

(19) 日本国特許庁(JP)

(12) 特 許 公 報(B2)

(11) 特許番号
特許第6026858号
(P6026858)

(45) 発行日 平成28年11月16日(2016.11.16)

(24) 登録日 平成28年10月21日(2016.10.21)

(51) Int.Cl.

F I

G O 6 F 17/50 (2006.01)

G O 6 F 17/16 (2006.01)

G O 6 F 17/50 6 1 2 H

G O 6 F 17/16 K

請求項の数 18 外国語出願 (全 33 頁)

(21) 出願番号	特願2012-249362 (P2012-249362)	(73) 特許権者	512293770
(22) 出願日	平成24年11月13日(2012.11.13)		ダッソー システムズ シムリア コーポ レイション
(65) 公開番号	特開2013-137747 (P2013-137747A)		アメリカ合衆国 02919 ロードアイ ランド州 ジョンストン アトウッド ア ベニュー 1301 スイート 101ダ ブリュ
(43) 公開日	平成25年7月11日(2013.7.11)		
審査請求日	平成27年10月9日(2015.10.9)	(74) 代理人	110001243
(31) 優先権主張番号	13/296,027		特許業務法人 谷・阿部特許事務所
(32) 優先日	平成23年11月14日(2011.11.14)	(72) 発明者	キム ミンテ
(33) 優先権主張国	米国 (US)		アメリカ合衆国 02909 ロードアイ ランド州 プロビデンス バレー ストリ ート 166 ダッソー システムズ シ ムリア コーポレイション内
		最終頁に続く	

(54) 【発明の名称】 自動マルチレベル部分構造法を用いた部分構造の生成

(57) 【特許請求の範囲】

【請求項 1】

物理的物体の三次元（3D）表現の有限要素解析において使用するためのコンピュータ
に実装される方法であって、

1または複数のプロセッサを用いて、

前記3D表現の複数の保持される自由度を組み合わせる根の部分構造を形成するステッ
プと、

前記3D表現の構造を、縮退された自動マルチレベル部分構造法（AMLS）の部分空
間上に縮退させるステップと、

前記縮退された構造に基づき複数の固有モードと縮約された演算子を計算するステップ
と、

AMLS変換行列を使用して複数の拘束モードを計算するステップと、

前記複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子に基づき、前記3D
表現の少なくとも1つの部分構造を生成するステップと、

前記少なくとも1つの部分構造をメモリ領域に保存するステップと
を含むことを特徴とするコンピュータに実装される方法。

【請求項 2】

剛性行列、質量行列、減衰行列および力ベクトル行列の内少なくとも1つを計算するス
テップをさらに含み、前記剛性行列、前記質量行列、前記減衰行列および前記力ベクトル
行列の内少なくとも1つに少なくとも部分的に基づき、前記縮退された構造が計算される

10

20

ことを特徴とする請求項 1 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 3】

構造を縮退させるステップが、前記構造を、前記剛性行列、前記質量行列、前記減衰行列および前記力ベクトル行列の内少なくとも 1 つに少なくとも部分的に基づき、複数のレベルの前記少なくとも 1 つの部分構造に分割するステップを含むことを特徴とする請求項 2 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 4】

複数の固有モードおよび縮約された演算子を計算するステップが、縮退された構造を使用して、縮退された固有問題を計算するステップを含むことを特徴とする請求項 1 に記載のコンピュータに実装される方法。

10

【請求項 5】

前記複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子を前記メモリ領域に保存するステップをさらに含むことを特徴とする請求項 1 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 6】

構造を縮退させるステップが、前記根の部分構造を除いて前記構造を縮退させるステップを含むことを特徴とする請求項 1 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 7】

構造を縮退させるステップが、前記構造および前記根の部分構造を縮退させるステップを含むことを特徴とする請求項 1 に記載のコンピュータに実装される方法。

20

【請求項 8】

複数の直交修正動的モードを計算するステップをさらに含むことを特徴とする請求項 7 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 9】

前記複数の直交修正動的モードを前記メモリ領域に保存するステップをさらに含むことを特徴とする請求項 8 に記載のコンピュータに実装される方法。

【請求項 10】

物理的物体の三次元 (3D) 表現の有限要素解析において使用するためのコンピュータであって、

メモリ領域と、

30

前記メモリ領域に対して動作可能に連結されるプロセッサであって、

前記 3D 表現の複数の保持される自由度を組み合わせて根の部分構造を形成し、

前記 3D 表現の構造を、縮退された自動マルチレベル部分構造法 (AMLS) の部分空間上に縮退させ、

前記縮退された構造に基づき、複数の固有モードと縮約された演算子を計算し、

AMLS 変換行列を使用して複数の拘束モードを計算し、

前記複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子に基づき、前記 3D 表現の少なくとも 1 つの部分構造を生成し、

前記少なくとも 1 つの部分構造を前記メモリ領域に保存する

べく構成されるプロセッサと

40

を備えることを特徴とするコンピュータ。

【請求項 11】

前記プロセッサが、剛性行列、質量行列、減衰行列および力ベクトル行列の内少なくとも 1 つを計算するべくさらに構成され、かつ、前記剛性行列、前記質量行列、前記減衰行列および前記力ベクトル行列の内少なくとも 1 つに少なくとも部分的に基づき、前記縮退された構造が計算されることを特徴とする請求項 10 に記載のコンピュータ。

【請求項 12】

前記プロセッサが、前記構造を、複数のレベルの前記少なくとも 1 つの部分構造に分割し、前記剛性行列、前記質量行列、前記減衰行列および前記力ベクトル行列の内少なくとも 1 つに少なくとも部分的に基づくべくさらに構成されることを特徴とする請求項 11 に

50

記載のコンピュータ。

【請求項 13】

前記プロセッサが、前記縮退された構造を使用して、縮退された固有問題を計算するべくさらに構成されることを特徴とする請求項 10 に記載のコンピュータ。

【請求項 14】

前記プロセッサが、前記複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子を前記メモリ領域に保存するべくさらに構成されることを特徴とする請求項 10 に記載のコンピュータ。

【請求項 15】

前記プロセッサが、前記根の部分構造を除いて前記構造を縮退させるべくさらに構成されることを特徴とする請求項 10 に記載のコンピュータ。

10

【請求項 16】

前記プロセッサが、前記構造および前記根の部分構造を縮退させるべくさらに構成されることを特徴とする請求項 10 に記載のコンピュータ。

【請求項 17】

前記プロセッサが、複数の直交修正動的モードを計算するべくさらに構成されることを特徴とする請求項 16 に記載のコンピュータ。

【請求項 18】

前記プロセッサが、前記複数の直交修正動的モードを前記メモリ領域に保存するべくさらに構成されることを特徴とする請求項 17 に記載のコンピュータ。

20

【発明の詳細な説明】

【技術分野】

【0001】

本明細書に記載される実施形態は、概して有限要素解析に関し、その上、特に、自由度が高い構造を有する有限要素解析 (F E A : f i n i t e e l e m e n t a n a l y s i s) シミュレーションに関する。

【背景技術】

【0002】

部分構造法技術 (s u b s t r u c t u r i n g t e c h n i q u e) (または区分モード合成法 (c o m p o n e n t m o d e s y n t h e s i s)) は、一般に、大きく複雑な構造システムを解析するための有限要素フレームワークにおいて採用される。これらの技術により、局所的な設計の修正が簡単にされ、モデルの組立プロセスを加速させる。特に、大型車両モデルの設計段階では、被組立体系のサイズを小さくし、ひいては被組立体系を用いた後の解析のコストを減少させるために、部分構造法技術が使用されることが多い。部分構造法技術を使用して大型システムのサイズを減少させるためには、拘束 (静的とも呼ばれることがある) モードに加えて、一般に切断正規モードが使用される。より高周波での有限要素モデルに対して高まる精度要件に応えるために、モデルシステムのサイズは著しく大きくなり、多くの部分構造固有モードが必要とされる。

30

【0003】

広範囲な固有値の問題を解決するための既知の一方法として、自動マルチレベル部分構造法 (A M L S : a u t o m a t e d m u l t i l e v e l s u b s t r u c t u r i n g) 技術があげられる。A M L S 技術は、大規模な部分構造の生成のための固有値処理の速度を上げるためにも使用される。しかし、部分構造の生成は、固有モードおよび拘束モードを含む部分構造モード空間に部分構造システム行列を投影する一方、膨大な計算時間を要し、大量のコンピュータ資源を必要とする。何故なら、大規模部分構造の全部分構造モードは、後の復元のために保存され、かつ、部分構造生成処理における縮約された (c o n d e n s e d) 行列計算のために回収される必要があるからである。大規模モデルの従来の動的な部分構造生成の手順では、固有モードの計算は強制的なものであり、拘束モードを計算し、かつシステム行列 (例えば、剛性行列、質量行列、減衰行列、および力ベクトル) を部分構造モード空間に投影するコストは、投影が物理空間において全部分

40

50

構造モードを使用して行われるため非常に高く、上記物理空間のサイズは数千万自由度を優に超える。

【発明の概要】

【0004】

一態様において、物理的物体の三次元（3D：three-dimensional）表現の有限要素解析における使用のために、コンピュータに実装される方法が提供される。コンピュータに実装される方法には、AMLS法において、1または複数のプロセッサを用いて、3D表現の複数の保持される自由度を組み合わせて根の部分構造を形成するステップと、3D表現の構造を、複数のレベルでAMLS部分構造モードの部分空間（すなわち縮退された（reduced）AMLSの部分空間）上に縮退させるステップと、縮退された構造に基づき複数の固有モードと縮約された演算子を計算するステップと、AMLS変換行列を使用して複数の拘束モードを計算するステップと、が含まれる。コンピュータに実装される方法にはまた、複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子に基づき、3D表現の少なくとも1つの部分構造を生成するステップと、少なくとも1つの部分構造をメモリ領域に保存するステップとが含まれる。

10

【0005】

別の態様において、物理的物体の三次元（3D）表現の有限要素解析における使用のために、コンピュータが提供される。上記コンピュータには、メモリ領域と、メモリ領域に対して動作可能に連結されるプロセッサが含まれる。プロセッサは、AMLS技術を利用して、3D表現の複数の保持される自由度を組み合わせて根の部分構造を形成するべく、3D表現の構造を、複数のレベルでAMLS部分構造モードの部分空間上に縮退させるべく、縮退された構造に基づき、複数の固有モードと縮約された演算子を計算するべく、AMLS変換行列を使用して複数の拘束モードを計算するべく、構成される。プロセッサはまた、複数の固有モード、複数の拘束モードおよび縮約された演算子に基づき、3D表現の少なくとも1つの部分構造を生成するべく、少なくとも1つの部分構造をメモリ領域に保存するべく構成される。

20

【図面の簡単な説明】

【0007】

本発明の1つまたは複数の実施形態の詳細が、添付の図面および以下の説明において記載される。本発明の他の特徴、目的、および利点は、この説明および図面、また請求項から明らかになるであろう。

30

【図1】図1は、固有モードを計算するためのAMLS技術および既知のクレイグ・バンプトン、もしくは固定インターフェースである部分構造生成技術を含む既知の処理を例示するフローチャートである。

【図2】物理的物体の三次元（3D）表現の有限要素解析（FEA）において使用されるAMLSベースのクレイグ・バンプトン処理を含む一例の方法を例示するフローチャートである。

【図3】分割された系のマルチレベル部分構造木である。

【図4】保持される自由度を含む、分割された系のマルチレベル部分構造木である。

【図5】図1に示すものと同様の既知の処理を例示するフローチャートであり、従来のクレイグ・チャン（すなわち自由インターフェース）部分構造が、自由インターフェース正規モードおよび拘束モードを使用して生成される。

40

【図6】物理的物体の3D表現のFEAで使用するためのAMLSベースのクレイグ・チャン処理を含む一例の方法を例示するフローチャートである。

【図7】物理的物体の3D表現の有限要素解析で使用する一例のコンピュータシステムの概略ブロック図である。

【図8】図7に示されるコンピュータシステムで使用する一例のコンピュータアーキテクチャの概略ブロック図である。

【発明を実施するための形態】

【0008】

50

本明細書において使用される時、用語「クレイグ・バンプトン」および「クレイグ・バンプトンの」処理、プロシージャ、および／または方法は概して、固有モードおよび／または剰余モードを含む拘束モードおよび固定インターフェース動的モードを使用する部分構造法に関する。

【 0 0 0 9 】

本明細書において使用される時、用語「クレイグ・チャン」および「クレイグ・チャンの」処理、プロシージャ、および／または方法は概して、修正固有モードおよび／または剰余モードを含む拘束モードおよび自由インターフェース動的モードを使用する部分構造法に関する。クレイグ・チャン法では、直交化処理を使用して動的モードの可能性のある線形依存性を排除し、動的モードを固定インターフェース法におけるものと同じ構造に修正する（しかし、部分空間は変更しない）。 10

【 0 0 1 0 】

本明細書において使用される時、用語「一般混合インターフェースの」処理、プロシージャ、および／または方法は概して、部分構造インターフェースおよび／またはいずれかの他の動的モードにおいて任意の境界条件を有する固有モードを含んで良い一般動的モードを使用する、部分構造法を示す。クレイグ・バンプトン法およびクレイグ・チャン法は両者ともこの一般的アプローチのサブセットである。

【 0 0 1 1 】

本明細書において、物理的物体の三次元（3D）表現の有限要素解析で使用する方 20
法、システム、装置およびコンピュータプログラム例示の実施形態が、記載される。本明細書に記載される実施形態は、A M L S 固有値解のプロシージャと部分構造生成処理との統合を容易にし、現在の部分構造生成プロシージャの欠点に対処する。さらに、本明細書に記載される実施形態を使用することで、部分構造通常モードおよび拘束モード、ならびに縮約された部分構造システム行列の計算において、A M L S 固有値解処理中、追加的な計算コストが非常に少なく済む。従って、本明細書に記載される実施形態では、部分構造生成処理の性能が有意に向上され、全部分構造モード（固有モードおよび拘束モードを含む）の使用および計算の要件を排除することにより、計算資源の使用を減少させる。

【 0 0 1 2 】

本明細書に記載される方法、システム、装置およびコンピュータプログラムの例示の技術形態の効果には、新しいA M L S ベースの部分構造生成アルゴリズムが含まれる。固定 30
インターフェース、自由インターフェースおよび混合インターフェース、の部分構造は、A M L S 固有値解プロシージャ内で生成させることが可能である。従来の部分構造生成法では、除去された自由度（D O F : d e g r e e o f f r e e d o m）に対する剛性行列を因数分解すること、および、除去されたD O Fと保持されたD O Fの間の連結剛性の項を本系の右辺のベクトルとして用いて一次式を解くこと、により拘束モードが計算される。そして、全固有モードおよび拘束モードを使用して、縮約されたシステム行列が計算される。剛性行列がA M L S 変換中に因数分解されるため、因数分解された剛性行列は再利用されて、A M L S 固有値解処理において拘束モードを計算することができる。これにより、部分構造生成処理において剛性行列の一因数分解が省略される。また、縮約されたシステム行列は、保持された部分構造が根の部分構造として定義される場合、保持され 40
た部分構造のシステム行列である。このことは、縮約された行列の対角ブロックがA M L S 変換処理の一部として計算され、部分構造生成のための縮約された剛性および質量行列の対角ブロックを計算する余分なコストが必要ない、ということを意味する。さらに、全固有モードを必要とする縮約された質量行列および減衰行列の非対角ブロックは、縮退されたA M L S 部分空間上で計算コストをほとんどかけずに計算可能であるが、それは、縮退されたA M L S 部分空間が典型的には、構造の元のサイズより2桁小さいからである。従って、部分構造生成処理における計算は、完全に省略される。加えて、本発明の例示の実施形態について本明細書に記載されるように、全固有モードは、部分構造全復元以外には必要ではないため、部分構造生成のために必ずしも計算されるわけではない。それゆえ、部分構造生成処理において選択的な復元が求められる場合、ユーザ定義のノードにおけ 50

る固有モードの選択的な復元のみを要求して、A M L S 固有値解処理における全固有モードの復元の時間を節約し、続く部分構造生成処理のための大規模な全固有モードの保存に必要な二次的なディスク空間を取り除くことができる。クレイグ・チャン法では、修正動的モードの必要な直交化は縮退された A M L S 部分空間上で効率的に行うことが可能であり、これにより計算の必要性が大幅に削減される。

【 0 0 1 3 】

図 1 は、固有モードを計算するための A M L S 技術 1 0 2、および、周知のクレイグ・バンプトン、もしくは固定インターフェース、の部分構造生成技術 1 0 4、を含む既知の処理を例示するフローチャート 1 0 0 である。既知の処理において、物理的物体の 3 D 表現またはモデルに対して、システム行列が組み立てられ (1 0 6)、これには剛性行列、
10
質量行列、減衰行列、および / または力ベクトル行列が含まれる。例えば、剛性行列 (K) および質量行列 (M) は、式 (1) および (2) に示すように分割される。

【 0 0 1 4 】

【数 1】

$$K = \begin{pmatrix} K_{ee} & K_{er} \\ K_{er}^T & K_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (1)}$$

【 0 0 1 5 】

【数 2】

$$M = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{er} \\ M_{er}^T & M_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (2)}$$

20

【 0 0 1 6 】

ここで、一部分構造に対して、下付き添字 e は、除去された自由度を表し、下付き添字 r は保持された自由度を表す。この系では、クレイグ・バンプトン変換行列は式 (3) に示すように書くことができる。

【 0 0 1 7 】

【数 3】

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_e & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = [\Phi \quad \Psi] \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = T_{CB} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} \text{式 (3)}$$

30

【 0 0 1 8 】

ここで、

【 0 0 1 9 】

【数 4】

$$\Psi_{er} = -K_{ee}^{-1} K_{er}$$

【 0 0 2 0 】

である。

【 0 0 2 1 】

40

縮約された (または投影された) 剛性 (K) および質量 (M) の行列は、クレイグ・バンプトン行列変換を使用して、式 (4) から (8) に示すように書くことができる。

【 0 0 2 2 】

【数 5】

$$\hat{K} = T_{CB}^T K T_{CB} = \begin{pmatrix} \Lambda_{\alpha\alpha} & 0 \\ 0 & \hat{K}_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (4)}$$

【 0 0 2 3 】

【数 6】

$$\hat{M} = T_{CB}^T M T_{CB} = \begin{pmatrix} I_{\alpha\alpha} & \hat{M}_{\alpha r} \\ \hat{M}_{\alpha r}^T & \hat{M}_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (5)}$$

【 0 0 2 4 】

ここで

【 0 0 2 5 】

【数 7】

$$\hat{K}_{rr} = K_{rr} - K_{er}^T K_{ee}^{-1} K_{er} = K_{rr} + K_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (6)}$$

10

【 0 0 2 6 】

【数 8】

$$\hat{M}_{rr} = M_{rr} + \Psi_{er}^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) + M_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (7)}$$

【 0 0 2 7 】

【数 9】

$$\hat{M}_{\alpha r} = \Phi_e^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) \text{式 (8)}$$

【 0 0 2 8 】

ここで、 \hat{M} は、対角上に固有値を有する対角行列を表し、 Ψ は部分構造のモード自由度を表す。 20

【 0 0 2 9 】

同様に、縮約された減衰行列は、式 (9) から (12) に示すように形成することができる。

【 0 0 3 0 】

【数 10】

$$\hat{D} = T_{CB}^T D T_{CB} = \begin{pmatrix} \hat{D}_{\alpha\alpha} & \hat{D}_{\alpha r} \\ \hat{D}_{\alpha r}^T & \hat{D}_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (9)}$$

【 0 0 3 1 】

30

ここで

【 0 0 3 2 】

【数 11】

$$\hat{D}_{\alpha\alpha} = \Phi_e^T D_{ee} \Phi_e \text{式 (10)}$$

【 0 0 3 3 】

【数 12】

$$\hat{D}_{rr} = D_{rr} + \Psi_{er}^T (D_{ee} \Psi_{er} + D_{er}) + D_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (11)}$$

【 0 0 3 4 】

40

【数 13】

$$\hat{D}_{\alpha r} = \Phi_e^T (D_{ee} \Psi_{er} + D_{er}) \text{式 (12)}$$

【 0 0 3 5 】

加えて、縮約（または投影）された力ベクトル行列は式 (13) に示すように書くことができる。

【 0 0 3 6 】

【数 1 4】

$$\hat{F} = \begin{Bmatrix} \hat{F}_\alpha \\ \hat{F}_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_e & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_e \\ F_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_e^T F_e \\ \Psi_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} \quad \text{式 (13)}$$

【 0 0 3 7】

部分構造生成プロセスの目的は、部分構造モード（固有モード（ ） + 拘束モード（ ））および縮約された部分構造システム行列

【 0 0 3 8】

【数 1 5】

\bar{K} \bar{M} \bar{D}

10

【 0 0 3 9】

および

【 0 0 4 0】

【数 1 6】

\bar{F}

【 0 0 4 1】

を生成することである。

20

【 0 0 4 2】

従って、AMLS プロシージャ 1 0 2 において、一構造が複数のレベルで複数の部分構造に分割され（1 0 8）、上記構造は部分構造モードの部分空間に対して縮退される（1 1 0）。得られる固有問題が解決されて（1 1 2）縮退された固有モードが計算され、全体固有モードが復元されて（1 1 4）メモリ領域に保存される（1 1 6）。

【 0 0 4 3】

クレイグ・バンプトン プロシージャ 1 0 4 では、まず、拘束モードが計算され（1 1 8）メモリ領域に保存される（1 2 0）。次に、縮約部分構造演算子を計算する（1 2 2）ことにより 1 つまたは複数の部分構造が生成され、そしてメモリ領域に保存される（1 2 4）。

30

【 0 0 4 4】

上述の処理を使用することには欠点があることは既知である。例えば、本既知の処理では、膨大な計算時間を要し、大量のコンピュータ資源を必要とし、何故なら、大規模部分構造の全部分構造モードは、後の復元のために保存、かつ、部分構造生成処理における縮約された行列計算のために回収される必要があるからである。大規模モデルの従来の動的部分構造生成の手順では、固有モードの計算は強制的なものであり、拘束モードを計算し、かつシステム行列をクレイグ・バンプトン部分空間（固有モードおよび拘束モード）に投影するコストは、投影が物理空間において全部分構造の固有モードおよび拘束モードを使用して行われるため非常に高く、そのサイズは数千万自由度を優に超える。これにより、大容量のデータ記憶領域が必要とされ、ハードディスク等の 1 つのメモリ領域からオペレーティングメモリ等の別のメモリ領域にデータの一部を転送することにますます多くの時間を要することになる。

40

【 0 0 4 5】

図 2 は、物理的物体の 3 D 表現の F E A における使用のために A M L S ベースの処理とクレイグ・バンプトン処理を統合する一例の方法を例示するフローチャート 2 0 0 である。例示の実施形態において、システム行列が物理的物体の 3 D 表現またはモデルに対して組み立てられ（2 0 2）、上記行列には、図 1 について上述した剛性行列、質量行列、減衰行列、および / または力ベクトルが含まれる。

【 0 0 4 6】

50

さらに、根の部分構造固有問題が A M L S 処理で解決され、完全に対角な変換剛性行列が作成される。従って、保持される自由度のみを有するように定義される根の部分構造に対しては、例示の実施形態ではもはや、根の部分構造固有問題に対する解を計算すること、および、根の部分構造固有モードを用いた縮退処理を必要としない。よって、縮約されたシステム行列を、A M L S 固有値解処理中に作成される副産物を使用して、クレイグ・バンプトン部分空間上で生成することが可能となる。

【 0 0 4 7 】

例示の実施形態において、A M L S 処理により計算される全体固有モードが、A M L S 変換行列の観点から表現される。A M L S 処理を使用して計算される固有モードは、式 (1 4) で示すように表現することができる。

10

【 0 0 4 8 】

【数 1 7 】

$$\Phi_e = T_A \Phi_A \text{ 式 (14)}$$

【 0 0 4 9 】

ここで、 T_A は A M L S 変換行列、 Φ_A は A M L S 部分構造モード空間において計算される縮退された固有モードを表す行列である。クレイグ・バンプトン変換行列は 2 つの要素に分割可能であるため、この本 A M L S 変換行列を必然的に 2 つの部分に分けることが可能である。すなわち、式 (1 5) に示すように、部分構造拘束モードおよび部分構造固定インターフェース固有モードである。

20

【 0 0 5 0 】

【数 1 8 】

$$T_A = \left[\prod_{i=1}^n \psi_s^{(i)} \phi_s^{(i)} \right] = \left[\prod_{i=1}^n \psi_s^{(i)} \right] \left[\prod_{i=1}^n \phi_s^{(i)} \right] = \hat{\psi}_s \phi_s \text{ 式 (15)}$$

【 0 0 5 1 】

ここで、 n は部分構造の数、 $\psi_s^{(i)}$ は部分構造 i の拘束モード行列、 $\phi_s^{(i)}$ は部分構造 i に対応する固有ベクトルを持つブロックを除く対角ブロック上に恒等行列を持つブロック対角行列である。

【 0 0 5 2 】

30

さらに、最終的な A M S L 変換行列が全ての部分構造変換行列の積であるため、式 (1 5) の

【 0 0 5 3 】

【数 1 9 】

$$\hat{\psi}_s$$

【 0 0 5 4 】

は、以下の式 (1 6) に示すように、完全に連結された拘束モード行列を示す。

【 0 0 5 5 】

【数 2 0 】

40

$$\hat{\psi}_s = \left[\prod_{i=1}^n \psi_s^{(i)} \right] \text{ 式 (16)}$$

【 0 0 5 6 】

図 3 は、分割された系の 2 つのレベルの部分構造木 3 0 0 である。上述の処理を使用して、部分構造 1 に対して、 $\psi_s^{(i)}$ は式 (1 7) に示すように表される。

【 0 0 5 7 】

【数 2 1】

$$\psi_s^{(1)} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & \psi_{13} & 0 & 0 & 0 & \psi_{17} \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \text{式 (17)}$$

【0 0 5 8】

同様に、部分構造 2 の $s^{(2)}$ が式 (18) により与えられる。

10

【0 0 5 9】

【数 2 2】

$$\psi_s^{(2)} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & \psi_{23} & 0 & 0 & 0 & \psi_{27} \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \text{式 (18)}$$

【0 0 6 0】

20

さらに、部分構造 3 の $s^{(3)}$ が式 (19) により与えられる。

【0 0 6 1】

【数 2 3】

$$\psi_s^{(3)} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & \psi_{37} \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \text{式 (19)}$$

30

【0 0 6 2】

部分構造 4 および 5 の拘束モード行列は部分構造 1 および 2 の拘束モード行列と同様であり、部分構造 7 の拘束モード行列は完全に恒等行列となる。従って、拘束モードの最終的な行列は式 (20) により表すことができる。

【0 0 6 3】

【数 2 4】

$$\hat{\psi}_s = \prod_{i=1}^7 \psi_s^{(i)} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & \hat{\psi}_{13} & 0 & 0 & 0 & \hat{\psi}_{17} \\ 0 & I_2 & \hat{\psi}_{23} & 0 & 0 & 0 & \hat{\psi}_{27} \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & \hat{\psi}_{37} \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & \hat{\psi}_{46} & \hat{\psi}_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & \hat{\psi}_{56} & \hat{\psi}_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & \hat{\psi}_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \text{式 (20)}$$

40

【0 0 6 4】

ここで、

【0 0 6 5】

【数 2 5】

 $\hat{\psi}_{ij}$

【0 0 6 6】

は式 (2 1) に示すように部分構造 i と j の間を連結した拘束モードである。

【0 0 6 7】

【数 2 6】

$$\hat{\psi}_{ij} = \psi_{ij} + \sum_{k \in \mathcal{S}_{ij}} (\psi_{ik} \hat{\psi}_{kj}) \quad \text{式 (2 1)}$$

10

【0 0 6 8】

また、 \mathcal{S}_{ij} は部分構造 j の下位である部分構造 i の上位の添字の集合である。

【0 0 6 9】

例示の実施形態において、部分構造固有モード行列について、部分構造 1 の $\phi_s^{(1)}$ は式 (2 2) のように表される。

【0 0 7 0】

【数 2 7】

$$\phi_s^{(1)} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \quad \text{式 (2 2)}$$

20

【0 0 7 1】

各部分構造の部分構造固有モード行列は、固有モード行列が対応する対角ブロックに現れることを除いて部分構造 1 と同じである。従って、最終的な部分構造固有モード行列は、式 (2 3) のように表すことができる。

【0 0 7 2】

【数 2 8】

$$\phi_s = \prod_{i=1}^7 \phi_s^{(i)} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_7 \end{bmatrix} \quad \text{式 (2 3)}$$

30

【0 0 7 3】

各部分構造固有モード行列がブロック対角であるため、最終的な行列において連結する項が存在しない。従って、A M L S 変換行列は式 (2 4) に示すように表すことができる。

40

【0 0 7 4】

【数 2 9】

$$T_A = \hat{\Psi}_s \Phi_s = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & \hat{\Psi}_{13} & 0 & 0 & 0 & \hat{\Psi}_{17} \\ 0 & I_2 & \hat{\Psi}_{23} & 0 & 0 & 0 & \hat{\Psi}_{27} \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & \hat{\Psi}_{37} \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & \hat{\Psi}_{46} & \hat{\Psi}_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & \hat{\Psi}_{56} & \hat{\Psi}_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & \hat{\Psi}_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_7 \end{bmatrix} \quad \text{式 (24)}$$

24)

10

【0075】

A M L S 変換処理中、部分構造拘束モード行列 $s^{(i)}$ および部分構造固有モード行列 $s^{(i)}$ は、質量行列および剛性行列の左右両項に適用されシステム行列が増分的に変換される。部分構造拘束モード行列 $s^{(i)}$ は、数値線形代数の趣旨では、部分構造 i に対応するブロックの剛性行列のブロック基本ガウス消去ツールと呼ぶことができる。従って、部分構造 i に対応する剛性行列のブロックはこのガウス消去ツールを適用することにより消去され、変換された剛性行列は全ての部分構造拘束モード行列が適用された後にブロック対角となる。剛性行列のブロックガウス消去法が A M L S 変換において部分構造木の根に向かって進むのに伴い、部分構造固有モードが計算される。これらの2つの演算、ガウス消去法および部分構造固有モード計算、は分割することができる。換言すれば、最初にシステム行列が因数分解され、次に各部分構造の固有値問題が解決される。

20

【0076】

A M L S 変換を2つの部分に分割することにより、クレイグ・バンブトン変換行列の新しい形式が導かれる。式(3)のクレイグ・バンブトン変換行列を式(14)および(15)と組み合わせたものは、式(25)のように表すことができる。

【0077】

【数30】

$$T_{CB} = \begin{pmatrix} \Phi_e & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_A \Phi_A & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_s & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_s & 0 \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_A & 0 \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \quad \text{式 (25)}$$

30

【0078】

式(25)において、 Ψ_{er} が、定義により、消去された自由度と保持される自由度との間の連結に対応する剛性行列のブロックガウス消去ツールであるため、 Ψ_{er} を

【0079】

【数31】

$$\hat{\Psi}_s$$

【0080】

に組み合わせることができる。換言すれば、A M L S 変換において全体の剛性行列のブロック因数分解中に、 K_{er} のブロック因数分解が実行可能である。これにより、各部分構造について拡張された行および列を持つ各 $s^{(i)}$ が作成され、これが保持される自由度の部分構造に対応する。例えば、保持される自由度のみを有する根の部分構造を定義することが可能であり、先の2つのレベルの部分構造木400を図4に示すように再配置することができる。

40

【0081】

引き続き図4を参照すると、この部分構造木の $s^{(i)}$ は式(26)のように書くことができる

【0082】

【数 3 2】

$$\psi_s^{(1)} = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & \psi_{13} & 0 & 0 & 0 & \psi_{17} & \psi_{1r} \\ 0 & l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_r \end{bmatrix} \text{式 (26)}$$

【0 0 8 3】

10

さらに、拘束モード は式 (27) に示すように表すことができる。

【0 0 8 4】

【数 3 3】

$$\psi = \begin{bmatrix} \hat{\psi}_{1r} \\ \hat{\psi}_{2r} \\ \hat{\psi}_{3r} \\ \hat{\psi}_{4r} \\ \hat{\psi}_{5r} \\ \hat{\psi}_{6r} \\ \hat{\psi}_{7r} \\ l_r \end{bmatrix} \text{式 (27)}$$

20

【0 0 8 5】

ここで、

【0 0 8 6】

【数 3 4】

$$\hat{\psi}_{ir}$$

【0 0 8 7】

は、マルチレベル拡張による部分構造 i に対応するガウス消去ツールの完全に連結されたブロックを表す。各

30

【0 0 8 8】

【数 3 5】

$$\hat{\psi}_{ir}$$

【0 0 8 9】

は、式 (21) と同様な以下の公式化を用いて式 (28) に示すように計算することができる。

【0 0 9 0】

【数 3 6】

40

$$\hat{\psi}_{ir} = \psi_{ir} + \sum_{k \in \mathcal{A}} (\psi_{ik} \hat{\psi}_{kr}) \text{式 (28)}$$

【0 0 9 1】

ここで、 \mathcal{A} は保持される自由度を含む根の部分構造を除く、部分構造 i の上位である部

分構造の集合を示す。

50

【 0 0 9 2 】

【 数 3 7 】

 $\hat{\psi}_{ir}$

【 0 0 9 3 】

は、再帰的に計算されるため、A M L S 変換の後に計算可能である。しかし、

【 0 0 9 4 】

【 数 3 8 】

 $\hat{\psi}_{ir}$

10

【 0 0 9 5 】

は各部分構造 i において計算されるため、部分構造 i から保持される自由度への静的縮約（すなわちシュアの補行列）の寄与、 $K_{rr}^{(i)}$ を各部分構造 i において計算し、後に最終的な静的縮約に加えることが可能である。従って、保持される自由度のみについて最終的に縮約される剛性行列は、式（29）に示すように、根の部分構造の剛性行列を組み立てることにより計算される。ここで、

【 0 0 9 6 】

【 数 3 9 】

 \tilde{K}_{ir}

20

【 0 0 9 7 】

は、中間物が全ての下位からの全ての寄与を含むことを示す。

【 0 0 9 8 】

【 数 4 0 】

$$\hat{K}_{rr} = K_{rr} + \sum_{i=1}^7 K_{rr}^{(i)} = K_{rr} + \sum_{i=1}^7 (\tilde{K}_{ir}^T \psi_{ir}) \quad \text{式 (29)}$$

【 0 0 9 9 】

同様に、最終的な縮約された質量行列が式（30）に示すように組み立てられる。こ

30

こ

【 0 1 0 0 】

【 数 4 1 】

 \tilde{M}_{ii}

【 0 1 0 1 】

および

【 0 1 0 2 】

【 数 4 2 】

40

 \tilde{M}_{ir}

【 0 1 0 3 】

は中間物が全ての下位からの全ての寄与を含むことを示す。

【 0 1 0 4 】

【 数 4 3 】

$$\hat{M}_{rr} = M_{rr} + \sum_{i=1}^7 M_{rr}^{(i)} = M_{rr} + \sum_{i=1}^7 (\psi_{ir}^T (\tilde{M}_{ii} \psi_{ir} + \tilde{M}_{ir}) + \tilde{M}_{ir} \psi_{ir}) \quad \text{式 (30)}$$

50

【 0 1 0 5 】

従って、保持される自由度のみを有する根の部分構造（部分構造 r ）について剛性行列および質量行列を組み立てることにより、式（ 2 9 ）および（ 3 0 ）に示すように縮約された剛性行列および質量行列が得られる。特に、A M L S 変換においては、保持される部分構造の固有問題が解決されず、保持される部分構造と消去された部分構造との間を連結する非対角質量連が縮退されない。

【 0 1 0 6 】

さらに、縮退された固有モード（ $\hat{\mu}_A$ ）が、消去された自由度の部分構造について計算される場合、縮約された非対角質量行列を縮退された固有モードで計算することができる。これを式（ 3 1 ）に示す。

10

【 0 1 0 7 】

【数 4 4】

$$\begin{aligned}\hat{M}_{ar} &= \Phi_e^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) \\ &= \Phi_A^T T_A^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) \\ &= \Phi_A^T \{ \Phi_s^T \hat{\Psi}_s^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) \} \\ &= \Phi_A^T \{ \Phi_s^T \hat{M}_{er} \} \\ &= \Phi_A^T \hat{\mu}_{er} \quad \text{式 (3 1)}\end{aligned}$$

20

【 0 1 0 8 】

式（ 2 8 ）において、

【 0 1 0 9 】

【数 4 5】

$$\hat{\mu}_{er}$$

【 0 1 1 0 】

は保持される自由度と消去される自由度との間の左辺の縮退質量連結であり、A M L S 変換において保持される部分構造の固有モードで縮退を行わないことで簡単に得られる。従って、縮約されたクレイグ・バンプトン行列、

30

【 0 1 1 1 】

【数 4 6】

$$\tilde{K}_{rr}$$

【 0 1 1 2 】

および

【 0 1 1 3 】

【数 4 7】

$$\tilde{M}_{rr}$$

40

【 0 1 1 4 】

、はA M L S 変換中に計算される。縮約された非対角質量行列

【 0 1 1 5 】

【数 4 8】

$$\widetilde{M}_{\alpha r}$$

【0 1 1 6】

は、消去された自由度のみを有する部分構造の縮退固有モードを計算後、縮退固有モードに一方の辺の縮退質量連結

【0 1 1 7】

【数 4 9】

$$\widetilde{\mu}_{\alpha r}$$

10

【0 1 1 8】

を事前に掛けることにより計算される。

【0 1 1 9】

質量行列の縮約と同様に、対称減衰行列が対角ブロックを除いてクレイグ・バンブトン部分空間に投影される。

【0 1 2 0】

【数 5 0】

$$\widetilde{D}_{rr}$$

20

【0 1 2 1】

および

【0 1 2 2】

【数 5 1】

$$\widetilde{D}_{\alpha r}$$

【0 1 2 3】

は質量行列の縮約と同じ方法で計算可能である。減衰行列の対角ブロック

【0 1 2 4】

【数 5 2】

$$\widetilde{D}_{\alpha\alpha}$$

30

【0 1 2 5】

は、モード減衰行列であり、これは通常、後続の安定した状態の動的解析のための A M L S 復元位相で計算される。本モード減衰行列は、縮退 A M L S 部分空間上において式 (3 2) で導かれる通り、計算可能である。

【0 1 2 6】

【数 5 3】

$$\widehat{D}_{\alpha\alpha} = \Phi_e^T D_{ee} \Phi_e = \Phi_A^T [T_A^T D_{ee} T_A] \Phi_A = \Phi_A^T D_A \Phi_A \text{ 式 (3 2)}$$

40

【0 1 2 7】

従って、任意の対称減衰行列を A M L S 変換処理の間に同様に縮約することができる。

【0 1 2 8】

力ベクトルの縮約については、縮約された力ベクトルは A M L S 縮退固有モードの観点から式 (3 3) のように表すことができる。

【0 1 2 9】

50

【数 5 4】

$$\hat{F} = \begin{Bmatrix} \hat{F}_\alpha \\ \hat{F}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_e^T F_e \\ \hat{\Psi}_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_A^T (T_A^T F_e) \\ \hat{\Psi}_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_A^T F_A \\ \hat{\Psi}_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} \text{式 (3 3)}$$

【0 1 3 0】

例示の実施形態において、モード力ベクトル、

【0 1 3 1】

【数 5 5】

$$\hat{F}_\alpha = \Phi_\alpha^T F_\alpha$$

10

【0 1 3 2】

、は A M L S 復元位相で計算される。保持される自由度

【0 1 3 3】

【数 5 6】

$$\hat{F}_r$$

【0 1 3 4】

に対する縮約された力ベクトルは、全右辺ベクトルとして計算可能である。強制自由度が構造木の根の部分構造の直下の最後の部分構造に限定される場合、計算はより単純になる。例えば、強制自由度が部分構造 7 および部分構造 r のみに組み込まれる場合、縮約された力ベクトルは式 (3 4) に示すように計算された。

20

【0 1 3 5】

【数 5 7】

$$\hat{F}_r = \hat{\Psi}_{er}^T F_e + F_r = \Psi_{7r}^T F_7 + F_r \text{式 (3 4)}$$

【0 1 3 6】

このため、全体固有モード、拘束モード、および全ての縮約部分構造システム行列は A M L S 固有値解プロシージャの最中に計算可能である。このことは、部分構造生成プロシージャにおいて、拘束モードを計算し、およびシステム行列をクレイグ・バンブトン部分空間に投影するための計算位相が省略されることを意味する。換言すれば、部分構造生成プロシージャは A M L S 固有値解プロシージャに完全に埋め込まれるということである。これにより、後続の部分構造生成のための A M L S 固有値解プロシージャにおける全固有モードの必要性が取り除かれ、大規模モデルの全固有モードに関連する大量のコンピュータ資源の利用が緩和される。

30

【0 1 3 7】

図 2 を再度参照すると、根の部分構造において複数の保持される自由度が組み合わせられる (2 0 4)。一構造が複数のレベルの複数の部分構造に分割され (2 0 6)、上記構造は次に部分構造モード部分空間上に縮退される (2 0 8)。しかし、特に、根の部分構造モード部分空間は計算されず、根の部分構造は縮退されない。得られる縮退された固有問題は解決されて (2 1 0) 固有モードが復元され (2 1 2) かつ複数の拘束モードおよび縮約された演算子が計算され、その全てがメモリ領域に保存される (2 1 4)。

40

【0 1 3 8】

例示の実施形態において、A M L S およびクレイグ・バンブトンプロシージャが統合されるため、何らかの計算を行って 1 つまたは複数の部分構造を生成する必要が無い。従って、部分構造の通常モードおよび拘束モード、ならびに縮約された部分構造システム行列の計算は、追加的な計算コストが非常に少なく済む。上述の実施形態は部分構造生成処理の性能を有意に向上させ、全部分構造モードの使用と計算の必要性を取り除くことにより計算資源の利用を低減させる。

50

【 0 1 3 9 】

図 5 は、上記で図 1 に示したものと同様の既知の処理を例示するフローチャート 5 0 0 であり、上記処理において、自由インターフェース通常モードおよび拘束モードを使用して従来のクレイグ・チャン（すなわち自由インターフェース）部分構造を生成可能である。さらに具体的には、図 5 は固有モードおよび既知のクレイグ・チャン（すなわち自由インターフェース）を復元するための A M L S 技術 5 0 2、および、部分構造生成技術 5 0 4 を含む既知の処理を例示する。既知の処理では、図 1 で上述したものと同一または同様の操作を用いて、剛性行列、質量行列、減衰行列および / または力ベクトル行列を含む、物理的物体の 3 D 表現またはモデルのためにシステム行列が組み立てられる（ 5 0 6 ）。

【 0 1 4 0 】

式（ 1 ）のように分割した同じシステム行列を想定すると、クレイグ・チャン法の変換行列は式（ 2 5 ）のように書くことができる。

【 0 1 4 1 】

【数 5 8】

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{e\alpha} & \Psi_{er} \\ \Phi_{r\alpha} & I_r \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = [\Phi \quad \Psi] \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = T_{CC} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} \text{式 (35)}$$

【 0 1 4 2 】

さらに、クレイグ・チャンの変換行列を使用した、縮約された剛性行列および質量行列は式（ 3 6 ）に示すように書かれる。

【 0 1 4 3 】

【数 5 9】

$$\hat{K} = T_{CC}^T K T_{CC} = \begin{pmatrix} \Lambda_{\alpha\alpha} & \hat{K}_{\alpha r} \\ \hat{K}_{\alpha r}^T & \hat{K}_{rr} \end{pmatrix}, \quad \hat{M} = T_{CC}^T M T_{CC} = \begin{pmatrix} I_{\alpha\alpha} & \hat{M}_{\alpha r} \\ \hat{M}_{\alpha r}^T & \hat{M}_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (36)}$$

【 0 1 4 4 】

ここで、

【 0 1 4 5 】

【数 6 0】

$$\hat{K}_{rr}$$

【 0 1 4 6 】

および

【 0 1 4 7 】

【数 6 1】

$$\hat{M}_{rr}$$

【 0 1 4 8 】

は式（ 6 ）および（ 7 ）に示すように表され、剛性行列および質量行列の非対角ブロックは式（ 3 7 ）および（ 3 8 ）に示すように表される。

【 0 1 4 9 】

【数 6 2】

$$\hat{K}_{\alpha r} = \Phi^T K \Psi \text{式 (37)}$$

【 0 1 5 0 】

【数 6 3】

$$\hat{M}_{\alpha r} = \Phi^T M \Psi \text{式 (38)}$$

10

20

30

40

50

【 0 1 5 1 】

クレイグ・バンプトン法とは異なり、剛性行列に対する拘束モードと自由インターフェース固有モードとの非直交性の関係により、縮約された剛性行列は非ゼロ非対角ブロックを持つ。換言すると、自由インターフェース固有モードと拘束モードとの間の線形依存性が存在し得るが、固有モードについての境界条件が保持される自由度に対しては課されないため、縮約されたシステムにおいてランク不完全問題の原因となる。

【 0 1 5 2 】

自由インターフェース固有モード を拘束モード と組み合わせることにより、修正動的モードが得られ、これにより修正動的モードと拘束モードとの間の線形独立性が確保される。拘束モードを自由インターフェース固有モードから取り去ることにより、式 (3 9) に示すように、修正動的モードを剛性行列について拘束モードに対して直交させることが可能である。

【 0 1 5 3 】

【数 6 4】

$$\bar{\Phi}^T K \Psi = 0 \text{ 式 (3 9)}$$

【 0 1 5 4 】

従って、修正動的モードは式 (4 0) に示すように表すことができる。

【 0 1 5 5 】

【数 6 5】

$$\bar{\Phi} = \Phi - \Psi \Phi_{r\alpha} = \begin{pmatrix} \Phi_{e\alpha} - \Psi_{er}\Phi_{r\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\Phi}_e \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 式 (4 0)}$$

【 0 1 5 6 】

修正動的モードは、拘束モードのキャンセルによりヌルベクトルまたは線形依存のベクトルを含んで良いことは留意すべきである。特異縮約システムを避けるために、修正動的モードをそれ自身に対して剛性行列および質量行列について直交させるべきである。この直交化処理は必要な固有モードが多数である大規模モデルについては相当な計算コストの原因となる。

【 0 1 5 7 】

直交修正された固定インターフェース動的モードを用いて、クレイグ・チャン変換行列の新しい形式は、式 (4 1) に示すように書くことができる。

【 0 1 5 8 】

【数 6 6】

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{e\alpha} - \Psi_{er}\Phi_{r\alpha} & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = [\bar{\Phi} \quad \Psi] \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} = \bar{T}_{CC} \begin{Bmatrix} \eta_e \\ u_r \end{Bmatrix} \text{ 式 (4 1)}$$

【 0 1 5 9 】

この変換行列を用いて、縮約された剛性行列および質量行列は式 (4 2) および (4 3) に示すように書くことができる。

【 0 1 6 0 】

【数 6 7】

$$\hat{K} = \bar{T}_{CC}^T K \bar{T}_{CC} = \begin{pmatrix} \hat{K}_{\alpha\alpha} & 0 \\ 0 & \hat{K}_{rr} \end{pmatrix} \text{ 式 (4 2)}$$

【 0 1 6 1 】

【数 6 8】

$$\hat{M} = \bar{T}_{CC}^T M \bar{T}_{CC} = \begin{pmatrix} \hat{M}_{\alpha\alpha} & \hat{M}_{\alpha r} \\ \hat{M}_{\alpha r}^T & \hat{M}_{rr} \end{pmatrix} \text{ 式 (4 3)}$$

10

20

30

40

50

【 0 1 6 2 】

ここで、

【 0 1 6 3 】

【 数 6 9 】

$$\hat{K}_{\alpha\alpha} = \bar{\Phi}^T K \bar{\Phi} = \bar{L}_{\alpha\alpha} \text{式 (4 4)}$$

【 0 1 6 4 】

【 数 7 0 】

$$\hat{K}_{rr} = K_{rr} - K_{er}^T K_{ee}^{-1} K_{er} = K_{rr} + K_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (4 5)}$$

10

【 0 1 6 5 】

【 数 7 1 】

$$\hat{M}_{\alpha\alpha} = \bar{\Phi}^T M \bar{\Phi} = \bar{I}_{\alpha\alpha} \text{式 (4 6)}$$

【 0 1 6 6 】

【 数 7 2 】

$$\hat{M}_{\alpha r} = \bar{\Phi}^T M \Psi \text{式 (4 7)}$$

【 0 1 6 7 】

【 数 7 3 】

$$\hat{M}_{rr} = M_{rr} + \Psi_{er}^T (M_{ee} \Psi_{er} + M_{er}) + M_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (4 8)}$$

20

【 0 1 6 8 】

従って、縮約された減衰行列も式 (4 9) に示すように書くことができる。

【 0 1 6 9 】

【 数 7 4 】

$$\hat{D} = \bar{T}_{cc}^T D \bar{T}_{cc} = \begin{pmatrix} \hat{D}_{\alpha\alpha} & \hat{D}_{\alpha r} \\ \hat{D}_{\alpha r}^T & \hat{D}_{rr} \end{pmatrix} \text{式 (4 9)}$$

【 0 1 7 0 】

30

ここで、

【 0 1 7 1 】

【 数 7 5 】

$$\hat{D}_{\alpha\alpha} = \bar{\Phi}^T D \bar{\Phi} = \bar{\Phi}_e^T D_{ee} \bar{\Phi}_e \text{式 (5 0)}$$

【 0 1 7 2 】

【 数 7 6 】

$$\hat{D}_{\alpha r} = \bar{\Phi}^T D \Psi \text{式 (5 1)}$$

【 0 1 7 3 】

40

【 数 7 7 】

$$\hat{D}_{rr} = D_{rr} + \Psi_{er}^T (D_{ee} \Psi_{er} + D_{er}) + D_{er}^T \Psi_{er} \text{式 (5 2)}$$

【 0 1 7 4 】

加えて、縮約された力ベクトルは式 (5 3) に示すように書くことができる。

【 0 1 7 5 】

【数 7 8】

$$\hat{F} = \begin{Bmatrix} \hat{F}_e \\ \hat{F}_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\Phi}_e & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_e \\ F_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Phi}_e^T F_e \\ \Psi_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} \quad \text{式 (5 3)}$$

【0 1 7 6】

従って、A M L S プロシージャ 5 0 2 では、一構造が複数レベルの複数の部分構造に分割され (5 0 8)、上記構造は部分構造モード部分空間に対して縮退される (5 1 0)。得られる固有問題が解決されて (5 1 2) 固有モードが計算され (5 1 4)、メモリ領域に保存される (5 1 6)。

10

【0 1 7 7】

クレイグ・チャンプロシージャ 5 0 4 では、複数の拘束モードが計算され、修正動的モードが直交化され (5 1 8)、修正動的モードおよび拘束モードがメモリ領域に保存される (5 2 0)。その後、縮約された演算子が計算され (5 2 2)、メモリ領域に保存される (5 2 4)。

【0 1 7 8】

図 1 に例示した処理と同様に、図 5 の上述の処理を使用することには問題があることは既知である。例えば、この既知の処理は膨大な計算時間を要し、かつ、大量のコンピュータ資源を必要とし、何故なら大規模部分構造の全部分構造モードは、後の復元のために保存、かつ部分構造生成処理における縮約された行列計算のために回収される必要があるからである。大規模モデルの従来の動的な部分構造生成の手順では、固有モードの計算は強制的なものであり、拘束モードを計算し、かつシステム行列を部分構造モード空間に投影するコストは、投影が物理空間において全部分構造モードを使用して行われるため非常に高く、上記物理空間のサイズは数千万自由度を優に超える。これにより、大容量のデータ記憶領域が必要とされ、ハードディスク等の 1 つのメモリ領域からオペレーティングメモリ等の別のメモリ領域にデータの一部を転送することにますます多くの時間を要することになる。

20

【0 1 7 9】

図 6 は、物理的物体の 3 D 表現の F E A における使用のために A M L S ベースのクレイグ・チャン処理を統合する一例の方法を例示するフローチャート 6 0 0 である。図 2 から 4 を参照して上述した A M L S ベースのクレイグ・パンプトン部分構造生成法と同様に、クレイグ・チャン部分構造は A M L S 固有値解処理内で生成可能である。しかし、クレイグ・チャン法の場合、保持される部分構造に対する固有問題が、全体の縮退システムに対する自由インターフェース縮退固有モードの後続の計算のために解決される。この場合、修正動的モードの直交化は物理的な F E 空間の代わりに縮退 A M L S 部分空間において行うことが可能であり、これにより修正動的モードの直交化のコストが大きく削減される。さらに詳細には、図 6 は、物理的物体の 3 D 表現の F E A における使用のための A M L S ベース処理とクレイグ・チャン処理の統合を含む例示の方法を示す。例示の実施形態において、物理的物体の 3 D 表現またはモデルに対して、システム行列が組み立てられ (6 0 2)、これには図 1 について上述したように剛性行列、質量行列、減衰行列、および / または力ベクトルが含まれる。

30

40

【0 1 8 0】

式 (2 6) と同様に、システム全体に対して A M L S により計算される固有モードは、保持される自由度のみを含む根の部分構造を含むものであるが、式 (5 4) に示すように表すことができる。

【0 1 8 1】

【数 7 9】

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \Phi_{e\alpha} \\ \Phi_{r\alpha} \end{Bmatrix} = T_A \Phi_A = \hat{\Psi}_s \Phi_s \Phi_A = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_s^e & 0 \\ 0 & \Phi_s^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_A^{e\alpha} \\ \Phi_A^{r\alpha} \end{pmatrix} \quad \text{式 (5 4)}$$

50

【 0 1 8 2 】

ここで、 T_A はシステム全体に対するA M L S変換行列、 Φ_A は自由インターフェース縮退固有モードであり、部分構造が消去された自由度を有するか、保持される自由度を有するかに基づき2つの部分行列(Φ_A^e および Φ_A^r)に分割可能である。 Φ_s^e はブロック対角行列であり、各対角ブロックは消去された自由度を有する各部分構造の固有モードで満たされ、 Φ_s^r は保持される自由度のみを有する根の部分構造の固有モードである。式(54)より、 Φ_r を式(55)に示すように表すことができる。

【 0 1 8 3 】

【数80】

$$\Phi_{r\alpha} = \Phi_s^r \Phi_A^{r\alpha} \quad \text{式(55)}$$

10

【 0 1 8 4 】

修正動的モードは式(54)および(55)を使用して、式(56)に示すように簡素化することができる。

【 0 1 8 5 】

【数81】

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} &= T_A \Phi_A - \Psi \Phi_{r\alpha} = \hat{\Psi}_s \Phi_s \Phi_A - \Psi \Phi_{r\alpha} \\ &= \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_s^e & 0 \\ 0 & \Phi_s^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_A^{e\alpha} \\ \Phi_A^{r\alpha} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi_{er} \\ I \end{pmatrix} \Phi_{r\alpha} \\ &= \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_s^e \Phi_A^{e\alpha} \\ \Phi_s^r \Phi_A^{r\alpha} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi_{er} \\ I \end{pmatrix} \Phi_s^r \Phi_A^{r\alpha} \\ &= \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e \Phi_A^{e\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{式(56)} \end{aligned}$$

20

【 0 1 8 6 】

列ベクトル(

【 0 1 8 7 】

【数82】

30

$$\hat{\Psi}_{ee}$$

【 0 1 8 8 】

Φ_s^e)から成る部分空間がその定義により線形独立であるため、修正動的モードの線形依存性のみを項 Φ_A^e から導くことができる。従って、直交修正動的モードを得るために Φ_A^e における列ベクトルのみが直交化される必要がある。まず、列ベクトル Φ_A^e が、縮退された剛性行列 K_A に対して直交化され、修正グラム・シュミットアルゴリズムを使用してベクトル間の線形依存性が削除される。この直交化処理中にヌルベクトルが消去されるため、修正動的モードの列数を低減可能である。直交化の後、それらを剛性直交ベクトルおよび質量直交ベクトルにするために剛性直交の Φ_A^e を用いたリッツ解析が実行される必要があり、これより直交修正動的モードが以下の直交条件を満足させるようにする。

40

【 0 1 8 9 】

【数83】

$$(\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T K_A \bar{\Phi}_A^{e\alpha} = \bar{\Lambda}_{\alpha\alpha} \quad \text{式(57)}$$

【 0 1 9 0 】

【数84】

$$(\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T M_A \bar{\Phi}_A^{e\alpha} = \bar{I}_{\alpha\alpha} \quad \text{式(58)}$$

50

【 0 1 9 1 】

ここで、

【 0 1 9 2 】

【 数 8 5 】

$$\bar{\Lambda}_{\alpha \alpha}$$

【 0 1 9 3 】

は対角上に疑似固有値を含む対角行列であり、リッツ解析により計算可能である。

【 0 1 9 4 】

10

直交動的モードを用いて、縮約された剛性行列の項

【 0 1 9 5 】

【 数 8 6 】

$$\bar{K}_{\alpha\alpha} = \Phi^T K \Phi$$

【 0 1 9 6 】

が対角になり、その対角項が疑似固有値（

【 0 1 9 7 】

【 数 8 7 】

20

$$\bar{\Lambda}_{\alpha \alpha}$$

【 0 1 9 8 】

）および縮約された質量行列の項

【 0 1 9 9 】

【 数 8 8 】

$$\bar{M}_{\alpha\alpha} = I_{\alpha\alpha}$$

30

【 0 2 0 0 】

であり、これも対角となる。非対角縮約質量行列

【 0 2 0 1 】

【 数 8 9 】

$$\bar{M}_{\alpha r}$$

【 0 2 0 2 】

は A M L S 縮退部分空間内で計算されるが、これは、修正動的モードが A M L S 縮退部分空間において直交化されるためである。このことは、以下の式（ 5 9 ）から導かれる。

40

【 0 2 0 3 】

【数 9 0】

$$\hat{M}_{\alpha r} = \bar{\Phi}^T M \Psi$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{er} \\ M_{er}^T & M_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{er} \\ I \end{pmatrix}$$

$$= (\Phi_s^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T \left[\begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{er} \\ M_{er}^T & M_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{er} \\ I \end{pmatrix} \right]$$

$$= (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T [(\Phi_s^e)^T \hat{M}_{er}]$$

$$= (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T \hat{\mu}_{er} \text{ 式 (59)}$$

10

【 0 2 0 4】

ここで

【 0 2 0 5】

【数 9 1】

$$\bar{\Phi}_A^{e\alpha}$$

【 0 2 0 6】

、は縮退された剛性および質量行列について直交化された修正動的モードである。この非
対角質量項はクレイグ・バンブトン法と同じ形式を持つが、消去された部分構造

20

【 0 2 0 7】

【数 9 2】

$$\bar{\Phi}_A^{e\alpha}$$

【 0 2 0 8】

に対する縮退された固有モードが計算の前に直交化されることを除く。

【 0 2 0 9】

縮約された減衰行列について、対角減衰項を除く全ての縮約された減衰項を質量行列と
同じ方法で計算することが可能である。対角減衰項は以下の式 (60) から導くことが
できる。

30

【 0 2 1 0】

【数 9 3】

$$\hat{D}_{\alpha\alpha} = \bar{\Phi}^T D \bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} D_{ee} & D_{er} \\ D_{er}^T & D_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T [(\Phi_s^e)^T (\hat{\Psi}_{ee})^T D_{ee} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e] \bar{\Phi}_A^{e\alpha}$$

$$= (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T D_A^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha} \text{ 式 (60)}$$

40

【 0 2 1 1】

ここで、 D_A^e は消去された（自由度）部分構造の縮退された減衰行列である。

【 0 2 1 2】

従って、縮約された力ベクトルは以下のように書くことができる

【 0 2 1 3】

【数 9 4】

$$\begin{aligned}
 \hat{F} &= \begin{Bmatrix} \hat{F}_\alpha \\ \hat{F}_r \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e \bar{\Phi}_A^{e\alpha} & \Psi_{er} \\ 0 & I_r \end{pmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_e \\ F_r \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T [(\hat{\Psi}_{ee} \Phi_s^e)^T F_e] \\ \Psi_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} (\bar{\Phi}_A^{e\alpha})^T F_A^e \\ \Psi_{er}^T F_e + F_r \end{Bmatrix} \quad \text{式 (61)}
 \end{aligned}$$

10

【0 2 1 4】

ここで、

【0 2 1 5】

【数 9 5】

$$\widetilde{F}_r$$

【0 2 1 6】

は根の部分構造の組み立てられた力ベクトルであり、

【0 2 1 7】

【数 9 6】

$$\widetilde{F}_\alpha$$

20

【0 2 1 8】

は直交化された縮退動的モードと消去された部分構造の縮退された力ベクトルとを使用して計算されたモードの力ベクトルである。

【0 2 1 9】

上述の方法を使用して、自由インターフェースの固有モードおよび拘束モード、ならびに全ての縮約されたクレイグ・チャン部分構造システム行列を、A M L S 固有値解プロシ
 ージャ中に計算することが可能である。部分構造生成処理は、A M L S 法を使用してクレ
 イグ・バンプトン部分構造生成のように A M L S 固有値解プロシージャ内に埋め込まれて
 も良い。修正部分構造動的モードの再直交化の高コストは、直交化が縮退された A M L S
 部分空間において行われるという事実により大幅に低減可能である。

30

【0 2 2 0】

例示の実施形態において、複数の保持される自由度が根の部分構造において組み合わさ
 れる (6 0 4)。そして、一構造が複数のレベルの複数の部分構造に分割される (6 0 6)
)。根の部分構造は、それ自身が有する固有モードを使用して縮退され (6 0 8)、全体
 の構造もモードの部分空間上へ縮退される (6 1 0)。さらに、得られる複数の固有モー
 ドは、得られる縮退された固有問題を解決する (6 1 4) こと、および直交化された修正
 動的モード (6 1 2) により計算される。修正動的モードが復元され (6 1 6)、複数の
 拘束モードおよび縮約された演算子が計算され、これらの全てはメモリ領域に保存され
 る (6 1 8)。

40

【0 2 2 1】

例示の実施形態において、A M L S およびクレイグ・チャンプロシージャが統合され、
 1 つまたは複数の部分構造の生成のために、いずれの計算も行いう必要が無い。従って、上
 記の図 2 に示す方法と同様に、部分構造通常モードおよび拘束モードならびに縮約された
 部分構造システム行列は、追加的な計算コストが非常に少なく済む。上述の実施形態は、
 部分構造生成処理の性能を大幅に向上させ、全部分構造モードの使用および計算の必要性
 を除去することにより計算資源の使用を削減する。

50

【 0 2 2 2 】

図 7 は、上述および / または上述のものに関連し得る追加的な処理など、物理的物体の 3 D 表現の有限要素解析において使用するための例示のコンピュータシステム 7 0 0 の概略ブロック図である。例示の実施形態において、メモリ領域 7 0 2 は、例えば、システム行列、構造情報、部分構造情報、固有モード、固有値、拘束モード、直交化固有モード、縮約された演算子、または F E A シミュレーション環境において使用可能な任意の他の適切なデータ型、を含むシミュレーションデータなどのデータの保存に使用するのための 1 つまたは複数の記憶装置 7 0 4 を含む。いくつかの実施形態において、メモリ領域 7 0 2 は、サーバシステム 7 0 6 と連結され、これが管理システム 7 0 8 および / またはユーザシステム 7 1 0 にネットワーク 7 1 2 を介して次々と連結される。記憶装置 7 0 4 は、1 つまたは複数のデータベースとして具現化されて良く、単一または複数の地理的場所に配置されて良く、または、サーバシステム 7 0 6 に統合されて良い。

10

【 0 2 2 3 】

理解されるであろうが、ネットワーク 7 1 2 は、インターネット等の公衆ネットワーク、または L A N もしくは W A N 等の私的ネットワーク、またはそれらの任意の組み合わせとすることができ、P S T N または I S D N サブネットワークを含むこともできる。ネットワーク 7 1 2 は、イーサネットネットワーク等の有線とすることができ、または E D G E、3 G および 4 G 無線セルラーシステムを含むセルラーネットワーク等の無線とすることができ。無線ネットワークはまた、W i F i、ブルートゥース、または任意の他の既知の無線通信形式とすることができ。従って、ネットワーク 7 1 2 は、単なる例であり、当面の向上の範囲を制限するものではない。

20

【 0 2 2 4 】

当業者は認識するであろうが、管理者システム 7 0 8 および / またはユーザシステム 7 1 0 は、図 8 を参照して以下で説明するような任意の適切なコンピュータシステム、または任意の他の既知のコンピュータシステムとすることができ。さらに、サーバシステム 7 0 6 が上述の処理および / または上述のものに関連する任意の追加の処理を実行するべく構成されることは理解すべきである。

【 0 2 2 5 】

サーバシステム 7 0 6 は上述の処理を実行させるコンピュータ可読命令を記憶し、これらの命令を、ネットワーク 7 1 2 を介して管理者システム 7 0 8 および / またはユーザシステム 7 1 0 に提供する。さらに、サーバシステム 7 0 6 はまた、メモリ領域 7 0 2 からのデータを必要に応じて管理者システム 7 0 8 およびユーザシステム 7 1 0 に提供する。そのように、図 7 にはクラウドコンピュータ、分散コンピュータなどを介したコンピュータシステム 7 0 0 の実装が含まれる。

30

【 0 2 2 6 】

図 8 は、サーバシステム 7 0 6、管理者システム 7 0 8 および / またはユーザシステム 7 1 0 (それぞれ図 7 に図示される) と共に使用するための例示のコンピュータアーキテクチャ 8 0 0 の概略ブロック図である。

【 0 2 2 7 】

例示の実施形態において、コンピュータアーキテクチャ 8 0 0 には、上述の処理および / または上述の処理に関連する任意の追加の処理を実行する 1 つまたは複数のプロセッサ 8 0 2 (C P U) が含まれる。用語「プロセッサ」は一般に任意のプログラム可能システムを指し、これにはシステム・マイクロコントローラ、縮小命令セットコンピュータ (R I S C : reduced instruction set circuit)、特定用途向け集積回路 (A S I C : application - specific integrated circuit)、プログラム可能論理回路、および / または本明細書に記載する機能を実行することができる任意の他の回路またはプロセッサが含まれる。上記の例は単なる例示であり、従って、用語「プロセッサ」の定義および / または意味を制限することは全く意図されない。

40

【 0 2 2 8 】

50

上述の処理および／または上述のものに関連する任意の追加の処理は、コンピュータ実行可能命令として、例えば、システムバス 806 によりプロセッサ 802 に対して動作可能および／または通信可能に連結されるメモリ領域 804 に記憶されて良い。「メモリ領域」は本明細書で使用される時、一般に任意のプログラムコードおよび命令を記憶する手段を指し、上記プログラムコードおよび命令は、アライメントツールを使用して副次的なオブジェクトの自動的な位置合わせを支援するべく 1 つまたは複数プロセッサにより実行可能である。メモリ領域 804 には、1 つまたは 2 つ以上のメモリ形式が含まれて良い。例えば、メモリ領域 804 には、RAM (random access memory) 808 が含まれて良く、RAM 808 には、不揮発性 RAM、磁気 RAM、強誘電体 RAM、および／または他の形式の RAM を含むことができる。メモリ領域 804 にはまた、ROM (read only memory) 810 および／またはフラッシュメモリおよび／または EPROM (electrically-programmable read-only memory) が含まれて良い。任意の他の適切な磁気メモリ、光メモリ、および／またはハードディスクドライブ (HDD: hard-disk drive) 812 等の半導体メモリが、単体または他のメモリ形式との組み合わせでメモリ領域 804 に含まれて良い。HDD 812 はまた、プロセッサ 802 との間でメッセージを送信および受信する際に使用するためのディスクコントローラ 814 に対して連結されて良い。さらに、メモリ領域 804 はまた、適切なカートリッジディスク、CD-ROM、DVD または USB メモリ等の取り外し可能または着脱可能なメモリ 816 とすること、またはこれらを含むことができる。上記の例は単なる例示であり、従って、どのようにも用語「メモリ領域」の定義および／または意味を制限することは全く意図されない。

【0229】

コンピュータアーキテクチャ 800 にはまた、ディスプレイコントローラ 820 に対して例えば動作可能に連結される、表示装置 818 が含まれる。ディスプレイコントローラ 820 は、表示装置 818 による表示のためにシステムバス 806 を介してデータを受信する。表示装置 818 は、モニタ、テレビのディスプレイ、プラズマディスプレイ、液晶ディスプレイ (LCD: liquid crystal display)、発光ダイオード (LED: light-emitting diode) に基づくディスプレイ、有機 LED (OLED: organic LED) に基づくディスプレイ、高分子 LED に基づくディスプレイ、表面伝導型電子放出素子に基づくディスプレイ、投影および／または反射された画像を含むディスプレイ、または任意の他の適切な電子装置またはディスプレイ、機構であって良いが、これに限定されない。さらに、表示装置 818 には関連するタッチスクリーンコントローラを有するタッチスクリーンが含まれて良い。上記の例は単なる例示であり、従って、どのようにも用語「表示装置」の定義および／または意味を制限することは全く意図されない。

【0230】

加えて、コンピュータアーキテクチャ 800 には、ネットワーク (図 8 には図示せず) と通信する際に使用するためのネットワークインターフェース 822 が含まれる。さらに、コンピュータアーキテクチャ 800 には、キーボード 824、および／またはローラボール、マウス、タッチパッド等のポインティングデバイス 826 などの 1 つまたは複数の入力装置が含まれる。入力装置は入力／出力 (I/O) インターフェース 828 によって連結されて制御され、インターフェース 828 はさらにシステムバス 806 に対して連結される。

【0231】

表示装置 818、キーボード 824、ポインティングデバイス 826、また、ディスプレイコントローラ 820、ディスクコントローラ 814、ネットワークインターフェース 822 および I/O インターフェース 828 の一般的な特徴および機能性については既知であるため、本明細書では簡潔にする目的でその説明を省略する。

【0232】

物理的物体の 3D 表現の FEA において使用するための方法、システム、装置およびコ

10

20

30

40

50

ンピュータプログラム製品の例示の実施形態については、上記で詳細に説明した。方法、システム、装置、コンピュータプログラム製品は、本明細書に記載される特定の実施形態に限定されず、むしろ、方法および/またはコンピュータプログラム製品の操作、および/または、システムおよび/または装置のコンポーネントは、本明細書に記載される他の操作および/またはコンポーネントから独立かつ分離して利用されて良い。さらに、記載される操作および/またはコンポーネントは、他のシステム、方法および/または装置において定義されて良く、または、それらと組み合わせて使用されて良く、かつ、本明細書に記載されるシステム、方法および記憶媒体と共に実践されることに限定されない。

【0233】

本明細書に記載されるようなクライアントコンピュータおよびサーバには、少なくとも1つのプロセッサまたはプロセッシングユニットおよびシステムメモリが含まれる。クライアントコンピュータおよびサーバは典型的には、少なくともいくつかの形式のコンピュータ可読媒体を有する。制限ではなく例として、コンピュータ可読媒体には、コンピュータ記憶媒体および通信媒体が含まれる。コンピュータ記憶媒体には、揮発性および不揮発性、着脱可能および着脱不可能の媒体が含まれ、コンピュータ可読命令、データ構造、プログラムモジュールまたは他のデータなどの情報を記憶するための任意の方法または技術で実装される。通信媒体は典型的には、コンピュータ可読命令、データ構造、プログラムモジュールまたは他のデータを、搬送波または他の転送機構などの変調データ信号で具現化し、かつ、任意の情報配信媒体を含む。当業者は変調データ信号には精通しているが、変調データ信号はその1つまたは複数の特徴が、情報を信号に符号化する方式で設定または変更される。上記のもののいずれかの組み合わせもまたコンピュータ可読媒体の範囲に含まれる。

【0234】

上述の処理を使用するための例示のコンピュータ実行可能コンポーネントには、根の部分構造生成コンポーネントが含まれるがこれを単に含むことに限定されず、根の部分構造生成コンポーネントは、サーバシステム706(図7に示す)またはプロセッサ802(図8に示す)に、3D表現の複数の保持される自由度を組み合わせる根の部分構造の形成を行わせる。コンポーネントに含まれる部分構造生成コンポーネントにはまた、サーバシステム706またはプロセッサ802に、3D表現の構造を部分構造モード部分空間に縮退させること、および、縮退された構造に基づき、複数の固有モード、拘束モード、および縮約された演算子を計算すること、を行わせるものもある。さらに、部分構造生成コンポーネントは、サーバシステム706またはプロセッサ802に、複数の固有モード、拘束モードおよび縮約された演算子に基づき、3D表現の少なくとも1つの部分構造の生成を行わせる。

【0235】

いくつかの実施形態において、コンポーネントにはまた、行列生成コンポーネントが含まれ、上記行列生成コンポーネントは、サーバシステム706またはプロセッサ802に、剛性行列、質量行列、減衰行列および力ベクトル行列の内の少なくとも1つを計算させる。そのような実施形態において、部分構造生成コンポーネントは、サーバシステム706またはプロセッサ802に、剛性行列、質量行列、減衰行列および力ベクトル行列の内の少なくとも1つに少なくとも部分的に基づき、縮退された構造を計算させる。

【0236】

いくつかの実施形態において、部分構造生成コンポーネントはまた、サーバシステム706またはプロセッサ802に、構造を少なくとも1つの部分構造に分割して、剛性行列、質量行列、減衰行列および力ベクトル行列の内の少なくとも1つに少なくとも部分的に基づき、上記少なくとも1つの部分構造に複数のレベルが含まれるようにすることを行わせる。

【0237】

いくつかの実施形態において、部分構造生成コンポーネントはまた、サーバシステム706またはプロセッサ802に、縮退された構造を使用した縮退された固有問題の計算を

行わせる。

【 0 2 3 8 】

さらに、部分構造生成コンポーネントはまた、サーバシステム 7 0 6 またはプロセッサ 8 0 2 に、根の部分構造を除いて構造の縮退を行わせる。他の実施形態において、部分構造生成コンポーネントはまた、サーバシステム 7 0 6 またはプロセッサ 8 0 2 に、構造および根の部分構造の縮退を行わせる。

【 0 2 3 9 】

いくつかの実施形態において、部分構造生成コンポーネントはまた、サーバシステム 7 0 6 またはプロセッサ 8 0 2 に、複数の直交修正動的モードを計算させる。

【 0 2 4 0 】

本発明は、例示の F E A シミュレーションシステム環境に関連して説明されたが、本発明の実施形態は多数の他の汎用または専用のシミュレーションシステム環境または構成を用いて動作可能である。シミュレーションシステム環境では、本発明の任意の態様の使用または機能性の範囲についていずれの制限も示唆することは意図されない。さらに、シミュレーションシステム環境は、例示の操作環境において例示されるコンポーネントのいずれか 1 つまたは組み合わせに関連するいずれの依存性または必要性も有すると解釈されるべきではない。本発明の態様において使用するために適切であろう周知のシミュレーションシステム、環境、および / または構成の例には、パーソナルコンピュータ、サーバコンピュータ、ハンドヘルドもしくはラップトップ装置、マルチプロセッサシステム、マイクロプロセッサベースのシステム、セットトップボックス、プログラム可能家庭電化製品、携帯電話、ネットワーク P C、ミニコンピュータ、メインフレームコンピュータ、上記のシステムまたは装置のいずれかを含む分散コンピュータ環境、などが含まれるが、これに制限されない。

【 0 2 4 1 】

本発明の実施形態は、プログラムコンポーネントまたはモジュール等の 1 つまたは複数のコンピュータまたは他の装置により実行されるコンピュータ実行可能命令の一般的な文脈で記載されて良い。本発明の態様は、任意の数および組織のコンポーネントまたはモジュールと共に実装されて良い。例えば、本発明の態様は、図面に例示されかつ本明細書に記載される特定のコンピュータ実行可能命令または特定のコンポーネントもしくはモジュールに限定されない。本発明の代替の実施形態には、本明細書に例示かつ記載されるものよりも機能性が多いまたは少ない異なるコンピュータ実行可能命令またはコンポーネントが含まれて良い。

【 0 2 4 2 】

本明細書に例示かつ記載される本発明の実施形態において操作の実行の順番は、特に指定しない限り重要ではない。すなわち、操作は特に指定しない限り任意の順番で実行されて良く、本発明の実施形態に含まれる操作は、本明細書に開示されているものに追加されても、開示されているものより少なくとも良い。例えば、特定の操作を、他の操作の前、同時または後に実行することは本発明の態様の範囲である、と考えられる。

【 0 2 4 3 】

本発明の態様の要素またはその実施形態を紹介する際、冠詞「ある」「1つの」「上記」および「前記」は 1 つまたは複数の要素が存在することを意味することが意図される。用語「備える」「含む」および「有する」は包括的であり、挙げられる要素の他に追加の要素が存在して良いことを意味することが意図される。

【 0 2 4 4 】

本記載では、例を使用して最良の形態を含む本発明を開示し、任意の装置またはシステムを作成および使用することおよび任意の組み込まれる方法を実行することを含む本発明の実施をいずれの当業者も行うことを可能にさせる。本発明の特許性の範囲は、請求項により定義され、当業者に対して生じる他の例を含んで良い。そのような他の例は、上記例が請求項の文言とは異なる構造要素を有する場合、または、上記例に等価の構造要素が含まれ請求項の文言との違いに実体がない場合、請求項の範囲内であることが意図され

10

20

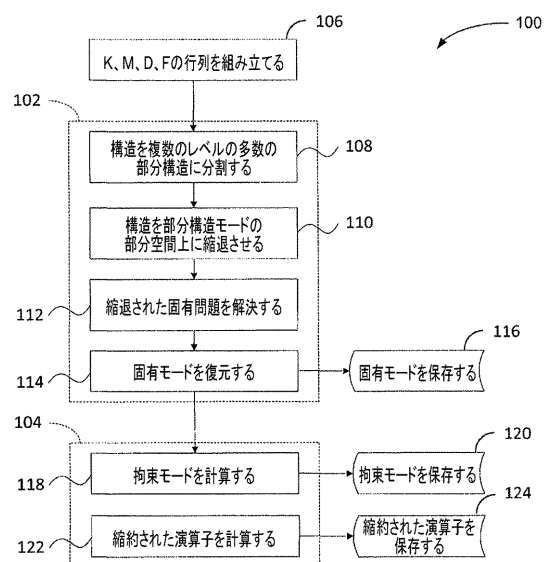
30

40

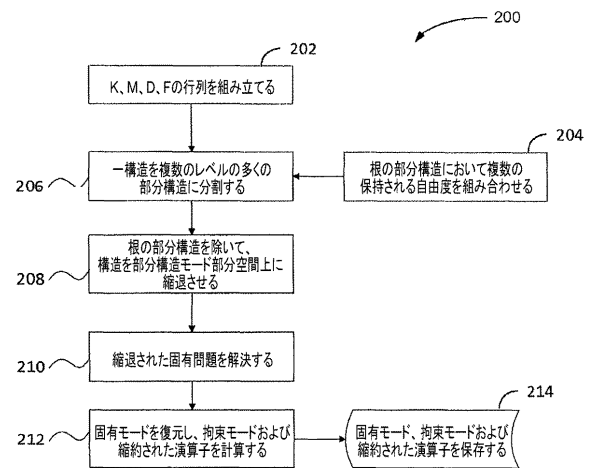
50

る。

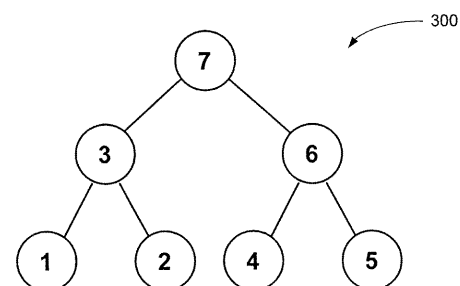
【図 1】



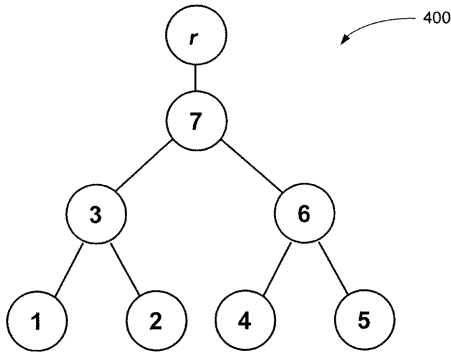
【図 2】



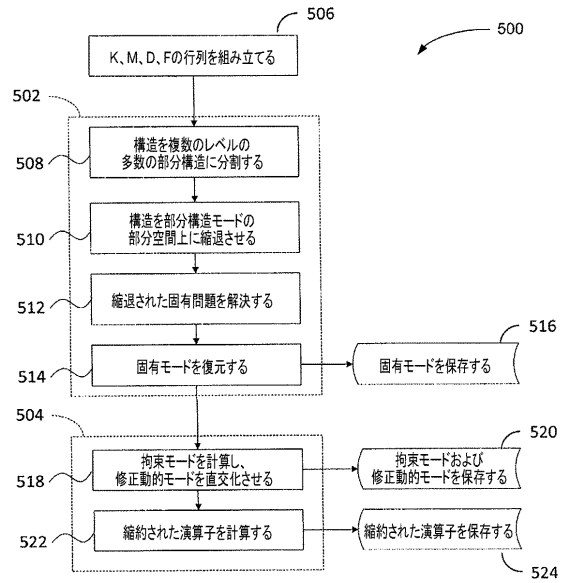
【図 3】



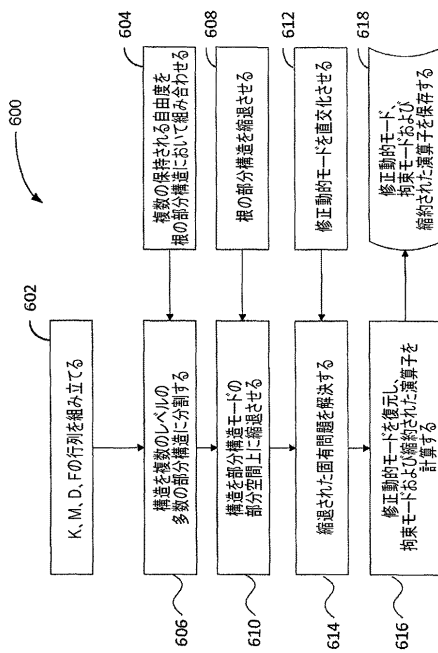
【図4】



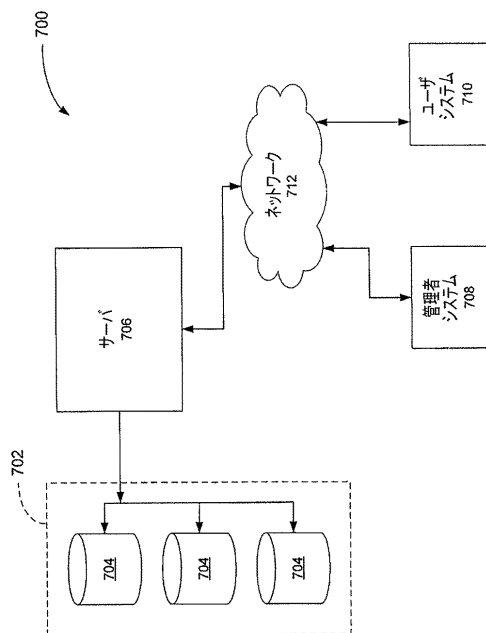
【図5】



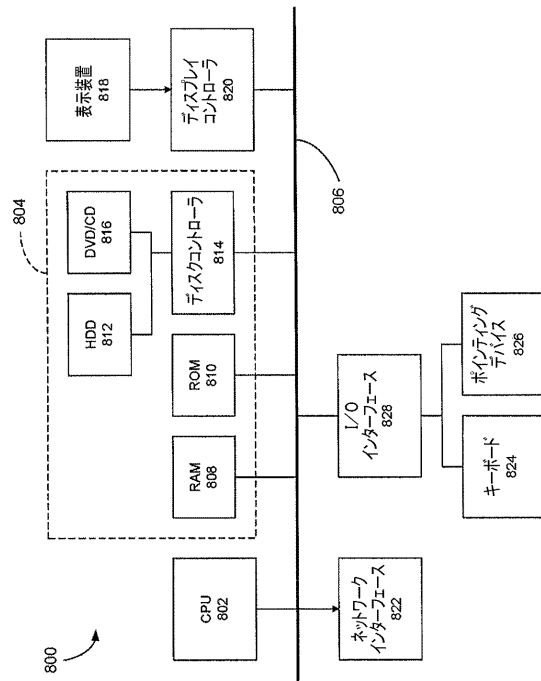
【図6】



【図7】



【図 8】



フロントページの続き

(72)発明者 ウラディミール ベルスキ

アメリカ合衆国 02909 ロードアイランド州 プロビデンス パレー ストリート 166
ダッソー システムズ シムリア コーポレーション内

(72)発明者 ミハイル ベールイ

アメリカ合衆国 02909 ロードアイランド州 プロビデンス パレー ストリート 166
ダッソー システムズ シムリア コーポレーション内

審査官 合田 幸裕

(56)参考文献 特開2007-304657(JP,A)

特開平5-332876(JP,A)

特開平3-33632(JP,A)

特開平11-265371(JP,A)

(58)調査した分野(Int.Cl., DB名)

G06F 17/50

G06F 17/16

IEEE Xplore

CiNii

JSTPlus(JDreamIII)