(12) 特許協力条約に基づいて公開された国際出願

(19) 世界知的所有権機関
国際事務局

(43) 国際公開日
2020年7月2日(02.07.2020)

WIPO | PCT

(10) 国際公開番号
WO 2020/137697 A1

(51) 国際特許分類:
G06F 17/16 (2006.01)

(21) 国際出願番号： PCT/JP2019/049396

(22) 国際出願日： 2019年12月17日(17.12.2019)

(25) 国際出願の言語： 日本語

(26) 国際公開の言語： 日本語

(30) 優先権データ：
特願 2018-240666 2018年12月25日(25.12.2018) JP

(71) 出願人: 日本電信電話株式会社 (**NIPPON TELEGRAPH AND TELEPHONE CORPORATION**) [JP/JP]; 〒1008116 東京都千代田区大手町一丁目５番１号 Tokyo (JP).

(72) 発明者: 坂上 晋作 (**SAKAUE, Shinsaku**); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目９番１１号 ＮＴＴ 知的財産センタ内 Tokyo (JP). 永田 昌明 (**NAGATA, Masaaki**); 〒1808585 東京都武蔵野市緑町三丁目９番１１号 ＮＴＴ 知的財産センタ内 Tokyo (JP).

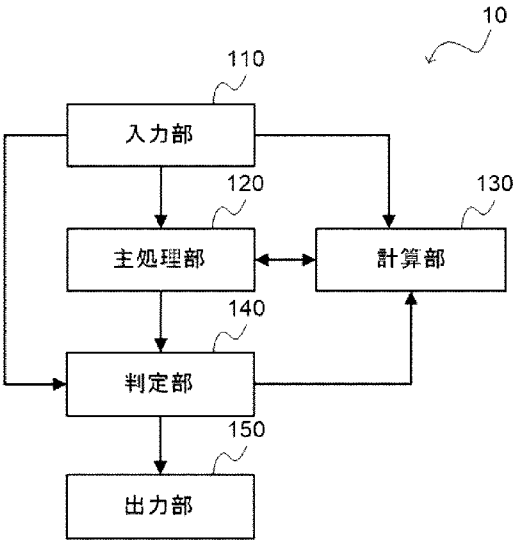
(74) 代理人: 特許業務法人太陽国際特許事務所 (**TAIYO, NAKAJIMA & KATO**); 〒1600022 東京都新宿区新宿４丁目３番１７号 Tokyo (JP).

(81) 指定国(表示のない限り、全ての種類の国内保護が可能): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, JO, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU, RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, ZA, ZM, ZW.

(84) 指定国(表示のない限り、全ての種類の広域保護が可能): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS,

(54) **Title:** FAST SPARSE OPTIMIZATION DEVICE, FAST SPARSE OPTIMIZATION METHOD, AND PROGRAM

(54) 発明の名称： 高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラム



110 Input unit
120 Main processing unit
130 Computing unit
140 Determining unit
150 Output unit

(57) **Abstract:** The purpose of the present invention is to make it possible to determine a high-quality solution to a non-convex sparse optimization problem at high speed, even with respect to an ill-conditioned problem. A computing unit 130, with respect to a set of previously determined nonzero elements or the initial value of a set of nonzero elements, computes an optimal value of an object function with respect to each of elements not included in the set of nonzero elements, when only an element included in a set to which an element not included in the set of nonzero elements has been added is permitted to become a nonzero element. A determining unit 140 causes a main processing unit 120 to repeat selecting an added element and adding the added element to the set of nonzero elements in an order from the most optimal one of the optimal values of the object function, by a predetermined addition upper-limit number for each number of times of repetition, so that the sum of addition upper-limit numbers becomes a predetermined number. An output unit 150 outputs the value of the variable vector such that the value of the object function is optimized when only a set of nonzero elements is permitted to become a nonzero element.

WO 2020/137697 A1

[続葉有]

MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), ユーラシア (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), ヨーロッパ (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

添付公開書類：

一　国際調査報告（条約第21条(3)）

(57) 要約：悪条件な問題に対しても、高速に質の良い非凸スパース最適化問題の解を求めることができるようにする。 計算部１３０が、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の最適値を、非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、主処理部１２０が、追加上限数の総和が所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、目的関数の最適値が最適な順に、追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加することを、判定部１４０が繰り返させ、出力部１５０が、非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する。

明　細　書

発明の名称 ：

高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラム

技術分野

[0001] 本発明は、高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラムに係り、特に、高速に非凸スパース最適化問題の解を求めるための高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラムに関する。

背景技術

[0002] スパース推定等の分野で現れる非凸スパース最適化問題は、ｄ個の要素を持つ変数ベクトル

$\mathbf{x}$

がｋ個の非ゼロ（ゼロでない）要素しか持たないという制約の下で、変数ベクトル

$\mathbf{x}$

についての目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値を最適化する問題である。

[0003] 例えば、ノイズの乗ったｄ個の値を持つ信号からノイズを除去し、ｋ個の非ゼロ要素からなる真の信号の値を復元したいというような状況で、非凸スパース最適化問題は現れる。

[0004] 非凸スパース最適化問題に対して、非特許文献１～３のような高速化手法や、非特許文献４のような貪欲法に基づく手法を用いて解を求める研究がされてきた。

先行技術文献

非特許文献

[0005] 非特許文献1：Jain, P., Tewari, A., and Kar, P. On iterative hard thresholding methods for high-dimensional M-estimation. In Advances in Neural Information Processing Systems 27. Curran Associates, Inc., 2014, pp. 685-693.

非特許文献2：Yuan, X., Li, P., and Zhang, T. Exact recovery of hard thresholding pursuit. InAdvances in Neural Information Processing Systems 29. Curran Associates,Inc., 2016, pp. 3558-3566.

非特許文献3：Marsousi, M., Abhari, K., Babyn, P., and Alirezaie, J. MULTI-STAGE OMP sparsecoding using local matching pursuit atoms selection. In 2013 IEEE International Conferenceon Acoustics, Speech and Signal Processing, 2013, pp.1783-1787.

非特許文献4：Elenberg, E. R., Khanna, R., Dimakis, A. G., and Negahban, S. Restricted strongconvexity implies weak submodularity. Ann. Statist., 46(6B), 2018, pp.3539-3568.

発明の概要

発明が解決しようとする課題

[0006] しかし、非特許文献１～３の手法は、高速に解を出力できる一方で、問題によっては目的関数

$$f(x)$$

の値が最適でない、質の悪い解を出力してしまうことがある。

[0007] より具体的には、これらの既存の手法は、非凸スパース最適化問題を構成するデータに偏りがない良条件な問題に対しては質の良い解を出力できるが、データに偏りのある悪条件な問題に対しては出力解の質が悪くなる傾向がある。

[0008] 一方、貪欲法に基づく手法（非特許文献４）は、上述の高速な手法に比べて悪条件な問題に対しても比較的良い解を出力できる。しかし、この手法は

、実行時間が長くなる傾向にあり、大規模な問題への適用が難しい。

[0009] 本発明は上記の点に鑑みてなされたものであり、悪条件な問題に対しても、高速に質の良い非凸スパース最適化問題の解を求めることができる高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラムを提供することを目的とする。

課題を解決するための手段

[0010] 本発明に係る高速スパース最適化装置は、変数ベクトルが非ゼロの要素を高々所定数しか持たないという制約下において、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を求める高速スパース最適化装置であって、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の最適値を、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算する計算部と、追加上限数の総和が前記所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、前記目的関数の最適値が最適な順に、前記追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加する主処理部と、予め定められた繰り返し回数だけ、前記計算部による計算と、前記主処理部による選択及び追加とを繰り返させる判定部と、前記非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する出力部と、を備えて構成される。

[0011] また、本発明に係る高速スパース最適化方法は、変数ベクトルが非ゼロの要素を高々所定数しか持たないという制約下において、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を求める高速スパース最適化方法であって、計算部が、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の最適値を、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、主処理部が、追加上限数の総和が前記所定数となるように繰り返し回

数毎に予め定められた追加上限数だけ、前記目的関数の最適値が最適な順に、前記追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加し、判定部が、予め定められた繰り返し回数だけ、前記計算部による計算と、前記主処理部による選択及び追加とを繰り返させ、出力部が、前記非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する。

[0012] 本発明に係る高速スパース最適化装置及び高速スパース最適化方法によれば、計算部が、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の最適値を、非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、主処理部が、追加上限数の総和が所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、目的関数の最適値が最適な順に、追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加する。

[0013] そして、判定部が、予め定められた繰り返し回数だけ、計算部による計算と、主処理部による選択及び追加とを繰り返させ、出力部が、非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する。

[0014] このように、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の最適値を、非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、追加上限数の総和が所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、目的関数の最適値が最適な順に、追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加することを繰り返し、非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力することにより、悪条件な問題に対しても、高速に質の良い非凸スパース最適化問題の解を求めることができる。

[0015] また、本発明に係る高速スパース最適化装置の前記繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数は１以上であり、かつ、少なくとも１つの前記追加上限数は２以上であるとすることができる。

[0016] 本発明に係るプログラムは、コンピュータを、上記の高速スパース最適化装置の各部として機能させるためのプログラムである。

発明の効果

[0017] 本発明の高速スパース最適化装置、高速スパース最適化方法、及びプログラムによれば、悪条件な問題に対しても、高速に質の良い非凸スパース最適化問題の解を求めることができる。

図面の簡単な説明

[0018] [図1]本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の構成を示す概略図である。

[図2]本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化処理のアルゴリズムの一例を示す図である。

[図3]本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の実行時間を示すグラフである。

[図4]本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の訓練誤差を示すグラフである。

[図5]本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の高速スパース最適化処理ルーチンを示すフローチャートである。

発明を実施するための形態

[0019] 以下、本発明の実施の形態について図面を用いて説明する。

[0020] ＜本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の原理＞

まず、本発明の実施形態の原理について説明する。

[0021] 本実施形態では、貪欲法に基づく手法を高速化することで、悪条件な問題に対しても高速に質の良い解を出力できるようにする。

[0022] 具体的な高速化の手段として、非凸スパース最適化問題とは異なる問題に対して考案された多段階貪欲法（参考文献１）を用いる。

［参考文献１］Wei, K., Iyer, R., and Bilmes, J. Fast multi-stage submodular maximization. In Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning, volume 32 of Proceedingsof Machine Learning Research. PMLR, 22-24 Jun 2014, pp.1494-1502.

[0023] まず、［ｄ］＝｛１，２，...，ｄ｝を変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の添字の集合とする。また、

$\|\mathbf{x}\|_0$

を変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の非ゼロ要素の個数とし、

$\mathrm{supp}(\mathbf{x}) \subseteq [d]$

を変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の非ゼロ要素の添字の集合とする。さらに、

$l : \mathbb{R}^{[d]} \to \mathbb{R}$

を変数ベクトル

$\mathbf{x}$

を引数に持つ目的関数とする。

[0024] 目的関数

$l(\mathbf{x})$

は、例えばノイズの乗ったｄ個の値を持つ信号からノイズを除去し、所定数

ｋ個の非ゼロ要素からなる真の信号の値を復元したいというような状況で、真の信号らしさを評価するための関数であり、例えば値が小さいほど真の信号らしさ、すなわち最適であることを表すものである。

[0025] 本実施形態では、変数ベクトル

$$\mathbf{x}$$

の非ゼロ要素の個数が所定数ｋ（上限数）以下になるような解で、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の値ができるだけ最適となる解を見つける非凸スパース最適化問題を考える。以下、本実施形態では、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の値が小さいほど最適であり、当該値ができるだけ小さくなるような解を見つける非凸スパース最適化問題を考える場合を例に説明する。

[0026] この問題は、下記式（１）のように定式化できる。

[0027] [数1]

$$\underset{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^{[d]}}{\text{minimize}}\ l(\mathbf{x}) \quad \text{subject to } \|\mathbf{x}\|_0 \leq k \qquad \cdots(1)$$

[0028] この問題に対する多段階貪欲法の詳細を図２に示す。図２は、本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化処理のアルゴリズムの一例を示す図である。

[0029] 図２に示すアルゴリズムは、許容される非ゼロ要素の数である所定数ｋ、目的関数ｌ（・）、及び事前に定められたｍ個の正整数である追加上限数b_1，...，b_mであり、

$$\sum_{i=1}^{m} b_i = k$$

を満たすものを入力とし、解であるベクトル

$$\mathbf{x}$$

を出力する。

[0030] 通常の貪欲法では、非ゼロとなることを許容することで、最も目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の値が小さくなる添字を繰り返し追加する。すなわち、現在の解Ｓに対し、下記式（２）で示す添字Ｆ$_j$が最小となる

$$j \in U \subseteq [d]$$

を各反復で選んで解Ｓに追加するという手続きを取る。

[0031] [数2]

$$F_j = \min_{\mathrm{supp}(\mathbf{x}) \subseteq S \cup \{j\}} l(\mathbf{x}) \qquad \cdots (2)$$

[0032] 一方、多段階貪欲法では、ｉ反復目には添字Ｆ$_j$の値が小さい順にｂ$_i$の添字を集合Ｕから選択し、その添字の集合

$$B_i \subseteq U$$

をＳに追加する。ここで、繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数ｂ$_i$は１以上であり、かつ、追加上限数ｂ$_1$，...，ｂ$_m$のうち少なくとも１つの追加上限数ｂ$_i$は２以上とする。

[0033] このように、各反復で非ゼロ要素の添字をまとめて追加することにより、Ｆ$_j$の値を計算する手間を削減し、通常の貪欲法よりも高速な動作を実現する。

[0034] ＜本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の構成＞

図１を参照して、本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置１０の構成について説明する。図１は、本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置１０の構成を示すブロック図である。

[0035] 高速スパース最適化装置１０は、ＣＰＵと、ＲＡＭと、後述する高速スパース最適化処理ルーチンを実行するためのプログラムを記憶したＲＯＭとを備えたコンピュータで構成され、機能的には次に示すように構成されている

。

[0036] 図１に示すように、本実施形態に係る高速スパース最適化装置１０は、入力部１１０と、主処理部１２０と、計算部１３０と、判定部１４０と、出力部１５０とを備えて構成される。

[0037] 入力部１１０は、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

、非ゼロ要素の所定数ｋ、繰り返し回数毎の追加上限数b_1～b_m、及び変数ベクトル

$$\mathbf{x}$$

の添字の集合［ｄ］の入力を受け付ける。

[0038] ここで、繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数b_iは１以上であり、かつ、追加上限数b_1，．．．，b_mのうち少なくとも１つの追加上限数b_iは２以上であり、

$$\sum_{i=1}^{m} b_i = k$$

を満たす。

[0039] そして、入力部１１０は、受け付けた目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

、非ゼロ要素の所定数ｋ、繰り返し回数毎の追加上限数b_1～b_m、及び添字の集合［ｄ］を、主処理部１２０に渡す。また、入力部１１０は、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

を計算部１３０に渡し、繰り返し回数毎の追加上限数b_1～b_mの個数ｍを、判定部１４０に渡す。

[0040] 主処理部１２０は、追加上限数b_iの総和が所定数ｋとなるように繰り返し回数ｉ毎に予め定められた追加上限数b_iだけ、非ゼロの要素の集合Ｓに要素

を追加したときの目的関数

$l(\mathbf{x})$

の最適値が最適な順に、当該追加した要素ｊを選択し、非ゼロの要素の集合Ｓに追加する。

[0041] 具体的には、主処理部１２０は、まず、非ゼロの要素の集合Ｓを

$\emptyset$

とし、集合Ｓに含まれない要素の添字からなる添字集合Ｕを添字の集合［ｄ］に初期化する。

[0042] 次に、主処理部１２０は、初期化した非ゼロの要素の集合Ｓ及び添字集合Ｕを、計算部１３０に渡す。

[0043] 主処理部１２０は、計算部１３０により得られた、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊ毎の最適値$Ｆ_{j}$を受け取ると、最適値$Ｆ_{j}$が小さい順に、追加した要素ｊを追加上限数$ｂ_{i}$番目まで選択し、選択した要素ｊの集合$Ｂ_{i}$を、前回求められた非ゼロの要素の集合Ｓに追加する。また、主処理部１２０は、非ゼロの要素の集合Ｓに追加した集合$Ｂ_{i}$に含まれる要素ｊを、添字集合Ｕから削除する。

[0044] そして、主処理部１２０は、目的関数

$l(\mathbf{x})$

、繰り返し回数毎の追加上限数$ｂ_{1}$～$ｂ_{m}$、非ゼロの要素の集合Ｓ、及び添字集合Ｕを判定部１４０に渡す。

[0045] 計算部１３０は、前回求められた非ゼロの要素の集合Ｓ又は非ゼロの要素の集合Ｓの初期値に対して、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊを追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の最適値を、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊの各々について計算する。

[0046] 具体的には、計算部１３０は、入力部１１０から取得した目的関数

$l(\mathbf{x})$

と、主処理部１２０又は判定部１４０から取得した非ゼロの要素の集合Ｓ、及び添字集合Ｕとに基づいて、当該添字集合Ｕに含まれる要素ｊの各々について、上記式（２）を計算し、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の最適値$Ｆ_{j}$を求める。

[0047] そして、計算部１３０は、添字集合Ｕに含まれる要素ｊの各々について、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の最適値$Ｆ_{j}$を、主処理部１２０に渡す。

[0048] 判定部１４０は、予め定められた繰り返し回数ｍだけ、計算部１３０による計算と、主処理部１２０による選択及び追加とを繰り返させる。

[0049] 具体的には、判定部１４０は、繰り返し回数がｍ以上であるか否かを判定する。

[0050] 繰り返し回数がｍ以上でない場合、判定部１４０は、非ゼロの要素の集合Ｓ、及び添字集合Ｕを計算部１３０に渡し、計算部１３０による計算と、主処理部１２０による選択及び追加とを繰り返させる。

[0051] 一方、繰り返し回数がｍ以上である場合、判定部１４０は、目的関数

$l(\mathbf{x})$

、繰り返し回数毎の追加上限数$ｂ_{1}$～$ｂ_{m}$、非ゼロの要素の集合Ｓ、及び添字集合Ｕを出力部１５０に渡す。

[0052] 出力部１５０は、非ゼロの要素の集合Ｓのみ非ゼロの要素となることを許

容した際における、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最適となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を出力する。

[0053] 具体的には、出力部１５０は、まず、目的関数

$l(\mathbf{x})$

、及び非ゼロの要素の集合Ｓに基づいて、下記式（３）を用いて、非ゼロの要素の集合Ｓのみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最小となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を算出する。

[0054] [数3]

$$\mathbf{x} = \mathrm{argmin}_{\mathrm{supp}(\mathbf{x}') \subseteq S} l(\mathbf{x}') \quad \cdots (3)$$

[0055] そして、出力部１５０は、算出した目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最小となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を出力する。

[0056] 図３、４に本実施形態に係る高速スパース最適化装置１０（多段階貪欲法）を用いた実行結果と、非特許文献１～４の各手法を、悪条件な問題に適用した場合の実行結果を示す。図３は、許容する非ゼロ成分の上限である所定

数ｋを変化させた場合の所定数ｋと実行時間（Ｒｕｎｎｉｎｇ　ｔｉｍｅ）との関係を示し、図４は、所定数ｋを変化させた場合の所定数ｋと訓練誤差（Ｔｒａｉｎｉｎｇ　ｅｒｒｏｒ）との関係を示す。図４では、訓練誤差が小さい程、解の質が良いことを表す。

[0057] 図３、４において、四角、菱形、三角を含む線が高速な手法（非特許文献１～３）における実験結果であり、丸を含む実線は通常の貪欲法（非特許文献４）における実験結果である。

[0058] また、図３、４において、丸を含む点線２種が、多段階貪欲法を用いた実験結果であり、繰り返し回数ｍの決め方に応じて２つの結果が得られている。

[0059] 図３によれば、本実施形態に係る手法である多段階貪欲法は、いずれも貪欲法より高速であり、高速な手法のうちの１つ（非特許文献１）と同等あるいはそれ以上に高速に動作していることが分かる。

[0060] 一方で、図４によれば、解の質は丸を含む実線の貪欲法に若干劣るものの、他の高速な手法に比べて質の良い解を出力していることがわかる。

[0061] 以上のように、本実施形態に係る高速スパース最適化装置１０によって、悪条件な問題に対し良質な解を効率的に計算することができることが分かった。

[0062] ＜本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化装置の作用＞

図５は、本発明の実施の形態に係る高速スパース最適化処理ルーチンを示すフローチャートである。

[0063] 入力部１１０に目的関数

$l(\mathbf{x})$

、非ゼロ要素の所定数ｋ、繰り返し回数毎の追加上限数b_1～b_m、及び変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の添字の集合［ｄ］が入力されると、高速スパース最適化装置１０において

、図５に示す高速スパース最適化処理ルーチンが実行される。

[0064] まず、ステップＳ１００において、入力部１１０は、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

、非ゼロ要素の所定数ｋ、繰り返し回数毎の追加上限数b_1～b_m、及び変数ベクトル

$$\mathbf{x}$$

の添字の集合［ｄ］の入力を受け付ける。

[0065] ステップＳ１１０において、主処理部１２０は、まず、非ゼロの要素の集合Ｓを

$$\emptyset$$

とし、添字集合Ｕを添字の集合［ｄ］に初期化する。

[0066] ステップＳ１２０において、判定部１４０は、ｉ＝１とする。ここで、ｉは繰り返し回数を数えるカウンタである。

[0067] ステップＳ１３０において、計算部１３０は、前回求められた非ゼロの要素の集合Ｓ又は非ゼロの要素の集合Ｓの初期値に対して、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊを追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の最適値を、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊの各々について計算する。

[0068] ステップＳ１４０において、主処理部１２０は、最適値F_jが小さい順に、追加した要素ｊを追加上限数b_i番目まで選択し、選択した要素ｊの集合B_iを、前回求められた非ゼロの要素の集合Ｓに追加する。

[0069] ステップＳ１５０において、主処理部１２０は、上記ステップＳ１４０により非ゼロの要素の集合Ｓに追加した集合B_iに含まれる要素ｊを、添字集合

Ｕから削除する。

[0070] ステップＳ１６０において、判定部１４０は、ｉがｍ以上であるか否かを判定する。

[0071] ｉがｍ以上でない場合（上記ステップＳ１６０のＮＯ）、ステップＳ１７０において、判定部１４０は、ｉに１を加算し、ステップＳ１３０に戻る。

[0072] 一方、ｉがｍ以上である場合（上記ステップＳ１６０のＹＥＳ）、ステップＳ１８０において、出力部１５０は、目的関数

$l(\mathbf{x})$

、及び非ゼロの要素の集合Ｓに基づいて、上記式（３）を用いて、非ゼロの要素の集合Ｓのみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最小となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を算出する。

[0073] ステップＳ１９０において、出力部１５０は、上記ステップＳ１８０により算出した目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最小となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を出力する。

[0074] 以上説明したように、本発明の実施形態に係る高速スパース最適化装置によれば、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の最適値を、非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、追加上

限数の総和が所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、目的関数の最適値が最適な順に、追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加することを繰り返し、非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力することにより、悪条件な問題に対しても、高速に質の良い非凸スパース最適化問題の解を求めることができる。

[0075] なお、本発明は、上述した実施の形態に限定されるものではなく、この発明の要旨を逸脱しない範囲内で様々な変形や応用が可能である。

[0076] 上述した実施形態では、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

が最小である場合に最適となる場合を例に説明したが、これに限定されるものではなく、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

が最大である場合に最適となる場合にも適用することができる。

[0077] この場合、計算部１３０は、下記式（４）を用いて、前回求められた非ゼロの要素の集合Ｓ又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、非ゼロの要素の集合Ｓに含まれない要素ｊを追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の最適値を、非ゼロの要素の集合に含まれない要素ｊの各々について計算する。

[0078] [数4]

$$F_j = \max_{\mathrm{supp}(\mathbf{x}) \subseteq S \cup \{j\}} l(\mathbf{x}) \quad \cdots (4)$$

[0079] また、この場合、主処理部１２０は、追加上限数ｂ$_i$だけ、目的関数

$$l(\mathbf{x})$$

の最適値が大きい順に、追加した要素ｊを選択し、非ゼロの要素の集合Ｓに追加する。

[0080] そして、出力部１５０は、目的関数

$l(\mathbf{x})$

、及び非ゼロの要素の集合Ｓに基づいて、下記式（５）を用いて、非ゼロの要素の集合Ｓのみ非ゼロの要素となることを許容した際における、目的関数

$l(\mathbf{x})$

の値が最大となる変数ベクトル

$\mathbf{x}$

の値を算出する。

[0081] [数5]

$$\mathbf{x} = \mathrm{argmax}_{\mathrm{supp}(\mathbf{x}') \subseteq S} l(\mathbf{x}') \quad \cdots (5)$$

[0082] また、本願明細書中において、プログラムが予めインストールされている実施形態として説明したが、当該プログラムを、コンピュータ読み取り可能な記録媒体に格納して提供することも可能である。

符号の説明

[0083] １０ 高速スパース最適化装置

１１０ 入力部

１２０ 主処理部

１３０ 計算部

１４０ 判定部

１５０ 出力部

請求の範囲

[請求項1] 変数ベクトルが非ゼロの要素を高々所定数しか持たないという制約下において、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を求める高速スパース最適化装置であって、

前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の最適値を、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算する計算部と、

追加上限数の総和が前記所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、前記目的関数の最適値が最適な順に、前記追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加する主処理部と、

予め定められた繰り返し回数だけ、前記計算部による計算と、前記主処理部による選択及び追加とを繰り返させる判定部と、

前記非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する出力部と、

を含む高速スパース最適化装置。

[請求項2] 前記繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数は１以上であり、かつ、少なくとも１つの前記追加上限数は２以上である

請求項１記載の高速スパース最適化装置。

[請求項3] 変数ベクトルが非ゼロの要素を高々所定数しか持たないという制約下において、目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を求める高速スパース最適化方法であって、

計算部が、前回求められた非ゼロの要素の集合又は非ゼロの要素の集合の初期値に対して、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素を追加した集合に含まれる要素のみ非ゼロの要素となることを許容した

際における、前記目的関数の最適値を、前記非ゼロの要素の集合に含まれない要素の各々について計算し、

主処理部が、追加上限数の総和が前記所定数となるように繰り返し回数毎に予め定められた追加上限数だけ、前記目的関数の最適値が最適な順に、前記追加した要素を選択し、非ゼロの要素の集合に追加し、

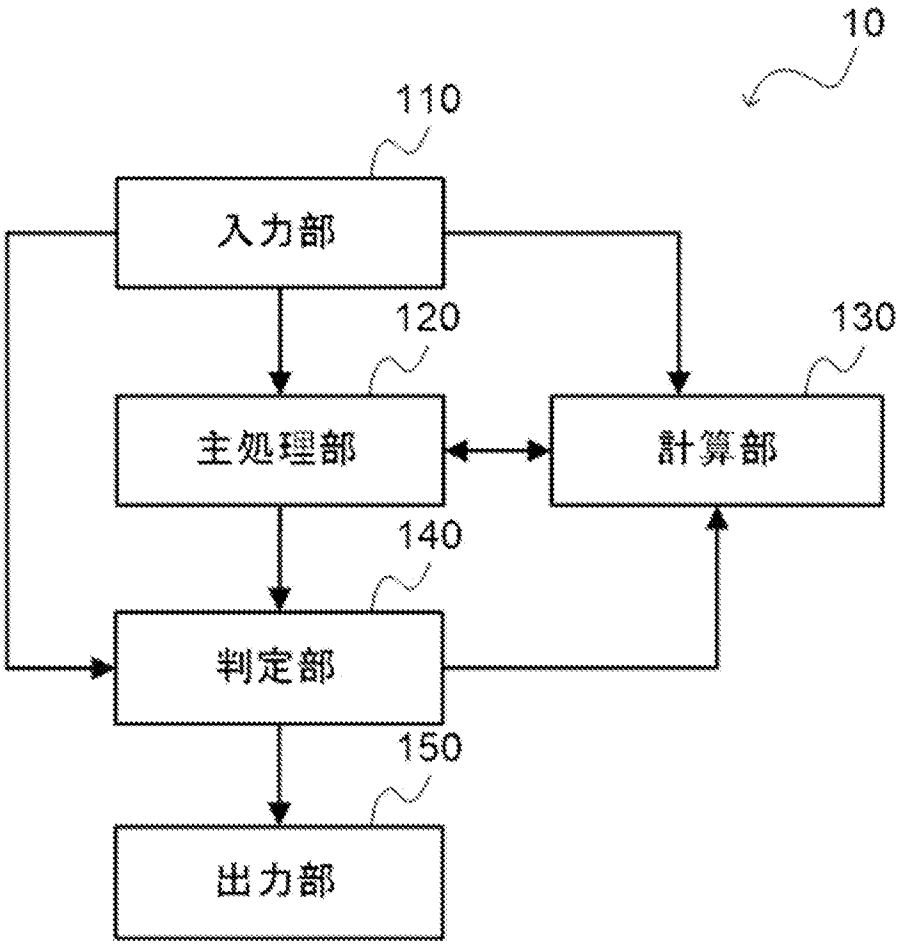
判定部が、予め定められた繰り返し回数だけ、前記計算部による計算と、前記主処理部による選択及び追加とを繰り返させ、

出力部が、前記非ゼロの要素の集合のみ非ゼロの要素となることを許容した際における、前記目的関数の値が最適となる前記変数ベクトルの値を出力する

高速スパース最適化方法。

[請求項4] コンピュータを、請求項１又は２記載の高速スパース最適化装置の各部として機能させるためのプログラム。

[図1]

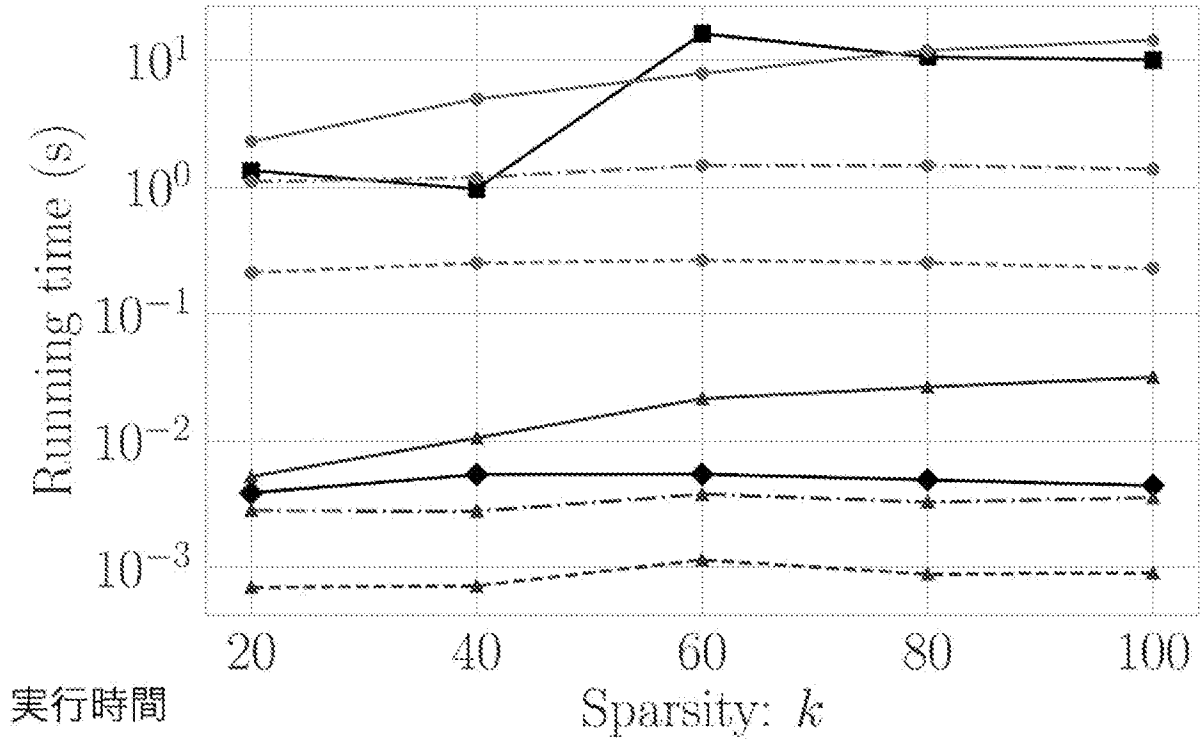


[図2]

Algorithm 1 多段階貪欲法

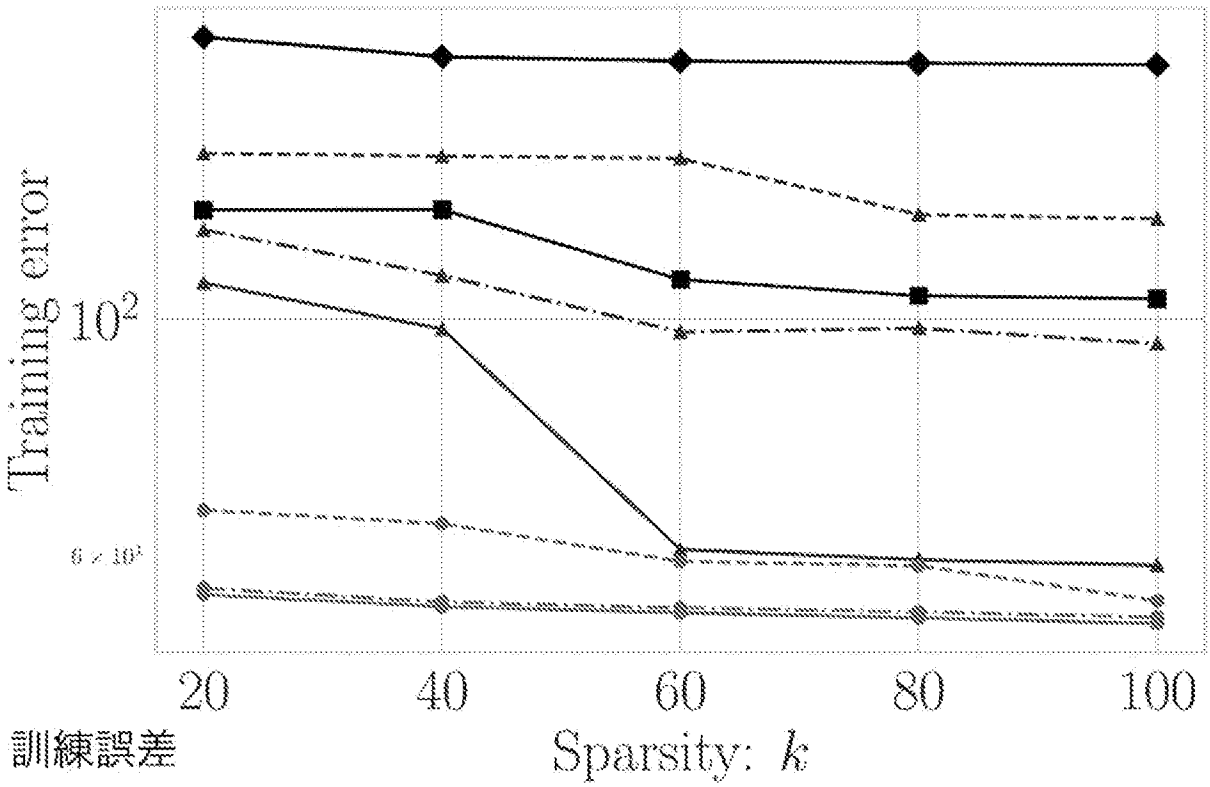
$U \leftarrow [d]$, $S \leftarrow \emptyset$
for $i = 1, \ldots, m$ do
　全ての $j \in U$ に対して $F_j = \min_{\mathrm{supp}(x) \subseteq S \cup \{j\}} l(x)$ を計算
　$B_i \leftarrow \mathrm{argmin}_{B \subseteq U, |B| \leq k} \sum_{j \in B} F_j$
　$S \leftarrow S \cup B_i$
　$U \leftarrow U \backslash B_i$
end for
return $x = \mathrm{argmin}_{\mathrm{supp}(x') \subseteq S} l(x')$

[図3]



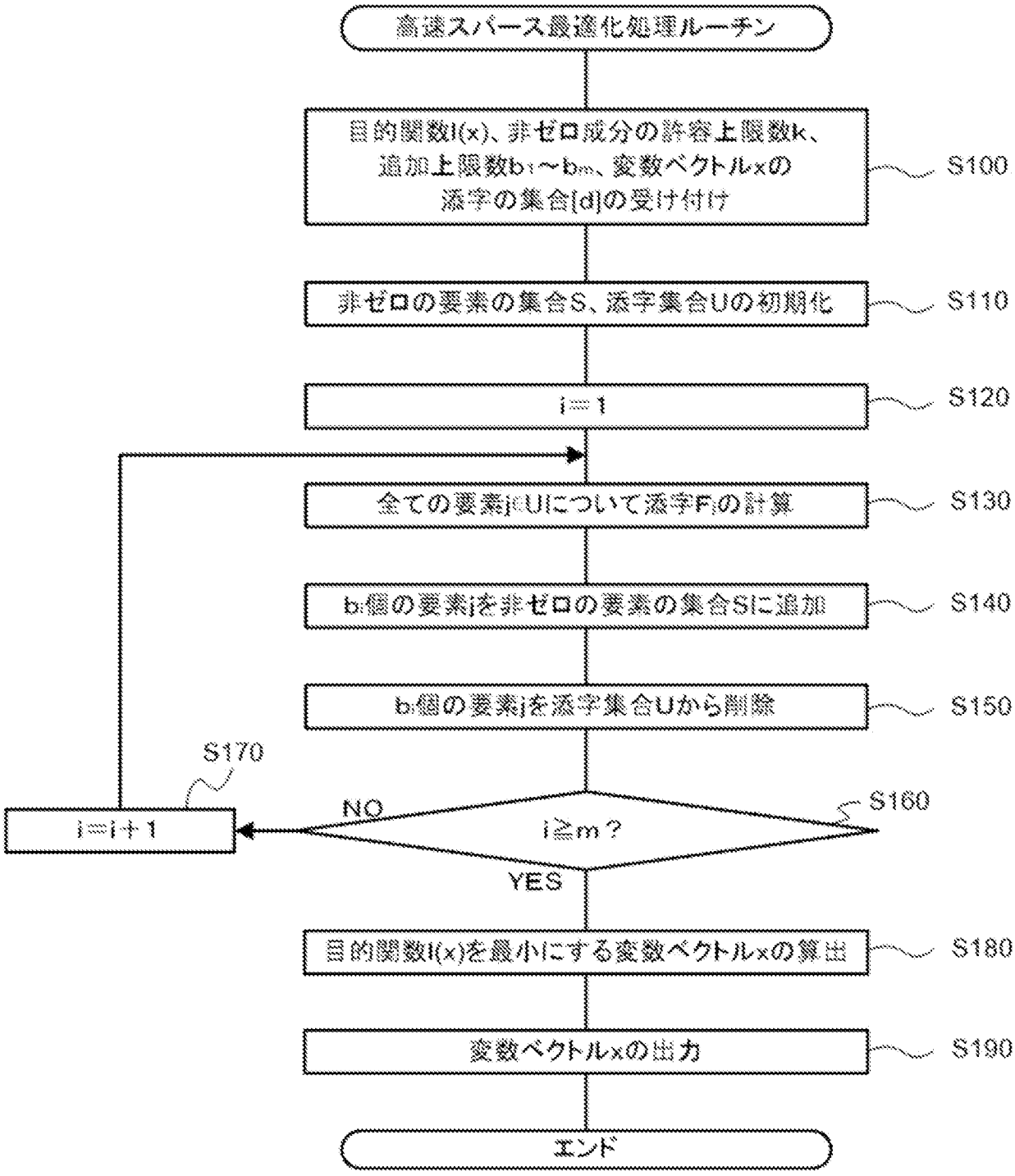
実行時間

[図4]



訓練誤差

[図5]


高速スパース最適化処理ルーチン
目的関数l(x)、非ゼロ成分の許容上限数k、
追加上限数b1～bm、変数ベクトルxの
添字の集合[d]の受け付け
S100
非ゼロの要素の集合S、添字集合Uの初期化
S110
i＝1
S120
全ての要素j∈Uについて添字Fjの計算
S130
bi個の要素jを非ゼロの要素の集合Sに追加
S140
bi個の要素jを添字集合Uから削除
S150
i≧m？
S160
NO
YES
i＝i＋1
S170
目的関数l(x)を最小にする変数ベクトルxの算出
S180
変数ベクトルxの出力
S190
エンド

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.
PCT/JP2019/049396

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
G06F 17/16(2006.01)i
FI: G06F17/16 P

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)
G06F17/16

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Published examined utility model applications of Japan	1922-1996
Published unexamined utility model applications of Japan	1971-2020
Registered utility model specifications of Japan	1996-2020
Published registered utility model applications of Japan	1994-2020

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	YUKAWA, Masahiro, "Sparse Optimization Based on 1p Regularization", 第54回自動制御連合講演会, 20 November 2011, vol. 54th, pp. 625-630 (1M302), entire text, (The 54th Japan Joint Automatic Control Conference)	1-4
P,A	WO 2019/181347 A1 (NIPPON TELEGRAPH AND TELEPHONE CORP.) 26.09.2019 (2019-09-26) abstract, fig. 2, 5	1-4

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.

☒ See patent family annex.

* Special categories of cited documents:
"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
"E" earlier application or patent but published on or after the international filing date
"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed
"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art
"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search	Date of mailing of the international search report
10 March 2020 (10.03.2020)	24 March 2020 (24.03.2020)

Name and mailing address of the ISA/	Authorized officer
Japan Patent Office 3-4-3, Kasumigaseki, Chiyoda-ku, Tokyo 100-8915, Japan	Telephone No.

INTERNATIONAL SEARCH REPORT
Information on patent family members

International application No.
PCT/JP2019/049396

Patent Documents referred in the Report	Publication Date	Patent Family	Publication Date
WO 2019/181347 A1	26 Sep. 2019	JP 2019-168748 A abstract, fig. 2, 5	

国際調査報告

国際出願番号
PCT/JP2019/049396

A. 発明の属する分野の分類（国際特許分類（ＩＰＣ））

G06F 17/16(2006.01)i
FI: G06F17/16 P

B. 調査を行った分野

調査を行った最小限資料（国際特許分類（ＩＰＣ））

G06F17/16

最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの

日本国実用新案公報	１９２２－１９９６年
日本国公開実用新案公報	１９７１－２０２０年
日本国実用新案登録公報	１９９６－２０２０年
日本国登録実用新案公報	１９９４－２０２０年

国際調査で使用した電子データベース（データベースの名称、調査に使用した用語）

C. 関連すると認められる文献

引用文献のカテゴリー*	引用文献名　及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する請求項の番号
A	YUKAWA, Masahiro, "Sparse Optimization Based on lp Regularization", 第54回自動制御連合講演会, 2011.11.20, Vol. 54th, pp. 625-630 (1M302) 全文	1-4
P, A	WO 2019/181347 A1 (日本電信電話株式会社) 26.09.2019 (2019-09-26) 要約、図2、図5	1-4

☐ C欄の続きにも文献が列挙されている。

☑ パテントファミリーに関する別紙を参照。

* 引用文献のカテゴリー
"A" 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの
"E" 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの
"L" 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献（理由を付す）
"O" 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献
"P" 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願の日の後に公表された文献
"T" 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と抵触するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの
"X" 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの
"Y" 特に関連のある文献であって、当該文献と他の１以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの
"&" 同一パテントファミリー文献

国際調査を完了した日	国際調査報告の発送日
10.03.2020	24.03.2020

名称及びあて先
日本国特許庁(ISA/JP)
〒100-8915
日本国
東京都千代田区霞が関三丁目４番３号

権限のある職員（特許庁審査官）
桜井　茂行 5B 2945

電話番号 03-3581-1101 内線 3545

国際調査報告
パテントファミリーに関する情報

国際出願番号
PCT/JP2019/049396

引用文献	公表日	パテントファミリー文献	公表日
WO 2019/181347 A1	26.09.2019	JP 2019-168748 A 要約、図2、図5	