma_m^h} + k_0 \langle \bar{u}_m^h, \bar{e}_m^h \rangle_{\Gamma_m^h} + k_0 \langle \nabla_{\Gamma} \times \bar{u}_m^h, b a^{-1} \nabla_{\Gamma} \times \bar{e}_m^h \rangle_{\Gamma_m^h} \\ & + e^{\gamma L} k_0^2 \langle \bar{u}_m^h, a^{-1} \bar{j}_s^h \rangle_{\Gamma_p^h} - e^{\gamma L} k_0 \langle \bar{u}_m^h, \bar{e}_s^h \rangle_{\Gamma_p^h} - e^{\gamma L} k_0 \langle \nabla_{\Gamma} \times \bar{u}_m^h, b a^{-1} \nabla_{\Gamma} \times \bar{e}_s^h \rangle_{\Gamma_p^h} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

[0069] 形式上, 方程式 (2)、(9) 和 (10) 对应的离散 Galerkin 弱形式与其 Galerkin 弱形式相似, 所有变量通过加上标 h 来区分。其中, Ω^h 为由离散四面体单元构成的仿真区域。 $\Gamma_m^h, \Gamma_s^h, \Gamma_p^h$ 分别表示网格划分后的主面, 从面和联合面。由于没有强制要求主面和从面的网格匹配, Γ_s^h 与 Γ_m^h 的网格划分情况不完全一致。 Γ_p^h 则为 Γ_s^h 与 Γ_m^h 构成的联合网格面。主面, 从面与联合面在几何上完全一致, 仅网格划分情况不同。对公式 (11)、(12) 和 (13) 中涉及的从面上的测试函数与主面上的物理量之间的积分, 以及主面上的测试函数与从面上的物理量之间的积分, 在联合网格面 Γ_p^h 上进行。由于联合网格面上的每一个面网格都能通过投影确定其所属主面上的三角形网格和从面上的三角形网格, 因此不需要额外定义联合网格面上的测试函数和物理量, 而是通过投影用相对应的主面或从面上的基函数与物理量来表示。

[0070] 在每一个离散的四面体单元与主面与从面上的三角形单元内, 各待求物理量可由基函数展开, 求得相应展开系数, 即可得到整个求解域内的场。为此, 将式 (11) 中各四面体单元内的电场强度矢量 \bar{E}^h 用基函数展开, 有

$$[0071] \quad \bar{E}^h = \sum_i \tilde{E}_i \bar{N}_i \quad (14)$$

[0072] 其中, \bar{N}_i 是四面体基函数, \tilde{E}_i 为对应展开系数。关于基函数的选择与确定是有限元法中的公知过程, 这里不再赘述。

[0073] 由于主面与从面网格不匹配, 主面网格与从面网格上的场不存在一一对应的关系, 因此需要将式 (12) 和 (13) 中主面和从面的表面电场强度同时用基函数 \bar{N}_i^m 与 \bar{N}_i^s 展开, 即

$$[0074] \quad \begin{cases} \bar{e}_m^h = \sum_i \tilde{e}_i^m \bar{N}_i^m \\ \bar{e}_s^h = \sum_i \tilde{e}_i^s \bar{N}_i^s \end{cases} \quad (15)$$

[0075] 其中, $\tilde{e}_i^m, \tilde{e}_i^s$ 是对应基函数的展开系数。 \bar{N}_i^m 和 \bar{N}_i^s 通常取为切向连续的二阶叠层型基函数,

[0076] 同理, 将式 (12) 和 (13) 中主面和从面上的表面电流密度同时用基函数 \bar{M}_i^m 与 \bar{M}_i^s 展开, 即

$$[0077] \quad \begin{cases} \bar{j}_m^h = \sum_i \tilde{j}_i^m \bar{M}_i^m \\ \bar{j}_s^h = \sum_i \tilde{j}_i^s \bar{M}_i^s \end{cases} \quad (16)$$

[0078] 其中, \tilde{j}_i^m 及 \tilde{j}_i^s 是对应基函数的展开系数。 \bar{M}_i^m 和 \bar{M}_i^s 通常取为切向不连续的二阶叠层型基函数,

[0079] 显然, 由于四面体基函数 \bar{N}_i , 主面基函数 \bar{N}_i^m 和 \bar{M}_i^m , 以及从面基函数 \bar{N}_i^s 和 \bar{M}_i^s 是事先

确定的,只需要求解得到对应的展开系数,即可由公式(14)、(15)和(16)得到每个网格单元内的场,进而得到整个求解域内的场分布。

[0080] 在式(13)两边同时乘以 $e^{-\gamma L}$,在每一个离散的四面体网格内,依次用所选基函数 $\bar{N}_i^x, \bar{N}_i^m, \bar{N}_i^s, \bar{M}_i^m$ 及 \bar{M}_i^s 替代式(11)、(12)和(13)中的测试函数 $\bar{v}^h, \bar{v}_m^h, \bar{v}_s^h, \bar{u}_s^h$ 及 \bar{u}_m^h ,并将式(14)、(15)和(16)代入到式(11)、(12)和(13),整理得到关于 $e^{-\gamma L} = e^{-(\alpha+j\beta)L}$ 为本征值的大型线性广义本征问题

$$[0081] \quad \mathbf{Ax} = e^{-(\alpha+j\beta)L} \mathbf{Bx} = \lambda \mathbf{Bx} \quad (17)$$

[0082] 其中, λ 称为广义本征问题(17)的特征值, x 称为广义本征问题(17)的特征向量。广义本征方程(17)是在引入联合网格的基础上建立的,成功克服了周期结构传统的电磁场本征数值模拟要求主面和从面网格匹配的限制。展开系数向量 x 包含了周期结构所有四面体网格单元以及主面与从面上各面网格单元内各物理量的展开系数,定义如下

$$[0083] \quad x = [\tilde{E} \quad \tilde{e}^m \quad \tilde{j}^m \quad \tilde{e}^s \quad \tilde{j}^s]^T \quad (18)$$

[0084] 其中, \tilde{E} 为所有四面体网格单元内各基函数展开系数构成的行向量, \tilde{e}^m, \tilde{j}^m 分别是主面上各三角形单元内表面电场强度和表面电流密度对应展开系数构成的行向量。 \tilde{e}^s, \tilde{j}^s 分别是从面上各三角形单元内表面电场强度和表面电流密度对应展开系数构成的行向量。

[0085] 式(17)中, A 和 B 矩阵描述为

$$[0086] \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II} + \mathbf{C}_{II} & \mathbf{K}_{IM} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{MI} & \mathbf{K}_{MM} & \mathbf{T}_{MM}^{ej} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{T}_{MS}^{je} - \mathbf{S}_{MS}^{je} & \mathbf{T}_{MS}^{jj} \\ \mathbf{K}_{SI} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{T}_{SS}^{ej} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_{SS}^{je} + \mathbf{S}_{SS}^{je} & \mathbf{T}_{SS}^{jj} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[0087] \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{MM}^{je} + \mathbf{S}_{MM}^{je} & \mathbf{T}_{MM}^{jj} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{T}_{SM}^{je} - \mathbf{S}_{SM}^{je} & \mathbf{T}_{SM}^{jj} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (20)$$

[0088] 式(19)和式(20)中,分块矩阵 $\mathbf{K}_{II}, \mathbf{K}_{IM}, \mathbf{K}_{MI}, \mathbf{K}_{SI}, \mathbf{K}_{SS}, \mathbf{K}_{IS}$ 可统一描述为

$$[0089] \quad (\mathbf{K}_{XY})_{ij} = (\nabla \times \bar{N}_i^x, \mu_r^{-1} \nabla \times \bar{N}_j^y)_{\Omega^h} - k_0^2 (\bar{N}_i^x, \epsilon_r^* \bar{N}_j^y)_{\Omega^h} \quad (21)$$

[0090] 其中, i 与 j 分别表示分块矩阵的行标与列标。下标 $X, Y \in \{I, M, S\}$, 基函数上标 $x, y \in \{i, m, s\}$ 。 I 与 i 均表示基函数不在周期边界的主面与从面上,而在周期结构的内部。 M 与 m 均表示基函数在周期边界主面上。 S 与 s 则均表示基函数在周期边界从面上。在后续所有表达式中,均遵循这些规定,不再申明。

[0091] 式(19)和式(20)中,分块矩阵 \mathbf{C}_{II} 是满足阻抗边界条件的三角形面元 Γ_{SIBC}^h 上各基函数之间的联系矩阵,定义为

$$[0092] \quad (\mathbf{C}_{II})_{ij} = \frac{jk_0 \eta_0}{Z_s} \langle \bar{N}_i^x, \bar{N}_j^x \rangle_{\Gamma_{SIBC}^h} \quad (22)$$

[0093] 式(19)和式(20)中,分块矩阵 $\mathbf{T}_{MM}^{ej}, \mathbf{T}_{SS}^{ej}$ 分别描述了主面与从面上展开电场强度矢量 \tilde{e} 的基函数 \bar{N}_i^x 与展开表面电流密度矢量 \tilde{j} 的基函数 \bar{M}_j^x 在相应主面和从面上的积分特性,

统一定义为

$$[0094] \quad (\mathbf{T}_{\text{XX}}^{\text{je}})_{ij} = k_0 \cdot \langle \bar{N}_i^x, \bar{M}_j^x \rangle_{\Gamma_z^h} \quad (23)$$

[0095] 其中,下标 X ∈ {M, S}, 基函数上标 x, y ∈ {m, s}。

[0096] 式(19)和式(20)中 $\mathbf{T}_{\text{MM}}^{\text{je}}, \mathbf{T}_{\text{SS}}^{\text{je}}, \mathbf{T}_{\text{MS}}^{\text{je}}, \mathbf{T}_{\text{SM}}^{\text{je}}$ 分别描述了主面,从面与联合面上,展开表面电流密度矢量 \bar{j} 的基函数 \bar{M}_i^x 与展开电场强度矢量 \bar{e} 的基函数 \bar{N}_j^y 在相应面上的积分特性,统一定义为

$$[0097] \quad (\mathbf{T}_{\text{XY}}^{\text{je}})_{ij} = k_0 \cdot \langle \bar{M}_i^x, \bar{N}_j^y \rangle_{\Gamma_z^h} \quad (24)$$

[0098] 式(19)和式(20)中分块矩阵 $\mathbf{T}_{\text{MM}}^{jj}, \mathbf{T}_{\text{SS}}^{jj}, \mathbf{T}_{\text{MS}}^{jj}, \mathbf{T}_{\text{SM}}^{jj}$ 为主面,从面或联合面上展开表面电流密度矢量 \bar{j} 的基函数 \bar{M}_i^x 与 \bar{M}_j^y 按照式(25)建立的联系矩阵:

$$[0099] \quad (\mathbf{T}_{\text{XY}}^{jj})_{ij} = k_0^2 \cdot \langle \bar{M}_i^x, a^{-1} \bar{M}_j^y \rangle_{\Gamma_z^h} \quad (25)$$

[0100] 式(19)和式(20)中,分块矩阵 $\mathbf{S}_{\text{MM}}^{\text{je}}, \mathbf{S}_{\text{SS}}^{\text{je}}, \mathbf{S}_{\text{MS}}^{\text{je}}, \mathbf{S}_{\text{SM}}^{\text{je}}$ 是主面,从面或联合面上,展开表面电流密度矢量 \bar{j} 的基函数 \bar{M}_i^x 与展开电场强度矢量 \bar{e} 的基函数 \bar{N}_j^y 按照式(26)建立的联系矩阵:

$$[0101] \quad (\mathbf{S}_{\text{XY}}^{\text{je}})_{ij} = k_0 \cdot \langle \nabla_{\Gamma} \times \bar{M}_i^x, b a^{-1} \nabla_{\Gamma} \times \bar{N}_j^y \rangle_{\Gamma_z^h} \quad (26)$$

[0102] 式(24)、(25)和(26)中,下标 X, Y ∈ {M, S}, 基函数上标 x, y ∈ {m, s}。当 X=Y=M 时, Γ_z^h 的下标 z=m, 表示积分是在主面网格面上进行。当 X=Y=S 时, z=s, 积分在从面网格面上进行。其他情况下, z=p, 表示积分是在联合网格面上进行。

[0103] F. 给定一个频率,求解步骤 E 所建立的代数本征方程,获得与给定频率相对应的周期结构的相位常数、衰减常数和互作用阻抗;

[0104] 通过步骤 E 建立的线性广义本征方程(17)的矩阵 A 和 B 包含与频率相关的元素,如有限电导率导体的表面阻抗 Z_s ,所以采用指定频率的本征分析方法。首先给定一个频率,确定大型稀疏矩阵 A 和 B,求解对应矩阵本征方程(17),得到本征方程(17)的特征值 λ 与特征向量 x。根据 $\lambda = e^{-(\alpha + j\beta)L}$,即可得到与给定频率相对应的相位常数 β 和衰减常数 α ,即有

$$[0105] \quad \beta = -\frac{1}{L} \operatorname{Im}[\ln(\lambda)] \quad (27)$$

$$[0106] \quad \alpha = -\frac{1}{L} \operatorname{Re}[\ln(\lambda)] \quad (28)$$

[0107] 式(28)(27)中, $\operatorname{Re}(\cdot)$ 与 $\operatorname{Im}(\cdot)$ 分别表示取实部和虚部运算。

[0108] 根据得到的本征方程(17)的特征向量 x,即电场展开系数 x,结合基函数,由公式(14)、(15)和(16)可以得到求解域内的场分布,进而可以由互作用阻抗的定义得到与指定频率 f 相对应的互作用阻抗。由电场分布获得互作用阻抗的过程为本领域的公知过程,因此不再详细描述。

[0109] G. 给定不同的频率,重复步骤 F,获得周期结构的高频特性。

[0110] 指定不同的工作频率,重复步骤 F,得到不同频率对应的相位常数 β ,衰减常数 α 和互作用阻抗,即可得到周期结构的色散特性、衰减特性与互作用阻抗特性。因为色散特性,衰减特性与互作用阻抗特性是通过不同频率对应的相位常数 β ,衰减常数 α 和互作用

阻抗的变化趋势来描述的,如图 4,图 5 与图 6 所示。

[0111] 周期结构的色散特性、衰减特性与互作用阻抗特性分别描述了电磁波在高频结构内传播时的色散,衰减以及与电子注的互作用强弱的特性,统称为周期结构的高频特性。

[0112] 本领域的普通技术人员将会意识到,这里所述的实施例是为了帮助读者理解本发明的原理,应被理解为本发明的保护范围并不局限于这样的特别陈述和实施例。本领域的普通技术人员可以根据本发明公开的这些技术启示做出各种不脱离本发明实质的其它各种具体变形和组合,这些变形和组合仍然在本发明的保护范围内。

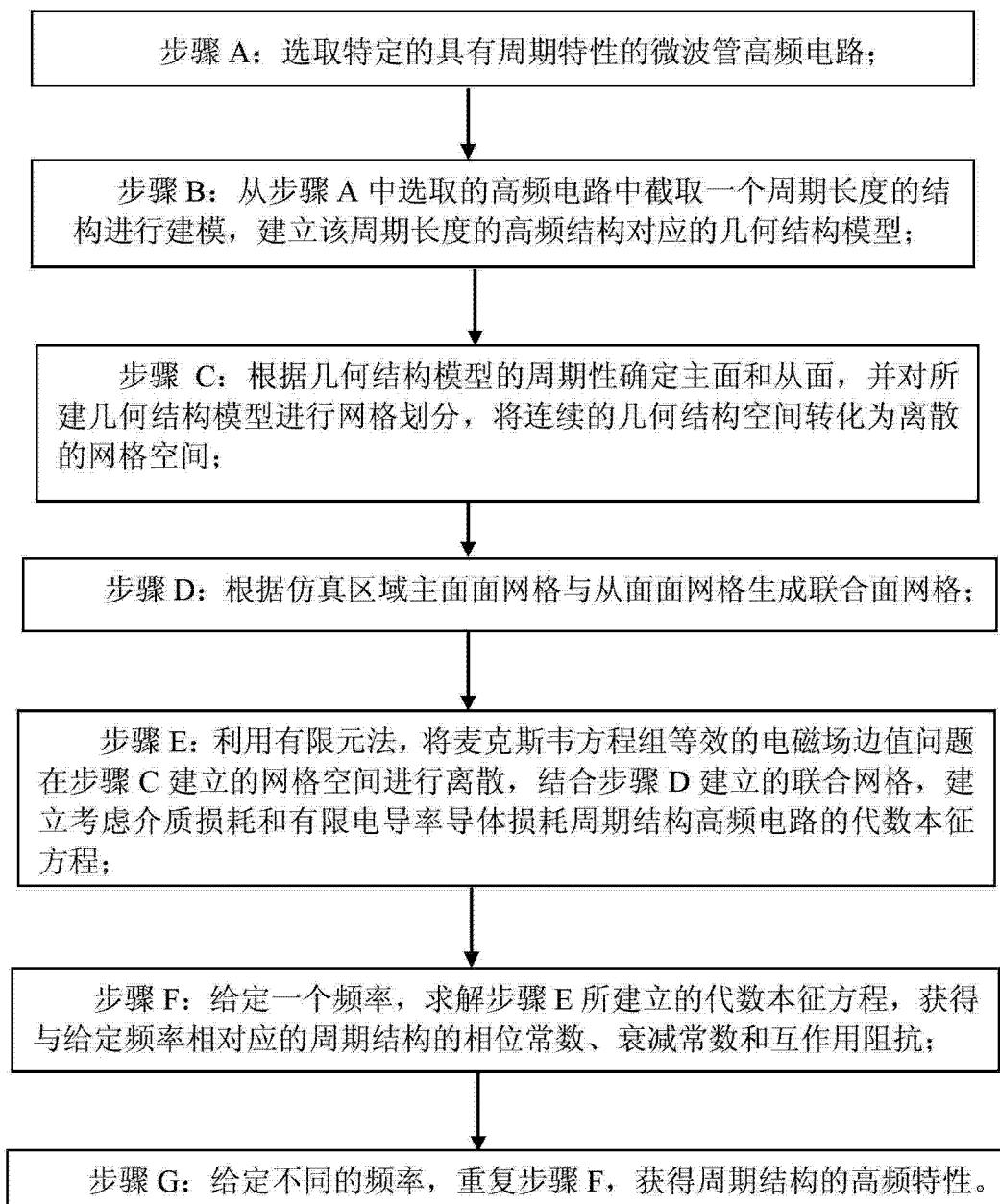


图 1

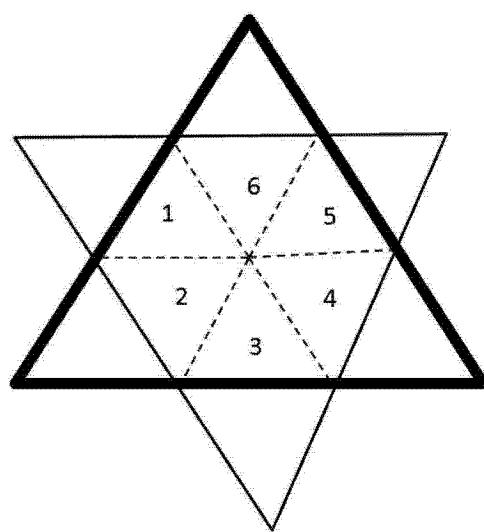


图 2

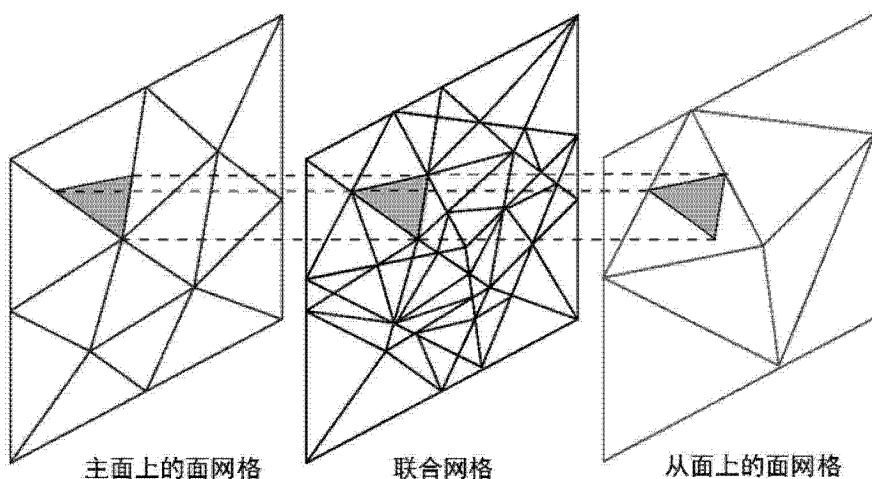


图 3

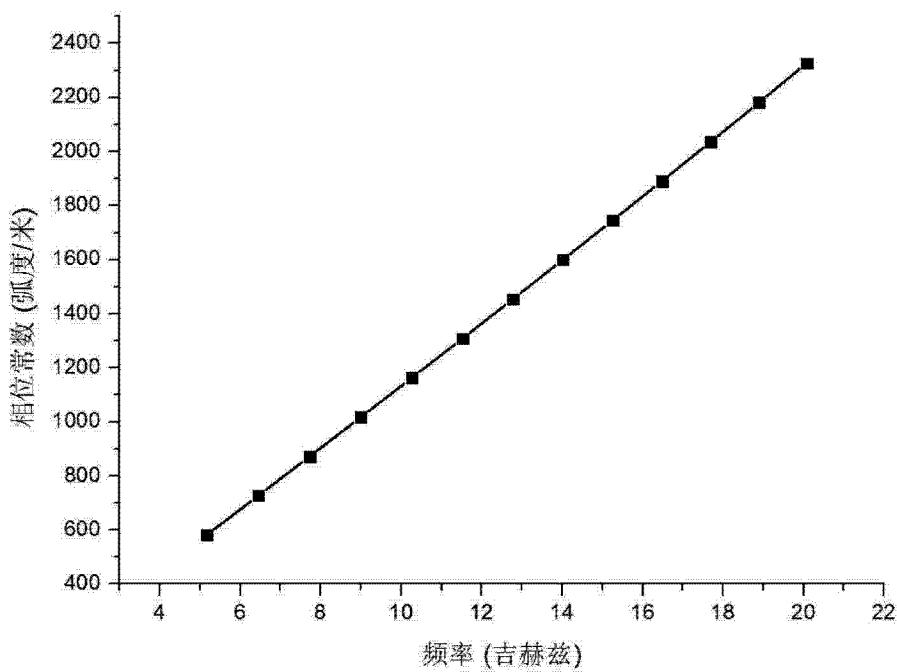


图 4

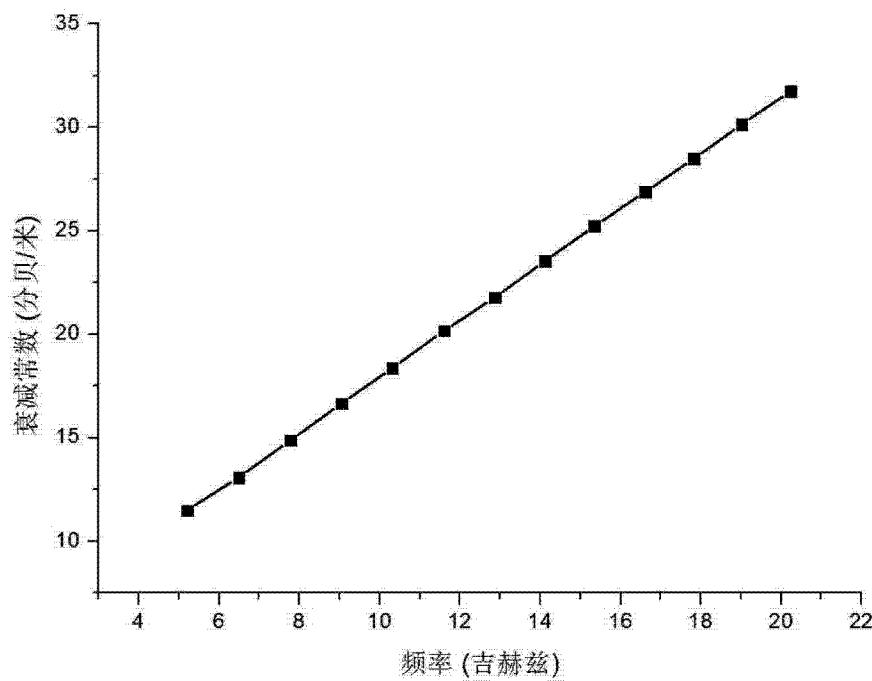


图 5

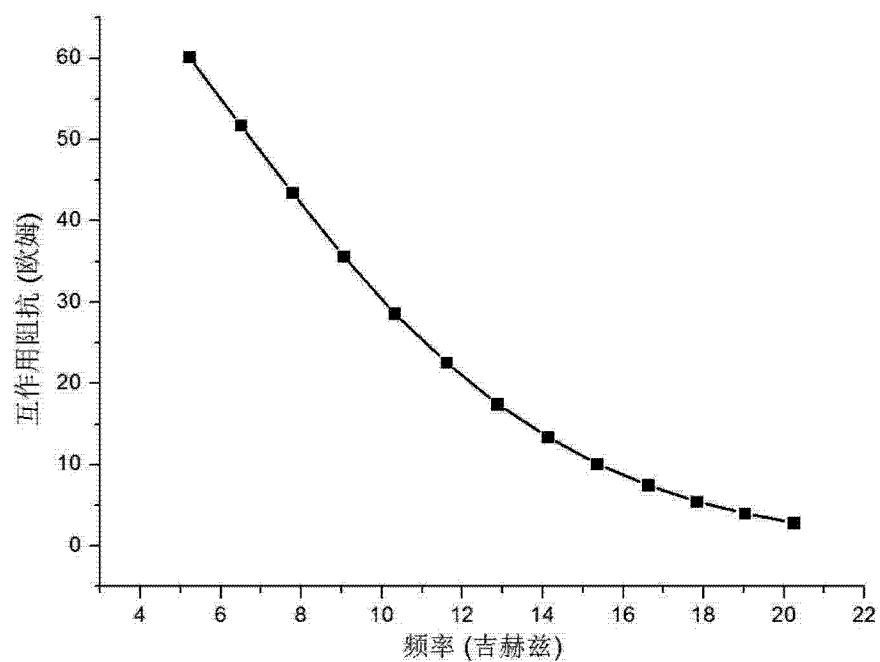


图 6