



(12)发明专利



(10)授权公告号 CN 105531934 B

(45)授权公告日 2019.06.07

(21)申请号 201480049618.5

(22)申请日 2014.09.10

(65)同一申请的已公布的文献号
申请公布号 CN 105531934 A

(43)申请公布日 2016.04.27

(30)优先权数据
61/877,162 2013.09.12 US
14/481,581 2014.09.09 US

(85)PCT国际申请进入国家阶段日
2016.03.09

(86)PCT国际申请的申请数据
PCT/US2014/054993 2014.09.10

(87)PCT国际申请的公布数据
W02015/038648 EN 2015.03.19

(73)专利权人 高通股份有限公司
地址 美国加利福尼亚州

(72)发明人 N·弗雷里斯 O·厄贾尔
M·费特立

(74)专利代理机构 北京律盟知识产权代理有限公司 11287

代理人 宋献涛

(51)Int.Cl.
H03M 7/30(2006.01)

(56)对比文件
CN 101120399 A,2008.02.06,
US 2010002777 A1,2010.01.07,
CN 102172026 A,2011.08.31,
CN 103250352 A,2013.08.14,
US 2011286507 A1,2011.11.24,
US 2012127029 A1,2012.05.24,
CN 102722896 A,2012.10.10,
Le Thanh Tan等.“A novel and efficient mixed-signal compressed sensing for wide-band cognitive radio”.《International Forum on Strategic Technology 2010》.2010,第27-32页.

李佳等.“压缩感知中测量矩阵与重建算法的协同构造”.《电子学报》.2013,(第01期),第29-34页.

审查员 郭小峰

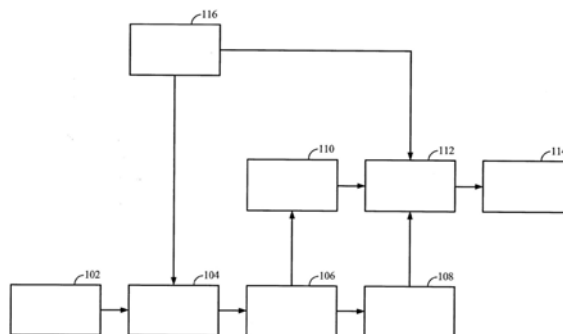
权利要求书3页 说明书21页 附图5页

(54)发明名称

用于流式传输数据的压缩感测的方法和用于执行所述方法的设备

(57)摘要

本发明提供一种用于感测流式传输数据的计算机实施方法,其包括使用重叠开窗递归地取样输入数据流以获得关于所述输入数据流的至少一个先前测量值,及将所述至少一个先前测量值用于获得后续测量值。



1. 一种用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其包括:

至少部分通过以下操作使用逐次重叠窗口递归地取样输入数据流:

递归地选择用于所述输入数据流中的所述重叠窗口的感测矩阵A的序列,所述感测矩阵A的序列包括初始感测矩阵 $A^{(0)}$ 、感测矩阵 $A^{(i)}$ 和感测矩阵 $A^{(i+1)}$,第 $(i+2)$ 个重叠窗口的所述感测矩阵 $A^{(i+1)}$ 由以下方程式定义: $A^{(i+1)} = [a_2^{(i)}, a_3^{(i)}, \dots, a_n^{(i)}, a_1^{(i)}]$,其中 $a_1^{(i)}$ 、 $a_2^{(i)}$ 、 $a_3^{(i)}$...和 $a_n^{(i)}$ 分别为所述感测矩阵 $A^{(i)}$ 的第1、2、3...和n列,n为每一重叠窗口的长度,并且i大于或等于0;及

使用以下方程式获得用于所述第 $(i+2)$ 个重叠窗口的测量值 $y^{(i+1)}$: $y^{(i+1)} = y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}$,其中i大于或等于0,并且对应于第 $(i+1)$ 个重叠窗口的所述输入数据流的信号 $x^{(i)}$ 由以下方程式定义: $x^{(i)} = [x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1}]^T$,并且用于初始重叠窗口的测量值 $y^{(0)}$ 由以下方程式定义: $y^{(0)} = A^{(0)} x^{(0)}$ 。

2. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其中获得所述测量值 $y^{(i+1)}$ 的步骤在不执行涉及所述感测矩阵A的序列中的任何一个感测矩阵的矩阵相乘的情况下执行。

3. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其中获得所述测量值 $y^{(i+1)}$ 的步骤包括经由递归估计处理在所述递归取样步骤期间所取样的所述输入数据流。

4. 根据权利要求3所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括:

接收关于所述输入数据流的信息,其中所述信息关于在先前估计值获得步骤期间所获得的先前估计值,在所述递归取样步骤之前执行所述先前估计值获得步骤。

5. 根据权利要求3所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括:

检测数据流支集,及

基于在所述数据流支集检测步骤期间所获得的信息执行计数估计。

6. 根据权利要求3所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括基于在递归估计步骤期间所获得的数据计算用于数据流支集集合的最小二乘估计LSE值。

7. 根据权利要求6所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括计算经计算的所述最小二乘估计值、计数估计值和先前估计值的平均值。

8. 根据权利要求7所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括使用所述平均值来获得用于所述流式传输数据的新估计值。

9. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括分析流式传输数据的所述压缩感测的计算复杂度。

10. 根据权利要求9所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括估计用于感测流式传输数据的所述方法的误差度。

11. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其中所述递归地取样包括在对重叠窗口的迭代优化算法中获得收敛来解码新窗口。

12. 根据权利要求11所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其中所述获得步骤包括利用由使用逐次重叠窗口的所述步骤所使用的重叠窗口结构和关于先前重叠窗口的信号估计值。

13. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括对

从所述逐次重叠窗口获得的信号估计值求平均值。

14. 根据权利要求13所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括:
执行支集集合检测,及
信号幅度估计。

15. 根据权利要求1所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的方法,其进一步包括应用用于在高测量值噪声的存在下进行稳固支集估计的表决方案。

16. 一种用于执行流式传输数据的压缩感测的系统,其包含多个模块,每一模块包括其上具有用于以下操作的计算机可执行指令的计算机可读媒体:

至少部分通过以下操作使用逐次重叠窗口递归地取样输入数据流:

递归地选择用于所述输入数据流中的所述重叠窗口的感测矩阵A的序列,所述感测矩阵A的序列包括初始感测矩阵 $A^{(0)}$ 、感测矩阵 $A^{(i)}$ 和感测矩阵 $A^{(i+1)}$,第 $(i+2)$ 个重叠窗口的所述感测矩阵 $A^{(i+1)}$ 由以下方程式定义: $A^{(i+1)} = [a_2^{(i)}, a_3^{(i)}, \dots, a_n^{(i)}, a_1^{(i)}]$,其中 $a_1^{(i)}$ 、 $a_2^{(i)}$ 、 $a_3^{(i)}$...和 $a_n^{(i)}$ 分别为所述感测矩阵 $A^{(i)}$ 的第1、2、3...和n列,n为每一重叠窗口的长度,并且i大于或等于0;及

使用以下方程式获得用于所述第 $(i+2)$ 个重叠窗口的测量值 $y^{(i+1)}$: $y^{(i+1)} = y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}$,其中i大于或等于0,并且对应于第 $(i+1)$ 个重叠窗口的所述输入数据流的信号 $x^{(i)}$ 由以下方程式定义: $x^{(i)} = [x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1}]^T$,并且用于初始重叠窗口的测量值 $y^{(0)}$ 由以下方程式定义: $y^{(0)} = A^{(0)} x^{(0)}$ 。

17. 一种非暂时性计算机可读存储媒体,其上记录有用于感测流式传输数据的计算机程序,所述计算机程序包括能够进行以下操作的算法:

至少部分通过以下操作使用逐次重叠窗口递归地取样输入数据流:

递归地选择用于所述输入数据流中的所述重叠窗口的感测矩阵A的序列,所述感测矩阵A的序列包括初始感测矩阵 $A^{(0)}$ 、感测矩阵 $A^{(i)}$ 和感测矩阵 $A^{(i+1)}$,第 $(i+2)$ 个重叠窗口的所述感测矩阵 $A^{(i+1)}$ 由以下方程式定义: $A^{(i+1)} = [a_2^{(i)}, a_3^{(i)}, \dots, a_n^{(i)}, a_1^{(i)}]$,其中 $a_1^{(i)}$ 、 $a_2^{(i)}$ 、 $a_3^{(i)}$...和 $a_n^{(i)}$ 分别为所述感测矩阵 $A^{(i)}$ 的第1、2、3...和n列,n为每一重叠窗口的长度,并且i大于或等于0;及

使用以下方程式获得用于所述第 $(i+2)$ 个重叠窗口的测量值 $y^{(i+1)}$: $y^{(i+1)} = y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}$,其中i大于或等于0,并且对应于第 $(i+1)$ 个重叠窗口的所述输入数据流的信号 $x^{(i)}$ 由以下方程式定义: $x^{(i)} = [x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1}]^T$,并且用于初始重叠窗口的测量值 $y^{(0)}$ 由以下方程式定义: $y^{(0)} = A^{(0)} x^{(0)}$ 。

18. 一种用于执行流式传输数据的压缩感测的设备,其包括:

存储器,其经配置以存储来自输入传感器数据流的数据;及

处理器,其经配置以:

至少部分通过以下操作使用逐次重叠窗口递归地取样输入传感器数据流:

递归地选择用于所述输入传感器数据流中的所述重叠窗口的感测矩阵A的序列,所述感测矩阵A的序列包括初始感测矩阵 $A^{(0)}$ 、感测矩阵 $A^{(i)}$ 和感测矩阵 $A^{(i+1)}$,第 $(i+2)$ 个重叠窗口的所述感测矩阵 $A^{(i+1)}$ 由以下方程式定义: $A^{(i+1)} = [a_2^{(i)}, a_3^{(i)}, \dots, a_n^{(i)}, a_1^{(i)}]$,其中 $a_1^{(i)}$ 、 $a_2^{(i)}$ 、 $a_3^{(i)}$...和 $a_n^{(i)}$ 分别为所述感测矩阵 $A^{(i)}$ 的第1、2、3...和n列,n为每一重叠窗口的长度,并且i大于或等于0;及

使用以下方程式获得用于所述第 $(i+2)$ 个重叠窗口的测量值 $y^{(i+1)}$: $y^{(i+1)} = y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}$, 其中 i 大于或等于 0, 并且对应于所述第 $(i+1)$ 个重叠窗口的所述输入传感器数据流的信号 $x^{(i)}$ 由以下方程式定义: $x^{(i)} = [x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1}]^T$, 并且用于初始重叠窗口的测量值 $y^{(0)}$ 由以下方程式定义: $y^{(0)} = A^{(0)} x^{(0)}$ 。

19. 根据权利要求 18 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经配置以基于用于执行所述感测的递归方案进行递归取样。

20. 根据权利要求 18 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以在不执行涉及感测矩阵 A 的序列中的任何一个感测矩阵的矩阵相乘的情况下获得所述测量值 $y^{(i+1)}$ 。

21. 根据权利要求 20 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其进一步包括用于传递关于所述输入传感器数据流的关于在先前估计值获得步骤期间所获得的先前估计值的输入信息的存储器。

22. 根据权利要求 20 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以基于在数据流支集检测步骤期间所获得的信息执行计数估计。

23. 根据权利要求 20 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以基于在递归估计步骤期间所获得的数据计算用于数据流支集集合的最小二乘估计 LSE 值。

24. 根据权利要求 23 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以计算经计算的所述最小二乘估计值、计数估计值和在先前估计值获得步骤期间所获得的先前估计值的平均值。

25. 根据权利要求 24 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以对由所述设备执行的用于感测流式传输数据的方法步骤的误差度求平均值。

26. 根据权利要求 18 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其中所述处理器经进一步配置以对从所述逐次重叠窗口获得的信号估计值求平均值。

27. 根据权利要求 18 所述的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备, 其进一步包括经配置以测量所述输入传感器数据流的一或多个传感器。

用于流式传输数据的压缩感测的方法和用于执行所述方法的设备

技术领域

[0001] 本发明涉及一种用于流式传输数据的压缩感测的方法并涉及用于执行所述方法的装置。更具体地说,一些实施例包含:一种用于流式传输数据的压缩感测的方法,其使用用于对流式传输数据执行压缩感测的递归算法;和一种设备或系统或计算机程序产品,其能够执行用于流式传输数据的压缩感测的方法。

背景技术

[0002] 在信号处理领域中,所关注的信号可通过使用在适当选择的标准正交基中的几个系数稀疏地表示。示范性地,傅立叶基用于频带受限信号或小波基用于分段连续信号,例如图像。虽然相应基中的少量系数足以表示这些信号,但尼奎斯特/香农取样定理表明至少为所述信号带宽的两倍的取样速率。此类取样速率在此项技术中被称为尼奎斯特率。在多数情况下,所指示的取样速率比系数的足够数目高得多。

[0003] 最近,针对不根据信号的带宽而是根据其信息内容(即,所述信号的自由度的数目)取样信号而引入压缩感测(CS)框架。用于取样的此范式表明相较于用于在某一给定基中具有稀疏表示的信号的经典取样理论更低的取样速率。在天文学和生物医学成像中自然产生的典型信号拟合此模型。

发明内容

[0004] 本发明根据其实例中的一者提出一种用于感测流式传输数据的计算机实施方法,其包括使用重叠开窗递归地取样输入数据流来获得关于所述输入数据流的至少一个先前测量值及将所述至少一个先前测量值用于获得后续测量值。

[0005] 根据本发明的另一实施例提出一种用于感测流式传输数据的系统,其包含多个模块,每一模块包括其上具有用于以下操作的计算机可执行指令的计算机可读媒体:使用重叠开窗递归地取样输入数据流来获得关于所述输入数据流的至少一个先前测量值,及将所述至少一个先前测量值用于获得后续测量值。

[0006] 根据本发明的又一实施例提出一种计算机可读存储媒体,其上记录有用于感测流式传输数据的计算机程序,所述计算机程序包括能够使用重叠开窗递归地取样输入数据流来获得关于所述输入数据流的至少一个先前测量值及将所述至少一个先前测量值用于获得后续测量值的算法。

[0007] 根据本发明的另一实施例,提出一种用于执行流式传输数据的压缩感测的设备,其包括经设置用于使用重叠开窗递归地取样输入数据流来获得关于所述输入数据流的至少一个先前测量值的递归取样器以及将至少一个先前测量值用于获得后续测量值的单元。

[0008] 根据本发明的一个实施例,流式传输数据的感测是流式传输数据的压缩感测,并且用于感测流式传输数据的方法将递归方案用于执行取样。将至少一个先前测量值用于获得后续测量值的步骤包括处理在递归取样步骤期间经由递归估计所抽样的输入数据流。

[0009] 根据本发明的另一实施例,本发明所提出的方法和装置涉及关于数据流的关于在先前估计值获得步骤期间所获得的先前估计值的输入信息,所述先前估计值获得步骤在所述递归取样步骤之前。所述方法进一步包括基于在数据流支集检测步骤期间所获得的信息执行计数估计及基于在所述递归估计步骤期间所获得的数据计算用于数据流支集集合的最小二乘估计(LSE)值。此外,所述方法根据本发明的另一实施例包括求平均值步骤,其中对用于计算平均值的所计算最小二乘估计值、计数估计值和先前估计值求平均值以获得平均值。所述平均值用于获得用于流式传输数据的新估计值。

[0010] 根据本发明的又一实施例,本发明提出的所述方法进一步包括分析流式传输数据的压缩感测的计算复杂度并估计用于感测流式传输数据的方法的误差度的步骤。所述方法进一步包括在迭代优化算法中获得收敛以解码新窗口,所述获得步骤包括利用所述重叠开窗步骤所使用的重叠窗口结构和关于所述先前窗口的信号估计值。所述方法还进一步包括对从多个窗口获得的信号估计值求平均值、执行支集集合检测和信号幅度估计。

[0011] 还可根据本发明应用用于在高测量噪声的存在下进行稳固支集估计的表决方案。

附图说明

[0012] 将从结合所包含图式进行的以下描述了解本发明的其它目标和优点,在所述图式中:

[0013] 图1是根据本发明的一个实施例的用于感测流式传输数据的方法的框图;

[0014] 图2在单一时间窗内表示用于递归压缩感测的平均处理时间与‘朴素法(naive approach)’;

[0015] 图3表示使用LASSO的支集集合估计的结果;

[0016] 图4表示a) 平均估计值、b) 去偏平均估计值和c) 通过表决和求平均值获得的估计值的误差曲线图,及

[0017] 图5表示平均LASSO估计值和对流式传输数据的‘表决和求平均值’的误差曲线图。

具体实施方式

[0018] 对实践本发明的当前设想最佳模式的以下描述并不以限制意义进行,而是仅出于描述本发明的一般原理的目的而进行。应参考权利要求书来确定本发明的范围。

[0019] 尽管已在压缩感测的领域中取得大量进展,但仍未讨论用于对流式传输数据执行压缩感测递归算法。尚未在本领域中讨论通过借逐次开窗对输入流应用压缩感测而从有噪声的样本进行的信号估计的计算复杂度和稳定性。

[0020] 如所属领域的技术人员将了解,本发明的方面可体现为系统、方法或计算机程序产品。因此,本发明的方面可以采用完全硬件实施例、完全软件实施例(包含固件、驻留软件、微码等)或组合软硬件方面的实施例(在本文中全部总称为“电路”、“模块”或“系统”)的形式。此外,本发明的方面可采取计算机程序产品的形式,所述计算机程序产品体现于其上记录有计算机可读程序代码的一或多个计算机可读媒体(即,数据存储媒体)中。

[0021] 可以利用一个或多个计算机可读媒体的任何组合。计算机可读媒体可以是计算机可读信号媒体或计算机可读存储媒体。计算机可读存储媒体可以是(例如,但不限于)电子、磁性、光学、电磁、红外线或半导体系统、设备或装置或者前述的任何合适组合。计算机可读

存储媒体的更具体实例(非穷尽性列表)将包含以下各者:便携式计算机磁片、硬盘、随机存取存储器(RAM)、只读存储器(ROM)、可擦除可编程只读存储器(EPROM或快闪存储器)、光纤、便携式只读光盘(CD-ROM)、光学存储装置、磁性存储装置或前述各者的任何合适组合。在本文档的内容背景中,计算机可读存储媒体(即,数据存储媒体)可为可含有或存储由指令执行系统、设备或装置使用或结合指令执行系统、设备或装置使用的程序的任何有形媒体。

[0022] 计算机可读信号媒体可包含其中体现有计算机可读程序代码的所传播数据信号,举例来说,在基带中或者作为载波的一部分。此传播信号可以采用多种形式中的任一种,包含(但不限于)电磁性、光学或其任何合适组合。计算机可读信号媒体可以是并非计算机可读存储媒体并且可以传达、传播或传输用于由指令执行系统、设备或装置使用或者结合指令执行系统、设备或装置使用的程序的任何计算机可读媒体。

[0023] 可以使用任何适当媒体(包含但不限于无线、有线、光纤光缆、RF等或前述的任何合适组合)来发射在计算机可读媒体上体现的程序代码。

[0024] 可以一或多种编程语言的任何组合撰写用于执行本发明的方面的操作的计算机程序代码,所述一或多种编程语言包含例如Java、Smalltalk、C++或其类似者等面向对象的编程语言,以及例如“C”编程语言或类似编程语言等常规程序性编程语言。所述程序代码可全部在用户的计算机上执行,部分在用户的计算机上执行,作为独立软件包执行,部分在用户计算机上并且部分在远程计算机上执行或者全部在远程计算机或服务器上执行。在后一情形中,远程计算机可通过任何类型的网络(包含局域网(LAN)或广域网(WAN))连接到用户的计算机,或者可连接到外部计算机(例如,通过使用因特网服务提供商的因特网)。

[0025] 下文参考根据本发明的实施例的方法、设备(系统)和计算机程序产品的流程图说明和/或框图描述了本发明的方面。将理解,可以通过计算机程序指令实施流程图说明和/或框图中的每一框和流程图说明和/或框图中的框的组合。可以将这些计算机程序指令提供到通用计算机、专用计算机或其它可编程数据处理设备的处理器以产生经由计算机或其它可编程数据处理设备的处理器执行的机器,所述机器创建用于实施在流程图和/或一或多个框图框中指定的功能/动作的装置。

[0026] 这些计算机程序指令也可存储在计算机可读媒体中并可引导计算机、其它可编程数据处理设备或其它装置以特定方式起作用。计算机程序指令还可加载到计算机、其它可编程数据处理设备或其它装置上,以引起在计算机、其它可编程设备或其它装置上执行一系列操作步骤,以产生计算机实施的过程,使得在计算机或其它可编程设备上执行的指令提供用于实施在流程图和/或一或多个框图框中指定的功能/动作的过程。

[0027] 在以下描述中,大写黑体字母标示矩阵(例如,A),并且黑体小写字母标示矢量(例如,x)。

[0028] 在下文中, x_i 用于标示向量x的第i项,并且 a_i 用于标示矩阵A的第i列。

[0029] 第i个样本矢量(例如输入流的第i窗口或第i取样矩阵)是通过上标(例如, $x^{(i)}$ 或 $A^{(i)}$)标示的。

[0030] 两个矢量a和b之间的内积标示为

[0031] $\langle a, b \rangle := a^T b$ 。

[0032] $|S|$ 指示集合S的基数。

[0033] $E_x[.]$ 指示条件性期望 $E_x[.] = E[. | x]$

[0034] 在压缩感测领域中,频繁用于表征矢量或矩阵的术语是“k稀疏性”、“互相干性”、“受限等距性质”和“一般k稀疏模型”。在下文中,简要地描述所述术语以说明其在本文档中的预期意义。

[0035] 对于矢量 $x \in \mathbb{R}^n$,其支集定义为 $\text{supp}(x) := \{i : x_i \neq 0\}$ 。

[0036] 对于同一矢量 $x \in \mathbb{R}^n$,其伪范数 l_0 定义为 $\|x\|_0 := |\text{supp}(x)|$,其中 x_0 是所述支集的基数。

[0037] 如果 $\|x\|_0 \leq k$ 并且仅在 $\|x\|_0 \leq k$ 时,矢量 x 才是稀疏的。

[0038] 通常 $k \ll n$, n 为矩阵 A 的列的数目。

[0039] 示范性地,如果 $x = [0 \ 0 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 5 \ 0]$,那么 $x \in \mathbb{R}^{10}$ 、 $\|x\|_0 = 3$,且 x 是3稀疏的。

[0040] 对于矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$,互相干性定义为矩阵 A 的任何两个不同列之间的最大内积,如下:

$$[0041] \quad \mu(A) := \max_{1 \leq i, j \leq n, i \neq j} \frac{|\langle a_i, a_j \rangle|}{\|a_i\|_2 \cdot \|a_j\|_2}。$$

[0042] 对于矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$,且给定 $0 < k < n$,如果存在使得满足下式的 $\delta_k \in [0, 1]$,那么矩阵 A 据称满足受限等距性质(RIP):

$$[0043] \quad (1 - \delta_k) \|x\|_2^2 \leq \|Ax\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|x\|_2^2。$$

[0044] 此条件对于所有 $x \in \mathbb{R}^n$ k稀疏矢量而言应有效,其中 δ_k 需要足够小。

[0045] 例如高斯、Bernoulli、从DFT矩阵随机选择的行等随机矩阵已知已被用作在本文中用于压缩感测的矩阵,这是因为其以高概率满足受限等距性质。满足受限等距性质的矩阵的实例是:

[0046] a) 从 m 维单位球面取样的 n 个随机矢量,

[0047] b) 通过均一地从 n 维傅立叶矩阵随机选择 m 行所获得的随机部分傅里叶矩阵,

[0048] c) 具有 $A_{i,j} \sim N(0, 1/m)$ 的随机高斯矩阵,

[0049] d) 具有相等概率的随机Bernoulli矩阵,其中 $A_{i,j} \in \left\{ \frac{1}{\sqrt{m}}, -\frac{1}{\sqrt{m}} \right\}$ 。

[0050] 对于最后两种情况,矩阵 A 以大于或等于 $1 - 2e^{-c_2 m}$ 的概率满足任何 $k \leq c_1 m / \log(n/k)$ 的规定的 δ_k ,其中 c_1 和 c_2 是仅取决于 δ_k 的常数。

[0051] 在本文档中使用的其它术语定义如下:

[0052] “递归地”用于指示通过以自相似方式重复项目而执行程序。在数学和计算机科学中,所述术语指代定义函数的方法,其中所述定义的函数在其自身的定义内进行应用。具体来说,这使用有限表达定义个例的无限数目(函数值),对于一些个例,所述个例可指代其它个例但其方式为使得可出现无循环或无限参考链。所述术语还更一般地用于描述以自相似方式重复目的的过程。递归是在程序的步骤中的一者涉及调用所述程序自身时程序所经过的过程。经过递归的程序被称为“递归的”。

[0053] 在信号处理中,窗函数(也称为切趾函数或渐变函数)是零值超出某一所选区间的数学函数。举例来说,在所述区间内部为常数且在别处为零的函数被称作矩形窗口,这描述了其图形表示的形状。在另一函数或波形/数据序列乘以窗函数时,乘积也是超出所述区间

的零值：在左部的是其重叠的部分，即“穿过所述窗口的视野”。窗函数的应用包含频谱分析、滤波器设计和波束成形。在典型的应用中，使用的窗函数是非负平滑“钟形”曲线，但可使用矩形、三角形和其它函数。窗函数的更一般定义并不需要其相同地为超出区间的零，只要所述窗口乘以其变量参数的乘积是平方可积的即可，并且，更具体地说，所述函数足够快速地朝零变化。在待转换的数据集的长度大于提供所要频率解析度所必需时，惯例是将其细分成较小集合并个别地使其开窗。为了减轻所述窗口边缘处的“损失”，个别集合可适时重叠。

[0054] 如果 x 是线性矢量 $x \in \mathbb{R}^n$ 并且 $y \in \mathbb{R}^m$ 是所获得样本的矢量，那么

[0055] $y = Ax$ (1)

[0056] 在 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为取样(感测)矩阵的情况下，本发明提出方法和装置以在 $m \ll n$ 时恢复 x 。用方程式(1)标示的系统是欠定的线性系统。根据压缩感测，主要结果是如果 x 是 k 稀疏并且 $k < c_m / \log(n/k)$ ，那么对于此未确定的线性系统的解是可能的。

[0057] 应求解下文所述的问题 P_0 以便找出产生测量值 y 的最稀疏矢量 x 。此问题是非确定性多项式时间困难问题或NP困难问题，这需要搜索 A 的列的所有子集。从本领域所知，如果存在多项式时间对于H图灵可约的NP完整问题 L (即， $L \leq_T H$)并且仅当存在所述问题 L 时，问题 H 是NP困难问题。换句话说，可在多项式时间中通过具有用于 H 之预言的预言机(oracle machine)来求解 L 。

[0058] 问题 P_0 被陈述为

[0059] 求 $\|x\|_0$ 主项的最小值 $Ax = y$

[0060] 由于问题 P_0 一般为NP困难问题，所以此问题必须通过易控制方法“近似”。两个连续凸函数最佳化问题用于根据线性测量值恢复稀疏矢量。

[0061] 第一最佳化问题被称作“基追踪(Basis Pursuit)”，其中求解问题 P_0 等效于求解 l_1 最小化问题BP：

[0062] 求 $\|x\|_1$ 主项的最小值 $Ax = y$

[0063] 对于所有 k 稀疏矢量 x ，如果 A 满足受限等距性质(RIP)，其中 $\delta_{2k} \leq \sqrt{2} - 1$ ，那么前述问题等效于 P_0 。最佳化问题(BP)被称作基追踪。由于(BP)可作为线性程序重算，因此求解(BP)与求解一般对于大型个例难处理的问题(P_0)对比在计算上更高效，例如，经由内点法。

[0064] 最佳化问题被称作最小绝对值选择与收缩率算子(Least Absolute Selection and Shrinkage Operator; LASSO)。在噪声的存在下，测量模型 $y = Ax$ 变成：

[0065] $y = Ax + w$; (2)

[0066] 其中 $w \in \mathbb{R}^m$ 表示加性测量噪声。

[0067] 在此设定中，可应用如下的基追踪的变体，即基追踪去噪(BPDN)，在统计文献中最好被称为LASSO：

[0068] 求 $\|x\|_1$ 主项的最小值 $\|Ax - y\|_2 \leq \hat{\sigma}$ (3)

[0069] 其中适当地选择 $\hat{\sigma} \in \mathbb{R}^+$ 来解释测量中的加性噪声。

[0070] 如此项技术中已知，通过对偶性，所述问题可与不受限制的最佳化问题等效地提出：

[0071] 求最小值 $\|Ax - y\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$ (4)

[0072] 其中 λ 是控制稀疏性和重建误差之间的平衡点的正则化参数。

[0073] 对产生用于对流式传输数据执行压缩感测的递归方案有用的定理是关于LASSO的误差的定理,其陈述如果A满足受限等距性质(RIP),其中 $\delta_{2k} \leq \sqrt{2}-1$,那么方程式(3)的解 x_* 遵守公式:

$$[0074] \quad \|x_* - x\|_2 \leq C_0 \cdot \|x - x_k\|_1 / \sqrt{k} + C_1 \cdot \tilde{\sigma} \quad (5)$$

[0075] 其中 $C_0 \cdot \|x - x_k\|_1 / \sqrt{k}$ 指示模型错配并且 $C_1 \cdot \tilde{\sigma}$ 指示噪声。 C_0 和 C_1 是常数,其中 x_k 是矢量 x ,其中除了最大 k 分量的所有分量设定为0。换句话说, x_k 是通过将 x 的许多 k 元素保持为具有最高量值而获得的矢量。

[0076] 具体地说,如果 x 是 k 稀疏并且 $\delta_{2k} \leq \sqrt{2}-1$,那么 $\|x_* - x\|_2 \leq C_1 \cdot \tilde{\sigma}$ 。

[0077] 所述定理陈述重建误差具有由以下两个项定界的上限:第一个是归因于模型错配的误差,并且第二个是与测量噪声方差的比例。

[0078] 关键是如果 $m \geq C_k \log(n/k)$,那么通过从取样自单位球面的随机矢量获得的矩阵、随机高斯矩阵和随机Bernoulli矩阵以高概率符合对等距常数的假设

[0079] 其中 C 是取决于每一个例的常数。

[0080] 在本领域中,展示了LASSO的误差可用于近理想支集检测。为了陈述近理想支集检测的结果特性,定义一般 k 稀疏模型。

[0081] 如果 $x \in \mathbb{R}^n$ 指示 k 稀疏信号并且 $I_x := \text{supp}(x)$ 是其支集集合,那么在以下情况下信号 x 据称是由一般 k 稀疏模型产生的:

[0082] 随机均一地选择 x 的支集 $I_x \subset \{1, 2, \dots, n\}$,并且 $|I_x| = k$,及

[0083] 取决于 I_x ,非零符号同样很可能是-1和1。

[0084] 可如下检测 k 稀疏信号的支集集合:

[0085] 假设常数 c_1 的 $\mu(A) \leq c_1 / \log n > 0$,那么 x 由一般 k 稀疏模型和用于常数 c_2 的

$$k \leq \frac{c_2 n}{\left(\|A\|_2^2 \log n \right)} \text{产生。}$$

[0086] 如果对于 $I_x := \text{supp}(x)$,

$$[0087] \quad \min_{i \in I_x} |x_i| > 8\sigma \sqrt{2 \log n}$$

[0088] 那么通过选择测量值的 $\lambda = 4\sigma \sqrt{2 \log n}$ 获得LASSO估计值,其中

$$[0089] \quad w \sim N(0, \sigma^2 I)$$

[0090] 遵从:

$$[0091] \quad \text{supp}(\hat{x}) = \text{supp}(x)$$

$$[0092] \quad \text{sgn}(\hat{x}_i) = \text{sgn}(x_i) \text{ 其中 } i \in I_x$$

$$[0093] \quad \text{具有至少 } 1 - \frac{2}{n} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi \log n}} + \frac{|I_x|}{n} \right) - O\left(\frac{1}{n^{2 \log 2}} \right) \text{ 的概率。}$$

[0094] 对于具有以下元素的取样矩阵

$$[0095] \quad A_{i,j} \sim N(0, 1/m)$$

[0096] 算子范数是 $\|A\|_2 \sim \sqrt{n/m}$,

[0097] 因此所述定理中的稀疏性条件变成 $k \leq c_{1m}/\log n$ 。

[0098] 为了满足此不等式, m 的值需要为 $m = c'_{1k} \log n$ 。

[0099] 此外, 对于随机高斯矩阵

[0100] $\mu(A) \sim \sqrt{2 \log n / m}$ 如果 $m > 0 (\log^3 n)$, 那么满足对相干性的条件。

[0101] 组合所述界限, 需要 m 为

[0102] $m \geq \min \{0(k \log n), 0(\log^3 n)\}$ 。

[0103] 正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit; OMP) 是针对根据无噪声测量值恢复稀疏矢量 x 的贪婪算法 $y = Ax$ 。所述算法通过迭代地选择通过投影到已选列的线性跨段而最小化近似 y 的残余误差的列来输出 A 的列子集。展示了如果测量矩阵 A 的互相干满足

$\mu(A) < \frac{1}{2k-1}$, 那么 OMP 根据无噪声测量恢复 k 稀疏信号。

[0104] 存在针对 LASSO 开发的算法, 其是由用于非平滑连续凸函数最佳化的接近算法所启发的: ISTA 是接近梯度法, FISTA 是加速接近梯度法, 并且 SALSA 是乘法器的替代引导方法的应用。

[0105] 由于误差定义为 $G(x_t) - G(x_*)$, 其中 $G(x)$ 是方程式 (4) 中的 LASSO 的目标函数并且 $x_* = \arg \min G(x)$, 所以误差随 ISTA 的 $1/t$ 、FISTA 的 $1/t^2$ 和 SALSA 的 $1/t^2$ 衰减, 其中 t 是迭代数目。本领域中还已知用于非平滑连续凸函数最佳化的牛顿型方法, 其中收敛速率不比 $1/t^2$ 更差但是是局部二次的。

[0106] 所关注的信号是无限序列 $\{x_i\}_{i=0,1,\dots}$, 如在处理流式传输数据时的情况一样。对于此类所关注的信号, 从流式传输信号获取的第 i 窗口定义为

[0107] $x^{(i)} := [x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1}]^T$ 。

[0108] 如果 $x^{(i)}$ 已知为稀疏的, 那么以上调查工具适用于恢复每一窗口中的信号部分, 因此适用于恢复数据流。然而, 涉及的操作成本高, 并且高效联机实施不确定。

[0109] 因此, 根据本发明, 提出一种有效地取样及恢复流式传输数据的方法。此方法是递归压缩感测方法, 并且下文将详细地描述所述方法。如将在本文档中进一步详细展示, 本发明的所述方法在取样和估计部分中展现低复杂度, 这使得其算法适合于高效联机实施。

[0110] 其中指示 $\{x_i\}$ 为无限序列 $\{x_i\}_{i=0,1,\dots}$, 并且 $x^{(i)} \in \mathbb{R}^n$ (长度 n 的第 i 窗口)。

[0111] 具有 R 输入的动态模型表示为

$$[0112] \quad x^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x^{(i-1)} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{i+n-1} \quad (6)$$

[0113] 本发明的所述方法允许使用以下形式的逐次测量 $y^{(i)}$ 提供估计值 $\{\hat{x}_i\}$ 的稳固低复杂度滑窗算法的设计

[0114] $y^{(i)} = A^{(i)} x^{(i)}$ (7)

[0115] 其中 $\{A^{(i)}\}$ 是测量值矩阵序列。如果 $\{x_i\}$ 在每一窗口中足够稀疏 (即如果对于每一

$i, ||x^{(i)}||_0 \leq k$, 其中 $k < n$) 或如果以足够高的概率遵守此条件, 那么稳固低复杂度滑窗算法的设计是可能的。

[0116] 如果 $A^{(i)}$ 满足限制等距性质, 其中 $\delta_{2k} \leq \sqrt{2} - 1$, 那么之前在本文档中回顾的方法可渐近地应用于估计值 $\{x^{(i)}\}$ 。运行所述算法联机是成本高的并因此期望设计在最好的情况下可合格地作为专用的对此类方法的替代。

[0117] 根据本发明, 利用逐次窗口之间的信号重叠, 其由如下的递归取样 (编码步骤) 和递归估计 (解码步骤) 组成:

[0118] 关于递归取样步骤: 为了避免每一 $y^{(i)}$ 的矩阵相乘, $A^{(i)}$ 经设计使得 $y^{(i)}$ 可在计算 $y^{(i+1)}$ 中以最小计算开销进行再使用:

[0119] $y^{(i+1)} = f(y^{(i)}, x_{i+n}, x_i)$ 。

[0120] 关于递归估计步骤: 为了加速迭代优化方案的收敛, 使用对应于先前窗口的估计值 $\hat{x}^{(i-1)}$, 以推导出 $\hat{x}^{(i)}$ 的估计程序的起始点 $\hat{x}_{[0]}^{(i)}$:

[0121] $\hat{x}_{[0]}^{(i)} = g(\hat{x}^{(i-1)}, \hat{y}^{(i)})$ 。

[0122] 在下文中, 将更详细描述递归取样步骤和递归估计步骤。

[0123] 关于递归取样步骤, 提出具有最小计算开销特征的递归取样方案。在第一迭代中, $= 0$, 不存在先前估计值, 因此所计算的是

[0124] $y^{(0)} = A^{(0)} x^{(0)}$ 。

[0125] 递归地感测矩阵 $A^{(i)}$ 的序列经选择为:

[0126] $A^{(i+1)} = [a_2^{(i)} a_3^{(i)} \dots a_n^{(i)} a_1^{(i)}] = A^{(i)} P \quad (8)$

[0127] 其中 $a_l^{(i)}$ 为 $A^{(i)}$ 的第 l 列并且 P 为置换矩阵:

[0128] $P := \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$

[0129] 以下辅助定理确保此编码方案的成功: 如果 $A^{(0)}$ 满足给定 k 与常数 δ_k 的限制性等距性质, 那么在上文的方程式 (8) 中定义的 $A^{(i)}$ 也满足同一 k 和 δ_k 的限制性等距性质。

[0130] 其遵循方程式 (8) $A^{(i)} = A^{(0)} P^i$, 并且通过重排 $A^{(0)}$ 的列来获得 $A^{(i)}$ 。按照定义, 限制性等距性质仅取决于 $||x||_0$, 并且对于 x 的项的置换 (等效地 $A^{(0)}$ 的列的置换) 不敏感。

[0131] 假定 $A^{(i)}$ 的特定递归选择 $y^{(i+1)}$ 计算如下:

[0132]

$$\begin{aligned} y^{(i+1)} &= A^{(i+1)} x^{(i+1)} = \sum_{l=1}^n x_{i+l} a_l^{(i+1)} = \sum_{l=1}^{n-1} x_{i+l} a_l^{(i+1)} + x_{i+n} a_n^{(i+1)} = \sum_{l=2}^n x_{i-1+l} a_l^{(i)} + x_i a_1^{(i)} - x_i a_1^{(i)} + x_{i+n} a_1^{(i)} = \\ &= y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}. \end{aligned}$$

[0133] 在所关注的信号包括噪声时, 所述有噪声的测量标注为

[0134] $y^{(i)} = b^{(i)} + w^{(i)}$ 其中 $b^{(i)} = A^{(i)} x^{(i)}$

[0135] 因此,

[0136] $b^{(i+1)} = A^{(i+1)} x^{(i+1)} = b^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)}$

[0137] 通过将 $b^{(i+1)}$ 的值代入用于 $y^{(i+1)}$ 的方程式中, 获得:

[0138] $y^{(i+1)} = b^{(i+1)} + w^{(i+1)} = b^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)} + w^{(i+1)} = y^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) a_1^{(i)} + w^{(i+1)} - w^{(i)}$

[0139] 通过定义 $z^{(i)} := w^{(i)} - w^{(i-1)}$, 如果 $\{w^{(i)}\}$ 是独立递增过程, 那么 $z^{(i)}$ 和 $z^{(i+1)}$ 是独立的。

[0140] 在方程式 (8) 中给定的取样矩阵 $\{A^{(i)}\}_{i=0,1,\dots}$ 的特定选择满足以下条件

[0141] $A^{(i)} x^{(i)} = A^{(0)} P^i x^{(i)}$

[0142] 通过将 $v^{(i)}$ 定义为 $v^{(i)} := P^{(i)} x^{(i)}$, 递归取样可被看作通过使用同一测量矩阵 $A^{(0)}$ 来编码 $v^{(i)}$ 。具有在方程式 (6) 中给定的 $x^{(i)}$ 的特定结构, 除 $v_{i-1}^{(i)}$ 外, $v^{(i)}$ 和 $v^{(i-1)}$ 的所有项相等。

[0143] 对于所关注的信号的递归估计, 通过利用估计值 $\hat{x}^{(i)} = [\hat{x}_i^{(i)} \dots \hat{x}_{i+n-1}^{(i)}]$ 找到用于 $\hat{x}^{(i+1)} = [\hat{x}_{i+1}^{(i+1)} \dots \hat{x}_{i+n}^{(i+1)}]$ 的估计值。

[0144] 在迭代算法中, 收敛速度取决于起始点到最优解的距离。为了实现加速收敛, 利用窗口之间的重叠并且使用以下开始点:

[0145] $x_{[0]}^{(i)} = [\hat{x}_2^{(i-1)} \hat{x}_3^{(i-1)} \dots \hat{x}_{n-1}^{(i-1)} E_{x^{(i-1)}} [x_{i+n-1}]]^T$

[0146] 其中 $j=2, \dots, n-1$ 的 $\hat{x}_j^{(i-1)}$ 是基于先前窗口的最优解的部分。此在优化文献中被称作 ‘热启动 (warm start)’。通过如此选择起始点, 降低用于收敛的迭代的预期数目。将在本文档的稍后部分中实际上表明此情况, 其中具体讨论定量结果。

[0147] 在下文中, 论述在给定标准正交基中的所关注的稀疏信号。

[0148] 到目前为止在本文档中针对给定 $n \in \mathbb{Z}^+$ 隐含地假设从序列 $\{x_i\}$ 获得的长度 n 的窗口 $x^{(i)}$ 满足稀疏性约束 $\|x^{(i)}\|_0 \leq k, \forall i$ 。一般来说, 情况可为 $x^{(i)}$ 自身并不稀疏, 但可在适当选择的基中稀疏地表示。

[0149] $x^{(i)} \in \mathbb{R}^n$ 由于 $x^{(i)} = \Phi \alpha^{(i)}$ 而在给定标准正交基 Φ 中可稀疏地表示, 其中 $\alpha^{(i)}$ 是稀疏的。

[0150] 假设用于具有大小 n 的窗口上的整个序列 $\{x_i\}$ 的共同基, 获得:

[0151] $y^{(i)} = A^{(i)} x^{(i)} = A^{(i)} \Phi \alpha^{(i)}$ 。

[0152] 对于要进行的压缩感测估计, $A^{(i)} \Phi$ 需要满足受限等距性质。对于随机矩阵 $A^{(i)}$ 和任何固定矩阵的乘积, 以高概率满足受限等距性质。在此情况下, 在稀疏性基 $\alpha^{(i)}$ 中恢复信号的 LASSO 问题表达为:

[0153] 求 $\|A^{(i)} \Phi \alpha^{(i)} - y\|_2^2 + \lambda \|\alpha^{(i)}\|_1$ 的最小值

[0154] 其中通过 $x^{(i)} = \Phi \alpha^{(i)}$ 给定输入信号。

[0155] 需求解的问题是如何基于 $\alpha^{(i)}$ 找到用于 $\alpha^{(i+1)}$ 的递归更新以具有用于在递归估计中的加速收敛的良好初始估计值, 如 $E[\alpha^{(i+1)} | \alpha^{(i)}]$ 。

[0156] 使用方程式 (6) 获得:

[0157] $x^{(i+1)} = \prod x^{(i)} + \left[\frac{0_{n-1}}{1} \right] (x_{i+n} - x_i)$

[0158] 其中 0_{n-1} 是将所有元素设定为0的具有长度 $n-1$ 的矢量。

[0159] 因为 $x^{(i)} = \Phi \alpha^{(i)}$, 获得:

[0160] $x_i = x_0^{(i)} = [1 | 0_{n-1}] \Phi \alpha^{(i+1)}$ 和

[0161] $x_{i+1} = x_{n-1}^{(i+1)} = [0_{n-1} | 1] \Phi \alpha^{(i+1)}$ 。

[0162] 在先前方程式中使两侧乘以 $\Psi = \Phi^{-1}$, 其遵循:

$$\begin{aligned} \alpha^{(i+1)} &= \Psi x^{(i+1)} = \Psi \prod x^{(i)} + \Psi \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ 1 \end{bmatrix} (x_{i+n} - x_i) = \\ [0163] &= \Psi \prod x^{(i)} + (x_{i+n} - x_i) \psi_{n-1} = \\ &= \Psi \prod \Phi \alpha^{(i)} + \psi_{n-1} \left((\phi_{n-1}^T)^T \alpha^{(i+1)} - (\phi_0^T)^T \alpha^{(i)} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

[0164] 其中 $\Pi := P^T$ 是在方程式(9)中给定的置换矩阵, 并且

[0165] $(\phi_0^T)^T$ 和 $(\phi_{n-1}^T)^T$ 分别是标准正交基 Φ 的第一行和最后一行。

[0166] 由于可针对所述基推导出高效的更新规则, 傅立叶基对于 Φ 备受关注。用于傅立叶基的递归取样如下:

[0167] 如果 Φ 是具有以下项的 $n \times n$ 反向离散傅立叶变换(IDFT)矩阵

[0168] $\Phi_{i,j} = \omega^{(i-1)(j-1)} / \sqrt{n}$

[0169] 其中 $\omega := e^{j \frac{2\pi}{n}}$, 在此情况下:

$$\alpha^{(i+1)} = \Omega_n \alpha^{(i)} + \psi_{n-1} \left((\Phi_{n-1}^T)^T \alpha^{(i+1)} - (\Phi_0^T)^T \alpha^{(i)} \right) \quad (12)$$

[0171] 其中 Ω_n 是 $n \times n$ 对角矩阵, 其中 $(\Omega_n)_{i,i} = \omega^{-(i-1)}$, 并且 $\Psi = \Phi^{-1}$ 是所述标准正交傅立叶基。

[0172] 在此特定情况下, 方程式(11)简化成方程式(12), 这是因为时域的环形移位对应于傅立叶域中的与复指数的相乘, 如 $\Psi \Pi = \Omega_n \Psi$ 和 $\Psi \Phi = I$ 。

[0173] 从上文可见, 尽管一般来说基于 $\alpha^{(i)}$ 计算 $\alpha^{(i+1)}$ 的计算的数目是 $O(n^2)$, 但对于傅立叶基, 其是 $O(n)$, 这是因为乘以 $\alpha^{(i)}$ 的矩阵是对角矩阵。

[0174] 如先前展示, 在噪声的存在下, 在迭代LASSO求解器中将 $E[\alpha^{(i+1)} | \alpha^{(i)}]$ 的估计值用作起始点以用于热启动, 以便实现加速收敛。

[0175] 改良误差方差的一种方式是通过从逐次窗口获得的估计值求平均值。使用估计值 $\hat{x}^{(i)}$, 平均估计值 \bar{x}_i 经定义用于流式传输信号的第 i 项, 即 x_i , 如:

$$\bar{x}_i := \frac{1}{\min\{i+1, n\}} \sum_{j=\max\{0, i-n+1\}}^i \hat{x}_{i-j}^{(j)} \quad (13)$$

[0177] 其中对 $i \geq n-1$ 的 n 个许多估计值和 $i < n-1$ 的 $i+1$ 个许多估计值求平均值。

[0178] 为简单性而考虑到 $i \geq n-1$, 进一步获得:

$$\frac{1}{n} \sum_{j=i-n+1}^i (\hat{x}_{i-j}^{(j)} - x_i)^2 \stackrel{(a)}{\geq} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=i-n+1}^i (\hat{x}_{i-j}^{(j)} - x_i) \right)^2 = (\bar{x}_i - x_i)^2$$

[0180] 其中(a)由应用于 x^2 的Jensen不等式推断。所述不等式暗示重建误差仅可通过对估计值求平均值来降低。

[0181] 在下文中,通过扩展方程式和使用下式来分析预期重建误差的 l_2 范数 $|\bar{x} - x_i|^2$:

[0182] $Cov[\hat{x}_{j+1}^{(i-j)}, \hat{x}_{k+1}^{(i-k)}] = 0$, 其中 $j \neq k$ 。

[0183] 为了计数便利性,考虑 $i \geq n-1$ 的情况, $i < n-1$ 的情况是相似的。

[0184]
$$E_x[(\bar{x}_i - x_i)^2] = E_x\left[\left(\frac{1}{n} \sum_{j=i-n+1}^i \hat{x}_{i-j}^{(j)} - x_i\right)^2\right] = (E_x[\hat{x}_1^{(i)}] - x_i)^2 + \frac{1}{n} E_x[(\hat{x}_1^{(i)} - E_x[\hat{x}_1^{(i)}])^2]$$

[0185] 所得等式是估计器的所谓的偏差方差分解。可见随着窗口长度增加,第二项接近零并且重建误差渐近地收敛成LASSO的偏差的平方。

[0186] 在下文中,将讨论根据本发明提出的算法。

[0187] 一般来说,最小绝对选择与收缩率算子(LASSO)在其映射 $R^m \rightarrow R^n$ 时产生计数偏置估计器,其中 $m \leq n$ 。如果通过对LASSO估计值直接求平均值来利用窗口之间的重叠,那么重建误差归因于偏差而并不达到零。另一方面,最小二乘估计(LSE)是用于超定系统的未偏置估计器;如上在本文档中所述,LASSO可用于估计信号的支集集合,LSE可随后应用与所述集合。基于这些观察,提出用于恢复取样信号以降低估计误差的两步估计程序。首先获得LASSO估计值 $\hat{x}^{(i)}$,其接着用作去偏算法的输入。为了去偏,对LASSO估计值的支集集合执行LSE以获得 $\tilde{x}^{(i)}$,其在 $\|x^{(i)}\|_0 \leq m$ 并且正确识别支集时给出信号的实际非零的未偏置估计器。随后,对在逐次窗口上获得的去偏估计值求平均值。方法的框图和算法的伪码可分别见于附图和下文的算法1中。

[0188] 算法1递归压缩感测:

[0189] 输入: $A^{(0)} \in R^{m \times n}$, $\{x\}$, $\lambda \geq 0$

[0190] 输出:估计值 $\{\bar{x}\}$

[0191]

1. 支集选择计数: $\{v\} \leftarrow \{0\}$, 信号估计值: $\{\bar{x}\} \leftarrow \{0\}$
2. 其中 $i=0, 1, 2, \dots$
3. $x^{(i)} \leftarrow (x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1})^T$
4. $y^{(i)} \leftarrow A^{(i)} x^{(i)} + w^{(i)}$ ▶ 编码
5. $\hat{x}^{(i)} \leftarrow \arg \min_{x \in R^n} \|A^{(i)} x - y^{(i)}\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \triangleright LASSO$
6. $I \leftarrow \sup p(\hat{x}^{(i)}) \triangleright$ 支集估计
7. $v_{I+i} \leftarrow v_{I+1} + 1 \triangleright$ 增加支集中的选择的计数
8. $\tilde{x}^{(i)} \leftarrow \arg \min_{x \in R^{I+i}} \|A_I^{(i)} x - y^{(i)}\|_2^2 \triangleright$ 对支集集合的 LSE
9. $\bar{x}_I^{(i)} \leftarrow ((v_I^{(i)} - 1) \otimes \bar{x}_I^{(i)} + \tilde{x}^{(i)}) \triangleright$ 更新平均估计值, 其中零交叉算子分别标示逐元素相乘和相除
10. $A^{(i)} \leftarrow A^{(i-1)} P \triangleright$ 用于递归取样
11. 结束。

[0192] 根据本发明的一个实施例的用于感测流式传输数据的方法的框图表示在图1中。根据此实施例的方法包括使用重叠开窗步骤来递归地取样输入数据流以获得至少一个先前测量值和将所述先前测量值用于获得后续测量值的步骤。更精确地, 所述方法包括递归取样输入数据流的步骤102。经由递归估计步骤104处理在递归取样步骤102期间取样的数据。还在递归估计步骤104期间输入在递归取样之前的先前估计值获得步骤116期间获得的关于先前估计值的信息。如上文结合递归取样算法的步骤6所描述, 在支集检测步骤106期间利用在递归估计步骤104期间获得的数据。由于支集检测步骤而处理的信息可以用于计数估计, 如图1的步骤110中所展示并且对应于递归取样算法的步骤7。如上文结合递归取样算法的步骤8所描述, 在对支集集合计算LSE的步骤108期间利用在步骤106中获得的信息。随后, 如上文结合递归取样算法的步骤9所描述, 在步骤112中对支集集合的LSE和估计计数求平均值。根据所述方法的一实施例, 还在步骤112中对在步骤116期间获得的先前估计值求平均值。如上文结合递归取样算法的步骤10所描述, 在步骤114中获得新估计值。

[0193] 根据一个此类实施例的方法还能够分析所述方法的计算复杂度和估计误差。

[0194] 更精确地, 在下文中, 分析所述方法的复杂度和误差方差, 并且引入用于更稳固支集检测的表决算法。

[0195] 表示所述方法的一个实施例的图1的框图可扩展到包括逐次窗口之间的可变重叠的方法。

[0196] 要考虑的是其中经由具有 $0 < \tau \leq n$ 重叠的递归开窗执行感测的一般化。

[0197] 如果 $A \in R^{m \times n}$ 指示取样矩阵, 那么 i 指示窗口指数, 并且 η_i 为取样效率, 即直至时间 $(n+i)$ 为止所获取的总样本与所感测项的数目的比率。对于一个窗口, 取样效率为 m/n , 这是

因为取样矩阵为 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 。

[0198] 到第 i 窗口结时, 在已获取 im 个样本时已恢复 $n + (i-1)\tau$ 个元素。渐近取样效率为:

$$[0199] \quad \eta := \lim_{i \rightarrow \infty} \eta_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{im}{n + (i-1)\tau} = \frac{m}{\tau}$$

[0200] 如果替代用于使用排组 τ 更新的 en 编码中的编码 (即, 通过使用由环形移位取样矩阵 τ 时间所获得的矩阵), 那么渐近取样效率变成:

$$[0201] \quad \eta = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{m + (i-1)\tau}{n + (i-1)\tau} = 1$$

[0202] 在后一种情况下, 递归取样方法渐近地等效于每一时间个例获取一个样本。所述方法的益处在于噪声抑制。通过获取重叠窗口, 以最小的 $\lfloor n/\tau \rfloor$ -次数感测每一元素, 因此使用多个的协作解码可用于提高估计准确度。

[0203] 先前在本文档中讨论了 LASSO 到信号支集估计的应用。进一步在本文档中, 引入利用用于在高测量噪声中的更稳固支集检测的逐次窗口上的估计支集的方法。在信号幅值并非足够高以经受所述噪声水平以上的噪声时, 前述支集检测机制可错过非零位置 (漏报) 或检测错误支集 (误肯定)。因此, 先前在本文档中讨论的支集检测定理可使用较小正则化常数 λ 来以降低成功概率为代价检测较低最小非零值的支集。假设误肯定随机地分布在所有 i 的集合 $\{0, \dots, n-1\} \setminus \text{supp}(x^{(i)})$ 上, 通过引入位置需要经检测为支集的最小次数的阈值, 可在低信号中减少对噪声体系的误肯定。

[0204] 通过引入 ‘表决机’, 在表决情况下获得的两步算法可表示在图1中的支集检测框 106 内。所述两步算法通过如下求解 LASSO 来起作用

$$[0205] \quad \hat{x}^{(i)} = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \left(\|A^{(i)}x - y^{(i)}\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \right)。$$

[0206] 如果将 ξ_1 设定为 >0 , 那么找到 $\hat{x}^{(i)}$ 的绝对值大于 ξ_1 的指数来估计 $x^{(i)}$ 的支集; 在第 i 窗口中

$$[0207] \quad S_t^{(i)} = \{j : |\hat{x}_j^{(i)}| \geq \xi_1\}。$$

[0208] 含有选票的序列定义为 $\{v_i\}$, 并且将指数 i 用于最小二乘估计 (LSE) 的次数定义为 $\{L_i\}$ 。在算法的开始, 将 $\{v_i\}$ 和 $\{L_i\}$ 设定为零。对于每一窗口, 在集合中的所述位置上的选票经相加作为 $v_{S_t^{(i)}+1} \leftarrow v_{S_t^{(i)}+1} + 1$, 所述集合由 $S_t^{(i)}$ 指示, 其中下标 $S_t^{(i)} + i$ 用于将窗口内的指数转换成流式传输数据上的总体指数。通过对选票 $\{v_i\}$ 之数目应用阈值 $\xi_2 \in \mathbb{Z}^+$, 找到已经足够多次表决的可接受为非零的指数并将其存储在

$$[0209] \quad S_g^{(i)} = \{j : v_{j+i} \geq \xi_2\} \text{ 中。}$$

[0210] 选择阈值 ξ_2 以使得 $|S_g^{(i)}| < m$, 因此产生用于 LSE 的超定系统。基于这些指数求解超定最小二乘问题,

$$[0211] \quad \tilde{x}^{(i)} = \left(A_{S_g^{(i)}}^{(i)T} A_{S_g^{(i)}}^{(i)} \right)^{-1} A_{S_g^{(i)}}^{(i)T} y^{(i)}$$

[0212] 其中 $A_{S_g^{(i)}}^{(i)}$ 是通过提取由集合 $S_g^{(i)}$ 指数的 $A^{(i)}$ 的列所获得的矩阵。接着为了执行对最

小二乘估计值求平均值,回收数目针对用于LSE程序中的条目递增如下

$$[0213] \quad L_{S_g^{(i)}+i} \leftarrow L_{S_g^{(i)}+i} + 1。$$

[0214] 矢量 $\tilde{x}^{(i)}$ 在 $R^{|S_g^{(i)}|}$ 中,并且矢量 $x' \in R^n$ 是通过将由 $S_g^{(i)}$ 指数的元素设定成最小二乘估计值 (如 $x'_{S_g^{(i)}} = \tilde{x}^{(i)}$) 并将所有其它指数设定成0来产生的。接着如下更新平均估计值:

$$[0215] \quad \bar{x}_{i+j} \leftarrow \frac{L_i-1}{L_i} \bar{x}_{i+j} + \frac{1}{L_i} x'_j, \quad j=0, 1, \dots, n-1。$$

[0216] 在下文中分析根据一个实施例的方法的估计误差方差和计算复杂度。

[0217] 在进行对两步RCS方法的估计误差方差的分析之前,引入以下辅助定理:

[0218] 辅助定理5.1:由 \hat{v} 标示在方程式 (4) 中对LASSO的解,由 $I := \text{supp}(\hat{v})$ 标示其支集集合,并且通过

$$\tilde{v} := \underset{\substack{v \in R^n \\ v_{I^c} = 0}}{\text{argmin}} \|Av - y\|_2^2, \text{ 所述最小二乘解受限于列 } A_I$$

[0219] 满足以下方程式:

$$[0220] \quad \|A_I(\tilde{v}_I - \hat{v}_I)\|_2^2 \leq (\|\tilde{v}_I\|_1 - \|\hat{v}_I\|_1) \frac{\lambda}{2}。$$

[0221] 独立于所选支集,以下各者适用于应用在LASSO估计值的支集上的LASSO估计和最小二乘:

$$[0222] \quad \hat{v} = \underset{\substack{v \in R^n \\ v_{I^c} = 0}}{\text{argmin}} \|Av - y\|_2^2 + \lambda \|v\|_1 = \underset{\substack{v \in R^n \\ v_{I^c} = 0}}{\text{argmin}} \|Av - y\|_2^2 + \lambda \|v\|_1$$

$$[0223] \quad \tilde{v} = \underset{\substack{v \in R^n \\ v_{I^c} = 0}}{\text{argmin}} \|Av - y\|_2^2$$

[0224] 其中 $I = \text{supp}(\hat{v})$ 。LASSO的最优性条件得出:

$$[0225] \quad A_I^T(y - A_I \hat{v}_I) = \frac{\lambda}{2} \text{sgn}(\hat{v}_I) \quad (15)$$

[0226] 其中 $\text{sgn}(v)$ 是扩展到矢量的符号函数。标准方程式读作

$$[0227] \quad A_I^T A_I \tilde{v}_I = A_I^T y$$

[0228] 因此:

$$[0229] \quad \begin{aligned} \|A_I(\tilde{v}_I^{(i)} - \hat{v}_I^{(i)})\|_2^2 &= (\tilde{v}_I - \hat{v}_I)^T A_I^T A_I (\tilde{v}_I - \hat{v}_I) \stackrel{(a)}{=} (\tilde{v}_I - \hat{v}_I)^T \frac{\lambda}{2} \text{sgn}(\hat{v}_I) \stackrel{(b)}{\leq} (\|\tilde{v}_I\|_1 - \|\hat{v}_I\|_1) \frac{\lambda}{2} \stackrel{(c)}{=} \\ &= (\|\tilde{v}\|_1 - \|\hat{v}\|_1) \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

[0230] 其中 (a) 是由方程式 (15) 和标准方程式推断, (b) 从以下各者推断

$$[0231] \quad \hat{v}_I^T \text{sgn}(\hat{v}_I) = \|\hat{v}_I\|_1 \text{ 及}$$

$$[0232] \quad \tilde{v}_I^T \text{sgn}(\hat{v}_I) \leq \|\tilde{v}_I\|_1$$

[0233] 并且 (c) 从 $\hat{v}_{I^c} = \tilde{v}_{I^c} = 0$ 推断。

[0234] 如果假设噪声与支集检测不相关,即,

[0235] $Cov[w^{(i)}, w^{(j)} | A_i, A_j = 0]$, 其中 $i \neq j$ 其中 A_i 指示支集检测在第 i 窗口中成功的事件,

[0236] $A_i := \{\text{supp}(\hat{x}^{(i)}) = \text{supp}(x^{(i)})\}$

[0237] 以下定理给出对所提出的两步算法的重建构误差方差的上限。

[0238] 根据关于用于所提出算法的误差方差的定理, 在上文结合支集检测所讨论的条件下并且在假设噪声与用于固定 k 和 n 的支集检测不相关的情况下, 以下条件是有有效的:

$$[0239] \quad E[(\bar{x}_1 - x_i)^2] \leq P(A) \frac{\sigma^2}{(1 - \sqrt{k/m})} + \frac{P(A^c)}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E \left[\frac{\lambda (\|\tilde{x}_I^{(i)}\|_1 - \|\hat{x}_I^{(i)}\|_1)}{2(1 - \sqrt{k/m})} + \|\hat{x}^{(i)} - x^{(i)}\|_2^2 \right],$$

[0240] 其中

$$[0241] \quad P(A) \geq 1 - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi \log n}} + \frac{|I|}{n} \right) - \frac{c}{n^{2 \log 2 - 1}} \text{ 以及}$$

[0242] $P(A^c) = 1 - P(A)$ 。

[0243] 为了证明上文所述的定理的有效性, 需要满足以下三个条件:

[0244] 第一个条件为:

[0245] 给定 m 及 k , 其中 $k \leq m$, 对于 $m \times k$ 矩阵 A (其中 $A_{i,j} \sim N(0, 1/m)$), 奇异值

[0246] $s_1(A) \geq \dots \geq s_k(A)$ 满足条件:

$$[0247] \quad \max \{P(s_1(A) \geq 1 + \sqrt{k/m} + t), P(s_k(A) \leq 1 - \sqrt{k/m} - t)\} < \exp(-mt^2/2)$$

[0248] 第二个条件为:

$$[0249] \quad P(A_i) \geq 1 - \frac{2}{n} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi \log n}} + \frac{|I_x|}{n} \right) - O\left(\frac{1}{n^{2 \log 2}}\right)。$$

[0250] 通过一致界限,

$$[0251] \quad P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = 1 - P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i^c\right) \geq 1 - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi \log n}} + \frac{|I|}{n} \right) - \frac{c}{n^{2 \log 2 - 1}}$$

[0252] $\hat{v}^{(i)}$ 定义为Lasso估计值。其是通过应用在Lasso的支集 $\hat{v}^{(i)}$ 上的最小二乘获得。

[0253] 定义LASSO估计值 $\tilde{v}^{(i)}$, 并且如下通过应用在LASSO支集 $\tilde{v}^{(i)}$ 上的最小二乘获得估计值:

$$[0254] \quad \hat{v}^{(i)} = \arg \min_{v \in R^n} \|Av - y^{(i)}\|_2^2 + \lambda \|v\|_1$$

$$[0255] \quad \tilde{v}^{(i)} = \arg \min_{\substack{v \in R^n \\ v_{I^c} = 0}} \|Av - y^{(i)}\|_2^2$$

[0256] 其中 $I = \text{supp}(\hat{v}^{(i)})$ 。

[0257] 在所有 n 个相连窗口中的支集经正确检测的事件中,

[0258] $A_1 \cap \dots \cap A_n$, 普通最小二乘估计值是

$$[0259] \quad \tilde{v}^{(i)} = (A_{I^{(i)}}^T A_{I^{(i)}})^{-1} A_{I^{(i)}}^T y^{(i)}。$$

[0260] 矩阵 $A_{I^{(i)}}^T A_{I^{(i)}}$ 是可逆的, 这是因为 $A_{I^{(i)}}$ 的奇异值是非零的概率高。

[0261] 根据标准LSE, $E[\tilde{v}^{(i)}] = v_{I^{(i)}}^{(i)}$ 和 $Cov[\tilde{v}^{(i)}] = \sigma^2 (A_{I^{(i)}}^{(i)T} A_{I^{(i)}}^{(i)})^{-1}$ 。

[0262] 对于是信号中的n次估计的第一项的任何固定项, 例如 $v_{n-1} = x_{n-1}$, 给定 $A_0^{n-1} := A_0 \cup \dots A_{n-1}$:

[0263]

$$\begin{aligned} E_v \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1} \right)^2 \middle| A_0^{n-1} \right] &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} E_v \left[(\tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1})^2 \middle| A_0^{n-1} \right] + \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} E_v \left[(\tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1})(\tilde{v}_{n-1}^{(j)} - v_{n-1}) \middle| A_0^{n-1} \right] \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} E_v \left[(\tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1})^2 \middle| A_0^{n-1} \right] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} \sigma^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T (A_{I^{(i)}}^T A_{I^{(i)}})^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &\leq \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} \sigma^2 \frac{1}{\sigma_k(A_{I^{(i)}})} \leq \frac{\sigma^2}{n(1-\sqrt{k/m})} \end{aligned}$$

[0264] $m \sim k \log(n/k)$

[0265] m的此值几乎以1/n减小, 因此重建方差在支集检测在n个相连窗口中成功的情况下达到零。

[0266] 在第三次中, 重要的是了解对先前情况的补充, $\left(\bigcap_{i=1}^n A_i \right)^C$ 。

[0267] 对于 $\tilde{v}^{(i)}$ 和 $\hat{v}^{(i)}$, 以上辅助定理得出:

$$[0268] \quad \|A_I(\tilde{v}_I^{(i)} - \hat{v}_I^{(i)})\|_2^2 \leq (\|\tilde{v}_I^{(i)}\|_1 - \|\hat{v}_I^{(i)}\|_1) \frac{\lambda}{2}$$

[0269] 因此:

$$[0270] \quad \|\tilde{v}_I^{(i)} - \hat{v}_I^{(i)}\|_2^2 \leq (\|\tilde{v}_I^{(i)}\|_1 - \|\hat{v}_I^{(i)}\|_1) \frac{\lambda}{2(1-\sqrt{k/m})}$$

[0271] 使用三角不等式, 得到对支集集合的LSE估计值与实际信号之间的差异的 ℓ_2 范数的上限:

$$[0272] \quad \|\tilde{v}^{(i)} - v^{(i)}\|_2^2 \leq \|\tilde{v}^{(i)} - \hat{v}^{(i)}\|_2^2 + \|\hat{v}^{(i)} - v^{(i)}\|_2^2 \leq \frac{\lambda(\|\tilde{v}_I^{(i)}\|_1 - \|\hat{v}_I^{(i)}\|_1)}{2(1-\sqrt{k/m})} + \|\hat{v}^{(i)} - v^{(i)}\|_2^2 \quad (16, 17)$$

[0273] 通过组合这些结果获得:

[0274]

$$E[(\bar{v}_{n-1} - v_{n-1})^2] = E \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1}) \right)^2 \right] \leq E \left[\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\tilde{v}_{n-1}^{(i)} - v_{n-1})^2 \right] \leq \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E[\|\tilde{v}^{(i)} - v^{(i)}\|_2^2]$$

[0275] 通过代入不等式17、使用 A_0^n 和 $(A_0^n)^c$ 的概率并注意 v 、 \tilde{v} 和 \hat{v} 可分别与 x 、 \tilde{x} 和 \hat{x} 互换来获得以上方程式。

[0276] 在下文中将分析递归压缩感测算法的计算复杂度。

[0277] 如果i是窗口指数, $A^{(i)} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是采样矩阵, 并且 τ 指示滑动步骤, 那么在第i窗口n+

(i-1) τ 项结束时已恢复逐次窗口之间的滑动槽的数目。

[0278] 通过 $A^{(0)} x^{(0)}$ 取样第一窗口。这需要 $O(mn)$ 基本操作, 例如相加和相乘。在初始窗口之后, 窗口

$$[0279] \quad x^{(i)} = [x_{i\tau} x_{i\tau+1} \cdots x_{i\tau+n-1}]$$

[0280] 的取样通过复杂度为 $O(m\tau)$ 的具有排组 τ 更新的递归取样来实现。因此在第 i 窗口结束时, 取样的总复杂度是 $O(mn) + O(m\tau)i$, 其中递归取样的平均复杂度为 $O(m\tau)$ 。

[0281] 对计算复杂度的其它贡献源于迭代求解器。预期复杂度归功于可被计算为每一迭代中的操作数目乘以用于收敛的迭代的预期数目的迭代求解器。虽然前者取决于特定算法, 但后者为起始点与最优解的距离的函数, 其受限于如下使用递归估计的情况:

[0282] 使用:

$$[0283] \quad \hat{x}_{[0]}^{(i)} = [x_{* \tau}^{(i-1)} \cdots x_{* n-1}^{(i-1)} 0^T]^T$$

[0284] 作为起始点, 获得:

$$[0285] \quad \|\hat{x}_{[0]}^{(i)} - x_*^{(i)}\|_2 \leq C_0 \|x^{(i-1)} - x_k^{(i-1)}\|_1 / \sqrt{k} + C_0 \|x^{(i)} - x_k^{(i)}\|_1 / \sqrt{k} + C_1 \tilde{\sigma} + \|[x_{n-\tau}^{(i)} \cdots x_{n-1}^{(i)}]\|_2$$

[0286] 如下论证以上作出的陈述的有效性:

$$[0287] \quad e^{(i)} := [x_{* \tau}^{(i-1)} \cdots x_{* n-1}^{(i-1)} 0^T]^T - [x_{* 0}^{(i)} \cdots x_{* n-1}^{(i)}]^T$$

$$[0288] \quad e^{(i)} := x_*^{(i)} - x^{(i)}$$

$$[0289] \quad e^{(i+1)} = [x_{* \tau}^{(i)} \cdots x_{* n-1}^{(i)} 0^T]^T - x^{(i)} + x^{(i)} - [x_{* 0}^{(i)} \cdots x_{* n-1}^{(i)}]^T$$

[0290] 获取范数并使用三角不等式得出:

$$[0291] \quad \|e^{(i+1)}\|_2 \leq \|e^{(i-1)}\|_2 + \|e^{(i)}\|_2 + \|[x_{n-\tau}^{(i)} \cdots x_{n-1}^{(i)}]\|_2$$

[0292] 在查看提供Lasso误差的定理的情况下, 获得:

$$[0293] \quad \|e^{(i+1)}\|_2 \leq C_0 \|x^{(i-1)} - x_k^{(i-1)}\|_1 / \sqrt{k} + C_0 \|x^{(i)} - x_k^{(i)}\|_1 / \sqrt{k} + C_1 \tilde{\sigma} + \|[x_{n-\tau}^{(i)} \cdots x_{n-1}^{(i)}]\|_2 \quad (18)$$

[0294] 每一迭代的准确计算复杂度取决于所述算法。最低限度地, 用于LASSO的迭代求解器需要在需要 $O(mn)$ 操作的所述迭代处将取样矩阵与估计值相乘。在代价函数亚线性地衰减 (例如, $1/t^2$) 的算法中, 如在FISTA中, 获得 \hat{x} 以使得 $G(\hat{x}) - G(x_*) \leq \varepsilon$ 所需的迭代数目

$$[0295] \quad (x_* \text{ 是最优解}), \text{ 与 } \frac{\|x_{[0]} - x_*\|_2}{\sqrt{\varepsilon}} \text{ 成比例, 其中 } x_{[0]} \text{ 是所述算法的起始点。根据此限定,}$$

可见迭代的平均数与算法的起始点与最优点的欧几里得距离成比例。

[0296] 对于序列 $\{x_i\} i=0, 1, \dots$, 其中对于所有 i 而言 $\|x^{(i)}\|_0 \leq k$ 和 $\max_{j=0, \dots, n-1} |x_j^{(i)}| \leq C$ (其中 $C > 0$) 是常数, 用于其中代价函数亚线性地衰减的算法的收敛的迭代的预期数目是用于无噪声的测量的 $O(\sqrt{\tau})$ 和用于 i.i.d. 测量噪声的 $O(\sqrt{\tau}) + O(\sqrt{m})$ 。

[0297] 以上陈述真实, 这是因为: 由于 $x^{(i)}$ 是 k 稀疏的, 所以所述项

$$[0298] \quad \|x^{(i-1)} - x_k^{(i-1)}\|_1 \text{ 和 } \|x^{(i)} - x_k^{(i)}\|_1 \text{ 根据方程式18下降。}$$

[0299] 通过 $|x_i| \leq C$, 获得

[0300] $\| [x_{n-\tau}^{(i)} \dots x_{n-1}^{(i)}] \|_2 \leq C\sqrt{\tau}。$

[0301] 对于有噪声的测量,项 $C_1 \tilde{\sigma}$ 与噪声水平有关。由于噪声以高概率 $\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2(m + \lambda\sqrt{2m})$ 具有分布 $N(0, \sigma^2 I)$, 因此由所述定理提出的条件限制的 $\tilde{\sigma} O(\sqrt{m})$ 关注 LASSO 的误差。使用方程式 (18) 的次结果,发现迭代的预期数目在有噪声的情况下为 $O(\sqrt{\tau}) + O(\sqrt{m})$ 。

[0302] 在以上分析中,平均复杂度对于递归取样是 $O(m\tau)$, 且对于优化算法(最低限度地)是 $O(mn)$ 。为了恢复输入流的每一分量而不遗漏元素, $\tau \leq n$, 因此发现迭代优化的复杂度优于平均复杂度。

[0303] 通过使用用于从单位球面取样的随机矢量的条件 $m \geq Ck \log(n/k)$, 随机高斯矩阵和随机 Bernoulli 矩阵满足条件 $\delta_{2k} \leq \sqrt{2} - 1$ 。下表 1 展示 k 的各种稀疏性类别的平均计算复杂度。

[0304]

k	计算复杂度
$O(1)$	$O(n \log n)$
$O(\log n)$	$O(n \log n \cdot \log(n/\log n))$
$O(\sqrt{n})$	$O(n^{3/2} \log n)$
$O(n)$	$O(n^2)$

[0305] 实验结果

[0306] 根据随机模型产生用于模拟中的数据:

[0307]
$$f_x(x) = \begin{cases} (1-p)\delta(x) + \frac{1}{2p} & \text{if } x \in [-1, 1] \\ 0 & \end{cases} \quad (19)$$

[0308] 其中除非另有陈述,否则 $p=0.05$ 。

[0309] 测量模型为

[0310] $y^{(i)} = A^{(i)} x^{(i)} + w^{(i)}$

[0311] 其中 $w^{(i)} \sim N(0, \sigma^2 I)$

[0312] 其中 $\sigma > 0$

[0313] 并且取样矩阵为

[0314] $A^{(0)} \in \mathbb{R}^{m \times n}$

[0315] 其中 m 是一个窗口中的非零项的预期数目的 6 倍, 即, $m=6pn$, 并且其中 n 等于窗口长度。

[0316] 已在实验上展示由 RCS 通过比较在使用 FISTA、用于求解 LASSO 的加速接近梯度方法时估计给定窗口所需的平均时间来实现的速度增益。比较 RCS 与所谓的‘朴素法’, 其中通过每一窗口中的矩阵相乘进行取样, 并且从全零矢量开始 FISTA。在图 2 中展示在不同情况下恢复一个窗口所需的平均时间。如可在图 2 中观察到的, 用于 RCS 的平均处理时间低于其它方法所需的处理时间。

[0317] 再次讨论使用 LASSO 对支集估计进行的实验结果。在测量 $x \in \mathbb{R}^{6000}$ 中, $\|x\|_0 = 60$, A

$\in \mathbb{R}^{m \times 6000}$ 由具有 $A_{i,j} \sim N(0, 1/m)$ 的高斯分布产生, 并且 w 具有 $\sigma = 0.1$ 。如LASSO定理中所建议, 对于这些参数, 用 $\lambda = 4\sigma\sqrt{2\log n}$ 求解LASSO

[0318] 并且通过从 $U([-3.34, -4:34] \cup [3.34, 4.34])$ 取样, x 的非零幅度满足 $\min_{i=1,2,\dots,n} |x_i| \geq 3.34$ 。

[0319] 在模拟中, 所获取的样本数目随信号 m 变化, 并且通过使用检测率等于 $|\text{所检测支集} \cap \text{实际支集}| / |\text{实际支集}|$ 和误肯定率 $= |\text{所检测支集} \setminus \text{实际支集}| / |\text{实际支集}|$ 来研究支集估计的准确度, 其中 $|\cdot|$ 指示集合的基数并且 \setminus 是集合差异算子。应注意, 对于此定义, 误肯定率可大于一。

[0320] 比较用于支集检测的两个方法。第一方法是通过求解LASSO并获取非零位置作为支集, 而第二方法是通过获取估计值的绝对量值大于阈值的位置。图3展示两个方法的所得曲线, 其通过随机地针对 m 的每一值20次地产生输入信号并对所得检测率和误肯定求平均值而获得。如从所述图式可见, 尽管检测率在两个方法中的性质相似, 但可通过适当地调整所得LASSO估计值的阈值来明显地降低误肯定。

[0321] 图3中具体说明使用LASSO的支集集合估计: 其中 $n = 6000$, $\sigma = 0.1$, $\min |x_i| \geq 3.34$, 阈值 $\xi_1 = 0.01, 0.10$ 和 1.00 。圆形标记描绘检测率, 并且正方形标记描绘误肯定率。

[0322] 如上文呢详细讨论, LASSO方法可与表决策略和最小二乘估计一起使用从而产生未偏置估计器。图4展示a) 单一LASSO估计值、b) 平均估计值、c) 表决策略和d) 去偏与求平均值的执行的比较。

[0323] 通过使用固定 $x \in \mathbb{R}^n$ 并在具有不相关噪声的情况下进行测量来获得所述图式。可见平均估计值的误差并未降低到零, 这归因于LASSO为偏压估计器, 如先前在本文档中所解释。具体来说, 图4是a) 平均估计值、b) 去偏与平均估计值以及c) 通过表决和求平均值获得的估计值的误差曲线图的表示。

[0324] 现在参考图5, 所述图式说明平均LASSO估计值和对流式传输数据的‘表决与求平均值’的误差曲线图。

[0325] 图5展示使用平均LASSO估计值和对流式传输数据的‘表决与求平均值’算法所获得的窗口重建误差之间的比较。随机地产生数据, 其中选择一个项作为支集, $p = 0.05$, 并且其振幅独立地绘制并且与均一分布相同地分布

[0326] $U([-1.3847, -2.3847] \cup [1.3847, 2.3847])$

[0327] 以满足支集检测定理的条件, 其中 $n = 400$, $m = 5np = 100$, 并且取样矩阵为高斯矩阵。测量受 $w^{(i)} \sim N(0, \sigma^2 I_m)$ 影响,

[0328] 其中 $\sigma = 0.05$, 并且表决算法使用 $\xi_1 = 0.5$ 和 $\xi_2 = 20$ 。如可见, 表决给出展示归因于等待搜集 ξ_2 选票的跳跃的重建构误差, 以在LSE中使用项。然而, 还可见, 在可接受所述位置作为支集的部分之后, 误差即刻下降到比仅对LASSO估计值求平均值低的值。

[0329] 因此, 根据一个实施例提出一种用于关于对流式传输数据压缩感测的递归取样和迭代恢复的高效方法。所述方法利用逐次处理窗口之间的信号重叠获得信号的估计值的更快收敛速度, 同时在噪声的存在下实现估计方差降低。

[0330] 此外, 根据另一实施例提出两步估计程序来基于LASSO使信号的未偏置估计器近似, 其中a) 通过求解LASSO执行支集检测, 并且b) 通过对估计支集集合求解普通最小二乘获

得信号估计。算法的计算复杂度为 $O(mn)$ ，其中 m 是所获取样本的数目并且 n 是窗口长度。通过适合于在流式传输数据上联机实施的实验展示收敛时间。

[0331] 因此，总而言之，实施例包含一种用于流式传输数据的压缩感测的方法，其涉及执行用于对流式传输数据执行压缩感测的递归方案，所述方案能够良好分析所述方法的计算复杂度和估计误差。根据一个实施例，经由重叠开窗同时在获得下一测量值时利用先前测量值来递归地取样输入数据流。利用重叠窗口结构，利用来自先前窗口的信号估计值，以便在迭代优化算法中实现更快收敛来解码新窗口。通过对从多个窗口获得的信号估计值求平均值来增强估计准确度。为了去除估计器的偏置，根据一个实施例提出两步估计程序，包括支集集合检测和信号幅度估计。此外，一个实施例包含用于在高测量噪声的存在下进行稳固支集估计的表决方案。

[0332] 在使用根据一个实施例的用于流式传输数据的压缩感测的装置时获得的模拟结果展示相对于对数据流应用传统压缩感测的十倍加速，同时在对信号幅值和噪声水平具有较少条件的情况下获得明显地较低的重建构误差。

[0333] 根据另一实施例，还提出了用于感测流式传输数据的装置。用于感测流式传输数据的所述装置包括用于递归地取样输入数据流的装置和用于将先前测量值用于获得后续测量值的装置。用于递归地取样输入数据流的装置能够使用重叠开窗步骤来获得至少一个先前测量值。

[0334] 一个实施例包含对于超宽带信号进行测距。举例来说，装置可不断监测到定期发射尖峰的返回脉冲（所述发射的信号是周期性的）。一般来说，装置接收主要回波加上附加的多个回波。如果装置是移动的，那么主要回波仅稍微自一个周期变到另一周期，如多个回波一样。这并非周期性信号，而仅仅是近似周期性的信号，并且滑窗算法将自然地跟踪这些移位回波。在此类实施例中，来此声波传感器的回波数据由此被转换为范围数据。

[0335] 在另一实例中，可根据上文所描述的方法和系统转换生物学样本数据。举例来说，可根据本文中公开的用于重建心电图或脑电图信号的实施例来处理自经配置以自人体接收电信号的一或多个电传感器的样本。在一些实施例中，经重建信号可与一或多个诊断病症的标记特性匹配。

[0336] 在另一实例中，可如本文所描述处理来自相机、光电或其它像素阵列传感器（例如，经配置以接收可见光或红外光）的样本数据。举例来说，使用这些技术，一种设备可能能够改良功率效率或提高传感器的有效敏感度。

[0337] 在其它实施例中，可如本文所描述处理例如温度、风速、风向降水等环境传感器数据。

[0338] 本发明的装置可实施为软体装置、硬件装置或其组合。

[0339] 上文所描述的系统和方法可体现（例如）在无线调制解调器或集成此类调制解调器的无线装置中。

[0340] 应认识到，取决于实施例，本文中所描述的方法中的任一者的某些动作或事件可用不同顺序执行、可添加、合并或全部省略（例如，实践所述方法并不需要所有的所描述动作或事件）。此外，在某些实施例中，可例如经由多线程处理、中断处理或多个处理器同时而非依序执行动作或事件。

[0341] 所属领域的技术人员将认识到，结合本文揭示的方法、系统和设备描述的各种说

明性逻辑块、模块、电路和算法步骤可实施为电子硬件、由处理器执行的计算机软件,或两者的组合。为清楚地说明硬件与软件的此互换性,以上已大体就其功能性来描述了各种说明性组件、块、模块、电路以及步骤。此功能性是实施为硬件还是软件取决于特定应用和施加于整个系统上的设计约束。所属领域的技术人员可针对每一特定应用以不同方式实施所描述的功能性,但此类实施方案决定不应被解释为会导致脱离本发明的范围。

[0342] 此外,本文揭示的实施例可用电子装置或电路实施或执行,所述电子装置或电路例如通用处理器、数字信号处理器(DSP)、专用集成电路(ASIC)、现场可编程门阵列(FPGA)或经设计以执行本文中所描述的功能的其它可编程逻辑装置、离散门或晶体管逻辑、离散硬件组件,或其任何组合。通用处理器可以是微处理器,但在替代方案中,处理器可以是任何常规处理器、控制器、微控制器或状态机。处理器也可实施为计算装置的组合,例如,DSP与微处理器的组合、多个微处理器、结合DSP核心的一或多个微处理器,或任何其他此配置。

[0343] 结合本文中所揭示的实施例而描述的方法或算法的步骤可直接体现于硬件、由处理器执行的软件模块或其两者的组合中。软件模块可以驻留在RAM存储器、快闪存储器、ROM存储器、EPROM存储器、EEPROM存储器、寄存器、硬盘、可移动磁盘、CD-ROM,或此项技术中已知的任何其它形式的存储媒体中。例示性存储媒体耦接到处理器,这类处理器可从存储媒体读取信息,且将信息写入至存储媒体。在替代方案中,存储媒体与处理器成一整体。处理器及存储媒体可驻留在ASIC中。ASIC可驻留于用户终端中。在替代方案中,处理器和存储媒体可以作为离散组件驻留在用户终端中。

[0344] 具体来说,根据本发明的实施例,一种用于执行流式传输数据的压缩感测的设备包括:经设置用于使用重叠开窗递归地取样输入数据流来获得关于输入数据流的至少一个先前测量值的递归取样器,和将至少一个先前测量值用于获得后续测量值的单元。

[0345] 根据本发明的一个实施例提出的设备包括基于用于执行感测的递归方案的递归取样器。本发明的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备还包括用于经由递归估计处理在递归取样步骤期间取样的输入数据流的处理单元。

[0346] 根据本发明,用于执行流式传输数据的压缩感测的设备还包括用于传递关于在先前估计值获得步骤期间获得的先前估计值的数据流的输入信息的存储装置。此外,本发明的用于执行流式传输数据的压缩感测的设备包括经设置用于基于在数据流支集检测步骤期间所获得的信息执行计数估计的计数器。再进一步,本发明的设备还可包括用于基于在所述递归估计步骤期间所获得的数据计算用于数据流支集集合的最小二乘估计(LSE)值的计算器。根据本发明的一个实施例提出的设备还包括用于对计算的最小二乘估计值、计数估计值和先前估计值求平均值来计算平均值以获得平均值的处理单元。还预想根据本发明提出的设备包括用于估计感测流式传输数据的方法的误差度的估计器。另外,本发明提出的设备还可包括用于对从多个窗口获得的信号估计值求平均值的处理单元。

[0347] 描述了各种实例。这些和其它实例在以下权利要求书的范围内。

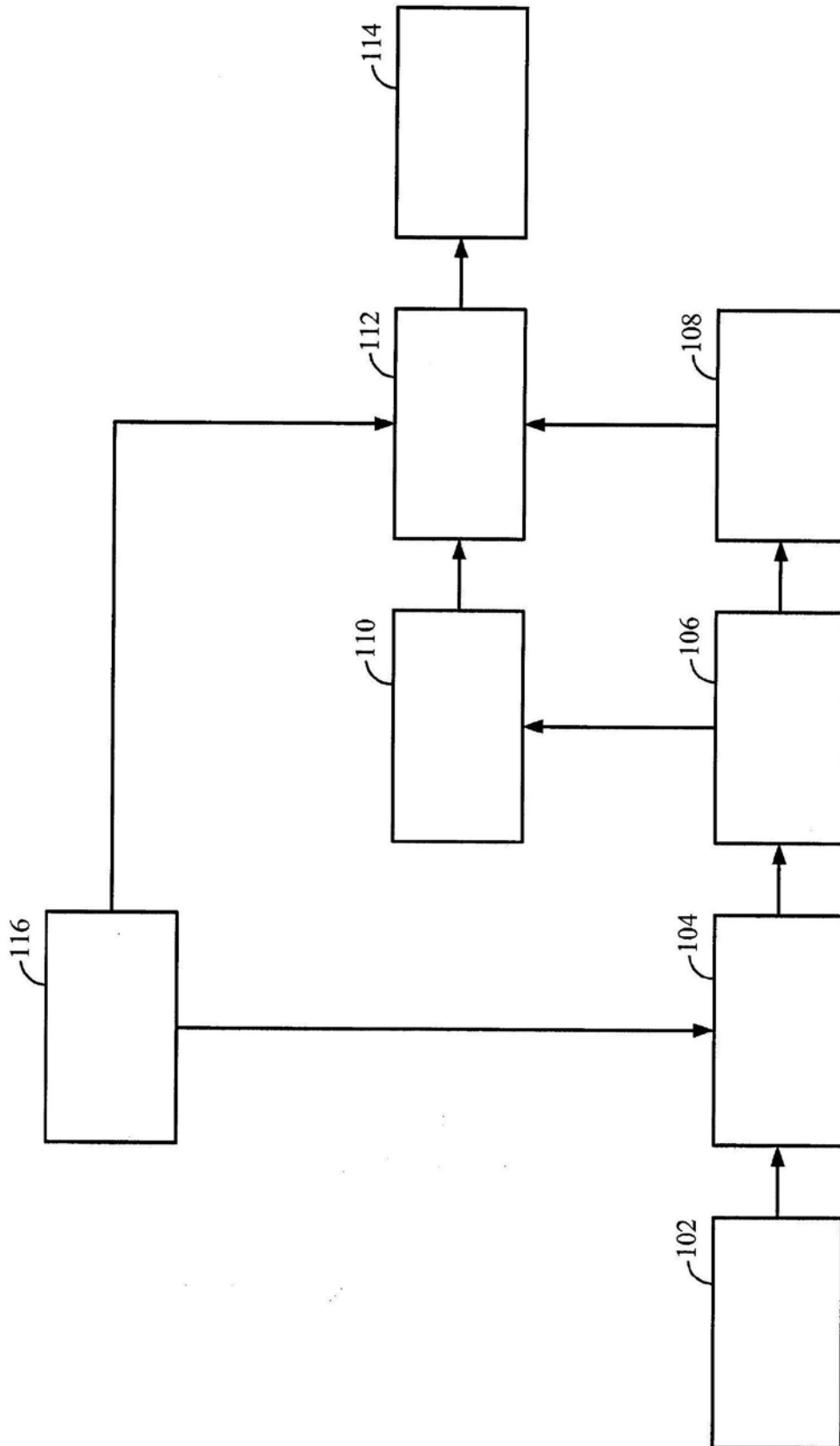


图1

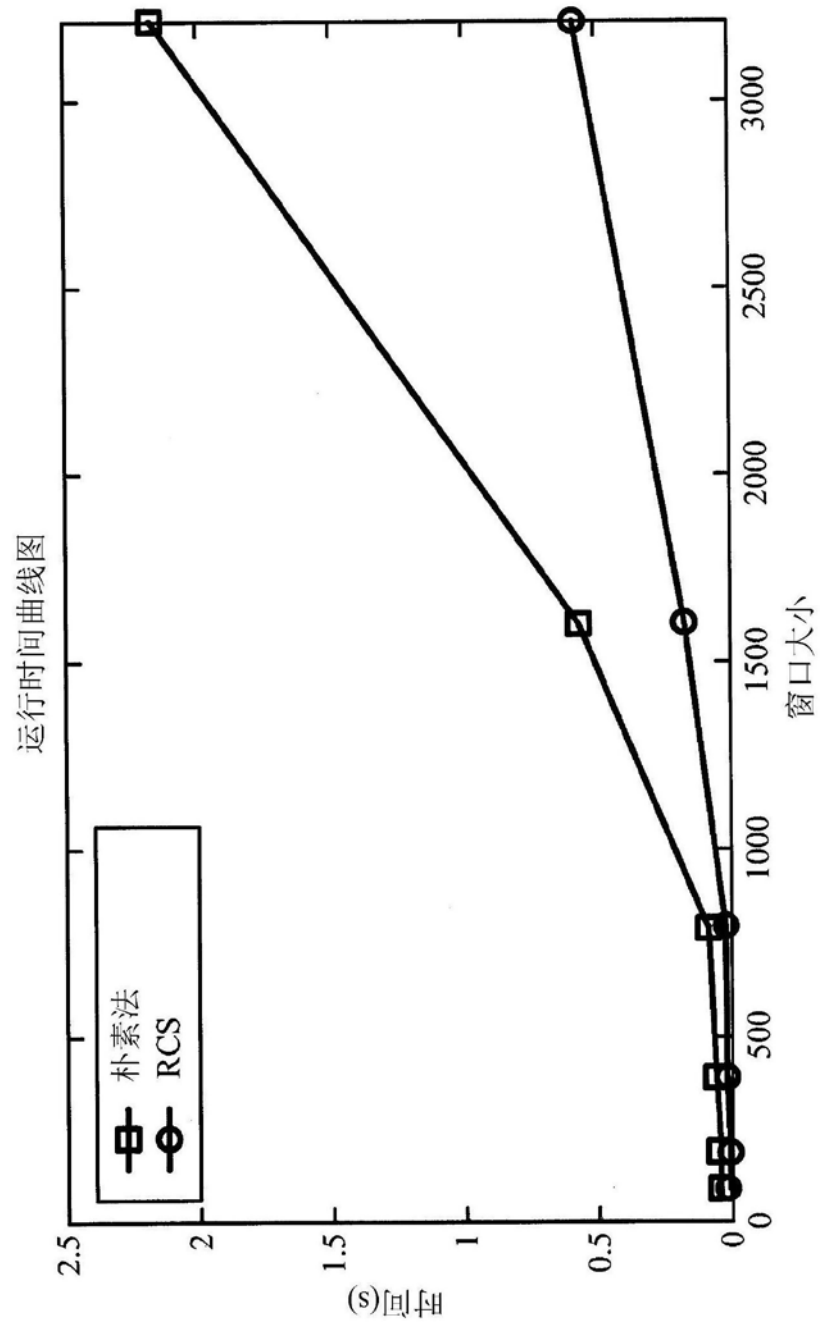


图2

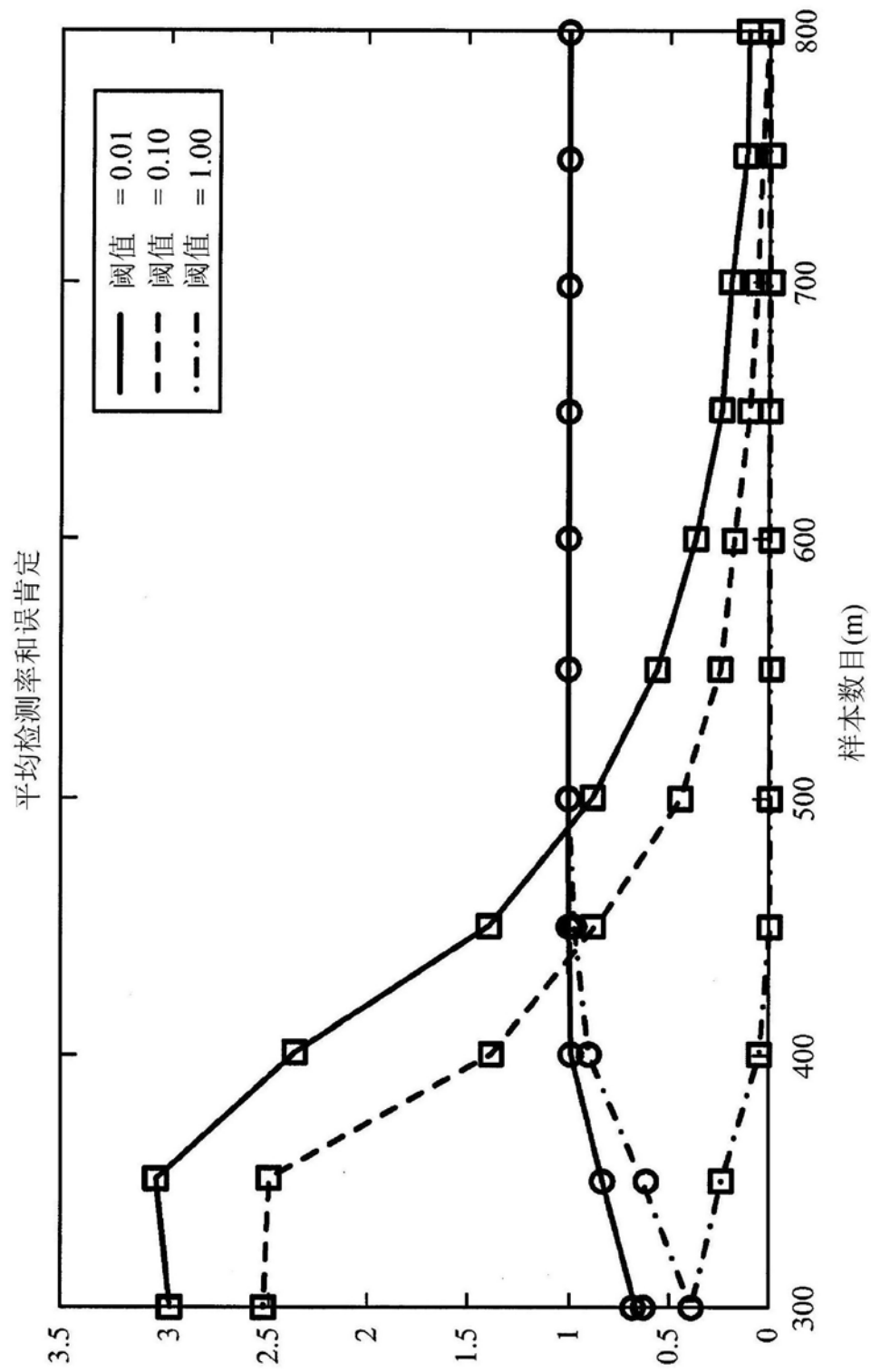


图3

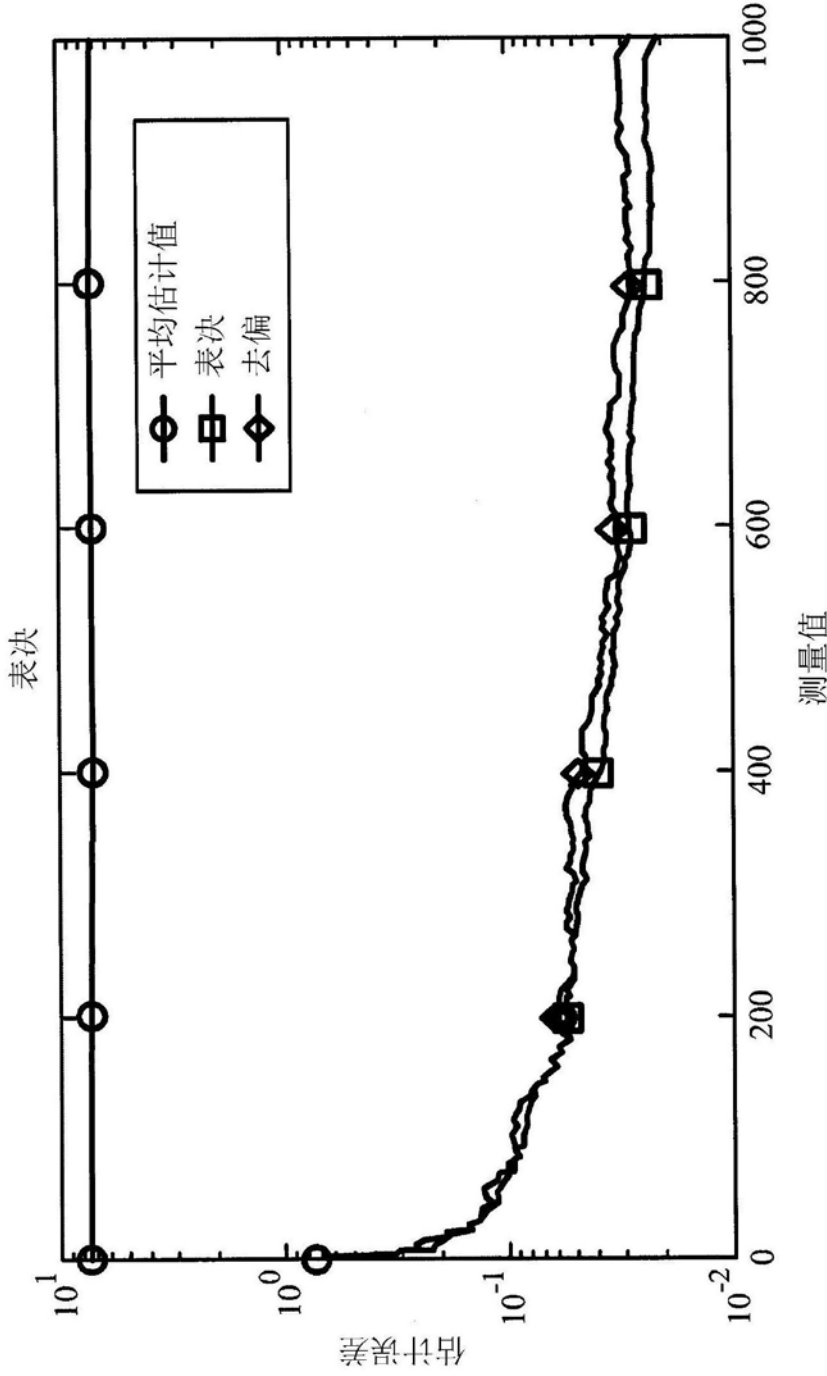


图4

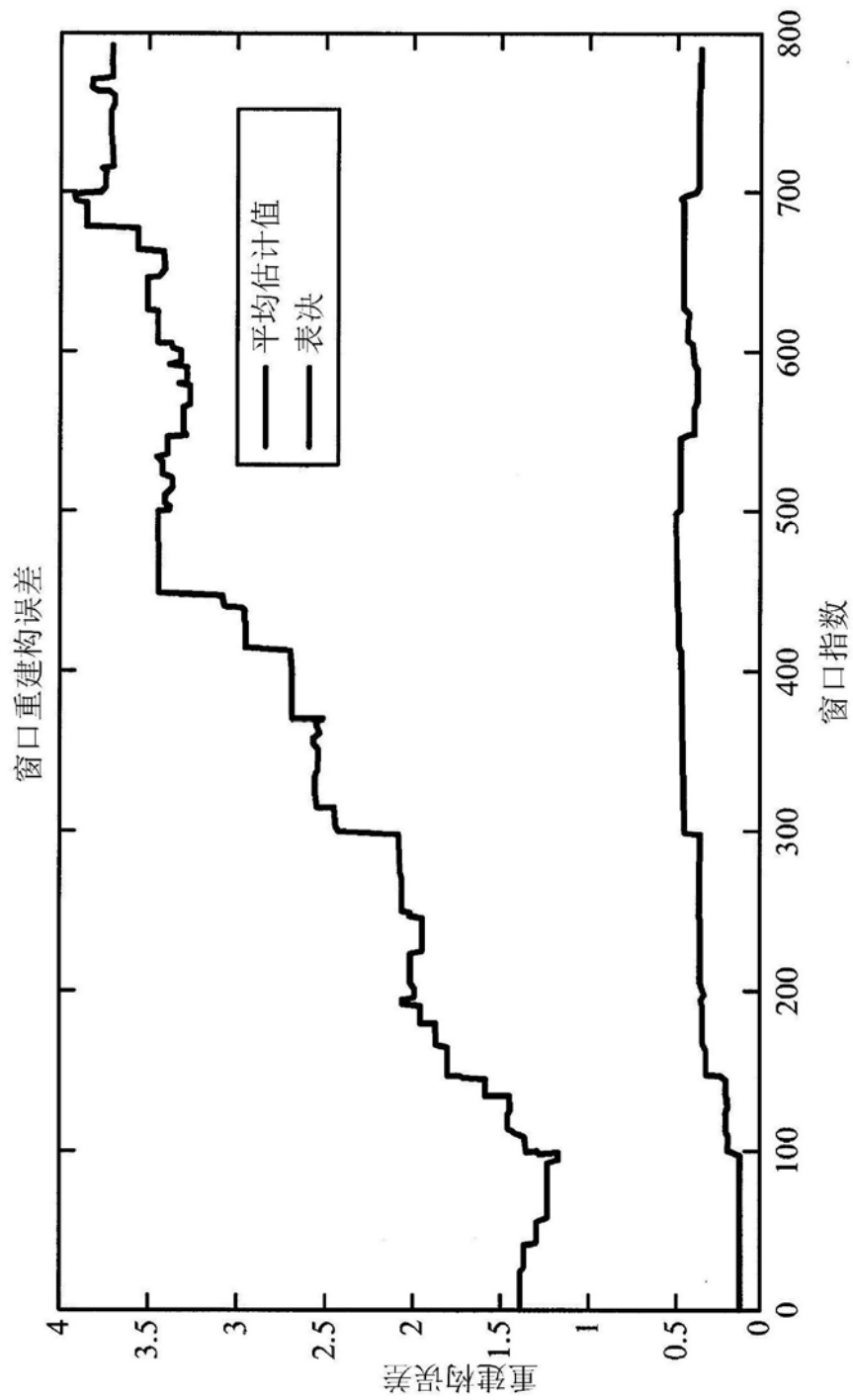


图5