



NORGE

(12) PATENT

(19) NO

(11) 322925

(13) B1

(51) Int Cl.

G06F 17/10 (2006.01)

Patentstyret

(21)	Søknadsnr	20020994	(86)	Int.inng.dag og søknadsnr	2001.06.29 PCT/US01/20742
(22)	Inng.dag	2002.02.28	(85)	Videreføringsdag	2002.02.28
(24)	Løpedag	2001.06.29	(30)	Prioritet	2000.06.29, US, 215697
(41)	Alm.tilgj	2002.04.22			
(45)	Meddelt	2006.12.18			
(73)	Innehaver	Object Reservoir Inc , Suite 300, 3536 Bee Caves Road, Austin, TX 78746, US			
(72)	Oppfinner	Stephen R Kennon, 3005 Gilbert Street, Austin, TX 78703, US			
(74)	Fullmektig	Bryn Aarflot AS , Postboks 449 Sentrum, 0104 OSLO, NO			
(54)	Benevnelse	Fremgangsmåte og system for å løse element-modeller ved å bruke flerfase-fysikk			
(56)	Anførte publikasjoner	WO 9940532			
(57)	Sammendrag				

Det er beskrevet systemer og fremgangsmåter for å løse endelige element-modeller, hvor matrisen som styrer løsningen, blir modifisert ved å justere veiekoeffisientene i matrisen, slik at de elementer som ligger på matrisens diagonal er ikke-negative og de elementer som ligger utenfor diagonalen, er ikke-positive. Ifølge en utførelsesform blir et system diskretisert på et endelig elementmaskenett slik at bidragene fra hver node til diskretiseringen blir veid basert på fluidstrømningsretningen over hvert element. Nodene som er oppstrøms fra de andre noder i de respektive elementer, blir veid tyngre for å få den resulterende matrise til å bli hovedsakelig diagonal. Denne matrisen blir løst under anvendelse av tradisjonelle teknikker.

Oppfinnelsens område

Oppfinnelsen vedrører generelt fremgangsmåter for modellering av fysiske systemer ved bruk av endelig elementanalyse, og mer spesielt, fremgangsmåter for å løse endelige elementmodeller hvor den matrise som regulerer løsningen for modellen, er konfigurert for å opprettholde monotonisitetsegenskapene og lineari-
5 tetsbevaring.

Bakgrunn for oppfinnelsen

Fysiske systemer kan modelleres matematisk for å simulere deres oppførsel under visse betingelser. Det er en lang rekke midler til å modellere disse systemene som strekker seg fra de meget enkle til de uhyre kompliserte. En av de mer sofistikerte midler for å modellere fysiske systemer, er gjennom anvendelse av endelig elementanalyse. Som navnet tilsier innebærer endelig elementanalyse representasjon av individuelle, endelige elementer i det fysiske system i en matematisk modell, og løsningen av denne modellen i nærvær av et forutbestemt sett med grensebetingelser. En annen sammenlignbar måte til å modellere fysiske systemer på, er gjennom bruk av endelig differanseanalyse. Endelig differanseanalyse innebærer modellering av individuelle punkter innenfor et modellert rom og beregning av differansene mellom disse punktene. Endelig differanseanalyse
15 blir ofte brukt til å simulere den dynamiske oppførselen til fluider.

Tradisjonelle endelige differanseteknikker og endelige elementteknikker som anvender strømlinjede, oppviklingsmetoder blir vanligvis brukt til å simulere produksjonen av olje i et reservoar. Selv om hver av disse teknikkene har sine egne fordeler, har den også sine egne ulemper. Generelt talt frembringer de endelige differanseteknikker fysisk realistiske resultater, men de er ikke særlig nøyaktige. De endelige elementteknikker er derimot mer nøyaktige, men de frembringer resultater som ikke er fysisk realistiske.
25

Som et resultat av deres respektive ulemper, krever både de endelige differanseteknikker og de endelige elementteknikker som er i vanlig konvensjonell bruk, en stor del med dataressurser. I tilfelle med endelige differanseteknikker kan rimelig nøyaktighet oppnås, men dette krever meget flere noder eller knutepunkter enn hva som ville være nødvendig i en endelig elementmodell. Dette øker lagerstørrelsen og CPU-tiden som er nødvendig for å beregne en nøyaktig løsning. I til-
30

felle med endelige elementteknikker kan sammenlignbar nøyaktighet oppnås med færre noder, men løsningene behøver ikke å være realistiske. For eksempel kan konsentrasjoner være høyere enn 100 prosent, eller permeabiliteter kan være negative. Følgelig kan det være problemer for hvilke løsningen ikke konvergerer, eller for hvilke løsningen kan konvergere meget langsomt. Disse teknikkene er derfor mindre pålitelige og kan kreve et stort antall iterasjoner før akseptabel nøyaktighet blir oppnådd.

Fordi hver av disse standardteknikkene har sine egne ulemper og fordi disse ulempene øker i mengden av datamaskinressurser som er nødvendige for å generere akseptable løsninger, ville det være ønskelig å tilveiebringe en fremgangsmåte for modellering av systemer, slik som oljereservoarer, som på pålitelig måte frembringer nøyaktige, realistiske løsninger for disse systemene.

Den internasjonale patentsøknaden WO 99/40532 beskriver en fremgangsmåte for prediksjon av de karakteristiske egenskaper til et fysisk objekt som omfatter et flerfluid. Fremgangsmåten omfatter å utforme ulineære ligninger som representerer fluidet med hensyn til tid i gitterceller, beregner lineære uttrykk for de ulineære fluider og genererer og estimerer løsninger til de lineære uttrykk ved enden av tidsintervallet.

Oppsummering av oppfinnelsen

Ett eller flere av de problemer som er skissert ovenfor, kan løses ved hjelp av de forskjellige utførelsesformer av oppfinnelsen. Generelt sagt omfatter oppfinnelsen systemer og fremgangsmåter for å løse endelige elementmodeller, hvor den matrise som styrer løsningen, blir modifisert, slik at den tilfredsstiller monotonisitetsselskapene og bevaringen av linearitet. Dette blir oppnådd ved å justere veiekoeffisienten til matrisen slik at de elementer som ligger på matrisens diagonal, er ikke-negative, og de elementer som er utenfor diagonalen, er ikke-positive. Dette gjør at løsningen blir både mer nøyaktig enn tradisjonelle endelige differanseteknikker og mer realistisk enn tradisjonelle endelige elementteknikker.

De foreliggende teknikker kan gi forskjellige fordeler i forhold til teknikkens stand. Fordi de foreliggende teknikker er mer nøyaktige, kan f.eks. det antall iterasjoner som er nødvendig for å frembringe et akseptabelt resultat, reduseres for derved å spare beregningsressurser. De foreliggende teknikker kan også gjøre at

løsninger konvergerer mer pålitelig siden de er begrenset til området med realistiske resultater og ikke oscillerer på samme måte som løsningene ved tradisjonelle, endelige elementteknikker. De foreliggende teknikker er derfor generelt hurtigere, mer nøyaktige, mindre ressursintensive og mer pålitelige enn tidligere kjente teknikker.

En utførelsesform av foreliggende oppfinnelse omfatter en fremgangsmåte for å generere en løsning for et modellert system ved anvendelse av endelige elementteknikker, hvor systemet blir diskretisert på et elementmaskenett, og hvor bidrag fra knutepunkt til diskretiseringen blir veid basert på retningen av fluidstrømmingen over hvert element. Bidragene blir veid for å favorisere de knutepunkter som er oppstrøms fra de andre knutepunkter for de respektive elementer. Veiing av bidragene til knutepunktene på denne måten, gjør at den resulterende matrisen blir hovedsakelig diagonal. Dvs. at de elementer som ligger på diagonalen til matrisen, blir fremhevet, mens de elementer som er utenfor diagonalen, blir svekket. Når matrisen er blitt modifisert på denne måten, blir den løst ved å bruke tradisjonelle teknikker.

En alternativ utførelsesform av foreliggende oppfinnelse omfatter en fremgangsmåte for å modellere strømmingen av flerfasefluid i et oljereservoar. I denne utførelsesformen blir et firedimensjonalt endelig elementmaskenett svarende til oljereservoaret, konstruert. En løsning blir generert for maskenettet ved å fordele restene av en endelig elementoperator blant knutepunktene i maskenettet og så samle og løse systemet ved å benytte tradisjonelle endelige elementteknikker. I denne utførelsesformen omfatter fordelingen av resten av den endelige elementoperator for hvert element, å beregne verdien av den endelige elementoperator for hvert knutepunkt, å inndelegge disse verdiene i et sett med positive verdier og et sett med negative verdier, å fordele resten til knutepunktene for å fremheve de diagonalelement og svekke de elementer som er utenfor diagonalen, og så beregne en tangentoperator for matrisen.

En annen alternativ utførelsesform av foreliggende oppfinnelse omfatter et programvareprodukt som befinner seg på et datamaskinlesbart medium. Programvareproduktet omfatter et antall instruksjoner som er konfigurert for å få en datamaskin eller en hvilken som helst annen dataprosessor til å utføre trinnene i en fremgangsmåte i samsvar med foreliggende beskrivelse. Det datamaskinlesbare

medium kan omfatte et hvilket som helst av et antall forskjellige medier, innbefattende, men ikke begrenset til CD-ROM, DVD, disketter, datamaskinminner, magnetbånd, osv. En ytterligere annen alternativ utførelsesform av foreliggende oppfinnelse omfatter et datamaskinsystem som er konfigurert for å utføre trinnene i en fremgangsmåte i samsvar med foreliggende beskrivelse. Datamaskinsystemet kan være programmert for å utføre en slik fremgangsmåte ved hjelp av instruksjoner som befinner seg i maskinvare, fastvare eller programvare.

Mange ytterligere alternative utførelsesformer er også mulige.

Oppfinnelsen er angitt i de vedføyde patentkrav.

10

Kort beskrivelse av tegningene

Andre formål og fordeler ved oppfinnelsen vil fremgå ved lesing av den følgende detaljerte beskrivelse og under henvisning til de vedføyde tegninger.

Fig. 1 er et diagram som illustrerer simplekser i to og tre dimensjoner.

Fig. 2 er et diagram som illustrerer differansen mellom de virkelige verdier i det fysiske system og de løsninger som genereres ved bruk av tradisjonelle, endelige elementteknikker og teknikker i henhold til foreliggende oppfinnelse.

Fig. 3 er et diagram som illustrerer fluidstrømningen over et første todimensjonalt simplekselement.

Fig. 4 er et diagram som illustrerer fluidstrømningen over det første todimensjonale simplekselement i en retning motsatt av den strømning som er illustrert på fig. 3.

Fig. 5 er et diagram som illustrer fluidstrømningen over et annet todimensjonalt simplekselement.

Fig. 6 er et diagram som illustrer fluidstrømningen over det annet todimensjonale simplekselement i en retning motsatt av den strømning som er illustrert på fig. 5.

Fig. 7 er et diagram som illustrer en todimensjonal projeksjon av et tids-/rom-domene.

Fig. 8 er et flytskjema som illustrerer en fremgangsmåte i samsvar med en utførelsesform av foreliggende oppfinnelse.

Selv om oppfinnelsen kan underkastes forskjellige modifikasjoner og alternative utførelsesformer, er spesifikke utførelsesformer av denne vist som eksempel på tegningene og i den etterfølgende detaljerte beskrivelse. Man vil imidlertid forstå at tegningen og den detaljerte beskrivelse ikke er ment å begrense oppfinnelsen til den spesielle utførelsesform som blir beskrevet. Denne beskrivelsen er i stedet ment å dekke alle modifikasjoner, ekvivalenter og alternativer som faller innenfor foreliggende oppfinnelses ramme slik den er definert i de vedføyde patentkrav.

10 Detaljert beskrivelse av en foretrukket utførelsesform

En foretrukket utførelsesform av oppfinnelsen er beskrevet nedenfor. Det skal bemerkes at denne og eventuelle andre utførelsesformer som beskrives nedenfor, er kun eksempler og er ment å være illustrerende for oppfinnelsen istedenfor begrensende.

15 Generelt omfatter oppfinnelsen fremgangsmåter for å løse endelige elementmodeller, hvor løsningen er garantert både å være monoton og å tilfredsstille linearitetsbevaring. Dette sikrer at løsningen vil være både nøyaktig og realistisk. Monotonisiteten og lineariteten til løsningen blir sikret ved å generere en matrise for løsningen av den endelige elementmodell slik at elementene i matrisen som er på diagonalen, er ikke-negative, og de elementer som er utenfor diagonalen, er ikke-positive. Denne matrisen kan så løses ved å benytte konvensjonelle, endelige elementteknikker til å generere den ønskede nøyaktige, realistiske løsning.

25 De foreliggende fremgangsmåter tilveiebringer et antall fordeler i forhold til tradisjonelle endelige element- og endelige differanseteknikker. Som antydnet ovenfor tilveiebringer de foreliggende fremgangsmåter nøyaktigheten til tradisjonelle, endelige elementteknikker uten ulempene med urealistiske, oscillerende løsninger. De foreliggende fremgangsmåter gir likeledes stabiliteten til tradisjonelle, endelige differanseteknikker samtidig som de gir meget større nøyaktighet.

30 Den nøyaktighet og realisme som oppnås ved hjelp av foreliggende fremgangsmåter, fører til ytterligere fordeler ved utnyttelsen av datamaskinressurser. For eksempel kan foreliggende fremgangsmåter muliggjøre hurtigere generering av løsninger for fysiske systemer. Dette er et resultat av flere ting. For det første, fordi løsningen er fysisk realistisk, oscillerer den ikke og har følgelig en tendens til

å konvergere hurtigere. Videre, fordi generering av løsningen ved bruk av foreliggende fremgangsmåter vanligvis krever færre iterasjoner og er hurtigere enn tradisjonelle, endelige elementteknikker, er mindre CPU-tid nødvendig for å generere løsningen. De foreliggende fremgangsmåter kan også benytte mindre lager enn tradisjonelle teknikker. Fordi de foreliggende fremgangsmåter er generelt mer nøyaktige enn tradisjonelle endelige differanseteknikker, er det ikke nødvendig å bruke så mange knutepunkter til å modellere det fysiske systemet. Følgelig er mindre lagerplass nødvendig for å lagre modellen (og mindre CPU-tid er nødvendig for å beregne en løsning basert på disse knutepunktene). De foreliggende fremgangsmåter kan også være mer pålitelige enn tradisjonelle teknikker. Den oscillasjon eller svingning av løsninger som genereres ved bruk av tradisjonelle, endelige elementteknikker kan i visse tilfeller hindre en løsning fra å konvergere i det hele tatt. Som bemerket ovenfor tilveiebringer foreliggende fremgangsmåter løsninger som er realistiske (f.eks. svinger de ikke mellom realistiske løsninger og løsninger som ikke er mulige), slik at løsningene vil konvergere på pålitelig måte.

Ved endelig elementmodellering blir det område som skal analyseres, brutt opp i delområder, kalt elementer. Denne prosessen med inndeling av området i delområder, kan kalles diskretisering eller maskegenerering. Området blir representert av funksjoner definert over hvert element. Dette genererer et antall lokale funksjoner som er meget enklere enn de som ville være nødvendige for å representere hele området. Det neste trinn er å analysere responsen for hvert element. Dette blir utført ved å bygge en matrise som definerer egenskapene til de forskjellige elementer innenfor området, og en vektor som definerer de rester som virker på hvert element i domenet. Når alle elementmatrisene og vektorene er blitt laget, blir de kombinert til en matriseligning. Etter påføring av grensebetingelser kan matriseligningen løses for å fremskaffe ukjente modellresponser. Intraelementresponser kan interpoleres fra modellverdier ved å benytte de funksjoner som ble definert over hvert element.

Den følgende beskrivelse av en utførelsesform av foreliggende fremgangsmåte, angår modellering av oljereservoarer. Denne utførelsesformen er ment å være et eksempel, og det skal bemerkes at foreliggende fremgangsmåter kan anvendes på en lang rekke fysiske systemer, slik som strømning over luftfartøy, værvarslings, strømning gjennom forbrenningsmotorer og andre industrielle fluidstrøm-

mer. Denne listen over potensielle anvendelser av foreliggende fremgangsmåter er ment å være illustrerende istedenfor begrensende.

Detaljene ved en foretrukket utførelsesform vil bli angitt nedenfor. Det kan imidlertid være nyttig først å definere noen få uttrykk.

5 En node eller knutepunkt er et punkt i rommet. Ved endelig elementmodellering danner noder toppunktene til de elementer som modelleres. Nodene utgjør også en del av et maskenett med noder og kanter som definerer grensene mellom elementer i det modellerte rom.

10 En kant er en linje mellom to knutepunkter som danner toppunkter i et element. Kantene danner en del av maskenettet som definerer grensene mellom elementene i det modellerte rom.

 En simpleks er en rommessig konfigurasjon av n dimensjoner bestemt av $n+1$ punkter i et rom med dimensjon lik to eller høyere enn n . En simpleks er med andre ord et geometrisk romelement som har det minste antall grensepunkter som er nødvendig for å omslutte et rom i et gitt antall dimensjoner. I to dimensjoner 15 omfatter f.eks. en simpleks et triangel, sammen med det indre område som avgrenses av triangelet (se fig. 1). To punkter er utilstrekkelig til å danne en simpleks i det todimensjonale rom, fordi intet areal er omsluttet av punktene (og linjene som forbinder dem). Selv om fire punkter kan være tilstrekkelig til å avgrense et todimensjonalt areal, omfatter de ikke det minste antall grensepunkter ved hjelp av 20 hvilke det todimensjonale areal kan avgrenses. I tre dimensjoner omfatter en simpleks et tetraeder som er avgrenset av fire toppunkter (se fig. 1). I fire dimensjoner omfatter en simpleks et hypertetraeder (noen ganger kalt et hypertet) med fem toppunkter.

25 Et maskenett er en samling elementer som fyller et rom. Disse elementene er representative for et system som befinner seg i vedkommende rom. Fordi hvert element kan defineres av et antall noder og/eller kantene mellom disse nodene, kan et maskenett alternativt betraktes som en samling med noder og/eller kantene mellom dem. Ved forskjellige punkter i denne beskrivelsen vil "maskenett" bli brukt 30 til alternativt å referere til samlinger av elementer eller noder/kanter, avhengig av den sammenheng uttrykket blir brukt i. Maskenettet kan også her kalles en endelig elementmodell eller ganske enkelt en modell.

Det er en fundamental forskjell mellom å modellere systemer i hvilke det er én enkelt fluidfase og de hvor det er flere faser. Når det er flere fluidfaser, er det en konveksjon og en potensiell blanding av fasene. (Det antas at det er et trykk som driver fluidene og forårsaker at fronten mellom dem blir transportert). Den endelige elementmodell må derfor innbefatte konvektive operasjoner eller kompo-

5 nenter. Disse operatorene ville ikke være nødvendig hvis bare én fluidfase ble modellert, eller hvis de flere fluidfaser var fullstendig blandet eller emulgert.

I et system som har flere fluidfaser, kan systemets karakteristikkere endre seg meget brått. Denne situasjonen er illustrert på fig. 2. Fig. 2 er et diagram som

10 illustrerer forskjellen mellom de virkelige verdier i det fysiske system og løsningene som genereres ved bruk av tradisjonelle endelige elementteknikker og teknikker i henhold til foreliggende oppfinnelse. Det kan ses at de virkelige ("reelle") verdier 11 danner det som hovedsakelig er en trinnfunksjon som endrer seg fra en første verdi v_1 til en annen verdi v_0 umiddelbart ved å nå en avstand d_1 . I dette

15 eksempelet definerer verdiene v_0 og v_1 grensene for området av fysisk realiserbare verdier.

Når tradisjonelle, endelige elementteknikker blir anvendt til å modellere et slikt system, vil løsningen vanligvis ha en tendens til å svinge. Det kan ses på fig. 2 at løsningen 12 som er generert ved å bruke disse teknikkene, svinger over

20 og under de virkelige fysiske verdier som det blir forsøkt å modellere. To av de mest signifikante problemer med denne løsningen, er den opplagte unøyaktigheten (løsningen sporer ikke de virkelige verdier særlig nøyaktig) og det faktum at løsningen, ved visse punkter, er større enn den maksimalt fysisk realiserbare verdi eller mindre enn den minste fysisk realiserbare verdi. Svingningene som opptrer i

25 løsningene som er generert ved å benytte tradisjonelle, endelige elementteknikker, kan derfor frembringe urealistiske resultater, eller kan endog svikte når det gjelder å konvergere i det hele tatt.

Fremgangsmåter i samsvar med beskrivelsen er imidlertid ikke beheftet med disse ulempene fordi løsningene er begrenset til å være realistiske. Denne

30 begrensningen blir oppnådd ved å sikre at den matrise som styrer løsningsvektoren (dvs. Jacobs matrise), tilfredsstiller monotonisitetsegenskapene og linearitetsbevarelsen. Mer praktisk uttrykt består dette i å sikre at alle koeffisientene på diagonalen til matrisen er ikke-negative og at alle koeffisientene utenfor diagonalen i

matrisen er ikke-positive. Når matrisen har disse karakteristikkene, forblir løsningen realistisk ved alle punkter, og sporer mer nøyaktig oppførselen til det fysiske system, som antydnet ved hjelp av kurven 13 på fig. 2. Modellen vil derfor mer sannsynlig frembringe nøyaktige resultater og konvergere på pålitelig måte.

5 Jacobs-matrisen blir utledet fra den partielle differensialligning som beskriver flerfasestrømning gjennom porøse media basert på Darcy's lov, og representerer bevaring av masse og moment i systemet. Disse ligningene blir diskretisert på det endelige elementmaskenett, og koeffisientene i ligningene danner en matrise. Hver koeffisient vil være enten positiv eller negativ avhengig av om ligningens
10 gradient er positiv eller negativ (dvs. om fluidstrømningen er positiv eller negativ). Hvis den endelige elementteknikk blir anvendt på differensialligningene, blir det frembrakt et stort sett med algebraiske ligninger. Dette settet med algebraiske ligninger er ikke-lineært. Settet med ligninger kan løses ved å bruke Newtons metode (som innebærer å ta den første deriverte av ligningene). Den første deriverte
15 er Jacobs-matrisen. Koeffisientene i denne matrisen blir veid for å frembringe en matrise som har ikke-negative uttrykk på sin diagonal og ikke-positive uttrykk utenfor diagonalen. Den riktige veiing av uttrykkene sikrer de monotone og lineære egenskapene til matrisen.

 Koeffisientene i Jacobs-matrisen er hovedsakelig veiefaktorer for hver av
20 nodene til elementene i det endelige elementmaskenett. Ved tradisjonelle, endelige elementteknikker blir nodene til et element veid jevnt. I et todimensjonalt element vil f.eks. hver av de tre nodene bli veid med $1/3$. Hvis det ble brukt et tredimensjonalt element, ville hver av de fire nodene i elementet bli veid med $1/4$. Ved de foreliggende fremgangsmåter blir imidlertid nodene veid for å avspeile strømmingen til fluidene i det modellerte system. Dette er illustrert under henvisning til
25 fig. 3-6.

 Fig. 3 viser et enkelt, todimensjonalt element (et triangel). Strømningen av fluid i forhold til elementet, er antydnet ved hjelp av pilene, som viser at fluidet strømmer fra den øvre høyre del av figuren til den nedre venstre del av figuren.
30 Ved å bruke tradisjonelle, endelige elementteknikker vil hver av nodene 21-23 bli jevnt veid (dvs. $1/3$, $1/3$, $1/3$). Ved å bruke foreliggende teknikker blir nodene ikke jevnt veid. Fordi fluidet strømmer hovedsakelig fra nodene 22 og 23 til node 21, blir hver av nodene 22 og 23 veid med $1/2$, mens node 21 blir veid med 0. Det

vises til fig. 4 hvor det kan ses at veiingen av nodene er forskjellig når retningen av fluidstrømningen endres. På fig. 4 strømme fluidet hovedsakelig fra nedre venstre del av figuren til den øvre høyre del av figuren. Følgelig blir node 21 veid med 1, mens nodene 22 og 23 blir veid med 0.

5 Det vises til figurene 5 og 6 hvor det kan ses at veiingen av nodene også påvirkes av formen til det tilsvarende element. På fig. 5 er strømmingen av fluidet omtrent perpendikulær til en kant av elementet. Denne situasjonen er lik den på fig. 3 hvor hver av nodene som avslutter den fremre kant av elementet, ble veid med 1/2. I det tilfelle var den gjenværende node i elementet nedstrøms fra et midt-
10 punkt på den fremre kant av elementet. På fig. 5 er den gjenværende node i stedet direkte nedstrøms fra én av de første to noder. I denne situasjonen blir noden 32 som er oppstrøms fra den siste node 33, veid med 2/3, mens den annen oppstrøms node 31 blir veid med 1/3. På fig. 6 er det en enkelt oppstrømsnode 33. Nodene 31 og 32 er begge på den bakre kant av elementet, slik at de begge blir
15 veid med 0. Oppstrømsnoden 33 blir derimot veid med 1.

I hvert av disse tilfellene fremhever veiingen av nodene i forhold til retningen av fluidstrømningen effektivt de diagonale elementer i matrisen, mens virkningen av elementene utenfor diagonalen reduseres eller elimineres. Dette sikrer igjen at matrisen har egenskapene med monotonisitet og linearitet.

20 Selv om det foregående er tilstrekkelig til å gjøre det mulig for en person med vanlig dyktighet på området med endelig elementanalyse å realisere de foreliggende teknikker, følger en kort teknisk diskusjon av teknikkene.

Når et fysisk system som skal modelleres over tid, blir betraktet, blir det først konstruert et endelig elementmaskenett (dvs. at systemet blir diskretisert i
25 rom-/tidsdomenet). Det vises til fig. 7 hvor en todimensjonal projeksjon av tids-/rom-domenet er illustrert.

$\Omega = \Omega_{\text{space}} \times [0, T]$ er rom-/tidsdomenet som skal modelleres hvor $\Omega_{\text{space}} \in \mathbb{R}^3$.

Ω blir brutt ned (segmentert) i et antall ikke-overlappende deldomener Ω_e .

Hvert av disse deldomenerne Ω_e og $\overline{\bigcup_e \Omega_e} = \overline{\Omega}$ $e \in \{1, \dots, N_e\}$ omfatter en firedimen-

30 sjonal simpleks (et hypertetraeder). En lineær, endelig elementbasis blir dannet på hvert element (Ω_e), og prøvefunksjoner og testfunksjoner blir definert på hvert element.

Strømningen av flerfasefluider i porøse medier blir styrt av ligningen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_i}{B_i} \right) + \nabla \cdot (V_i \lambda_i) = 0$$

5 hvor:

$i = 1, 2, \dots, \text{nfaser}$

$V_i = -K(\nabla P_i + \rho_i g \nabla Z)$

$P_1 = P$

$P_i = P - P_{c_i}, i = 2, \dots, \text{nfaser}$

10
$$\lambda_i = \frac{K_{r_i}}{\mu_i B_i}$$

μ_i = Viskositeten til i. fase

B_i = Formasjonsvolumfaktoren til i. fase

ρ_i = Densiteten til i. fase

ϕ = Bergartsporøsitet

15 Z = Negativ av dybde

S_i = Metning av i. fase

$$\sum_i^{\text{nfase}} S_i = 1$$

En standard endelig Galerkin-elementdiskretisering av

20
$$(\bar{\gamma}_i^l) = \int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial}{\partial t} \left(\left(\frac{\phi S_i}{B_i} \right)_k N_k \right) + \left[- \int_{\Omega_e} \nabla N_i \cdot K(\nabla P_i + \rho_i g \nabla Z) \Big|_{\Omega_e} \overline{(\lambda_i)} \Big|_{\Omega_e} \right]$$

gir denne flerfasede strømningsligningen for hvert element:

Denne grunnleggende modellen ved anvendelse av de foreliggende teknikker er definert ved hvordan $\bar{\lambda}_i$ blir bestemt. Den foreliggende fremgangsmåte blir

25 derfor definert på følgende måte:

$$\bar{\gamma}_j^i = \left(\int_{\Omega_e} N_j \frac{\partial}{\partial t} N_k + \int_{\Omega_e} N_j \frac{\partial}{\partial t} N_k \right) \left(\frac{\Phi S_i}{B_i} \right)_k + (\gamma_j^i)_{\text{spatial}}$$

Det vises til fig. 8 hvor et flytskjema som illustrerer en fremgangsmåte i samsvar med en utførelsesform av foreliggende oppfinnelse er vist. Som antyd-
 5 ovenfor, når differensialligningene blir diskretisert på de endelige elementer, blir de hovedsakelig omformet fra differensialligninger til algebraiske forhold mellom verdiene til nodene. Dette blir utført ved å anta at det er en lineær variasjon av den tilsvarende egenskap (f.eks. metning, trykk, permeabilitet, osv.) mellom nodene. Dette begrenser rommet for alle mulige løsninger til bare de løsninger som er
 10 lineære. Når denne antakelsen benyttes, blir et sett med relasjoner utledet fra differensialligningene for verdier av koeffisientene som er lineære over hvert element. Når dette gjøres, bidrar hvert element med en viss mengde av diskretiseringen til hver og én av sine noder. Bidragene som summeres ved hver node, er restene. Det er ønskelig å gjøre restene lik 0 for å løse det ikke-lineære algebraiske
 15 system.

For å fordele restene av den endelige elementoperator $\{\gamma_j^i\}$ blir K_j først beregnet for hver node i hypertetraederet. Den resulterende K_j blir inndelt i positive (K_j^+) og negative (K_j^-) verdier. Resten γ_j blir så fordelt til nodene, og tangentoperatoren (T_{jk}) blir beregnet. Systemet blir så stilt opp og løst på samme måte som om
 20 en vanlig, endelig elementteknikk hadde blitt brukt. (Siden den prosess som de endelige elementsystemer blir oppstilt etter og løst, er velkjent, vil dette ikke bli beskrevet mer detaljert her).

Resultatene og fordelene som kan oppnås ved hjelp av foreliggende oppfinnelse, er blitt beskrevet ovenfor i forbindelse med spesielle utførelsesformer.
 25 Disse fordelene og eventuelle elementer eller begrensninger som kan få dem til å inntreffe eller fremheves mer, skal ikke anses som et kritisk, nødvendig eller essensielt trekk ved noen eller alle kravene. Slik det benyttes her, er uttrykkene "omfatter", "omfattende" eller eventuelle andre variasjoner av uttrykket, ment å bli tolket som ikke-ekskluderende å innbefatte elementene eller begrensningene som
 30 følger av disse av uttrykkene. En prosess, en fremgangsmåte, en gjenstand eller

et apparat som omfatter en liste over elementer innbefatter følgelig ikke bare disse elementene, men kan innbefatte andre elementer som ikke er uttrykkelig angitt eller iboende i den patentsøkte prosess, fremgangsmåte, gjenstand eller apparat.

- 5 Selv om foreliggende oppfinnelse er blitt beskrevet under henvisning til spesielle utførelsesformer, vil man forstå at utførelsesformene er illustrerende og at oppfinnelsens rekkevidde ikke er begrenset til disse utførelsesformene. Mange varianter, modifikasjoner, tilføyelser og forbedringer av de utførelsesformer som er beskrevet ovenfor, er mulige. Disse variantene kan spesielt innbefatte datamaski-
- 10 ner eller andre databehandlingsinnretninger, datamaskinlesbare medier (slik som disketter, CD-ROM, DVD-ROM, osv.) lagringsinnretninger, datamaskinminner og lignende som inneholder programvare, fastvare eller annen programmering som innbefatter de foregående fremgangsmåter. Det er tenkt at disse variantene, modifikasjonene, tilføyelsene og forbedringene skal falle innenfor oppfinnelsens
- 15 ramme slik den er angitt i de følgende patentkrav.

PATENTKRAV

1. Fremgangsmåte for å løse en endelig elementmodell svarende til et system hvor det strømmer et flerfasefluid,
5 k a r a k t e r i s e r t v e d :
 å generere en endelig elementmatrise svarende til modellen, hvor matrisen inneholder et antall koeffisienter;
 å justere koeffisientene for å fremskaffe en matrise hvor elementer på diagonalen er ikke-negative og elementene utenfor diagonalen er ikke-positive; og
10 å generere en løsning for modellen under anvendelse av matrisen ved å benytte endelige elementteknikker.
2. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
k a r a k t e r i s e r t v e d a t justering av koeffisientene omfatter å veie nodene
15 til hvert element i henhold til en fluidstrømningsretning over elementet.
3. Fremgangsmåte ifølge krav 2,
k a r a k t e r i s e r t v e d a t veiing av nodene i hvert element i henhold til en fluidstrømningsretning over elementet, omfatter å bestemme fluidstrømningsretningen over elementet og å veie hver node tyngre hvis noden er oppstrøms fra de
20 andre noder i elementet, og mindre tungt hvis noden er nedstrøms fra de andre nodene i elementet.
4. Fremgangsmåte ifølge krav 3,
25 k a r a k t e r i s e r t v e d a t hver node blir veid tyngre hvis en større del av elementet er nedstrøms fra noden enn fra andre noder i elementet, og mindre tungt hvis en mindre del av elementet er nedstrøms fra noden enn andre noder i elementet.
- 30 5. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
k a r a k t e r i s e r t v e d a t den endelige elementmatrise svarer til et system hvor det er minst to fluidfaser.

6. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
karakterisert ved at den endelige elementmatrise svarer til et system
hvor det er tre eller flere fluidfaser.
- 5 7. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
karakterisert ved at den endelige elementmatrise svarer til en firedim-
ensjonal endelig elementmodell.
8. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
10 karakterisert ved at systemet svarer til et oljereservoar.
9. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
karakterisert ved at matrisen er konfigurert for å frembringe en løs-
ning som ikke er fysisk urealistisk til noe tidspunkt.
- 15 10. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
karakterisert ved at matrisen blir konfigurert for å frembringe en løs-
ning som er ikke-oscillerende.
- 20 11. Fremgangsmåte ifølge krav 1,
karakterisert ved å diskretisere en modell av systemet for å frembringe
et endelig elementmaskenett, og å generere matrisen basert på det endelige ele-
mentmaskenett.
- 25 12. Fremgangsmåte for å frembringe forbedret nøyaktighet ved løsning av en-
delige elementmodeller,
karakterisert ved:
 å diskretisere en modell av systemet i hvilket det er en flerfasefluidstrøm;
 å generere en endelig elementmatrise svarende til modellen, hvor matrisen
30 blir konfigurert for å frembringe en løsning som er monoton og bevarer linearitet;
og
 å generere en løsning for modellen ved å anvende matrisen.

13. Datamaskinlesbart medium som inneholder et antall instruksjoner, karakterisert ved at instruksjonene er konfigurert for å få en datamaskin til å utføre fremgangsmåten for å løse en endelig elementmodell svarende til et system hvor det er en flerfaset fluidstrømning, omfattende:

5 å generere en endelig elementmatrise svarende til modellen, hvor matrisen inneholder et antall koeffisienter;

 å justere koeffisientene for å fremskaffe en matrise der elementer på diagonalen er ikke-negative og elementer utenfor diagonalen er ikke-positive; og

 å generere en løsning for modellen under anvendelse av matrisen ved å
10 benytte endelige elementteknikker.

14. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13, karakterisert ved at justering av koeffisientene omfatter å veie nodene i hvert element i henhold til en fluidstrømningsretning over elementet.

15

15. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 14, karakterisert ved at veiingen av nodene i hvert element i henhold til en fluidstrømningsretning over elementet, omfatter å bestemme retningen av fluidstrømningen over elementet, og å veie hver node tyngre hvis noden er oppstrøms fra de andre noder i elementet, og mindre tungt hvis noden er nedstrøms fra de
20 andre noder i elementet.

16. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 15, karakterisert ved at hver node blir veid tyngre hvis en større del av
25 elementet er nedstrøms fra noden enn fra andre noder i elementet, og mindre tungt hvis en mindre del av elementet er nedstrøms fra noden enn fra andre noder i elementet.

17. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
30 karakterisert ved at den endelige elementmatrise svarer til et system hvor der er minst to fluidfaser.

18. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
karakterisert ved at den endelige elementmatrise svarer til et system
hvor der er tre eller flere fluidfaser.
- 5 19. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
karakterisert ved at den endelige elementmatrise svarer til en firedim-
ensjonal endelig elementmodell.
20. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
10 karakterisert ved at systemet svarer til et oljereservoar.
21. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
karakterisert ved at matrisen blir konfigurert for å frembringe en løs-
ning som ikke er fysisk urealistisk til noe tidspunkt.
- 15 22. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
karakterisert ved at matrisen blir konfigurert for å frembringe en løs-
ning som er ikke-oscillerende.
- 20 23. Datamaskinlesbart medium ifølge krav 13,
karakterisert ved at fremgangsmåten videre omfatter å diskretisere en
modell av systemet for å tilveiebringe et endelig elementmaskenett, og å generere
matrisen basert på det endelige elementmaskenett.

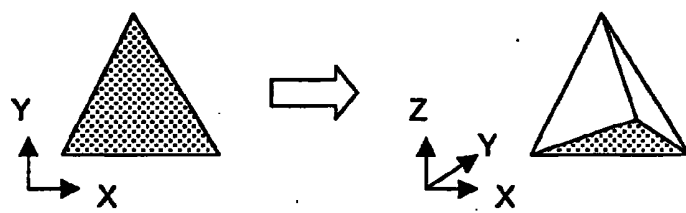


Fig. 1

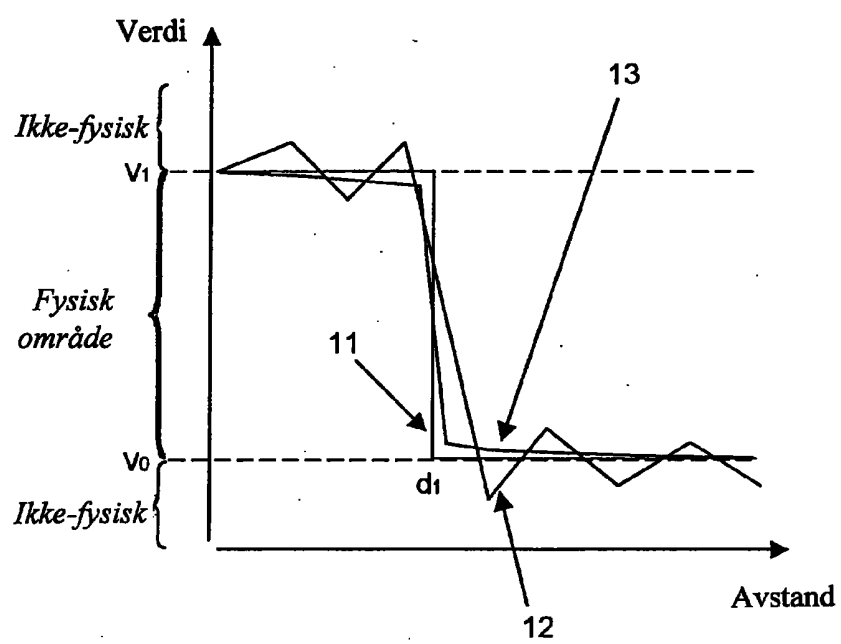


Fig. 2

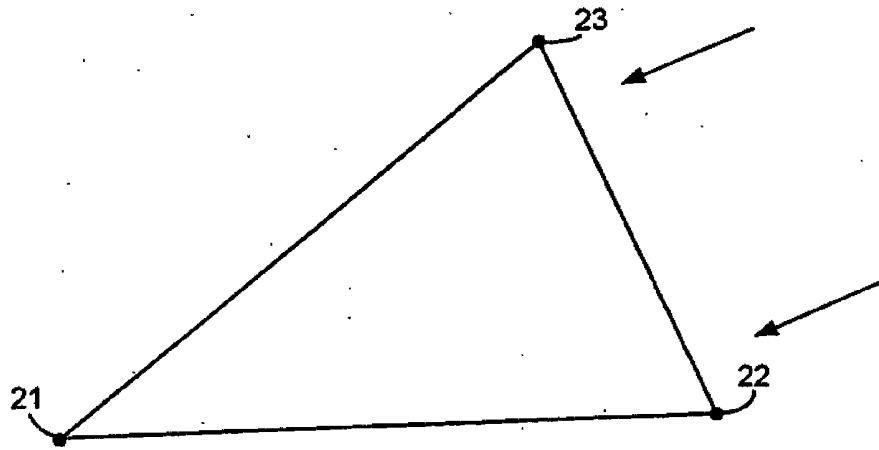


Fig. 3

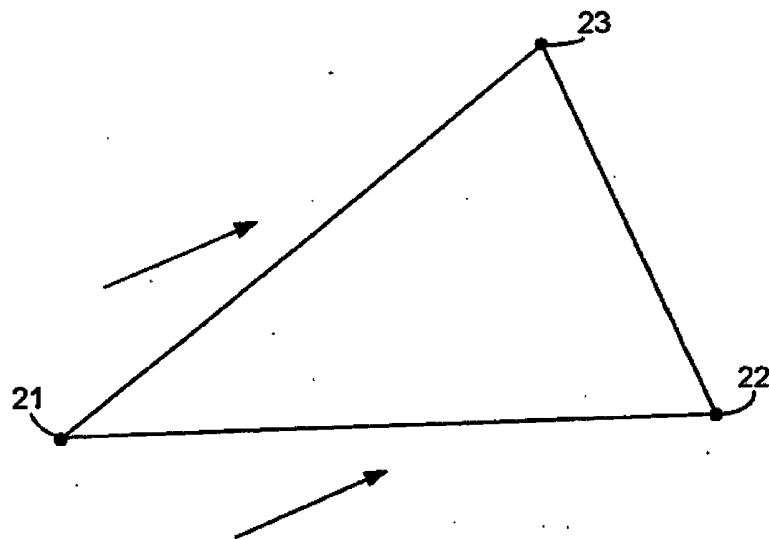


Fig. 4

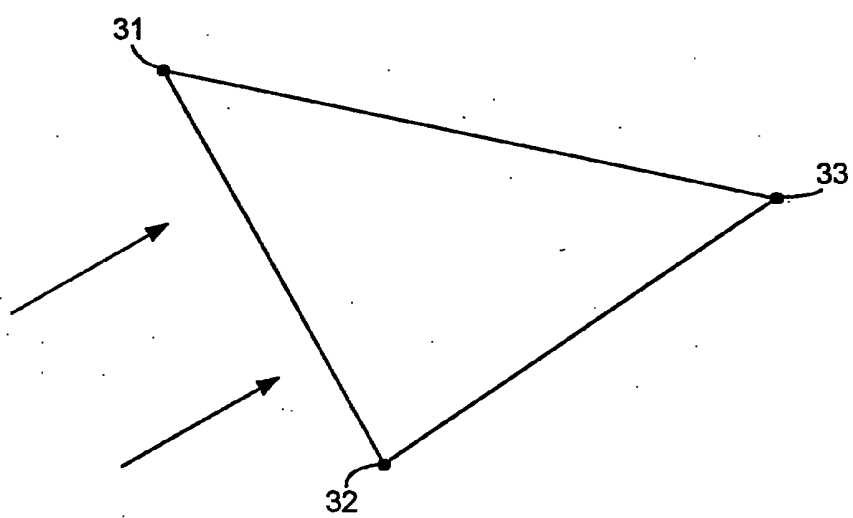


Fig. 5

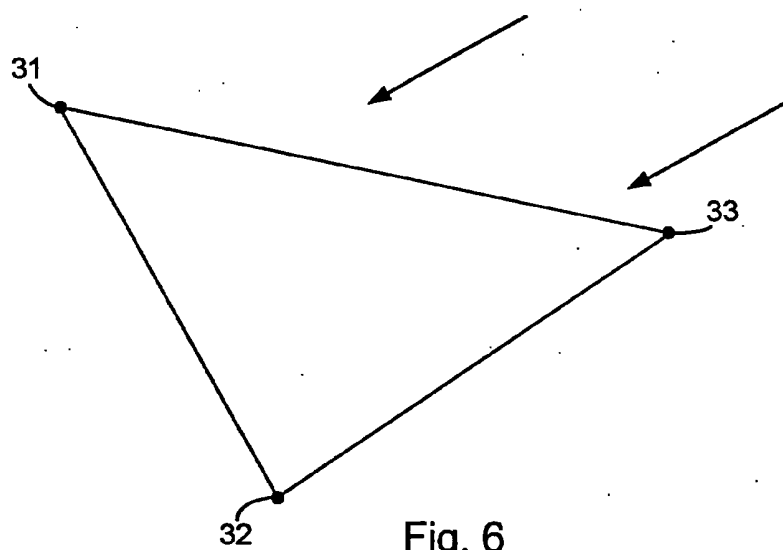


Fig. 6

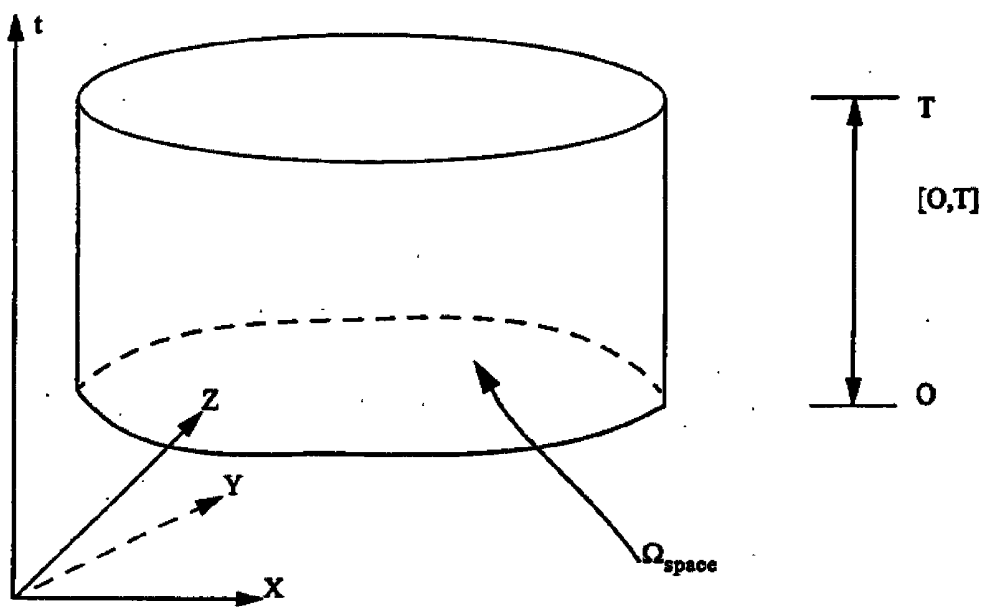


Fig. 7

Flerfase-strømning

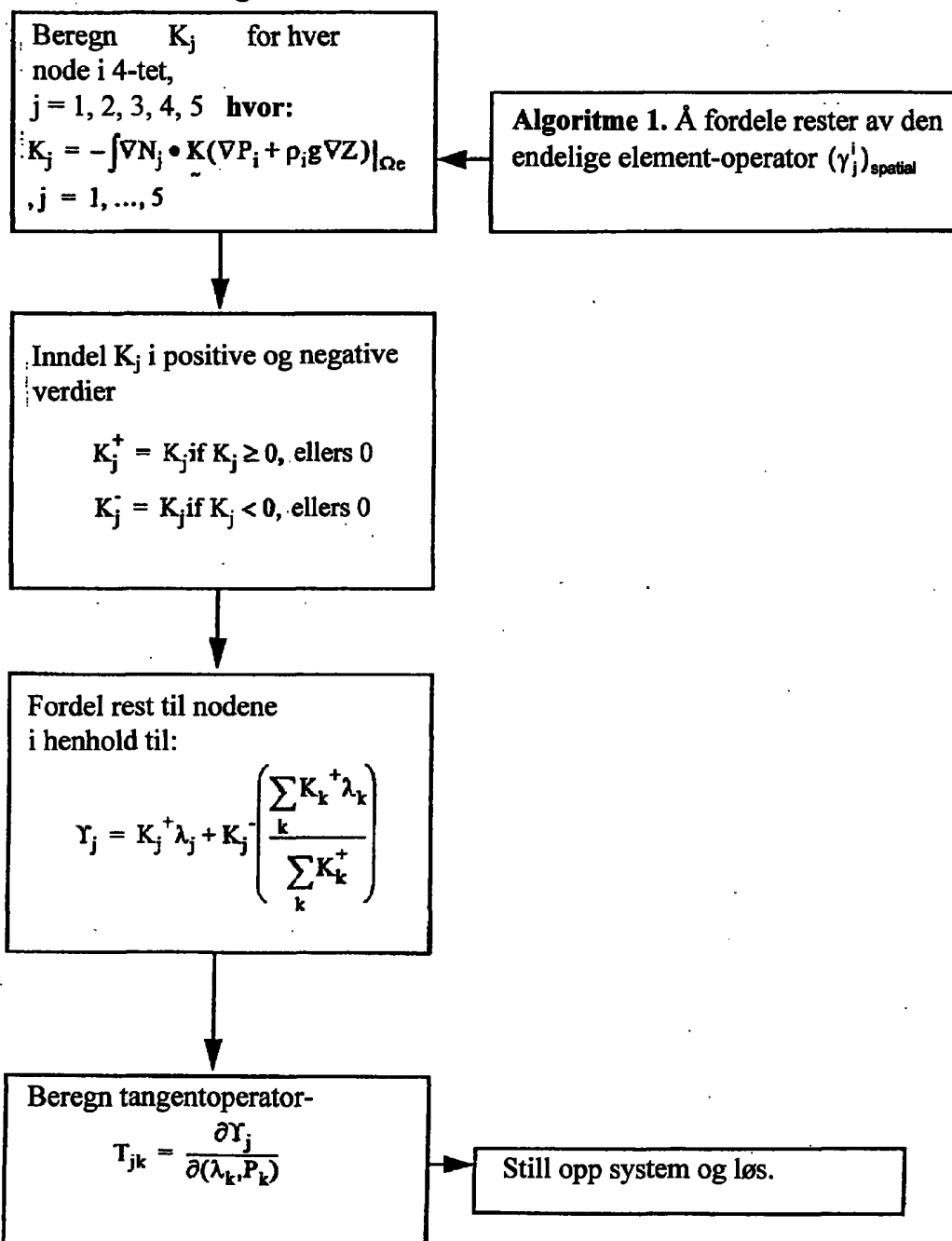


Fig. 8