(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 공개특허공보(A)

(11) 공개번호 10-2009-0070494
(43) 공개일자 2009년07월01일

(51) Int. Cl.
G06Q 40/00 (2006.01)
(21) 출원번호 10-2007-0138520
(22) 출원일자 2007년12월27일
심사청구일자 2007년12월27일

(71) 출원인
고려대학교 산학협력단
서울 성북구 안암동5가1 고려대학교 내
(72) 발명자
위인숙
서울 성북구 안암동5가 1번지 고려대학교
문경숙
경기 성남시 수정구 복정동 경원대학교
김바라
서울특별시 용산구 이촌동 한가람아파트 214-1003
(74) 대리인
현종철

전체 청구항 수 : 총 20 항

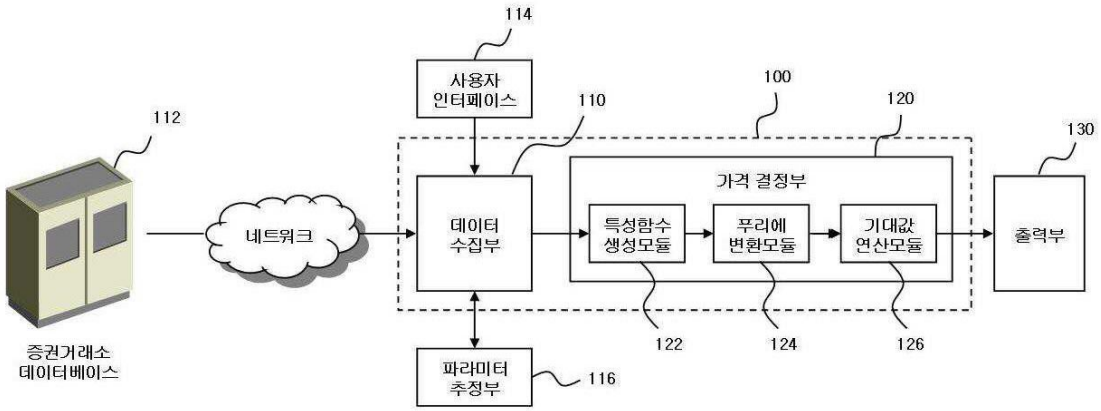
(54) 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및마이크로프로세서

(57) 요 약

본 발명은 헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 한 폐쇄 해를 통해 파워 옵션의 적정 가격을 산출하는 파워 옵션 가격 결정 장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및 마이크로프로세서에 관한 것이다.

본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반하여 파워 옵션의 가격을 결정하는 장치는, 파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터, 상기 파워 옵션의 가격 결정 변수들로서 상기 파워 옵션의 기초자산 가격, 이자율, 행사가격, 및 만기시점을 포함하는 상기 가격 결정 변수들의 값을 나타내는 데이터, 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average), 평균회귀율 상수(constant rate of mean reversion), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient)를 포함하는 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 데이터 소스들로부터 수집하는 데이터 수집부; 및 상기 데이터 수집부를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정하는 가격 결정부를 포함한다.

대 표 도



이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	R0600842
부처명	서울시정개발연구원
연구사업명	전략산업 혁신클러스터 육성 지원사업
연구과제명	동북아금융허브를 위한 파생상품 가격결정모형 개발 및펀드설계
주관기관	기초과학연구소
연구기간	2005년 12월 01일 ~ 2010년 11월 30일

특허청구의 범위

청구항 1

헤스톤 확률 변동성 모형(Heston's stochastic volatility model)에 기반하여 파워 옵션의 가격을 결정하는 장치에 있어서,

파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터, 상기 파워 옵션의 가격 결정 변수들로서 상기 파워 옵션의 기초자산 가격, 이자율, 행사가격, 및 만기시점을 포함하는 상기 가격 결정 변수들의 값을 나타내는 데이터, 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average), 평균회귀율 상수(constant rate of mean reversion), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient)를 포함하는 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 데이터 소스들로부터 수집하는 데이터 수집부; 및

상기 데이터 수집부를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정하는 가격 결정부를 포함하고, 상기 파워 옵션 가격 결정 공식은, 기초자산 가격의 m 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제1 기대값 함수 부분과 상기 기초자산 가격의 0 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제2 기대값 함수 부분으로 나누어 연산하는 파워 옵션 가격 결정 공식으로서, 상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수(payoff function)의 파워(power)로서 m을 취하는 표준 파워 콜옵션(standard power call option)일 경우, 상기 제1 기대값 함수를 통해 구해지는 제1 기대값에서 상기 제2 기대값 함수를 통해 구해지는 제2 기대값과 상기 파워 옵션의 행사가격을 승산한 값을 감산하는 파워 옵션 가격 결정 공식인 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

청구항 2

제1항에 있어서, 상기 가격 결정부는,

헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 특성함수를 구하고 상기 특성함수의 푸리에 변환 결과와 관련하여 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 구성하여 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하도록 하는 상기 파워 옵션 가격 결정 공식에 상기 가격 결정 변수 및 상기 파라미터들의 값을 대입하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

청구항 3

제2항에 있어서, 상기 가격 결정부는,

헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 상기 특성함수를 생성하여 연산을 수행하는 특성함수 생성 모듈;

상기 특성함수 생성 모듈의 연산 결과를 푸리에 변환하는 푸리에 변환 모듈; 및

상기 푸리에 변환 모듈의 푸리에 변환 결과와 관련하여 생성되는 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 통해 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정하는 기대값 연산 모듈을 포함하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

청구항 4

제3항에 있어서,

상기 특성함수($f_m^1(\phi)$)는 하기 수학식 1과 같이 표현되는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

<수학식 1>

$$f_m^1(\phi) = e^{i\phi(r(T-t)+x(t))-i\phi\frac{\rho}{\sigma}(v_t+\kappa^*\theta^*(T-t))} \times e^{(Am(T-t;s_1,s_2)-Am(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2}))v_t+B_m(T-t;s_1,s_2)-B_m(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2})}$$

,where

$$Am(T-t;s_1,s_2) = \frac{s_2(\gamma+\kappa^*)+s_2e^{(T-t)\gamma}(\gamma-\kappa^*)+2s_1(e^{(T-t)\gamma}-1)}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)},$$

and

$$B_m(T-t;s_1,s_2) = \frac{2\theta^*\kappa^*}{\sigma^2}\ln\left[\frac{2\gamma e^{(T-t)(\gamma+\kappa^*)/2}}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)}\right]$$

with

$\kappa^* = \kappa+\lambda$

$\theta^* = \frac{\kappa\theta}{\kappa+\lambda}$

$\lambda = \kappa\sigma$

$\gamma = \sqrt{\kappa^{*2}-2s_1\sigma^2}$

$s_1 = (m+i\phi)(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$

$s_2 = (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma},$

$\widehat{s_1} = m(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$

$\widehat{s_2} = m\frac{\rho}{\sigma}.$

상기 수학식 1에서, m은 상기 파워 옵션의 파워(power), T는 상기 파워 옵션의 만료시점, t는 관측시점, $x(t)$는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 로그수익률, v_t는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 변동성 변수, K는 상기 평균회기율 상수, Θ는 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수, σ는 상기 변동성 변화 상수, 그리고 ρ는 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수를 나타낸다.

청구항 5

제4항에 있어서,

상기 푸리에 변환 결과(F_m^1)는 하기 수학식 2와 같이 표현되는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

<수학식 2>

$$F_m^1 = \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left(f_m^1(\phi)\frac{\exp(-i\phi\ln\widehat{K})}{i\phi}\right)d\phi$$

with $\widehat{K} = K^{\frac{1}{m}}$ for $m > 0$

상기 수학식 2에서 K는 상기 파워 옵션의 행사가격을 나타낸다.

청구항 6

제5항에 있어서,

상기 제1 기대값 함수($C_m(S,v,T-t)$) 및 상기 제2 기대값 함수($C_0(S,v,T-t)$)는 하기 수학식 3과 같이 표현되는

것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

<수학식 3>

$$C_m(S,v,T-t) = e^{(m-1)r(T-t) - m\frac{\rho}{\sigma}(v_t + \kappa^* \theta^*(T-t))} \times S_t^m e^{Am(T-t;\,\widehat{S}_1,\,\widehat{S}_2)v_t + B_m(T-t;\,\widehat{S}_1,\,\widehat{S}_2)} F_m^1 \text{ and,}$$

$$C_0(S,v,T-t) = e^{r(T-t)}F_0^1 \quad \text{with the same } \widehat{K} \text{ as } C_m$$

상기 수학식 3에서 r은 이자율, S_t는 관측시점의 상기 기초자산의 가격을 나타낸다.

청구항 7

제6항에 있어서, 상기 가격 결정부는,

상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수의 파워로서 m을 취하는 파워드 콜옵션(powered call option)일 경우, 하기 수학식 4에 의하여 상기 파워 옵션의 가격(*Powered call*)을 결정하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

<수학식 4>

$$Power\,call = \sum_{j=0}^{m} \binom{m}{j} (-1)^j K^j C_{m-j}(S,v,T-t)$$

청구항 8

제6항에 있어서, 상기 가격 결정부는,

상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수의 파워로서 m을 취하고 상기 파워 옵션의 가격의 상한 값($\overline{C}$)이 존재하는 캡트 파워 콜옵션(capped power call option)일 경우, 하기 수학식 5에 의하여 상기 파워 옵션의 가격(Capped power call)을 결정하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

<수학식 5>

$$Capped\,power\,call = C_m(S,v,T-t) - KC_0(S,v,T-t) - C_m'(S,v,T-t) + (\overline{C}+K)C_0'(S,v,T-t)$$

상기 수학식 5에서 C_m'는 $\widehat{K} = (\overline{C}+K)^{\frac{1}{m}}$ (단, m>0)인 기대값 함수이다.

청구항 9

제1항 내지 제8항 중 어느 한 항에 있어서,

상기 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 장치는, 상기 파라미터들의 값을 추정하기 위해 필요한 데이터를 데이터 소스들로부터 추출하여 상기 파라미터들의 값을 추정하고 추정된 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터로서 상기 데이터 수집부에 제공하는 파라미터 추정부를 더 포함하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치.

청구항 10

데이터 처리 및 연산을 수행할 수 있는 컴퓨터 시스템에서 헤스톤 확률 변동성 모형(Heston's stochastic volatility model)에 기반하여 파워 옵션의 가격을 결정하는 방법에 있어서,

파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터, 상기 파워 옵션의 가격 결정 변수들로서 상기 파워 옵션의 기초자산 가격, 이자율, 행사가격, 및 만기시점을 포함하는 상기 가격 결정 변수들의 값을 나타내는 데이터, 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average), 평균회귀율 상수(constant rate

of mean reversion), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient)를 포함하는 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 데이터 소스들로부터 수집하는 데이터 수집 단계; 및

상기 데이터 수집부를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정하는 가격 결정 단계를 포함하고, 상기 파워 옵션 가격 결정 공식은, 기초자산 가격의 m 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제1 기대값 함수 부분과 상기 기초자산 가격의 0 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제2 기대값 함수 부분으로 나누어 연산하는 파워 옵션 가격 결정 공식으로서, 상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수(payoff function)의 파워(power)로서 m을 취하는 표준 파워 콜옵션(standard power call option)일 경우, 상기 제1 기대값 함수를 통해 구해지는 제1 기대값에서 상기 제2 기대값 함수를 통해 구해지는 제2 기대값과 상기 파워 옵션의 행사가격을 승산한 값을 감산하는 파워 옵션 가격 결정 공식인 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

청구항 11

제10항에 있어서, 상기 가격 결정 단계는,

헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 특성함수를 구하고 상기 특성함수의 푸리에 변환 결과와 관련하여 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 구성하여 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하도록 하는 상기 파워 옵션 가격 결정 공식에 상기 가격 결정 변수 및 상기 파라미터들의 값을 대입하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정하는 단계인 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

청구항 12

제11항에 있어서, 상기 가격 결정 단계는,

헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 상기 특성함수를 생성하여 연산을 수행하는 특성함수 생성 단계;

상기 특성함수 생성 모듈의 연산 결과를 푸리에 변환하는 푸리에 변환 단계; 및

상기 푸리에 변환 단계의 푸리에 변환 결과와 관련하여 생성되는 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 통해 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정하는 기대값 연산 단계를 포함하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

청구항 13

제12항에 있어서,

상기 특성함수($f_m^1(\phi)$)는 하기 수학식 6과 같이 표현되는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

<수학식 6>

$$f_m^1(\phi) = e^{i\phi(r(T-t)+x(t))-i\phi\frac{\rho}{\sigma}(v_t+\kappa^*\theta^*(T-t))} \times e^{(Am(T-t;s_1,s_2)-Am(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2}))v_t+B_m(T-t;s_1,s_2)-B_m(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2})}$$

,where

$$Am(T-t;s_1,s_2) = \frac{s_2(\gamma+\kappa^*)+s_2e^{(T-t)\gamma}(\gamma-\kappa^*)+2s_1(e^{(T-t)\gamma}-1)}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)},$$

and

$$B_m(T-t;s_1,s_2) = \frac{2\theta^*\kappa^*}{\sigma^2}\ln\left[\frac{2\gamma e^{(T-t)(\gamma+\kappa^*)/2}}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)}\right]$$

with

$$\kappa^* = \kappa + \lambda$$
$$\theta^* = \frac{\kappa\theta}{\kappa+\lambda}$$
$$\lambda = \kappa\sigma$$
$$\gamma = \sqrt{\kappa^{*2} - 2s_1\sigma^2}$$
$$s_1 = (m+i\phi)(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma} - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$s_2 = (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma},$$
$$\hat{s_1} = m(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma} - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$\hat{s_2} = m\frac{\rho}{\sigma}.$$

상기 수학식 6에서, m은 상기 파워 옵션의 파워(power), T는 상기 파워 옵션의 만료시점, t는 관측시점, $x(t)$는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 로그수익률, v_t는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 변동성 변수, k는 상기 평균회기율 상수, Θ는 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수, σ는 상기 변동성 변화 상수, 그리고 ρ는 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수를 나타낸다.

청구항 14

제13항에 있어서,

상기 푸리에 변환 결과(F_m^1)는 하기 수학식 7과 같이 표현되는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

<수학식 7>

$$F_m^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left(f_m^1(\phi)\frac{\exp(-i\phi\ln\hat{K})}{i\phi}\right)d\phi$$

with $\hat{K} = K^{\frac{1}{m}}$ for $m > 0$

상기 수학식 7에서 K는 상기 파워 옵션의 행사가격을 나타낸다.

청구항 15

제14항에 있어서,

상기 제1 기대값 함수($C_m(S,v,T-t)$) 및 상기 제2 기대값 함수($C_0(S,v,T-t)$)는 하기 수학식 8과 같이 표현되는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

<수학식 8>

$$C_m(S,v,T-t) = e^{(m-1)r(T-t) - m\frac{\rho}{\sigma}(v_t + \kappa^*\theta^*(T-t))} \times S_t^m e^{Am(T-t;\hat{s}_1,\hat{s}_2)v_t + B_m(T-t;\hat{s}_1,\hat{s}_2)} F_m^1 \text{ and,}$$

$$C_0(S,v,T-t) = e^{r(T-t)}F_0^1 \quad \text{with the same } \hat{K} \text{ as } C_m$$

상기 수학식 8에서 r은 이자율, S_t는 관측시점의 상기 기초자산의 가격을 나타낸다.

청구항 16

제15항에 있어서, 상기 가격 결정 단계는,

상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수의 파워로서 m을 취하는 파워드 콜옵션(powered call option)일 경우, 하기 수학식 9에 의하여 상기 파워 옵션의 가격(*Powered call*)을 결정하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

<수학식 9>

$$Power\,call = \sum_{j=0}^{m} \binom{m}{j} (-1)^j K^j C_{m-j}(S, v, T-t)$$

청구항 17

제15항에 있어서, 상기 가격 결정 단계는,

상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수의 파워로서 m을 취하고 상기 파워 옵션의 가격의 상한 값($\overline{C}$)이 존재하는 캡트 파워 콜옵션(capped power call option)일 경우, 하기 수학식 10에 의하여 상기 파워 옵션의 가격(Capped power call)을 결정하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

<수학식 10>

$$\begin{aligned} Capped\,power\,call = {} & C_m(S,v,T-t) - KC_0(S,v,T-t) \\ & - C_m'(S,v,T-t) + (\overline{C}+K)C_0'(S,v,T-t) \end{aligned}$$

상기 수학식 10에서 C_m'는 $\hat{K} = (\overline{C}+K)^{\frac{1}{m}}$ (단, m>0)인 기대값 함수이다.

청구항 18

제10항 내지 제17항 중 어느 한 항에 있어서,

상기 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 방법은, 상기 파라미터들의 값을 추정하기 위해 필요한 데이터를 데이터 소스들로부터 추출하여 상기 파라미터들의 값을 추정하고 추정된 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터로서 상기 데이터 수집부에 제공하는 파라미터 추정 단계를 더 포함하는 것을 특징으로 하는 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법.

청구항 19

제10항 내지 제17항 중 어느 한 항의 방법을 컴퓨터에서 실행시키기 위한 프로그램이 기록된 기록매체로서 상기 컴퓨터가 판독할 수 있는 기록매체.

청구항 20

데이터 처리 및 연산을 수행할 수 있는 컴퓨터를 제어하는 마이크로프로세서로서 상기 컴퓨터로 하여금 제10항 내지 제17항 중 어느 한 항의 방법을 수행하도록 하는 마이크로프로세서.

명 세 서

발명의 상세한 설명

기 술 분 야

<1> 본 발명은 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및 마이크로프로세서에 관한 것으로서, 더 상세하게는 헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 한 폐쇄 해(closed form solution)를 통해 파워 옵션의 적정 가격을 산출하는 파워 옵션 가격 결정 장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및 마이크로프로세서에 관한 것이다.

배 경 기 술

<2> 기초자산의 가격 변동으로 인한 위험을 회피하기 위해 만들어진 것이 파생상품이다. 대표적인 파생상품으로는 선도, 선문, 옵션, 스왑 등이 있다. 상기 파생상품 중에서 옵션(option)이란 일정한 자산을 미래 약정된 기간이

나 그 이전에 약정된 가격으로 사거나 팔 수 있는 권리를 일정한 수수료를 대가로 사거나 파는 계약을 말한다. 상기 일정한 자산을 기초자산(underlying asset), 상기 약정된 기간을 만기(maturity or expiration date), 상기 약정된 가격을 행사가격 혹은 집행가격(exercise price or strike price), 그리고 상기 일정한 수수료를 프리미엄(premium) 이라고 한다.

<3> 옵션의 종류는 분류방식에 따라 크게 5가지 정도로 분류될 수 있다. 첫째, 권리의 내용에 따라 특정자산을 살 수 있는 권리를 콜옵션(call option), 특정 자산을 팔 수 있는 권리를 풋 옵션(put option)이라 한다. 둘째, 권리의 행사시기에 따라 행사시기를 옵션의 만기일로 제한하는 옵션을 유럽식 옵션(European option), 만기일 전이라도 권리를 행사할 수 있는 옵션을 미국식 옵션(American option)이라 한다. 셋째, 기초자산의 성격에 따라 기초자산이 농/광산물 등의 실물이면 상품옵션(commodity option), 금융상품이면 금융옵션(financial option)이라 한다. 또는, 현물옵션(physical option)과 선물옵션(futures option)으로 나눌 수 있다. 넷째, 거래장소에 따라 정규 거래소에 상장되어 거래되는 경우 장내옵션 또는 거래소옵션(exchange-traded option), 그 밖의 은행이나 증권사 등의 전문 딜러들이 발행하는 경우 장외옵션(over-the-counter option)이라 한다. 다섯째, 내재가치에 따라 권리를 행사할 경우 매수자에게 이익이 발생하는 옵션을 내가격 옵션(In-The-Money; ITM), 대상자산 가격과 권리행사 가격이 같은 옵션을 등가격 옵션(At-The-Money; ATM), 그리고 권리를 행사할 경우 매수자에게 손실이 발생하는 옵션을 외가격옵션(Outof-The-Money)이라 한다.

<4> 한편, 옵션의 가치는 내재가치(intrinsic value)와 시간가치(time value)라는 두 요소로 형성된다. 내재가치는 기초자산 가격과 행사가격의 차이로 결정된다. 콜옵션의 경우 현재 기초자산 가격이 행사가격보다 높으면 내가격(ITM) 상태이고, 풋옵션의 경우 현재 기초자산 가격이 행사가격보다 낮으면 내가격 상태이다. 반대의 경우 외가격 상태이며, 현재 기초자산 가격과 행사 가격이 동등하면 등가격 상태이다. 시간가치는 미래의 기초자산 가격 변화에 대한 기대값을 의미하며, 현재 기초자산 가격과 옵션의 행사가격이 같은 경우에 상대적으로 가장 크다. 따라서, 옵션의 가격은 현재의 기초자산 가격, 옵션의 행사가격, 대상자산 가격의 변동성(volatility), 옵션 만기시점까지의 기간, 및 이자율 등에 의해 결정된다.

<5> 대표적인 옵션 가격 결정 모형으로는 1973년 Black과 Scholes가 발표한 이른바 Black-Scholes 모형을 들 수 있다. Black-Scholes 모형은 가격 형성이 연속적으로 이루어지는 연속 모형으로서 이론가격의 산출을 가능하게 함으로써 옵션 거래에 큰 영향을 끼쳤다. 이후 1978년 Cox, Ross, Rubinstein 등은 옵션의 가격 산출을 보다 직관적으로 살펴 볼 수 있는 이른바 이항(binomial) 모형을 발표하였다. 이항 모형은 실제적으로는 블랙과 숄즈가 이용했던 커버된 콜옵션 전략(Covered Call Strategy)의 본질을 그대로 이용하고 있다. 다만, 일반 투자자들이 상기 모형들을 통해 옵션 가격이 어떻게 도출되는가를 이해하기는 어렵기 때문에 단지 상기 모형들의 결과들만이 옵션의 가치를 평가하는데 사용된다. 하지만, 이전의 모형들은 객관적이지 못한 투입변수에 의해 결정되기 때문에 실제 시장 상황에서 응용성이 없었던 반면, Black-Scholes 모형은 객관적인 투입변수를 사용함으로써 실제 시장에서 이용될 수 있는 매우 유용한 결과를 제시하기 때문에 여전히 옵션 가격을 산출하는데 일반적으로 사용되고 있다. 하지만 Black-Scholes 모형은 변동성 스마일(volatility smile) 등 가격산출에 약점이 있다.

<6> 이러한 Black-Scholes 모형의 약점을 극복하고자 Heston 모형과 Stein-Stein 모형 등이 개발되었다. Heston 모형의 경우 1993년에 바닐라 유럽식 옵션(Vanilla European option)의 적정한 가격 결정 공식이 개발되었고, Stein-Stein 모형의 경우에도 1999년 Schoebel과 Zhu에 의하여 correlated Stein-Stein 모형으로 바닐라 유럽식 옵션의 적정한 가격 결정 공식이 개발되었으나, 파워 옵션의 가격 결정 공식은 지금까지 알려져 있지 않다. 파워 옵션의 가격 결정과 관련하여서는 Monte Carlo Simulation 등 수치적 근사값을 구하는 방법만이 존재하는 실정이다. 그 결과, 파워 옵션의 적정한 가격의 근사치를 구하기 위해서는 시뮬레이션에 의존할 수밖에 없기 때문에 많은 컴퓨팅 시간과 컴퓨팅 파워가 소비된다는 문제점이 있다.

발명의 내용

해결 하고자하는 과제

<7> 따라서, 본 발명이 이루고자 하는 첫 번째 기술적 과제는, 적은 컴퓨팅 시간 및 파워로 시장 가격에 근접한 파워 옵션 가격을 결정하는 헤스톤 모형 기반의 파워 옵션 가격 결정 장치를 제공하는 것이다.

<8> 본 발명이 이루고자 하는 두 번째 기술적 과제는, 컴퓨터상에서 적은 컴퓨팅 시간 및 파워로 시장 가격에 근접한 파워 옵션 가격을 결정하는 헤스톤 모형 기반의 파워 옵션 가격 결정 방법을 제공하는 것이다.

<9> 본 발명이 이루고자 하는 세 번째 기술적 과제는, 컴퓨터상에서 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기

반한 파워 옵션 가격 결정 방법을 수행하는 프로그램이 기록된 기록매체를 제공하는 것이다.

<10> 본 발명이 이루고자 하는 네 번째 기술적 과제는, 컴퓨터로 하여금 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법을 수행하도록 하는 마이크로프로세서를 제공하는 것이다.

과제 해결수단

<11> 상기와 같은 첫 번째 기술적 과제를 해결하기 위하여, 헤스톤 확률 변동성 모형(Heston's stochastic volatility model)에 기반하여 파워 옵션의 가격을 결정하는 장치로서, 파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터, 상기 파워 옵션의 가격 결정 변수들로서 상기 파워 옵션의 기초자산 가격, 이자율, 행사가격, 및 만기시점을 포함하는 상기 가격 결정 변수들의 값을 나타내는 데이터, 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average), 평균회귀율 상수(constant rate of mean reversion), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient)를 포함하는 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 데이터 소스들로부터 수집하는 데이터 수집부; 및 상기 데이터 수집부를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정하는 가격 결정부를 포함하고, 상기 파워 옵션 가격 결정 공식은, 기초자산 가격의 m 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제1 기대값 함수 부분과 상기 기초자산 가격의 0 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제2 기대값 함수 부분으로 나누어 연산하는 파워 옵션 가격 결정 공식으로서, 상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수(payoff function)의 파워(power)로서 m을 취하는 표준 파워 콜옵션(standard power call option)일 경우, 상기 제1 기대값 함수를 통해 구해지는 제1 기대값에서 상기 제2 기대값 함수를 통해 구해지는 제2 기대값과 상기 파워 옵션의 행사가격을 승산한 값을 감산하는 파워 옵션 가격 결정 공식인 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치를 제공한다.

<12> 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 가격 결정부는 헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 특성함수를 구하고 상기 특성함수의 푸리에 변환 결과와 관련하여 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 구성하여 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하도록 하는 상기 파워 옵션 가격 결정 공식에 상기 가격 결정 변수 및 상기 파라미터들의 값을 대입하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정한다.

<13> 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 가격 결정부는 헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 상기 특성함수를 생성하여 연산을 수행하는 특성함수 생성 모듈; 상기 특성함수 생성 모듈의 연산 결과를 푸리에 변환하는 푸리에 변환 모듈; 및 상기 푸리에 변환 모듈의 푸리에 변환 결과와 관련하여 생성되는 상기 제1 기대값 함수 및 상기 제2 기대값 함수를 통해 상기 제1 기대값 및 상기 제2 기대값을 연산하여 상기 파워 옵션의 상기 가격을 결정하는 기대값 연산 모듈을 포함할 수 있다.

<14> 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 특성함수($f_m^1(\phi)$)는 하기 수학식,

<15>
$$f_m^1(\phi) = e^{i\phi(r(T-t)+x(t))-i\phi\frac{\rho}{\sigma}(v_t+\kappa^*\theta^*(T-t))} \times e^{(Am(T-t;s_1,s_2)-Am(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2}))v_t+B_m(T-t;s_1,s_2)-B_m(T-t;\widehat{s_1},\widehat{s_2})}$$

,where

$$Am(T-t;s_1,s_2) = \frac{s_2(\gamma+\kappa^*)+s_2e^{(T-t)\gamma}(\gamma-\kappa^*)+2s_1(e^{(T-t)\gamma}-1)}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)},$$

and

<16>
$$B_m(T-t;s_1,s_2) = \frac{2\theta^*\kappa^*}{\sigma^2}\ln\left[\frac{2\gamma e^{(T-t)(\gamma+\kappa^*)/2}}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2+\gamma-\kappa^*+e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)}\right]$$

with

$$\kappa^* = \kappa + \lambda$$
$$\theta^* = \frac{\kappa\theta}{\kappa+\lambda}$$
$$\lambda = \kappa\sigma$$
$$\gamma = \sqrt{\kappa^{*2} - 2s_1\sigma^2}$$
$$s_1 = (m+i\phi)\left(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$s_2 = (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma},$$
$$\hat{s_1} = m\left(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$\hat{s_2} = m\frac{\rho}{\sigma}.$$

<17>

<18> 으로 표현될 수 있다. 상기 수학식에서, m은 상기 파워 옵션의 파워(power), T는 상기 파워 옵션의 만료시점, t는 관측시점, $x(t)$는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 로그수익률, v_t는 관측시점의 상기 기초자산 가격의 변동성 변수, k는 상기 평균회기율 상수, θ는 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수, σ는 상기 변동성 변화 상수, 그리고 ρ는 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수를 나타낸다.

<19> 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 푸리에 변환 결과(F_m^1)는 하기 수학식

$$F_m^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left(f_m^1(\phi)\frac{\exp(-i\phi\ln\hat{K})}{i\phi}\right)d\phi$$

<20>

<21> with $\hat{K} = K^{\frac{1}{m}}$ for $m > 0$

<22> 으로 표현될 수 있다. 상기 수학식에서 K는 상기 파워 옵션의 행사가격을 나타낸다.

<23> 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 제1 기대값 함수($C_m(S,v,T-t)$) 및 상기 제2 기대값 함수($C_0(S,v,T-t)$)는 하기 수학식,

$$C_m(S,v,T-t) = e^{(m-1)r(T-t) - m\frac{\rho}{\sigma}(v_t + \kappa^*\theta^*(T-t))} \times S_t^m e^{Am(T-t;\hat{S}_1,\hat{S}_2)v_t + B_m(T-t;\hat{S}_1,\hat{S}_2)} F_m^1 \text{ and,}$$

<24>

<25> $$C_0(S,v,T-t) = e^{r(T-t)}F_0^1 \quad \text{with the same } \hat{K} \text{ as } C_m$$

<26> 으로 표현될 수 있다. 상기 수학식에서 r은 이자율, S_t는 관측시점의 상기 기초자산의 가격을 나타낸다.

<27> 상기와 같은 두 번째 기술적 과제를 해결하기 위하여, 데이터 처리 및 연산을 수행할 수 있는 컴퓨터 시스템에서 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반하여 파워 옵션의 가격을 결정하는 방법으로서, 파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터, 상기 파워 옵션의 가격 결정 변수들로서 상기 파워 옵션의 기초자산 가격, 이자율, 행사가격, 및 만기시점을 포함하는 상기 가격 결정 변수들의 값을 나타내는 데이터, 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average), 평균회귀율 상수(constant rate of mean reversion), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient)를 포함하는 상기 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 데이터 소스들로부터 수집하는 데이터 수집 단계; 및 상기 데이터 수집부를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정하는 가격 결정 단계를 포함하고, 상기 파워 옵션 가격 결정 공식은, 기초자산 가격의 m 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제1 기대값 함수 부분과 상기 기초자산 가격의 0 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제2 기대값 함수 부분으로 나누어 연산하는 파워 옵션 가격 결정 공식으로서, 상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수(payoff function)의 파워(power)로서

m을 취하는 표준 파워 콜옵션(standard power call option)일 경우, 상기 제1 기대값 함수를 통해 구해지는 제1 기대값에서 상기 제2 기대값 함수를 통해 구해지는 제2 기대값과 상기 파워 옵션의 행사가격을 승산한 값을 감산하는 파워 옵션 가격 결정 공식인 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법을 제공한다.

<28> 상기와 같은 세 번째 기술적 과제를 해결하기 위하여, 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법을 컴퓨터에서 실행시키기 위한 프로그램이 기록된 기록매체로서 상기 컴퓨터가 판독할 수 있는 기록매체를 제공한다.

<29> 상기와 같은 네 번째 기술적 과제를 해결하기 위하여, 데이터 처리 및 연산을 수행할 수 있는 컴퓨터를 제어하는 마이크로프로세서로서 상기 컴퓨터로 하여금 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법을 수행하도록 하는 마이크로프로세서를 제공한다.

효 과

<30> 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및 마이크로프로세서는 파워 옵션 가격을 결정하는데 필요한 컴퓨팅 시간 및 파워를 감소시키고, 적정한 파워 옵션 가격을 제공한다는 이점을 제공한다.

발명의 실시를 위한 구체적인 내용

<31> 본 발명에 관한 구체적인 내용의 설명에 앞서 이해의 편의를 위해 본 발명에 적용될 수 있는 파워 옵션 가격 결정 공식을 유도 및 증명한다.

<32> 이하에서, 언급되는 변수들을 간단히 설명하면, $\{S_t\}_{t\geq 0}$는 관측시점 t에서의 기초자산 가격, r은 무위험 이자율, v_t는 관측시점 t에서의 변동성 변수, W_t는 기초자산의 가격과 관계한 브라운 운동(Brownian motion), Z_t는 변동성 변수와 관계한 브라운 운동, 그리고 ρ는 기초자산 가격과 변동성 변수의 상관계수를 나타낸다.

<33> 헤스톤 확률 변동성 모형(Heston's stochastic volatility model)은 기초자산 가격 S_t에 대해 하기 수학식 1과 같은 확률 미분방정식을 가정한 모델이다.

수학식 1

<34> $$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t}\, S_t d W_t ,$$

<35> $$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}\, dZ_t$$

<36> 상기 수학식 1에서 θ는 변동성 변수 v_t의 롱런 평균 상수(constant long-run average)를, 그리고 σ는 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility)를 나타낸다(이하 동일). 또한, 상기 두 개의 브라운 운동 W_t 및 Z_t가 연관(correlation)을 갖는다고 가정한다. 즉, $dW_t dZ_t = \rho dt$를 가정한다. 따라서, 위험-중립성 마팅게일 측도(risk-neutralized martingale measure) 하에서 기초자산 가격은 하기 수학식 2와 같은 확률 방정식을 만족한다고 가정한다.

수학식 2

$$dS_t = rS_t dt + \sqrt{v_t}\, S_t d W_t$$

$$dv_t = \kappa^*(\theta^* - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}\, dZ_t$$

<37> $$\text{where} \quad \kappa^* = \kappa + \lambda,\ \theta^* = \frac{\kappa\theta}{\kappa+\lambda},\ d W_t\, dZ_t = \rho\, dt$$

<38> 유럽식 옵션의 일종인 파워 옵션은, 기초자산 가격과 행사가격(strike price)과의 차이에 의해 이득(payoff)이 결정되는 바닐라 옵션과는 달리 기초자산 가격의 승수(power)와 관련하여 결정된다. 파워 옵션의 종류는 크게 표준 파워 옵션(standard power option)과 파워드 옵션(powered option)으로 나눌 수 있다. 상기 표준 파워 옵션의 이득은 소정의 승수 m으로 증가하는 기초자산 가격에 의존한다. 즉, 표준 파워 옵션의 이득 함수는

$\max(S_T^m-K,0)$ 이다. 여기서, S_T는 만기시점의 기초자산 가격이고, K는 만기시점 T의 행사가격이다(이하 동일). 이에 대해, 상기 파워드 옵션의 이득은 표준 이득이 소정의 승수 m로 증가하는 을 지닌다. 즉 파워드 옵션의 이득 함수는 $\max(S_T-K,0)^m$ 이다.

<39> 우선, 표준 파워 콜옵션 가격 결정 공식을 유도한다.

<40> 표준 파워 콜옵션 가격 결정 공식은 하기 수학식 3과 같이 나타낼 수 있다.

수학식 3

$$\begin{aligned} Power\,call &= E^Q[e^{-r(T-t)}\max(S_T^m-K,0)|F_t] \\ &= E^Q[e^{-r(T-t)}S_T^m 1_{\{S_T^m>K\}}|F_t]-KE^Q[e^{-r(T-t)}1_{\{S_T^m>K\}}|F_t] \\ &= C_m(S,v,T-t)-KC_0(S,v,T-t) \end{aligned}$$

<41>

<42> 상기 수학식 3에서 승수 m은 0보다 큰 상수이다. 상기 수학식 3과 같이, 파워 콜옵션의 경우 기초자산 가격의 m 차승값을 포함하는 이득에 관한 기대값 함수(C_m) 부분과 기초자산 가격의 0 차승값을 포함하는 이득에 관한 기대값 함수(C_0) 부분으로 나누어서 계산한다. 즉, cash-or-nothing call option과 asset-or-nothing call option의 차이를 이용하여 파워 콜옵션의 가격을 계산할 수 있다. 상기 수학식 3에서 기초자산 가격의 m 차승값을 포함하는 이득에 관한 기대값 함수(C_m)를 계산하면, 기초자산 가격의 0 차승값을 포함하는 이득에 관한 기대값 함수(C_0)는 쉽게 구해질 수 있다. 상기 수학식 3과 같이 분리된 파워 콜옵션 가격 공식의 각 항을 계산하면 하기 수학식 4와 같다.

수학식 4

$$\begin{aligned} C_m(S,v,T-t) &= e^{(m-1)r(T-t)-m\frac{\rho}{\sigma}(v_t+\kappa^*\theta^*(T-t))} \\ &\quad \times S_t^m e^{Am(T-t;\,\widehat{S}_1,\,\widehat{S}_2)v_t+B_m(T-t;\,\widehat{S}_1,\,\widehat{S}_2)}F_m^1, \end{aligned}$$

<43>

$$C_0(S,v,T-t) = e^{r(T-t)}F_0^1 \quad \text{with the same } \hat{K} \text{ as } C_m$$

<44>

<45> 상기 수학식 4에서 사용된 F_m^1 과 F_0^1 는 만기시점의 기초자산 가격(S_T)이 소정의 행사가격의 m차 제곱근 $\hat{K}=K^{1/m}$ 보다 커지는 확률을 나타낸다. 즉, 하기 수학식 5를 만족한다.

수학식 5

$$F_m^1 =: F^{Q_m^1} = Q_m^1(S_T>\hat{K})$$

<46>

<47> 이하, 상기 수학식 4의 기대값 함수 C_m의 유도과정을 증명한다. 우선 하기 수학식 6과 같이 Randon-Nikodym 도함수에 의해 뉴메레르(numeraire) 교환을 적용한다.

수학식 6

$$\frac{dQ^*}{dQ} = e^{m\int_0^T\sqrt{v_s}dW_s-\int_0^T\frac{1}{2}m^2v_sds} =: \xi_T$$

<48>

<49> 기초자산 가격 S_t는 상기 수학식 2를 만족하므로, 하기 수학식 7을 얻을 수 있다.

수학식 7

$$S_T^m = S_t^m \exp\left(m\int_t^T (r-\frac{1}{2}v_s)ds + m\int_t^T \sqrt{v_s}dW_s\right)$$
$$= S_t^m \exp(mr(T-t))\exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds\right)\ \frac{\xi_T}{\xi_t}$$

<50>

<51> 따라서, C_m을 하기 수학식 8과 같이 나타낼 수 있다.

수학식 8

$$C_m(S,v,T-t) = E^Q[e^{-r(T-t)}S_T^m \mathbf{1}_{\{S(T)>\hat{K}\}}|\mathcal{F}_t]$$
$$= E^{Q^*}[e^{(m-1)r(T-t)}S_t^m e^{\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds}\mathbf{1}_{\{S(T)>\hat{K}\}}|\mathcal{F}_t]$$
$$= e^{(m-1)r(T-t)}S_t^m E^{Q^*}[e^{\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds}\mathbf{1}_{\{S(T)>\hat{K}\}}|\mathcal{F}_t]$$

<52>

<53> 이제 A가 $\mathcal{F}_T$의 원소일 때, $\mathcal{F}_T$상의 측도(measure) Q_m^1을 정의하면 하기 수학식 9와 같다.

수학식 9

$$E^{Q_m^1}[\mathbf{1}_A] = \frac{E^{Q^*}[\mathbf{1}_A \exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds\right)|\mathcal{F}_t]}{E^{Q^*}[\exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds\right)|\mathcal{F}_t]}$$

<54>

<55> 따라서, C_m을 하기 수학식 10과 같이 나타낼 수 있다.

수학식 10

$$C_m(S,v,T-t) = e^{(m-1)r(T-t)}S_t^m E^{Q^*}[e^{\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds}\mathbf{1}_{\{S(T)>\hat{K}\}}|\mathcal{F}_t]$$
$$= e^{(m-1)r(T-t)}S_t^m E^{Q^*}[e^{\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds}|\mathcal{F}_t]Q_m^1(S_T>\hat{K})$$

<56>

<57> 기초자산 가격의 로그값을 $x(t)=\ln S(t)$라 하면, 상기 수학식 2의 확률미분방정식은 하기 수학식 11과 같이 표현될 수 있다.

수학식 11

$$dx(t) = (r-\frac{1}{2}v_t)dt + \sqrt{v_t}dW_t$$

<58>

<59> 이제, 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 특성함수 $f_m^1(\phi)$를 하기 수학식 12와 같이 정의한다.

수학식 12

$$f_m^1(\phi) = E^{Q_m^1}[e^{i\phi x_T}]$$
$$= \frac{E^{Q^*}[\exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds + i\phi x_T\right)|\mathcal{F}_t]}{E^{Q^*}[\exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds\right)|\mathcal{F}_t]}$$

<60>

<61> 상기 확률 F_m^1을 푸리에 역변환(Fourier inverse transform) 공식을 사용하면, 하기 수학식 13과 같이 나타낼 수 있다.

수학식 13

$$F_m^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left(f_m^1(\phi)\frac{\exp(-i\phi \ln \hat{K})}{i\phi}\right)d\phi.$$

<62>

<63> 상기 수학식 6에서, Re()는 괄호 안의 실수부 값을 나타내는 함수이다.

<64> 기초자산 가격이 상기 수학식 2를 만족하므로, 상수 m에 대하여 상기 특성함수 $f_m^1(\phi)$를 Q^* 상에서 정의된 기대값에서 하기 수학식 14와 같이 Q 상의 기대 값으로 나타낼 수 있다.

수학식 14

$$E^{Q^*}[\exp\left(\int_t^T \frac{1}{2}m(m-1)v_s ds + i\phi x_T\right)|\mathcal{F}_t]$$

<65>
$$= e^{i\phi(x_t + r(T-t)) - (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma}(v(t)+k^*\theta^*(T-t)}E^Q[e^{s_2 v(T)}e^{s_1\int_t^T v_s ds}|\mathcal{F}_t],$$

where

<66>
$$s_1 = (m+i\phi)(\frac{k^*\rho}{\sigma} - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}(m+i\phi)^2(1-\rho^2), \qquad s_2 = (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma}$$

<67> 상기 수학식 14의 Q 상의 기대값을 Feynman-Kac 정리를 이용하여 편미분 방정식으로 나타내면 하기 수학식 15와 같다.

수학식 15

<68> $y(v, T-t) = E^Q[e^{s_2 v(T)}e^{s_1\int_t^T v_s ds}|\mathcal{F}_t]$ 일 때,

<69>
$$\frac{\partial y}{\partial t} + k^*(\theta^* - v)\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + s_1 v y = 0$$

<70> 상기 편미분 방정식의 초기 상태는 $y(v,0) = e^{s_2 v}$ 이다. 상기 편미분 방정식의 해를 지수함수 꼴로 나타내면 하기 수학식 16과 같다.

수학식 16

<71> $$y(v, T-t) = e^{A_m(T-t)v + B_m(T-t)}$$

<72> 상기 지수함수의 상미분 방정식으로 나타낸 후 함수 A_m 및 B_m을 계산하면 하기 수학식 17과 같다.

수학식 17

$$A_m(T-t; s_1, s_2) = \frac{s_2(\gamma+\kappa^*) + s_2 e^{(T-t)\gamma}(\gamma-\kappa^*) + 2s_1(e^{(T-t)\gamma}-1)}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2 + \gamma - \kappa^* + e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)},$$

and

$$B_m(T-t; s_1, s_2) = \frac{2\theta^*\kappa^*}{\sigma^2}\ln\left[\frac{2\gamma e^{(T-t)(\gamma+\kappa^*)/2}}{-s_2(e^{(T-t)\gamma}-1)\sigma^2 + \gamma - \kappa^* + e^{(T-t)\gamma}(\gamma+\kappa^*)}\right]$$

with

<73>
$$\gamma = \sqrt{\kappa^{*2} - 2s_1\sigma^2}$$

<74> 따라서, 상기 특성함수 $f_m^1(\phi)$는 하기 수학식 18과 같이 표현될 수 있다.

수학식 18

$$f_m^1(\phi) = e^{i\phi(r(T-t)+x(t))-i\phi\frac{\rho}{\sigma}(v_t+\kappa^*\theta^*(T-t))}$$

<75> $$\times e^{(Am(T-t;s_1,s_2)-Am(T-t;\hat{s_1},\hat{s_2}))v_t+B_m(T-t;s_1,s_2)-B_m(T-t;\hat{s_1},\hat{s_2})}$$

with

$$\kappa^* = \kappa+\lambda$$
$$\theta^* = \frac{\kappa\theta}{\kappa+\lambda}$$
$$\lambda = \kappa\sigma$$
$$\gamma = \sqrt{\kappa^{*2}-2s_1\sigma^2}$$
$$s_1 = (m+i\phi)(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$s_2 = (m+i\phi)\frac{\rho}{\sigma},$$
$$\hat{s_1} = m(\frac{\kappa^*\rho}{\sigma}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}m^2(1-\rho^2),$$
$$\hat{s_2} = m\frac{\rho}{\sigma}.$$

<76>

<77> 결론적으로, 파워 콜옵션 가격 공식의 각 항을 계산하면 상기 수학식 4와 같다.

<78> 파워 콜옵션이 상한값 $\overline{C}$가 정해진 캡드 파워 옵션(capped power option)인 경우, 즉 이득함수가 $\min(\max(S_T^m-K,0),\overline{C})$인 캡드 파워 옵션인 경우 헤스톤 확률 변동성 모형 하에서 가치는 하기 수학식 19로 표현될 수 있다.

수학식 19

$$\begin{aligned} Capped\ power\ call &= E^Q[e^{-r(T-t)}\min(\max(S_T^m-K,0),\overline{C})|\mathcal{F}_t] \\ &= E^Q[e^{-r(T-t)}(S_T^m-K)\mathbf{1}_{\{S_T^m>K\}}|\mathcal{F}_t] \\ &\quad - E^Q[e^{-r(T-t)}(S_T^m-(\overline{C}+K))\mathbf{1}_{\{S_T^m>\overline{C}+K\}}|\mathcal{F}_t] \end{aligned}$$

<79>

<80> 위에서 설명한 표준 파워 콜옵션 가격 결정 공식을 이용하면, 캡드 파워 콜옵션의 가격 결정 공식은 하기 수학식 20과 같이 표현될 수 있다.

수학식 20

$$\begin{aligned} Capped\,power\,call = {} & C_m(S,v,T-t)-KC_0(S,v,T-t) \\ & -C_m'(S,v,T-t)+(\overline{C}+K)C_0'(S,v,T-t) \end{aligned}$$

<81>

<82> 파워 콜옵션이 이득함수가 $\max(S_T-K,0)^m$인 파워드 옵션인 경우 이항(binomial)정리를 이용하면, 파워드 옵션의 가격 결정 공식은 하기 수학식 21과 같이 표현될 수 있다.

수학식 21

$$Power\,call = \sum_{j=0}^{m}\binom{m}{j}(-1)^jK^jC_{m-j}(S,v,T-t)$$

<83>

<84> 이하, 본 발명의 기술적 과제의 해결 방안을 명확화하기 위해 첨부한 도면을 참조하여 본 발명의 바람직한 실시

예를 상세하게 설명한다. 다만, 본 발명을 설명함에 있어서 관련된 공지기술 또는 구성에 대한 구체적인 설명이 본 발명의 요지를 불명료하게 할 수 있다고 판단되는 경우에는 그 상세한 설명은 생략할 것이다. 또한, 후술되는 용어들은 본 발명에서의 기능을 고려하여 정의된 용어들로서 이는 사용자, 운용자 등의 의도 또는 관례 등에 따라 달라질 수 있을 것이다. 그러므로 그 정의는 본 명세서 전반에 걸친 내용을 토대로 내려져야 할 것이다.

<85> 도 1에는 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치의 일례가 블록도로 도시되어 있다.

<86> 도 2에는 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 방법의 일례가 흐름도로 도시되어 있다.

<87> 도 1 및 도 2를 참조하면, 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치(100)는 데이터 수집부(110) 및 가격 결정부(120)를 포함한다. 상기 데이터 수집부(110)는 다양한 데이터 소스들, 예컨대 증권거래소의 데이터베이스(112) 또는 사용자가 데이터를 입력할 수 있는 사용자 인터페이스(114) 등으로부터 파워 옵션의 종류를 나타내는 데이터와 본 발명에 사용되는 파워 옵션 가격 결정 변수들 및 파라미터들에 관한 데이터를 수집한다(S200). 상기 가격 결정 변수들은 관측시점 t에서의 기초자산 가격(S_t), 이자율(r), 행사가격(K), 및 만기시점(T) 등이 포함된다. 상기 파라미터들은 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들로서 상기 기초자산 가격의 변동성 변수(volatility process variance; v_t), 상기 변동성 변수의 롱런 평균 상수(constant long-run average; θ), 평균회귀율 상수(constant rate of mean reversion; k), 변동성 변화 상수(constant volatility of volatility; σ) 및 상기 기초자산 가격과 상기 변동성 변수의 상관 계수(correlation coefficient; ρ) 등이 포함된다.

<88> 일반적으로 상기 파라미터 값은 정확히 계산할 수 없으므로 추정된 값이 사용된다. 본 발명의 일 실시예에 따르면, 상기 파워 옵션 가격 결정 장치(100)는 데이터 소스들로부터 상기 파라미터들의 값을 추정하는데 필요한 데이터를 추출하여 상기 파라미터들의 값을 추정하고, 그리고 추정된 파라미터들의 값을 상기 데이터 수집부(110)에 제공하는 파라미터 추정부(116)를 더 포함할 수 있다. 상기 파라미터 추정부(116)에서 수행되는 파라미터들 동작의 일례를 들면 다음과 같다.

<89> 증권거래소(112)에서 제공하는 데이터에서 특정 만기와 행사가격을 가지는 옵션에 관한 데이터를 추출한다. 파리미터 추정에 사용되는 표본은, 예컨대 2004년 1월 2일부터 2006년 9월 21일까지의 약 2년 9개월간의 KOSPI200 주가지수 콜옵션 자료를 이용하고, 3개월 CD금리를 무위험 수익률로 사용한다. 적절한 파라미터 추정을 위하여 데이터 추출시 다음과 같은 규칙을 이용하여 자료를 추출할 수 있다. 첫째, 거래량의 규모가 작아 유동성 위험을 지닌 만기가 7일보다 작거나 90일보다 큰 옵션은 제외한다. 둘째, 가격의 이산성에 대한 효과를 줄이기 위하여 가격이 0.2보다 작은 옵션은 제외한다. 셋째, 행사가격 수준(moneyness)이 0.8 이상 1.2 이하인 옵션을 사용하여 심외가격(Deep-OTM) 또는 심내가격(Deep-ITM) 옵션을 제외한다. 넷째, 하기 수학식 22과 같은 무차익 거래 조건을 만족시키지 않는 옵션은 제외한다.

수학식 22

<90> $$C^{Market} \geq S - D - e^{-r(T-t)}K$$

<91> 상기 수학식 22에서, C^{Market} 는 관측시점 t에서의 콜옵션의 시장가격, S는 관측시점 t에서의 기초자산 가격, D는 만기까지 받을 배당금의 관측시점 t에서의 가치, r은 관측시점 t에서의 무위험 수익률, T는 옵션의 만기, 그리고 K는 옵션의 행사가격을 나타낸다. 상기 조건들을 적용하여 879일 동안 17,843개의 자료를 추출하고 이를 행사가격의 수준과 만기에 따라 18개의 영역으로 정리하면, 그 결과는 하기 표 1과 같다.

표 1

	Moneyness	Days-to-Maturity ≤ 30	31 – 60	61 – 90	Overall
OTM	$S/K < 0.94$	0.4077	0.6688	1.1459	0.8640
		(0.0083)	(0.0157)	(0.0248)	(0.0224)
		{227}	{1398}	{1335}	{2960}
	$0.94 \leq S/K < 0.97$	0.6924	1.5706	2.5822	1.7139
		(0.0163)	(0.0275)	(0.0339)	(0.0392)
		{687}	{1218}	{1009}	{2914}
ATM	$0.97 \leq S/K < 1.00$	1.6296	3.1394	4.3130	3.0389
		(0.0328)	(0.0406)	(0.0452)	(0.0569)
		{931}	{1163}	{938}	{3032}
	$1.00 \leq S/K < 1.03$	3.7496	5.2555	6.3118	5.0725
		(0.0485)	(0.0543)	(0.0588)	(0.0662)
		{876}	{1091}	{774}	{2741}
ITM	$1.03 \leq S/K < 1.06$	6.7828	7.8816	8.8208	7.7879
		(0.0665)	(0.0723)	(0.0746)	(0.0772)
		{735}	{972}	{627}	{2334}
	$S/K \geq 1.06$	14.5470	13.3575	13.5873	13.7584
		(0.2164)	(0.1600)	(0.1427)	(0.1745)
		{1089}	{1673}	{1100}	{3862}
	Overall	5.7639	5.6209	5.8003	5.7155
		(0.2330)	(0.1997)	(0.1862)	(0.2046)
		{4545}	{7515}	{5783}	{17843}

<92>

<93> 상기 표 1에는 옵션의 평균가격, 표준오차, 및 영역별 옵션 개수 순서로 나타나 있다. 상기 파라미터 추정부(116)는 상기 추출된 데이터를 통해 헤스톤 모형에서 사용되는 파라미터들을 추정한다. 상기 파라미터 추정부(116)는 상기 파라미터들을 추정하기 위해 비선형 최소제곱법을 사용할 수 있다(Bakshi, G.S., Cao, C. and Chen, Z.W., "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models", Journal of Finance 2: 2003-2049, 1997. 참조). 즉, 옵션 가격 결정모형에 폐쇄 해가 존재하는 경우 모형가격과 실제 시장옵션가격의 차를 제곱하여 가중한 값을 최소화하는 방법이다. 상기 파라미터 추정부(116)는 하기 수학식 23과 같이 가격오차 제곱의 가중합을 최소화할 수 있다.

수학식 23

<94>

$$\min \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{C_{i,t}^{ask} - C_{i,t}^{bid}} \left(C_{i,t}^{Mid} - C_{i,t}^{Model} \right)^2 \quad (t=1, 2, \ldots, T_d)$$

with N_t : t 시점에 옵션 상품의 개수

$C_{i,t}^{ask}$: t 시점에 i번째 옵션의 매도호가

$C_{i,t}^{bid}$: t 시점에 i번째 옵션의 매수호가

$C_{i,t}^{Mid}$: $\frac{C_{i,t}^{ask} + C_{i,t}^{bid}}{2}$

$C_{i,t}^{Model}$: t 시점에 i번째 옵션의 Heston 모형가격

<95> T_d : 표본의 전체 일수

<96> 비교를 위해, 상기 동작에 따라 파라미터 추정부(116)가 추정한 파라미터들 의 값을 각 날별 옵션들의 내재변동성을 평균하여 사용한 Black-Scholes 모형의 변동성과 함께 나타내면 하기 표 2와 같다.

표 2

Model	BS	Heston				
	σ_{BS}	κ^*	θ^*	σ	ρ	v_{t_0}
Mean	0.1993	6.9282	0.0698	0.2896	-0.3496	0.0427
Standard Error	0.0015	0.2765	0.0038	0.0115	0.0246	0.0009

<97>

<98> 상기 표 2에는 879일 동안의 데이터를 추출한 파라미터 값의 평균값과 표준오차 순서로 나타나 있다.

<99> 상기 가격 결정부(120)는 상기 데이터 수집부(110)를 통해 수집된 상기 가격 결정 변수들 및 상기 파라미터들을 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 공식에 대입하여 상기 파워 옵션의 가격을 결정한다. 상기 가격 결정부(120)는 상기 수학식 4에 나타낸, 기초자산 가격의 m 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제1 기대값 함수(C_m) 부분과 상기 기초자산 가격의 0 차승 값을 포함하는 이득에 대한 제2 기대값 함수(C_0) 부분으로 나누어 연산하는 파워 옵션 가격 결정 공식을 사용하여 파워 옵션의 가격을 결정한다. 특히, 상기 가격 결정부(120)는 상기 파워 옵션의 종류가 이득 함수(payoff function)의 파워(power)로서 m을 취하는 표준 파워 콜옵션(standard power call option)일 경우, 상기 수학식 3에 나타난 바와 같이 상기 기대값 함수 C_m를 통해 구해지는 제1 기대값에서 상기 기대값 함수 C_0를 통해 구해지는 제2 기대값과 상기 파워 옵션의 행사가격 K를 승산한 값을 감산하는 파워 옵션 가격 결정 공식을 사용하여 표준 파워 콜옵션의 가격을 결정한다. 또한, 상기 가격 결정부(120)는 상기 파워 옵션이 상한값 $\overline{C}$가 정해진 캡드 파워 콜옵션(capped power call option)인 경우, 즉 이득함수가 $\min(\max(S_T^m - K, 0), \overline{C})$인 캡드 파워 콜옵션인 경우 상기 수학식 19 및 수학식 20과 같이 표현되는 파워 옵션 가격 결정 공식을 사용하여 상기 캡드 파워 콜옵션의 가격을 결정할 수 있다. 또한, 상기 가격 결정부(120)는 상기 파워 옵션이 이득함수가 $\max(S_T - K, 0)^m$ 인 파워드 콜옵션인 경우, 상기 표준 파워 콜옵션의 가격 결정 공식으로부터 이항(binomial)정리를 이용하여 상기 수학식 21과 같이 표현되는 파워 옵션 가격 결정 공식을 사용함으로써 상기 파워드 콜옵션의 가격을 결정할 수 있다.

<100> 상기 가격 결정부(120)는 상기 파워 옵션 결정 공식 적용 동작을 구현하기 위해 특성함수 생성 모듈(122), 푸리에 변환 모듈(124), 및 기대값 연산 모듈(126)을 포함할 수 있다. 상기 특성함수 생성 모듈(122)은 상기 수학식 18에 나타난 바와 같이 헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 상기 기초자산 가격의 로그수익률에 관한 상기 특성함수 $f_m^1(\phi)$를 생성하고 연산을 수행한다(S210). 상기 푸리에 변환 모듈(124)은 상기 특성함수 생성 모듈(122)의 연산 수행 결과에 대한 푸리에 변환을 수행한다(S220). 상기 기대값 연산 모듈(126)은 상기 푸리에 변환 모듈(124)의 푸리에 변환 결과 F_m^1를 이용하여 상기 수학식 4에 나타난 바와 같이 상기 기대값 함수, C_m 및 C_0를 생성하고 연산하여 상기 파워 옵션의 종류에 따라 상기 수학식 3, 수학식 20, 또는 수학식 21에 나타난 바와 같이 파워 옵션의 상기 가격을 결정한다(S230). 출력부(130)는 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 장치에 의해 결정된 파워 옵션의 가격을 출력한다. 상기 출력부(130)는 디스플레이, 프린터 등 파워 옵션의 가격을 시각적으로 제공할 수 있는 수단을 포함한다.

<101> Black-Scholes 모형에 대한 헤스톤 모형의 우수성은, 전날 구한 파라미터의 추정치를 적용한 가격과 실제 시장가격을 비교하는 실증분석을 통해 입증할 수 있다. 실증분석을 위해 일별로 추정한 내재변동성을 Black-Scholes 모형에 입력하였을 때 도출되는 가격을 Black-Scholes 모형가격이라 정의하고, 일별로 가격오차 제곱의 가중합을 최소화하는 구조적 파라미터를 Heston 모형에 입력하였을 때 도출되는 가격을 Heston 모형가격이라 정의한다. 상기 모형가격들은 각 옵션 별로 시장 가격과의 오차가 발생하게 되며, 상기 오차를 행사가격 수준-만기 영역별로 평균하여 분석한다. 이때, 실제 시장가격과 모형가격과의 가격비율 오차는 하기 수학식 24에 의하고, 절대가격 오차는 하기 수학식 25에 의한다.

수학식 24

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_i^{Market}-C_i^{Model}}{C_i^{Market}}\right)$$

<102>

수학식 25

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|C_i^{Market}-C_i^{Model}\right|$$

<103>

<104> 상기 수학식 24 및 수학식 25에서, N은 특정한 행사가격의 수준-만기 영역 내의 옵션 개수, C_i^{Market}는 시장 가격, 그리고 C_i^{Model}는 모형에 따른 옵션 가격을 나타낸다. 상기 파라미터 추정부(116)가 사용한 데이터 및 추정 방법을 적용하여 실증분석을 실행한 결과가 하기 표 3 및 하기 표 4에 정리되어 있다. 하기 표 3은 가격비율 오차를 나타내며, 가격비율 오차의 평균값과 표준오차 순서로 나타나 있다.

표 3

			Days-to-Maturity			
	Moneyness		≤ 30	$31-60$	$61-90$	**Overall**
OTM	$S/K < 0.94$	B-S	-0.0923	-0.2427	-0.2276	-0.2243
			(0.0123)	(0.0164)	(0.0132)	(0.0148)
		Heston	-0.0808	-0.0148	-0.0105	-0.0179
			(0.0043)	(0.0032)	(0.0054)	(0.0044)
	$0.94 \leq S/K < 0.97$	B-S	-0.1386	-0.1318	-0.1072	-0.1249
			(0.0138)	(0.0118)	(0.0094)	(0.0116)
		Heston	-0.0333	0.0050	0.0049	-0.0041
			(0.0042)	(0.0020)	(0.0035)	(0.0033)
ATM	$0.97 \leq S/K < 1.00$	B-S	-0.0865	-0.0446	-0.0586	-0.0618
			(0.0103)	(0.0056)	(0.0059)	(0.0075)
		Heston	-0.0008	0.0164	0.0049	0.0076
			(0.0021)	(0.0016)	(0.0032)	(0.0024)
	$1.00 \leq S/K < 1.03$	B-S	-0.0209	-0.0305	-0.0532	-0.0338
			(0.0037)	(0.0035)	(0.0051)	(0.0041)
		Heston	-0.0022	-0.0024	-0.0181	-0.0068
			(0.0016)	(0.0018)	(0.0040)	(0.0026)
ITM	$1.03 \leq S/K < 1.06$	B-S	-0.0090	-0.0269	-0.0484	-0.0270
			(0.0027)	(0.0030)	(0.0039)	(0.0032)
		Heston	-0.0123	-0.0176	-0.0294	-0.0191
			(0.0023)	(0.0023)	(0.0034)	(0.0027)
	$S/K \geq 1.06$	B-S	-0.0003	-0.0217	-0.0430	-0.0217
			(0.0020)	(0.0027)	(0.0029)	(0.0026)
		Heston	-0.0036	-0.0222	-0.0376	-0.0214
			(0.0020)	(0.0025)	(0.0024)	(0.0024)
	Overall	B-S	-0.0489	-0.0861	-0.1013	-0.0816
			(0.0082)	(0.0096)	(0.0087)	(0.0090)
		Heston	-0.0125	-0.0070	-0.0135	-0.0105
			(0.0027)	(0.0024)	(0.0039)	(0.0030)

<105>

<106> 하기 표 4는 절대가격 오차를 나타내며, 절대가격 오차의 평균값과 표준오차 순서로 나타나 있다.

표 4

	Moneyness		Days-to-Maturity ≤ 30	31 – 60	61 – 90	**Overall**
OTM	$S/K < 0.94$	B-S	0.0812	0.1543	0.2592	0.1960
			(0.0030)	(0.0069)	(0.0103)	(0.0088)
		Heston	0.0335	0.0331	0.0966	0.0617
			(0.0011)	(0.0015)	(0.0052)	(0.0038)
	$0.94 \leq S/K < 0.97$	B-S	0.1295	0.2452	0.4091	0.2747
			(0.0049)	(0.0112)	(0.0169)	(0.0132)
		Heston	0.0347	0.0537	0.1635	0.0872
			(0.0013)	(0.0024)	(0.0073)	(0.0051)
ATM	$0.97 \leq S/K < 1.00$	B-S	0.1867	0.2677	0.4524	0.2999
			(0.0065)	(0.0118)	(0.0180)	(0.0135)
		Heston	0.0418	0.0968	0.2363	0.1231
			(0.0016)	(0.0050)	(0.0099)	(0.0071)
	$1.00 \leq S/K < 1.03$	B-S	0.2127	0.3114	0.5592	0.3498
			(0.0075)	(0.0130)	(0.0237)	(0.0165)
		Heston	0.0886	0.1748	0.4145	0.2149
			(0.0042)	(0.0081)	(0.0190)	(0.0126)
ITM	$1.03 \leq S/K < 1.06$	B-S	0.2261	0.3896	0.6566	0.4098
			(0.0124)	(0.0180)	(0.0273)	(0.0206)
		Heston	0.1753	0.3165	0.5439	0.3331
			(0.0115)	(0.0157)	(0.0242)	(0.0182)
	$S/K \geq 1.06$	B-S	0.3366	0.5342	0.7604	0.5430
			(0.0223)	(0.0283)	(0.0315)	(0.0284)
		Heston	0.3234	0.5249	0.6917	0.5157
			(0.0224)	(0.0266)	(0.0271)	(0.0262)
	Overall	B-S	0.2200	0.3244	0.4952	0.3532
			(0.0133)	(0.0179)	(0.0227)	(0.0191)
		Heston	0.1382	0.2130	0.3351	0.2335
			(0.0128)	(0.0160)	(0.0189)	(0.0165)

<107>

<108> 상기 표 3 및 표 4에서 알 수 있듯이 헤스톤 모형이 Black-Scholes 모형보다 대부분의 영역에서 시장가격을 더 잘 설명하고 있음을 알 수 있다.

<109> 하기 표 5에는 상기 표 2에서 찾은 Black-Scholes 모형과 헤스톤 모형의 추정된 파라미터들을 사용하여 Black-Scholes 모형의 표준 파워 콜옵션 이론가격 및 본 발명에 따라 결정된 표준 파워 콜옵션 가격을 비교한 결과가 나타나 있다. Black-Scholes 모형의 가격은 E.G. Haug의 "The complete guide to option pricing formulas"(2nd ed., MaGraw-Hill, 2007.)을 참조한다.

표 5

T	S/K	*Model*	Value of standard power options with m 1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
0.25	0.9565	B-S	2.734	168.457	611.569	1750.57	4679.49	12214.2	31604.8
		Heston	3.486	168.594	612.387	1754.18	4693.41	12263.9	31773.4
			(0.752)	(0.137)	(0.819)	(3.608)	(13.919)	(49.703)	(168.63)
	1.0	B-S	5.068	183.932	658.157	1888.01	5078.8	13360.4	34863.4
		Heston	5.938	184.077	659.027	1891.88	5093.87	13414.7	35049.3
			(0.869)	(0.145)	(0.870)	(3.871)	(15.070)	(54.305)	(185.9)
	1.0875	B-S	12.143	215.285	753.766	2173.74	5919.69	15805.6	41905.9
		Heston	12.877	215.444	754.741	2178.16	5937.19	15869.7	42129.1
			(0.734)	(0.159)	(0.975)	(4.416)	(17.494)	(64.116)	(223.2)
0.5	0.9565	B-S	4.875	170.282	617.133	1770.33	4748.8	12447.6	32363.5
		Heston	6.339	170.648	619.32	1779.98	4786.06	12581.0	32817.7
			(1.464)	(0.366)	(2.187)	(9.647)	(37.268)	(133.403)	(454.2)
	1.0	B-S	7.451	185.803	664.015	1909.16	5153.79	13615.4	35699.99
		Heston	9.018	186.189	666.341	1919.52	5194.15	13761.2	36200.8
			(1.567)	(0.386)	(2.327)	(10.355)	(40.365)	(145.786)	(500.76)
	1.0875	B-S	14.321	217.248	760.226	2197.76	6006.67	16106.79	42910.7
		Heston	15.763	217.673	762.838	2209.59	6053.55	16278.99	43512.1
			(1.442)	(0.425)	(2.612)	(11.826)	(46.884)	(172.197)	(601.47)
1.0	0.9565	B-S	8.261	173.91	628.322	1810.40	4890.31	12927.7	33935.6
		Heston	10.697	174.81	633.5	1833.41	4979.93	13251.7	35050.6
			(0.244)	(0.0896)	(0.518)	(2.301)	(8.963)	(32.395)	(111.5)
	1.0	B-S	11.087	189.527	675.797	1952.04	5306.93	14139.99	37433.4
		Heston	13.597	190.456	681.306	1976.74	5404.01	14494.0	38662.9
			(0.251)	(0.0929)	(0.551)	(2.47)	(9.708)	(35.405)	(122.95)
	1.0875	B-S	17.944	221.157	773.224	2246.5	6184.29	16726.2	44992.7
		Heston	20.341	222.166	779.412	2274.7	6297.07	17144.4	46469.6
			(0.24)	(0.101)	(0.619)	(2.822)	(11.279)	(41.825)	(147.69)

<110>

<111> 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치가 수행하는 파워 옵션 가격 결정 방법은 또한 데이터 처리 및 연산을 수행할 수 있는 컴퓨터상에서 구현될 수 있다. 즉, 상기 컴퓨터가 판독할 수 있는 기록매체에 상기 컴퓨터가 읽어드릴 수 있는 프로그램 코드로서 구현하는 것이 가능하다. 상기 컴퓨터가 판독할 수 있는 기록매체에는 컴퓨터 시스템에 의하여 읽혀질 수 있는 데이터가 저장되는 모든 종류의 기록장치를 포함한다. 상기 컴퓨터가 판독할 수 있는 기록매체의 예로는 ROM, RAM, CD-ROM, 자기 테이프, 플로피디스크, 광데이터 저장장치 등이 있으며, 또한 캐리어 웨이브(예를 들어 인터넷을 통한 전송)의 형태로 구현되는 것도 포함한다. 또한 상기 컴퓨터가 읽을 수 있는 기록매체에는 네트워크로 연결된 컴퓨터 시스템에 분산되어 분산방식으로 컴퓨터가 읽어드릴 수 있는 코드가 저장되고 실행될 수 있다.

<112> 또한, 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 가격 결정 장치가 수행하는 파워 옵션 가격 결정 방법은 네트워크 인터페이스, 입출력 인터페이스, 및 저장장치 등을 포함하는 일반적 컴퓨터 시스템에서 상기 컴퓨터를 제어하는 마이크로프로세서를 통해 수행되도록 할 수 있다. 예컨대, 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 장치가 상기 마이크로프로세서에 시스템 온 칩(system-on-chip) 형태로 구현될 수 있다.

<113> 상술한 바와 같이, 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 장치 및 방법과 이에 사용되는 기록매체 및 마이크로프로세서는 시뮬레이션을 통하지 않고 폐쇄해 형태의 파워 옵션 가격 결정 공식을 이용함으로써 파워 옵션 가격을 결정하는데 필요한 컴퓨팅 시간 및 파워를 감소시키고, 적정한 파워 옵션 가격을 제공한다는 이점을 제공한다.

<114> 이제까지 본 발명에 대하여 그 바람직한 실시예를 중심으로 살펴보았다. 본 발명이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자라면 본 발명이 본 발명의 본질적인 특성에서 벗어나지 않는 범위에서 변형된 형태로 구현될 수 있음을 이해할 수 있을 것이다.

<115> 그러므로 개시된 실시예들은 한정적인 관점이 아니라 설명적인 관점에서 고려되어야 한다. 본 발명의 범위는 상술한 설명이 아니라 특허청구범위에 나타나 있으며, 그와 균등한 범위 내에 있는 모든 차이점은 본 발명에 포함된 것으로 해석되어야 할 것이다.

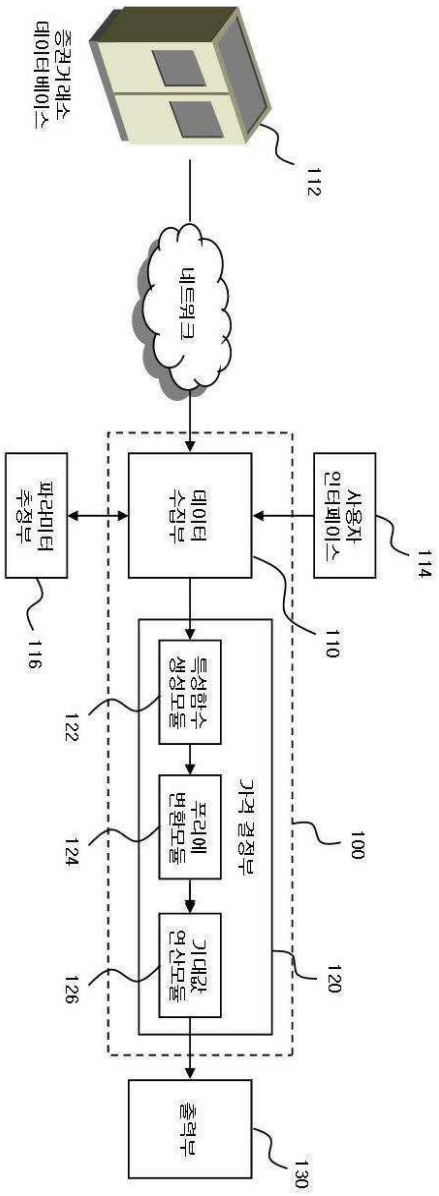
도면의 간단한 설명

<116> 도 1은 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 장치의 일례를 나타낸 블록도.

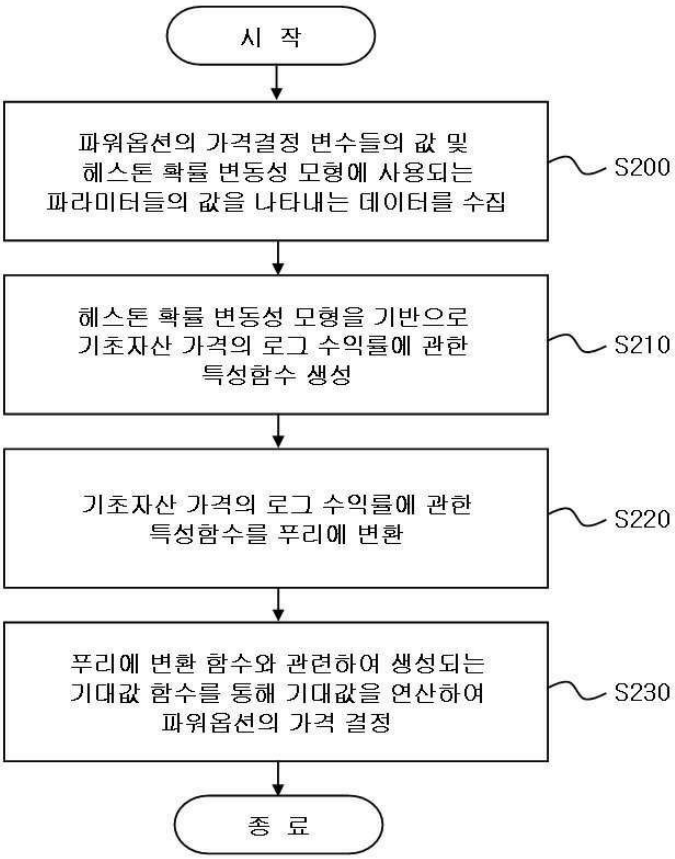
<117> 도 2는 본 발명에 따른 헤스톤 확률 변동성 모형에 기반한 파워 옵션 결정 방법의 일례를 나타낸 흐름도.

도면

도면1



도면2


시 작
파워옵션의 가격결정 변수들의 값 및 헤스톤 확률 변동성 모형에 사용되는 파라미터들의 값을 나타내는 데이터를 수집
S200
헤스톤 확률 변동성 모형을 기반으로 기초자산 가격의 로그 수익률에 관한 특성함수 생성
S210
기초자산 가격의 로그 수익률에 관한 특성함수를 푸리에 변환
S220
푸리에 변환 함수와 관련하여 생성되는 기대값 함수를 통해 기대값을 연산하여 파워옵션의 가격 결정
S230
종 료